Moja naslovnica / Moji e-kolegiji / linearna / 8. Linearni operatori / 8. domaća zadaća

| | |
|---|---|
| **Započeto** | petak, 7. siječnja 2022., 10:00 |
| **Stanje** | Završeno |
| **Završeno** | petak, 7. siječnja 2022., 10:13 |
| **Proteklo vrijeme** | 13 min 7 s |
| **Ocjena** | **15,00** od maksimalno 15,00 (**100**%) |

Pitanje **1**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Zadan je vektor $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - \mathbf{k}$ , gdje su $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ vektori kanonske baze od $\mathbf{R}^3$. Linearni operator $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ zadan je formulom $T(\mathbf{x}) = \mathbf{a} \times \mathbf{x}$ . Odredite matricu $\mathbf{A}$ operatora $T$ u kanonskoj bazi.

Odaberite jedan odgovor:

a. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ ✔

c. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \\ -4 & -3 & 0 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & -3 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

Vaš odgovor je točan.

$$T(\mathbf{x}) = \mathbf{a} \times \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3 & 4 & -1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \mathbf{i}(x_2 + 4x_3) + \mathbf{j}(-x_1 - 3x_3) + \mathbf{k}(-4x_1 + 3x_2)$$

$$T(x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Ispravan odgovor je: $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

Pitanje **2**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Zadan je linearni operator $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ svojim djelovanjem na kanonskoj bazi $e_1, e_2, e_3 \in \mathbf{R}^3$, gdje su $e_1 = (1,0,0)$, $e_2 = (0,1,0)$, $e_3 = (0,0,1)$. Vrijedi
$T(e_1) = e_2 + e_3, \quad T(e_2) = e_1 + e_3, \quad T(e_3) = e_1 + e_2.$
Odredite matricu $\mathbf{A}$ operatora $T^2$ u kanonskoj bazi.

Odaberite jedan odgovor:

a. $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ✔

Vaš odgovor je točan.

$T^2(e_1) = T(T(e_1)) = T(e_2 + e_3) = T(e_2) + T(e_3) = 2e_1 + e_2 + e_3$
Analogno:
$T^2(e_2) = e_1 + 2e_2 + e_3, \quad T^2(e_3) = e_1 + e_2 + 2e_3$

$$T^2(\mathbf{v}) = \mathbf{A}\mathbf{v} \implies \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ispravan odgovor je: $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Pitanje **3**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Zadan je linearni operator $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ svojim djelovanjem na kanonskoj bazi $e_1, e_2, e_3 \in \mathbf{R}^3$, gdje su $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$. Vrijedi

$T(e_1) = e_2 + e_3, \quad T(e_2) = e_1 + e_3, \quad T(e_3) = e_1 + e_2.$

Odredite jezgru operatora $T$.

Odaberite jedan odgovor:

a. $Ker(T) = \mathbf{R}^3$

b. $Ker(T) = L\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$

c. $Ker(T) = \left\{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$ ✔

Vaš odgovor je točan.

Odredimo sve vektore $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3$ za koje je $T(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$.

$$T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Longrightarrow \quad \text{regularna matrica}$$

$$\Longrightarrow T \text{ je regularan operator } \Longrightarrow Ker(T) = \left\{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$$

Ispravan odgovor je: $Ker(T) = \left\{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$

Pitanje **4**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Zadan je linearni operator $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ svojim djelovanjem na kanonskoj bazi $e_1, e_2, e_3 \in \mathbf{R}^3$, gdje su $e_1 = (1,0,0)$, $e_2 = (0,1,0)$, $e_3 = (0,0,1)$. Vrijedi
$T(e_1) = e_2 + e_3, \quad T(e_2) = e_1 + e_3, \quad T(e_3) = e_1 + e_2.$
Opišite operator $T^3$ pomoću njegova djelovanja na kanonskoj bazi.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $T^3(e_1) = 2e_1 + 3e_2 + 3e_3, \quad T^3(e_2) = 3e_1 + 2e_2 + 3e_3, \quad T^3(e_3) = 3e_1 + 3e_2 + 2e_3$ ✔
- b. $T^3(e_1) = 3e_1 + 3e_2 + 3e_3, \quad T^3(e_2) = 3e_1 + 3e_2 + 3e_3, \quad T^3(e_3) = 3e_1 + 3e_2 + 3e_3$
- c. $T^3(e_1) = 2e_1 + e_2 + e_3, \quad T^3(e_2) = e_1 + 2e_2 + e_3, \quad T^3(e_3) = e_1 + e_2 + 2e_3$

Vaš odgovor je točan.

$$T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

$$T^2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^2 \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

$$T^3(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^3 \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

$T^3(e_1) = 2e_1 + 3e_2 + 3e_3, \quad T^3(e_2) = 3e_1 + 2e_2 + 3e_3, \quad T^3(e_3) = 3e_1 + 3e_2 + 2e_3$

Ispravan odgovor je: $T^3(e_1) = 2e_1 + 3e_2 + 3e_3, \quad T^3(e_2) = 3e_1 + 2e_2 + 3e_3, \quad T^3(e_3) = 3e_1 + 3e_2 + 2e_3$

Pitanje **5**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Zadane su matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$. Neka je operator $T$ pridružen matrici $\mathbf{A}$, a operator $S$ pridružen matrici $\mathbf{B}$. Odredite vektor u kojega kompozicija operatora $T \circ S$ preslikava vektor $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Odaberite jedan odgovor:

a. $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

b. \(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}\)

c. \(\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}\) ✔

Vaš odgovor je točan.

\((T \circ S)(\mathbf{v})=\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{v}=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} =\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}\)

Ispravan odgovor je: \(\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}\)

Pitanje **6**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Zadane su matrice $\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{B}=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$. Neka je operator $T$ pridružen matrici $\mathbf{A}$, a operator $S$ pridružen matrici $\mathbf{B}$. Ako je kompozicija operatora $T \circ S$ regularan operator, odredi matricu inverza kompozicije operatora $T \circ S$, u kanonskoj bazi.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -2 & 11 \end{bmatrix}$ ✔
- b. $-\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 11 \end{bmatrix}$
- c. $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 11 \end{bmatrix}$
- d. $-\frac{1}{5}\begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -2 & 11 \end{bmatrix}$

Vaš odgovor je točan.

Matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ upravo odgovaraju operatorima $T$ i $S$ u kanonskoj bazi, pa matrica $\mathbf{AB}$ odgovara operatoru $T \circ S$ u kanonskoj bazi.

$\mathbf{AB}=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -8 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$\det{\mathbf{AB}} = 5 \neq 0 \implies \mathbf{AB}\ $ je regularna matrica $\implies T \circ S \ $ je regularan operator.

$\mathbf{AB}^{-1} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -2 & 11 \end{bmatrix}$

Ispravan odgovor je: $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -2 & 11 \end{bmatrix}$

Pitanje **7**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Nađite prikaz operatora deriviranja $A=\frac{d}{dt}:\mathcal{P}_2\to\mathcal{P}_2$ u bazi $\mathbf{g}'_0(t)=1$, $\mathbf{g}'_1(t)=t-1$, $\mathbf{g}'_2(t)=(t-2)^2$. Koristite matricu prijelaza iz kanonske baze na $\mathcal{P}_2$, $\mathbf{g}_0(t)=1$, $\mathbf{g}_1(t)=t$, $\mathbf{g}_2(t)=t^2$ u bazu $\mathbf{g}'_0(t), \mathbf{g}'_1(t), \mathbf{g}'_2(t)$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- b. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- c. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Vaš odgovor je točan.

Vrijednost operatora na vektorima kanonske baze je:

$A(\mathbf{g}_0)=0=\mathbf{0}(t)$

$A(\mathbf{g}_1)=1=\mathbf{g}_0(t)$

$A(\mathbf{g}_2)=2t=2\mathbf{g}_1(t)$

Matrica operatora $A$ u toj bazi je

$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Veza između nove i stare baze je:

$\mathbf{g}'_0=\mathbf{g}_0$

$\mathbf{g}'_1=\mathbf{g}_1-\mathbf{g}_0$

$\mathbf{g}'_2=\mathbf{g}_2-4\mathbf{g}_1+4\mathbf{g}_0$

Matrica prijelaza iz stare baze $\{\mathbf{g}_0,\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2\}$ u novu bazu $\{\mathbf{g}'_0,\mathbf{g}'_1,\mathbf{g}',2\}$ je:

$\mathbf{T}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

U novoj bazi operatoru $A$ odgovara matrica:

$\mathbf{A}'=\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Ispravan odgovor je: $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Pitanje **8**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Neka je \(T\) linearni operator iz \(\mathbf{R}^2\) u \(\mathbf{R}^2\) koji prvo preslika vektor \(\mathbf{v}\) u vektor \(\mathbf{v}'\) simetrično s obzirom na \(y\)-os, a zatim \(\mathbf{v}'\) preslika u \(\mathbf{v}''\) simetrično s obzirom na \(x\)-os. Nađite matricu \(\mathbf{C}\) tako da je \(T(\mathbf{v})=\mathbf{C}\mathbf{v}\) u kanonskoj bazi.

Odaberite jedan odgovor:

a. \(\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\)

b. \(\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\)

c. \(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\)

d. \(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\)

Vaš odgovor je točan.

\(T(\mathbf{v})=(\mathbf{B}\mathbf{A})\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v} =  \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{v}\)

Ispravan odgovor je: \(\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\)

Pitanje **9**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Neka je \(T\) linearni operator iz \(\mathbf{R}^2\) u \(\mathbf{R}^2\), zrcaljenja s obzirom na pravac \(x+y=0\). Nađite matricu \(\mathbf{A}\) tako da je \(T(\mathbf{v})=\mathbf{A}\mathbf{v}\) u kanonskoj bazi.

Odaberite jedan odgovor:

a. \(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\)

b. \(\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\)

c. \(\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\)

d. \(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\)

Vaš odgovor je točan.

\(T(v_1,v_2)=(-v_2,-v_1)\)

\(T(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v}\)

Ispravan odgovor je: \(\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\)

Pitanje **10**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Neka je $T$ linearni operator koji vektor $\mathbf{v}=(v_1,v_2,v_3)$ preslikava u vektor $T(\mathbf{v})=(v_2,v_3,v_1)$. Odredite $T^{101}(\mathbf{v})$.

Odaberite jedan odgovor:

a. $(v_2,v_3,v_1)$

b. $(v_1,v_2,v_3)$

c. $(v_3,v_1,v_2)$

Vaš odgovor je točan.

$T^2(v_1,v_2,v_3)=T(T(v_1,v_2,v_3))=T(v_2,v_3,v_1)==(v_3,v_1,v_2)$

$T^3(v_1,v_2,v_3)=T(T^2(v_1,v_2,v_3))=T(v_3,v_1,v_2)==(v_1,v_2,v_3)$

Indukcijom se pokaže da je $T^{3n}(v_1,v_2,v_3)=(v_1,v_2,v_3)\ $ za svaki $n\in\mathbf{N}$.

$T^{101}(v_1,v_2,v_3)=T^{2+3\cdot 33}(v_1,v_2,v_3)=T^2(T^{3\cdot 33}(v_1,v_2,v_3))=T^2(v_1,v_2,v_3)=(v_3,v_1,v_2)$

Ispravan odgovor je: $(v_3,v_1,v_2)$

Pitanje **11**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Linearni operator \(\mathbf A : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^2\) zadan je formulom \( \mathbf A (x, y, z, v) = (4x + y - v, y - z + v)\). Odredite jezgru operatora \( \mathbf A\).

Odaberite jedan odgovor:

a. Ker\((\mathbf A) = \{ \alpha \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ \end{bmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbf{R} \}\)

b. Ker\((\mathbf A) = \{ \alpha \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ \end{bmatrix} : \alpha \in \mathbf{R} \}\)

c. Ker\((\mathbf A) = \{ 0 \}\)

d. Ne znam

Vaš odgovor je točan.

Matrica pridružena operatoru, u paru kanonskih baza je

\( \mathbf A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & -1 \\0 & 1 & -1 & 1 \\ \end{bmatrix}. \)

Poznato je da je jezgra Ker(\(\mathbf A\)) jednaka skupu svih rješenja homogenog linearnog sustava \(\mathbf{A x} = \mathbf{0}\). Rješavanjem sustava

\( \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & -1 \\0 & 1 & -1 & 1 \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \end{bmatrix} \)

dobije se

Ker\((\mathbf A) = \{ \alpha \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ \end{bmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbf{R} \}\).

Ispravan odgovor je:
Ker\((\mathbf A) = \{ \alpha \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ \end{bmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbf{R} \}\)

Pitanje **12**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredite sliku linearnog operatora $\mathbf A : \mathbf{R}^5 \rightarrow \mathbf{R}^4$ kojem je pridružena matrica

$\mathbf A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 & 4\\ 3 & 1 & -1 & -1 & 0\\ 9 & 1 & -2 & -1 & -2\\ 1 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ \end{bmatrix}.$

Odaberite jedan odgovor:

a. Ne znam

b. Im $(\mathbf A) = \{ \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 1 \\ \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1\\ 1\\ 1\\ -1\\ \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} -1\\ -1\\ -2\\ 0\\ \end{bmatrix} : \alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R} \}$

c. Im $(\mathbf A) = \{ \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 1 \\ \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1\\ 1\\ 1\\ -1\\ \end{bmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbf{R} \}$

d. Im $(\mathbf A) = \{ \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 1 \\ \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} -1\\ -1\\ -2\\ 0\\ \end{bmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbf{R} \}$

Vaš odgovor je točan.

Slika od $\mathbf A$ je prostor razapet nezavisnim stupcima od matrice $\mathbf A$:

Im $(\mathbf A) = \{ \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 1 \\ \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1\\ 1\\ 1\\ -1\\ \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} -1\\ -1\\ -2\\ 0\\ \end{bmatrix} : \alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R} \}$

Ispravan odgovor je: Im $(\mathbf A) = \{ \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 1 \\ \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1\\ 1\\ 1\\ -1\\ \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} -1\\ -1\\ -2\\ 0\\ \end{bmatrix} : \alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R} \}$

Pitanje **13**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredite točku $T$ koja se preslikava u ishodište $O(0,0,0)$ s obzirom na osnu simetriju čija je os $p$ zadana kao presjek dviju ravnina

$p \ldots \left\{ \begin{array}{c} 3x-y=3 \\ 2y+z=4 \end{array}\right.$

Odaberite jedan odgovor:

a. Ne znam

b. $T(-3,3,2)$

c. $T(3,3,2)$

d. $T(-3,-3,2)$

Vaš odgovor je točan.

$T(3,3,2)$

Ispravan odgovor je: $T(3,3,2)$

Pitanje **14**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Neka je $\mathbf T: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ linearni operator koji rotira za $120^{\circ}$ radij vektore s završnom točkom u $\mathbf{R}^3$ oko pravca $x = y = z$. Odredite defekt od $\mathbf T$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. Ne znam
- b. 1
- c. 0
- d. 2

Vaš odgovor je točan.

Operator $\mathbf T$ djeluje na kanonskoj bazi:

$\mathbf T(1, 0, 0) = (0, 1, 0), \qquad \mathbf T(0, 1, 0) = (0, 0, 1), \qquad \mathbf T(0, 0, 1) = (1, 0, 0),$

pa je matrica pridružena operatoru jednaka

$\mathbf T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \end{bmatrix}.$

Rang matrice $\mathbf T$ jednak je 3 pa je $d = n - r = 3-3 = 0$.

Ispravan odgovor je: 0

Pitanje **15**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Vektori $v_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \\ \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ \end{bmatrix}$ razapinju paralelepiped $S$. Linearni operator $\mathbf T: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ zadan je matricom

$\mathbf T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ \end{bmatrix}.$

Nađite razliku volumena paralelepipeda $S$ i volumena slike paralelepipeda $\mathbf T(S)$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $-28$
- b. $0$
- c. Ne znam
- d. $28$

Vaš odgovor je točan.

Volumen paralelepipeda $S$:

$\det \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ \end{bmatrix} = 4.$

Izračunajmo $\mathbf T(v_1), \mathbf T(v_2)$ i $\mathbf T(v_3)$,

$\mathbf T(v_1) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \\ \end{bmatrix}, \mathbf T(v_2) = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -9 \\ \end{bmatrix}, \mathbf T(v_3) = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ \end{bmatrix},$

a zatim volumen paralelepipeda $\mathbf T(S)$

$\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \\ 5 & -9 & -2 \\ \end{bmatrix} = 32.$

Razlika je jednaka $4 - 32 = -28$.

Ispravan odgovor je: $-28$

◄ Predavanja 8. Linearni operatori

Prikaži...

10. auditorne vježbe ►