

DZ 5.1. POPOKATPETL

podnjec PETAK \rightarrow kao 1 slovo X

OPOPETL(X) \rightarrow 8 slova POP se ponavlja

$$\frac{8!}{2!2!} \rightarrow ij$$

$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10, x_i \in \mathbb{N}_0) \rightarrow$ 1 kutija može biti prazna
 \rightarrow 10 kuglica u 4 kutije

* da je pisalo $x_i \in \mathbb{N}$ onda bi u svakoj kutiji morala biti barem 1 kuglica

\rightarrow kombinacije s ponavljanjem $\binom{n+k-1}{k}$ $n \rightarrow$ broj x-eva
 $k \rightarrow$ broj kuglica

$\binom{10+4-1}{10} \rightarrow ij$ * kod kombinacija s ponavljanjem k može biti veći od n *

DZ 5.4. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 2006, x_i \in \mathbb{N}$

I način) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2005$
 $= 2004$
 $= 4$

II način) \rightarrow praktičniji

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2006$$

$y_i = x_i - 1, y_i \in \mathbb{N}_0 \rightarrow$ zato jer nije \mathbb{N}_0 kod $x_i \in \mathbb{N}$, pa se radi pomak

$$y_1 + 1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 + y_4 + 1 + y_5 + 1 = 2006$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 2001 \quad \begin{matrix} \rightarrow r = 2001 \\ n = 5 \end{matrix}$$

$$\binom{n+k-1}{k} = \binom{2001+5-1}{2001} = \binom{2005}{2001} = \binom{2005}{4}$$

* ako je u zadatku zadan uvjet npr $x_1 \geq 2$, onda se napravi dodatni pomak $x_1' = x_1 - 2$

$$\text{ili } x_2 \geq -1 \quad x_2' = x_2 + 1$$

* ako je u uvjetu x ograničen s obje strane ili samo parnim brojem, onda se zadatak rješava pomoću izvodnica

DZ 5.9

FUI \Rightarrow formule uključivanja i isključivanja

\hookrightarrow zadatke karaktenizira riječ barem

\hookrightarrow nešto različito u nešto različito

10 različitim kuglica u 3 različite kutije s barem jednom kuglicom

* da su bile iste kuglice onda bi se zadatak riješio kombinacijom

$A_i = \{ i\text{-ta kutija je ostala prazna} \} \quad i = 1, 2, 3$

$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \Rightarrow$ negacija

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3| = ?$$

$$= 1 \times 1 - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 1 \times 1 - [\sum |A_i| - \sum |A_i \cap A_j| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|]$$

$1 \times 1 = 3^{10} \Rightarrow$ broj svih preslikavanja 10 kuglica u 3 kutije

$$|A_1| = 2^{10} \quad |A_2| = 2^{10} \quad |A_3| = 2^{10}$$

\hookrightarrow prva kutija prazna \Rightarrow znači 2 kutije za 10 kuglica

$|A_1 \cap A_2| = 1^{10} \Rightarrow$ ne smije se staviti u prvu ni u drugu kutiju
stoga ostaje 1 kutija za 10 kuglica

$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| \Rightarrow$ sve kutije moraju ostati prazne $= 0$

$$\sum (-1)^k \binom{n}{k} (n-k)^m = 3^{10} - [3 \cdot 2^{10} - \binom{3}{2} 1^{10} + 0]$$

$$= 3^{10} - 3 \cdot 2^{10} + 3 = 55980$$

\hookrightarrow formula za surjektiv s 47 str., daje točan rezultat
no ako se samo ona napiše na ispitu neće se
priznati svi bodovi