

Upute za laboratorijske vježbe

Teme : - Matrice
- Elementarne funkcije
- Derivacije

Preporuka: početnicima preporučamo prije ovih laboratorijskih vježbi pročitati Uvod za početnike (datoteka pod 1_).

Elementarne naredbe

-(unos matrice u obliku liste)

Clear[A]

A={{a,b},{c,d}}

{{a,b},{c,d}}

-(ispis matričnog oblika)

MatrixForm[A]

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

-(drugi redak matrice A)

A[[2]]

{c,d}

-(element matrice u drugom retku i prvom stupcu)

A[[1,2]]

c

Clear[B]

B={{e,f},{g,h}}

MatrixForm{B}

$\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$

-(zbroj matrica)

MatrixForm[A+B]

$\begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix}$

-(linearna kombinacija matrica)

MatrixForm[3A+B]

$\begin{pmatrix} 3a+e & 3b+f \\ 3c+g & 3d+h \end{pmatrix}$

-(produkt matrica)

MatrixForm[A.B]

$\begin{pmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{pmatrix}$

-(potenciranje matrice)

MatrixPower[A,2]

MatrixForm[MatrixPower[A,2]]

{{a²+bc, ab+bd}, {ac+cd, bc+d²}}

$\begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}$

-(jedinična matrica)

IdentityMatrix[3]

MatrixForm[IdentityMatrix[3]]

$\{\{1,0,0\},\{0,1,0\},\{0,0,1\}\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

-(transponiranje matrice)

Transpose[A]

MatrixForm[Transpose[A]]

$\{\{a,c\},\{b,d\}\}$

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

-(determinanta matrice)

Det[A]

$-b\ c+a\ d$

-(inverz matrice)

Inverse[A]

$\left\{ \left\{ \frac{d}{-b\ c+a\ d}, -\frac{b}{-b\ c+a\ d} \right\}, \left\{ -\frac{c}{-b\ c+a\ d}, \frac{a}{-b\ c+a\ d} \right\} \right\}$

MatrixForm[Inverse[A]]

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{-b\ c+a\ d} & -\frac{b}{-b\ c+a\ d} \\ -\frac{c}{-b\ c+a\ d} & \frac{a}{-b\ c+a\ d} \end{pmatrix}$$

-(trag matrice)

Tr[A]

$a+d$

-(riješavanje sustava $ax+by=e$ i $cx+dy=f$)

Solve[{a*x+b*y==e,c*x+d*y==f},{x,y}]

$\left\{ \left\{ x \rightarrow -\frac{-d\ e+b\ f}{-b\ c+a\ d}, y \rightarrow -\frac{-c\ e+a\ f}{b\ c-a\ d} \right\} \right\}$

Zadavanje matrice

Kao listu

```
Clear[A]
A={{1,2},{0,7}}
MatrixForm[A]
{{1,2},{0,7}}
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Pomoću naredbe „Array“

```
Clear[A]
A=Array[a,{3,3}]
MatrixForm[A]
```

$$\begin{pmatrix} a[1, 1] & a[1, 2] & a[1, 3] \\ a[2, 1] & a[2, 2] & a[2, 3] \\ a[3, 1] & a[3, 2] & a[3, 3] \end{pmatrix}$$

Pomoću naredbe „Table“

```
Clear[A]
A=Table["a"<>ToString[i]<>ToString[j],{i,3},{j,3}]
MatrixForm[A]
```

$$\begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{pmatrix}$$

Pomoću naredbe „Input“

```
Clear[A,B,C]
A=Input["upišite matricu A kao listu"];
B=Input["upišite matricu B kao listu"];
Print["Zbroj matrice A=",MatrixForm[A],"i matrice B=",MatrixForm[B],"je jednak
A+B=",MatrixForm[A+B]]
```

Zbroj matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ i matrice $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 9 \\ 8 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ je jednak $A+B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 11 & 6 & 15 \\ 15 & 13 & 9 \end{pmatrix}$

Interaktivni unos matrice proizvoljnih dimenzija

```
m=Input["upišite broj redaka matrice"];
```

```

n=Input["upišite broj stupaca matrice"];
A=Table[Input["unesi a"<>ToString[i]<>ToString[j]],{i,m},{j,n}];
MatrixForm[A]

```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Aktivno zadavanje matrice „akcijom“

```

MatrixForm[Table[i+j,{i,3},{j,2}]]

```

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

```

Clear[n,A]
A[n_]:=Table[If[i>=j,1,0],{i,n},{j,n}]
MatrixForm[A[3]]

```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Naredba If – sintaksa : If[uvjet,x,y]

- „uvjet“:neki logički ili matematički izraz po kojem odlučujemo da li ćemo nekoj varijabli pridjeliti vrijednost „x“ ako je uvjet istinit, tj. „y“ ako je laž.

„x:=y“ – x se ispituje svaki put kad se poziva y

Naredbe „Simplify“ i „FullSimplify“

-**Simplify**[izraz] – provodi niz algebarskih i inih transformacija nad „izraz“ i vraća najjednostavniji oblik koji nađe

-**FullSimplify**[izraz] – ima širi popis funkcija i transformacija kojima obrađuje „izraz“

Primjer: dokaz relacije $\det(A*B)=\det(A)*\det(B)$

Clear[A,B]

A=Table["a"<>ToString[i]<>ToString[j],{i,3},{j,3}];

B=Table["b"<>ToString[i]<>ToString[j],{j,3},{i,3}];

MatrixForm[A]

MatrixForm[B]

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

Simplify[Det[A.B]]==**Simplify**[Det[A]Det[B]]

True

Elementarne funkcije

Popis elementarnih funkcija

- x^n
- $x^{(m/n)}$
- $\text{Abs}[x]$
- $\text{Exp}[x]$
- $\text{Log}[x]$
- $\text{Log}[a,x]$
- $\text{Sin}[x]$
- $\text{Cos}[x]$
- $\text{Tan}[x]$
- $\text{Cot}[x]$
- $\text{Sinh}[x]$
- $\text{Cosh}[x]$
- $\text{Tanh}[x]$
- $\text{Coth}[x]$

Popis inverznih funkcija od elementarnih funkcija

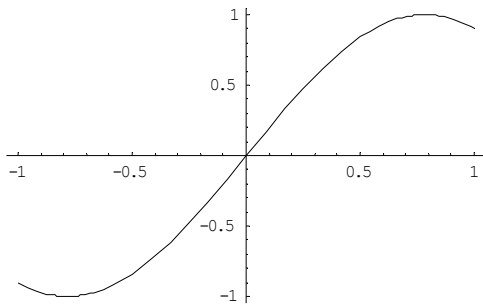
- $\text{ArcSin}[x]$
- $\text{ArcCos}[x]$
- $\text{ArcTan}[x]$
- $\text{ArcCot}[x]$
- $\text{ArcSinh}[x]$
- $\text{ArcCosh}[x]$
- $\text{ArcTanh}[x]$
- $\text{ArcCoth}[x]$

Zadavanje funkcija (definiranje $f(x)$ preko x)

Npr. $f[x_]=x + \text{Sin}[x]$

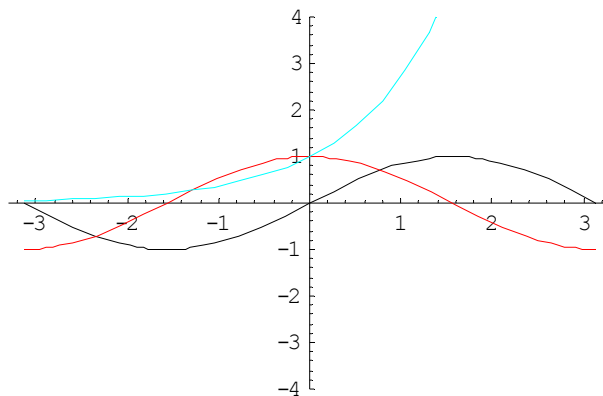
Crtanje grafova

$\text{Plot}[\text{Sin}[2x],\{x,-1,1\}]$



Crtanje grafova u različitim bojama

```
Clear[f,g,h,plot1,plot2,plot3]
f[x_]=Sin[x]
g[x_]=Cos[x]
h[x_]=Exp[x]
plot1=Plot[f[x],{x,-3.14,3.14},DisplayFunction→Identity,PlotRange→{-4,4}];
plot2=Plot[g[x],{x,-3.14,3.14},DisplayFunction→Identity,PlotStyle→Hue[1],PlotRange→{-4,4}];
plot3=Plot[h[x],{x,3.14,3.14},DisplayFunction→Identity,PlotStyle→Hue[0.5],PlotRange→{-4,4}];
Print["Grafovi funkcija su
",Show[plot1,plot2,plot3,DisplayFunction→$DisplayFunction]];
```



Boja grafa određuje se dijelom koda „PlotStyle→Hue[*broj*]“gdje je broj jedan broj između 0 i 1.

Naredbom Show[plot1,plot2,plot3,DisplayFunction→\$DisplayFunction] se svi grafovi crtaju odjedanput na istom horizontu.

Derivacije

Prva i druga derivacija

```
Clear[f]
f[x_]=Sin[x]
f'[x]
f''[x]
      Sin[x]
      Cos[x]
      -Sin[x]
```

Pomoću simbola „D“

```
D[f[x],x]
D[f[x],{x,2}]
      Cos[x]
      -Sin[x]
```

Deriviranje implicitno zadane funkcije

```
Clear[f]
f[x_,y_]=2x^3+Sin[x]-x*y+y^2+3
funkcija=f[x,y]==0
derivacija1=Dt[funkcija,x]
derivacija2=Dt[funkcija,y]
```

$$\begin{aligned} & 3 + 2x^3 - xy + y^2 + \sin[x] \\ & 3 + 2x^3 - xy + y^2 + \sin[x] == 0, \\ & 6x^2 - y + \cos[x] - x \operatorname{Dt}[y, x] + 2y \operatorname{Dt}[y, x] == 0 \\ & -x + 2y + 6x^2 \operatorname{Dt}[x, y] - y \operatorname{Dt}[x, y] + \cos[x] \operatorname{Dt}[x, y] == 0 \end{aligned}$$

```
rezultat=Solve[derivacija1,Dt[y,x]]
```

$$\left\{ \left\{ \operatorname{Dt}[y, x] \rightarrow \frac{6x^2 - y + \cos[x]}{x - 2y} \right\} \right\}$$

```
rezultat[[1]]
```

rezultat[[1,1]]

rezultat[[1,1,2]]

$$\left\{ \text{Dt}[y, x] \rightarrow \frac{6x^2 - y + \text{Cos}[x]}{x - 2y} \right\}$$

$$\text{Dt}[y, x] \rightarrow \frac{6x^2 - y + \text{Cos}[x]}{x - 2y}$$

$$\frac{6x^2 - y + \text{Cos}[x]}{x - 2y}$$