

**Međuispit iz MATEMATIKE 3E, 25.11.2015.**

**1. (6 bodova)**

- (a) Iskažite osnovni teorem o Fourierovom redu.
- (b) Razvijte u Fourierov red funkciju  $f(x) = k \cdot \operatorname{sgn}(e^x - 1)$  definiranu na intervalu  $[-\pi, \pi]$ , pri čemu je parametar  $k \in \mathbb{N}$ .
- (c) Skicirajte graf funkcije  $f$  i graf njenog Fourierovog reda.
- (d) Pomoću dobivenog razvoja, izračunajte sumu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}.$$

**2. (5 bodova)**

- (a) Prikažite funkciju  $f$  pomoću Fourierovog integrala ako je

$$f(x) = \begin{cases} \cos(2x), & x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}) \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

- (b) Skicirajte graf Fourierovog integrala funkcije  $f$ .

- (c) Izračunajte integral  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{4-x^2} \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) dx$ .

**3. (4 boda)**

- (a) Iskažite i dokažite teorem o deriviranju originala za prvu derivaciju.
- (b) Nadite original od  $\frac{s-1}{(s^2-2s+4)^2}$ .

**4. (5 bodova)** Pomoću Laplaceove transformacije riješite sustav

$$\begin{aligned} x' &= -2x + y \\ y' &= -3y \end{aligned}$$

uz početne uvjete  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 2$ .

**OKRENITE!**

5. (5 bodova) Pomoću Laplaceove transformacije riješite Cauchyev problem

$$\frac{1}{2}y'' + 2y = 4u(t - 2\pi)$$

uz početne uvjete  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 0$ .

6. (6 bodova) U strujni krug spojeni su u seriju otpornik otpora  $R = 2$  i zavojnica induktiviteta  $L = 1$  na napon

$$e(t) = (-t + 3)g_{[0,3]}(t).$$

Pomoću Laplaceove transformacije nađite struju u tom strujnom krugu.

7. (5 bodova)

(a) Izračunajte integral

$$\iint_D y \, dx \, dy$$

pri čemu je  $D$  područje u I. kvadrantu omeđeno s  $y^2 = 3x$  i  $y^2 = 4 - x$ . Skicirajte područje  $D$ !

(b) Izračunajte volumen cilindričnog tijela u  $\mathbb{R}^3$  čija baza je područje  $D$  iz (a) dijela zadatka, a odozgo je omeđeno ravninom  $z = 10y$ .

8. (4 boda)

(a) Definirajte polarne koordinate i izračunajte njihov Jacobijan.

(b) Izračunajte

$$\int_0^1 dx \int_{\sqrt{\frac{1}{4} - \min\{x^2, \frac{1}{4}\}}}^{\sqrt{1-x^2}} (x^2 + y^2)^{5/2} dy.$$

Skicirajte područje integracije!

Ispit se piše 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti samo prazne papire, pribor za pisanje i službeni podsjetnik.