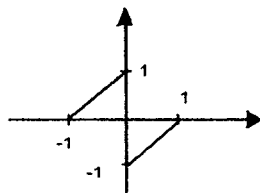


Prvi međuispit iz Matematike 3E i 3R

16.10.2008

1. (2 boda)

Periodičku funkciju perioda  $T = 2$ , zadanu slikom na temeljnom periodu, razvijte u Fourierov red.



2. (5 bodova)

Neka je  $\tilde{S}(x) = \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(n\pi x)$  razvoj funkcije  $f(x) = x^2, -1 < x < 1$ , u Fourierov red.

a) (2b) Pomoću danog razvoja i Parsevalove jednakosti izračunajte  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ .

b) (3b) Pomoću danog razvoja nađite Fourierov red funkcije  $f(x) = x^3, -1 < x < 1$ . Skicirajte graf dobivenog Fourierovog reda.

3. (3 boda)

Funkciju  $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2} x, & |x| \leq 3 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$  prikažite pomoću Fourierovog integrala. Pomoću tog prikaza izračunajte integral  $\int_0^{\infty} \frac{\cos 3u}{4u^2 - \pi^2} du$ .

4. (4 boda)

a) (2b) Definirajte original Laplaceove transformacije.

b) (2b) Primjenom Laplaceove transformacije izračunajte  $\int_0^{\infty} e^{-2t} \frac{\sinh t}{t} dt$ .

5. (4 boda)

a) (1b) Definirajte konvoluciju originala i iskažite teorem o konvoluciji.

b) (2b) Odredite original za  $F(s) = \frac{s}{(s^2+1)^2}$

c) (1b) Odredite original za  $F(s) = \frac{s \cdot e^{-4s}}{(s^2+1)^2}$

6. (4 boda)

a) (2b) Dokažite teorem o derivaciji originala za prvu derivaciju.

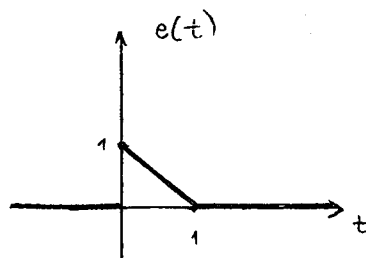
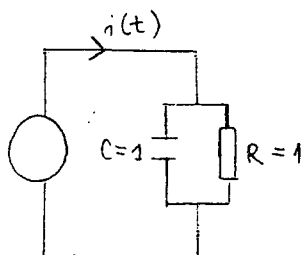
b) (2b) Riješite diferencijalnu jednadžbu

$$y'(t) - 5y(t) = e^{1-t}$$

$$y(0) = 3.$$

7. (3 boda)

Pomoću Laplaceove transformacije izračunajte i skicirajte struju  $i(t)$  strujnog kruga zadanog slikom uz priključeni napon  $e(t)$ .



# Rješenja prvog međuispita iz Matematike 3E i 3R

16.10.2008.

## 1. (2 boda)

$$a_n = 0$$

$$b_n = 2 \int_0^1 (x-1) \sin(n\pi x) dx = \dots = -\frac{2}{n\pi}$$

$$f(x) \sim -\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\pi x)$$

## 2. (5 bodova)

$$\text{a) (2b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}$$

$$\text{b) (3b)} \quad f(x) \sim \frac{2}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 \pi^2 + 6}{n^3} \sin n\pi x$$

## 3. (3 boda)

$$B(\lambda) = 0$$

$$A(\lambda) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(\xi) \cos \lambda \xi d\xi = \frac{2}{\pi} \int_0^3 \cos \frac{\pi}{2} \xi \cos \lambda \xi d\xi = \dots = \frac{4 \cos 3\lambda}{4\lambda^2 - \pi^2}$$

$$f(x) = \int_0^{\infty} \frac{4 \cos 3\lambda}{4\lambda^2 - \pi^2} \cos \lambda x dx$$

$$f(0) = 1 = 4 \int_0^{\infty} \frac{4 \cos 3\lambda}{4\lambda^2 - \pi^2} d\lambda \Rightarrow I = \frac{1}{4}$$

## 4. (4 boda)

$$\text{a) (2b)} \quad \text{str 67.}$$

$$\text{b) (2b)} \quad \frac{sh_t}{t} \quad \circ \longrightarrow \bullet \quad \int_s^{\infty} \frac{dp}{p^2-1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{s+1}{s-1} \right|$$

$$I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{s+1}{s-1} \right|$$

$$F(2) = \frac{1}{2} \ln 3$$

## 5. (4 boda)

$$\text{a) (1b)} \quad \text{str 93.}$$

$$\text{b) (2b)} \quad F(s) = \frac{1}{2} t \sin tu(t)$$

$$\text{c) (1b)} \quad F(s) = \frac{1}{2} (t-4) \sin(t-4) u(t-4)$$

## 6. (4 boda)

$$\text{a) (2b)} \quad \text{str 76.}$$

$$\text{b) (2b)} \quad y(t) = (3e^{5t} + \frac{e}{6}e^{5t} - \frac{e}{6}e^{-t})u(t)$$

$$\text{7. (3 boda)} \quad i(t) = \delta(t) - t[u(t) - u(t-1)]$$