Započeto	četvrtak, 13. siječnja 2022., 19:13
Stanje	Završeno
Završeno	petak, 14. siječnja 2022., 18:47
Proteklo vrijeme	23 sat(a) 33 min
Ocjena	**5,08** od maksimalno 9,00 (**56**%)

Pitanje **1**

Djelomično točno

Broj bodova: 0,75 od 1,00

Koji su od navedenih vlastiti vektori matrice operatora ortogonalnog projiciranja na pravac $y = x$?

1. $\mathbf{v} = [-1 \quad 0]^\top$ Ne ✔
2. $\mathbf{v} = [1 \quad 1]^\top$ Da ✔
3. $\mathbf{v} = [-1 \quad 1]^\top$ Ne ✘
4. $\mathbf{v} = [0 \quad 1]^\top$ Ne ✔

Vaš odgovor je djelomično točan.

Broj točnih odgovora: 3

Operator ortogonalnog projiciranja na pravac $y = x$ je definiran svojim djelovanjem na vektore kanonske baze:

$e_1 \mapsto \frac{1}{2}(e_1 + e_2)$,

$e_2 \mapsto \frac{1}{2}(e_1 + e_2)$.

Matrica operatora:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Karakteristični polinom:

$k(\lambda) = \det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \lambda(\lambda - 1)$.

Vlastite vrijednosti $\lambda_1 = 0, \ \lambda_2 = 1$.

Vlastiti vektori:

1. $\lambda_1 = 0$, $(0\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{v} = \mathbf{0}$, $\mathbf{v} = [-1 \quad 1]^\top$,
2. $\lambda_2 = 1$, $(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{v} = \mathbf{0}$, $\mathbf{v} = [1 \quad 1]^\top$.

Ispravan odgovor je:

Koji su od navedenih vlastiti vektori matrice operatora ortogonalnog projiciranja na pravac $y = x$?

1. $\mathbf{v} = [-1 \quad 0]^\top$ [Ne]
2. $\mathbf{v} = [1 \quad 1]^\top$ [Da]
3. $\mathbf{v} = [-1 \quad 1]^\top$ [Da]
4. $\mathbf{v} = [0 \quad 1]^\top$ [Ne]

Pitanje **2**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredite vlastite vrijednosti i vlastite vektore matrice operatora zrcaljenja s obzirom na pravac $y = x$.

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\lambda_1 = -1$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [-1 \quad 0]^\top$, $\lambda_2 = 0$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [1 \quad 1]^\top$
- b. $\lambda_1 = 0$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [0 \quad 1]^\top$, $\lambda_2 = 1$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [1 \quad 1]^\top$
- c. $\lambda_1 = -1$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [-1 \quad 1]^\top$, $\lambda_2 = 1$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [1 \quad 1]^\top$ ✔
- d. $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [-1 \quad 1]^\top$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [1 \quad 1]^\top$

Vaš odgovor je točan.

Operator zrcaljenja s obzirom na pravac $y = x$ je definiran svojim djelovanjem na vektore kanonske baze:

$e_1 \mapsto e_2$,

$e_2 \mapsto e_1$.

Matrica operatora:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Karakteristični polinom:

$$k(\lambda) = \det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = (\lambda - 1)(\lambda + 1) \ .$$

Vlastite vrijednosti $\lambda_1 = -1, \ \lambda_2 = 1$.

Vlastiti vektori:

1. $\lambda_1 = -1$, $(-\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{v} = \mathbf{0}$, $\mathbf{v} = [-1 \quad 1]^\top$,
2. $\lambda_2 = 1$, $(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{v} = \mathbf{0}$, $\mathbf{v} = [1 \quad 1]^\top$.

Ispravan odgovor je: $\lambda_1 = -1$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [-1 \quad 1]^\top$, $\lambda_2 = 1$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [1 \quad 1]^\top$

Pitanje **3**

Nije odgovoreno

Broj bodova od 1,00

Odredite vlastite vrijednosti i vlastite vektore matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 12 & -4 \\ -1 & -3 & 1 \\ -1 & -12 & 6 \end{bmatrix}.$$

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\lambda_1 = 1$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [4 \quad -1 \quad 2]^\top$, $\lambda_2 = 2$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [8 \quad -3 \quad 7]^\top$, $\lambda_3 = 3$, $\mathbf{v}_{\lambda_3} = [-3 \quad -1 \quad 3]^\top$
- b. $\lambda_1 = 1$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [-2 \quad 1 \quad 2]^\top$, $\lambda_2 = 2$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [-8 \quad 3 \quad 7]^\top$, $\lambda_3 = 3$, $\mathbf{v}_{\lambda_3} = [-3 \quad 1 \quad 3]^\top$
- c. $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [2 \quad -1 \quad 2]^\top$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [8 \quad -3 \quad 7]^\top$, $\lambda_3 = 2$, $\mathbf{v}_{\lambda_3} = [-3 \quad 1 \quad 3]^\top$
- d. $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [4 \quad -1 \quad 2]^\top$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [8 \quad -3 \quad 7]^\top$, $\mathbf{v}_{\lambda_3} = [3 \quad -1 \quad -3]^\top$

Vaš odgovor nije točan.

Ispravan odgovor je: $\lambda_1 = 1$, $\mathbf{v}_{\lambda_1} = [-2 \quad 1 \quad 2]^\top$, $\lambda_2 = 2$, $\mathbf{v}_{\lambda_2} = [-8 \quad 3 \quad 7]^\top$, $\lambda_3 = 3$, $\mathbf{v}_{\lambda_3} = [-3 \quad 1 \quad 3]^\top$

Pitanje **4**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredite vlastite vrijednosti matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & d & 0 \\ 0 & 0 & d & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e \end{bmatrix}.$$

Odaberite jedan odgovor:

- a. a, b, c, d, e
- b. $a + b, a - b, c + d, c - d, e$ ✔
- c. $a + b, c + d, e$
- d. $a + b, b - a, c + d, d - c, e$

Vaš odgovor je točan.

Ispravan odgovor je: $a + b, a - b, c + d, c - d, e$

Pitanje **5**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Ako je $\lambda \in \sigma(\mathbf{A})$ i $\mu \in \sigma(\mathbf{B})$ onda je $\lambda + \mu \in \sigma(\mathbf{A} + \mathbf{B})$. ($\sigma(\mathbf{A})$ označava skup vlastitih vrijednosti matrice $\mathbf{A}$.)

Odaberite jedan odgovor:

- Točno
- Netočno ✔

Na primjer, neka je $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\lambda = 1$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $\mu = 1$. Tada je $\lambda + \mu = 2$ a vlastite vrijednosti matrice $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ su $\lambda_1 = \lambda_2 = 3$.

Ispravan odgovor je 'Netočno'.

Pitanje **6**

Djelomično točno

Broj bodova: 0,33 od 1,00

Vlastite vrijednosti matrice se mogu promijeniti ako

1. jedan redak pomnožimo skalarom, Da
2. jednom retku dodamo drugi redak pomnožen skalarom, Ne
3. zamijenimo dva retka. Ne

Vaš odgovor je djelomično točan.

Broj točnih odgovora: 1

Neka je $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Vlastite vrijednosti matrice $\mathbf{A}$ su $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$. Ako drugi redak pomnožimo skalarom $\alpha = 2$ onda nova matrica ima vlastite vrijednosti $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2$. Ako od drugog retka oduzmemo prvi, onda nova matrica nema realnih vlastitih vrijednosti. Uzmimo sada matricu $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ koja ima vlastite vrijednosti -1 i 3 dok matrica $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ima vlastite vrijednosti 1 i 3.

Ispravan odgovor je:

Vlastite vrijednosti matrice se mogu promijeniti ako

1. jedan redak pomnožimo skalarom, [Da]
2. jednom retku dodamo drugi redak pomnožen skalarom, [Da]
3. zamijenimo dva retka. [Da]

Pitanje **7**

Točno

Broj bodova: 1,00 od 1,00

Odredite zadnji redak matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ ? & ? & ? \end{bmatrix}$$

tako da njen karakteristični polinom bude jednak

$\lambda^3 - 4\lambda^2 - 5\lambda - 6.$

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
- b. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$
- c. $\begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}$
- d. $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

Vaš odgovor je točan.

Označimo s $a,\ b, c$ elemente zadnjeg retka matrice $\mathbf{A}$ i izračunamo karakteristični polinom te matrice. Uspoređivanjem sa zadanim polinomom, dobivamo nepoznate elemente.

Ispravan odgovor je: $\begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}$

Pitanje **8**

Netočno

Broj bodova: 0,00 od 1,00

Na realnom vektorskom prostoru neparne dimenzije svaki linearni operator ima barem jednu vlastitu vrijednost.

Odaberite jedan odgovor:

- Točno
- Netočno ✖

Svaki polinom neparnog stupnja nad poljem $\mathbb{R}$ ima barem jednu realnu nultočku.

Ispravan odgovor je 'Točno'.

Pitanje **9**

Netočno

Broj bodova: 0,00 od 1,00

Zadana je matrica

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Tada za inverznu matricu vrijedi:

Odaberite jedan odgovor:

- a. $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^2 - 2\mathbf{A} + 3\mathbf{I}$
- b. $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^2 - 3\mathbf{A} + \mathbf{I}$ ✖
- c. $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A} + \mathbf{I}$
- d. $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^2 - 3\mathbf{A} + 3\mathbf{I}$

Vaš odgovor nije točan.

Karakteristični polinom matrice $\mathbf{A}$ je

$k_{\mathbf{A}}(\lambda) = \lambda^3 - 3\lambda^2 + 3\lambda - 1$.

Budući da matrica poništava svoj karakteristični polinom, vrijedi

$\mathbf{A}^3 - 3\mathbf{A}^2 + 3\mathbf{A} - \mathbf{I}$,

odnosno

$\mathbf{A}(\mathbf{A}^2 - 3\mathbf{A} + 3\mathbf{I}) = \mathbf{I}$.

Ispravan odgovor je: $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^2 - 3\mathbf{A} + 3\mathbf{I}$

◄ Predavanja 9. Svojstvene vrijednosti

Prikaži...

12. auditorne vježbe ►