

3. Domaća zadaća iz MISS-a

Zadan je SISO sustav opisan diferencijalnom jednačbom:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 1.3 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0.32 \frac{dy(t)}{dt} + 0.02 y(t) = \frac{du(t)}{dt} + 2u(t) \quad (3-1)$$

Sustav diskretiziramo ZOH metodom:

$$G(z) = Z\{G_{zoh}(s)G(s)\} = (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

Rastavom $G(s)/s$ na parcijalne razlomke, te prelaskom u z -područje dobiva se diskretna prijenosna funkcija za period uzorkovanja $T = 1s$:

$$G(z) = \frac{0.575z^3 + 0.6022z^2 - 0.0868z}{z^3 - 2.0914z^2 + 1.3749z - 0.2725}$$

Iz toga slijedi rekurzivna jednačba :

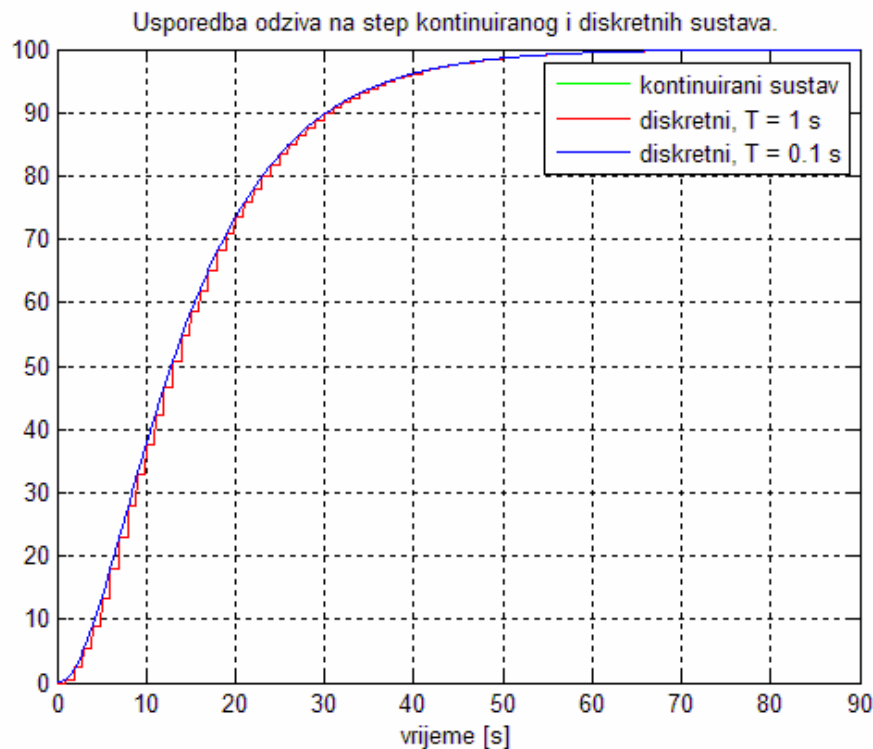
$$y(k) = 2.0914y(k-1) - 1.3749y(k-2) + 0.2725y(k-3) + 0.575u(k) + 0.6022u(k-1) - 0.0868u(k-2)$$

Korištenjem Matlaba se za period uzorkovanja $T = 0.1 s$ dobije :

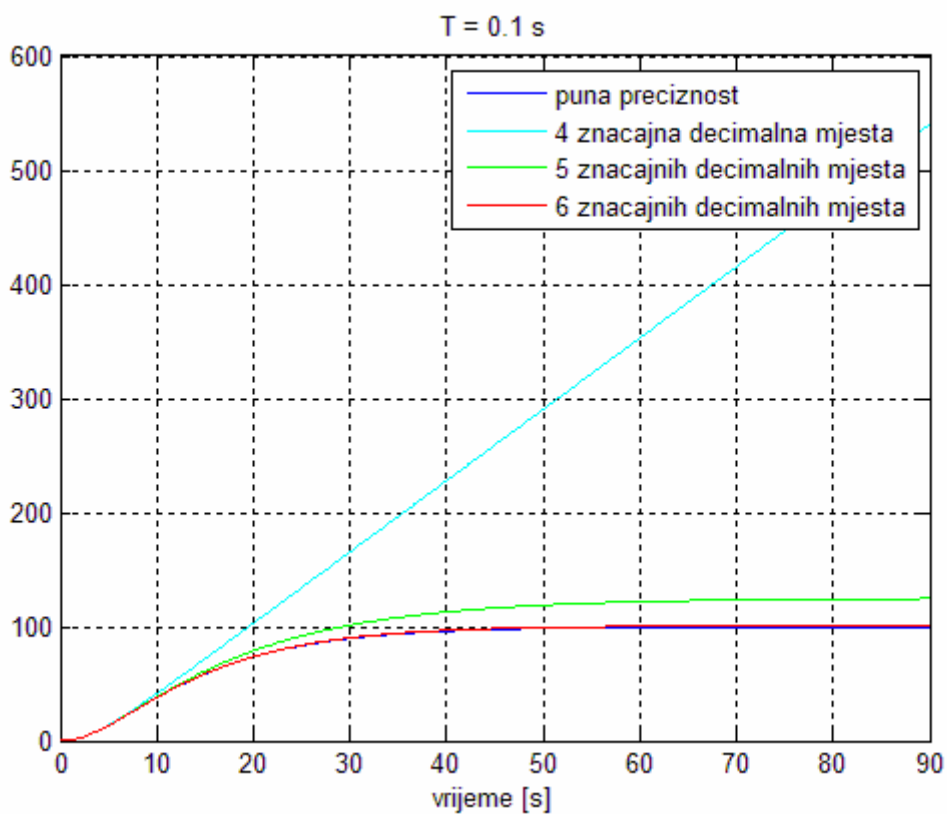
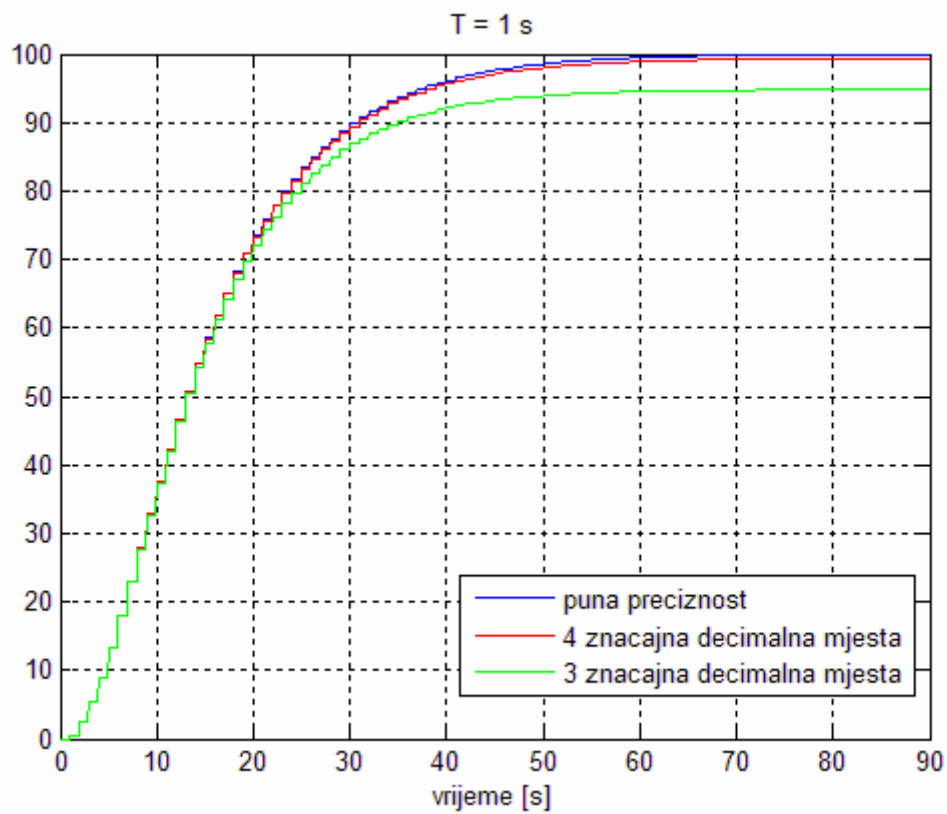
$$G(z) = \frac{0.005112 z^2 + 0.001047 z - 0.004283}{z^3 - 2.875 z^2 + 2.753 z - 0.8781}$$

Iz čega se može napisati rekurzivna jednačba:

$$y(k) = 2.875y(k-1) - 2.753y(k-2) + 0.8781y(k-3) + 0.005112u(k-1) + 0.001047u(k-1) - 0.004283u(k-2)$$



Ako koeficijente diskretnih prijenosnih funkcija ne prikazujemo u punoj preciznosti, dobivaju se sljedeći odzivi:



Dakle za sustav diskretiziran s periodom uzorkovanja 1 s, je minimalan potreban broj značajnih decimalnih mjesta u zapisu koeficijenata 4. Za sustav diskretiziran s periodom uzorkovanja 0.1 s, potrebno je najmanje 6 značajnih decimalnih mjesta. Promjena koeficijenata dovodi do relokacije polova, što u slučaju polova blizu ruba stabilnosti može sustav učiniti nestabilnim.

Sustav se u kaskadnom obliku može prikazati kako slijedi:

$$G(s) = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{s+2}{s+0.2} \cdot \frac{1}{s+0.1}$$

Diskretizacija se provodi za svaki podsustav pojedinačno korištenjem Matlaba. Rezultat je sljedeći za $T = 1$ s:

$$G_1(z) = \frac{0.6321}{z - 0.3679}$$

$$G_2(z) = \frac{z + 0.8127}{z - 0.8187}$$

$$G_3(z) = \frac{0.9516}{z - 0.9048}$$

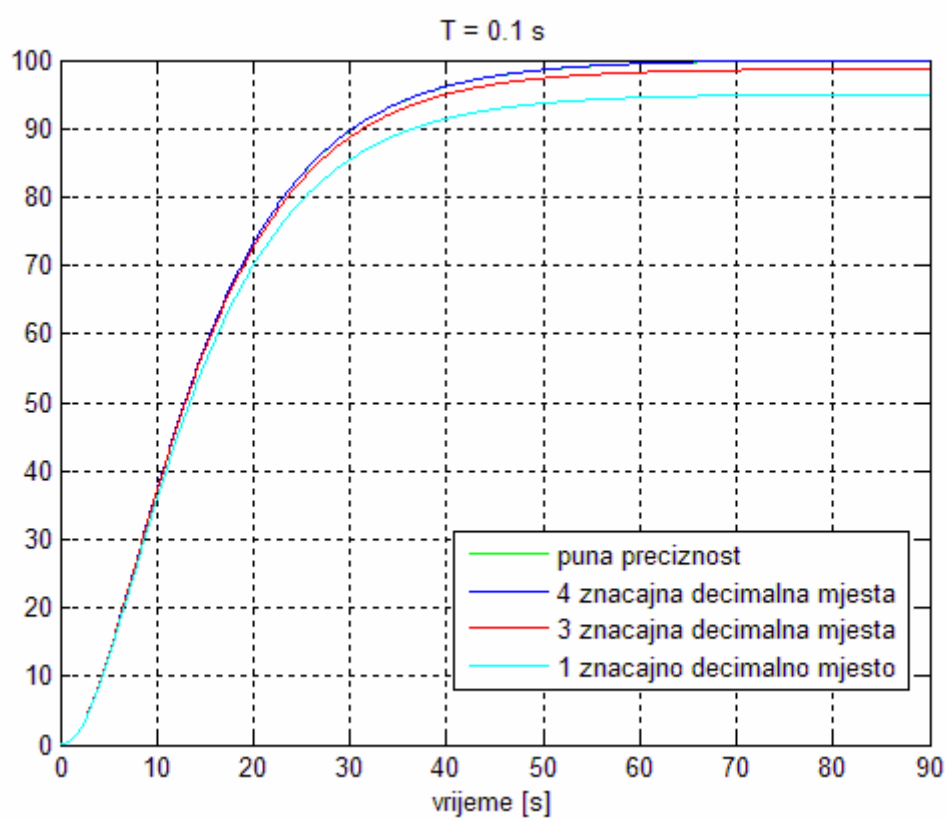
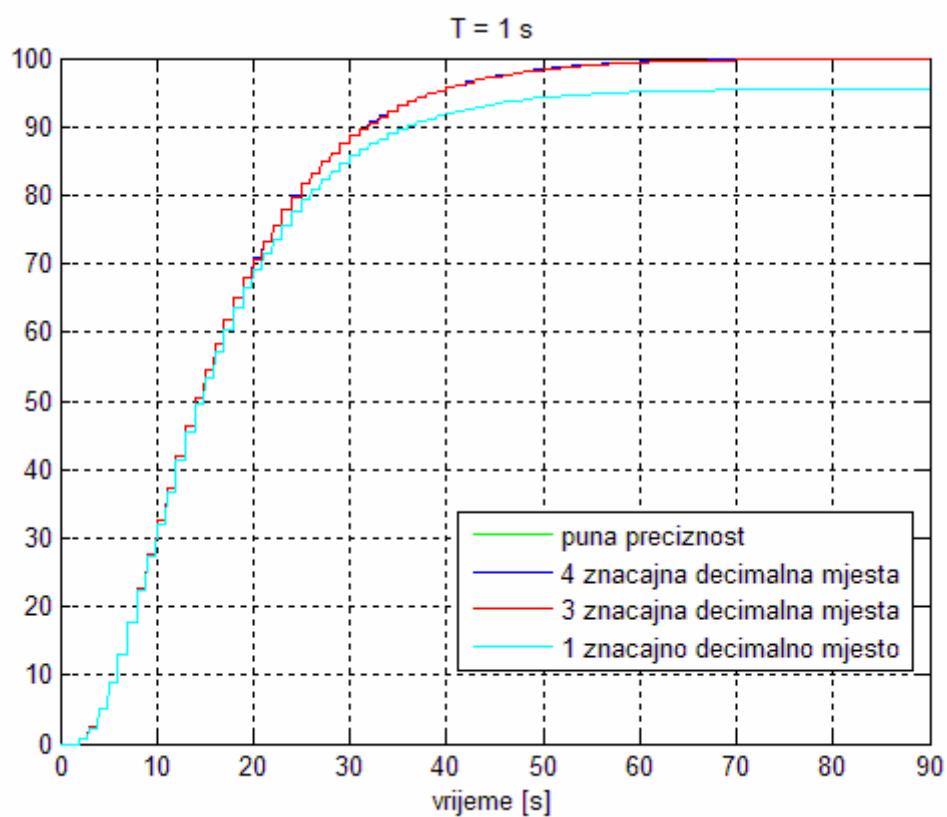
Za $T = 0.1$ s :

$$G_1(z) = \frac{0.09516}{z - 0.9048}$$

$$G_2(z) = \frac{z - 0.802}{z - 0.9802}$$

$$G_3(z) = \frac{0.0995}{z - 0.99}$$

Odziv oba sustava ,u kaskadnom obliku, prikazan u punoj preciznosti, i uz ograničenje koeficijenata na nekoliko značajnih decimalnih mjesta dan je na sljedećim slikama:



Paralelni prikaz zahtjeva da prijenosnu funkciju zapišemo u obliku zbroja parcijalnih razlomaka:

$$G(s) = G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1.3889}{s+1} - \frac{22.5}{s+0.2} + \frac{21.1111}{s+0.1}$$

Sada je kao i kod kaskadnog oblika moguće diskretizirati svaku od tri dobivene prijenosne funkcije posebno, te osporediti odzive u punoj preciznosti i s ograničenjem koeficijenata na nekoliko značajnih decimalnih mjesta.