



8. laboratorijska vježba - TE

Estimacija položaja satelita u planarnoj orbiti oko Zemlje

Ime i prezime:

JMBAG:

Uvodne napomene

- **Svrha vježbe**

Implementacija Kalmanova filtra za estimaciju stanja dinamičkog stohastičkog nelinearnog sustava.

- **Priprema**

Ova se vježba radi u Matlabu. Primjenjuju se različiti oblici Kalmanova filtra za praćenje položaja satelita u planarnoj orbiti oko Zemlje. Uz vježbu dobivate m-funkciju modela sustava koju je potrebno upotpuniti traženim izvedbama Kalmanova filtra. Proučite poglavlja predavanja o svojstvima i izvedbama Kalmanova filtra.

- **Grafovi i jednadžbe**

Odzive snimate kao slike te ih priložite u izvještaj u naznačena polja. Jednadžbe napišite u alatu po svojem izboru te ih priložite u izvještaj također kao slike u naznačena polja. (Za Adobe Reader: Tools->Comment & Markup->Attach a File as a Comment).

- **Korisne Matlab funkcije:**

help, diag, trace, expm, cond, chol, std, mean

Rad na vježbi



Zadatak 1: Estimacija položaja satelita u planarnoj orbiti oko Zemlje

Planarni model satelita koji se giba u Zemljinoj orbiti dan je sljedećim sustavom nelinearnih stohastičkih diferencijalnih jednadžbi:

$$\ddot{r} = r\dot{\theta}^2 - \frac{GM}{r^2} + w \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-2\dot{\theta}\dot{r}}{r}, \quad (2)$$

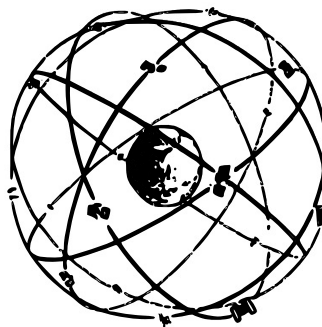


Figure 1: Sustav satelita

gdje je r udaljenost satelita od središta Zemlje, θ kutna pozicija satelita na njegovoj orbiti, $G = 6.6742 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}/\text{s}^2$ univerzalna gravitacijska konstanta, $M = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ masa Zemlje te $w \sim (0, 10^{-6})$ kontinuirani Gaussov bijeli šum koji je posljedica poremećaja na satelit uslijed međudjelovanja drugih objekata u orbiti, atmosferskog otpora, propuštanja materijala u niskotlačnoj atmosferi itd. Pretpostavite da mjerenja radijusa satelita r i njegova otklona θ dolaze svake minute. Pogreške mjerenja modeliraju se kao diskretni Gaussov bijeli šum nultog očekivanja i standardne devijacije 100 m i 0.1 rad.

- a) Napišite model sustava u prostoru stanja uz varijable stanja $x_1 = r$, $x_2 = \dot{r}$, $x_3 = \theta$, $x_4 = \dot{\theta}$.

Model sustava u prostoru stanja



- b) Kolika mora biti nazivna kutna brzina satelita $\omega_0 = \dot{\theta}$ da bi orbita satelita imala konstantan radijus uz $w = 0$?

- c) Linearizirajte dobiveni model u točki $r = r_0$, $\dot{r} = 0$, $\theta = \omega_0 T$, $\dot{\theta} = \omega_0$. Napišite matrice A , B , L , C , M .

Linearizirane matrice sustava



- d) Diskretizirajte u nazivnoj točki dobiveni linearizirani model sustava egzaktnom metodom i aproksimacijom uz pretpostavku dovoljno malog vremena uzorkovanja uz vrijeme diskretizacije $T = 60$ s. Rezultat aproksimativne metode prikazati u analitičkom obliku. Napišite matrice Φ , Γ , L , H , M .

Diskretizirani model sustava



U nastavku vježbe odaberite jednu od metoda diskretizacije. U zaključku obrazložite odabir!

- e) Projektirajte diskretni linearizirani Kalmanov filter (D-LKF)¹ za estimaciju danog sustava. Implementirajte filter u dobivenoj m-funkciji `Satelit.m` te u prostor ispod izdvojite jednadžbe unaprijedne i naknadne estimacije tog filtra.

Jednadžbe unaprijedne
estimacije



Jednadžbe naknadne
estimacije



- f) Simulirajte vladanje D-LKF-a kroz 3 sata. Inicijalizirajte sustav s $x(0) = [r_0; 0; 0; 1.1\omega_0]$, $\hat{x}(0) = x(0)$ i $P(0) = \text{diag}([0, 0, 0, 0])$. Kako ste inicijalizirali matrice kovarijanci procesnog i mjernog šuma, Q i R , diskretnog filtra?

Q	R

- g) Iscrtaajte pogrešku estimacije radijusa satelita.



Pogreška estimacije radijusa
satelita





Koji je razlog relativno lošeg vladanja D-LKF-a? Kako možete popraviti vladanje D-LKF-a?

¹D-LKF radi na istom principu kao i kontinuirani linearizirani Kalmanov filter, samo što koristi jednadžbe diskretnog Kalmanovog filtra (vidjeti poglavlje 10.3 predavanja)



- h) Simulirajte sustav s predloženim izmjenama te iscrtajte pogrešku estimacije radijusa satelita i vremensku ovisnost traga matrice kovarijanci pogreške naknadne estimacije.

Pogreška estimacije radijusa satelita (s izmjenama) 	Trag matrice kovarijanci pogreške naknadne estimacije 
---	---

- i) Ponovite e) i f), ali s diskretnim proširenim Kalmanovim filtrom (D-EKF). Inicijalizirajte Q i R jednako kao kod D-LKF-a prije izmjena. Za unaprijednu estimaciju stanja koristite diskretni nelinearni model korišten za simulaciju sustava u skripti `Satelit.m` dobiven pravokutnom integracijom. Napišite jednadžbe unaprijedne i naknadne estimacije D-EKF-a.


Jednadžbe unaprijedne estimacije 	Jednadžbe naknadne estimacije 
--	---

Iscrtajte pogrešku estimacije radijusa satelita i trag matrice kovarijanci pogreške naknadne estimacije.

Pogreška estimacije radijusa satelita 	Trag matrice kovarijanci pogreške naknadne estimacije 
---	---

- j) Za model mjerenja pod i) projektirajte diskretni iterativni prošireni Kalmanov filter (D-IEKF). Simulacijom pronađite dovoljan broj iteracija filtra N_{iter} , te usporedite na istoj slici pogrešku estimacije radijusa D-IEKF-a i D-EKF-a ($N_{\text{iter}} = 0$).

$N_{\text{iter}} =$

Usporedba pogreške estimacije radijusa satelita 

Zaključak

Vaš zaključak nakon vježbe koji daje sažet prikaz i komentar dobivenih rezultata.