

Ponovljeni drugi međuispit iz Matematike 3R

02.02.2009.

1. (3 boda)

Napišite Kartezijev produkt skupova $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{a, b, c\}$. Koliko elemenata ima partitivni skup dobivenog skupa?

2. (5 bodova)

Na skupu $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definirana je relacija ekvivalencije \sim sa

$$(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) \quad \Leftrightarrow \quad x_1 y_2 = x_2 y_1$$

- a) (2b) Dokažite da je \sim relacija ekvivalencije.
- b) (1b) Odredite razrede ekvivalencije relacije \sim .
- c) (1b) Koliki je kardinalitet svakog pojedinog razreda ekvivalencije? Detaljno obrazložite.
- d) (1b) Koliki je kardinalitet kvocijentnog skupa $(\mathbb{N} \times \mathbb{N})/\sim$? Detaljno obrazložite.

3. (2 boda)

Koliko ima neparanih djelitelja broja 46800 koji su djeljivi s 3?

4. (2 boda)

Na koliko načina možemo od 10 muškaraca i 15 žena napraviti povjerenstvo od 5 članova tako da u povjerenstvu bude više žena.

5. (3 boda)

- a) (1b) Koliko ima 20-slovnih riječi sastavljenih od 30 slova hrvatske abecede u kojima se slova ne ponavljaju?
- b) (2b) Koliko ima 20-znamenastih brojeva u kojima se svaka znamenaka od 0, 1, ..., 9 ponavlja točno dvaput?

6. (3 boda)

U lift je ušlo 8 ljudi. Na koliko načina oni mogu izaći na 5 katova, tako da na svakom katu izađe bar jedan čovjek?

7. (3 boda)

Koliko cjelobrojnih rješenja ima nejednadžba

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 5$$

uz uvjete $x_1 \geq -1$, $x_2 \geq 0$ i $x_3 \geq 1$?

8. (4 boda)

U vrećici se nalazi 40 bombona koje trebaju podijeliti Ivan, Ana, Marko i Marina. Na koliko načina oni mogu raspodijeliti bombone ako Ivan i Ana moraju dobiti paran broj bombona, ali najviše 12, a Marko i Marina neparan broj, ali najviše 13?

Zabranjena je upotreba kalkulatora i šalabahtera. Ispit se piše 90 minuta.

Rješenja ponovljenog drugog međuispita iz Matematike 3R
02.02.2009.

1. $A \times B = \{(1, a), (2, a), (3, a), (1, b), (2, b), (3, b), (1, c), (2, c), (3, c), \}$.
 $|A \times B| = 512$

2. c) \aleph_0
d) \aleph_0

3. 12

4. $\binom{15}{5} + \binom{15}{4}\binom{10}{1} + \binom{15}{3}\binom{10}{2}$

5. a) $30 \cdot 29 \cdot 18 \dots \cdot 11$
b) $\frac{18 \cdot 19!}{2^{10}}$

6. 126000

7. 56

8. 56