

2. DOMAĆA ZADAĆA IZ MATEMATIKE 3

U zadacima 1.–4 zadane funkcije prikaži u obliku Fourierovog integrala.

1. $f(x) = \operatorname{sgn}(x-1) - \operatorname{sgn}(x-3)$.

2. $f(x) = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$.

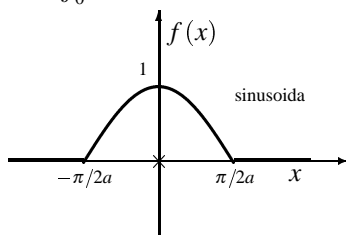
3. $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [-1, 1], \\ 0, & x \notin [-1, 1]. \end{cases}$

4. $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \in (0, 1), \\ 1+x, & x \in (-1, 0), \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$

5. Odredi sinusni i kosinusni spektar funkcije

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{T}x, & 0 \leq x \leq T, \\ 0, & x < 0 \text{ ili } x > T. \end{cases}$$

6. Funkciju zadanu slikom razvij u Fourierov integral, a zatim pomoću tog prikaza odredi vrijednost integrala $\int_0^\infty \frac{\cos(t\pi/2a)}{a^2 - t^2} dt$.



U zadacima 7.–9., računajući preko definicije Laplaceovog transformata, odredi slike sljedećih funkcija. Za svaki transformat naznači njegovo područje definicije.

7. A. $2t + 1$;

B. te^{-t} ;

C. $e^t \sin t$;

8.

A. $f(t) = \begin{cases} 1, & t \geq T, \\ 0, & t < T; \end{cases}$;

B. $f(t) = \begin{cases} 1, & t \leq T, \\ 0, & t > T; \end{cases}$;

9.

A. $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 1, \\ 1, & t > 1; \end{cases}$;

B. $f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1, \\ 1, & 1 \leq t \leq 2, \\ 0, & t > 2 \end{cases}$.

10. Provjeri jesu li ove funkcije originali ili nisu. Ako jesu, odredi eksponent rasta.

A. $\operatorname{ch} 3t$;

B. $\sin(t^2)$.

C. $e^{-2t} \sin t$;

D. $\frac{1}{t}$.

11. Koristeći tablicu Laplaceovih transformata, odredi originale sljedećih funkcija:

A. $\frac{2s-3}{s^2-6}$; B. $\frac{4s+1}{s^2+5}$; C. $\frac{1}{s-1} - \frac{2}{s+2}$;

12. Koristeći tablicu Laplaceovih transformata, odredi originale sljedećih funkcija:

A. $\frac{2}{s-2} + \frac{4}{s^2}$; B. $\frac{1}{s^3} - \frac{2}{s^2}$; C. $\frac{1}{s^4} \left(2 + \frac{1}{s} - s^2 \right)$.

U zadacima 13.–15., odredi slike sljedećih funkcija:

13.

A. $t^2 u(t-2)$; B. $\text{sh}^3(2t)$;
C. $f(t) = \int_0^t u \sin u \, du$; D. $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 3, \\ 2, & t \geq 3; \end{cases}$

14.

A. $5u(t-2) - 2u(t-3)$; B. $t^3 e^{-2t} + t^2$;
C. $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1, \\ t, & 1 \leq t < 2 \\ 2, & t \geq 2; \end{cases}$ D. $f(t) = \int_0^t u^2 e^u \, du$;

15.

A. $1 - t^2 e^{-2t} u(t-3)$; B. $\frac{\text{sh } t}{t}$;
C. $f(t) = \int_0^t (u^3 + 1) e^{-u} \, du$. D. $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 2, \\ t+1, & t \geq 2; \end{cases}$

16. Odredi sliku periodičke funkcije perioda $T = 4$, a koja je zadana formulama

$$f(t) = \begin{cases} 3t, & 0 < t < 2, \\ 6, & 2 < t < 4. \end{cases}$$

17. Primjenom Laplaceove transformacije izračunaj integral

A. $\int_0^\infty e^{-ax} \cdot \frac{\sin x}{x} \, dx$; B. $\int_0^\infty e^{-2t} t \cos t \, dt$; C. $\int_0^\infty \frac{e^{-2t} - e^{-4t}}{t} \, dt$.

18. Odredi original funkcije

A. $\frac{1}{s^2 + 4s + 3}$; B. $\frac{s^3 e^{-2s}}{(s^2 + 4)(s - 1)}$; C. $\frac{(s+2)e^{-4s}}{s^2 + 2s + 5}$.

19. Odredi original funkcije

A. $\frac{s+1}{s^2(s-1)(s+2)}$; B. $\frac{1}{(s-1)^2(s-2)^2}$.

20. Koristeći teorem o konvoluciji, izračunaj original funkcije

A. $\frac{1}{s(s+3)}$; B. $\frac{1}{s(s^2 - 4s + 5)}$; C. $\frac{1}{s^2(s+1)^3}$.

student**zadaci**

1.	5	8	14	19
3.	3	6	11	16
5.	5	10	12	17
7.	2	10	13	20
9.	2	8	11	16
11.	4	6	15	18
13.	2	6	15	17
15.	4	7	14	19
17.	2	9	14	18
19.	3	9	12	16
21.	3	9	15	18
23.	3	10	12	16
25.	5	9	14	19
27.	2	7	14	17
29.	4	7	11	16
31.	1	9	11	16
33.	3	7	13	19
35.	2	9	12	16
37.	3	9	13	20
39.	4	10	12	17
41.	5	8	11	17
43.	3	8	11	16
45.	5	9	12	17
47.	3	7	11	16
49.	1	9	15	17
51.	3	10	14	19
53.	3	6	13	19
55.	4	6	14	19
57.	1	8	11	16
59.	4	9	13	19
61.	3	8	14	19
63.	5	10	12	17
65.	2	7	11	16
67.	4	9	14	20
69.	4	6	11	16
71.	5	7	13	20
73.	1	7	11	16
75.	4	8	13	20
77.	1	10	14	17
79.	1	6	11	16

student**zadaci**

2.	1	9	13	20
4.	4	9	15	18
6.	2	6	11	16
8.	5	9	13	20
10.	3	8	12	18
12.	4	8	15	18
14.	2	10	15	18
16.	5	6	14	19
18.	3	8	13	20
20.	1	6	13	19
22.	2	9	13	19
24.	5	7	15	18
26.	1	6	14	17
28.	3	7	14	18
30.	4	9	12	17
32.	1	10	13	19
34.	4	10	15	18
36.	1	8	14	17
38.	4	7	15	18
40.	5	6	11	17
42.	2	7	13	19
44.	5	7	11	17
46.	1	7	12	20
48.	1	8	12	19
50.	2	7	12	20
52.	5	10	13	20
54.	4	8	11	17
56.	1	7	15	17
58.	3	10	15	18
60.	1	10	12	16
62.	5	6	15	18
64.	1	6	12	20
66.	3	6	14	18
68.	2	6	12	20
70.	4	10	14	20
72.	5	10	15	19
74.	2	8	13	20
76.	2	10	12	16
78.	5	8	15	18
80.	2	8	15	18