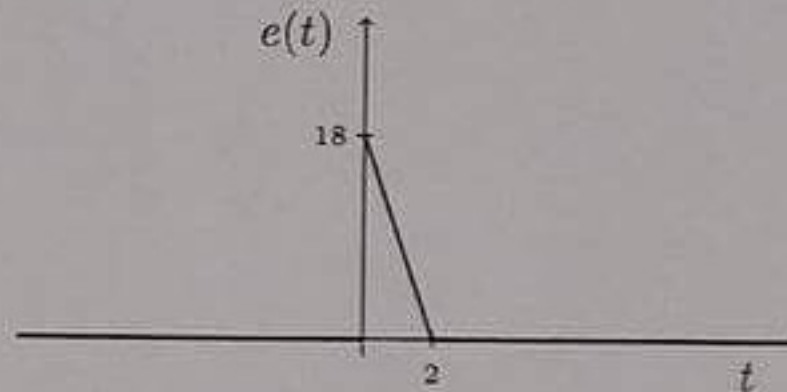
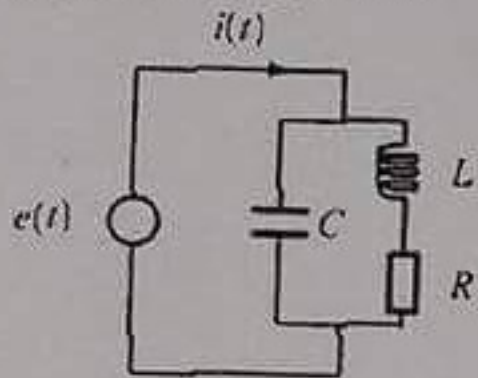


- (5 bodova) Funkciju $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ razvijte u trigonometrijski Fourierov red na intervalu $[-\pi, \pi]$. Skicirajte graf dobivenog reda.
- (5 bodova) Iskažite i dokažite Parsevalovu jednakost.
- (5 bodova) Neka je funkcija f original. Ispitajte koja od funkcija
(a) $f(x^2)$,
(b) $(f(x))^2$,
je original. Dokažite svoje tvrdnje.
- (5 bodova) Odredite jakost struje $i(t)$ u strujnom krugu sa slike, gdje su $C = 2$, $R = 3$, $L = 1$ i $e(t)$ je zadan grafom:



- (5 bodova) Zadan je skup $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Neka je E skup svih relacija ekvivalencije na skupu X .
(a) Odredite $\min_{\rho \in E} |\rho|$,
(b) Odredite $\min_{\rho \in E'} |\rho|$, ako je E' skup svih relacija ekvivalencije iz E za koje se ne postiže minimum iz (a).
- (5 bodova) Izračunajte

$$\sum_{\substack{n_1+n_2+n_3+n_4=5 \\ n_1, n_2, n_3, n_4 \geq 0}} \frac{5!}{n_1! n_2! n_3! n_4!} (-1)^{n_1+n_3} 2^{n_1+n_2} 3^{n_3} 4^{n_4}.$$

- (5 bodova) Nastavnica je dobila 30 crvenih i 40 plavih olovaka i treba ih podijeliti učenicima u svom razredu. Ako u razredu ima 24 učenika, te ako sebi smije ostaviti najviše jednu olovku, na koliko načina ona to može učiniti?
- (5 bodova) Pronađite funkciju izvodnicu za niz zadan rekurzivno

$$a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n,$$

uz početne uvjete $a_0 = 2$ i $a_1 = 4$.

- (5 bodova) Neka je $G = (V, E)$ jednostavan graf. Skup $A \subseteq V$, $A \neq \emptyset$, zovemo *nezavisnim* ako $vw \notin E$ za sve $v, w \in A$.
(a) Koliko ima nezavisnih skupova u potpunom bipartitnom grafu $K_{s,t}$?
(b) Odredite najveći kardinalitet nezavisnog skupa u $K_{s,t}$ i označite ga sa $k \in \mathbb{N}$. Koliko u $K_{s,t}$ ima nezavisnih skupova kardinaliteta k ?
Sve svoje tvrdnje dokažite!

10. (5 bodova) Koliko najmanje bridova treba dodati Petersenovom grafu sa slike da bi postao

(a) eulerovski

(b) hamiltonovski?

Sve svoje tvrdnje dokažite!

