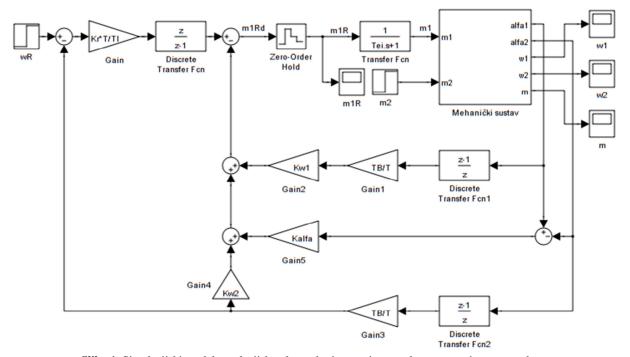


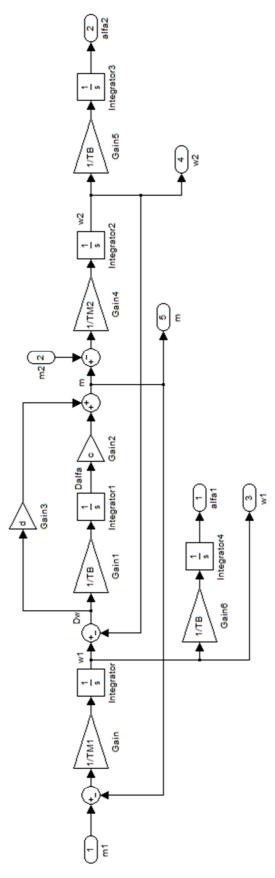
Regulator stanja

Simulacijski model

Na slici 1. prikazan je simulacijski model regulacijskog kruga brzine vrtnje s regulatorom stanja punog reda. Struktura i dinamički model mehaničkog sustava opisani su u uputama za vježbu, a simulacijski model prikazan je na slici 2.



Slika 1. Simulacijski model regulacijskog kruga brzine vrtnje s regulatorom stanja punog reda.



Slika 2. Simulacijski model mehaničkog sustava.

Programska rutina proračuna parametara regulatora u MATLABu

U nastavku je dana Matlab skripta za proračunavanje parametara regulatora i simulaciju sustava s izračunatim parametrima.

Matlab kod 1: Skripta regulator_stanja.m

```
clear
clc
% zadani parametri
TM1zad = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]';
TM2zad = [0.02 \ 0.1 \ 0.5]';
dzad = [0.05 \ 0.05 \ 0.05]';
czad = [15 \ 45 \ 75]';
rzad = [0.2 1 5]';
     = 1;
= 2e-3;
TB
Tei
D2
     = 0.5;
D3
     = 0.5;
D4
     = 0.5;
D5
      = 0.5;
% parametri simulacije
twR = 0;
wR = 1;
tm2R = 1.5;
m2R = 1;
tsim = 3;
fprintf('\n Tablica 1. Parametri regulatora stanja za različite r-ove');
fprintf('\n+-----
fprintf('\n| r | TI | Kw1 | Kw2 | Kalfa |');
fprintf('\n+-----
for i=1:3
TM1 = TM1zad(i);
TM2 = TM2zad(i);
d = dzad(i);
   = czad(i);
r = rzad(i);
[TMsigma omega0 zeta omega1 omega2 zeta1 zeta2] = parametri(TM1, TM2, d, c, TB);
T = pi/10/omega0;
T = 0.01; % zaokruženo
Tsigma = T + Tei;
rEM = omega0*Tsigma;
% proračun parametara regulatora
Te = Tsigma/D5/D4/D3/D2/(1+2*zeta*Tsigma*omega0);
TI = Te - 2*zeta2/omega2;
Kw1 = TMsigma*omega2^2/omega0*...
   ((1+2*zeta*Tsigma*omega0)/D4/D3/D2/Te/omega0 - Tsigma*omega0 - 2*zeta);
Kw2 = TI*TMsigma*(1+2*zeta*Tsigma*omega0)/(D4*D3^2*D2^3*Te^4*omega0^2)-Kw1;
Kalfa = (Kw1+Kw2)*TB/TI*(D2*Te^2*omega2^2-TMsigma*TI*omega2^2/(Kw1+Kw2)-...
       2*zeta2*(Te*omega2-2*zeta2));
Kr = Kw1+Kw2;
fprintf('| %.2f | %7.4f | %7.4f | %7.4f | \n',...
       r,TI,Kw1,Kw2,Kalfa);
fprintf('+---
sim('modelRegStanja');
end
```

Gornja skripta koristi funkciju parametri (TM1, TM2, d, c, TB) čiji je kod dan u nastavku.

Matlab kod 2: Funkcija parametri.m

Izračunati parametri regulatora

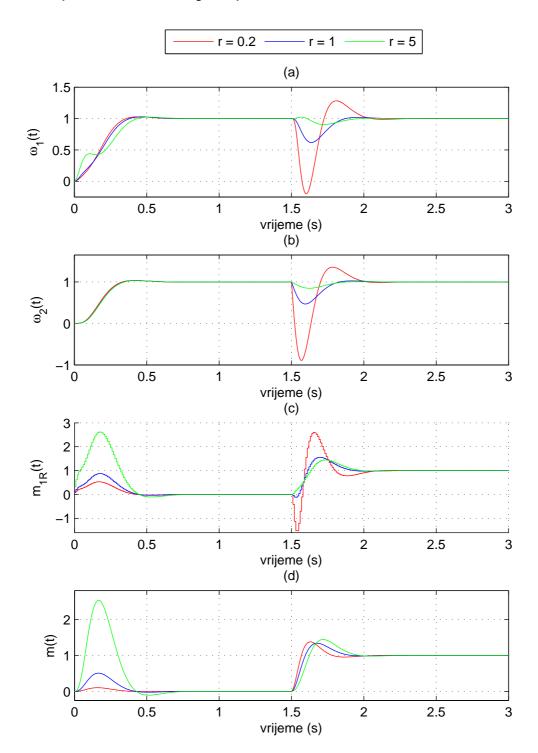
Rezultat pokretanja skripte regulator_stanja.m su parametri regulatora prikazani u tablici 1.

Tablica 1 Danamatri	ma and at ama a	a marali Xita :	····iadmaati	monomo otno n
Tablica 1. Parametri	regulatora za	a raznene	vrijednosti	parametra r.

Skupina parametara	T_{I}	$K_{\omega \mathrm{l}}$	$K_{\omega 2}$	K_{\Deltalpha}
r = 0, 2	0.1820	3.0921	-1.7282	3.1124
r = 1	0.1886	3.0873	-0.9920	-1.0794
r = 5	0.1900	3.0869	3.0951	-1.9241

Vladanje optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje s regulatorom stanja punog reda ispituje se simulacijom na računalu. Ispitni signali su skokovita promjena referentne veličine ω_R i skokovita promjena poremećajne veličine – momenta tereta m_2 (udarno opterećenje). Ispitivanje se provodi za različite iznose parametra $r = T_{M2}/T_{M1}$ uz konstantan iznos parametra $r_{EM} = \Omega_0 T_{\Sigma} = 0.36$ (tzv. "meka veza").

Odzivi brzine vrtnje motora ω_1 i tereta ω_2 , upravljačke veličine m_{1R} i prijenosnog momenta m regulacijskog kruga brzine vrtnje na skokovitu promjenu referentne brzine vrtnje te na skokovitu promjenu momenta tereta.



Slika 3. Usporedni odzivi optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje s regulatorom stanja punog reda na skokovitu promjenu referentne veličine $\omega_R(t) = S(t)$ i udarno opterećenje $m_2(t) = S(t-1.5)$ za različite odnose inercija r.

(a) odzivi brzine vrtnje motora; (b) odzivi brzine vrtnje tereta;

(c) odzivi upravljačke veličine $m_{1R}(t)$; (d) odzivi prijenosnog momenta m(t).

Usporedba i komentar utjecaja parametra r na vladanje sustava upravljanja

Odzivi na slici 3. pokazuju da regulator stanja punog reda ima dobra svojstva u smislu brzih odziva i dobrih kompenzacija poremećaja. Za iznos omjera inercija r manji od 1 pojavljuju se relativno veliki propadi brzina vrtnje motora i tereta kod udarnog opterećenja (slike 3.(a) i 3.(b)) no vladanje s obzirom na referentnu veličinu je dosta dobro (nema forsiranja referentne veličine momenta motora m_{1R}).

Povećanjem parametra r opada propad brzine vrtnje uslijed udarnog opterećenja, ali to se plaća izraženim forsiranjem referentne veličine momenta m_{1R} (slika 3.(c)) i povećanjem vršne vrijednosti prijenosnog momenta m, tj. kuta uvijanja prijenosnog mehanizma $\Delta \alpha$ (slika 3.(d)). Odziv brzine motora s obzirom na referentnu veličinu se malo pogorša s porastom parametra r (sporiji je i za r=5 dobiva izobličenja), dok je odziv brzine tereta s obzirom na referentnu veličinu skoro pa identičan u sva tri slučaja.

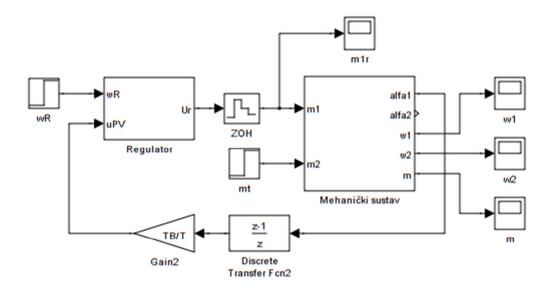
Parametar r ne utječe na dinamiku brzine vrtnje tereta ω_2 s obzirom na referencu, jer je regulator stanja izveden korištenjem prijenosne funkcije $G_{cl} = \frac{\omega_2}{\omega_R}$, čiji koeficijenti ovise o parametru r, pa su za različite r-ove dobiveni parametri regulatora koji uzimaju u obzir promijenjeni r. S druge strane, kod tih proračuna nije uzimana u obzir prijenosna funkcija $G = \frac{\omega_1}{\omega_R}$, pa zato odzivi brzine vrtnje motora na referencu imaju drugačiju dinamiku ovisno o parametru r.

Ako je moment inercije na strani tereta veći (veći r), jasno je da će propadi brzine vrtnje tereta biti manji, jer je sustav tromiji i teže ga je sa skokovitim opterećenjem izbaciti iz stanja ravnoteže. S druge strane, što je sustav sa strane tereta tromiji, to je potreban veći prijenosni moment za održavanje iste dinamike u odzivu brzine vrtnje za različite r-ove.

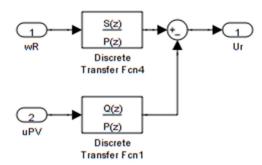
Polinomski regulator

Simulacijski model

Na slici 4. prikazan je simulacijski model regulacijskog kruga brzine s polinomskim regulatorom uz povratnu vezu po brzini motora. Na slici 5. pobliže je prikazana struktura polinomskog regulatora. Parametri regulatora su polinomi S(z), P(z) i Q(z).



Slika 4. Simulacijski model regulacijskog kruga brzine vrtnje motora s polinomskim regulatorom uz povratnu vezu po brzini motora



Slika 5. Struktura polinomskog regulatora.

Programska rutina proračuna parametara regulatora u MATLABu

U nastavku je dana Matlab skripta za proračun parametara regulatora.

Matlab kod 3: Skripta regulator_poly.m

```
clear
clc
% zadani parametri
TM1zad = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]';
TM2zad = [0.02 \ 0.1 \ 0.5]';
dzad = [0.05 \ 0.05 \ 0.05]';
czad = [15 45 75]';
rzad = [0.2 1 5]';
TB = 1;
D2 = 0.5;
D3 = 0.5;
D4 = 0.5;
db = input(sprintf('\nObserver: 0 => dead-beat; 1 => one pole != 0: '));
if isempty(db), db = 0; end
% parametri simulacije
twR = 0;
wR = 1;
tm2R = 1.5;
m2R = 1;
tsim = 3;
for i=1:3
TM1 = TM1zad(i);
TM2 = TM2zad(i);
d = dzad(i);
   = czad(i);
r = rzad(i);
[TMsigma omega0 zeta omega1 omega2 zeta1 zeta2] = parametri(TM1, TM2, d, c, TB);
T = 1/\text{omega0};
Te = 2*sqrt(2)*T;
Teo = 2/3*Te;
% Proračun polinoma A(z) i B(z)
s = tf('s');
z = tf('z',T);
Galfaw = 1/(TB*s);
G11 = (omega2^{(-2)}*s^2+2*zeta2*omega2^{(-1)}*s+1)/...
      (TMsigma*s*(omega0^(-2)*s^2+2*zeta*omega0^(-1)*s+1));
Gmw = TB/T*(z-1)/z;
Gpz = Gmw*c2d(G11*Galfaw,T);
Gpz = minreal(Gpz);
[B A] = tfdata(Gpz,'v');
% Proračun polinoma AM(z)
syms s z
si = roots([D4*D3^2*D2^3*Te^4, D3*D2^2*Te^3, D2*Te^2, Te, 1]);
zi = exp(T*si);
tmp = 1;
for j=1:max(size(zi))
    tmp = tmp*(z-zi(j));
AM = sym2poly(vpa(collect(tmp)));
```

```
% Proračun observerskog polinoma A(z)
if ~db,
   Ao = [1 \ 0 \ 0 \ 0];
else
   tmp1 = z^3*(z-exp(-T/Teo));
       = sym2poly(vpa(collect(tmp1)));
end
% Proračun polinoma S(z)
S = polyval(AM,1)/polyval(B,1)*Ao;
% Generiranje Sylvesterove matrice, Sab (Sab*X=Y)
Sab = genSylvesterMatrix(A, B);
% Rjeešavanje Diophantove jednadžbe
Ac = conv(Ao, AM);
Y = (Ac(2:end)'-[A(2:4) A(5)-1 -A(2:5)]');
X = Sab \setminus Y;
Pi = X(1:3);
P4 = -(1+sum(Pi));
% Polinomi P(z) i Q(z)
P = [1 Pi' P4];
Q = X(4:end)';
disp(['P = ' mat2str(round((P/0.01))*0.01)])
disp(['Q = ' mat2str(round((Q/0.01))*0.01)])
disp(['S = ' mat2str(round((S/0.01))*0.01)])
sim('modelPolinom2');
end
```

Gornja skripta koristi funkciju genSylvesterMatrix(A, B) čiji je kod dan u nastavku.

Matlab kod 4: Funkcija genSylvesterMatrix.m

```
function S = genSylvesterMatrix(A, B)
v1 = [1 A(2:5)]';
v2 = B(2:5)';
tmp1 = zeros(8,3);
for i=1:3, tmp1(i:i+4,i) = v1; end
tmp2 = zeros(8,3);
for i=1:3, tmp2(4:end,i) = -v1; end
tmp3 = zeros(8,5);
for i=1:5, tmp3(i:i+3,i) = v2; end
S = [tmp1+tmp2 tmp3];
end
```

Izračunati parametri regulatora

U tablicama 2. i 3. navedeni su dobiveni parametri polinomskog regulatora, uz observerski polinom $A_o(z) = z^4$ (tablica 2.) i $A_o = z^3(z - e^{-T/Teo})$ (tablica 3.).

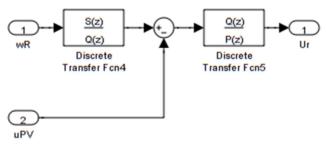
Skupina parametara	S(z)	P(z)	Q(z)	
r = 0, 2	[1 0 0 0 0]	[1 0.37 -1.61 -0.7 0.94]	[1 9.14 -14.83 5.68 0]	
r = 1	[1.62 0 0 0 0]	[1 -0.73 -0.05 0.39 -0.61]	[8.13 -11.14 8.45 -3.82 0]	
r = 5	[4.81 0 0 0 0]	[1 -3.79 2.65 3.42 -3.29]	[28.21 -50.73 48.36 -21.02 0]	

Tablica 2. Parametri regulatora uz dead-beat observerski polinom.

Tablica 3. Parametri regulatora uz observerski polinom s jednim polom izvan ishodišta $\left(T_{eo} = \frac{2}{3}T_{e}\right)$.

Skupina parametara	S(z)	P(z)	Q(z)
r = 0, 2	[1 -0.59 0 0 0]	[1 -0.83 -1.11 0.29 0.65]	[4.7 -2.65 -5.56 3.91 0]
r = 1	[1.62 -0.95 0 0 0]	[1 -0.95 -0.18 0.42 -0.29]	[5.8 -8.8 5.49 -1.83 0]
r = 5	[4.81 -2.83 0 0 0]	[1 -2.43 1.3 1.89 -1.76]	[15.59 -28.6 26.23 -11.24 0]

Vladanje optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje s polinomskim regulatorom ispituje se simulacijom na računalu. Ispitni signali su skokovita promjena referentne veličine ω_R i skokovita promjena poremećajne veličine – momenta tereta m_2 (udarno opterećenje). Ispitivanje se provodi za različite iznose parametra $r = T_{M2}/T_{M1}$. Treba napomenuti da je za slučaj r = 5 simulacija u Simulink-u bila izrazito nepovoljna (nestabilan odziv). Uzrok tome su najvjerojatnije greške kod numeričke integracije Simulinkovog solvera. Otkriveno je da se numerička nestabilnost simulacije za taj slučaj može ukloniti ako se blokovi regulatora malo preslože (po pravilima blokovske algebre). Tako je dobivena struktura regulatora na slici 6.



Slika 6. Struktura polinomskog regulatora ekvivalentna onoj sa slike 5.

Novoselnik – 1.D AUT Izvještaj - vj. br. 33

Može se pokazati da su strukture sa slike 5. i slike 6. ekvivalentne. Za strukturu sa slike 5 imamo:

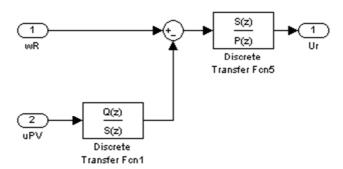
$$U_r = \omega_R \cdot \frac{S}{P} - u_{PV} \cdot \frac{Q}{P}. \tag{1}$$

Za strukturu sa slike 6:

$$U_r = \left(\omega_R \cdot \frac{S}{Q} - u_{PV}\right) \cdot \frac{Q}{P} = \omega_R \cdot \frac{S}{P} - u_{PV} \cdot \frac{Q}{P}. \tag{2}$$

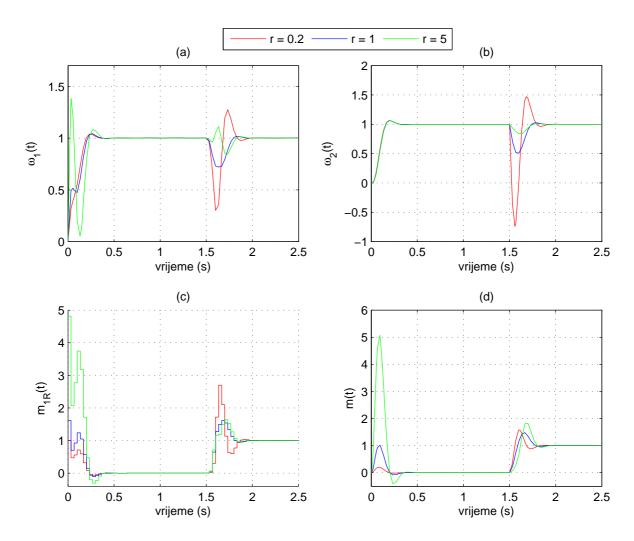
U oba slučaja je izlaz iz regulatora istog oblika pa je time dokazano da su strukture ekvivalentne.

Negativna posljedica ove konfiguracije blokova u regulatoru je numerička nestabilnost pri simulaciji za slučaj r=0.2. Zato je isprobana i konfiguracija regulatora sa slike 7. Opet je trivijalno za pokazati da je i ova konfiguracija ekvivalentna prijašnjima. Zanimljivo je da je s takvom konfiguracijom postignuta numerička stabilnost simulacije za sve slučajeve parametra r pa je pri simulacijama korištena upravo ta konfiguracija.



Slika 7. Konačna konfiguracija polinomskog regulatora koja je korištena u simulacijama.

Odzivi brzine vrtnje motora ω_1 i tereta ω_2 , upravljačke veličine m_{1R} i prijenosnog momenta m regulacijskog kruga brzine vrtnje na skokovitu promjenu referentne brzine vrtnje te na skokovitu promjenu momenta tereta (uz *dead-beat* observer)



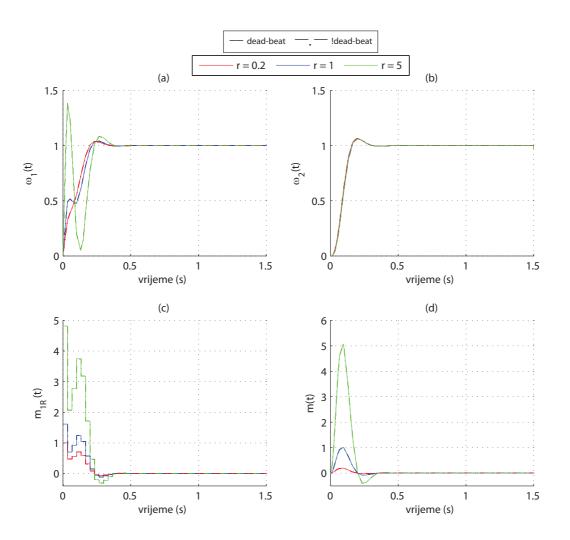
Slika 8. Usporedni odzivi optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje s polinomskim regulatorom na skokovitu promjenu referentne veličine $\omega_R(t) = S(t)$ i udarno opterećenje $m_2(t) = S(t-1.5)$ za različite odnose inercija r.

(a) odzivi brzine vrtnje motora; (b) odzivi brzine vrtnje tereta;

(c) odzivi upravljačke veličine $m_{1R}(t)$; (d) odzivi prijenosnog momenta m(t).

Ispitivanje utjecaja izmještanja jednog pola observerskog polinoma

Na slikama 9. i 10. prikazani su odzivi na skokovitu promjenu reference (slika 9.) i skokovitu promjenu opterećenja (slika 10.) s *dead-beat* observerom (puna crta) i s observerom koji ima jedan pol izvan izhodišta (crta-točka). Vidi se da izmještanje jednog pola observerskog polinoma ima utjecaj samo na dinamiku sustava uslijed kompenzacije poremećaja (dinamika kod promjene reference je ista u oba slučaja).



Slika 9. Utjecaj izmještanja pola observera na dinamiku uslijed skokovite promjene reference.

U prijenosnoj funkciji zatvorenog regulacijskog kruga brzine vrtnje motora s obzirom na referentnu veličinu, koja glasi:

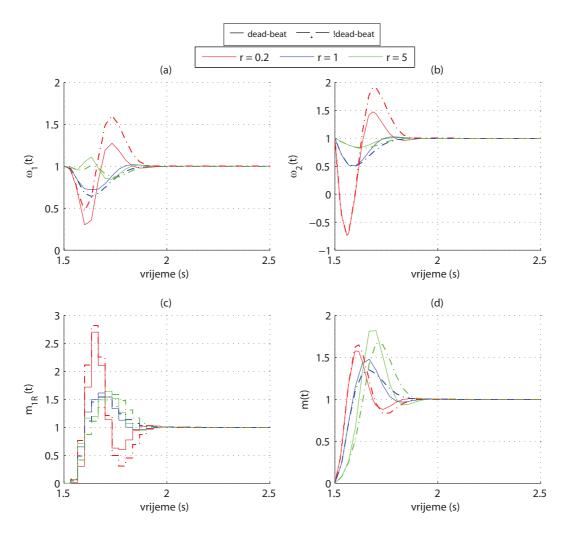
$$G_{z\omega}(z) = \frac{\omega_1(z)}{\omega_R(z)} = \frac{B(z)S(z)}{A(z)P(z) + B(z)Q(z)} = \frac{A_o(z)B_m(z)}{A_o(z)A_m(z)},$$
(3)

krati se observerski polinom $A_o(z)$ pa zbog toga izbor samog observerskog polinoma ne utječe na vladanje regulacijskog kruga s obzirom na referentnu veličinu (što se i vidi na slici 9.). S druge strane, izbor observerskog polinoma utječe na vladanje regulacijskog kruga s obzirom na moment tereta. Oblik observera koji se najčešće koristi je (za slučaj sustava 4. reda):

$$A_o(z) = z^3 (z - e^{-\frac{T}{T_{eo}}})$$
 (4)

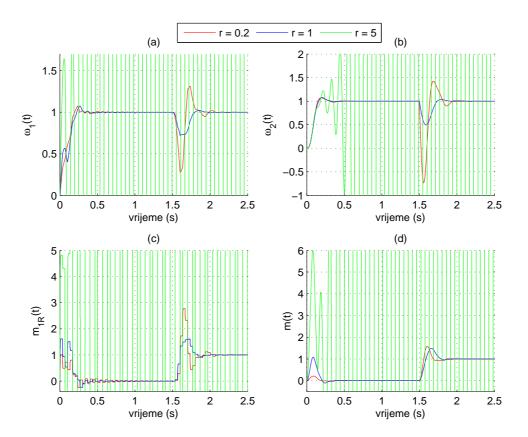
gdje je T vrijeme uzorkovanja, a T_{eo} vremenska konstanta observera. Prednost izbora observerskog polinoma s jednim polom van ishodišta z-ravnine ($T_{eo} \neq 0$) u odnosu na *deadbeat* observerski polinom ($T_{eo} = 0$) je bolje filtriranje mjernog šuma. Kako vremenska

konstanta observera T_{eo} raste kompenzacija utjecaja momenta tereta postaje manje efikasna. To se jasno vidi na slici 10. Uz izabranu konstantu $T_{eo} = \frac{2}{3}T_e$ (što se preporuča za male odnose inercija i "meku vezu"), odzivi brzina motora i tereta s obzirom na udarno opterećenje momenta (slike 10.(a) i 10.(b)) pokazuju sporiju kompenzaciju poremećaja i veća nadvišenja, tj. propade brzina (najbolje vidljivo za slučaj kada je r = 0.2) uz nešto veće udarce na moment motora (slika 10.(c)).

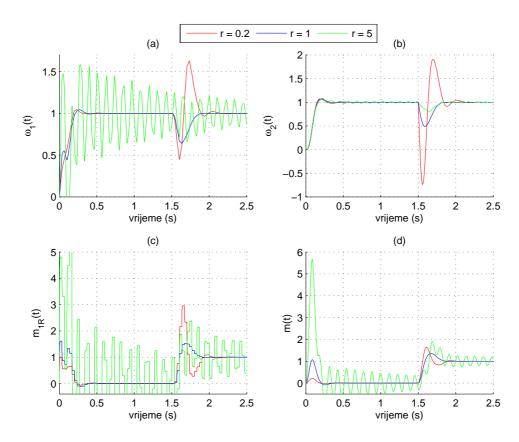


Slika 10. Utjecaj izmještanja pola observera na dinamiku uslijed skokovite promjene opterećenja.

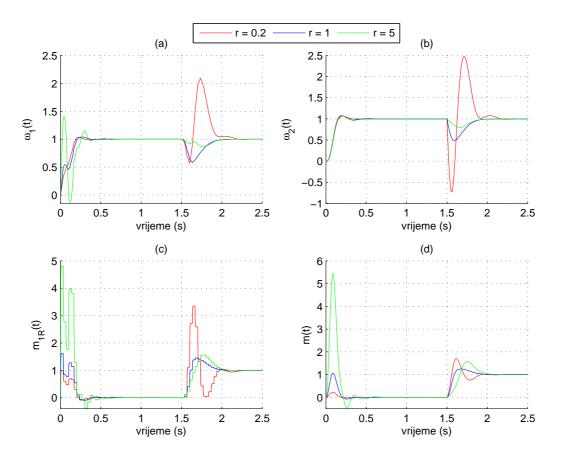
Utjecaj observera na robusnost sustava s obzirom na pogrešku modeliranja regulacijskog kruga struje ilustriran je na slikama 11. i 12. Naime, kod proračuna parametara polinomskog regulatora u potpunosti je zanemarena dinamika regulacijskog kruga struje i svi dosad prikazani odzivi simulirani su uz pretpostavku da je ta dinamika zanemariva. Ako sada pretpostavimo da je regulacijski krug struje moguće aproksimirati jednim PT1 članom uz vremensku konstantu $T_{ei} = 2 \, ms$, možemo simulacijom provjeriti kakva je robusnost projektiranog sustava na pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje. Na slici 11. prikazani su odzivi uz dead-beat observer. Vidimo da je sustav postao nestabilan za r = 5. Na slici 12. prikazani su odzivi uz observer s jednim polom izvan ishodišta. Jasno se vidi da je robusnost sustava povećana izmicanjem jednog pola observera iz ishodišta, no značajne oscilacije su i dalje pristutne.



Slika 11. Odzivi uz dead-beat observer i uključen model regulacijskog kruga struje u simulacijskoj shemi.



Slika 12. Odzivi uz observer s jednim polom izvan ishodišta i uključen model regulacijskog kruga struje u simulacijskoj shemi.



Slika 13. Odzivi uz observer s dva pola izvan ishodišta i s uključenim modelom regulacijskog kruga struje u simulacijskoj shemi.

Izmicanjem još jednog pola observera izvan ishodišta oscilacije su uklonjene gotovo u potpunosti (slika 13.), no kao što se vidi, kompenzacija poremećaja je postala puno lošija u odnosu na slučaj s dead-beat observerom.

Usporedba i komentar utjecaja parametra *r* na vladanje sustava upravljanja

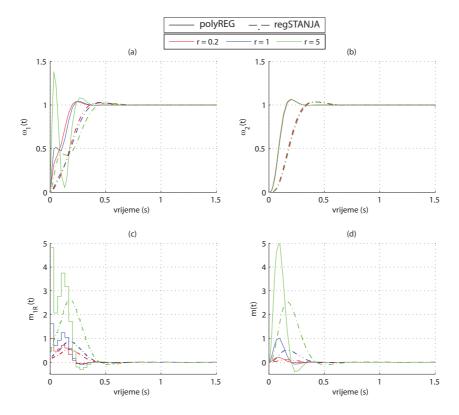
Slično kao i kod regulatora stanja punog reda, povećanjem parametra r povećava se efikasnost kompenzacije poremećaja (manji propadi brzine tereta, slika 8.(b)), ali je i forsiranje upravljačke veličine m_{1R} jače (pogotovo pri skokovitoj promjeni referentne veličine, slika 8.(c)) te vrijednost prijenosnog momenta poprima veće vrijednosti (slika 8.(d)). Odziv brzine motora postaje sporiji uz porast parametra r uz izražene oscilacije za r=5. Kod simulacija se pokazalo da je za neke konfiguracije regulatora prisutna određena numerička nestabilnost za pojedine vrijednosti parametra r. Također, možemo zaključiti da je robusnost sustava na pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje manja za veći parametar r.

Zaključak

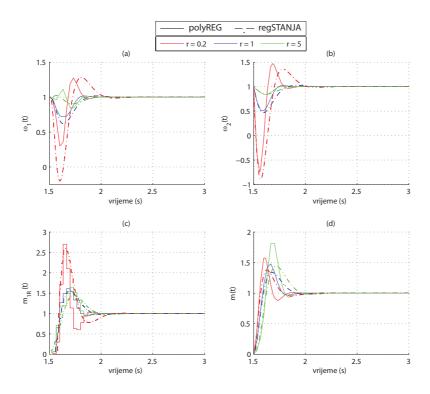
Polinomski regulator može se promatrati kao regulator stanja punog reda s implicitno sadržanim estimatorom stanja (observerom). Zato ne iznenađuje postizanje visoke kvalitete vladanja optimiranog regulacijskog sustava brzine vrtnje s polinomskim regulatorom, slično kao što je bio slučaj s regulatorom stanja punog reda, uz jednu veliku prednost nad regulatorom stanja punog reda – koristi se samo jedan povratni signal, a to je brzina vrtnje motora ili tereta. Projektiranjem polinomskog regulatora također je moguće utjecati na robusnost optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje s obzirom na pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje. Kako bi ilustrativnije usporedili regulator stanja punog reda i polinomski regulator, na slikama 14. i 15. prikazani su usporedni odzivi regulacijskih krugova brzine vrtnje s ta dva regulatora.

Na slici 14. prikazano je vladanje s obzirom referentnu veličinu. Vidljivo je da je dinamika regulacijskog kruga s polinomskim regulatorom, čak i uz veće vrijeme uzorkovanja, brža (slike 14.(a) i 14.(b)), no u odzivu brzine vrtnje motora javljaju se veća izobličenja signala za slučaj polinomskog regulatora nego za slučaj regulatora stanja (slika 14.(a)). Brža dinamika plaća se većim forsiranjem referente veličine momenta m_{1R} i postizanjem većih vrijednosti prijenosnog momenta.

Na slici 15. prikazano je vladanje s obzirom na poremećajnu veličinu. Iz odziva je jasno da polinomski regulator osigurava efikasniju kompenzaciju poremećaja – brže i uz manje propade brzina (slika 15.(a) i slika 15.(b)). Maksimalne vrijednosti upravljačke veličine m_{1R} su podjednake u oba slučaja (slika 15.(c)), dok regulator stanja osigurava ipak nešto manje maksimalne vrijednosti prijenosnog momenta m (najbolje vidljivo za r=5, slika 15.(d)).



Slika 14. Usporedba odziva regulacijskih krugova brzine vrtnje na skokovitu promjenu reference s regulatorom stanja punog reda i polinomskim regulatorom.



Slika 15. Usporedba odziva regulacijskih krugova brzine vrtnje na skokovitu promjenu tereta s regulatorom stanja punog reda i polinomskim regulatorom.