Započeto	četvrtak, 14. listopada 2021., 10:24
Stanje	Završeno
Završeno	četvrtak, 14. listopada 2021., 19:44
Proteklo vrijeme	9 sat(a) 19 min
Ocjena	**16,00** od maksimalno 18,00 (**89**%)

Pitanje **1**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredite determinantu matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Odgovor: -24

Odgovor je točan!

Rješenje:

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -24$$

Ispravan odgovor je: -24

Pitanje **2**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Bez računanja, odredite determinantu od $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Odgovor: 0

Rješenje: Determinanta je 0 jer matrica ima dva ista retka.

Ispravan odgovor je: 0

Pitanje **3**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Zadana je kvadratna matrica $\mathbf{A}$ reda n, takva da je $\det \mathbf{A} \neq 0$.

Odredite $\det(-\mathbf{A})$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\det \mathbf{A}$
- b. $(-1)^n \det \mathbf{A}$ ✔
- c. $n \det \mathbf{A}$
- d. Ne znam
- e. $-\det \mathbf{A}$

Vaš odgovor je točan.

Ispravan odgovor je: $(-1)^n \det \mathbf{A}$

Pitanje **4**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Za kvadratnu matricu $\mathbf{A}$ reda 4 vrijedi $\mathbf{A}^2 = 4\mathbf{I}$. Odredite determinantu od $\mathbf{A}$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. Ne znam
- b. $4, -4$
- c. $16, -16$ ✔
- d. $32, -32$
- e. $2, -2$

Vaš odgovor je točan.

Rješenje: $\mathbf{A}^2 = 4\mathbf{I} \Rightarrow \det \mathbf{A}^2 = \det 4\mathbf{I} \Rightarrow (\det \mathbf{A})^2 = 4^4 \Rightarrow \det \mathbf{A} = \pm 4^2 = \pm 16$

Ispravan odgovor je: $16, -16$

Pitanje **5**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Neka je $\mathbf{A}$ kvadratna matrica reda 3, takva da je $\det \mathbf{A} = 3.$

Izračunajte $\det(\mathbf{A}^2\mathbf{A}^\intercal 4\mathbf{A}).$

Odaberite jedan odgovor:

- a. $3^4 \cdot 4^3$
- b. $4^4 \cdot 3^3$
- c. Ne znam
- d. $4^2 \cdot 3^4$
- e. $4 \cdot 3^4$

Vaš odgovor je točan.

Rješenje: $\det(\mathbf{A}^2\mathbf{A}^\intercal 4\mathbf{A}) = \det \mathbf{A}^2 \det \mathbf{A}^\intercal \det 4\mathbf{A} = (\det \mathbf{A})^2 \det \mathbf{A} \cdot 4^3(\det \mathbf{A}) = 3^2 \cdot 3 \cdot 4^3 \cdot 3 = 3^4 \cdot 4^3.$

Ispravan odgovor je: $3^4 \cdot 4^3$

Pitanje **6**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Zadana je matrica $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ tipa 3×3 gdje je $a_{ij} = i + j.$

Odredite determinantu matrice $\mathbf{A}.$

Odgovor: 0

Rješenje: $\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0$

Ispravan odgovor je: 0

Pitanje **7**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Permutacijska matrica $\mathbf{P}_{ij}$ reda n je matrica dobivena od jedinične matrice $\mathbf{I}$ zamjenom i-tog i j-tog retka, pri čemu $i \neq j$.

Odgovorite je li sljedeća tvrdnja točna ili netočna:

Jedina moguća vrijednost determinante permutacijske matrice $\mathbf{P}_{ij}$ je -1.

Odaberite jedan odgovor:

- Točno ✔
- Netočno

Rješenje: Zamjenom dva retka mijenja se predznak determinante, stoga $\det \mathbf{P}_{ij} = -1$.

Ispravan odgovor je 'Točno'.

Pitanje **8**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Neka je $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Neka je matrica $\mathbf{B}$ nastala od matrice $\mathbf{A}$ pribrajanjem

prvog i trećeg retka od $\mathbf{A}$ drugom retku.

Točno ili netočno: $\det \mathbf{A} = \det \mathbf{B}$?

Odaberite jedan odgovor:

- Točno ✔
- Netočno

Rješenje: Točno, pribrajanjem jednog retka drugom retku ne mijenja se determinanta.

Ispravan odgovor je 'Točno'.

Pitanje **9**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Neka su $\mathbf{B}$ i $\mathbf{C}$ kvadratne matrice reda n .

Koje su od sljedećih jednakosti istinite?

Odaberite jedan ili više odgovora:

- [x] a. $\det(\mathbf{B}^k) = (\det \mathbf{B})^k$ ✔
- [ ] b. $\det(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \det \mathbf{B} + \det \mathbf{C}$
- [ ] c. $\det(\lambda\mathbf{B}) = \lambda \det \mathbf{B}$
- [x] d. $\det(\lambda\mathbf{B}) = \lambda^n \det \mathbf{B}$ ✔

Vaš odgovor je točan.

Ispravni odgovori su: $\det(\lambda\mathbf{B}) = \lambda^n \det \mathbf{B}$
, $\det(\mathbf{B}^k) = (\det \mathbf{B})^k$

Pitanje **10**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Izračunajte determinantu od $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & b & 0 & 0 \\ b & 1 & b & 0 \\ 0 & b & 1 & b \\ 0 & 0 & b & 1 \end{bmatrix}$.

Odaberite jedan odgovor:

- ○ a. Ne znam
- ○ b. $1+b-b^3$
- ○ c. $1-b+b^3$
- ◉ d. $1-3b^2+b^4$ ✔
- ○ e. $-1+3b^2-b^4$

Vaš odgovor je točan.

Rješenje:

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & b & 0 & 0 \\ b & 1 & b & 0 \\ 0 & b & 1 & b \\ 0 & 0 & b & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & b & 0 \\ b & 1 & b \\ 0 & b & 1 \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} b & b & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & b & 1 \end{vmatrix} = (1-b^2-b^2) - b(b-b^3) = 1-3b^2+b^4.$$

Ispravan odgovor je: $1-3b^2+b^4$

Pitanje **11**

Netočno

Broj bodova: 0,00 od 1,00

Izračunajte determinantu $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

Odgovor: 12 ✖

Ispravan odgovor je: 6

Pitanje **12**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Neka je $\mathbf{A}_n$ kvadratna matrica dimenzije $n \times n$.

Neka $\mathbf{A}_n$ ima sve jedinice, osim na dijagonali.

Na dijagonali su $a_{11} = 1, a_{22} = 0, a_{33} = 0, \dots, a_{nn} = 0$.

Na primjer, $\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Metodom eliminacije odredite determinantu $\mathbf{A}_n$ za bilo koji n.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $(-1)^{n-2}$
- b. $(-1)^{n-1}$ ✔
- c. $(-1)^n$
- d. 1
- e. Ne znam

Vaš odgovor je točan.

Rješenje: Oduzmimo prvi redak od svih ostalih i dobijemo

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & & & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{n-1}$$

Ispravan odgovor je: $(-1)^{n-1}$

Pitanje **13**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Izračunajte determinantu D_n matrice reda n.

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & n \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & n & n \\ \vdots & & & & & & \\ n & n & n & \cdots & n & n & n \end{vmatrix}.$$

Odaberite jedan ili više odgovora:

- a. $D_n = n(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ za paran n
- b. $D_n = n(-1)^{\frac{n}{2}}$ za neparan n
- c. $D_n = n(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ za neparan n
- d. $D_n = n(-1)^{\frac{n}{2}}$ za paran n
- e. Ne znam

Vaš odgovor je točan.

Rješenje: Oduzmemo li od drugog retka prvi, od trećeg drugi, od četvrtog treći, itd... dobit ćemo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Ako je n paran, onda s $\frac{n}{2}$ zamjena redaka možemo dobiti gornju trokutastu matricu pa je $D_n = n(-1)^{\frac{n}{2}}$. Ako je n neparan, onda gronju trokutatstu matricu možemo dobiti s $\frac{n-1}{2}$

zamjena redaka pa je $D_n = n(-1)^{\frac{n-1}{2}}$.

Ispravni odgovori su: $D_n = n(-1)^{\frac{n}{2}}$ za paran n

, $D_n = n(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ za neparan n

Pitanje **14**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Izračunajte determinantu n -tog reda

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & & 2 \end{vmatrix}.$$

Odaberite jedan odgovor:

- a. $n-1$
- b. n
- c. $n+1$
- d. Ne znam
- e. 2^n

Vaš odgovor je točan.

Rješenje: Prvom retku dodamo zbroj preostalih redaka. Potom iz prvog retka izlučimo $n+1.$ Svim retcima osim prvog oduzmemo prvi redak i dobijemo detrminantu gornje trokutaste matrice s jedinicama na dijagonali.

Determinanta je jednaka $n+1.$

Ispravan odgovor je: $n+1$

Pitanje **15**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Izračunajte determinantu $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & \cdots\cdots & n \\ 1 & 0 & 3 & 4 & \cdots & n \\ 1 & 2 & 0 & 4 & \cdots & n \\ 1 & 2 & 3 & 0 & \cdots & n \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $(n-1)!\,(n+1)\,(-1)^n$
- b. Ne znam
- c. $n!\,(n-1)\,(-1)^n$
- d. $n!\,(n-1)\,(-1)^{n-1}$ ✔
- e. $(n+1)!\,(n-1)\,(-1)^n$

Vaš odgovor je točan.

Rješenje: Iz j -tog stupca izlučimo j , za svaki j od 1 do n. Prvom retku dodamo zbroj preostalih redaka. Iz prvog retka zatim izlučimo $n-1$. Svim retcima osim prvog oduzmemo prvi redak i dobijemo detrminantu gornje trokutaste matrice koja na dijagonali ima jednu 1, a svi ostali elementi su -1. Determinanta je jednaka $n!\,(n-1)\,(-1)^{n-1}$.

Ispravan odgovor je: $n!\,(n-1)\,(-1)^{n-1}$

Pitanje **16**

Netočno

Broj bodova: 0,00 od 1,00

Opći član determinante $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & \cdots\cdots & n \\ 1 & 0 & 3 & 4 & \cdots & n \\ 1 & 2 & 0 & 4 & \cdots & n \\ 1 & 2 & 3 & 0 & \cdots & n \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$ je

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{ako je } i = j, \\ i, & \text{ako je } i \neq j. \end{cases}$$

Odaberite jedan odgovor:

- Točno ✖
- Netočno

Opći član determinante je

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{ako je } i = j, \\ j, & \text{ako je } i \neq j. \end{cases}$$

Ispravan odgovor je 'Netočno'.

Pitanje **17**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Izračunajte determinantu n -tog reda čiji je opći član zadan s $a_{ij} = \frac{\min\{i,j\}}{j}$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. Ne znam
- b. $(n-1)/\left(n!\right)$
- c. $(n+1)/\left(n!\right)$
- d. $1/\left(n!\right)$ ✔
- e. $-1/\left(n!\right)$

Vaš odgovor je točan.

Rješenje: Iz j -tog stupca izlučimo $1/j$, za svaki j od 1 do n. Svakom retku osim prvog oduzmemo predhodni redak i dobijemo detrminantu gornje trokutaste matice. Determinanta je jednaka $1/\left(n!\right)$.

Ispravan odgovor je: $1/\left(n!\right)$

Pitanje **18**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Izračunajte determinantu n -tog reda čiji je opći član zadan s $a_{ij} = |i-j|$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $2^{n-1}\,\frac{n-1}{2}$
- b. $(-2)^{n-1}(n-1)$
- c. $(-2)^{n}\,\frac{n-1}{2}$
- d. $(-2)^{n-1}\,\frac{n-1}{2}$
- e. Ne znam

Vaš odgovor je točan.

Rješenje:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & \cdots\cdots & n-1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & \cdots & n-2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & \cdots & n-3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & \cdots & n-4 \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ n-1 & n-2 & n-3 & n-4 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

Svakom retku osim prvog oduzmemo predhodni redak. Svim stupcima osim posljednjeg dodamo posljednji stupac i dobijemo detrminantu gornje trokutaste matrice. Determinanta je jednaka $(-2)^{n-1}\,\frac{n-1}{2}$.

Ispravan odgovor je: $(-2)^{n-1}\,\frac{n-1}{2}$

← Predavanja 2. Determinante

Prikaži...

3. auditorne vježbe →