Započeto	utorak, 7. prosinca 2021., 18:16
Stanje	Završeno
Završeno	utorak, 7. prosinca 2021., 20:30
Proteklo vrijeme	2 sat(a) 13 min
Ocjena	**12,00** od maksimalno 13,00 (**92**%)

Pitanje **1**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredi jednadžbu ravnine π koja prolazi točkama $S(2,1,0), T(-1,0,2)$, a paralelna je s osi Oy.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $2x+4z-3=0$
- b. $3x+2z-4=0$
- c. $2x+3z-4=0$ ✔

Vaš odgovor je točan.

$\pi \parallel Oy \implies \mathbf{n}_\pi \perp \mathbf{j} \implies \pi \ldots Ax + Cz + D = 0$

$S \in \pi \ldots 2A + D = 0 \wedge T \in \pi \ldots -A + 2C + D = 0 \implies D = -2A \wedge C = \frac{3}{2}A$

$\implies \pi \ldots 2x + 3z - 4 = 0$

Ispravan odgovor je: $2x+3z-4=0$

Pitanje **2**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredi jednadžbu pravca koji prolazi točkom $T(3,2,1)$, a paralelan je s ravninama $\pi_1 \ldots x+y-z+2=0$ i $\pi_2 \ldots -x+2y+z-5=0$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$
- b. $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{0}=\frac{z+1}{1}$
- c. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-1}{1}$ ✔
- d. $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{1}$

Vaš odgovor je točan.

$$p \parallel \pi_1 \wedge p \parallel \pi_2 \implies \mathbf{c}_p = \mathbf{n}_{\pi_1} \times \mathbf{n}_{\pi_2} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3(\mathbf{i}+\mathbf{k})$$

$$\implies p \ldots \frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-1}{1}$$

Ispravan odgovor je: $\frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-1}{1}$

Pitanje **3**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredi točku na osi Oz koordinatnog sustava koja leži u ravnini π koja prolazi točkama $A(1,0,-1)$, $B(2,1,1)$, $C(0,3,2)$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $T(0,0,\frac{7}{4})$
- b. $T(0,0,\frac{4}{7})$
- c. $T(0,0,-\frac{4}{7})$
- d. $T(0,0,-\frac{7}{4})$ ✔

Vaš odgovor je točan.

$$\mathbf{n}_\pi = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -3\mathbf{i}-5\mathbf{j}+4\mathbf{k} \implies \pi \ldots -3x-5y+4z+7=0$$

$$T(0,0,z_T) \implies z_T = -\frac{7}{4} \implies T(0,0,-\frac{7}{4})$$

Ispravan odgovor je: $T(0,0,-\frac{7}{4})$

Pitanje **4**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredi jednadžbu ravnine koja je paralelna s pravcem
$\frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{2}$
i odsjeca na pozitivnim dijelovima koordinatnih osi Ox i Oy segmente duljine 1 i 2, respektivno.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $2x + y - z = 2$
- b. $2x + y + z = 2$
- c. $4x + 2y + z = 4$ ✔
- d. $4x + 2y - z = 4$

Vaš odgovor je točan.

$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{l} = 1 \implies 2lx + ly + 2z = 2l$

$\mathbf{n}_\pi = (2l, l, 2) \perp (1, -3, 2) \implies 2l - 3l + 4 = 0 \implies l = 4$

$\implies \pi \ldots 4x + 2y + z = 4$

Ispravan odgovor je: $4x + 2y + z = 4$

Pitanje **5**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredi sve točke na pravcu zadanom s
$\begin{cases} 5x + 3y - 1 = 0, \\ 2x + 3z + 5 = 0, \end{cases}$
koje su jednako udaljene od ravnina $3x + 3y - 2 = 0$ i $4x + y + z + 4 = 0$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $M_1(-1, 2, -1)$ i $M_2(2, -3, -3)$
- b. $M_1(2, -3, -3)$ i $M_2(5, -8, -5)$
- c. $M_1(-1, 2, -1)$ i $M_2(5, -8, -5)$ ✔

Vaš odgovor je točan.

$$\begin{cases} 5x + 3y - 1 = 0, \\ 2x + 3z + 5 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = t, \\ y = -\frac{5}{3}t + \frac{1}{3}, \\ z = -\frac{2}{3}t - \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\frac{\left|3t+3\left(-\frac{5}{3}t+\frac{1}{3}\right)-2\right|}{\sqrt{9+9}} = \frac{\left|4t-\frac{5}{3}t+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}t-\frac{5}{3}+4\right|}{\sqrt{16+1+1}} \implies 2t + 1 = \pm\left(\frac{5}{3}t + \frac{8}{3}\right)$$

$t_1 = -1 \implies M_1(-1, 2, -1) \wedge t_2 = 5 \implies M_2(5, -8, -5)$

Ispravan odgovor je: $M_1(-1, 2, -1)$ i $M_2(5, -8, -5)$

Pitanje **6**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Nađi jednadžbe ravnina na kojima leže sve točke jednako udaljene od ravnina $x + 2y + 2z = 2$ i $4x - 4y + 7z = 1$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\pi_1 \ldots x - 10y + z + 5 = 0 \wedge \pi_2 \ldots 7x + 2y + 13z - 7 = 0$ ✔
- b. $\pi \ldots x - 10y + z + 5 = 0$
- c. $\pi \ldots 7x + 2y + 13z - 7 = 0$

Vaš odgovor je točan.

$\frac{1}{3}|x + 2y + 2z - 2| = \frac{1}{9}|4x - 4y + 7z - 1|$

$\iff 3x + 6y + 6z - 6 = \pm(4x - 4y + 7z - 1)$

$\pi_1 \ldots x - 10y + z + 5 = 0 \wedge \pi_2 \ldots 7x + 2y + 13z - 7 = 0$

Ispravan odgovor je: $\pi_1 \ldots x - 10y + z + 5 = 0 \wedge \pi_2 \ldots 7x + 2y + 13z - 7 = 0$

Pitanje **7**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredi presjek pravca
$p \ldots \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$
i ravnine $\pi \ldots 2x - y + 2z + 2 = 0$. U kojem su međusobnom položaju pravac p i ravnina π?

Odaberite jedan odgovor:

- a. Pravac je cijeli sadržan u ravnini. Pravac i ravnina su međusobno paralelni.
- b. Nema presjeka. Pravac i ravnina su međusobno paralelni.
- c. $(1, 2, -1)$ je točka presjeka. Pravac i ravnina su međusobno okomiti

Vaš odgovor je točan.

$$p \ldots \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2} \implies \begin{cases} x = 3t+1, \\ y = 2t-1, \\ z = -2t+2 \end{cases}$$

$$2(3t+1) - (2t-1) + 2(-2t+2) + 2 = 0 \implies 9 = 0$$

$\implies$ Nema presjeka. Pravac i ravnina su međusobno paralelni.

Ispravan odgovor je: Nema presjeka. Pravac i ravnina su međusobno paralelni.

Pitanje **8**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Izračunaj kut kojeg zatvaraju pravac
$p \ldots \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-8}{1}$
i ravnina $\pi \ldots 2x - 2y + 3 = 0$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\psi = \frac{\pi}{6}$
- b. $\psi = \frac{\pi}{4}$
- c. $\psi = \frac{\pi}{3}$

Vaš odgovor je točan.

$\mathbf{c} = (1, 0, 1), \mathbf{n}_\pi = (2, -2, 0)$

$$\sin\psi = \frac{|\mathbf{c} \cdot \mathbf{n}_\pi|}{|\mathbf{c}||\mathbf{n}_\pi|} = \frac{2}{\sqrt{2}\sqrt{8}} = \frac{1}{2} \implies \psi = \frac{\pi}{6}$$

Ispravan odgovor je: $\psi = \frac{\pi}{6}$

Pitanje **9**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Za koju vrijednost parametra $\lambda \in \mathbf{R}$ je pravac
$p \ldots \frac{x-1}{\lambda} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-2}$
paralelan s ravninom određenom točkama $A(2,6,0)$, $B(1,2,-1)$, $C(0,2,0)$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\lambda = 3$
- b. $\lambda = -3$
- c. $\lambda = 4$
- d. $\lambda = -4$

Vaš odgovor je točan.

$$\mathbf{n}_\pi = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CB} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$$

$$\mathbf{n}_\pi \cdot \mathbf{c}_p = 0 \implies -4\lambda + 4 + 8 = 0 \implies \lambda = 3$$

Ispravan odgovor je: $\lambda = 3$

Pitanje **10**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Zadane su točke $A(1,0,0)$, $B(1,1,0)$, $C(0,1,2)$ i $D(3,3,3)$. Nađi jednadžbu ravnine u kojoj leži trokut ABC, te zatim izračunaj duljinu visine iz vrha D piramide $ABCD$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\frac{7\sqrt{5}}{5}$
- b. $\frac{15\sqrt{5}}{5}$
- c. $\frac{11\sqrt{5}}{5}$

Vaš odgovor je točan.

$$\overrightarrow{AB} = (0,1,0), \overrightarrow{BC} = (-1,0,2), \mathbf{n}_\pi = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -2\mathbf{i} + \mathbf{k}$$

$$\pi \ldots 2x + z + D = 0, A \in \pi \implies D = -2 \implies \pi \ldots 2x + z - 2 = 0$$

$$d(D,\pi) = \frac{6+3-2}{\sqrt{4+1}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$$

Ispravan odgovor je: $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

Pitanje **11**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Nađi točku simetričnu točki $A(2,-1,-1)$ s obzirom na pravac
$p \ldots \frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $A'(1,1,1)$
- b. $A'(2,2,2)$
- c. $A'(3,3,3)$

Vaš odgovor je točan.

Neka je π ravnina okomita na pravac p i u kojoj leži točka A.

$$\pi \perp p \implies \mathbf{n}_\pi = (2,-1,1),\ A \in \pi \implies \pi \ldots 2x - y + z = 4$$

$$T = p \cap \pi \ldots 2(2t-3) - (-t+3) + (t-2) = 4 \implies t = \frac{5}{2} \implies T\left(2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$x_T = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \implies x_{A'} = 2, \ldots y_{A'} = 2, z_{A'} = 2 \implies A'(2,2,2)$$

Ispravan odgovor je: $A'(2,2,2)$

Pitanje **12**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Nađi projekciju pravca

$p \ldots \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$

na ravninu $\pi \ldots 2x + y - z + 1 = 0$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\frac{x-5}{8} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+9}{11}$
- b. $\frac{x-5}{8} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-9}{11}$ ✔
- c. $\frac{x+5}{8} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-9}{11}$

Vaš odgovor je točan.

$$S = \pi \cap p, \; p \ldots \begin{cases} x = t + 1, \\ y = -t + 2, \\ z = 2t + 1 \end{cases}$$

$$2(t+1) + (-t+2) - (2t+1) + 1 = 0 \implies t = 4 \implies S(5, -2, 9)$$

Neka je q pravac okomit na ravninu π koji prolazi točkom T.

$$\left.\begin{array}{r} T(1,2,1) \\ \mathbf{n}_\pi = (2,1,-1) \end{array}\right\} \implies q \ldots \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1} \implies \begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t + 2, \\ z = -t + 1 \end{cases}$$

$$T' = q \cap \pi, \ldots \implies t = -\frac{2}{3} \implies T'\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$ST' \implies p' \ldots \frac{x-5}{8} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-9}{11}$$

Ispravan odgovor je: $\frac{x-5}{8} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-9}{11}$

Pitanje **13**

Netočno

Broj bodova: 0,00 od 1,00

Nađi jednanžbu pravca koji je simetričan pravcu
$p\ldots\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z+3}{5}$
s obzirom na ravninu $\pi\ldots x+y+4z-9=0$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\frac{x-3}{6}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-2}{0}$ ✖
- b. $\frac{x-3}{0}=\frac{y+2}{6}=\frac{z-2}{3}$
- c. $\frac{x-3}{6}=\frac{y+2}{0}=\frac{z-2}{3}$

Vaš odgovor nije točan.

$$\mathbf{n}_\pi=(1,1,4),\ p\ldots\begin{cases}x=2t+1,\\ y=-4t+2,\\ z=5t-3\end{cases}$$

$$M=p\cap\pi,\ldots\implies M(3,-2,2)$$

Odaberimo jednu točku N na pravcu p tako da bude različita od točke M. Recimo za vrijednost parametra $t=0$ dobivamo $N(1,2,-3)$.

Neka je p' pravac okomit na ravninu π i neka prolazi točkom N.

$$\mathbf{n}_\pi\wedge N\implies p'\ldots\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{4}$$

$$N'=p'\cap\pi,\ldots\implies N'(2,3,1)$$

Odaberimo točku S tako da je N' polovište od $\overline{NS}\implies S(3,4,5)$.

Provucimo pravac q kroz točke M i $S\implies q\ldots\frac{x-3}{0}=\frac{y+2}{6}=\frac{z-2}{3}$.

Ispravan odgovor je: $\frac{x-3}{0}=\frac{y+2}{6}=\frac{z-2}{3}$

← Predavanja 6. Pravac i ravnina

Prikaži...

8. auditorne vježbe →