

Ponovljeni prvi međuispit iz Matematike 3E i 3R

02.02.2009.

1. (2 boda)

- a) (1b) Definirajte ortogonalnost funkcija $f(x)$ i $g(x)$ na intervalu $[a, b]$.
 b) (1b) Dokažite da su funkcije $\cos 2x$ i $\cos 5x$ međusobno ortogonalne na intervalu $[-\pi, \pi]$.

2. (2 boda)

- a) (1b) Napišite Parsevalovu jednakost za periodičku funkciju perioda T .
 b) (1b) Definirajte diskretni kosinusni, sinusni i amplitudni spektar funkcije f .

3. (4 boda)

Razvijte funkciju $f(x) = |\sin x|$, definiranu na intervalu $[-\pi/2, \pi/2]$ u Fourierov red. Pomoću dobivenog rezultata izračunajte

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

4. (3 boda)

Pomoću prikaza funkcije $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ -1, & -1 < x < 0 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ u obliku Fourierovog integrala izračunajte

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x} dx$$

5. (3 boda)

Odredite originale funkcija:

a) (1b) $\frac{1}{s^2 + 4s + 13}$

b) (2b) $\frac{1}{(s-2)^2(s+3)}$

6. (4 boda)

- a) (2b) Iskažite i dokažite teorem o pomaku originala.
 b) (2b) Primjenom Laplaceove transformacije izračunajte

$$\int_0^{\infty} e^{-t} \frac{\sin t}{t} dt$$

7. (3 boda)

Primjenom Laplaceove transformacije riješite Cauchyjev problem

$$y''(t) + y(t) = 2 \cos t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1$$

8. (4 boda)

Pomoću Laplaceove transformacije izračunajte i skicirajte struju $i(t)$ strujnog kruga zadanog slikom 1 uz priključeni napon $e(t)$ zadan slikom 2.

