

**Ponovljeni prvi međuispit iz Matematike 3E i 3R**  
02.02.2009.

**1. (2 boda)**

- a) (1b) Definirajte ortogonalnost funkcija  $f(x)$  i  $g(x)$  na intervalu  $[a, b]$ .  
b) (1b) Dokažite da su funkcije  $\cos 2x$  i  $\cos 5x$  međusobno ortogonalne na intervalu  $[-\pi, \pi]$ .

**2. (2 boda)**

- a) (1b) Napišite Parsevalovu jednakost za periodičku funkciju perioda  $T$ .  
b) (1b) Definirajte diskretni kosinusni, sinusni i amplitudni spektar funkcije  $f$ .

**3. (4 boda)**

Razvijte funkciju  $f(x) = |\sin x|$ , definiranu na intervalu  $[-\pi/2, \pi/2]$  u Fourierov red. Pomoću dobivenog rezultata izračunajte

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

**4. (3 boda)**

Pomoću prikaza funkcije  $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ -1, & -1 < x < 0 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$  u obliku Fourierovog integrala izračunajte

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x} dx$$

**5. (3 boda)**

Odredite originale funkcija:

a) (1b)  $\frac{1}{s^2 + 4s + 13}$

b) (2b)  $\frac{1}{(s-2)^2(s+3)}$

**6. (4 boda)**

- a) (2b) Iskažite i dokažite teorem o pomaku originala.  
b) (2b) Primjenom Laplaceove transformacije izračunajte

$$\int_0^{\infty} e^{-t} \frac{\sin t}{t} dt$$

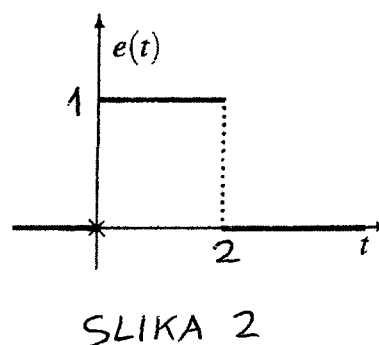
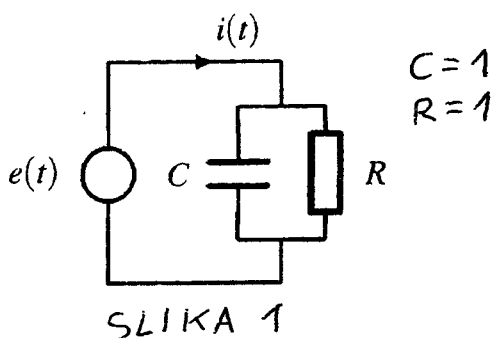
**7. (3 boda)**

Primjenom Laplaceove transformacije riješite Cauchyjev problem

$$y''(t) + y(t) = 2 \cos t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1$$

**8. (4 boda)**

Pomoću Laplaceove transformacije izračunajte i skicirajte struju  $i(t)$  strujnog kruga zadanog slikom 1 uz priključeni napon  $e(t)$  zadan slikom 2.



**Rješenja ponovljenog prvog međuispita iz Matematike 3E i 3R**  
02.02.2009.

**1. (2 boda)**

a) **(1b)**

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = 0$$

b) **(1b)**

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(2x) \cos(5x) dx = \dots = 0$$

**2. (2 boda)**

a) **(1b)** Fourierov red i integral, Laplaceova transformacija, str.32, Parsevalova jednakost.

b) **(1b)** Fourierov red i integral, Laplaceova transformacija, str.28, definicija.

**3. (4 boda)**

$$f(x) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2nx)}{4n^2 - 1}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}$$

**4. (3 boda)**

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \int \frac{\sin^2\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\lambda} \cdot \sin(\lambda x) d\lambda$$

Za  $x = \frac{1}{2}$  slijedi

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x} dx = \frac{\pi}{4}$$

**5. (3 boda)**

a) **(1b)**

$$\frac{1}{s^2 + 4s + 13}, \quad \text{u gornjem području:} \quad \frac{1}{3}e^{-2t} \sin 3t$$

b) **(2b)**

$$\frac{1}{(s-2)^2(s+3)}, \quad \text{u gornjem području:} \quad \frac{1}{25}(-e^{2t} + 5te^{2t} + e^{-3t})$$

**6. (4 boda)**

a) **(2b)** Fourierov red i integral, Laplaceova transformacija, str.72, teorem.

b) **(2b)**

$$\int_0^{\infty} e^{-t} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{4}$$

**7. (3 boda)**

$$y(t) = u(t) \cdot (t - 1) \sin t$$

**8. (4 boda)**

$$i(t) = \delta(t) - \delta(t - 2) + u(t) - u(t - 2)$$