

## FOURIEROV RED

**Zadatak 1.** Funkciju  $f(x) = \frac{x}{2}$  razvij u Fourierov red na intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$  po sinus funkcijama.

**Zadatak 2.** Razvijte funkciju  $f(x) = |\sin x|$ , definiranu na intervalu  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  u Fourierov red. Pomoću dobivenog rezultata izračunajte

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

**Zadatak 3.** a) Razvijte u Fourierov red funkciju zadanu na intervalu  $\langle -\pi, \pi \rangle$  formulom

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3} \\ -1, & -\pi < x < -\frac{2\pi}{3}, \quad \frac{2\pi}{3} < x < \pi \end{cases}$$

b) Nacrtajte graf dobivenog Fourierovog reda.

c) Izračunajte sumu reda

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \dots$$

**Zadatak 4.** Neka je

$$S(x) = \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(n\pi x)$$

razvoj funkcije  $f(x) = x^2$ ,  $x \in \langle -1, 1 \rangle$ , u Fourierov red.

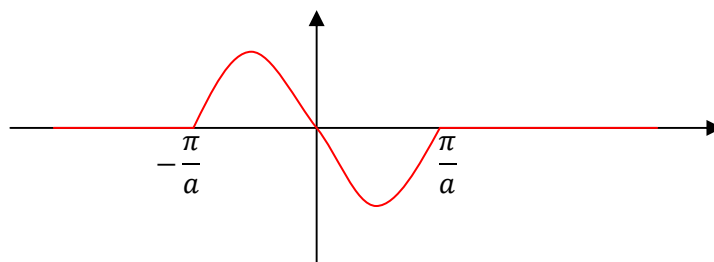
a) Pomoću danog razvoja i Parsevalove jednakosti izračunajte  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ .

b) Pomoću danog razvoja nađite Fourierov red funkcije  $f(x) = x^3$ ,  $x \in \langle -1, 1 \rangle$ . Skicirajte graf Fourierovog reda.

## FOURIEROV INTEGRAL

**Zadatak 1.** Funkciju  $f(x) = e^{-|x|}$  prikažite pomoću Fourierovog integrala.

**Zadatak 2.** Funkciju  $f(x)$  zadanu slikom prikaži u obliku Fourierovog integrala.



**Zadatak 3.** Funkciju

$$f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2} x, & |x| \leq 3 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

prikažite pomoću Fourierovog integrala i zatim izračunajte integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos 3u}{4u^2 - \pi^2} du$$

**LAPLACE****Zadatak 1.** Pokazati step funkciju.

Pokazati eksponencijalnu funkciju. Primjeri:  $e^{5t}$  i  $e^{-2t}$ .

Pokazati trigonometrijske i hiperbolne funkcije. Primjeri:  $\sin t$ ,  $\cos \sqrt{3}t$ ,  $\text{sh } 2t$  i  $\text{sh } 3t$ .

Pokazati polinom. Primjeri:  $t^2$  i  $5t^5$ .

Pokazati prigušenje. Primjeri:  $e^{2t}t^3$  i  $e^{-3t} \cos t$ .

Pokazati pomak. Primjeri:  $(t-3)^2 u(t-3)$ ,  $tu(t-2)$  i  $e^{-2t}(t-3)^4 u(t-3)$ .

Pokazati gate funkciju. Primjer:  $f(t) = \begin{cases} \sin t, & 0 \leq t \leq \pi \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ .

Pokazati deriviranje originala. Primjer:  $(\sin t)''$ .

Pokazati deriviranje slike. Primjer:  $te^{-2t}$ .

Pokazati integriranje originala. Primjer:  $\int_0^t \frac{\sin u}{u} du$ .

Pokazati integriranje slike. Primjer:  $\frac{e^{-3t} - e^{-5t}}{t}$ .

Pokazati sliku periodične funkcije. Primjer:  $T = 2$ ,  $[0, 2]$ ,  $f(t) = e^{-t}$ .

Pokazati konvoluciju.  $\frac{1}{s(s^2+1)}$ .

**Zadatak 2.** Primjenom Laplaceove transformacije izračunajte

$$\int_0^{\infty} e^{-2t} \frac{\text{sh } t}{t} dt$$

**Zadatak 3.** Izračunajte Laplaceovu transformaciju periodične funkcije  $f(x) = \text{sgn}(\cos x)$ .**Zadatak 4.** Odredite Laplaceov transformat od  $f'(t)$ .**Zadatak 5.** Izračunajte integral

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{2}t^2} \cos x dt$$

**Zadatak 6.**

$$y'(t) - 5y(t) = e^{1-t}$$

$$y(0) = 3$$

**Zadatak 7.**

$$y''(t) + y(t) = 2 \cos t g_{[0,\pi]}(t)$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 1$$

**Zadatak 8.**

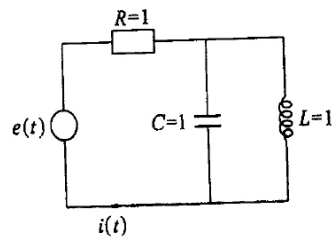
$$y(t) = \sin t + \int_0^t \tau y(t - \tau) d\tau$$

**Zadatak 9.**

$$y(t) = 3 \sin t + 2 \int_0^t \cos(t - \tau) y(\tau) d\tau$$

**Zadatak 10.**

Izračunajte struju  $i(t)$  u strujnom krugu sa slike uz početni napon  $e(t) = u(t - 3)$ .



**Zadatak 11.** Izmisliću...