Prvi međuispit iz Matematike 3E i 3R

21.10.2010.

1. (2 boda)

Odredite temeljni period funkcije

$$f(x) = A + \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_n \cos \frac{3n\pi x}{4} + D_n \sin \frac{3n\pi x}{4} \right)$$

2. (4 boda)

Razvojem funkcije $f(x) = |\sin x|$ u Fourierov red izračunajte sumu reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}.$

3. (4 boda)

- a) Prikažite funkciju $f(x) = g_{[-\pi,\pi]}(x)$ pomoću Fourierovog integrala.
- b) Skicirajte graf dobivenog prikaza.
- c) Izračunajte integral

$$\int_{0}^{\infty} \frac{\sin \pi \lambda}{\lambda} d\lambda.$$

4. (7 bodova)

Zadana je funkcija $f(t) = t^n \cdot u(t)$.

- a) Dokažite da je f(t) original.
- b) Pomoću definicije Laplaceove transformacije izračunajte $\mathcal{L}(f(t))$.
- c) Korištenjem Teorema o deriviranju slike nađite $\mathcal{L}(f(t))$.

U odgovorima pod b) i c) se pretpostavlja da je poznat Laplaceov transformat funkcije u(t).

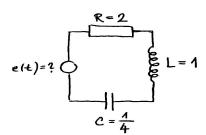
5. (4 boda)

Primjenom Laplaceove transformacije riješite diferencijalno - integralnu jednadžbu

$$y'(t) + \int_{0}^{t} y(\tau)d\tau = \sin t, \ y(0) = 2.$$

6. (4 boda)

Odredite i skicirajte napon na izvoru u strujnom krugu sa slike ako je jakost struje dana s $i(t) = e^{-t} \left(\cos \sqrt{3}t - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \sqrt{3}t \right)$.



Rješenja prvog međuispita iz Matematike 3E i 3R 21.10.2010.

1. (2 boda)
$$T = \frac{8}{3}$$

$$f(x) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2nx}{4n^2 - 1}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}$$

3. (4 boda)
$$f(x) = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{\sin \lambda \pi \cos \lambda \pi}{\lambda} d\lambda, \int_{0}^{\infty} \frac{\sin \lambda \pi}{\lambda} d\lambda = \frac{\pi}{2}$$

4. (7 bodova)

- a) Ispitati sva 3 svojstva iz definicije.
- b) Knjiga
- c) Knjiga

$$y(t) = \left(2\cos t + \frac{1}{2}t\sin t\right)u(t)$$

$$y(t) = \sin(t)u(t) + t\sin(t)u(t) + (t - \pi)\sin(t - \pi)u(t - \pi)$$

6. (4 boda)
$$e(t) = \delta(t)$$