

BINARNE RELACIONE

- t. voet na opstrukciju matematike
- resiti pun zadatak Ep.

EKVIPORATNOST SREDINA (3)
ZERACIJE (4-5)

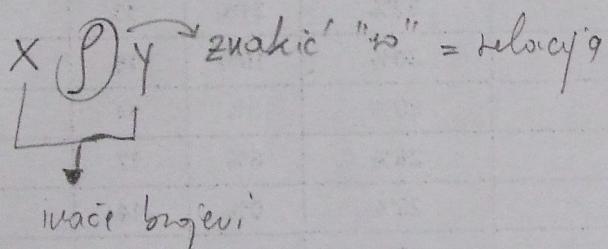
7-8 Lekcija SREDINA i
ZERACIJE

KOMBINACIJE

17. BODOVA

→ relacija između 2 elemenata \Rightarrow
(element)

- definirati relacije \Rightarrow u matematički nizu (k_1, k_2, \dots)



- $x, y \in X$ skup ... elemenata

= relacija

① oblik $x+y=10 \Rightarrow$ relacija (1 p 9)

5 8 6

$$\textcircled{2} \quad \frac{x \cdot y^{1004}}{7!} = \pi \text{ relacija } \textcircled{2}$$

= primjerice 80078001.

① REFLEKSIJNOST

- naci el su relacij; sa sobom
- mora vrijediti da naci x

$$\forall x \in X \quad x \sim x$$

$x+y=10 \Rightarrow$ nije refleksiv

~~1 ft~~

→ da li nešto sa samim sobom zadovoljava relaciju

② SIMETRIJNOST

$$x \sim y \Rightarrow y \sim x$$

$x+y=10$ simetrija (zbog komunitativnosti
obraćanja)

$\frac{x}{y} \neq$ simetrija

③ TRANZITIVNOST

$$x \sim y \wedge y \sim z \Rightarrow x \sim z$$

zb. mreža x, y i z

z ne mora biti $\neq x$

$x+y=10$ nije transitičnost

$$1 \sim 2 \wedge 2 \sim 1 \text{ ali } \boxed{1 \neq 1}$$

⇒ teoretska pitanje ⇒ nije još bilo, ali veće

NAJTRANZITIVIJE \Rightarrow relacija EKVIVALENCIJE

- do reda u tome smislu

rone x - one čine uobičajeni
razred

konceptni step $\Rightarrow x \sim y$ (razredi relacije)

budući mli razreda ekvivalencije

$$|X/\rho| = ? \Rightarrow \text{koliko ima razreda?}$$

2006. Školska godina \Rightarrow pogledati ih matica

GRODZKA [3]

$$X = \mathbb{N}, x \not\sim y \text{ ako i } \left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor$$

$$|\pi| = 3$$

$$\left\lfloor \frac{1}{11} \right\rfloor = 1$$

a) ekvivalencija? boksi...

1) refl.

$$x \sim x \quad \left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{x}{x} \right\rfloor \quad \text{✓} \quad \text{REVEDI...}$$

2) simetrija

$$x \sim y \rightarrow \cancel{\text{dokazat}} \quad \left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor \rightarrow \left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor \rightarrow y \sim x \quad \checkmark$$

3) tranzitivnost

$$x \sim y \text{ i } y \sim z \Rightarrow \left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor \text{ i } \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{z}{2} \right\rfloor \Rightarrow$$

$$\left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{z}{2} \right\rfloor \Rightarrow x \sim z \quad \checkmark$$

b) odredi kardinalitet skupu?

$$|X/\rho| = ?$$

$$\left\lfloor \frac{5}{1} \right\rfloor = 5 \quad \left\lfloor \frac{5}{6} \right\rfloor = 0$$

$$\left\lfloor \frac{5}{2} \right\rfloor = 2 \quad \vdots = 0$$

razredi ekvivalencije = ?

$$\left\lfloor \frac{5}{3} \right\rfloor = 1$$

$$1. \left[\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right] = \{1\}$$

$$\left\lfloor \frac{5}{5} \right\rfloor = 1$$

$$\left[\begin{matrix} 5 \\ 9 \end{matrix} \right] = 5 \Leftrightarrow ? \text{ uima takvo g}$$

$$\left\lfloor \frac{5}{5} \right\rfloor = 1$$

y poje 1 reza u razredu

$$2. \left[\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] = \{2\}$$

popis razreda: raspored koji element je u kojem razredu

$$3. \left[\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right] = \{3, 4, 5\}$$

$$\boxed{|X/\rho| = 4}$$

$$4. \left[\begin{matrix} 6 \\ 5 \end{matrix} \right] = \{6, 7, 8, \dots\}$$

c) odredi konačni broj nlobog novaca

str. 4

$$|\{1\}| = 1 \quad |\{3\}| = 3$$

$$|\{2\}| = 1 \quad |\{6\}| = \cancel{\text{akif nula}} \rightarrow \begin{array}{l} \text{vraća za beskonačnost} \\ \text{npr. nekih brojeva} \\ \text{to je stava nebezpečna} \\ \text{obecije} \end{array}$$

[N]

$$\boxed{\frac{1}{2} X / P} = \left\{ [1], [2], [3], [6] \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{zapis} \\ \text{Evo čijenog skupa} \end{array}$$

\Rightarrow kontinuum mnošta (za realne brojeve) [C]
beskonačnosti

Ali je bio jednostavniji zadatok za 3 body ...

2. MII 2007 \Rightarrow 2. zadatok

Na skupu $\boxed{Z \times Z}$, $(U_1 V_1) \not\sim (U_2 V_2) \quad \cancel{V_1 = V_2}$

\Rightarrow elementi u $\boxed{(X, Y)}$ (element se sastoji od 2 broja jer gledam
skup $Z \times Z$)

\Rightarrow gledam toče u koordinatnom sistemu koji nisu iste $\not\sim$ osim u

{np. $N \times Z \times D$ }
 $\{X, Y, Z\}$

$(1, -1) \not\sim (5, -1) \Rightarrow$ nije većo ili manje nego nijedan
dal uazu je jasno što predstavlja
relacija

a) EQUIVALENCEJA?

① refleksiv.

$$(X, Y) \not\sim (X, Y) \Rightarrow Y = Y \quad \checkmark$$

② simetričan

$$(X_1, Y_1) \not\sim (X_2, Y_2) \Rightarrow Y_1 = Y_2 \Rightarrow Y_2 = Y_1 \Rightarrow (X_2, Y_2) \sim (X_1, Y_1) \quad \checkmark$$

③ tranzitivnost

str. 5

$$(x_1, y_1) \not\sim (x_2, y_2) \text{ i } (x_2, y_2) \not\sim (x_3, y_3) \Rightarrow y_1 = y_2 \wedge y_2 = y_3$$
$$\left\{ \begin{array}{l} [x] \not\sim [y] \wedge [y] \not\sim [z] \end{array} \right\} \Rightarrow y_1 = y_3$$
$$\Rightarrow (x_1, y_1) \not\sim (x_3, y_3)$$

b) Odredi kardinalni stepen ...

$$[(3, 14)] = \{(3, 14), (4, 14), (5, 14), (1496, 14), (10^2, 14), \dots\}$$

$$[(6, 9)] = \{(6, 9), (7, 9), (-314, 9), \dots\}$$

aekito razreda koliko je kartinaca ... kako to zapisati? ☺
⇒ moglo se i nječia zapisati ...
⇒ matematički:

$$[(x, y)] = \{(x, y); x, y \in \mathbb{Z}\} \text{ za } \mathbb{Z} \neq \emptyset$$

c) Odredi kardinalitet nakog pojedinog razreda

→ u svakom razredu aekito biće koliko ima u \mathbb{Z} -u

$$|[(0, y)]| = |\mathbb{Z}| = \aleph_0$$

$$\{\mathbb{Z} : \mathbb{Q} : \mathbb{N} \Rightarrow \text{isti kardinalni stepen}\}$$

\mathbb{Z}, \mathbb{N} su ekvivalentni (stavovi s istim brojem elemenata) \Leftrightarrow .
postoji bijekcija iz \mathbb{Z} u \mathbb{N} . ⇒ tebalo je spekulativno
(ekvivalentnost, bijekcija)

$$d) |x/f| = ?$$

str. 16

$$\text{koliko jen rozdele? } |z \times z/f| = ?$$

= koliko kolko jen $y-a$? $y \in z$

$$|z \times z/f| = |z| = \mathbb{N} \quad (\text{def mno}) \quad \Rightarrow |\mathbb{N}|$$

\Rightarrow ekvivalentnost, bijekcia (isto kazi i pod o)

4 boda ...

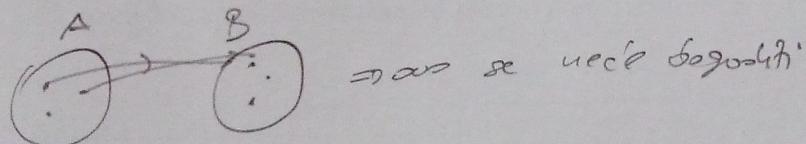
$$\boxed{\text{PAVEA}} = 16.354$$

\Rightarrow natvarak 16.304

FUNKCIJE

$$f: A \rightarrow B$$

$$\textcircled{I} \quad x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$



$$\textcircled{S} \quad \text{ni } B \text{ pogodni na velici } X$$

$$\textcircled{B} \quad I : S$$

\Rightarrow samo izmedu jednakobrigih skupova

\Rightarrow bijekciju dokazujem jednakobrigost

\Rightarrow kako ~~pre~~ prebrojat beskonični skup?

① ~~prebrojivi~~ $\rightarrow \mathbb{N}$ - beskonični ali i nepristojiv

② nejstebogjivi

$3\mathbb{N} \Rightarrow$ ni $\#$ djeleži $\rightarrow 3 \rightarrow$ kontinuitet?

bijekcija iz mnošta off kontinuitet znam $\rightarrow 3\mathbb{N}$ pa suđe
njegovoći kontinuitet

f: $\mathbb{N} \rightarrow 3\mathbb{N}$

Ar.

$$f(x) = 3x \quad (\text{bijektiv})$$

$$|\mathbb{N}| = \aleph_0 \quad |3\mathbb{N}| = |\mathbb{N}| = \aleph_0$$

PARTITIVNI SKUP

$$\Rightarrow X = \{1, 2, \dots, n\}$$

$$\rho(X) = \left\{ \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \dots, \{n\}\}, \{\{1, 2\}, \{3\}, \dots, \{1, n\}\}, \dots \right\}$$

$$|\rho(X)| = 2^n$$

EKVIVALENTNOST

ZADACI ZA VEROBU (str. 13)

① a) $f(k) = 2k + 3$

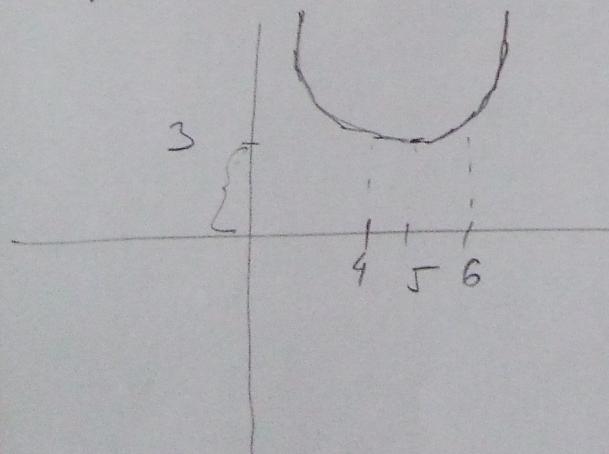
$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

- nizna pravcu pa je I (rozd. k rozd. f)

RESURS.

Uje ~~je~~ per vsebine doliti parni broj

b) $f(x) = (x-5)^2 + 3$



rozd. x u isti y \Rightarrow Nije funkcija.

~~zalog~~ " +3 " vsebuje nekaj pogodit z \Rightarrow Nije funkcija.

④ bijekcja $\Rightarrow f: \mathbb{N} \rightarrow A$

Kz. [8]

$$A = \{a = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cdot p_k^{k-1}, b_k \in \{0, 1\}\}$$

$a = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cdot p_k^{k-1}$

⑤ $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$

* injektiv

$$n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3^{k_3} \quad (p_1 < p_2 < p_3) \quad \begin{array}{l} \text{voda ujut za} \\ \text{jednorazovit} \\ \text{potrebe} \end{array}$$

po prosti obrazci

$p_1^{sgn(x)+1} \cdot p_2^{sgn(y)+1} \cdot p_3^{141}$

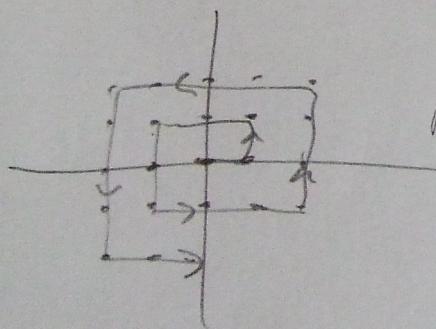
$$(x, y) \mapsto \cancel{\text{...}} \quad \text{radi prednosti od } x$$

⑥ $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$

surjektiva

$$(x, y) \mapsto |x| + 1$$

⑦ bijekcja, $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$



pooblik we $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$
u sklad

$$\{\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\} = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$$

$$f(k) : k \mapsto z_k$$