

## Četvrta domaća zadaća iz Linearne algebre

7. lipnja 2018.

**Rok: 14. lipnja 2018.**

1. (3b) Zadana je matrica  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2a+3 & 0 & 0 \\ 0 & a & 5 \\ 0 & -5 & a \end{bmatrix}$ . Izračunajte  $e^{\mathbf{A}t}$  za bilo koji  $t \in \mathbb{R}$ . Odredite sve  $a \in \mathbb{R}$  za koje je matrica  $\mathbf{A}$  stabilna.
2. (4b) Zadana je matrica  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ .
  - (a) Crtanjem Geršgorinovih krugova ispitajte regularnost matrice  $\mathbf{A}$ .
  - (b) Rabeći Geršgorinov teorem, uvjerite se da je spektralni radius matrice strogo pozitivan, i odredite neku njegovu donju među.
  - (c) Odredite neku gornju među spektralnog radiusa matrice  $\mathbf{A}^{-1}$ .
  - (d) Ispitajte konvergenciju reda  $\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{A}^{-k}$ .
3. (3b) Ispitajte konvergenciju Jacobijeve iterativne metode za rješavanje sustava  $\mathbf{A}x = b$ , gdje je  $\mathbf{A}$  matrica iz prethodnog zadatka, a  $b$  bilo koji vektor stupac iz  $\mathbb{R}^3$ . Izračunajte iteraciju  $x^{(2)}$  Jacobijeve metode, ako je početna iteracija  $x^{(0)} = 0 \in \mathbb{R}^3$ .