

Prvi međuispit iz Matematike 3E i 3R
18.10.2007.

1. (3 boda)

- a) (1b) Iskažite Dirichletove uvjete.
b) (1b) Da li funkcija $f(x) = \frac{1}{1-x}$ zadovoljava Dirichletove uvjete na segmentu $[0, 2]$? Obrazložite!
c) (1b) Iskažite teorem o konvergenciji Fourierovog reda.

2. (3 boda)

Zadana je funkcija $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0, \frac{1}{2}) \\ -1, & x \in (\frac{1}{2}, 1) \end{cases}$

- a) (2b) Razvijte f po kosinus funkcijama u trigonometrijski Fourierov red.
b) (1b) Pomoću Parsevalove jednakosti izračunajte $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

3. (4 boda)

Funkciju $f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & x \in [-1, 1] \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ prikažite pomoću Fourierovog integrala, te koristeći taj prikaz izračunajte integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx.$$

4. (3 boda)

Pomoću Laplaceove transformacije izračunajte integral

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{\pi}{2}x^2} \cos x dx.$$

5. (4 boda)

Primjenom Laplaceove transformacije riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' + y = f(t)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, u kojoj je funkcija f zadana slikom 1.

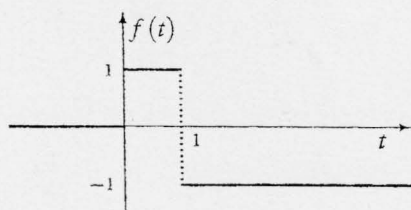
6. (5 boda)

- a) (1b) Definirajte konvoluciju dviju funkcija.
b) (2b) Neka su f i g originali. Dokažite da je $f * g$ eksponencijalnog rasta.
c) (2b) Riješite integralnu jednadžbu.

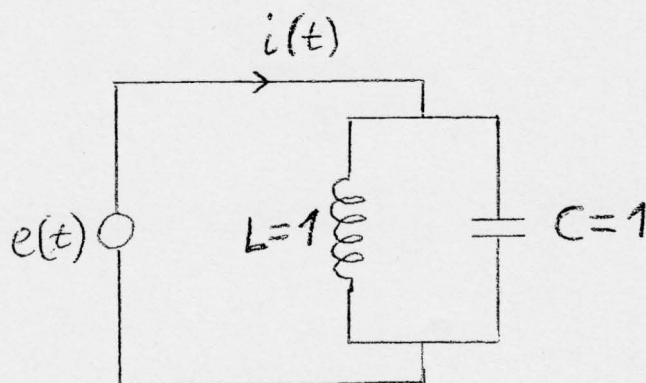
$$y(t) = 3 \sin t + 2 \int_0^t \cos(t - \tau) y(\tau) d\tau.$$

7. (3 boda)

Nadite struju $i(t)$ električnog kruga zadanog slikom 2 uz priključeni napon $e(t) = 1 + \cos 2t$.



SLIKA 1



SLIKA 2