

5. DOMAĆA ZADAĆA IZ MATEMATIKE 3R

Rok za predaju zadaće je utorak 5. prosinca 2006.

1. Dana je riječ POPOKATEPETL. Koliko je različitih riječi koje se dobiju permutacijom od njenih slova u kojima se pojavljuje podriječ PETAK?

2. Koliko ima podskupova skupa $\{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ koji sadrže barem jedan neparan broj?

3. Ante, Jozo, Štef i Vinko odlučili su probati 7 različitih sorti vina.

a) Na koliko načina to mogu učiniti ako svako vino moraju probati točno dvojica?

b) Na koliko načina s tim vinima mogu napuniti 30 (jednakih) čaša tako da svako vino bude u barem dvije čaše?

4. Koliko rješenja u skupu prirodnih brojeva \mathbb{N} ima nejednadžba

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 2006 ?$$

5. Koliko cjelobrojnih rješenja ima jednadžba

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = 1024 ?$$

6. Na koliko načina se može 10 jabuka i 20 krušaka podijeliti na šestero djece tako da:

a) svako dijete dobije barem jednu krušku,

b) svako dijete dobije barem jednu voćku?

7. Na koliko načina se može 25 jabuka i 13 krušaka podijeliti na petero djece, ako svako dijete mora dobiti barem jednu krušku i svako dijete osim jednog unaprijed određenog paran broj jabuka (i nula je paran broj)?

8. Koliko ima prirodnih brojeva većih od 100, a manjih od 850 koji su djeljivi sa 7 ili 11 ili 13?

9. Na koliko se načina 10 kuglica označenih brojevima $1, 2, \dots, 10$ može raspodijeliti u crvenu, bijelu i plavu kutiju, tako da u svakoj kutiji bude barem po jedna kuglica?

10. Na koliko se načina n različitih predmeta može raspodijeliti u 5 različitih kutija, tako da barem jedna kutija ostane prazna?

11. Postavi i riješi rekurzivnu relaciju za problem nalaženja broja načina na koje možemo ubaciti n kuna ($n \geq 2$) u automat koji prima samo kovanice od 1 i 2 kune. Naputak: razmotri mogućnosti za ubacivanje prve kovanice.

12. Nađi opće rješenje rekurzivne relacije:

$$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} - \frac{n}{2}.$$

13. Riješi rekurzivnu relaciju:

$$a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} + 2^n$$

uz početne uvjete $a_0 = 0$ i $a_1 = 8$.

14. Odredi homogenu linearnu rekurzivnu relaciju s konstantnim koeficijentima čije je rješenje

$$a_n = A(-1)^n + B3^n + C \cos \frac{n\pi}{2} + D \sin \frac{n\pi}{2}.$$

15. Komunikacijskim kanalima mogu se predati poruke koristeći se samo trima simbolima $a = \cdot$, $b = +$, $c = -$. Dopustive poruke su one kod kojih se na susjednim mjestima ne pojavljuje simbol a . Neka je d_n broj dopustivih poruka duljine n . Izračunaj d_1 , d_2 , te (razmatrajući sve načine na koje poruke mogu započeti) postavi i riješi rekurzivnu relaciju za d_n .

16. Odredi funkciju izvodnicu u zatvorenoj formi za niz

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n!} + \frac{(-1)^n}{n}, \quad n \geq 1.$$

17. Odredi funkciju izvodnicu u zatvorenoj formi za niz

$$a_n = n^2 \binom{100}{n}, \quad n \geq 1.$$

18. Koristeći funkcije izvodnice nađi broj cjelobrojnih rješenja jednadžbe:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 21,$$

gdje je $-4 \leq x_1, x_4 \leq 4$, $-5 \leq x_2 \leq 5$, $x_3 \geq 0$.

19. Koristeći funkcije izvodnice odredi na koliko načina se može podijeliti 40 jabuka na petero djece tako da svako dijete dobije paran broj jabuka i to barem dvije, ali najviše 12.

20. Riješi diferencijsku jednadžbu $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + n$, $n \geq 2$, u početne uvjete $a_0 = 5$, $a_1 = 2$, s pomoću funkcije izvodnice.

student		zadaci		
1.	2	10	13	20
3.	2	8	11	16
5.	4	6	15	18
7.	2	6	15	17
9.	4	7	14	19
11.	2	9	14	18
13.	3	9	12	16
15.	3	9	15	18
17.	3	10	12	16
19.	5	9	14	19
21.	2	7	14	17
23.	4	7	11	16
25.	1	9	11	16
27.	3	7	13	19
29.	2	9	12	16
31.	3	9	13	20
33.	4	10	12	17
35.	5	8	11	17
37.	3	8	11	16
39.	5	9	12	17
41.	3	7	11	16
43.	1	9	15	17
45.	3	10	14	19
47.	3	6	13	19
49.	4	6	14	19
51.	1	8	11	16
53.	4	9	13	19
55.	3	8	14	19
57.	5	10	12	17
59.	2	7	11	16
61.	4	9	14	20
63.	4	6	11	16
65.	5	7	13	20
67.	1	7	11	16
69.	4	8	13	20
71.	1	10	14	17
73.	1	6	11	16
75.	5	8	14	19
77.	3	6	11	16
79.	5	10	12	17

student		zadaci		
2.	5	9	13	20
4.	3	8	12	18
6.	4	8	15	18
8.	2	10	15	18
10.	5	6	14	19
12.	3	8	13	20
14.	1	6	13	19
16.	2	9	13	19
18.	5	7	15	18
20.	1	6	14	17
22.	3	7	14	18
24.	4	9	12	17
26.	1	10	13	19
28.	4	10	15	18
30.	1	8	14	17
32.	4	7	15	18
34.	5	6	11	17
36.	2	7	13	19
38.	5	7	11	17
40.	1	7	12	20
42.	1	8	12	19
44.	2	7	12	20
46.	5	10	13	20
48.	4	8	11	17
50.	1	7	15	17
52.	3	10	15	18
54.	1	10	12	16
56.	5	6	15	18
58.	1	6	12	20
60.	3	6	14	18
62.	2	6	12	20
64.	4	10	14	20
66.	5	10	15	19
68.	2	8	13	20
70.	2	10	12	16
72.	5	8	15	18
74.	2	8	15	18
76.	1	9	13	20
78.	4	9	15	18
80.	2	6	11	16