

## Modeliranje i simuliranje sustava 3. domaća zadaća

November 8, 2016

## Uvod

Zadan je rotacijski sustav s dvije mase, elastičnom osovinom i remenim prijenosom prema slici. Ulazna veličina sustava je kutna brzina  $w_u$ , gubici zbog trenja kod prijenosa između diska i remena su zanemarivi i nema proklizavanja remena. Elastična osovina s koeficijentom elastičnosti  $c_f = 300$  [Nm/rad] karakterizirana je i prigušenjem u materijalu  $D = 500$  [Nms/rad] (prigušenje u ležajevima se zanemaruje!). Remen karakterizira elastičnost definirana koeficijentom elastičnosti  $k_f = 400$  N/m. Ostali parametri sustava su: momenti inercije  $J_1 = 100$  [kg.m<sup>2</sup>] i  $J_2 = 500$  [kg.m<sup>2</sup>] te polumjeri diskova  $r_1 = 1$  [m] i  $r_2 = 2$  [m].

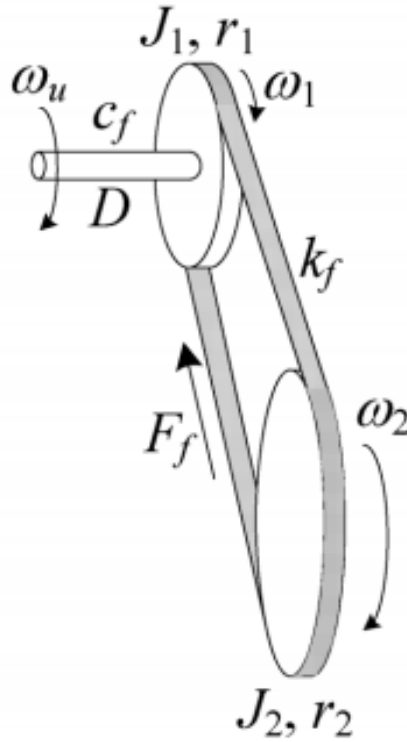


Figure 1: Rotacijski sustav

## 1. Izvesti diferencijalne jednadžbe koje opisuju dinamičko ponašanje sustava

$$m_1 - m_{12} = J_1 \frac{dw_1}{dt} \quad (1)$$

$$m_{12} = J_2 \frac{dw_2}{dt} \quad (2)$$

$$m_{12} = F_f \cdot r_1 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_f}{dt} &= k_f(v_1 - v_2) \\ v_1 &= w_1 \cdot r_1 \\ v_2 &= w_2 \cdot r_2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$m_1 = \frac{c_f}{s} \cdot (w_u - w_1) + D \cdot (w_u - w_1) \quad (5)$$

$$m_{12} = F_f \cdot r_1 = k_f \cdot r_1 \left( \frac{w_1 r_1}{s} - \frac{w_2 r_2}{s} \right) \quad (6)$$

$$m_{12} = J_2 \frac{dw_2}{dt} = F_f \cdot r_1 = k_f \cdot r_1 \left( \frac{w_1 r_1}{s} - \frac{w_2 r_2}{s} \right) \quad (7)$$

**2.Nacrtati blokovsku shemu sustava za simuliranje u programskom paketu Matlab –Simulink; Na shemi označiti sve momente, sile i brzine.Varijable stanja u modelu moraju biti fizikalne veličine!**

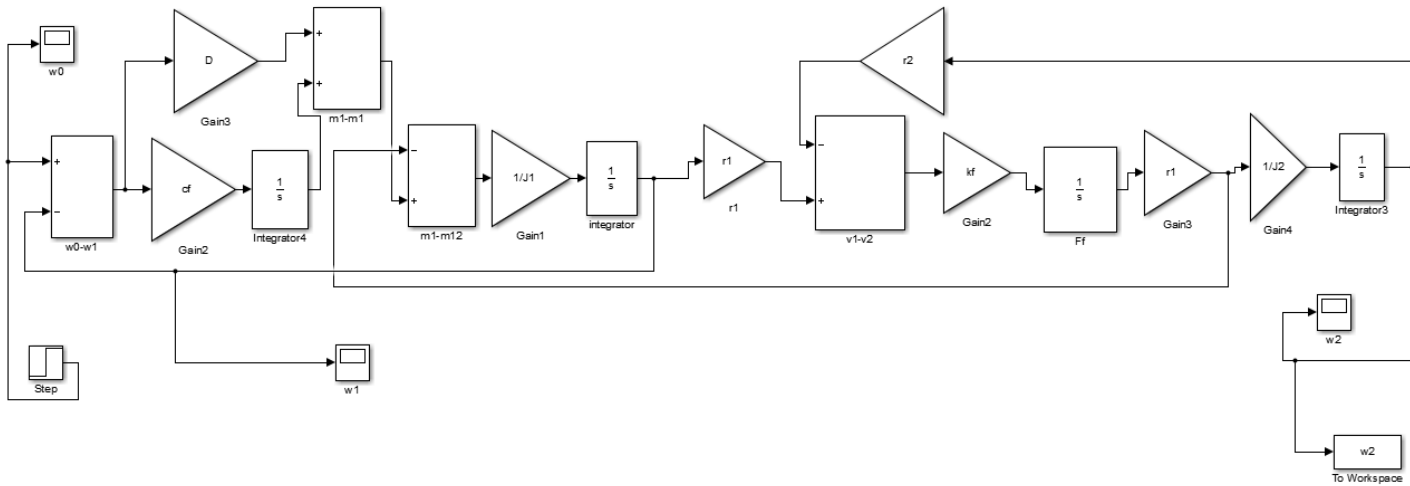


Figure 2: Simulink shema sustava

**3. Simulirati sustav i snimiti odziv kutne brzine  $w_2$  pri djelovanju ulazne brzine  $w_u(t)=3S(t)$ , vrijeme simulacije postaviti na 20 sekundi;**

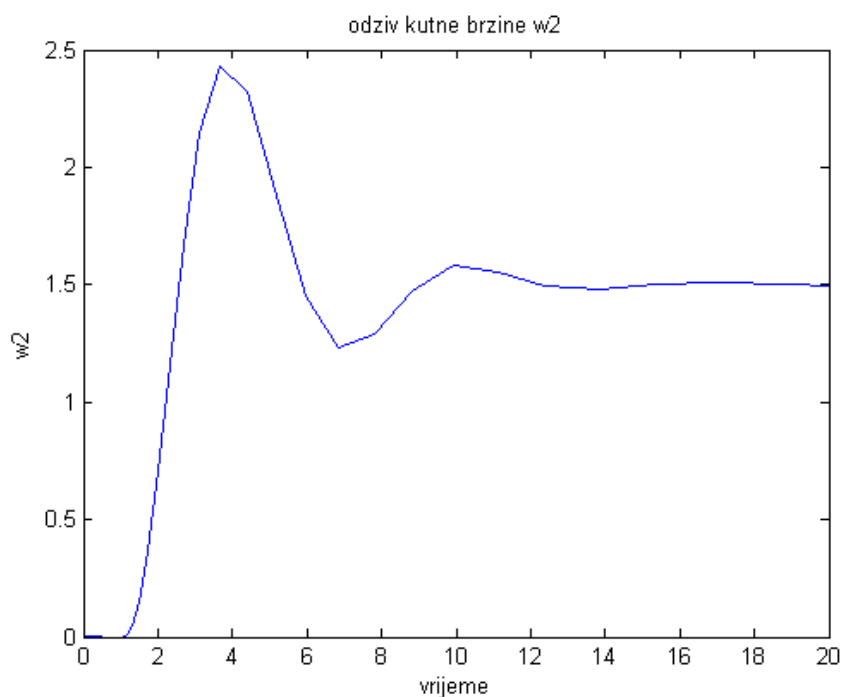


Figure 3: Odziv kutne brzine  $w_2$

#### 4. Odredite prijenosnu funkciju sustava s općim koeficijentima i konkretnim parametrima sustava

$$G(s) = \frac{\Omega_2}{\Omega_u} = ? \quad (8)$$

$$m_1 - m_{12} = J_1 \frac{dw_1}{dt} \quad (9)$$

$$m_{12} = F_f \cdot r_1 = k_f \cdot r_1 \left( \frac{w_1 r_1}{s} - \frac{w_2 r_2}{s} \right) \quad (10)$$

$$m_1 = \frac{c_f}{s} \cdot (w_u - w_1) + D \cdot (w_u - w_1) \quad (11)$$

$$J_1 w_1 s = \frac{c_f}{s} \cdot (w_u - w_1) + D \cdot (w_u - w_1) - k_f \cdot r_1 \left( \frac{w_1 r_1}{s} - \frac{w_2 r_2}{s} \right) \quad (12)$$

$$m_{12} = J_2 \frac{dw_2}{dt} = F_f \cdot r_1 = k_f \cdot r_1 \left( \frac{w_1 r_1}{s} - \frac{w_2 r_2}{s} \right) \quad (13)$$

$$J_2 s^2 w_2 = k_f r_1^2 w_1 - k_f r_1 r_2 w_2 \quad (14)$$

Iz (14) slijedi  $w_1$ :

$$w_1 = w_2 \cdot \frac{J_2 s^2 + k_f r_1 r_2}{k_f r_1^2} \quad (15)$$

Uvrštavanjem 15 u 12 slijedi:

$$w_1 (s^2 J_1 + c_f + Ds + k_f r_1^2) = c_f w_u + Ds w_u + k_f r_1 r_2 w_2 \quad (16)$$

$$G(s) = \frac{\Omega_2}{\Omega_u} = \frac{c_f + Ds}{\left( \frac{J_2 s^2 + k_f r_1 r_2}{k_f r_1^2} \right) (s^2 J_1 + c_f + Ds + k_f r_1^2) - k_f r_1 r_2} \quad (17)$$

Prijenosna funkcija sa općim koeficijentima:

$$G(s) = \frac{\Omega_2}{\Omega_u} = \frac{c_f + Ds}{\frac{J_1 J_2}{k_f r_1^2} s^4 + \frac{J_2 D}{k_f r_1^2} s^3 + \left( \frac{J_2 (c_f + k_f r_1^2)}{k_f r_1^2} + J_1 \frac{r_2}{r_1} \right) s^2 + \frac{r_2 D}{r_1} s + \frac{r_2}{r_1} \cdot (c_f + k_f r_1^2) - k_f r_1 r_2} \quad (18)$$

Prijenosna funkcija sa konkretnim parametrima:

$$G(s) = \frac{\Omega_2}{\Omega_u} = \frac{4s + 2.4}{s^4 + 5s^3 + 8.6s^2 + 8s + 4.8} \quad (19)$$

### 5. Korištenjem simulacijskog modela iz zadatka 2 i funkcije linmod provjeriti dobivenu prijenosnu funkciju za zadane parametre sustava

$$\begin{aligned} [num, den] &= \text{linmod}('simulinkshema') \\ G &= \text{tf}(num, den) \end{aligned} \quad (20)$$

$$G(s) = \frac{\Omega_2}{\Omega_u} = \frac{4s + 2.4}{s^4 + 5s^3 + 8.6s^2 + 8s + 4.8} \quad (21)$$

```
>> G=tf(num,den)|
G =
      4 s + 2.4
-----
s^4 + 5 s^3 + 8.6 s^2 + 8 s + 4.8
```

Figure 4: Prijenosna funkcija  $G(s)$  korištenjem linmod funkcije

### 6. Prikazati sustav kompletnim bond grafom, označiti na bond grafu brzine $w_u$ , $w_1$ , $w_2$ i silu $F_f$

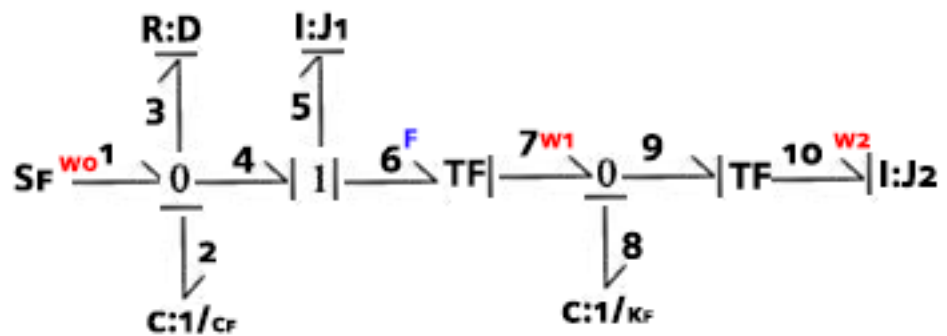


Figure 5: Bond graf sustava