59. str. 6 zad.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 28$$

$x_1 \geq -3$

$-5 \leq x_2 \leq 3 \Rightarrow$ ne mogu komb. s pon. jer je x_2 omeđen

$x_3 \geq 4$

* Funkcije izvodnice:
* I tip zadatka: Na koliko načina se jabuke (mogu) kruške podijeliti
* na x osoba uz uvjet...

* II tip zadatka: $x_1 + x_2 + x_3$ .. uz uvjet x omeđen

$$x_1 \ldots \left(x^{-3} + x^{-2} + x^{-1} + 1 + x \ldots\right) = x^{-3}\left(1 + x + x^2 \ldots\right) = x^{-3} \cdot \frac{1}{1-x}$$

$$x_2 \ldots \left(x^{-5} + x^{-4} + x^{-3} + \ldots + x^{3}\right) = x^{-5}\left(1 + x + x^2 \ldots + x^{15}\right) = x^{-5} \cdot \frac{1-x^{16}}{1-x}$$

$$x_3 \ldots \left(x^{4} + x^{5} + \ldots\right) = x^{4}\left(1 + x + x^2 + \ldots\right) = x^{4} \cdot \frac{1}{1-x}$$

$$\boxed{\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \rightarrow \text{best suma} \qquad \sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x} \rightarrow \text{konačna suma}}$$

$$f(x) = x^{-3} \frac{1}{1-x} \cdot x^{-5} \frac{(1-x^{16})}{1-x} \cdot x^{4} \cdot \frac{1}{1-x} = x^{-4}(1-x^{16}) \cdot (1-x)^{-3}$$

$$= \left(x^{-4} \cdot x^{12}\right)\left(1 - \binom{-3}{1}x + \binom{-3}{2}x^2 - \binom{-3}{3}x^3 + \ldots\right)$$

$$\boxed{(1-x)^{\alpha} = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} x^k (-1)^k}$$

uz $x^{28} \Rightarrow x^{-4} \cdot x^{32} = x^{28}$ i $x^{12} \cdot x^{16} = x^{28}$

$$\binom{-3}{32} - \binom{-3}{16} = 248$$

FUI: Koliko se različitih riječi može složiti od svih slova riječi KOMBINATORIKA, tako da nikoja dva ista slova ne budu susjedna

$$\left.\begin{matrix} A_1 \ldots 2K \\ A_2 \ldots 2O \\ A_3 \ldots 2I \\ A_4 \ldots 2A \end{matrix}\right\} \text{ne smiju biti susjedna}$$

$A_i = \{$ sve riječi u kojima je i-to isto slovo susjedno$\}$
$i = 1,2,3,4$

$|\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap \overline{A_4}| = ?$

$= |X| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4|$

$= |X| - \left[\sum |A_i| - \sum |A_i \cap A_j| + \sum |A_i \cap A_j \cap A_k| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4|\right]$

$|X| = \frac{13!}{2!\,2!\,2!\,2!}$ ⇒ ukupno riječi od neke riječi

$KK = X$ ⇒ OMBINATORIAX ⇒ $|A_1| = \frac{12!}{2!\,2!\,2!} = |A_2| = |A_3| = |A_4|$

$OO = \Pi$ ⇒ MBINATRIA$X\Pi$ ⇒ $|A_1 \cap A_2| = \frac{11!}{2!\,2!}$

$= \frac{13!}{2!\,2!\,2!\,2!} - 4 \cdot \frac{12!}{2!\,2!\,2!} + \binom{4}{2}\frac{11!}{2!\,2!} - \binom{4}{3}\frac{10!}{2!} + \binom{4}{4} 9!$

DZ 5.7 25 jabuka i 13 krušaka ⇒ na 5 djece, ako svako dijete mora dobiti barem 1 krušku, osim jednog unaprijed određenog paran broj jabuka (0 paran broj)
Kruško posao i jabuko posao = PRODUKTNO PRAVILO

⇒ 1 kruška se da svakom djetetu i ostane još 8 krušaka za raspodjelu ⇒ kombinacije s ponavljanjem

$\binom{8+5-1}{8}$ $\quad n=5$, $r=8$

⇒ 12 parova jabuka ⇒ na 5 djece

$\binom{12+5-1}{12}$

rj. $\binom{8+5-1}{8} \cdot \binom{12+5-1}{12}$

16 $a_n = \frac{(-1)^n}{n!} + \frac{(-1)^n}{n}, \; n \geq 1$

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n = \sum_{n=1}^{n} \frac{(-1)^n}{n!} x^n + \sum_{n=1} \frac{(-1)^n}{n} x^n$$

$$\boxed{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\check{c}^n}{n!} = e^{\check{c}}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!} = e^{-x} - 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \quad \Big| \int dx$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n+1} = -\ln|1-x| \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

$\rightarrow$ zbog $(-1)^n$

rj $= e^{x} - 1 - \ln|1+x|$

$$\boxed{\begin{aligned} \sin\check{c} &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\check{c}^{2k+1}}{(2k+1)!} \\ \cos\check{c} &= \sum (-1)^k \frac{\check{c}^{2k}}{(2k)!} \end{aligned}}$$

20 znamenkasti brojevi - svaka od znamenki točno 2 puta

$$\frac{20!}{(2!)^{10}} - \frac{19!}{(2!)^{9}}$$

$\rightarrow$ slučaj kad je 0 na prvom mjestu