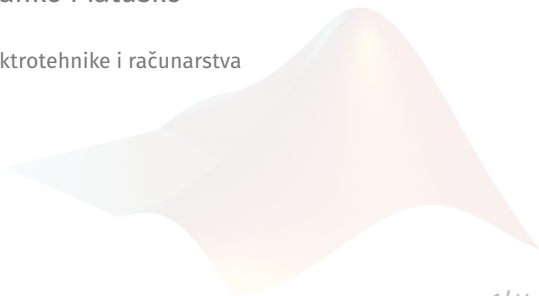


Laboratorij i vještine - MATLAB

Uvod u Matlab

Željko Ban
Mato Baotić
Jadranko Matuško

Fakultet elektrotehnike i računarstva



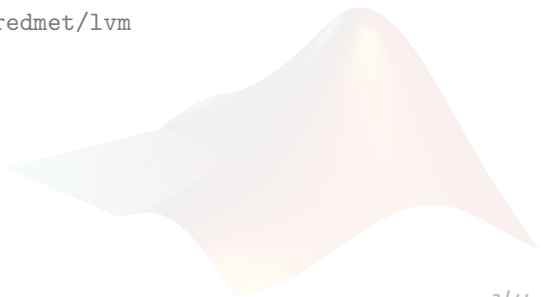
Cilj kolegija

- ▶ Upoznavanje s osnovama rada u MATLABU
- ▶ Organizacija i struktura podataka
- ▶ Aritmetičke i logičke operacije
- ▶ Grafovi i prikazi krivulja
- ▶ Programiranje u Matlabu
- ▶ MATLAB Symbolic toolbox
- ▶ Simulink



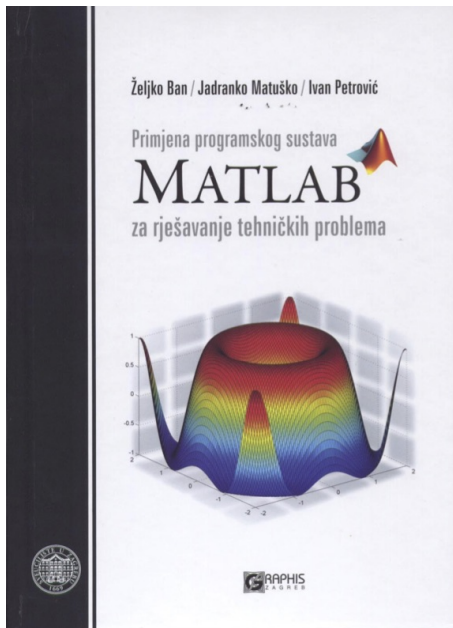
Organizacija kolegija

- ▶ Predavanja
 - ▶ $4 \times 2 = 8$ h - upoznavanje s osnovnim mogućnostima Matlaba
- ▶ Laboratorijske vježbe
 - ▶ 4×2 h – četiri cjeline vježbi
- ▶ Materijali, rasporedi i sve dodatne obavijesti nalaze se na:
 - ▶ <http://www.fer.hr/predmet/lvm>



Polaganje kolegija

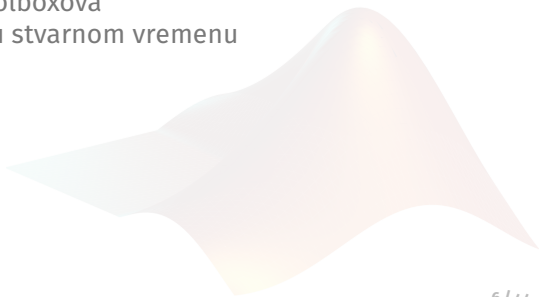
- ▶ Laboratorijske vježbe
 - ▶ 4×2 boda = 8 bodova
 - ▶ usmena provjera znanja tijekom vježbe
- ▶ Pismeni ispit
 - ▶ 8 zadataka $\times 2$ boda = 16 bodova
 - ▶ ponuđeni odgovori, netočan odgovor = -0.5 bodova
- ▶ Za položiti kolegij potrebno:
 - ▶ odraditi sve laboratorijske vježbe i
 - ▶ skupiti (iz labosa i pismenog) najmanje 12 bodova



Što je Matlab

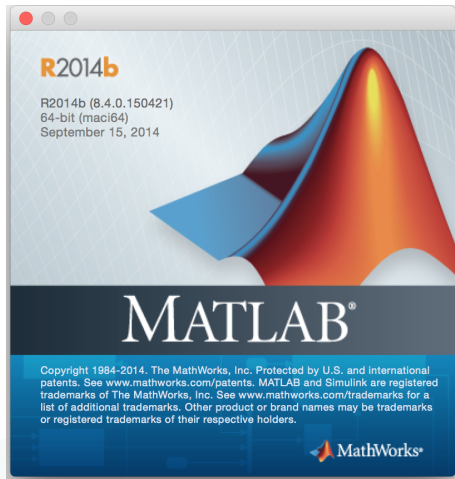
MATLAB = MATrix LABoratory

- ▶ Mathworks Inc.
- ▶ Svojstva
 - ▶ Matrični kalkulator interpreterskog tipa
 - ▶ Grupiranje naredbi u skripte i funkcije
 - ▶ Otvorenost – razvoj toolboxova
 - ▶ Testiranje algoritama u stvarnom vremenu



Pokretanje Matlaba

- ▶ Ikonom na desktopu
- ▶ Izbornik (Start → Programs → Matlab → Matlab)
- ▶ Upisom naredbe matlab u run prozor unutar START izbornika



Osnovne komponente Matlab okruženja

The screenshot displays the MATLAB R2014b environment. The top menu bar includes HOME, PLOTS, and APPS. The APPS tab is active, showing the Simulink Library icon highlighted with a blue box. The Simulink Library is also labeled with a blue text overlay. The Command Window is open, showing the following code:

```
>> A=[1 2;3 4]

A =

     1     2
     3     4

>> B=A

B =

     1     2
     3     4

fx >>
```

The Workspace panel on the right shows the following variables:

Name	Value
A	[1,2;3,4]
B	[1,2;3,4]

The left panel shows the Current Folder and MATLAB files. The MATLAB files section is expanded, showing a list of files including yad.mat, Xdata.mat, weeks2345.mat, varijabla1.mat, tree2.mat, tree1.mat, TP_without_comp.mat, tp_with_comp.mat, thermal_model.mat, test1.mat, test.mat, step5.mat, stba_linear.mat, stba.mat, state_space_comp.mat, and state_space-1.mat. The text "Trenutna mapa" is overlaid on this section. The text "Matlab radni prostor (memorija)" is overlaid on the Workspace panel. The text "Matlab komandni prozor" is overlaid on the Command Window.

Matlab kao matrični kalkulator

```
>> 5+4  
ans =  
9
```

```
>> ans/2  
ans =  
4.5000
```

```
>> a=2;  
>> b=3;  
>> c=b/a  
c =  
1.5000
```

```
>> A=[1 3;3 2]  
A =  
1 3  
3 2
```

```
>> B=A^2+2*A+2  
B =  
14 17  
17 19
```

Definiranje matrice u Matlabu

- ▶ Matrica se izravno definira u Matlabu na način da se u **uglatim zagradama** definiraju pojedini članovi matrice.
- ▶ Pojedini članovi matrice se definiraju redak po redak, pri čemu **;** (**točka-zarez**) označava prelazak u novi red.

```
>> A=[1 2 4 8 3]  
A =  
    1     2     4     8     3
```

```
>> B=[1 3;3 2]  
B =  
    1     3  
    3     2
```

```
>> C=[1;4;6;8]  
C =  
    1  
    4  
    6  
    8
```

- ▶ Ako se na kraju naredbe u komandnom prozoru ili m-datoteci navede znak **;** (**točka-zarez**) rezultat naredbe neće se ispisati u komandni prozor.

Izvlačenje (ekstrakcija) dijela matrice

- ▶ `ime_var(n1:n2,m1:m2)`

```
>>A=[1 4 2;3 6 1;...  
6 8 3]  
A=  
    1  4  2  
    3  6  1  
    6  8  3
```

```
>> A(1,3)  
ans =  
    2
```

```
>>A(2:3,2:3)  
ans =  
    6  1  
    8  3
```

```
>> A(:,1)  
ans =  
    1  
    3  
    6
```

```
>> A(end,1:end)  
ans =  
    6  8  3
```

- ▶ Linearno indeksiranje matrice; Za matricu A dimenzija [r,c]
 $A(i,j)=A(i+(j-1)*c)$

```
>>A(8)  
ans =  
    1
```

Kombiniranje više matrica u jednu

```
>> A=[1 4 2 8]; %1x4  
>> B=[1 3 2;6 1 4;...  
8 4 2]; %3x3  
>> C=[4;8;1]; %3x1
```

```
>> D=[A C']  
D =  
    1    4    2    8    4    8    1
```

1x4

1x3

```
>> D=[C';B]  
D =  
     4     8     1  
     1     3     2  
     6     1     4  
     8     4     2
```

1x3

3x3

```
>> D=[B C;A]  
D =  
     1     3     2     4  
     6     1     4     8  
     8     4     2     1  
     1     4     2     8
```

3x3

3x1

1x4

Generiranje niza brojeva u Matlabu

► [poc:kraj]

```
>> x=[0:5]
```

```
x =
```

```
0      1      2      3      4      5
```

► [poc:korak:kraj]

```
>> x=[0:2:10]
```

```
x =
```

```
0      2      4      6      8     10
```

```
>> x=[5:-1:1]
```

```
x =
```

```
5      4      3      2      1
```

2D grafičke funkcije u Matlabu

- ▶ Osnovna funkcija za prikaz grafova u Matlabu je `plot(x,y,opcionalni parametri)`
- ▶ Dodatni opcionalni parametri definiraju izgled samog grafa (npr. boja i vrsta linija)
- ▶ Ako želimo iscrtati graf funkcije $y = f(x)$ na intervalu $[a,b]$ tada je kao prvi korak potrebno generirati vektor x koji sadrži vrijednosti u kojima se izračunava funkcija

```
>> x=[a:korak:b];
```

- ▶ Kao sljedeći korak računaju se vrijednosti funkcije $f(x)$ u točkama sadržanim u vektoru x , te iscrtamo graf naredbom `plot`. npr:

```
>> y=sin(x)
```

```
>> plot(x,y);
```

2D grafičke funkcije u Matlabu

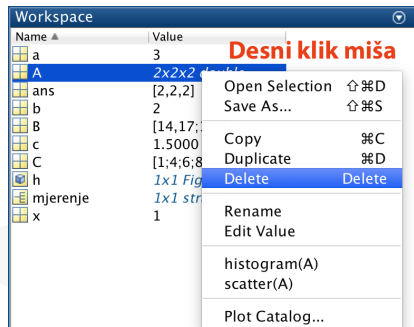
Primjer: Prikaz funkcije $\sin(x)$ na intervalu $[0 : 4\pi]$

```
>>x=[0:0.1:4*pi];  
>>y=sin(x);  
>>plot(x,y)  
>>grid on;  
>>xlabel('x'),ylabel('y=sin(x)');
```



Brisanje varijabli iz radnog prostora

- ▶ **clear** – briše sve varijable iz workspace-a
 - ▶ **clear a b c** – briše varijable a, b i c iz workspace-a
 - ▶ **clear global** – briše globalne varijable iz workspace-a
 - ▶ **clear d*** - briše sve varijable čije ime započinje sa slovom d
- ▶ Brisanje pomoću prozora workspace-a



Spremanje varijabli na disk

- ▶ **save ime_datoteke** - spremanje svih varijabli iz radnog prostora u datoteku ime_datoteke.mat
- ▶ **save ime_datoteke var1 var2 var3** - spremanje (samo) varijabli var1 var2 i var3 iz radnog prostora
- ▶ **save ime_datoteke var1 var2 var3 -ascii** - spremanje varijabli var1 var2 i var3 iz radnog prostora u obliku tekstualne datoteke
- ▶ **load ime_datoteke** - učitavanje varijabli iz datoteke ime_datoteke u radni prostor.

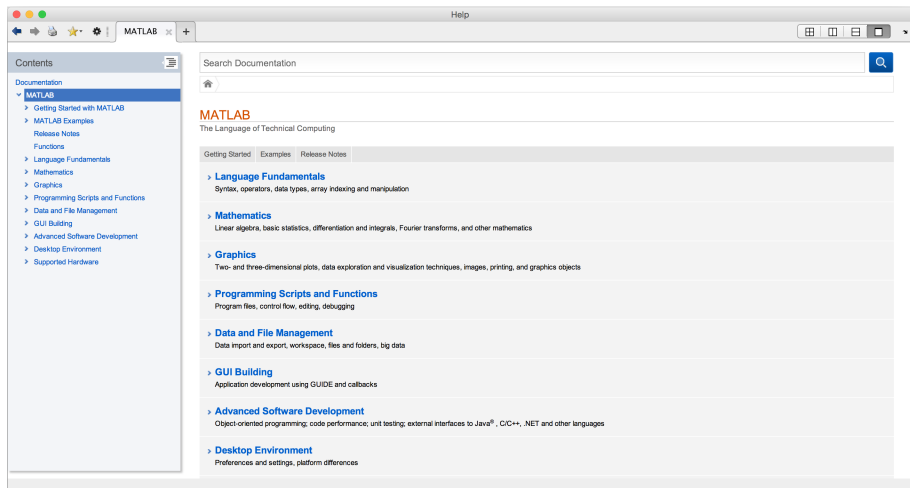
Naredbe pomoći i izlaza

- ▶ lookfor
- ▶ help
- ▶ Izlaz iz MATLABA
 - ▶ quit
 - ▶ File → Exit
 - ▶ Zatvaranje osnovnog prozora MATLABA

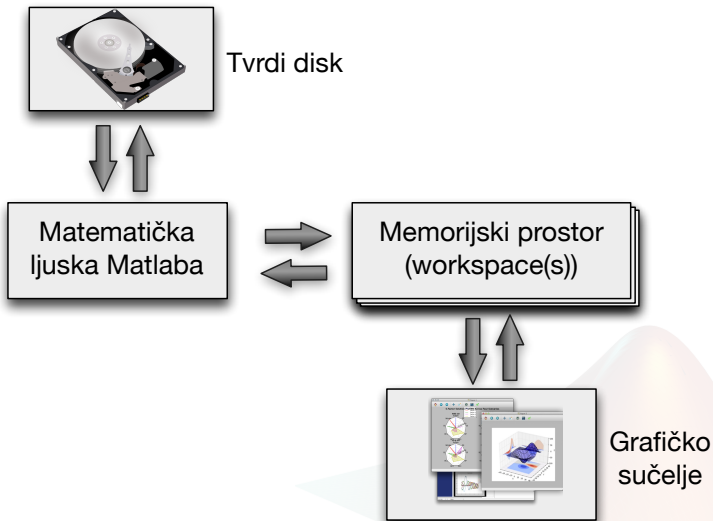
```
>>>lookfor label
PLOTYY Graphs with y tick labels on the
left and right.
TEXTLABEL Produces the TeX format from
a character string.
XLABEL X-axis label.
YLABEL Y-axis label.
ZLABEL Z-axis label.
CLABEL Contour plot elevation labels.
```

```
>> help xlabel
XLABEL X-axis label.
XLABEL('text') adds text beside the X-axis on the current axis.
XLABEL('text','Property1',PropertyValue1, 'Property2',PropertyValue2←
,...)
sets the values of the specified properties of the xlabel.
H = XLABEL(...) returns the handle to the text object used as the ←
label.
See also YLABEL, ZLABEL, TITLE, TEXT.
```

Matlab sustav pomoći



Funkcionalna struktura Matlaba



Variable

- ▶ U pravilu Matlab sve varijable tretira kao polja odgovarajućih dimenzija.
 - ▶ Matrice su 2D polja
 - ▶ Skalari su matrice dimenzije 1x1
 - ▶ Varijable u Matlabu se mogu klasificirati prema različitim kriterijima.
-
- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none">▶ Prema sadržaju elemenata polja:<ul style="list-style-type: none">▶ Realna▶ Kompleksna▶ Znakovna▶ Polja ćelija▶ Polja struktura | <ul style="list-style-type: none">▶ Prema vidljivosti:<ul style="list-style-type: none">▶ Lokalne▶ Globalne▶ Prema izvoru nastanka:<ul style="list-style-type: none">▶ Interne▶ Eksterne |
|--|---|

Numerički tipovi podataka u Matlabu

- ▶ Realne vrijednosti
 - ▶ dvostruke preciznosti (double, 64 bita)
 - ▶ jednostruke preciznosti (single, 32 bita)
- ▶ Cjelobrojne vrijednosti s predznakom (int8, int16, int32, int64),
- ▶ Cjelobrojne vrijednosti bez predznaka (uint8, uint16, uint32, uint64).

```
>> x=24.8;  
>> y=single(24.8);  
>> z=int64(18);  
>> whos
```

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
x	1x1	8	double	
y	1x1	4	single	
z	1x1	8	int64	

Numerički tipovi podataka u Matlabu

- ▶ **Realne vrijednosti**
 - ▶ **dvostruke preciznosti (double, 64 bita)**
 - ▶ **jednostruke preciznosti (single, 32 bita)**
- ▶ **Cjelobrojne vrijednosti s predznakom (int8, int16, int32, int64),**
- ▶ **Cjelobrojne vrijednosti bez predznaka (uint8, uint16, uint32, uint64).**

```
>> x=24.8;  
>> y=single(24.8);  
>> z=int64(18);  
>> whos
```

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
x	1x1	8	double	
y	1x1	4	single	
z	1x1	8	int64	

Polja ćelija u Matlabu

- ▶ Polja ćelija (engl. cell arrays) predstavljaju poopćenje polja na način da se ne zahtjeva da pojedini elementi polja budu istog tipa
- ▶ Elementi polja ćelija mogu biti bilo kojeg podatkovnog tipa podržanog od strane Matlaba, uključujući i sama polja ćelija.
- ▶ Polja ćelija kreiraju se na sličan način kao i sama polja, s tim da se umjesto uglatih zagrada `[`, koriste vitičaste `{`.

```
mjerenje={'Struja',1e-3,[1.4 1 1.2 1.1 1 1.2 1]}
mjerenje =
    'Struja'    [1.0000e-03]    [1x7 double]
```

- ▶ Analogno se pristupa pojedinim članovima niza polja.

```
>>mjerenje{1}
ans =
    Struja
>> mjerenje{3}(2:4)
ans =
    1.0000    1.2000    1.1000
```


Strukture u Matlabu

- ▶ Tip podataka vrlo sličan nizovima polja su strukture koje također omogućuju grupiranje podataka različitog tipa u jedan novi podataka.
- ▶ Pristup pojedinim članovima tog novog podatka (strukture) je simbolički za razliku od nizova polja.

```
>> mjerjenje=struct('Naziv','Struja',...  
    'Ts',[1e-3],...  
    'Vrijednosti',[1.4 1 1.2 1.1 1 1.2 1])  
mjerjenje =  
    Naziv: 'Struja'  
         Ts: 1.0000e-03  
    Vrijednosti: [1.4000 1 1.2000 1.1000 1 1.2000 1]
```

- ▶ Pojedinim članovima strukture se pristupa na sljedeći način:

```
>> mjerjenje.Vrijednosti(2)  
ans =  
    1
```

Logičke vrijednosti u Matlabu

- ▶ Logičke vrijednosti (true i false) u Matlabu su predstavljene odgovarajućim vrijednostima 1 i 0.
- ▶ Vektor/matrica logičkih vrijednosti može se kreirati na više načina kako slijedi

```
>> x=[true false]
```

```
x =  
    1     0
```

```
>> x=true(1,2)
```

```
x =  
    1     1
```

```
>> x=false(1,2)
```

```
x =  
    0     0
```

```
>> x=logical([0 1])
```

```
x =  
    0     1
```

- ▶ Logičke vrijednosti se također dobivaju kao rezultat relacijski i logičkih operatora i funkcija.

Globalne i lokalne varijable u Matlabu

- ▶ Globalne varijable u Matlabu se spremaju u zaseban radni prostor (globalni radni prostor, engl. global workspace).
- ▶ Varijable iz globalnog radnog prostora vidljive su iz bilo koje funkcije unutar Matlaba ukoliko su te varijable u njoj deklarirane kao globalne.
- ▶ Sadržaj globalnog radnog prostora se može isčitati naredbom **whos global** odnosno izbrisati naredbom **clear global**.
- ▶ Lokalane varijable vidljive su samo iz funkcije u kojoj su definirane i mogu biti:
 - ▶ **privremene**, pri čemu se njihova vrijednost briše nakon izlaska iz funkcije.
 - ▶ **perzistentne**, pri čemu njihova vrijednost ostaje sačuvana između dva uzastopna poziva.

Interne varijable

- ▶ `eps=2.2204e-16`
 - ▶ točnost realnih brojeva (razlika između 1.0 i prvog većeg)
- ▶ `realmin=2.2250733858507202e-308`
 - ▶ vrijednost najmanjeg realnog broja
- ▶ `realmax=1.797697134862316e+308`
 - ▶ vrijednost najvećeg realnog broja
- ▶ `pi=3.14159265358979`
 - ▶ vrijednost realnog broja π
- ▶ `Inf` (Infinity, npr. `1/0`)
- ▶ `NaN` (Not a Number, npr. `0/0`)
- ▶ `i,j` imaginarna jedinica kompleksnih brojeva

Interne varijable

Primjer

- ▶ Interne varijable se automatski definiraju prilikom pokretanja Matlab-a ali **nisu zaštićene od mogućeg prepisivanja**.

```
>> clear
>> a=2+3*i
a =
    2.0000 + 3.0000i
```

```
i =2;
>> a=2+3*i
a=
     8
```

- ▶ Rješenje: kompleksne brijewe zapisivati bez znaka množenje (*)

```
i=2;
>> a=2+3*i
a=
     8
>> b=2+3i
b =
    2.0000 + 3.0000i
```

- ▶ Navedeno rješenja vrijedi samo za interne varijable koje predstavljaju imaginarnu jedinicu i odnosno j.

Eksterne varijable

- ▶ Ime varijable
 - ▶ 19 alfanumeričkih znakova
 - ▶ Slova engleske abecede, brojke i `_` (underscore)
 - ▶ Ime uvijek počinje slovom
- ▶ Definiranje varijabli

```
>>b=[1;2;3+4j]  
b=  
1.0000  
2.0000  
3.0000 + 4.0000i
```

```
>> c=[1 2 3;2 2 1;3 2 5]  
c=  
1 2 3  
2 2 1  
3 2 5
```

Definiranje niza brojeva

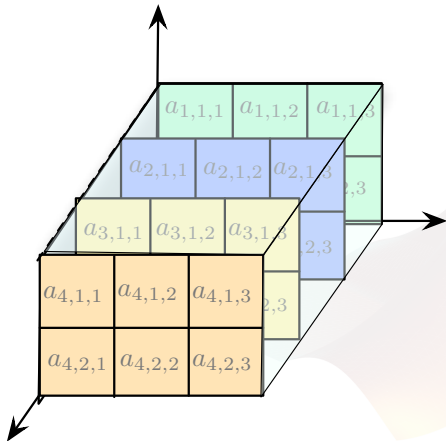
- ▶ `d1=[var_min:prirast:var_max]`
- ▶ `d2=[var_min:var_max]`
- ▶ `d3=linspace(min,max,br_toc)`
- ▶ `d4=logspace(n1,n2,br_toc)`

```
>> d1=[0:0.5:3]
d1 =
    0    0.5000    1.0000    1.5000    2.0000    2.5000    3.0000
```

```
>> d2=linspace(1,-1,5)
d2 =
    1.0000    0.5000    0   -0.5000   -1.0000
```

Polje vs. matrica u Matlabu

- ▶ Pod pojmom polje (engl. array) Matlab podrazumjeva višedimenzionalnu strukturu podataka.
- ▶ Matrica je dvodimenzionalna struktura podataka koja je kao takva samo specijalni slučaj polja.
- ▶ Primjer 3D polja dimenzije $4 \times 2 \times 3$



Funkcije za definiranje polja u Matlabu

- Generiranje vektora linearno raspodjeljenih vrijednosti:
`poc:korak:kraj`, `linspace(poc, kraj, broj_toc)`

```
>> x=[0:0.2:1]
x =
    0    0.2000    0.4000    0.6000    0.8000    1.0000
```

```
>> x=linspace(0,1,6)
x =
    0    0.2000    0.4000    0.6000    0.8000    1.0000
```

- Generiranje vektora logaritamski raspodjeljenih vrijednosti
`logspace(10n1, 10n2, broj_toc)`

```
>> x=logspace(0,1,10)
x =
Columns 1 through 7
    1.0000    1.2915    1.6681    2.1544    2.7826    3.5938
    4.6416
Columns 8 through 10
    5.9948    7.7426   10.0000
```

Funkcije za definiranje polja i matrica u Matlabu

- ▶ `zeros(n)`, `zeros(m,n)` ili `zeros(m,n,p,...)` - definiranje matrice ili polja čiji svi elementi imaju iznos 0
- ▶ `ones(m,n)`, `ones(m,n)` ili `ones(m,n,p,...)` - definiranje matrice ili polja čiji svi elementi imaju iznos 1
- ▶ `eye(n,m)` ili `eye(n)` - definiranje jedinične matrice ili matrice koja ima jedinice samo na glavnoj dijagonali

```
>> A=zeros(2,3)
```

```
A =
```

0	0	0
0	0	0

```
>> A=ones(2)
```

```
A =
```

1	1
1	1

```
>> I=eye(3)
```

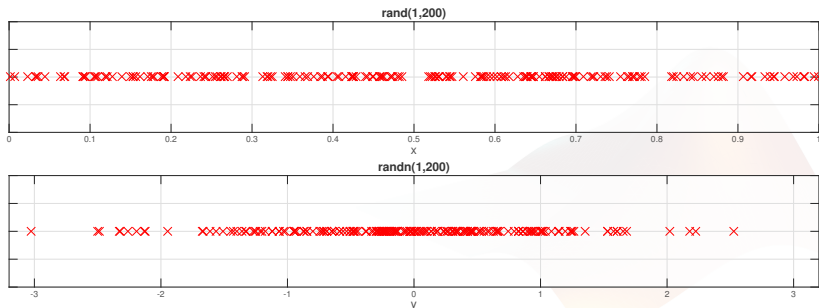
```
I =
```

1	0	0
0	1	0
0	0	1

Funkcije za definiranje polja i matrica u Matlabu

- ▶ `rand(n,m)` ili `rand(n,m,p,...)` - definiranje matrice odnosno polja slučajnih vrijednosti uniformno raspodjeljenih na intervalu $[0,1]$
- ▶ `randn(n,m)` ili `randn(n,m,p,...)` - definiranje matrice odnosno polja slučajnih vrijednosti normalno raspodjeljenih sa srednjom vrijednosti 0 i varijancom 1

```
>> x=rand(1,200);  
>> y=randn(1,200);
```



Operacije Matlaba

- ▶ Aritmetički operatori
- ▶ Relacijski operatori
- ▶ Logički operatori
- ▶ Funkcije



Aritmetičke operacije u Matlabu

- ▶ Matlab omogućuje dva tipa aritmetičkih operacije:
 - ▶ **Operacije nad poljima**, odnosno operacije nad elementima polja (engl. array operation)
 - ▶ **Matrične operacije** (engl. matrix operation)
- ▶ Preduvjet za primjenu operacija nad poljima je da su operandi jednakih dimenzije.
- ▶ Znak . (točka) se u pravilu koristi ispred oznake matematičkog operatora kako bi se naznačilo da se radi o operaciji koja se izvodi nad poljima (element po element).
- ▶ U ovu skupinu operatora spadaju: +, -, .*, .^, ./ i .'.
- ▶ Za matrične operacije u Matlabu vrijede pravila linearne algebre i općenito nisu primjenjive za višedimezionalna polja ($n > 2$).
- ▶ U skupinu matričnih operacija u Matlabu spadaju: *, /, \, ^ i '.

Aritmetički operatori

Primjer

$$A = \begin{bmatrix} 1+i & 2 \\ 4 & 3+2i \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1+i & 2 \\ 4 & 3+2i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1+i & 2 \\ 4 & 3+2i \end{bmatrix}$$

```
>>> B=A^2  
B =  
    8 + 2i    8 + 6i  
   16 +12i   13 +12i
```

$$C = \begin{bmatrix} (1+i)^2 & 2^2 \\ 4^2 & (3+2i)^2 \end{bmatrix}$$

```
>>> C=A.^2  
C =  
    2i     4  
   16    5 +12i
```

Aritmetički operatori

Primjer

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

```
>> A*B
```

```
ans =
```

```
     5     4  
    15     6
```

```
>> A.*B
```

```
ans =
```

```
     3     0  
     4     6
```

Primjer 1: Aritmetički operatori

Neka je dan sljedeći sustav linearnih jednažbi:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Potrebno je primjeniti aritmetičke operatore za njegovo rješavanje.

- Rješenje sustava $A \cdot X = B$ dobiva se operacijom lijevog dijeljenja, tj.

$$X = A \setminus B,$$

- Poddeterminiran sustav (npr. zadane samo prve dvije jednažbe),
- Ukoliko je sustav predeterminiran tada $X = A \setminus B$ daje *least square* rješenje.

```
>>> X = A \ B
```

```
X =
```

```
1.0000
```

```
2.0000
```

```
1.0000
```

```
>>> X = A(1:2, :) \ B(1:2)
```

```
X =
```

```
0
```

```
1.8000
```

```
1.8000
```


Relacijski operatori

- Kao rezultat operacije se dobiva logička vrijednost (0 ili 1)

Operator	Opis	Primjer
<	manje	$a < b$
<=	manje ili jednako	$a \leq b$
>	veće	$a > b$
>=	veće ili jednako	$a \geq b$
==	jednako	$a == b$
~=	različito	$a \sim b$

Primjer 2: Relacijski operatori

Zadane su matrice A i B:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

```
>>> A>=B
```

```
ans =
```

```
    0  1  0  
    1  1  1
```

```
>>> A>2
```

```
ans =
```

```
    0  1  0  
    0  1  1
```

```
>>> A~=B
```

```
ans =
```

```
    1  0  1  
    1  0  1
```

Logički operatori

- Operacije se obavljaju između logičkih varijabli i kao rezultat se također dobiva logička vrijednost (0 ili 1)

Operator	Opis	Primjer
&	logičko I	$A \& B$
	logičko ILI	$a b$
~	logički komplement	$\sim A$
xor	isključivo ILI	$\text{xor}(A, B)$

Primjer 3: Logički operatori

Zadane su matrice A i B:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

```
>> A>2 & B<3
```

```
ans =
```

```
0 0 0  
0 0 1
```

```
>> ~(A<3)
```

```
ans =
```

```
0 1 0  
0 1 1
```

```
>> A & A>2
```

```
ans =
```

```
0 1 0  
0 1 1
```