Rješenja i upute za četvrtu domaću zadaću iz Matematike 3R

1. pretpostavite da je $x \in \overline{A \cup B}$ i dokažite da je $x \in \overline{A} \cap \overline{B}$, mora se provjeriti i obratna tvrdnja.

2. a) nije injekcija, niti surjekcija b) bijekcija c) bijekcija

3. identitetu

4. primjer bijekcije je $\varphi(3k+2) = 100 + k \ k \geq 0$.

5. primjer bijekcije je $\varphi(3k+1) = l + 1, \ k = 2l + 1, \ l \geq 0$, a za $k = 2l, \ l \geq 0$ imamo $\varphi(3k+1) = -l$.

6. promtarnai skup je ekvipotentan sa akupom $\mathbb{Q}^{n+1}$ koji je prebrojiv.

7. $f : \mathbb{Q} \to 2\mathbb{Z}$, $f(p\frac{m}{n}) = 2^{p+2}3^m5^n$, gdje je razlomak $\frac{m}{n}$ maksimalno skraćen, a $p \in \{1, -1\}$ predznak racionalnog broja koji preslikavamo.

8. vidi predavanja

9. a) $|Y/\rho| = 5$, b) u klasi $[\{1, 2\}]$ su svi dvočlani podskupovi skupa Y.

10. b) imamo četiri razreda ekvivalencije:$[2], \ [4], \ [6], \ [8]$. c) $min[158] = 8$, jer je $8\rho158$.

11. od crvenih vrhova možemo napraviti $\binom{7}{3}$, od bijelih $\binom{4}{3}$, a od plavih $\binom{9}{3}$, pa po principu zbroja ukupni broj trokutova s vrhovima iste boje je 123.

12. a) prvu znamenku biramo na 9 načina, drugu isto na 9, jer je nula dozvoljena, treću na 8, pa sve do sedme koju možemo izabrati na 4 načina, a po principu umnoška traženi broj je 544320, b) od svih telefonskih brojeva eliminiramo one koje smo prebrajali u prvom dijelu zadatka, stoga je traženi broj 8455680.

13. $\binom{32}{4}\binom{28}{4}\binom{24}{4}$

14. broj svih plesnih parova u kojima je "zabranjeni par" je $\binom{7}{3}^2 \cdot 3!$, a broj svih plesnih parova je $\binom{8}{4}^2 \cdot 4!$, stoga je traženi broj $\binom{8}{4}^2 \cdot 4! - \binom{7}{3}^2 \cdot 3! = 110250$

15. a) $2\binom{18}{9} = 97240$ b) $\binom{4}{2}\binom{16}{8} = 77220$

16. $\binom{q+1}{p}$

17. a) $2 \cdot n! \cdot n!$ b) $(n-1)! \cdot n!$

18. $\binom{n-v-s}{b-v} b! \cdot (n-b)!$.

19. $\binom{n-k}{k}$.

20. $\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n-k}{k}$.