Modeliranje i simuliranje sustava 4. domaća zadaća

November 15, 2016

Uvod

Zadan je proces skladištenja tekućine prema slici1 .

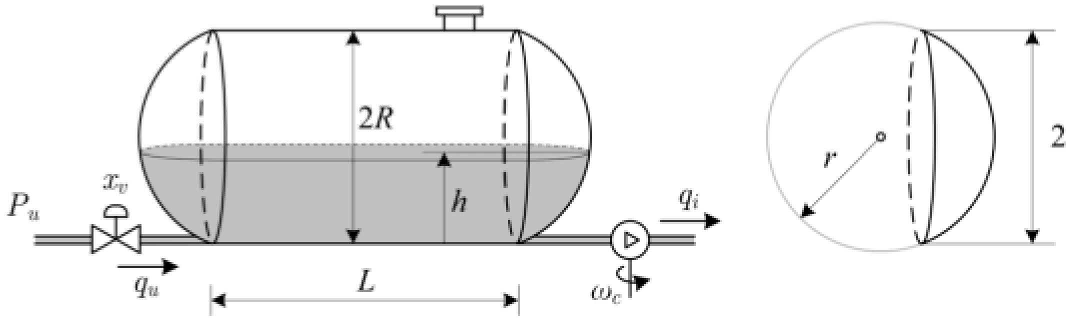

Figure 1: Proces skladištenja tekućine

Tlak Pu predstavlja nadtlak prema atmosferskom tlaku, gubici u cijevima su zanemarivi, brzina tekućine u spremnicima zanemariva je u odnosu na brzinu tekućine u cijevima. Sva strujanja su laminarna

Spremnik se sastoji od tri elementa (vidi sliku 1). Lijevi i desni element izrađeni su u obliku kuglinog odsječka, a središnji element u obliku cilindra. Duljina cilindričnog dijela iznosi L = 10 m, a polumjer kružnog presjeka cilindričnog dijela jednak je R = 3 m. Polumjer pripadne kugle u lijevom i desnom elementu jednak je r = 8 m. Na vrhu spremnika nalazi se otvor za prozračivanje tako da se može uzeti da je tlak zraka u spremniku jednak atmosferskom.

1.Zadatak

Odrediti nelinearni matematički model procesa. Ulazi u model su otvorenost ventila x_v, nadtlak P_u i brzina crpke ωc. Pretpostavlja se da tekućina uvijek struji od ulaza prema izlazu, te da će visina tekućine u spremniku h uvijek biti u intervalu [0, 2R]

$$\frac{dV}{dt} = q_u - q_i \tag{1}$$

$$q_u = K_v \cdot X_v \cdot \sqrt{P_u - \rho \cdot g \cdot h} \tag{2}$$

$$q_i = K_c \cdot \omega_c \tag{3}$$

$$V = \int_0^h A(h)dh \tag{4}$$

$$R^2 = (R-h)^2 + r_v^2 \rightarrow r_v = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} \tag{5}$$

$$A = L \cdot 2 \cdot r_v = L \cdot 2 \cdot \sqrt{R^2 - (R-h)^2} \tag{6}$$

$$\boxed{\frac{dV_1}{dh} = L \cdot 2 \cdot r_v = L \cdot 2 \cdot \sqrt{R^2 - (R-h)^2}} \tag{7}$$

$$\boxed{\frac{dV_2}{dh} = \frac{dV_3}{dh} = R^3 \cdot \frac{\pi}{12}[3 \cdot (\frac{h}{R})^2 - 2 \cdot (\frac{h}{R})^3]} \tag{8}$$

$$\boxed{\frac{dh}{dt} = \frac{\frac{dV}{dt}}{\frac{dV}{dh}} = \frac{K_v \cdot X_v \cdot \sqrt{P_u - \rho \cdot g \cdot h} - K_c \cdot \omega_c}{L \cdot 2 \cdot \sqrt{R^2 - (R-h)^2} + 2 \cdot (R^3 \cdot \frac{\pi}{12}[3 \cdot (\frac{h}{R})^2 - 2 \cdot (\frac{h}{R})^3])}} \tag{9}$$

2.Zadatak

Napraviti nelinearnu blokovsku shemu procesa za Matlab – Simulink.

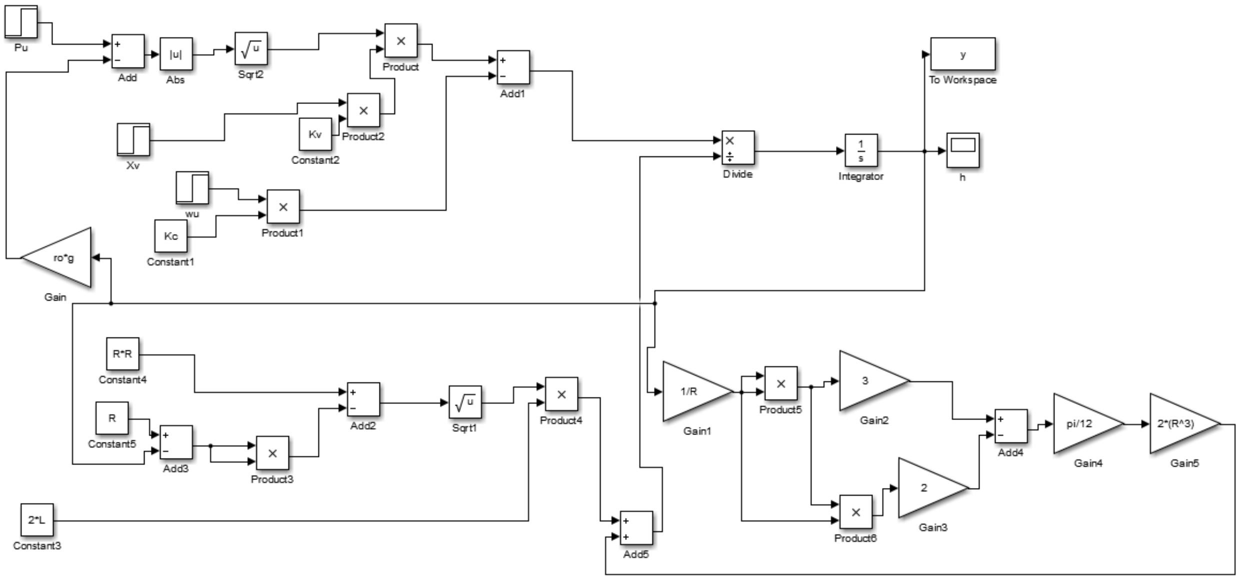

Figure 2: Blokovska shema

3.Zadatak

Izračunati iznose volumnih protoka Q_{u0} i Q_{i0} te visine tekućine H_0 u radnoj točki.

$$\frac{dh}{dt} = 0 \Rightarrow P_{u0} - \rho \cdot g \cdot h = \frac{K_c^2 \omega_{c0}^2}{K_v^2 \cdot X_{vo}^2} \tag{10}$$

$$H_0 = \frac{\frac{-K_c^2 \omega_{c0}^2}{K_v^2 \cdot X_{vo}^2} + P_{u0}}{\rho \cdot g} \tag{11}$$

$$\boxed{H_0 = 2.92m} \tag{12}$$

$$\boxed{Q_{u0} = K_v \cdot X_{v0} \cdot \sqrt{P_{u0} - \rho \cdot g \cdot H_0} = 0.890 \frac{m^3}{s}} \tag{13}$$

$$\boxed{Q_{i0} = K_c \cdot \omega_{c0} = 0.890 \frac{m^3}{s}} \tag{14}$$

4.Zadatak

Simulirati model procesa za promjenu ulaznih veličina iz radne točke za +5%:

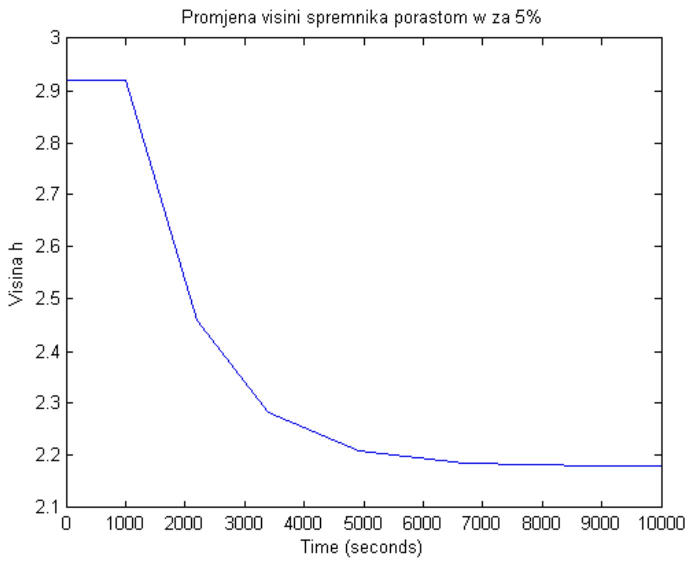

Figure 3: Promjena visine spremnika za promjenu ω za +5% iz radne točke

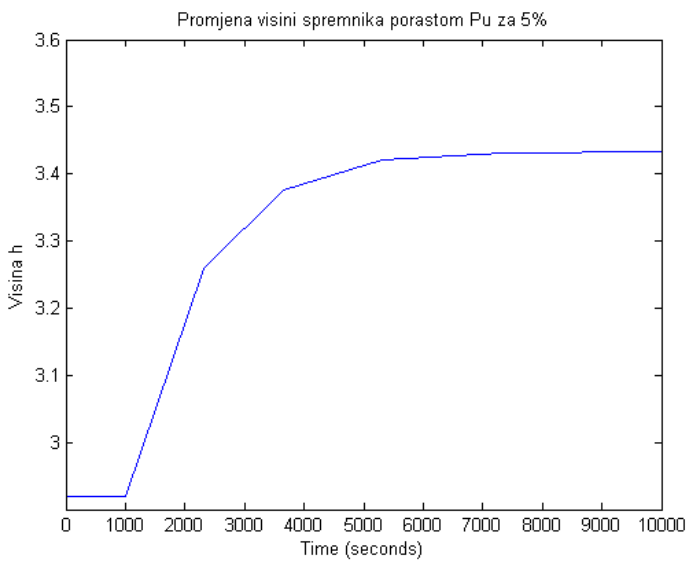

Figure 4: Promjena visine spremnika za promjenu P_u za +5% iz radne točke

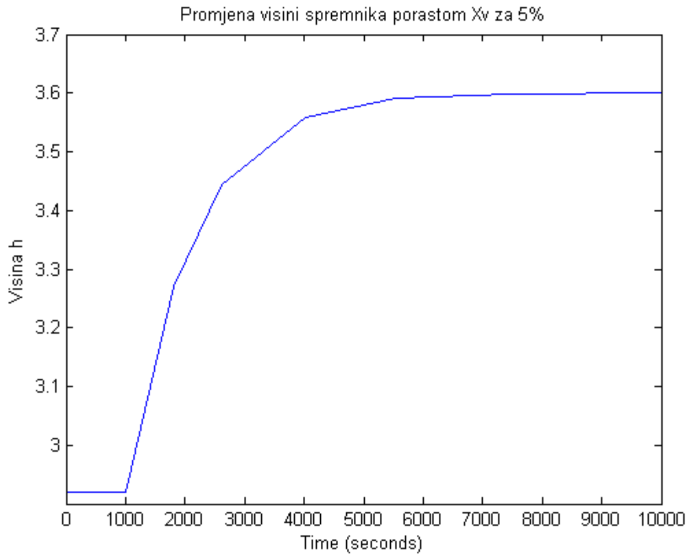

Figure 5: Promjena visine spremnika za promjenu X_v za +5% iz radne točke

5.Zadatak

Odrediti linearni model procesa u prostoru stanja za zadanu radnu točku ručno simbolički i potom pomoću Matlabove naredbe **linmod** (priložiti korišteni kod).

Ručno: H=H_0, P_u=P_{u0}, $\omega_c = \omega_{c0}$ $X_v = X_{v0}$

$$\Delta h = \frac{\frac{dh}{dt}}{d\omega_c} \cdot \Delta\omega_c + \frac{\frac{dh}{dt}}{dX_v} \cdot \Delta X_v + \frac{\frac{dh}{dt}}{dP_u} \cdot \Delta P_u \tag{15}$$

$$\boxed{\Delta h = -5.2014 \cdot 10^{-4} \Delta W + 0.0018 \Delta X_v + 6.49 \cdot 10^{-8} \Delta P_u} \tag{16}$$

Pomoću Matlabove naredbe **linmod**:

$$\boxed{\Delta h = -6.758 \cdot 10^{-4} \Delta W + 0.0015 \Delta X_v + 0 \Delta P_u} \tag{17}$$

Naredba: $mat = linmod('Dz4shema - linearizacija')$

```
>> mat=linmod('Dz4shema_linearizacija')

mat =

            a: 0
            b: [-6.7489e-04 0.0015 0]
            c: 1
            d: [0 0 0]
    StateName: {'Dz4shema_linearizacija/Integrator'}
   OutputName: {'Dz4shema_linearizacija/Out1'}
    InputName: {3x1 cell}
    OperPoint: [1x1 struct]
           Ts: 0
```

Figure 6: Matlab naredba za linmod

6. Zadatak

Odredite prijenosne funkcije : $G_1(s) = \frac{H(s)}{X_v(s)}, G_2(s) = \frac{H(s)}{P_u(s)}, G_3(s) = \frac{H(s)}{\Omega_c(s)}$ pomoću matlaba:

$$G_1(s) = \frac{H(s)}{X_v(s)} = \frac{0.001523}{s} \tag{18}$$

kod:

$[num, den] = ss2tf(mat.a, mat.b, mat.c, mat.d, 2)$

$G1 = tf(num, den)$

$$G_2(s) = \frac{H(s)}{P_u(s)} = 0 \tag{19}$$

kod:

$[num, den] = ss2tf(mat.a, mat.b, mat.c, mat.d, 3)$

$G2 = tf(num, den)$

$$G_3(s) = \frac{H(s)}{\Omega_c(s)} = \frac{-0.0006749}{s} \tag{20}$$

kod:

$[num, den] = ss2tf(mat.a, mat.b, mat.c, mat.d, 1)$

$G3 = tf(num, den)$

7.Zadatak

Na istoj slici prikazati odziv visine h nelinearnog modela i linearnog u zadanoj radnoj točki pri promjeni ulaznih veličina za –5% (za svaki ulaz jedna slika).

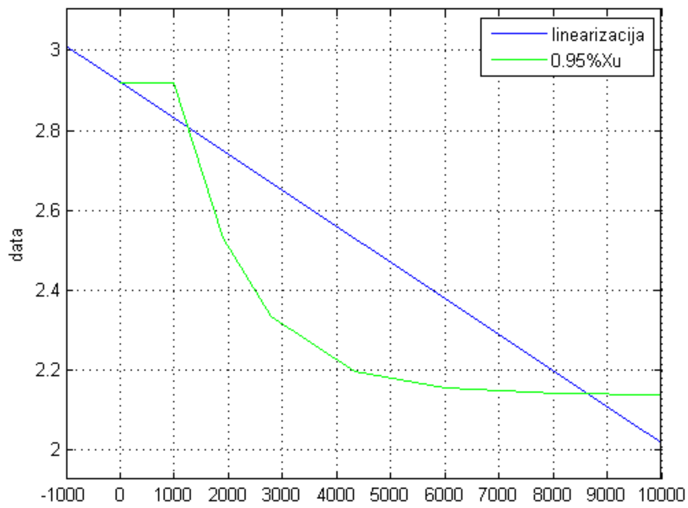

Figure 7: Linearni i nelinearni odziv pri promjeni X_v za -5% u odnosu na radnu točku

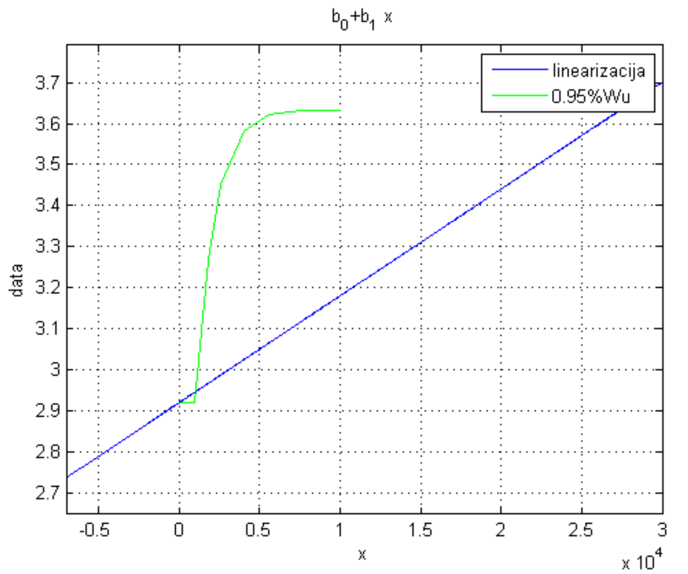

Figure 8: Linearni i nelinearni odziv pri promjeni ω_c za -5% u odnosu na radnu točku

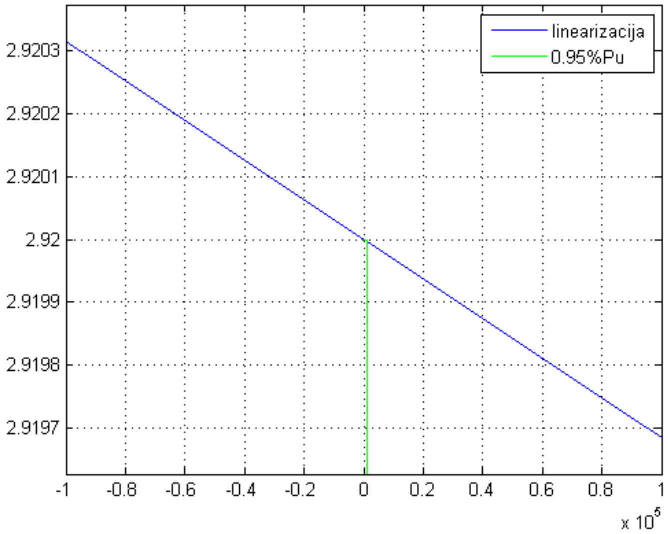

Figure 9: Linearni i nelinearni odziv pri promjeni P_u za -5$\%$ u odnosu na radnu točku