

Drugi međuispit iz Matematike 3R

27.11.2008.

1. (3 boda)

- a) (1b) Definirajte ekvipotentnost dvaju skupova.
b) (1b) Dokažite da su skupovi $\langle 1, 2 \rangle$ i $\langle 5, 6 \rangle$ ekvipotentni.
c) (1b) Dokažite da su skupovi $\langle -\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \rangle$ i \mathbb{R} ekvipotentni.
Detaljno obrazložite odgovore b) i c).

2. (4 boda)

Na skupu $X = \{1, 2, \dots, 10\}$ zadana je relacija ρ sa

$$(a, b) \rho (c, d) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- a) (2b) Dokažite da je ρ relacija ekvivalencije.
b) (1b) Koliko elemenata ima razred(klasa) $[(1, 1)]$?
c) (1b) Koliko elemenata ima razred(klasa) $[(2, 3)]$?

3. (3 boda)

Na prvoj godini studija formirane su 3 grupe studenata. Grupa R1 ima 34 studenta, grupa R2 37 studenata, a grupa R3 32 studenta.

- a) (1b) Na koliko načina možemo odabrati dva predstavnika prve godine?
b) (2b) Na koliko načina možemo odabrati dva predstavnika ako oni moraju biti iz različitih grupa?

4. (3 boda)

Koliko se različitih riječi može složiti od svih slova riječi MATEMATIKA tako da samoglasnici ne budu jedan kraj drugoga?

5. (4 boda)

Zadani su skupovi A i B takvi da je $|A| = m$ i $|B| = n$.

- a) (1b) Koliko ima funkcija $f : A \rightarrow B$?
b) (3b) Izvedite formulu za broj surjekcija pomoću FUI.

6. (3 boda)

Koliko cjelobrojnih rješenja (x_1, x_2, x_3, x_4) ima nejednadžba

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 6$$

uz uvjete $x_1 > -1$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 1$, $x_4 \geq 2$?

7. (5 bodova)

- a) (3b) Nađite funkciju izvodnicu za niz

$$a_n = \frac{2n}{n^2 + 4n + 3}, \quad n \geq 0.$$

- b) (2b) Nađite niz čija je funkcija izvodnica

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4x + 3}.$$

Zabranjena je upotreba kalkulatora. Ispit se piše 90 minuta.

Rješenja drugog međuispita iz Matematike 3R
27.11.2008.

1. (3 boda)

- a) knjiga, str 8.
- b) $f(x) = \frac{6-5}{2-1}(x-1) + 5 = x + 4$
- c) $f(x) = \tan \frac{\pi x}{3}$

2. (4 boda)

- a) Ispitati refleksivnost, simetričnost i tranzitivnost.
- b) Ima 10 elemenata.
- c) Ima 3 elementa.

3. (3 boda)

- a) $\binom{103}{2} = 5253$
- b) $35 \cdot 37 + 37 \cdot 32 + 34 \cdot 32 = 3530$

4. (3 boda)

6 · $\frac{5!}{3!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!}$

5. (4 boda)

- a) n^m
- b) knjiga, str 46, primjer 2.

6. (3 boda)

Pretvorimo nejednadžbu u $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5$.

Razvijemo u red $x^3 \sum_{k=0}^{\infty} \binom{5+k-1}{k} x^k$.

Trežimo koef uz x^5 : $\binom{5+2-1}{2} = 15$.

7. (5 bodova) a) $\frac{2n}{n^2+4n+3} = \frac{3}{n+3} - \frac{1}{n-1}$

$f(x) = -\frac{3 \ln |1-x|}{x^3} - \frac{3}{2x} - \frac{3}{x^2} + \frac{\ln |1-x|}{x}$

b) $a_n = \frac{(-1)^n}{3^n} - (-1)^n$.