

Ispit iz Matematike 3R  
17.02.2016.

1. (5 bodova) Funkciju  $f(x) = x \sin(x)$  razvijte u Fourierov red na intervalu  $[-\pi, \pi]$ .
2. (5 bodova) Odredite Fourierov integral funkcije:

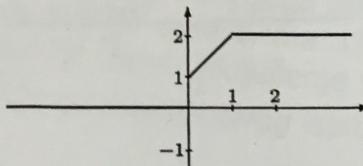
$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ -1, & -1 < x < 0 \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

Skicirajte graf dobivenog Fourierovog integrala.

3. (5 bodova) Iskažite i dokažite Teorem o deriviranju originala Laplaceove transformacije.
4. (5 bodova) Riješite integralnu jednadžbu

$$\int_0^t y(\tau) d\tau = f(t),$$

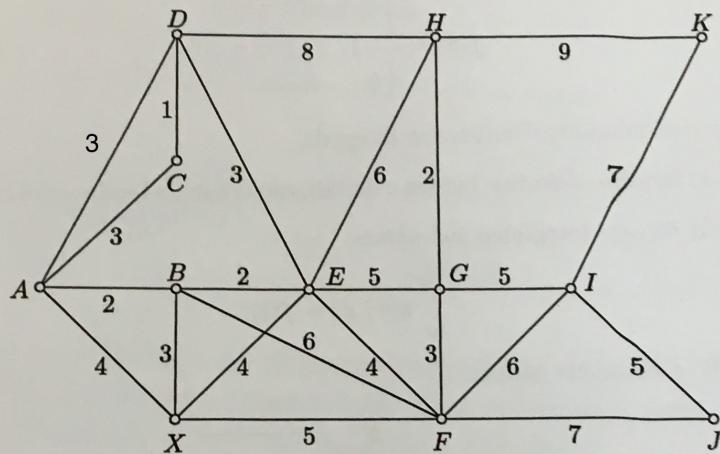
gdje je  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadana grafom:



5. (5 bodova) Neka je  $R$  relacija ekvivalencije na skupu  $X$  i neka je  $[x] = \{y \in X : (y, x) \in R\}$  klasa elementa  $x$ . Dokažite da je familija  $\{[x] : x \in X\}$  particija skupa  $X$ .
  6. (5 bodova) Nadite opće rješenje rekurzije
- $$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + n.$$
7. (5 bodova) Koliko ima peteroznamenkastih prirodnih brojeva s parnim brojem parnih znamenaka?
  8. (5 bodova) Koliko ima prirodnih brojeva iz skupa  $\{1, 2, \dots, 10^{30}\}$  koji se ne mogu prikazati kao druga, treća ili peta potencija nekog prirodnog broja?
  9. (5 bodova) Definirajte pojam bridnog grafa  $L(G)$  jednostavnog grafa  $G$ . Odredite niz stupnjeva grafa  $L(K_n)$ , gdje je  $K_n$  potpuni graf s  $n \in \mathbb{N}$  vrhova.

**OKRENUITE STRANICU!**

10. (5 bodova) Student FER-a se privremeno zaposlio u jednoj marketinškoj agenciji i njegov zadatak je biciklom proći kroz naselje modelirano grafom na slici i svima dostaviti reklamni letak. Iz iskustva zna da je ulica koja vodi od  $A$  do  $C$  strma i zbog toga će biti brži nizbrdo (od  $C$  prema  $A$ ). Procijenio je da će ostale ulice proći jednakom brzinom u oba smjera i pridijelio im je težine kao na slici. Student kreće iz čvora  $X$  (sjedište agencije) i po obavljenom poslu se u isti čvor mora vratiti. Suggerirajte algoritam za pronalazak optimalne rute i pronađite jednu takvu.



Ispit se piše 150 minuta. Dozvoljena je upotreba službenog podsjetnika. Sretno!