

$p \rightarrow \Box p$ is valid

$$= (W, R, \Gamma)$$

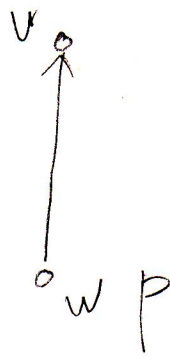
Trebauro dokazati da postoji model M i
mjest $w \in W$ t.d.

$$w \Vdash p \rightarrow \Box p.$$

Definiamo:

$$W = \{w, w\}$$

$$R = \{ (w, v) \}, \text{ tj: slikau:}$$



00180 W H P, ali W H \triangle P.

Dahle, $\neg P \rightarrow \Diamond P.$

Simetričan okvir:

(W, R) , R simetrična relacija
 $(\forall w, v \in W)(wRv \Rightarrow vRw)$

$P \rightarrow \Box \Diamond P$ valjana

Treba dokazati da za neki simetričan Kripkeov okvir (W, R) , te za neku relaciju forriranja \Vdash na tom okviru, i neki subjekt $w \in W$ vrijedi

$$w \Vdash P \rightarrow \Box \Diamond P.$$

Neka je (W, R) proizvoljan sim. okvir, te neka je \Vdash neka rel. forriranja na njemu, i $w \in W$ proizvoljan subjekt.

Ako $w \Vdash P$ tada $w \Vdash P \rightarrow \Box \Diamond P$,
pa je dokaz gotov.

Proučivši slučaj kada vrijedi $w \Vdash P$ (Treba dokazati $w \Vdash \Box \Diamond P$).

t.j. da za neki subjekt v
t.d. wRv , imamo $v \Vdash \Diamond P$)

["Patolški" primer simetričnog dvira:]

$$\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ w & v \end{array}$$

(Proučimo slučaj kada ne postoji nijet v

t.d. WRV .

Nb, tada očito $w \vdash \square \Diamond p$.

Neka je $v \in W$ proizvoljan t.d. WRV .

(Treba dokazati: $v \vdash \square p$).

Pošto je po pret. dvir simetričan

tada iz WRV sledi VRW .

Pošto $w \vdash p$ tada $v \vdash \square p$.

$$P \rightarrow \Box \Diamond P$$

~~valjana~~ na svim
svojim.

DZ (POKUŠAJ INDIREKTNOG DOKAZA)

Pret. suprotno; tj. da postoji svoj okvir
(W, R), vel. formiranja Π na tom okviru
i nijet $w \in W$ t.d.

$$w \Vdash P \rightarrow \Box \Diamond P$$

Tada $w \Vdash P$ i $w \Vdash \Box \Diamond P$.

Tada postoji nijet $v \in W$
t.d. $w R v$ i $v \Vdash \Diamond P$.

rim. \swarrow

$v R w$,
stojite
 $w \Vdash P$

\downarrow

Ne postoji $x \in W$
t.d. $v R x$ i

$x \Vdash P$

\nwarrow

Potpun skup S :

za neku formulu F vrijedi

$$S \models F \quad \text{ili} \quad S \models \neg F$$

inkluzivan

Je li potpun

Skup svih teorema od RS?

NE

$S \models P$, a ni $S \models \neg P$

Kada bi vrijedilo $S \models P$ tada
iz nekog tuma potpunosti
slijedi $S \models P$.

Ne, to ne vrijedi jer znamo
int. I t.d. $I(P)=0$ i znamo
 $I(S)=1$ (zbog tuma adekvatnosti).

Isto tako $S \models \neg P$.

Je li potpun skup svih prop. varijabli?

$$S = \{P_0, P_1, P_2, \dots\}$$

DA Uočimo da postoji samo jedna int. I
t.d. $I(S)=1$.

Znamo proizvoljnu formulu F . Tada vrijedi
 $I(F)=0$ ili $I(F)=1$

Pravdriju shōz $I(F)=0$.

Tada ijuama $S \models \neg F$.

Iz jakog tu-a potpunoš' sledi $S \models \neg F$.

$$\{ \neg R \vee Q, P \rightarrow (Q \rightarrow R), P \wedge Q \} \vdash \underline{\underline{R}}$$

Dz

Iz gen. tv-a pot. sledi' jeli' tv. potp:

$$S \vdash F \quad \text{ali} \quad S \models F$$

Dakle, za dokaz traze'ne tvrdnje dovoljno je proveriti da li vrijedi

$$\{ \neg R \vee Q, \dots \} \models R.$$

To loma proveriti glavni testovi.

$\neg R \vee Q$	T
$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	T
$P \wedge Q$	T
R	$\textcircled{\perp}$