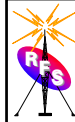
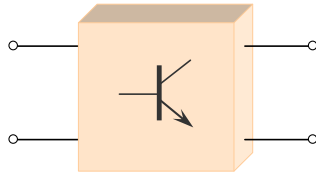




RADIOFREKVENCIJSKA POJAČALA



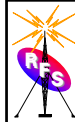
RF tranzistorska pojačala

- dvoprolazni aktivni sklopovi
- izrazito neregipročni sklopovi:
 - signal se prenosi s ulaza na izlaz uz pojačanje
 - prijenos signala s izlaza na ulaz znatno je manji (u tom smjeru postoji slabljenje signala)
- aktivni element (koji pojačava mikrovalne signale):
 - bipolarni tranzistor
 - unipolarni tranzistor



RF tranzistorska pojačala

- svojstva i karakteristike pojačala opisuju se primjenom parametara mreža kao što su Z -, Y -, h - i S -parametri
- na mikrovalnim se frekvencijama jednostavno se mogu mjeriti samo raspršni parametri tranzistora → projektiranje mikrovalnih pojačala obično se temelji na primjeni raspršnih parametara
- mjerenje raspršnih parametara → tranzistor se postavlja u ispitni sklop s priključnim linijama karakteristične impedancije sustava (najčešće $50\ \Omega$) → priključnim se linijama na tranzistor obično istodobno dovode mjerni RF signali i istosmjerni naponi napajanja
- mjerenje → primjenom vektorskog analizatora mreža ili nekog drugog vektorskog reflektometra



RF tranzistorska pojačala

- raspršni se parametri razlikuju od tranzistora do tranzistora (čak i kada tranzistori nose istu tipsku oznaku) → treba uzeti u obzir prilikom proračuna pojačala
- raspršni se parametri mijenjaju promjenom radnih uvjeta kao što su temperatura, napon napajanja i pobuda velikim signalom
- rad pojačala valja provjeriti u cjelokupnom frekvencijskom području → posebno treba ispitati stabilnosti izvan radnog frekvencijskog područja



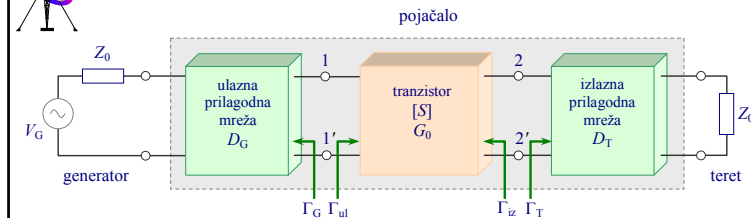
Ciljevi pri projektiranju RF pojačala:

- maksimalno pojačanje snage
- stabilno pojačanje (rad bez oscilacija)
- minimalni faktor šuma prvog stupnja (svaki tranzistor traži posebnu vrijednost impedancije generatora koja jamči minimalnu vrijednost faktora šuma)
- što manje vrijednosti koeficijenata refleksije na ulazu i izlazu
- dovoljno veliko i što ujednačenije pojačanje unutar zadanog frekvencijskog pojasa.
- fazni odziv kao linearna funkcija frekvencije
- neosjetljivost na promjene nazivnih vrijednosti raspršnih parametara

➔ Mnogi od ovih ciljeva ne mogu se postići istodobno, jer su zahtjevi koje treba ispuniti često proturječni!



Pojačanje snage dvoprolazne mreže



- pojačalo s mikrovalnim tranzistorom ➔ aktivni četveropol (tranzistor) umetnut između dviju pasivnih prilagodnih mreža bez gubitaka
- tranzistor opisujemo njegovim raspršnim parametrima
- prilagodne mreže služe za maksimiranje prijenosnog pojačanja snage
- tranzistor je na ulazu opterećen impedancijom mreže koja obavlja prilagodbu s generatorom, a na izlazu je opterećen ulaznom impedancijom izlazne prilagodne mreže koja prilagođuje tranzistor na impedanciju prijenosne linije Z_0



Pojačanje snage dvoprolazne mreže

➤ Definiramo tri pojačanja snage:

➔ **pogonsko pojačanje snage** $= G_p = P_T / P_{ul}$ ➔ omjer snage disipirane u teretu Z_T i snage koju generator predaje dvoprolaznoj mreži (ovo pojačanje ne ovisi o Z_G , premda vladanje nekih aktivnih sklopova znatno ovisni o Z_G)

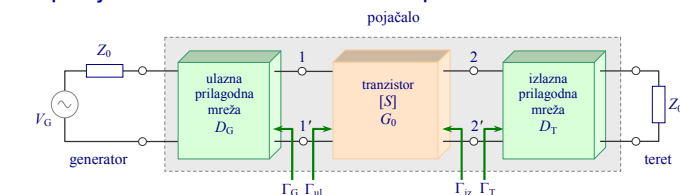
➔ **prijenosno pojačanje snage** $= G_T = P_T / P_{AG}$ ➔ omjer između snage predane teretu i raspoložive snage generatora (ovisi i o Z_G i o Z_T što mu daje prednost u odnosu na druge dvije definicije pojačanja)

➔ **raspoloživo pojačanje snage** $= G_A = P_{AM} / P_{AG}$ označuje omjer raspoložive snage na izlazu dvoprolazne mreže i raspoložive snage generatora (ovo pojačanje ovisi o Z_G , ali ne ovisi o Z_T iako karakteristike mnogih aktivnih sklopova ovisi o Z_T)



Pojačanje snage dvoprolazne mreže

- sva tri pojačanja ovise o raspršnim parametrima tranzistora te koeficijentima refleksije impedancija koje su priključene na ulazni i / ili izlazni prolaz tranzistora



Z_0 = karakteristična impedancija sustava (za ovu impedanciju se mjere raspršni parametri tranzistora)

Z_G = impedancija koja se vidi s ulaznog prolaza tranzistora gledajući u ulaznu prilagodnu mrežu

Z_T = impedancija koja se vidi s izlaznog prolaza tranzistora gledajući u ulaznu prilagodnu mrežu

Pojačanje snage dvoprolazne mreže

pojačalo

generator Z_0 V_G Γ_G Γ_{ul} Γ_{iz} Γ_T teret Z_0

ulazna prilagodna mreža D_G tranzistor $[S]$ G_0 izlazna prilagodna mreža D_T

➤ ulazni prolaz (1-1')

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0}$$

$$\Gamma_{ul} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T}$$

➤ izlazni prolaz (2-2')

$$\Gamma_T = \frac{Z_T - Z_0}{Z_T + Z_0}$$

$$\Gamma_{iz} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G}$$

Pojačanje snage dvoprolazne mreže

➤ generator (izvor) predaje mreži snagu:

$$P_{ul} = \frac{1}{2} |a_1|^2 (1 - |\Gamma_{ul}|^2)$$

➤ mreža teretu predaje snagu:

$$P_T = \frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)$$

➤ pogonsko pojačanje:

$$G_p = \frac{P_T}{P_{ul}} = \frac{|b_2|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)}{|a_1|^2 (1 - |\Gamma_{ul}|^2)} = \frac{1}{1 - |\Gamma_{ul}|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2}$$

➤ vrijedi da je: $b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 = S_{21} a_1 + S_{22} \Gamma_T b_2$

$$\Gamma_T = \frac{b_T}{a_T} = \frac{a_2}{b_2} \Rightarrow \frac{b_2}{a_1} = \frac{S_{21}}{1 - S_{22} \Gamma_T}$$

Pojačanje snage dvoprolazne mreže

➤ pogonsko pojačanje:

$$G_p = \frac{P_T}{P_{ul}} = \frac{1}{1 - |\Gamma_{ul}|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2}$$

➤ definicija pogonskog pojačanja posebno je pogodna kada računamo pogonsko pojačanje kaskade N pojačala

➔ ukupno pogonsko pojačanje iznosi:

$$G_p = G_{p1} \cdot G_{p2} \cdots G_{pN}$$

Pojačanje snage dvoprolazne mreže

➤ raspoloživa snaga generatora (izvora) dobiva se uz konjugirano-kompleksnu prilagodbu generatora i impedancije njegova tereta ➔ za ulazni krug pojačala (prolaz 1-1') mora vrijediti: $\Gamma_G = \Gamma_{ul}^*$

$$P_{ul} = \frac{1}{2} |a_1|^2 (1 - |\Gamma_{ul}|^2) = \frac{1}{2} |b_G|^2 \frac{1 - |\Gamma_{ul}|^2}{|1 - \Gamma_G \Gamma_{ul}|^2} = P_{AG} = \frac{1}{2} \frac{|b_G|^2}{1 - |\Gamma_G|^2}$$

$$a_1 = \frac{1}{1 - \Gamma_G \Gamma_{ul}} b_G$$



Pojačanje snage dvoprolazne mreže

prijenosno pojačanje:

$$G_T = \frac{P_T}{P_{AG}} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - \Gamma_{ul} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2}$$

izraz za prijenosno pojačanje može se napisati kao:

$$G_T = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - \Gamma_{iz} \Gamma_T|^2}$$

uz uvjet $\Gamma_T = \Gamma_{iz}^*$ iz gornjeg izraza dobivamo izraz za raspoloživo pojačanje:

$$G_A = \frac{P_{AM}}{P_{AG}} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1}{1 - |\Gamma_{iz}|^2}$$



Pojačanje snage dvoprolazne mreže

prijenosno pojačanje - izvod

$$\begin{aligned} G_T &= \frac{P_T}{P_{AG}} = \frac{|b_2|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)}{|b_G|^2} = \frac{|b_2|^2 (1 - |\Gamma_T|^2) (1 - |\Gamma_G|^2)}{|b_G|^2} \stackrel{b_G = a_1 (1 - \Gamma_G \Gamma_{ul})}{=} \frac{b_2}{a_1} = \frac{S_{21}}{1 - S_{22} \Gamma_T} \\ &= \frac{|b_2|^2 (1 - |\Gamma_T|^2) (1 - |\Gamma_G|^2)}{|a_1|^2 |1 - \Gamma_G \Gamma_{ul}|^2} \stackrel{S_{21} = \frac{b_2}{a_1} (1 - \Gamma_G \Gamma_{ul})}{=} \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_T|^2) (1 - |\Gamma_G|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2 |1 - \Gamma_G \Gamma_{ul}|^2} \\ &= \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - \Gamma_{ul} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} \end{aligned}$$



Pojačanje snage dvoprolazne mreže

$$\begin{aligned} G_T &= \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - \Gamma_{ul} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} \stackrel{\Gamma_{ul} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T}}{=} \\ &= \frac{(1 - |\Gamma_G|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)}{|1 - \Gamma_G \Gamma_{ul}|^2 |1 - S_{22} \Gamma_T|^2} = \frac{(1 - |\Gamma_G|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)}{|1 - \Gamma_G (S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T})|^2 |1 - S_{22} \Gamma_T|^2} \\ &= \frac{(1 - |\Gamma_G|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_T - \Gamma_G S_{11} (1 - S_{22} \Gamma_T) - S_{12} S_{21} \Gamma_G \Gamma_T|^2} = \frac{(1 - |\Gamma_G|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)}{|(1 - S_{11} \Gamma_G) (1 - S_{22} \Gamma_T) - S_{12} S_{21} \Gamma_G \Gamma_T|^2} \\ &= \frac{(1 - |\Gamma_G|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_T - \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G \Gamma_T}{1 - S_{11} \Gamma_G}|^2 |1 - S_{11} \Gamma_G|^2} = \frac{(1 - |\Gamma_G|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)}{|1 - \Gamma_T (S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G})|^2 |1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \\ &= \frac{(1 - |\Gamma_G|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_T|^2)}{|1 - \Gamma_T \Gamma_{iz}|^2 |1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \stackrel{\Gamma_{iz} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G}}{=} \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - \Gamma_{iz} \Gamma_T|^2} \end{aligned}$$



Pojačanje snage dvoprolazne mreže

ako je aktivni element na ulazu i izlazu opterećen impedancijom Z_0 tada je $\Gamma_G = \Gamma_T = 0 \rightarrow$ prijenosno pojačanje postaje:

$$G_T = |S_{21}|^2 = G_0$$

G_0 = intrinzično pojačanje aktivnog elementa



Unilateralno pojačalo

- posebni slučaj pojačala za koje vrijedi: $S_{12} = 0$
- prijenos snage postoji samo u jednom smjeru – s ulaza na izlaz
- uz uvjet $S_{12} = 0$ koeficijenti refleksije na ulazu i izlazu postaju:

$$\Gamma_{ul} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T} = S_{11}$$

$$\Gamma_{iz} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G} = S_{22}$$



Unilateralno pojačalo

- prijenosno pojačanje za unilateralno pojačalo:

$$G_{TU} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2}$$

- doprinosi prilagodnih mreža (**dobitci prilagodbe**):

$$D_G = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \quad \rightarrow \text{na ulazu}$$

$$D_T = \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} \quad \rightarrow \text{na izlazu}$$

- prijenosno pojačanje (pomoću dobitaka prilagodbe i intrinzičnog pojačanja):

$$G_{TU} = D_G G_0 D_T$$



Unilateralno pojačalo

- ako su $|S_{11}| < 1$ i $|S_{22}| < 1$, unilateralno se pojačalo istodobno može konjugirano-kompleksno prilagoditi na ulazu ($\Gamma_G = S_{11}^*$) i izlazu ($\Gamma_T = S_{22}^*$) → postiže se **maksimalno unilateralno prijenosno pojačanje**:

$$G_{TU \text{ maks}} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1}{1 - |S_{22}|^2}$$

- **dobitci prilagodbe** uz konjugirano-kompleksnu prilagodbu:

$$D_{G0} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} \quad ; \quad D_{T0} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2}$$

- uz konjugirano-kompleksnu prilagodbu **sva su tri pojačanja međusobno jednaka** ($G_P = G_T = G_A$)



Unilateralno pojačalo

- kod realnih tranzistora parametar S_{12} je malen, ali je različit od nule
 - koliku pogrešku ćemo napraviti ako uzmemo $S_{12} = 0$?
 - koliko će se promijeniti obilježja pojačala uz zanemarenje parametra S_{12}

- kriterij za ocjenu unilateralnosti realnih tranzistora (uspoređujemo prijenosno pojačanje i unilateralno prijenosno pojačanje):

$$\frac{G_T}{G_{TU}} = \left| \frac{1 - \Gamma_{ul} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G} \right|^{-2} = \left| 1 - \frac{\Gamma_G (\Gamma_{ul} - S_{11})}{1 - S_{11} \Gamma_G} \right|^{-2} = \left| 1 - \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G \Gamma_T}{(1 - S_{11} \Gamma_G)(1 - S_{22} \Gamma_T)} \right|^{-2}$$

$\Gamma_{ul} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T}$



Unilateralno pojačalo

- uvodimo oznaku:

$$X = \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G \Gamma_T}{(1 - S_{11} \Gamma_G)(1 - S_{22} \Gamma_T)}$$

- kriterij za ocjenu unilateralnosti:

$$\frac{G_T}{G_{TU}} = \frac{1}{|1 - X|^2}$$

- parametar X pokazuje koliko omjer G_T/G_{TU} odstupa od vrijednosti 1
- omjer G_T/G_{TU} nalazi se u rasponu:

$$\frac{1}{(1 + |X|)^2} < \frac{G_T}{G_{TU}} < \frac{1}{(1 - |X|)^2}$$



Unilateralno pojačalo

- najveća pogreška zbog zanemarenja parametra S_{12} nastaje kad je prijenosno pojačanje maksimalno ➔ slučaj konjugirano-kompleksne prilagodbe ($\Gamma_G = S_{11}^*$; $\Gamma_T = S_{22}^*$) ➔ tada je omjer G_T/G_{TU} u rasponu:

$$\frac{1}{(1 + U)^2} < \frac{G_T}{G_{TU}} < \frac{1}{(1 - U)^2}$$

- parametar U naziva se **mjera unilateralnosti** (ovisi samo o raspršnim parametrima tranzistora)

$$U = \frac{|S_{11} S_{12} S_{21} S_{22}|}{(1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2)}$$



Unilateralno pojačalo

- **mjera unilateralnosti:**

$$U = \frac{|S_{11} S_{12} S_{21} S_{22}|}{(1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2)}$$

- ➔ ovisi o frekvenciji (raspršni parametri ovise o frekvenciji)
- ➔ obično se izražava u decibelima (dB)
- najveća se unilateralnost postiže:
 - minimiziranjem S_{12}
 - smanjivanjem S_{11} i S_{22}
 - parametar S_{21} želimo da bude što veći (što veće pojačanje)
- zanemarenjem parametra S_{12} ($S_{12} = 0$) uz vrijednosti $U < 0,05$ odstupanje pojačanja manje je od 0,45 dB, što je prihvatljiva pogreška u većini praktičnih izvedaba



Zadatak

Raspršni parametri mikrovalnog tranzistora na frekvenciji 10 GHz izmjereni su u mjernom sustavu karakteristične impedancije 50 Ω:

$$\begin{aligned} S_{11} &= 0,6 \angle -170^\circ & S_{12} &= 0,05 \angle 20^\circ \\ S_{21} &= 2,0 \angle 80^\circ & S_{22} &= 0,5 \angle -70^\circ \end{aligned}$$

Na pojačalo su priključeni generator impedancije $Z_G = 25 \Omega$ i teret impedancije $Z_T = 60 \Omega$. Izračunati pogonsko, prijenosno i raspoloživo pojačanje snage. Izračunati koliko se pogrešku u prijenosnom pojačanju može očekivati ako se pretpostavi da je ovaj tranzistor unilateralan te izračunati prijenosno pojačanje za unilateralni slučaj.



Rješenje

- koeficijent refleksije generatora:

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} = \frac{25 - 50}{25 + 50} = -0,333$$

- koeficijent refleksije tereta:

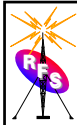
$$\Gamma_T = \frac{Z_T - Z_0}{Z_T + Z_0} = \frac{60 - 50}{60 + 50} = 0,091$$

- koeficijent refleksije na ulazu pojačala:

$$\Gamma_{ul} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_T}{1 - S_{22}\Gamma_T} = 0,6 \angle -170^\circ + \frac{(0,05 \angle 20^\circ)(2,0 \angle 80^\circ)0,091}{1 - (0,5 \angle -70^\circ)0,091} = 0,60 \angle -171^\circ$$

- koeficijent refleksije na izlazu pojačala:

$$\Gamma_{iz} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_G}{1 - S_{11}\Gamma_G} = 0,5 \angle -70^\circ + \frac{(0,05 \angle 20^\circ)(2,0 \angle 80^\circ)(-0,333)}{1 - (0,6 \angle -170^\circ)(-0,333)} = 0,54 \angle -70,6^\circ$$



Rješenje

- pogonsko pojačanje:

$$G_p = \frac{P_T}{P_{ul}} = \frac{1}{1 - |\Gamma_{ul}|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_T|^2} =$$

$$= \frac{2^2 \cdot (1 - 0,091^2)}{(1 - 0,6^2) \cdot |1 - (0,5 \angle -70^\circ)(-0,333)|^2} = 6,38 \text{ (= 8,05 dB)}$$



Rješenje

- prijenosno pojačanje:

$$G_T = \frac{P_T}{P_{AG}} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - \Gamma_{ul}\Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_T|^2} =$$

$$= \frac{(1 - 0,333^2) \cdot 2^2 \cdot (1 - 0,091^2)}{|1 - (0,6 \angle -171^\circ) \cdot (-0,333)|^2 \cdot |1 - (0,5 \angle -70^\circ)0,091|^2} =$$

$$= 5,63 \text{ (= 7,5 dB)}$$

$$= 5,628 \text{ (= 7,504 dB)}$$



Rješenje

- raspoloživo pojačanje:

$$G_A = \frac{P_{AM}}{P_{AG}} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1}{1 - |\Gamma_{iz}|^2} =$$

$$= \frac{(1 - 0,333^2) \cdot 2^2}{|1 - (0,6 \angle -170^\circ) \cdot (-0,333)|^2 \cdot (1 - 0,54^2)} = 7,78 \text{ (= 8,9 dB)}$$



Rješenje

- procjena pogreške u prijenosnom pojačanju ako se pretpostavi da je tranzistor unilateralan

$$X = \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G \Gamma_T}{(1 - S_{11} \Gamma_G)(1 - S_{22} \Gamma_T)} = \frac{(0,05 \angle 20^\circ) \cdot (2,0 \angle 80^\circ) \cdot (-0,333) \cdot 0,091}{(1 - (0,6 \angle -170^\circ) \cdot (-0,333))(1 - 0,5 \angle -70^\circ \cdot 0,091)} = 0,0038 \angle -80^\circ$$

$$\frac{1}{(1 + |X|)^2} < \frac{G_T}{G_{TU}} < \frac{1}{(1 - |X|)^2} \quad \Rightarrow \quad 0,992 < \frac{G_T}{G_{TU}} < 1,008$$



Rješenje

- unilateralno prijenosno pojačanje:

$$G_{TU} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} = \frac{(1 - 0,333^2) \cdot 2^2 \cdot (1 - 0,091^2)}{|1 - (0,6 \angle -170^\circ) \cdot (-0,333)|^2 \cdot |1 - (0,5 \angle -70^\circ) \cdot 0,091|^2} = 5,62 \quad (= 7,5 \text{ dB})$$

$$\left. \begin{array}{l} = 5,621 \quad (= 7,498 \text{ dB}) \\ G_T = 5,628 \quad (= 7,504 \text{ dB}) \end{array} \right\} \Rightarrow 0,992 < \frac{G_T}{G_{TU}} < 1,008$$



Stabilnost pojačala

- aktivne mreže mogu pokazivati nestabilnosti u radu
➔ mreža ima pojačanje, pretvara snagu iz istosmjernog izvora napajanja u mikrovalnu snagu ➔ mogu se pojaviti spontane oscilacije ➔ **nepoželjno** (mreža postaje neupotrebljiva kao pojačalo)
- nestabilnosti ili oscilacije obično su posljedica pojave **negativnog otpora** na prolazima aktivne mreže
- kada ulazna impedancija mreže na nekom od prolaza ima negativni realni dio (negativni otpor) ➔ modul koeficijenta refleksije na tom prolazu veći je od jedinice
- **provjera stabilnosti pojačala** ➔ pojačalo je stabilno ako je modul koeficijenta refleksije na svim prolazima manji od jedinice



Stabilnost pojačala

- aktivna mreža može biti:
 - **apsolutno stabilna** ➔ kada je $|\Gamma_{ul}| < 1$ i $|\Gamma_{iz}| < 1$ za sve pasivne impedancije generatora i tereta ($|\Gamma_G| < 1$; $|\Gamma_T| < 1$)
 - **potencijalno nestabilna** (ili **uvjetno stabilna**)
➔ kada je $|\Gamma_{ul}| > 1$ i / ili $|\Gamma_{iz}| > 1$ za neke pasivne impedancije generatora i / ili tereta
 - **apsolutno nestabilna** ➔ kada je $|\Gamma_{ul}| > 1$ i $|\Gamma_{iz}| > 1$ za sve pasivne impedancije generatora i tereta



Stabilnost pojačala

- ocjena stabilnosti pojačala (aktivne mreže, tranzistora) je **frekvencijski ovisna** → na jednoj frekvenciji mreža može biti stabilna, a na drugoj nestabilna
- stabilnost pojačala ocjenjujemo iz njegovih raspršnih parametara
- uvjeti za apsolutnu stabilnost su:

$$|\Gamma_{ul}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T} \right| < 1 \quad \text{ i } \quad |\Gamma_{iz}| = \left| S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G} \right| < 1$$

- ako je pojačalo unilateralno, uvjeti se pojednostavnjuju na $|S_{11}| < 1$ i $|S_{22}| < 1$
- nejednakosti $|\Gamma_{ul}| < 1$ i $|\Gamma_{iz}| < 1$ određuju raspon koeficijenta refleksije generatora i tereta za koje je pojačalo stabilno



Stabilnost pojačala

- gledamo granični slučaj:

$$|\Gamma_{ul}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T} \right| = 1$$

- izraz prikazuje krivulju koja je granica dvaju područja, u jednome je $|\Gamma_{ul}| < 1$, a u drugome $|\Gamma_{ul}| > 1$

- jednakost $|\Gamma_{ul}| = 1$ može se napisati u obliku:

$$\left| \Gamma_T - \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| \quad ; \quad \Delta = S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}$$

- jednadžba oblika $|\Gamma - S| = R$ u kompleksnoj ravnini opisuje kružnicu sa središtem u točki S i polumjerom R



Stabilnost pojačala

- **izlazna kružnica stabilnosti** ili kružica stabilnosti tereta

➤ središte: $S_T = \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}$

➤ polumjer: $R_T = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right|$

- kružnica se crta u ravnini Γ_T
- na kružnici je $|\Gamma_{ul}| = 1$, a kružnica je granica dvaju područja
 - ➔ s jedne strane granice su Γ_T za koje se dobiva $|\Gamma_{ul}| < 1$, a s druge Γ_T za koje je $|\Gamma_{ul}| > 1$



Stabilnost pojačala

- **ulazna kružnica stabilnosti** ili kružica stabilnosti generatora

- dobiva se istim postupkom iz uvjeta $|\Gamma_{iz}| = 1$

➤ središte: $S_G = \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2}$

➤ polumjer: $R_G = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right|$

- kružnica se crta u ravnini Γ_G
- na kružnici je $|\Gamma_{iz}| = 1$, a kružnica je granica dvaju područja
 - ➔ s jedne strane granice su Γ_G za koje se dobiva $|\Gamma_{iz}| < 1$, a s druge Γ_G za koje je $|\Gamma_{iz}| > 1$

Stabilnost pojačala

➤ izrazi $\Gamma_{ul} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T}$ i $\Gamma_{iz} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G}$ predstavljaju Moebiusovu ili bilinearnu transformaciju iz ravnine Γ_{ul} u ravninu Γ_T , odnosno iz ravnine Γ_{iz} u ravninu Γ_G (Moebiusova transformacija preslikava kružnice i pravce u kružnice i pravce, čuva kuteve, ali ne čuva omjere, unutrašnjost kružnice može preslikati u vanjštinu i obratno)

Stabilnost pojačala

➤ kružnice stabilnosti dobivene su iz uvjeta $|\Gamma_{ul}| = 1$ i $|\Gamma_{iz}| = 1$ i one su granica dva područja

➔ treba odrediti s koje strane granice je modul koeficijenta refleksije veći, a s koje je manji od jedinice

➔ određujemo provjerom koeficijenta refleksije u jednoj točki

Stabilnost pojačala

➤ razmotrimo npr. kružnicu stabilnosti tereta:

➤ provjeravamo točku u središtu Smithovog dijagrama ($\Gamma_T = 0$)

$$\Gamma_{ul} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T} = S_{11}$$

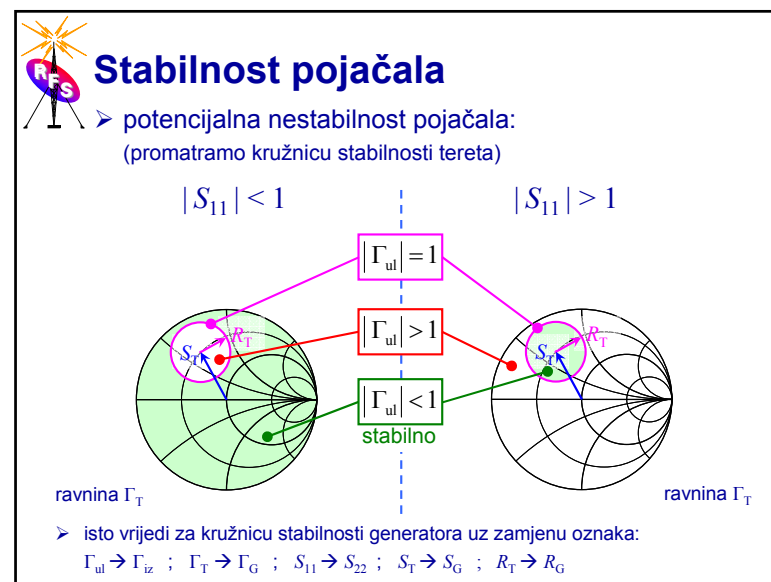
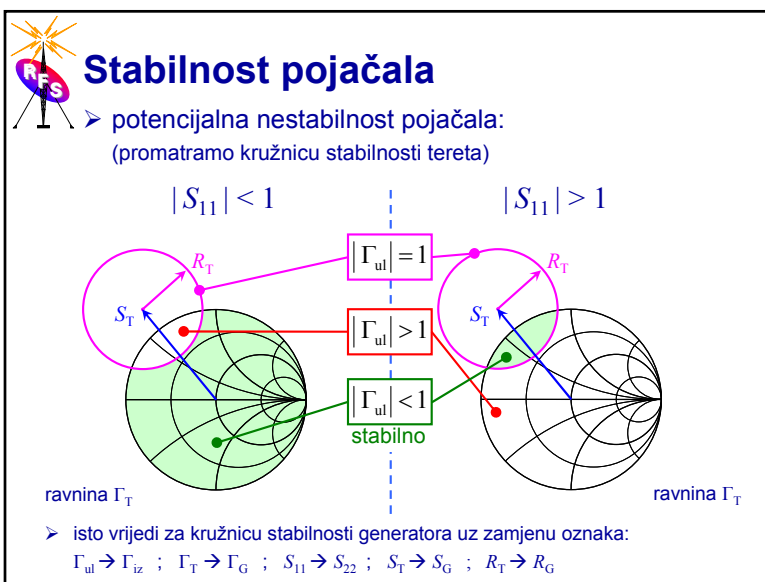
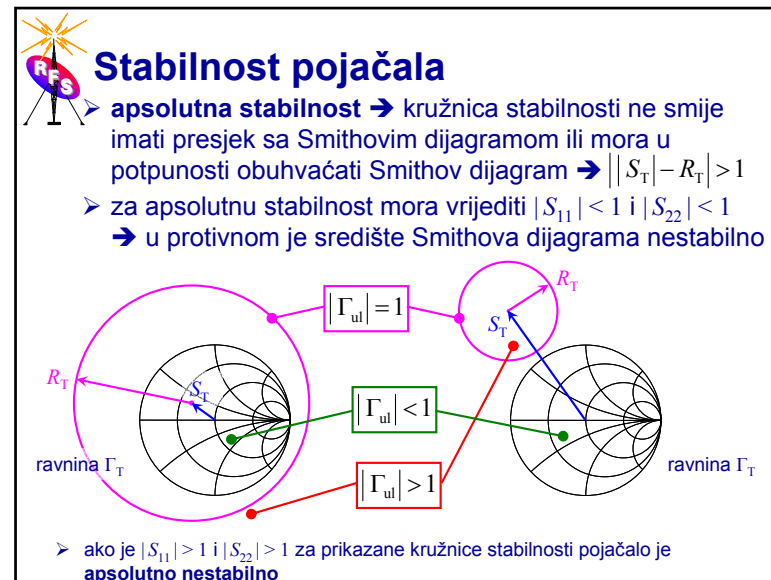
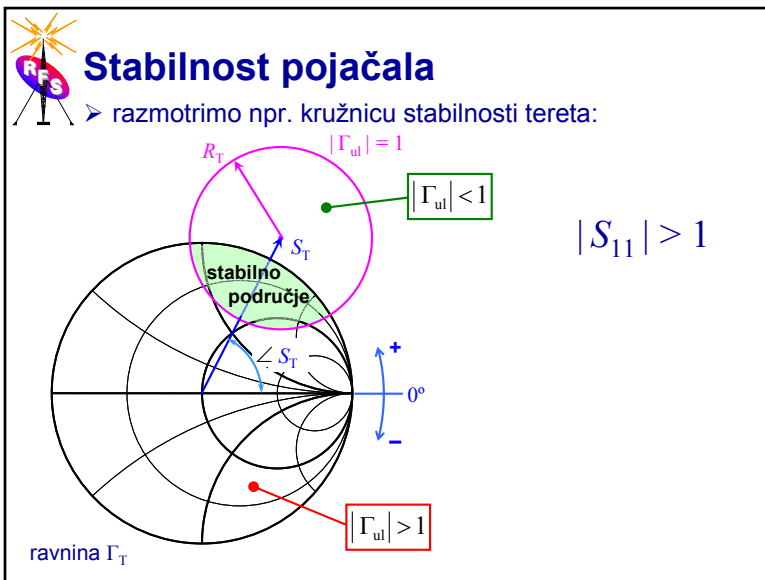
➤ ako je $|S_{11}| < 1$, središte Smithovog dijagrama ($\Gamma_T = 0$) je stabilna točka, pa su i svi Γ_T s iste strane granice $|\Gamma_{ul}| = 1$ stabilne točke, tj. daju $|\Gamma_{ul}| < 1$

➤ ako je $|S_{11}| > 1$, središte Smithovog dijagrama ($\Gamma_T = 0$) je nestabilna točka, pa su i svi Γ_T s iste strane granice $|\Gamma_{ul}| = 1$ nestabilne točke, tj. daju $|\Gamma_{ul}| > 1$

Stabilnost pojačala

➤ razmotrimo npr. kružnicu stabilnosti tereta:

$|S_{11}| < 1$



Stabilnost pojačala

➤ potencijalna nestabilnost pojačala:
(promatramo kružnicu stabilnosti tereta)

isto vrijedi za kružnicu stabilnosti generatora uz zamjenu oznaka:
 $\Gamma_{ul} \rightarrow \Gamma_{iz}$; $\Gamma_T \rightarrow \Gamma_G$; $S_{11} \rightarrow S_{22}$; $S_T \rightarrow S_G$; $R_T \rightarrow R_G$

Stabilnost pojačala

➤ potencijalna nestabilnost pojačala:
(promatramo kružnicu stabilnosti tereta)

isto vrijedi za kružnicu stabilnosti generatora uz zamjenu oznaka:
 $\Gamma_{ul} \rightarrow \Gamma_{iz}$; $\Gamma_T \rightarrow \Gamma_G$; $S_{11} \rightarrow S_{22}$; $S_T \rightarrow S_G$; $R_T \rightarrow R_G$

Stabilnost pojačala

➤ alternativni postupak provjere stabilnosti pojačala
 ➔ pomoću Rollettovog faktora stabilnosti i determinante raspršne matrice pojačala

➤ **Rollettov faktor stabilnosti:**

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|}$$

➤ pojačalo je **apsolutno stabilno** ako vrijedi:

$$K > 1$$

$$|\Delta| < 1$$

➤ ako jedan ili oba uvjeta nisu zadovoljeni pojačalo je **potencijalno nestabilno** ➔ može raditi kao pojačalo ako ga na ulazu i izlazu opteretimo impedancijama iz stabilnog područja

Stabilnost pojačala

➤ test $K - \Delta$ daje matematički točnu ocjenu stabilnosti pojačala (tranzistora), ali ne omogućava usporedbu koje je od dvaju ili više pojačala (tranzistora) stabilnije

➤ za usporedbu stabilnosti dvaju ili više pojačala (tranzistora) koristi se **Edwardsov faktor stabilnosti:**

$$\mu = \frac{1 - |S_{11}|^2}{|S_{22} - S_{11}^* \Delta| + |S_{12} S_{21}|}$$

ili

$$\mu' = \frac{1 - |S_{22}|^2}{|S_{11} - S_{22}^* \Delta| + |S_{12} S_{21}|}$$

➤ pojačalo je **apsolutno stabilno** kada je $\mu > 1$ odn. $\mu' > 1$

➤ što je μ veći, pojačalo (tranzistor) je stabilnije



Zadatak

Tranzistor s učinkom polja (FET) u spoju zajedničkog slijeva pri naponu napajanja $V_{GS} = 0$ V na frekvenciji 2 GHz u sustavu karakteristične impedancije 50Ω izmjerena je raspršna matrica:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0,894 \angle -60,6^\circ & 0,020 \angle 62,4^\circ \\ 3,122 \angle 123,6^\circ & 0,781 \angle -27,6^\circ \end{bmatrix}$$

Provjeriti stabilnost tranzistora, nacrtati kružnice stabilnosti i označiti nestabilno područje. Izračunati prijenosno pojačanje, ako su ulazne i izlazne priključnice spojene izravno (bez prilagodnih mreža) na linije karakteristične impedancije 50Ω .



Rješenje

➤ za apsolutno stabilan tranzistor na danoj frekvenciji mora biti:

$$|\Delta| < 1 \quad \text{ i } \quad K > 1$$

➤ računamo determinantu raspršne matrice:

$$\begin{aligned} \Delta &= S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21} = \\ &= (0,894 \angle -60,6^\circ) \cdot (0,781 \angle -27,6^\circ) - (0,020 \angle 62,4^\circ) \cdot (3,122 \angle 123,6^\circ) = \\ &= 0,696 \angle -83^\circ \rightarrow |\Delta| = 0,696 < 1 \quad \text{Prvi uvjet je zadovoljen.} \end{aligned}$$

➤ računamo Rollettov faktor stabilnosti:

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12} S_{21}|} = \frac{1 - (0,894)^2 - (0,781)^2 + (0,696)^2}{2|(0,020 \angle 62,4^\circ) \cdot (3,122 \angle 123,6^\circ)|} = 0,607$$

$$K = 0,607 < 1 \rightarrow \text{Drugi uvjet nije zadovoljen.}$$

Tranzistor je potencijalno nestabilan.



Rješenje

➤ kružnica stabilnosti tereta:

$$S_T = \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} = \frac{((0,781 \angle -27,6^\circ) - (0,696 \angle -83^\circ)(0,894 \angle 60,6^\circ))^*}{(0,781)^2 - (0,696)^2} = 1,361 \angle 46,9^\circ$$

$$R_T = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| = \frac{0,020 \cdot 3,122}{(0,781)^2 - (0,696)^2} = 0,497$$

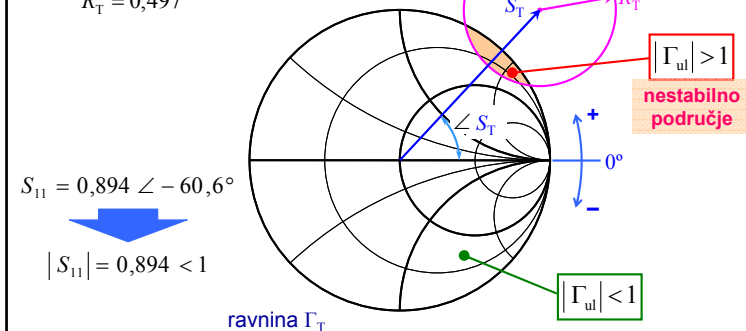


Rješenje

➤ kružnica stabilnosti tereta:

$$S_T = 1,361 \angle 46,9^\circ$$

$$R_T = 0,497$$





Rješenje

- kružnica stabilnosti generatora:

$$S_G = \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} = \frac{((0,894 \angle -60,6^\circ) - (0,696 \angle -83^\circ)(0,781 \angle 27,6^\circ)^*)}{(0,894)^2 - (0,696)^2} = 1,131 \angle 68,6^\circ$$

$$R_G = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right| = \frac{0,020 \cdot 3,122}{(0,894)^2 - (0,696)^2} = 0,198$$

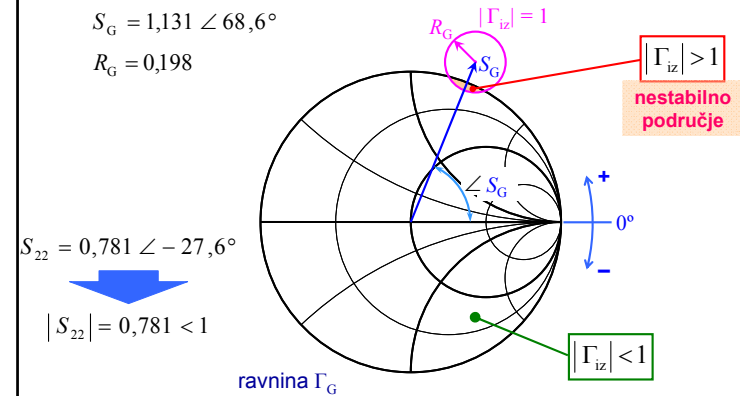


Rješenje

- kružnica stabilnosti generatora:

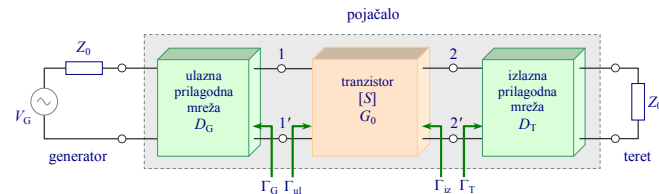
$$S_G = 1,131 \angle 68,6^\circ$$

$$R_G = 0,198$$



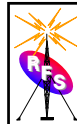
Rješenje

- proračun prijenosnog pojačanja:



- prema zadatku: "...ulazne i izlazne priključnice spojene izravno (bez prilagodnih mreža) na linije karakteristične impedancije 50 Ω."

$\Gamma_G = \Gamma_T = 0$



Rješenje

- proračun prijenosnog pojačanja:

$$G_T = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - \Gamma_{ul} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} = |S_{21}|^2 = (3,122)^2 = 9,74 = 9,89 \text{ dB}$$



Zadatak

Raspršni parametri mikrovalnog tranzistora na frekvenciji 10 GHz izmjereni su u mjernom sustavu karakteristične impedancije 50 Ω:

$$\begin{aligned} S_{11} &= 0,45 \angle 150^\circ & S_{12} &= 0,01 \angle -10^\circ \\ S_{21} &= 2,05 \angle 10^\circ & S_{22} &= 0,40 \angle -150^\circ \end{aligned}$$

Na pojačalo su priključeni generator impedancije $Z_G = 20 \Omega$ i teret impedancije $Z_T = 30 \Omega$. Ispitati stabilnost tranzistora. Izračunati pogonsko, prijenosno i raspoloživo pojačanje snage.



Rješenje

➤ pojačalo je apsolutno stabilno ako vrijedi:

$$|\Delta| < 1 \quad \text{ i } \quad K > 1$$

➤ determinanta raspršne matrice:

$$\begin{aligned} \Delta &= S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21} = \\ &= (0,45 \angle 150^\circ) \cdot (0,40 \angle -150^\circ) - (0,01 \angle -10^\circ) \cdot (2,05 \angle 10^\circ) = \\ &= 0,160 \angle 0^\circ \rightarrow |\Delta| = 0,160 < 1 \quad \text{Prvi uvjet je zadovoljen.} \end{aligned}$$

➤ Rollettov faktor stabilnosti:

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2 |S_{12} S_{21}|} = \frac{1 - (0,45)^2 - (0,40)^2 + (0,160)^2}{2 |(0,01 \angle -10^\circ) \cdot (2,05 \angle 10^\circ)|} = 16,2$$

$$K = 16,2 > 1 \rightarrow \text{Drugi uvjet je zadovoljen.}$$

Tranzistor je apsolutno stabilan.



Rješenje

➤ koeficijent refleksije generatora:

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} = \frac{20 - 50}{20 + 50} = -0,429$$

➤ koeficijent refleksije tereta:

$$\Gamma_T = \frac{Z_T - Z_0}{Z_T + Z_0} = \frac{30 - 50}{30 + 50} = -0,250$$

➤ koeficijent refleksije na ulazu pojačala:

$$\Gamma_{ul} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T} = 0,45 \angle 150^\circ + \frac{(0,01 \angle -10^\circ)(2,05 \angle 10^\circ)(-0,250)}{1 - (0,40 \angle -150^\circ)(-0,250)} = 0,455 \angle -150,3^\circ$$

➤ koeficijent refleksije na izlazu pojačala:

$$\Gamma_{iz} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G} = 0,40 \angle -150^\circ + \frac{(0,01 \angle -10^\circ)(2,05 \angle 10^\circ)(-0,429)}{1 - (0,45 \angle 150^\circ)(-0,429)} = 0,408 \angle -150,8^\circ$$



Rješenje

➤ pogonsko pojačanje:

$$\begin{aligned} G_p &= \frac{P_T}{P_{ul}} = \frac{1}{1 - |\Gamma_{ul}|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} = \\ &= \frac{2,05^2 \cdot (1 - 0,250^2)}{(1 - 0,455^2) \cdot |1 - (0,40 \angle -150^\circ)(-0,250)|^2} = 5,94 \quad (= 7,74 \text{ dB}) \end{aligned}$$



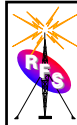
Rješenje

➤ prijenosno pojačanje:

$$G_T = \frac{P_T}{P_{AG}} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - \Gamma_{ul} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} =$$

$$= \frac{(1 - 0,429^2) \cdot 2,05^2 \cdot (1 - 0,250^2)}{|1 - (0,455 \angle 150,3^\circ) \cdot (-0,429)|^2 \cdot |1 - (0,40 \angle -150^\circ) \cdot (-0,250)|^2} =$$

$$= 5,50 \quad (= 7,40 \text{ dB})$$



Rješenje

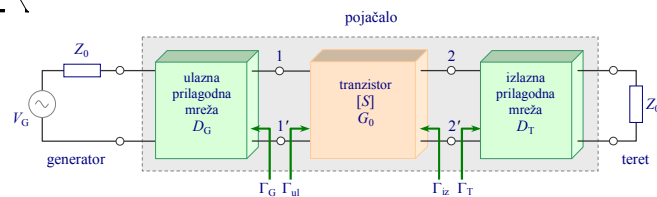
➤ raspoloživo pojačanje:

$$G_A = \frac{P_{AM}}{P_{AG}} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1}{1 - |\Gamma_{iz}|^2} =$$

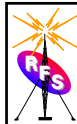
$$= \frac{(1 - 0,429^2) \cdot 2,05^2}{|1 - (0,45 \angle 150^\circ) \cdot (-0,429)|^2 \cdot (1 - 0,408^2)} = 5,85 \quad (= 7,67 \text{ dB})$$



Maksimalno prijenosno pojačanje



- za pojedini aktivni element intrinzično pojačanje G_0 je fiksno (određeno radnom točkom i osobinama tranzistora)
- dodatni doprinos prijenosnom pojačanju mogu dati prilagodne mreže kroz dobitke prilagodbe D_G i D_T
- najveći dobitci prilagodbe postižu se uz konjugirano kompleksnu prilagodbu na ulazu i izlazu: $\Gamma_{ul} = \Gamma_G^*$; $\Gamma_{iz} = \Gamma_T^*$



Maksimalno prijenosno pojačanje

- istodobnu konjugirano kompleksnu prilagodbu na ulazu i izlazu uz stabilan rad pojačala moguće je ostvariti samo kad je pojačalo **APSOLUTNO STABILNO!**
- tada se postiže maksimalno prijenosno pojačanje:

$$G_{Tmax} = \frac{1}{1 - |\Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2}$$



Maksimalno prijenosno pojačanje

- kada pojačalo NIJE unilateravno prilagodba u ulaznom krugu djeluje na izlazni i obratno
- uvjeti za konjugirano kompleksnu prilagodbu:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{ul} = \Gamma_G^* &= S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T} \\ \Gamma_{iz} = \Gamma_T^* &= S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G} \end{aligned} \right\} \text{sustav od dvije} \\ \text{jednadžbe s dvije} \\ \text{nepoznanice: } \Gamma_G \text{ i } \Gamma_T$$



Maksimalno prijenosno pojačanje

- rješavanjem sustava jednadžbi dobiva se:

$$\underbrace{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)}_{a_1} \cdot \Gamma_G^2 + \underbrace{(|\Delta|^2 - |S_{11}|^2 + |S_{22}|^2 - 1)}_{b_1} \cdot \Gamma_G + \underbrace{(S_{11}^* - \Delta^* S_{22})}_{c_1} = 0$$

$$\underbrace{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)}_{a_2} \cdot \Gamma_T^2 + \underbrace{(|\Delta|^2 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - 1)}_{b_2} \cdot \Gamma_T + \underbrace{(S_{22}^* - \Delta^* S_{11})}_{c_2} = 0$$

- rješavanjem kvadratnih jednadžbi dobivaju se:

$$\Gamma_{G,1,2} = \frac{-b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4a_1 c_1}}{2a_1} \quad \text{i} \quad \Gamma_{T,1,2} = \frac{-b_2 \pm \sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2}}{2a_2}$$

- od dva rješenja bira se ono za koje je $|\Gamma_G| < 1$ i $|\Gamma_T| < 1$



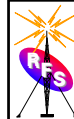
Maksimalno prijenosno pojačanje

- maksimalno prijenosno pojačanje može se postići samo kad je pojačalo apsolutno stabilno, tj. kad je $K > 1$

➤ izraz $G_{Tmax} = \frac{1}{1 - |\Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2}$ može se

napisati kao:

$$G_{Tmax} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} \cdot (K - \sqrt{K^2 - 1})$$



Maksimalno stabilno pojačanje

- maksimalno prijenosno pojačanje ne predstavlja smisleni podatak ako je pojačalo potencijalno nestabilno, tj. ako je $K < 1$
- u tom se slučaju računa **maksimalno stabilno pojačanje** koje se definira kao maksimalno prijenosno pojačanje uz $K=1$:

$$G_{st,max} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|}$$

- maksimalno stabilno pojačanje lako se računa i pruža mogućnost usporedbe različitih aktivnih elemenata kad rade kao stabilna pojačala



Zadatak

Za GaAs FET zadani su raspršni parametri na frekvenciji 4 GHz za karakterističnu impedanciju sustava 50 Ω :

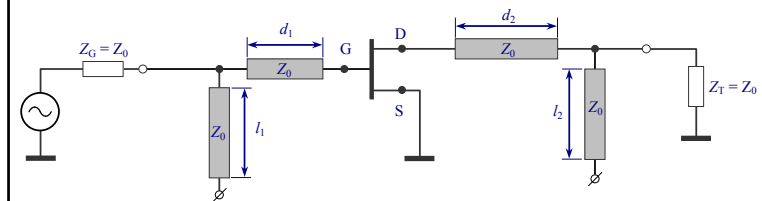
$$S_{11} = 0,72 \angle -116^\circ \quad S_{12} = 0,03 \angle 57^\circ$$

$$S_{21} = 2,60 \angle 76^\circ \quad S_{22} = 0,73 \angle -54^\circ$$

Ispitati stabilnost tranzistora. Projektirati pojačalo za maksimalno pojačanje koristeći na ulazu i izlazu prilagodne mreže s jednim stabom prema slici. Pretpostaviti da su linije bez gubitaka te da je njihova karakteristična impedancija 50 Ω . Izračunati prijenosno pojačanje snage.



Zadatak



Rješenje

➤ pojačalo je apsolutno stabilno ako vrijedi:

$$|\Delta| < 1 \quad \text{ i } \quad K > 1$$

➤ determinanta raspršne matrice:

$$\begin{aligned} \Delta &= S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21} = \\ &= (0,72 \angle -116^\circ) \cdot (0,73 \angle -54^\circ) - (0,03 \angle 57^\circ) \cdot (2,60 \angle 76^\circ) = \\ &= 0,488 \angle -162,3^\circ \Rightarrow |\Delta| = 0,488 < 1 \quad \text{Prvi uvjet je zadovoljen.} \end{aligned}$$

➤ Rollettov faktor stabilnosti:

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2 |S_{12} S_{21}|} = \frac{1 - (0,72)^2 - (0,73)^2 + (0,488)^2}{2 |(0,03 \angle 57^\circ) \cdot (2,60 \angle 76^\circ)|} = 1,195$$

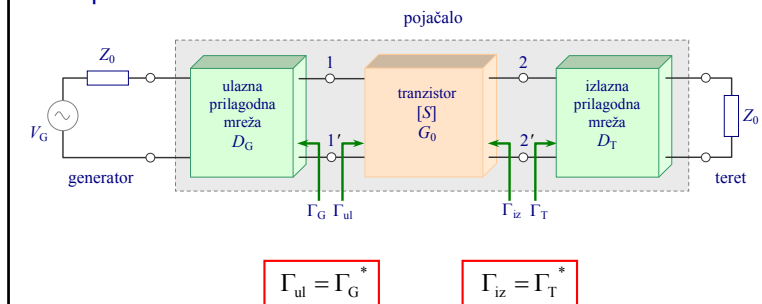
$$K = 1,195 > 1 \Rightarrow \text{Drugi uvjet je zadovoljen.}$$

Tranzistor je apsolutno stabilan.



Rješenje

➤ maksimalno se pojačanje postiže kada je na ulaznom i izlaznom prolazu pojačala ostvarena konjugirano-kompleksna prilagodba impedancije ➔ ovakvu prilagodbu impedancije može se napraviti SAMO kad je pojačalo apsolutno stabilno !





Rješenje

- konjugirano-kompleksna prilagodba impedancije:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{ul} = \Gamma_G^* &= S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_T}{1 - S_{22} \Gamma_T} \\ \Gamma_{iz} = \Gamma_T^* &= S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G} \end{aligned} \right\} \text{sustav od dvije} \\ \text{jednadžbe s dvije} \\ \text{nepoznanice: } \Gamma_G \text{ i } \Gamma_T$$

- rješavanjem sustava jednadžbi dobiva se:

$$\underbrace{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)}_{a_1} \cdot \Gamma_G^2 + \underbrace{(|\Delta|^2 - |S_{11}|^2 + |S_{22}|^2 - 1)}_{b_1} \cdot \Gamma_G + \underbrace{(S_{11}^* - \Delta^* S_{22})}_{c_1} = 0$$

$$\underbrace{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)}_{a_2} \cdot \Gamma_T^2 + \underbrace{(|\Delta|^2 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - 1)}_{b_2} \cdot \Gamma_T + \underbrace{(S_{22}^* - \Delta^* S_{11})}_{c_2} = 0$$



Rješenje

- koeficijenti kvadratnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,370 \angle -123,4^\circ & a_2 &= 0,385 \angle -61^\circ \\ b_1 &= -0,748 & b_2 &= -0,777 \\ c_1 &= 0,370 \angle 123,4^\circ & c_2 &= 0,385 \angle 61^\circ \end{aligned}$$

Uoči:

- $a = c^*$
- b je uvijek realni broj

- rješavanjem kvadratnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} \Gamma_{G,1} &= 0,872 \angle 123,4^\circ & \Gamma_{T,1} &= 0,876 \angle 61^\circ \\ \Gamma_{G,2} &= 1,147 \angle 123,4^\circ & \Gamma_{T,2} &= 1,141 \angle 61^\circ \end{aligned}$$

Biramo rješenja za koja je $|\Gamma| < 1$!



Rješenje

- ulazna prilagodna mreža:

$$\begin{aligned} \Gamma_G &= 0,872 \angle 123,4^\circ \\ \Gamma_G^* &= 0,872 \angle -123,4^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{Z_1}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma_G^*}{1 - \Gamma_G^*} = 0,09 - j 0,54 = \frac{Z_A}{Z_0} \quad \mathbf{A}$$

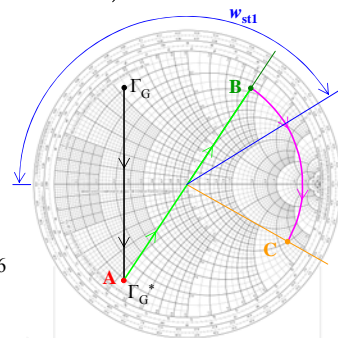
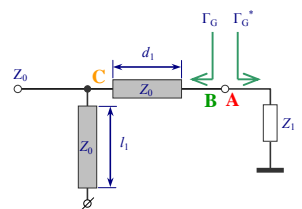
$$\mathbf{B} \quad \frac{Y_B}{Y_0} = 0,3 + j 1,82 \quad ; \quad w_B = 0,171 \lambda$$

$$\mathbf{C} \quad \frac{Y_C}{Y_0} = 1 - j 3,56 \quad ; \quad w_C = 0,291 \lambda$$

$$d_1 = w_C - w_B = 0,12 \lambda$$

$$\frac{Y_C}{Y_0} + \frac{Y_{st1}}{Y_0} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{Y_{st1}}{Y_0} = 1 - \frac{Y_C}{Y_0} = +j 3,56$$

$$w_{st1} = 0,206 \lambda = l_1$$



Rješenje

- izlazna prilagodna mreža:

$$\begin{aligned} \Gamma_T &= 0,876 \angle 61^\circ \\ \Gamma_T^* &= 0,876 \angle -61^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{Z_2}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma_T^*}{1 - \Gamma_T^*} = 0,25 - j 1,67 = \frac{Z_A}{Z_0} \quad \mathbf{A}$$

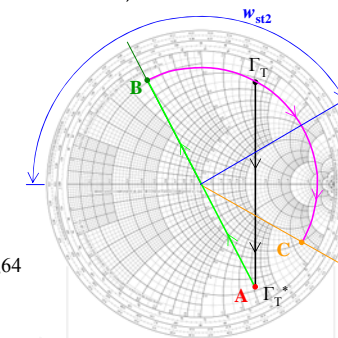
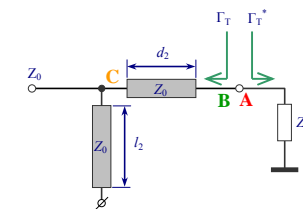
$$\mathbf{B} \quad \frac{Y_B}{Y_0} = 0,09 + j 0,59 \quad ; \quad w_B = 0,085 \lambda$$

$$\mathbf{C} \quad \frac{Y_C}{Y_0} = 1 - j 3,64 \quad ; \quad w_C = 0,290 \lambda$$

$$d_2 = w_C - w_B = 0,205 \lambda$$

$$\frac{Y_C}{Y_0} + \frac{Y_{st2}}{Y_0} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{Y_{st2}}{Y_0} = 1 - \frac{Y_C}{Y_0} = +j 3,64$$

$$w_{st2} = 0,208 \lambda = l_2$$





Rješenje

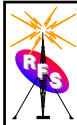
➤ prijenosno pojačanje:

$$G_T = \frac{P_T}{P_{AG}} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - \Gamma_{ul} \Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} =$$

$$= \frac{1}{1 - |\Gamma_G|^2} \cdot |S_{21}|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} =$$

$$= \frac{1}{1 - (0,872)^2} \cdot (2,60)^2 \cdot \frac{1 - (0,876)^2}{|1 - (0,73 \angle -54^\circ) \cdot (0,876 \angle 61^\circ)|^2} =$$

$$= 47,1 \text{ (=16,72 dB)}$$



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (1)

- u mnogo se slučajeva pojačalo projektira za pojačanje koje je manje od maksimalnog
- razlozi:
 - ⇒ povećanje širine pojasa
 - ⇒ postizanje točno zadane vrijednosti pojačanja
 - ⇒ smanjenje osjetljivosti pojačala na promjene parametara aktivnog elementa
 - ⇒ stabilnost pojačala
 - ⇒ postizanje što manjeg faktora šuma
 - ⇒ itd.



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (2)

- pojačanje koje je manje od maksimalnog ostvaruje se namjernim uvođenjem razgođenja na ulazni i/ili izlazni prolaz pojačala
- zbog jednostavnosti razmatramo unilateralno pojačalo ⇒ u mnogo je praktičnih slučajeva parametar $|S_{12}|$ dovoljno malen da se može uzeti da je $S_{12} = 0$



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (3)

- pretpostavkom da je $S_{12} = 0$ unosimo pogrešku u iznos pojačanja ⇒ pogreška će biti u granicama:

$$\frac{1}{(1+U)^2} < \frac{G_T}{G_{TU}} < \frac{1}{(1-U)^2}$$

gdje je:

$$U = \frac{|S_{11} S_{12} S_{21} S_{22}|}{(1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2)}$$

- obično se dozvoljava pogreška do nekoliko desetinki dB



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (4)

- dobitci prilagodnih mreža:

$$D_G = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \quad D_T = \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2}$$

- za unilateralni slučaj i konjugirano-kompleksno prilagodbu ($\Gamma_G = S_{11}^*$; $\Gamma_T = S_{22}^*$) postižu se maksimalni dobitci prilagodbe:

$$D_{G0} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} \quad D_{T0} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2}$$



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (5)

- uvodimo normalizirane dobitke prilagodnih mreža:

$$d_G = \frac{D_G}{D_{G0}} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \cdot (1 - |S_{11}|^2) \quad ; \quad 0 \leq d_G \leq 1$$

$$d_T = \frac{D_T}{D_{T0}} = \frac{1 - |\Gamma_T|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_T|^2} \cdot (1 - |S_{22}|^2) \quad ; \quad 0 \leq d_T \leq 1$$

- za konstantne vrijednosti d_G i d_T ovi izrazi opisuju kružnice u ravninama Γ_G , odnosno Γ_T



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (6)

- kružnica konstantnog d_G

⇒ polazimo od: $d_G = \frac{D_G}{D_{G0}} = \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_G|^2} \cdot (1 - |S_{11}|^2)$

- ⇒ transformacijom slijedi:

$$d_G \cdot |1 - S_{11} \Gamma_G|^2 = (1 - |\Gamma_G|^2) \cdot (1 - |S_{11}|^2)$$

$$(d_G |S_{11}|^2 + 1 - |S_{11}|^2) \cdot |\Gamma_G|^2 - d_G \cdot (S_{11} \Gamma_G + S_{11}^* \Gamma_G^*) = 1 - |S_{11}|^2 - d_G$$

$$\Gamma_G \Gamma_G^* - \frac{d_G \cdot (S_{11} \Gamma_G + S_{11}^* \Gamma_G^*)}{1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2} = \frac{1 - |S_{11}|^2 - d_G}{1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2}$$



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (7)

⇒ izraz $\Gamma_G \Gamma_G^* - \frac{d_G \cdot (S_{11} \Gamma_G + S_{11}^* \Gamma_G^*)}{1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2} = \frac{1 - |S_{11}|^2 - d_G}{1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2}$

dopunjava se na puni kvadrat dodavanjem člana

$\frac{d_G^2 \cdot |S_{11}|^2}{[1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2]^2}$ na njegovu lijevu i desnu stranu

$$\left| \Gamma_G - \frac{d_G S_{11}^*}{1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2} \right|^2 = \frac{(1 - |S_{11}|^2 - d_G) \cdot [1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2] + d_G^2 |S_{11}|^2}{[1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2]^2}$$



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (8)

- ⇒ pojednostavnjivanjem dobivamo jednadžbu kružnice konstantnog dobitka ulazne prilagodne mreže:

$$\left| \Gamma_G - \frac{d_G S_{11}^*}{1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2} \right| = \frac{\sqrt{1 - d_G} \cdot (1 - |S_{11}|^2)}{1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2}$$

- ⇒ središte kružnice:

$$C_G = \frac{d_G S_{11}^*}{1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2}$$

- ⇒ polumjer kružnice:

$$R_G = \frac{\sqrt{1 - d_G} \cdot (1 - |S_{11}|^2)}{1 - (1 - d_G) \cdot |S_{11}|^2}$$



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (9)

- sličnim se postupkom dobiva jednadžba kružnice konstantnog dobitka prilagodbe izlazne prilagodne mreže

- ⇒ središte kružnice:

$$C_T = \frac{d_T S_{22}^*}{1 - (1 - d_T) \cdot |S_{22}|^2}$$

- ⇒ polumjer kružnice:

$$R_T = \frac{\sqrt{1 - d_T} \cdot (1 - |S_{22}|^2)}{1 - (1 - d_T) \cdot |S_{22}|^2}$$



Projektiranje pojačala za zadano pojačanje (10)

- crtanjem kružnica za više različitih vrijednosti dobitka prilagodbe ulazne prilagodne mreže d_G dobiva se obitelji kružnica čija središta leže na pravcu koji prolazi kroz središte Smithova dijagrama i kroz točku S_{11}^*
- središta obitelji kružnica za različite vrijednosti dobitka prilagodbe izlazne prilagodne mreže d_T nalaze se na pravcu koji prolazi kroz središte Smithova dijagrama i kroz točku S_{22}^*



Projektiranje pojačala za najmanji šum (1)

- šum prve komponente u lancu ima najveći utjecaj na ukupni šum sustava
- u općem slučaju nije moguće istodobno postići da pojačalo ima najmanji faktor šuma i najveće pojačanje ⇒ kompromis!
- faktor šuma pojačala:

$$F_S = F_{S,\min} + \frac{R_S}{G_G} |Y_G - Y_{\text{opt}}|^2$$

$Y_G = G_G + j B_G$ ⇒ admitancija izvora koju vidi pojačalo

G_G ⇒ realni dio admitancije izvora

Y_{opt} ⇒ admitancija izvora za koju se postiže minimalni faktor šuma $F_{S,\min}$

$F_{S,\min}$ ⇒ minimalni faktor šuma pojačala, postiže se kad je $Y_G = Y_{\text{opt}}$

R_S ⇒ ekvivalentni šumni otpor aktivnog elementa



Projektiranje pojačala za najmanji šum (2)

- umjesto admitancija Y_G i Y_{opt} uvodimo odgovarajuće koeficijente refleksije:

$$Y_G = \frac{1}{Z_0} \cdot \frac{1 - \Gamma_G}{1 + \Gamma_G}$$

$$Y_{opt} = \frac{1}{Z_0} \cdot \frac{1 - \Gamma_{opt}}{1 + \Gamma_{opt}}$$

- parametri $F_{s,min}$, Y_{opt} i R_s karakteristike su pojedinog aktivnog elementa i nazivaju se **parametri šuma**
- parametri šuma dobivaju se od proizvođača aktivnog elementa ili se određuju mjerenjem



Projektiranje pojačala za najmanji šum (3)

- primjenom izraza za Γ_G i Γ_{opt} dobiva se:

$$|Y_G - Y_{opt}|^2 = \frac{4}{Z_0} \cdot \frac{|\Gamma_G - \Gamma_{opt}|^2}{|1 + \Gamma_G|^2 \cdot |1 + \Gamma_{opt}|^2}$$

$$G_G = \text{Re}\{Y_G\} = \frac{1}{2Z_0} \cdot \left(\frac{1 - \Gamma_G}{1 + \Gamma_G} + \frac{1 - \Gamma_G^*}{1 + \Gamma_G^*} \right) = \frac{1}{Z_0} \cdot \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 + \Gamma_G|^2}$$

- uvrštenjem u polazni izraz za faktor šuma:

$$F_s = F_{s,min} + \frac{4R_s}{Z_0} \cdot \frac{|\Gamma_G - \Gamma_{opt}|^2}{(1 - |\Gamma_G|^2) \cdot |1 + \Gamma_{opt}|^2}$$

⇒ uz konstantni F_s ovaj izraz predstavlja kružnicu u ravnini Γ_G



Projektiranje pojačala za najmanji šum (4)

- uvodimo veličinu:

$$N = \frac{|\Gamma_G - \Gamma_{opt}|^2}{(1 - |\Gamma_G|^2)} = \frac{Z_0 \cdot (F_s - F_{s,min})}{4R_s} \cdot |1 + \Gamma_{opt}|^2$$

- za zadani (fiksni) F_s i zadani skup parametara šuma $F_{s,min}$, Y_{opt} i R_s veličina N je konstantna



Projektiranje pojačala za najmanji šum (5)

- transformacijom se dobiva:

$$|\Gamma_G - \Gamma_{opt}|^2 = N \cdot (1 - |\Gamma_G|^2)$$

$$(\Gamma_G - \Gamma_{opt}) \cdot (\Gamma_G^* - \Gamma_{opt}^*) = N \cdot (1 - |\Gamma_G|^2)$$

$$\Gamma_G \Gamma_G^* - (\Gamma_G \Gamma_{opt}^* - \Gamma_G^* \Gamma_{opt}) + \Gamma_{opt} \Gamma_{opt}^* = N - N \cdot |\Gamma_G|^2$$

$$\Gamma_G \Gamma_G^* \cdot (N + 1) - (\Gamma_G \Gamma_{opt}^* - \Gamma_G^* \Gamma_{opt}) = N - |\Gamma_{opt}|^2$$

$$\Gamma_G \Gamma_G^* - \frac{\Gamma_G \Gamma_{opt}^* - \Gamma_G^* \Gamma_{opt}}{N + 1} = \frac{N - |\Gamma_{opt}|^2}{N + 1}$$

- posljednji izraz se dopunjava se na puni kvadrat dodavanjem člana $\frac{|\Gamma_{opt}|^2}{(N + 1)^2}$ na lijevu i desnu stranu



Projektiranje pojačala za najmanji šum (6)

➤ dobiva se jednačina kružnice u ravni Γ_G :

$$\left| \Gamma_G - \frac{\Gamma_{\text{opt}}}{N+1} \right| = \frac{\sqrt{N \cdot (N+1 - |\Gamma_{\text{opt}}|^2)}}{N+1}$$

⇒ središte kružnice: $C_{F\dot{s}} = \frac{\Gamma_{\text{opt}}}{N+1}$

⇒ polumjer kružnice: $R_{F\dot{s}} = \frac{\sqrt{N \cdot (N+1 - |\Gamma_{\text{opt}}|^2)}}{N+1}$

⇒ za zadani skup parametara šuma $F_{\dot{s},\text{min}}$, Y_{opt} i $R_{\dot{s}}$ i uz $F_{\dot{s}}$ kao parametar, dobiva se obitelj kružnica čija središta leže na pravcu koji prolazi kroz središte Smithova dijagrama i točku Γ_{opt}



Projektiranje pojačala za najmanji šum (7)

➤ postupak projektiranja:

- ⇒ izabire se željeni faktor šuma $F_{\dot{s}}$ te se za njega crta kružnica konstantnog faktora šuma
- ⇒ crtaju se kružnice konstantnog pojačanja ulazne prilagodne mreže d_G
- ⇒ izabire se impedancija koja leži na presjeku kružnica željenog faktora šuma i željenog pojačanja
 - ➔ ako presjeka nema treba izabrati ili veći (lošiji) faktor šuma i/ili manji diobitak prilagodbe
 - ➔ ako postoji više točaka presjeka izabire se ona koja je bliža središtu Smithova dijagrama kako bi se postigla bolja prilagodba (manja refleksija) na ulazu pojačala



Projektiranje pojačala za najmanji šum (8)

