Definicija periodične funkcije

$f: R \to R$ je periodična funkcija ako postoji period $T > 0$ takav da za svaki x iz domene funkcije vrijedi $f(x) = f(x+T)$.

Dirichletovi uvjeti

f zadovoljava Dirichletove uvjete na $[a, b]$ ako vrijedi:

1) f je po dijelovima neprekinuta i njezini su prekidi prve vrste
2) f je monotona ili ima najviše konačan broj strogih ekstrema

Teorem o konvergenciji Fourierovog reda

f je po dijelovima glatka periodična funkcija s periodom 2π koja zadovoljava Dirichletove uvjete. Tada njen Fourierov red konvergira u svakoj točki $x \in [-\pi, \pi]$ i za sumu $S(x)$ reda vrijedi:

1) $S(x) = f(x)$, ako je f neprekinuta u x
2) $S(x) = \frac{1}{2}\left[f(x-0) + f(x+0)\right]$, ako je x točka prekida

Parsevalova jednakost

Za Fourierove koeficijente $a_0, a_1, \ldots$ i $b_1, b_2, \ldots$ vrijedi Parsevalova jednakost

$$\frac{1}{2} a_0^2 + \sum_{n \geq 1} a_n^2 + \sum_{n \geq 1} b_n^2 = \frac{2}{T} \int_a^b |f(x)|^2 \, dx$$

Teorem o postojanju Fourierovog integrala

Ako je $f: R \to R$ po dijelovima glatka na svakom konačnom intervalu i apsolutno integrabilna, tada postoji njen Fourierov integral i vrijedi:

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\lambda \int_{-\infty}^\infty f(\xi) \cos(x-\xi) \, d\xi = \begin{cases} f(x) & \text{, ako je } f \text{ neprekinuta u } x \\ \frac{1}{2}\left[f(x-0) + f(x+0)\right] & \text{, ako je } x \text{ točka prekida} \end{cases}$$

↳ Fourierova integralna formula

Definicija Fourierovog integrala i spektra

Fourierov integral: $\tilde{f}(x) = \int_0^\infty \left[A(\lambda) \cos \lambda x + B(\lambda) \sin \lambda x\right] d\lambda$

Kosinusni spektar: $A(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty f(\xi) \cos \lambda\xi \, d\xi$

Sinusni spektar: $B(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty f(\xi) \sin \lambda\xi \, d\xi$