

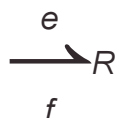
# Prikaz sustava bond grafovima

## 1. Karakteristike bond grafova

- strukturni prikaz sustava
- vidljivi tokovi snage (energije)

## 2. Elementi bond grafova

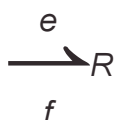
- element bond grafa sadrži polustrelicu koja pokazuje prema tipu elementa



- iznad strelice je veličina koja označava napor (*engl. effort*) (napon, sila, tlak, zakretni moment)
- ispod strelice je veličina koja označava tok (*engl. flow*), (el. struja, brzina, protok, kutna brzina)
- odnos napora i toka određen je tipom elementa
- tip elementa određuje ponašanje susatava
- veze među elementima određuju međudjelovanja
- **umnožak veličine iznad i ispod strelice bond grafa daje snagu**

## Pasivni elementi s jednim ulazom

### R tip

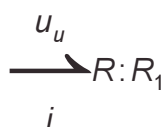
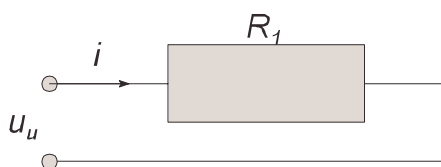


opis sustava:  $e = Rf$

za nelinearne sustave  $e = R(f)$

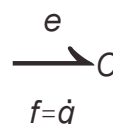
Iznos konstante  $R$  ili njen opis stavlja se s dvotočkom iza elementa

Primjer el. sustava.



Opsi bond grafa jednadžbom:  $u_u = R_1 i$

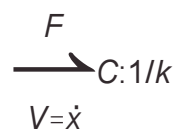
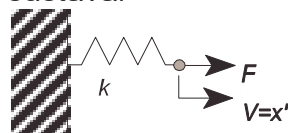
### C tip



Opis sustava:  $e = \frac{1}{C} \cdot q$

Za nelinearne sustave:  $e = C(q)$

Primjer sustava:



Opis bond grafa jednadžbom

$$F = k \cdot x$$

**I tip**

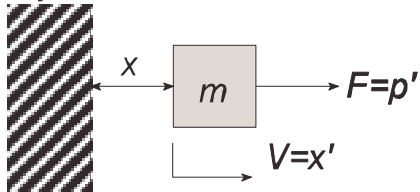
$$\begin{array}{c} e = \dot{p} \\ \xrightarrow{\quad} l \\ f \end{array}$$

$$\begin{array}{c} F = \dot{p} \\ \xrightarrow{\quad} l:m \\ V \end{array}$$

Opis sustava:  $p = lf$

Opis bond grafa jednađbom:

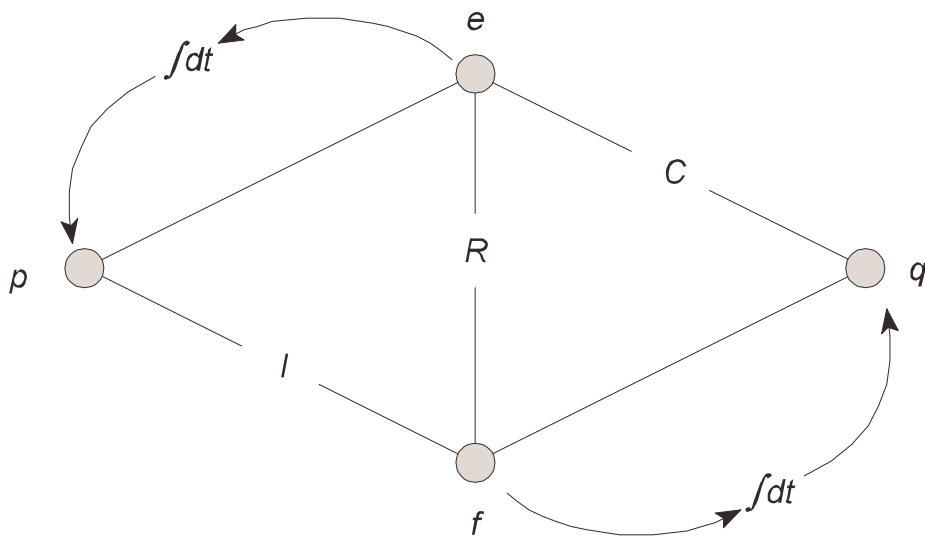
Primjer:



$$p = m \cdot V = \int_0^t F dt$$

ili

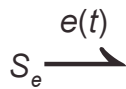
$$F = m \dot{V} = m \ddot{x}$$



**Tetraedar stanja**

## Aktivni izvori

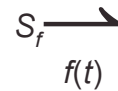
### Izvor napora (Effort source)



Opis sustava:

- $e(t)$  - nezavisna funkcija vremena
- tok je funkcija ostatka mreže

### Izvori toka (Flow source)

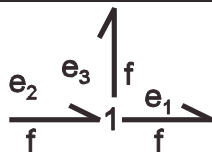


Opis sustava:

- $f(t)$  - nezavisna funkcija vremena
- napor je funkcija ostatka mreže

## Spojevi s više ulaza i izlaza

### 1-spoj (1-junction)

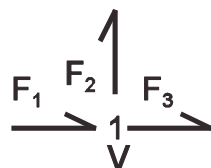
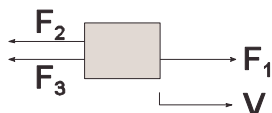


Opis sustava:

- tok je isti na svakom bondu (uz svaki napor je isti tok)
- suma napora na bondu je 0 (za gornji slučaj  $e_2 - e_1 - e_3 = 0$ )

Primjer:

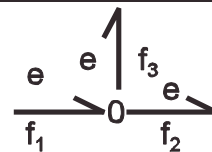
Djelovanje sila na bezmaseni objekt:



Opis sustava:

- $F_1 - F_2 - F_3 = 0$
- (smjer vektora brzine i sile  $f_1$  isti)

### 0-spoj (0-junction)



Opis sustava:

- napor je isti
- suma toka na bondu je 0 (za gornji slučaj  $f_1 - f_2 - f_3 = 0$ )

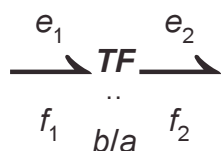
Primjer:

Spojna točka na električnoj shemi:

- napon točke ( $e$ )
- struja svake grane (tok)
- suma struja je nula

## Transformacijski elementi

### Transformator



Opis sustava:

$$f_2 = \frac{b}{a} f_1$$

$$e_2 = \frac{a}{b} e_1$$

$b/a$  - omjer transformacije

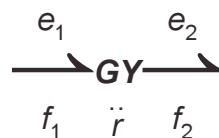
Karakteristike

- izlazni napor jednak je umnošku ulaznog napora s recipročnom vrijednošću omjera transformacije
- izlazni tok jednak je umnošku ulaznog toka i omjera transformacije
- ulazna snaga jednaka je izlaznoj  
 $e_1 f_1 = e_2 f_2$

Primjer:

Električni transformator

### Žirator



Opis sustava:

$$e_2 = r f_1$$

$$e_1 = r f_2$$

$r$  - modul žiratora

Karakteristike:

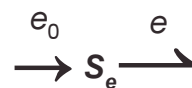
- izlazni napor ovisi o ulaznom toku
- izlazni tok ovisi o ulaznom naporu

Primjer:

Žiro efekt kod djelovanja sila na rotirajući zvrk (žiroskop).

### Aktivni izvor

- puna strelica označava signal a ne bond
- $e = f(e_0)$
- nema povratnog djelovanja na napon  $e_0$  (koji postoji negdje u sustavu)
- ako se radi o izvoru napora ( $S_e$ ) izlazni tok je određen ostatkom mreže (pa se ne navodi ispod bonda - polustrelice).
- Primjer: idealno pojačalo napona (izlazni napon i struja nemaju utjecaja na ulazni napon).
- Postoje i upravljivi izvori toka!!



### 3. Kauzalnost

- crtica kauzalnosti:
  - određuje uzrok i posljedicu na bond grafovima
  - određuje da li napon na bondu uzrokuje tok ili tok uzrokuje napon
  - kod C i I elemenata određuje da li bond predstavlja integralno ili derivativno ponašanje
  - omogućuje pisanje jednadžbi iz bond grafa
  - Primjer:
    - otpornik povezan na naponski izvor: napon izvora određuje struju, promjena otpora znači promjena struje, dok napon ostaje isti
    - otpornik povezan na strujni izvor: jakost struje određuje napon na otporniku - promjena otpora znači promjena napona (a ne i struje).

Primjer:

$$A \begin{array}{c} e \\ \hline f \end{array} B \quad \begin{array}{l} - \text{ B djeluje naporom } e \text{ na element } A \\ - \text{ A odgovara tokom } f \text{ na napor } e \end{array}$$

- polustrelica bond grafa nema povezanosti s crticom kauzalnosti
- polustrelica određuje pretpostavljeni tok energije (predznake veličina na bondu)
- crtica kauzalnosti određuje ulazno izlazne ovisnosti na bondu
- **crtica uz element - pravilima za taj element računa se tok**
- **crtica od elementa - pravilima za taj element računa se napor**

#### Pravila za postavljanje crtica kauzalnosti

Element	Konfiguracija crtica kauzalnosti	Opis
Izvor napora	$S_e \text{---} $	Crtica uvijek od izvora
Izvor toka	$S_f \text{---}  \text{---} f$	Crtica uvijek kod izvora
Transformator	$\text{---} TF \text{---}$ $\text{---}  TF \text{---} $	Jedna crtica uz element a jedna od elementa
Žirator	$\text{---} GY \text{---} $ $\text{---}  GY \text{---}$	Obje crtice kod elementa ili obje od elementa

Element		Konfiguracija crtica kauzalnosti	Opis
0-spoj			Jedna crtica uz spoj a sve ostale od spoja (napor isti na svim bondovima - određuje ga jedan element)
1-spoj			Jedna crtica od spoja a sve ostale uz spoj (tok isti na svim bondovima - određuje ga jedan element)
Integral	I - element	$\frac{e = \dot{p}}{f}   I$	$f = \frac{1}{I} \int_0^t e dt$
	C- element	$  \frac{e}{f = \dot{q}} C$	$e = \frac{1}{C} \int_0^t f dt$
Derivacija	I - element	$  \frac{e = \dot{p}}{f} I$	$e = I \cdot \dot{f}$
	C- element	$\frac{e}{f = \dot{q}}   C$	$f = C \dot{e}$
R element		$\frac{e}{f}   R$ $  \frac{e}{f} R$	Crtica kauzalnosti bilo uz element ili od elementa (ovisno o konfiguraciji ostalih elemenata vezanih uz R)

## 4. Pravila za opis sustava bond grafovima

### 1. Pridruživanje elementima sustava elemenata bond grafova

Oblik elementa		Element Bond grafa
Vanjski signali i pobude		izvori toka izvori napora
Jednadžbe ravnoteže	struja, protoci, brzine, brzina vrtnje	0-spoj
	napon, tlak, sila, zakretni moment	1-spoj
induktiviteti, elementi s inercijom		I-element
kapaciteti, opruge, rezervoari		C-elementi
električni otpori, hidraulički otpori, mehanička prigušenja		R-element
pojačala signala i elementi bez povratnog djelovanja		aktivni izvori
transformatori i elementi s ponašanjem transformatora (ulazni napon djeluje na izlazni napon, a izlazna struja određuje ulaznu struju)		TF-element
žiroskopi		GY-element

2. Pridruživanje orijentacije bondovima određivanje toka energije (*isti smjer napora i toka - strelica prema elementu*)
3. Numeriranje bondova (svaki bond mora imati jedinstveni broj) i pridruživanje oznaka (upis nelinearnih jednadžbi ako postoje)
4. Pridruživanje crtica kauzalnosti:
  - a) Pridruživanje kauzalnosti izvorima i proširenje na spojeve TF i GY elemente vezane uz izvore (uvažavajući ograničenja koja za njih vrijede)
  - b) Pridruženje crtica kauzalnosti C i I elementima tako da se dobije integralno ponašanje i proširenje na spojeve, TF i GY elemente vezane uz njih
  - c) Pridruženje kauzalnosti R elementima (ako nema drugih ograničenja - proizvoljno) i proširenje na spojeve, TF i GY elemente vezane uz njih
5. Pojednostavljenje strukture ako je moguće

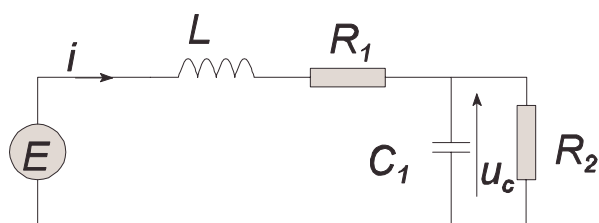
## 5. Određivanje jednačbi iz Bond grafova

- Red sustava = broju I i C elemenata
- $\dot{q}$ ,  $\dot{p}$  - derivacije varijabli stanja (  $q$  - integral toka,  $p$  - integral napora)
- izvori - ulazne varijable
- izražavanje derivacija varijabli stanja pomoću ulaznih varijabli i varijabli stanja.
- izlazne jednačbe - algebarske jednačbe varijabli stanja (odabiru se veličine koje se traže kao izlazne varijable)

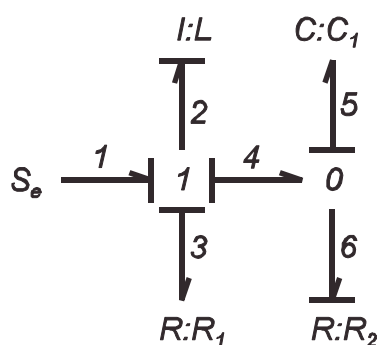
### Primjer 1.

Zadana je električna shema prema slici.  
Potrebno je odrediti:

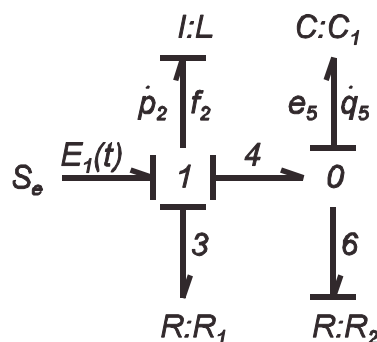
1. bond graf koji opisuje sustav
2. označiti bond graf
3. postaviti crtice kauzalnosti
4. opisati sustav u prostoru stanja iz bond grafa.



Bond graf je prikazan slikom



Oznake karakterističnih vrijednosti:



(Napomena: naponi (naponi) i tokovi (struje) uz bond obilježen brojem dobivaju isti broj. Tok na bondu 3 je  $f_3$  a napor na istom bondu je  $e_3$ .)



Opis bond grafa jednađbama:

1. Zakovitosti za I i C elemente:

(zbog crtice kauzalnosti kod I elementa određuje se  $f_2$  pomoću  $I_2$  i  $p_2$ , zbog crtice od C elementa određuje se  $e_5$  kao funkcija  $Q_5$  i  $C_5$ )

$$f_2 = \frac{p_2}{I_2}, \quad e_5 = \frac{q_5}{C_5}$$

2. Jednađba 1-spoja

- tokovi na svim bondovima oko 1-spoja su isti
- tokovi su određeni I elementom (crtice kauzalnosti)
- 1-spoj određuje napon  $\dot{p}_2$  (crtice kauzalnosti)

$$\dot{p}_2 = E_1(t) - e_3 - e_4$$

gdje je  $\dot{p}_2$  - napon na induktivitetu ( $u_L$ ).

- naponi na 0-spoju su isti, a prema crticama kauzalnosti određuje ih C element. Prema tome napor  $e_4$  jednak je naporu  $e_5$

$$\dot{p}_2 = E_1(t) - R_3 f_2 - e_5$$

$$\dot{p}_2 = E_1(t) - R_3 \frac{p_2}{I_2} - \frac{q_5}{C_5}$$

3. Jednađba 0-spoja

- naponi na svim bondovima su isti
- napore određuje C element
- 0-spoj određuje tok  $\dot{q}_5$  (crtica kauzalnosti kod spoja)

$$\dot{q}_5 = f_4 - f_6$$

gdje je  $\dot{q}_5$  struja kroz kondenzator  $C_1$  ( $i_c$ ).

- tok na bondu 4 određen je 1-spojem (crtica kauzalnosti) i jednak je  $f_2$

$$\dot{q}_5 = f_2 - \frac{e_6}{R_6} = f_2 - \frac{e_5}{R_6}$$

$$\dot{q}_5 = \frac{p_2}{I_2} - \frac{q_5}{R_6 C_5}$$

4. Pisanje u obliku varijabli stanja:

derivacije varijabli stanja su naponi na I elementima i tokovi na C elementima.

$$\begin{aligned}\dot{p}_2 &= -\frac{R_3}{l_2}p_2 - \frac{1}{C_3}q_5 + E_1(t) \\ \dot{q}_5 &= \frac{1}{l_2}p_2 - \frac{1}{R_6 C_5}q_5 \\ \begin{bmatrix} \dot{p}_2 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_3}{l_2} & -\frac{1}{C_5} \\ \frac{1}{l_2} & -\frac{1}{R_6 C_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E_1(t)\end{aligned}$$

Zamjena oznaka elemenata bond grafa oznakama elemenata iz električne sheme:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_2 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L} & -\frac{1}{C_1} \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{R_2 C_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E_1(t)$$

iz jednadžbi stanja može se dobiti jednadžbe:

- sume napona u petlji i
- sume struja u točki grananja.

$$\begin{aligned}\dot{p}_2 &= u_L = L \frac{di}{dt} = E_1(t) - \frac{R_1}{L} \cdot \int u_L dt - \frac{1}{C_1} \int i_c dt = \\ &= E_1(t) - R_1 \cdot i - u_c \\ \dot{q}_5 &= i_c = \frac{1}{L} \int u_L dt - \frac{1}{R_2} \frac{1}{C_1} \int i_c dt \\ &= i - i_{R2}\end{aligned}$$

## Literatura:

1. Rosenberg, R. C., Karnopp, D. C.: *Introduction to physical systems dynamics*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1983.
2. Karnopp, D. C., Margolis, D. L., Rosenberg, R. C.: *System dynamics: A unified approach, second edition*, John Wiley & sons, Inc., New York, 1990.