Ponovljeni prvi međuispit iz Matematike 3E i 3R 28.01.2011.

1. (6 bodova)

a) Razvijte u Fourierov red funkciju f(x) = |x|, -6 < x < 6.

b) Skicirajte graf dobivenog Fourierovog reda.

c) Koristeći dobiveni razvoj i Parsevalovu jednakost izračunajte sumu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}$$

2. (5 bodova)

a) Je li funkcija $g(x) = 2\cos\frac{x}{2}$ apsolutno integrabilna na \mathbb{R} ?

b) Razvijte u Fourierov integral funkciju

$$f(x) = \begin{cases} 2\cos\frac{x}{2} &, x \in [-\pi, \pi] \\ 0 &, \text{ inače} \end{cases}$$

c) Izračunajte

$$\int_{0}^{\infty} \frac{\cos(\pi x)}{1 - 4x^2} dx.$$

3. (3 boda)

Izračunajte integral

$$\int_{0}^{\infty} e^{-2x} x \sin x dx.$$

4. (4 boda)

Izvedite Teorem o derivaciji originala u Laplaceovoj transformaciji.

5. (3 boda)

Nađite original funkcije

$$F(s) = \frac{s+1}{s^2 + 8s + 19}.$$

6. (4 boda)

Primjenom Laplaceove transformacije riješite integralnu jednadžbu

$$y(t) = t^2 + \int_0^t y(\tau)d\tau.$$

Zabranjena je upotreba kalkulatora i šalabahtera. Ispit se piše 1h i 30 min.

Rješenja ponovljenog prvog međuispita iz Matematike 3E i 3R 28.01.2011.

1.
a)
$$f(x) = 3 - \frac{24}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \cos \frac{(2k+1)\pi x}{6}$$

c)
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4} = \frac{\pi^4}{96}$$

a) Nije.

b)
$$f(x) = \int_{0}^{\infty} \frac{8\cos\lambda\pi}{\pi(1-4\lambda^2)}\cos(\lambda x) dx$$

c)
$$\int_{0}^{\infty} \frac{8\cos x\pi}{1-4x^2} dx = \frac{\pi}{4}$$

4.

Knjiga

5. (4 boda)
$$f(t) = (\cos \sqrt{3}t - \sqrt{3}\sin \sqrt{3}t) e^{-4t}u(t)$$

6. (4 boda)
$$y(t) = (-2 - 2t + 2e^t)u(t)$$