

Ponovljeni prvi međuispit iz Matematike 3E i 3R
4.02.2010.

1. (3 boda)

Razvijte u Fourierov red funkciju $f(x) = \frac{x}{2}$, $x \in \langle 0, 2 \rangle$, perioda $T = 2$.

2. (3 boda)

a) **(1b)** Definirajte Parsevalovu jednakost.

b) **(2b)** Neka je

$$S(x) = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(nx)$$

razvoj funkcije $f(x) = x^2$ definirane na intervalu $\langle -\pi, \pi \rangle$ u Fourierov red. Pomoću danog razvoja i Parsevalove jednakosti izračunajte sumu reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}.$$

3. (5 bodova)

a) **(4b)** Neparna funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je na intervalu $\langle 0, \infty \rangle$ formulom $f(x) = e^{-2x}$. Prikažite funkciju f u obliku Fourierovog integrala.

b) **(1b)** Izračunajte

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 4} dx.$$

4. (3 boda)

a) **(1b)** Definirajte Laplaceovu transformaciju.

b) **(2b)** Pomoću Laplaceove transformacije izračunajte integral

$$\int_0^{\infty} t \cos\left(\frac{2t}{3}\right) e^{-2t} dt.$$

5. (3 boda)

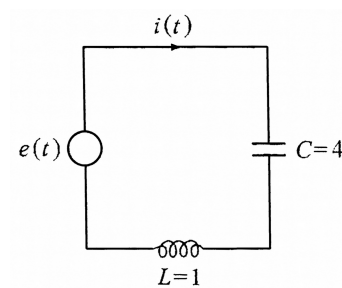
Odredite sliku Laplaceove transformacije funkcije $f(t) = \begin{cases} \cos t, & 0 \leq t \leq \pi/2, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$

6. (3 boda)

Odredite original Laplaceove transformacije funkcije $F(s) = \frac{s}{s^2 + 6s + 34}$.

7. (5 bodova)

Pomoću Laplaceove transformacije odredite struju $i(t)$ strujnog kruga sa slike uz priključeni napon $e(t) = e^{-2t}u(t-1)$.



Napomena: Vrijeme pisanja je **1 sat i 30 minuta**.

Rješenja ponovljenog prvog međuispita iz Matematike 3E i 3R
4.02.2010.

1. (3 boda)

$$S(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x)}{n}.$$

2. (3 boda)

a) (1b) Knjiga, str. 32, Parsevalova jednakost.

b) (2b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

3. (5 bodova)

a) (4b)

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda \sin(\lambda x)}{\lambda^2 + 4} d\lambda.$$

b) (1b) Uvrstimo $x = 1$. Slijedi

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 4} dx = \frac{\pi}{2e^2}.$$

4. (3 boda)

a) (1b) Knjiga, str. 60.

b) (2b)

$$\int_0^{\infty} t \cos\left(\frac{2t}{3}\right) e^{-2t} dt = \frac{9}{50}.$$

5. (3 boda)

$$f(t) \quad \circ \text{---} \bullet \quad \frac{s}{s^2 + 1} + \frac{e^{-\frac{\pi}{2}s}}{s^2 + 1}.$$

6. (3 boda)

$$F(s) = \frac{s}{s^2 + 6s + 34} \quad \bullet \text{---} \circ \quad \cos(5t)e^{-3t}u(t) - \frac{3}{5} \sin(5t)e^{-3t}u(t).$$

7. (5 bodova)

$$i(t) = -\frac{8}{17}e^{-2t}u(t-1) + \frac{8}{17}e^{-2} \cos\left(\frac{t-1}{2}\right)u(t-1) + \frac{2}{17}e^{-2} \sin\left(\frac{t-1}{2}\right)u(t-1).$$