



Četveroprolazne mreže

- Pretpostavimo da je pasivna četveroprolazna mreža recipročna i nerefleksivna

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & 0 \end{bmatrix}$$

- raspršna matrica je simetrična
- na glavnoj dijagonali ima nule
- potrebno je odrediti samo šest kompleksnih raspršnih parametara



Četveroprolazne mreže

- Pretpostavimo da je mreža bez gubitaka
⇒ uvjeti za unitarnost matrice:

- (A) $|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1$
- (B) $|S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{24}|^2 = 1$
- (C) $|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{34}|^2 = 1$
- (D) $|S_{14}|^2 + |S_{24}|^2 + |S_{34}|^2 = 1$
- (1) $S_{13}S_{23}^* + S_{14}S_{24}^* = 0$
- (2) $S_{12}S_{23}^* + S_{14}S_{34}^* = 0$
- (3) $S_{12}S_{24}^* + S_{13}S_{34}^* = 0$
- (4) $S_{12}S_{13}^* + S_{24}S_{34}^* = 0$
- (5) $S_{12}S_{14}^* + S_{23}S_{34}^* = 0$
- (6) $S_{13}S_{14}^* + S_{23}S_{24}^* = 0$



Četveroprolazne mreže

- Svojstva raspršne matrice

$$(1) S_{13}S_{23}^* + S_{14}S_{24}^* = 0 \quad / (*) \quad / \cdot S_{24}^*$$

$$\rightarrow S_{13}^*S_{23}S_{24}^* + S_{14}^*S_{24}S_{24}^* = 0$$

$$(6) S_{13}S_{14}^* + S_{23}S_{24}^* = 0 \quad / \cdot S_{34}^*$$

$$\rightarrow S_{13}^*S_{13}S_{14}^* + S_{13}^*S_{23}S_{24}^* = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{13}^*S_{23}S_{24}^* + S_{14}^*S_{24}S_{24}^* = 0 \\ S_{13}^*S_{13}S_{14}^* + S_{13}^*S_{23}S_{24}^* = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{c} - \\ \rightarrow \end{array} S_{14}^* (|S_{24}|^2 - |S_{13}|^2) = 0$$

jednadžba će uvijek biti zadovoljena ako je:

$$S_{14} = 0$$

- prolazi 1 i 4 su izolirani !



Četveroprolazne mreže

- Svojstva raspršne matrice

$$(2) S_{12}S_{23}^* + S_{14}S_{34}^* = 0 \quad / (*) \quad / \cdot S_{12}^*$$

$$\rightarrow S_{12}^*S_{12}S_{23}^* + S_{12}^*S_{14}S_{34}^* = 0$$

$$(5) S_{12}S_{14}^* + S_{23}S_{34}^* = 0 \quad / \cdot S_{34}^*$$

$$\rightarrow S_{12}^*S_{14}S_{34}^* + S_{23}^*S_{34}S_{34}^* = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{12}^*S_{12}S_{23}^* + S_{12}^*S_{14}S_{34}^* = 0 \\ S_{12}^*S_{14}S_{34}^* + S_{23}^*S_{34}S_{34}^* = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{c} - \\ \rightarrow \end{array} S_{23}^* (|S_{12}|^2 - |S_{34}|^2) = 0$$

jednadžba će uvijek biti zadovoljena ako je:

$$S_{23} = 0$$

- prolazi 2 i 3 su izolirani !



Četveroprolazne mreže

- prolazi 1 i 4 su izolirani: $S_{14} = 0$
- prolazi 2 i 3 su izolirani: $S_{23} = 0$
- u četveroprolaznoj recipročnoj i nerefleksivnoj mreži bez gubitaka po dva para prolaza su međusobno izolirana



IDEALNI USMJERNI SPREŽNIK




Četveroprolazne mreže

- Svojstva raspršne matrice – uvrstavamo $S_{14} = 0$ $S_{23} = 0$


$$(A) \quad |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1$$

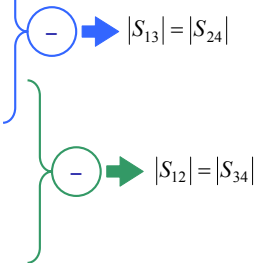
↳ $|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1$

(B)
 $|S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{24}|^2 = 1$


 $|S_{12}|^2 + |S_{24}|^2 = 1$

$$(D) \quad |S_{14}|^2 + |S_{24}|^2 + |S_{34}|^2 = 1$$


 $|S_{24}|^2 + |S_{34}|^2 = 1$



Četveroprolazne mreže

- Prikadnim odabirom položaja referentnih ravnina neki raspršni parametri mogu poprimiti posve realne vrijednosti:

$$S_{12} = S_{34} = \alpha$$

➤ α i β realni brojevi

$$S_{13} = \beta e^{j\theta}$$

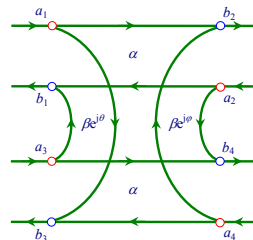
- θ i φ fazne konstante (od kojih se jedna uvijek može odabrati po volji)

$$S_{24} = \beta e^{j\varphi}$$

- Raspršna matrica:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta e^{j\theta} & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & \beta e^{j\varphi} \\ \beta e^{j\theta} & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & \beta e^{j\varphi} & \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

- Graf toka signala:



Četveroprolazne mreže

- Fazni odnosi raspršnih parametara

$$(4) \quad S_{12}S_{13}^* + S_{24}S_{34}^* = 0 \quad \leftarrow \begin{cases} S_{12} = S_{34} = \alpha \\ S_{13} = \beta e^{i\theta} \\ S_{24} = \beta e^{i\varphi} \end{cases}$$

$$\alpha\beta^* e^{-j\theta} + \alpha^* \beta e^{j\varphi} = 0 \quad / \cdot (\alpha\beta)^{-1}; \alpha = \alpha^* \neq 0; \beta = \beta^* \neq 0$$

$$e^{j\varphi} = -e^{-j\theta} = e^{j(-\pi \pm 2\pi n)} \cdot e^{-j\theta}$$

$$\varphi = -\pi \pm 2\pi n - \theta \quad \Rightarrow \quad \theta + \varphi = -\pi \pm 2\pi n \quad ; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- moguće su dvije izvedbe:

SIMETRIČNI i NESIMETRIČNI usmjerni sprežnik



Četveroprolazne mreže

➤ SIMETRIČNI sprežnik

$$\theta + \varphi = -\pi \pm 2\pi n$$

➤ uzimamo $n = 0$

➤ jedan od faznih kuteva θ i φ možemo izabrati po volji

$$\Rightarrow \text{izabiremo } \theta = -\frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi = -\pi - \theta = -\frac{\pi}{2}$$

➤ Raspršna matrica:

$$\begin{aligned} S_{12} &= S_{34} = \alpha \\ S_{13} &= \beta e^{j\theta} = \beta e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j\beta \\ S_{24} &= \beta e^{j\varphi} = \beta e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j\beta \end{aligned} \quad [S]_{\text{sim}} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & -j\beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -j\beta \\ -j\beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & -j\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}$$



Četveroprolazne mreže

➤ NESIMETRIČNI sprežnik

$$\theta + \varphi = -\pi \pm 2\pi n$$

➤ uzimamo $n = 0$

➤ jedan od faznih kuteva θ i φ možemo izabrati po volji

$$\Rightarrow \text{izabiremo } \theta = 0 \rightarrow \varphi = -\pi - \theta = -\pi$$

➤ Raspršna matrica:

$$\begin{aligned} S_{12} &= S_{34} = \alpha \\ S_{13} &= \beta e^{j\theta} = \beta \\ S_{24} &= \beta e^{j\varphi} = \beta e^{-j\pi} = -\beta \end{aligned} \quad [S]_{\text{nesim}} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -\beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}$$



Četveroprolazne mreže

➤ HIBRIDNI ⇒ posebna vrsta usmjernih sprežnika

⇒ sprežnici sprege 3 dB

⇒ snaga se iz ulaznog prolaza dijeli na dva jednaka dijela na dvama izlaznim prolazima → rabe se za dijeljenje ili slaganje snage

➤ za hibride vrijedi:

$$|S_{12}| = |S_{13}|$$

odnosno:

$$\alpha = \beta$$



Četveroprolazne mreže

➤ Simetrični hibrid

$$S_{12} = \alpha \quad ; \quad S_{13} = -j\alpha \quad ; \quad S_{24} = -j\alpha$$

➤ sprežnik (hibrid) je sklop bez gubitaka, pa je:

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \rightarrow 2\alpha^2 = 1 \rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

➤ raspršna matrica simetričnog hibrida:

$$[S]_{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -j & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -j \\ -j & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -j & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

➤ Simetrični hibrid naziva se i **kvadraturni hibrid** ili **$\pi/2$ -hibrid** zato što su mu signali na izlaznim prolazima međusobno pomaknuti u fazi za 90° , odnosno $\pi/2$ radijana



Četveroprolazne mreže

➤ Nesimetrični hibrid

$$S_{12} = S_{13} = \alpha \quad ; \quad S_{24} = -\alpha$$

- sprežnik (hibrid) je sklop bez gubitaka, pa je:

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad 2\alpha^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- raspršna matrica simetričnog hibrida:

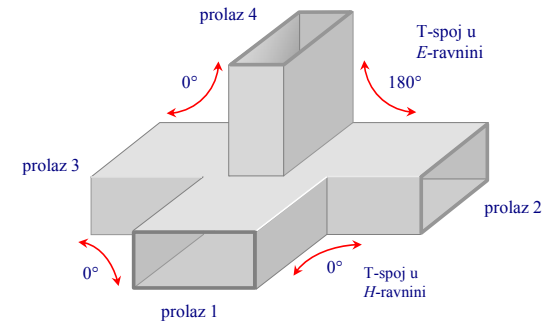
$$[S]_{\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Nesimetrični hibrid naziva se i **π -hibrid** zato što su mu signali na izlaznim prolazima međusobno pomaknuti u fazi za 180° , odnosno π radijana



Četveroprolazne mreže

➤ Nesimetrični hibrid



- kada je izveden u valovodnoj tehnici naziva se **magično T**



Četveroprolazne mreže

➤ Nesimetrični hibrid

- kada se istodobno pobude prolazi 2 i 3 dobivamo:

$$b_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_2 + a_3) \quad \Rightarrow \quad \text{zbroj signala } (\Sigma)$$

$$b_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-a_2 + a_3) \quad \Rightarrow \quad \text{razlika signala } (\Delta)$$

- zato se nesimetrični hibrid naziva i **Σ/Δ -hibrid**

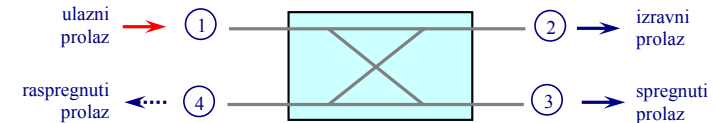
- na niskim frekvencijama (ispod 2 GHz) nesimetričnom hibridu odgovara **balansni transformator**

- **jedina moguća pasivna recipročna nerefleksivna četveroprolazna mreža bez gubitaka je USMJERNI SPREŽNIK**



Četveroprolazne mreže

➤ Usmjerni sprežnik



$$\text{sprega} = C = 10 \log \frac{P_1}{P_3} = -20 \log \beta \quad [\text{dB}]$$

$$\text{izolacija} = I = 10 \log \frac{P_1}{P_4} = -20 \log |S_{14}| \quad [\text{dB}]$$

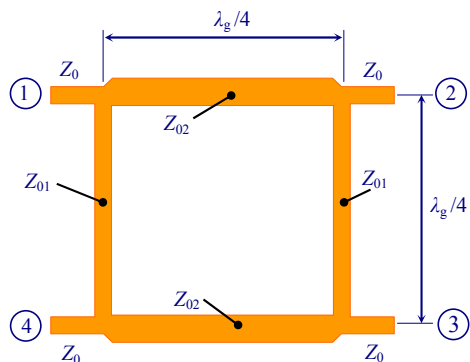
$$\text{usmjerenost} = D = 10 \log \frac{P_3}{P_4} = 20 \log \frac{\beta}{|S_{14}|} \quad [\text{dB}]$$

$$I = C + D \quad [\text{dB}]$$



Četveroprolazne mreže

➤ Kvadraturni hibrid

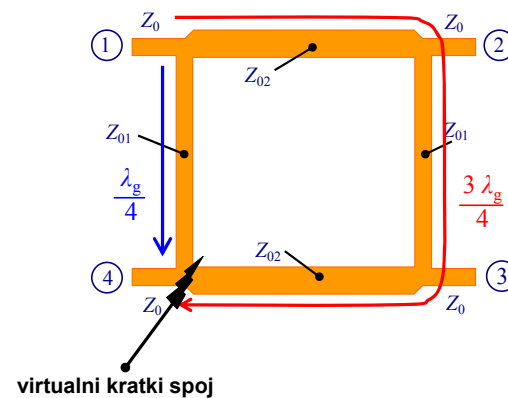


⇒ izvedba u mikrotrakastoj tehnologiji



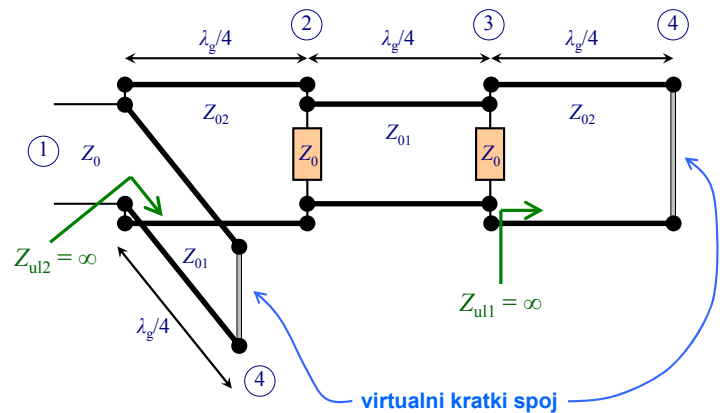
Četveroprolazne mreže

➤ Kvadraturni hibrid



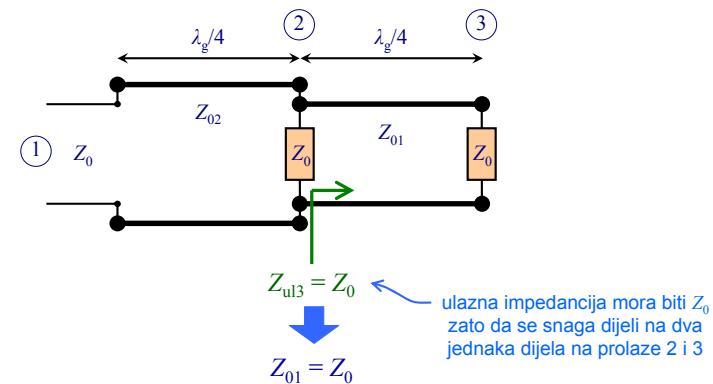
Četveroprolazne mreže

➤ Kvadraturni hibrid



Četveroprolazne mreže

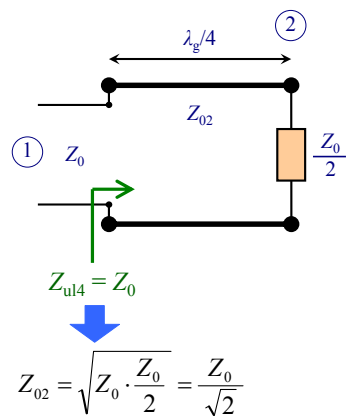
➤ Kvadraturni hibrid





Četveroprolazne mreže

➤ Kvadrturni hibrid



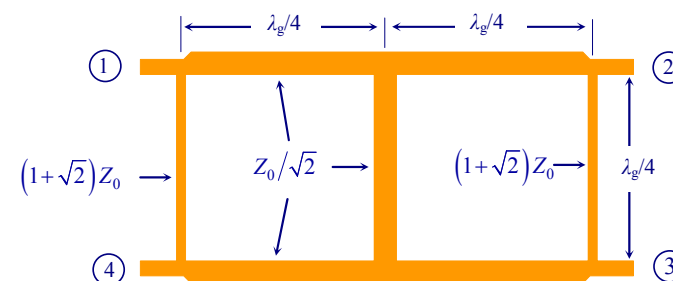
➤ raspršna matrica kvadrturnog hibrida:

$$[S] = -\frac{j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -j & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -j \\ -j & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -j & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Četveroprolazne mreže

➤ Kvadrturni hibrid

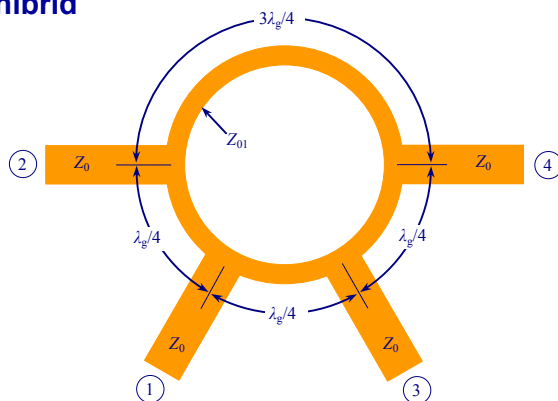


➤ izvedba kvadrturnog hibrida s većom širinom pojasa



Četveroprolazne mreže

➤ II-hibrid

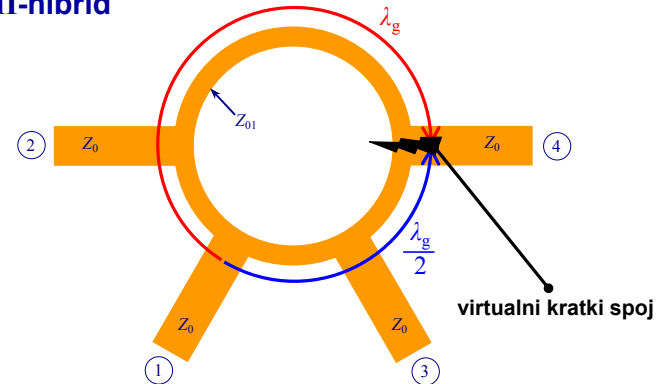


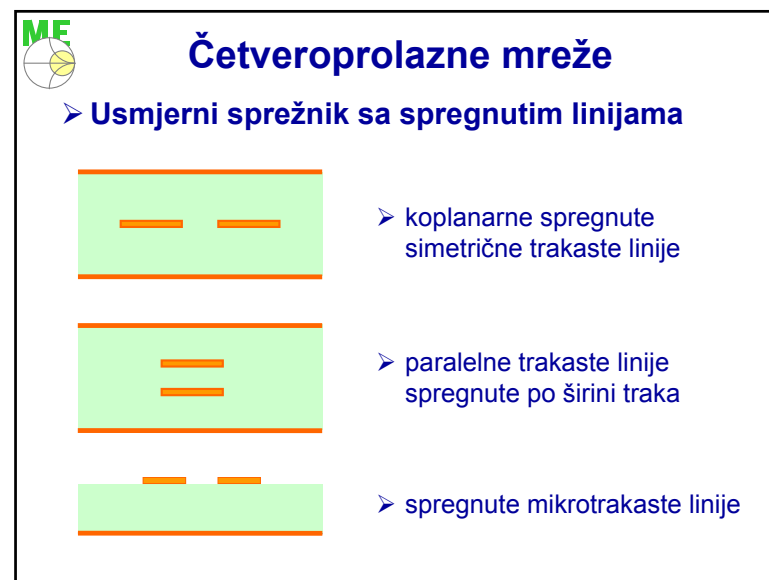
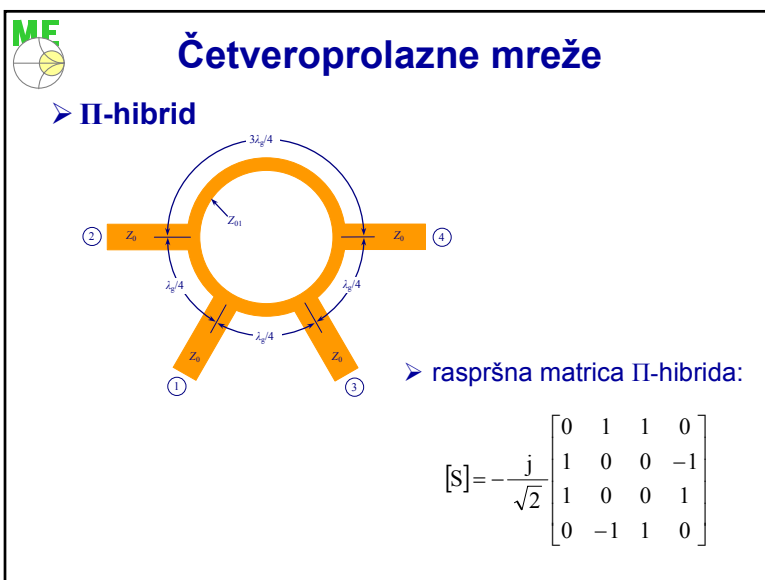
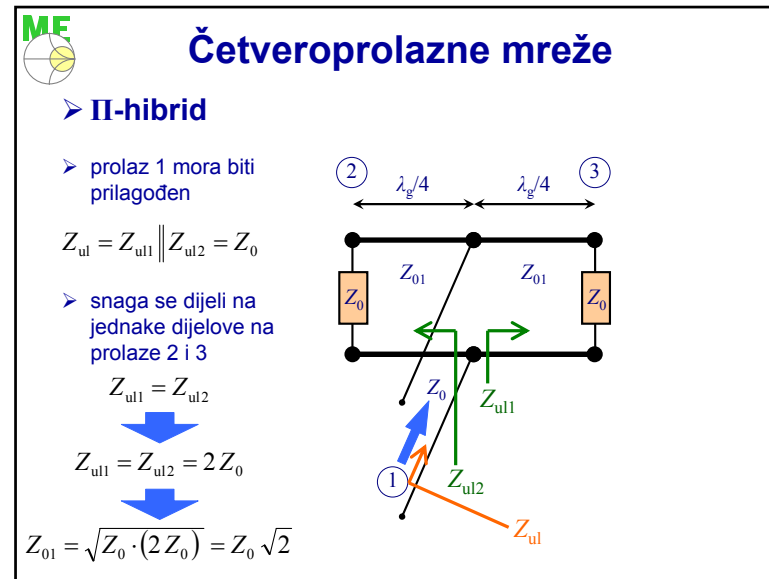
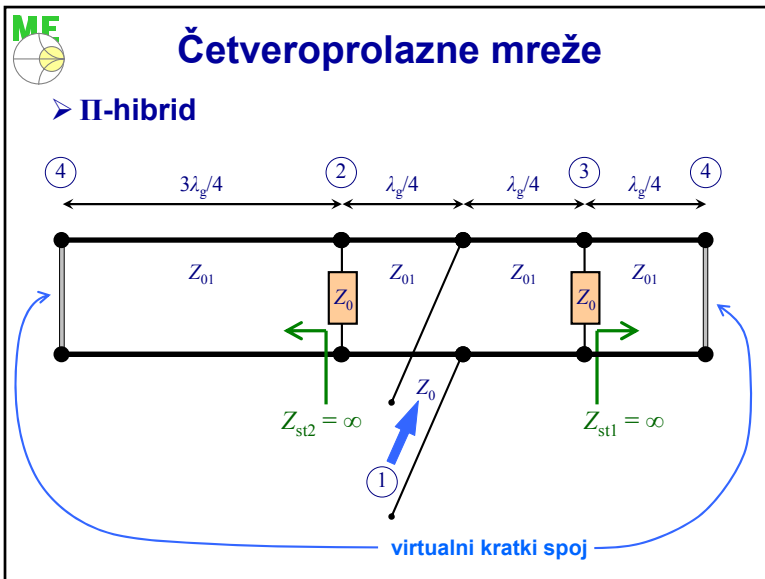
⇒ izvedba u mikrotrakastoj tehnologiji



Četveroprolazne mreže

➤ II-hibrid

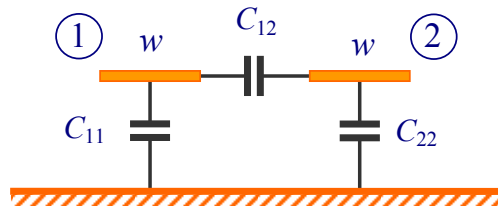






Četveroprolazne mreže

➤ Usmjerni sprežnik sa spregnutim linijama

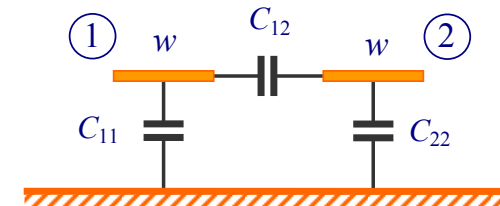


- pretpostavka \Rightarrow spregnutim linijama rasprostire se ravni TEM val \Rightarrow njihova električna obilježja su određena efektivnim kapacitetima koji vladaju među linijama i pripadajućom faznom brzinom kojom se prenosi elektromagnetski val
- C_{12} = kapacitet između dvaju trakastih vodiča kad nema uzemljene ravnine
- C_{11} i C_{22} = kapaciteti između svakog pojedinačnog trakastog vodiča i uzemljene ravnine kad nema drugog trakastog vodiča (za trake posve jednakih izmjera i na istoj visini iznad uzemljene ravnine vrijedi: $C_{11}=C_{22}$)



Četveroprolazne mreže

➤ Usmjerni sprežnik sa spregnutim linijama



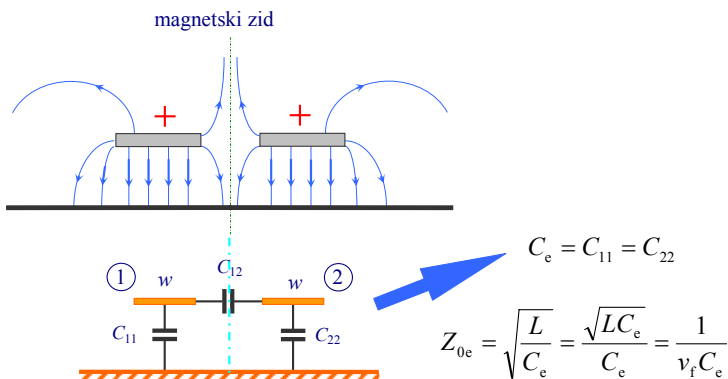
- dva posebna slučaja pobude spregnutih linija:
- **parna pobuda** \rightarrow struje jednake jakosti i imaju isti smjer
- **neparna pobuda** \rightarrow struje jednake jakosti, ali teku u suprotnim smjerovima



Četveroprolazne mreže

➤ Usmjerni sprežnik sa spregnutim linijama

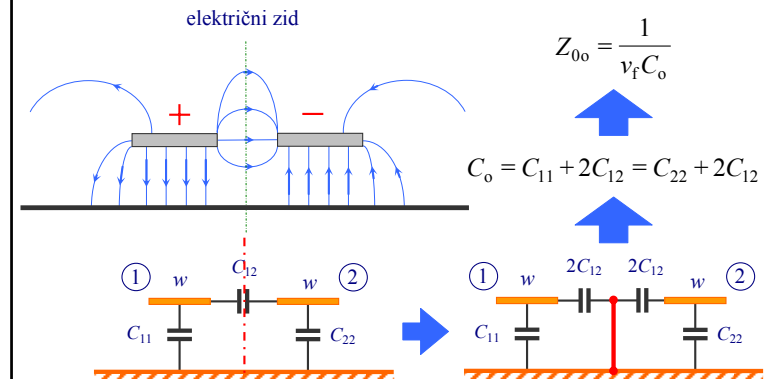
Pobuda parnim modom



Četveroprolazne mreže

➤ Usmjerni sprežnik sa spregnutim linijama

Pobuda neparnim modom





Četveroprolazne mreže

➤ Usmjerni sprežnik sa spregnutim linijama

$$Z_{0e} = \frac{1}{v_f C_e}$$

➔ karakteristična impedancija jednog trakastog vodiča u odnosu na uzemljenu ravninu pri pobudi parnim modom

$$Z_{0o} = \frac{1}{v_f C_o}$$

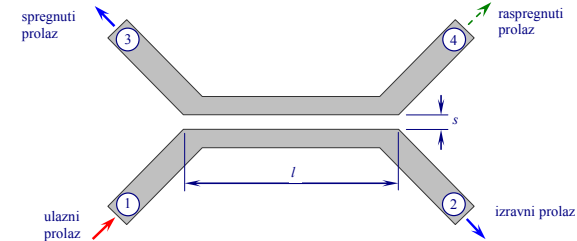
➔ karakteristična impedancija jednog trakastog vodiča u odnosu na uzemljenu ravninu pri pobudi neparnim modom

- ➔ za TEM linije C_e i C_o mogu se odrediti analitičkim postupcima
- ➔ za kvazi TEM linije C_e i C_o se određuju numeričkim postupcima
- proizvoljna pobuda spregnutih linija dobiva se kao superpozicija parne i neparne pobude odgovarajućih amplituda



Četveroprolazne mreže

➤ Linijski usmjerni sprežnik



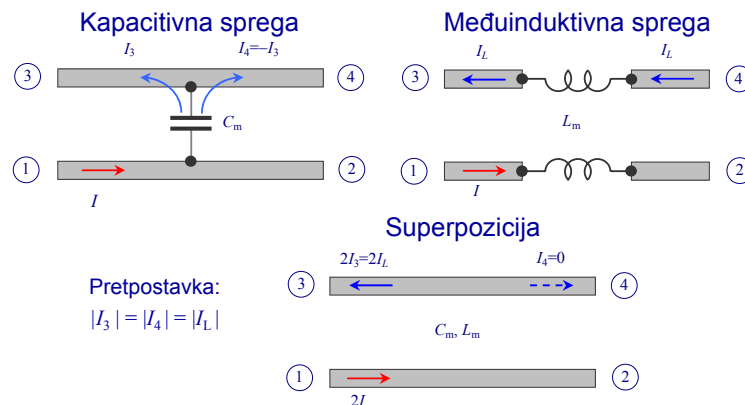
- ➔ dvije paralelne prijenosne linije na dovoljno malom razmaku $s \Rightarrow$ međudjelovanje elektromagnetskih polja (elektromagnetska sprega)
- ➔ ako su linije (trake) međusobno jednake i ako su na svojim krajevima opterećene karakterističnom impedancijom Z_0 , te ako su parametri linija ispravno odabrani, takva će se četveroprolazna mreža ponašati kao usmjerni sprežnik.



Četveroprolazne mreže

➤ Linijski usmjerni sprežnik

Objašnjenje usmjerene sprege



Četveroprolazne mreže

➤ Linijski usmjerni sprežnik

- ➔ tok energije u spregnutoj grani suprotan je od onoga u glavnoj

- ➔ sprežnik mora biti prilagođen na sva četiri prolaza
($S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0$)

$$Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}}$$

Linijski je sprežnik teorijski nerefleksivan u beskonačno širokom frekvencijskom području!

- definiramo **NAPONSKI KOEFICIJENT SPREGE**:

$$C = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \Rightarrow \begin{cases} Z_{0e} = Z_0 \sqrt{\frac{1+C}{1-C}} \\ Z_{0o} = Z_0 \sqrt{\frac{1-C}{1+C}} \end{cases}$$



Četveroprolazne mreže

➤ Linijski usmjerni sprežnik

➤ sprega:

$$S_{31} = j \frac{C \sin \theta}{\sqrt{1-C^2} \cos \theta + j \sin \theta} = S_{13} = S_{24} = S_{42}$$

➤ prijenos (u glavnoj grani):

$$S_{21} = \frac{\sqrt{1-C^2}}{\sqrt{1-C^2} \cos \theta + j \sin \theta} = S_{12} = S_{34} = S_{43}$$

➤ sprega je maksimalna za $\theta = \frac{\pi}{2}$, odnosno $l = \frac{\lambda_g}{4}$

$$S_{31} = C$$

$$S_{21} = -j\sqrt{1-C^2}$$

Sprega ovisi o
frekvenciji !



Četveroprolazne mreže

➤ Linijski usmjerni sprežnik

➤ izolacija – ne ovisi o frekvenciji:

$$S_{41} = S_{14} = S_{32} = S_{23} = 0$$

Duljina vodiča (frekvencija) ne
utječe na iznos izolacije, jer su i
međukapacitet i međuinduktivitet
linearno razmjerni duljini vodiča.



➤ usmjerenost ovoga sprežnika je beskonačna



Četveroprolazne mreže

➤ Linijski usmjerni sprežnik

➤ raspršna matrica za $\theta = \frac{\pi}{2}$, odnosno $l = \frac{\lambda_g}{4}$:

$$[S] = -j \begin{bmatrix} 0 & -j\sqrt{1-C^2} & C & 0 \\ -j\sqrt{1-C^2} & 0 & 0 & C \\ C & 0 & 0 & -j\sqrt{1-C^2} \\ 0 & C & -j\sqrt{1-C^2} & 0 \end{bmatrix}$$

➤ uz $C = \frac{1}{\sqrt{2}}$ [S] matrica jednaka je onoj kvadraturnog hibrida

➤ linijski sprežnik može se koristiti kao kvadraturni hibrid ⇒ prednost linijskog sprežnika je beskonačna usmjerenost koja ne ovisi o frekvenciji



Četveroprolazne mreže

➤ Linijski usmjerni sprežnik

➤ Projektiranje linijskog sprežnika u mikrotrakastoj tehnologiji

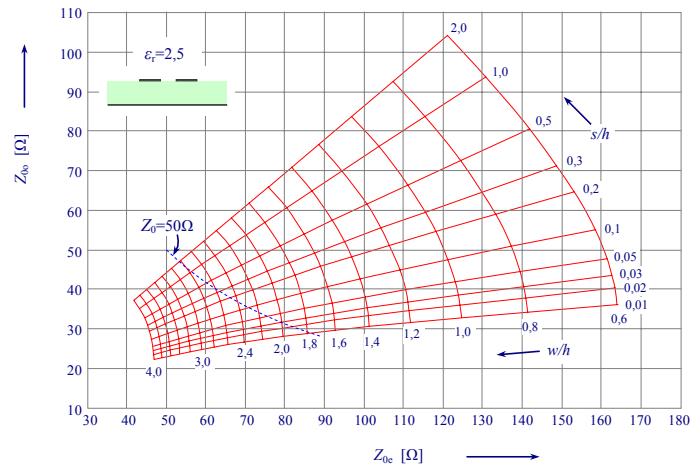
➤ iz zadane naponske sprege C računaju se karakteristične impedancije parnog i neparnog moda Z_{0e} i Z_{0o}

➤ pomoću izračunanih karakterističnih impedancija Z_{0e} i Z_{0o} se iz grafa za zadani dielektrični supstrat (podlogu) relativne permitivnosti ϵ_r određuju omjeri w/h i s/h



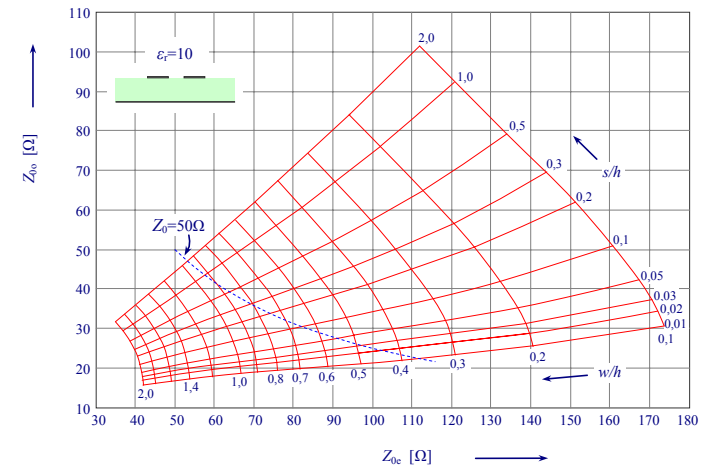
➤ Linijski mikrotrakasti usmjerni sprežnik

- Veza karakteristične impedancije parnog i neparnog moda Z_{0e} i Z_{0o} i izmjera sprežnika w/h i s/h za supstrat relativne permitivnosti $\epsilon_r = 2,5$



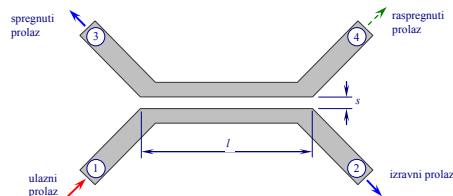
➤ Linijski mikrotrakasti usmjerni sprežnik

- Veza karakteristične impedancije parnog i neparnog moda Z_{0e} i Z_{0o} i izmjera sprežnika w/h i s/h za supstrat relativne permitivnosti $\epsilon_r = 10$



Zadatak

Projektirati usmjerni mikrotrakasti sprežnik prema slici. Maksimalna sprega $C = 20$ dB postiže se na frekvenciji 5 GHz, a sprežnik mora biti prilagođen na sustav karakteristične impedancije 50Ω i izveden na dielektričnom supstratu s $\epsilon_r = 2,5$ i $h = 0,75$ mm. Zanemariti utjecaj debljine trake i disperziju.



Rješenje

Za spregu od 20 dB, naponski koeficijent sprege iznosi:

$$C = 10^{-\frac{20}{20}} = 0,1$$

Karakteristične impedancije za parni i neparni mod:

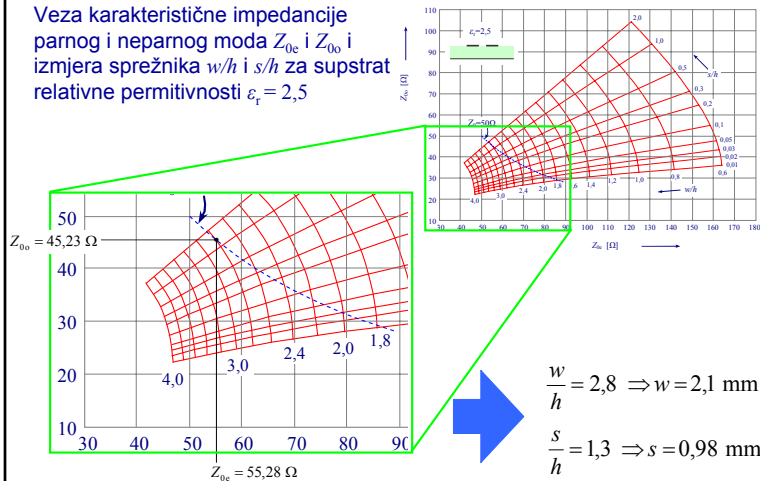
$$Z_{0e} = Z_0 \sqrt{\frac{1+C}{1-C}} = 50 \sqrt{\frac{1+0,1}{1-0,1}} = 55,28 \Omega$$

$$Z_{0o} = Z_0 \sqrt{\frac{1-C}{1+C}} = 50 \sqrt{\frac{1-0,1}{1+0,1}} = 45,23 \Omega$$



Rješenje

Veza karakteristične impedancije parnog i neparnog moda Z_{0e} i Z_{0o} i izmjera sprežnika w/h i s/h za supstrat relativne permitivnosti $\epsilon_r = 2,5$



Rješenje

Duljina odsječka spregnutih traka (pretpostavljamo da je fazna brzina vala u spregnutim trakama približno jednaka brzini za parni mod rasprostiranja):

$$\lambda_g = \frac{c}{f \sqrt{\epsilon_{ef}}} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^9 \sqrt{2,073}} = 41,68 \text{ mm} \Rightarrow l = \frac{\lambda_g}{4} = 10,42 \text{ mm}$$

$$\epsilon_{ef} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 10 \frac{h}{w} \right)^{-0,555} = \frac{2,5 + 1}{2} + \frac{2,5 - 1}{2} \left(1 + 10 \frac{0,75}{2,1} \right)^{-0,555} = 2,073$$



Četveroprolazne mreže

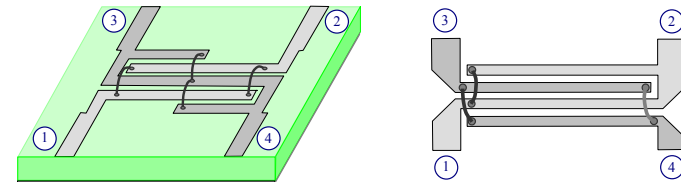
➤ Linijski usmjerni sprežnik

- za povećanje širine pojasa sprege mogu se koristiti sprežnici od više odsječaka duljine $\lambda/4$
- linijski sprežnici koriste se za slabe sprege ; $C > 6 \text{ dB}$ (za jače sprege udaljenost linija s previše je malena za praktičnu izvedbu)
- za jače sprege ($C < 6 \text{ dB}$) \Rightarrow **Langeovi sprežnici** s više parova spregnutih linija



Četveroprolazne mreže

➤ Langeovi sprežnici



- sve su trake jednake širine w i na istom razmaku s
- duljine traka iznose četvrtinu valne duljine
- u sprežnicima s više od dvije linije, trake se povezuju naizmjenice u interdigitalnu strukturu
- među prolazima 1 i 2 te 3 i 4 fazni je pomak $\pi/2$ (duljine traka iznose četvrt valne duljine), a među spregnutim prolazima (1 i 3 te 2 i 4) nema faznog pomaka