

Rješenja i upute za petu domaću zadaću iz Matematike 3R

1. permutiramo 2 slova O, 2 slova P, 1 slovo E, 1 slovo L, 1 slovo T i jedan fiksirani niz slova PETAK na $\frac{8!}{2!2!} = 10080$.

2. $2^{2n} - 2^n$.

3. a) $\binom{4}{2}^7 = 6^7$ b) napunimo vino u dvije čaše, preostaje napuniti 16 čaša na $\binom{7+16-1}{16} = 7461$

4. $\binom{5+2001-1}{2001} = \binom{2005}{4}$.

5. $1024 = 2^{10} \Rightarrow x_i = \pm 2^{y_i} \Rightarrow \sum y_i = 10$ i moramo imati paran broj predznaka "+", njih možemo odabrati na $\binom{4}{0} + \binom{4}{2} + \binom{4}{4} = 8$, pa je ukupni broj rješenja $8 \cdot \binom{4+10-1}{10} = 2288$.

6. a) $\binom{10+6-1}{10} \binom{14+6-1}{14} = 34918884$ b) primjenom formule uključenja-isključenja $\sum_{i=0}^5 (-1)^i \binom{6}{i} \overline{C}_{6-i}^{10} \overline{C}_{6-i}^{20}$

7. $\binom{5+12-1}{12} \binom{5+8-1}{8}$

8. primjenom formule uključenja-isključenja dobijemo 210

9. $|Sur(10, 2)| = 3^{10} - 3 \cdot 2^{10} + 3 \cdot 1^{10} = 55980$.

10. $5^n - |Sur(n, 5)|$.

11. $a_n = F_{n+1}$.

12. $a_n = (\alpha + \beta n)2^n - \frac{1}{2}n - 2$

13. $a_n = 4 \cdot 2^n - 4 + 2 \cdot n \cdot 2^n.$

14. $a_{n+4} = 2a_{n+3} + 2a_{n+2} + 2a_{n+1} + 3a_n.$

15. $d_n = 2d_{n-1} + 2d_{n-2}, d_1 = 3, d_2 = 8,$

$$d_n = \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\right)(1 + \sqrt{3})^n + \left(\frac{-2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\right)(1 - \sqrt{3})^n.$$

16. $f(x) = e^{-x} - 1 - \ln|x + 1|.$

17. $g(x) = 100x(1 + 100x)(1 + x)^{98}.$

18. funkcija izvodnica je $(x^{-4} + x^{-3} + \dots + x^3 + x^4)(x^{-5} + \dots + x^5)(1 + x + x^2 + \dots)$, a koeficijent uz x^{21} navedene funkcije izvodnice je 891.

19. funkcija izvodnica je $(x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} + x^{12})^5$, a koeficijent uz x^{40} je 651.

20. $a_n = \frac{8}{3}(-1)^n + \frac{7}{3}2^n, n \geq 0.$