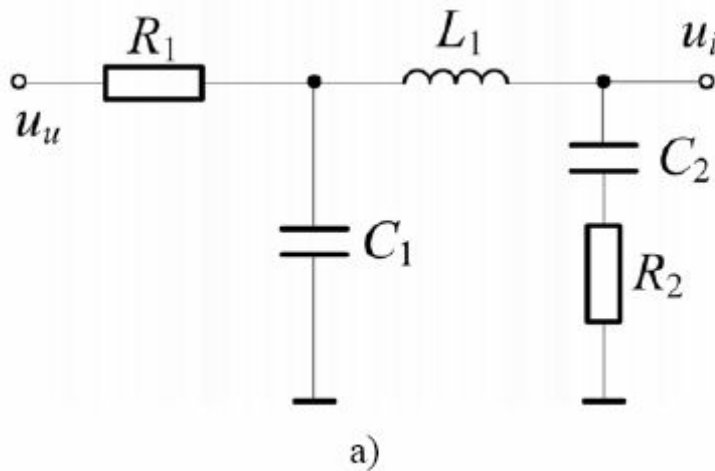


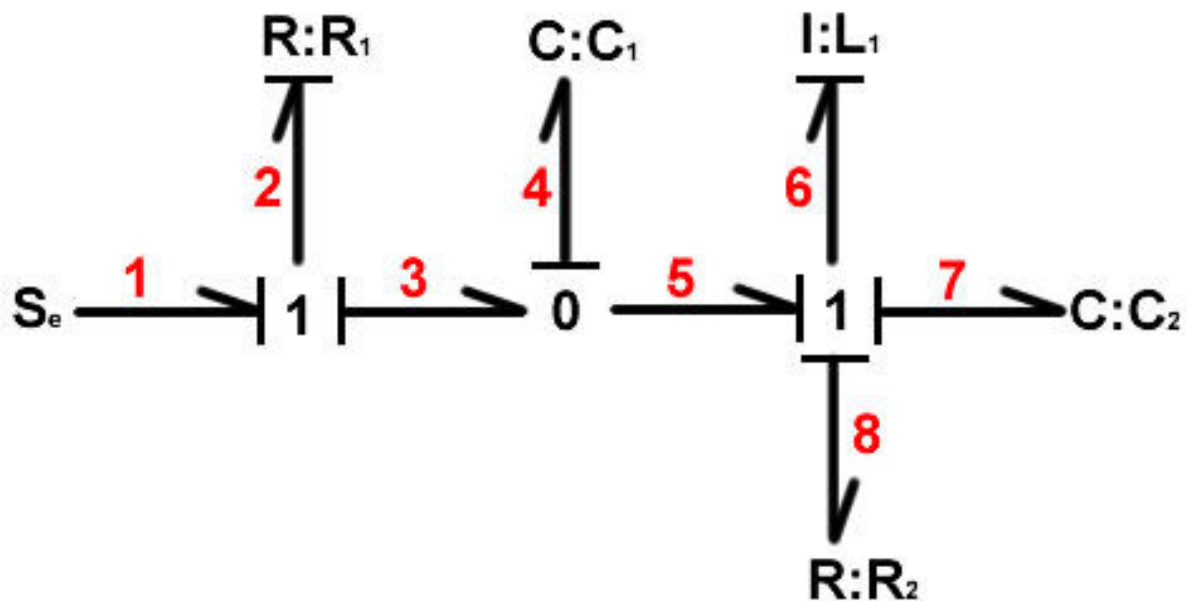
2. Domaća zadaća iz MISS-a

Zadane su dvije električne sheme (slike 2.1. i 2.3.), koje je bilo potrebno prevesti u bond grafove. Također je za drugu shemu bilo potrebno iz bond grafa napisati zapis u prostoru stanja.

a)



Slika 2.1. Električna shema a).



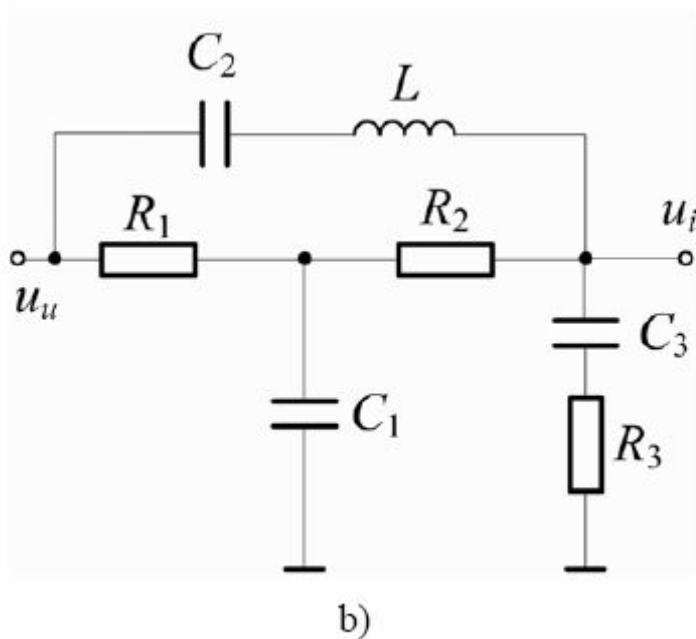
Slika 2.2. Bond graf a).

Bondovi su numerirani proizvoljno. Ako varijable bondova označimo sa indeksima koji označavaju o kojem je bondu riječ, možemo za svaku električku veličinu sa inicijalne sheme pronaći ekvivalent na bond grafu. Primjerice za ulazni (u_u) i izlazni (u_i) napon vrijede sljedeće relacije:

$$u_u = e_1 \quad ; \quad u_i = e_7 + e_8$$

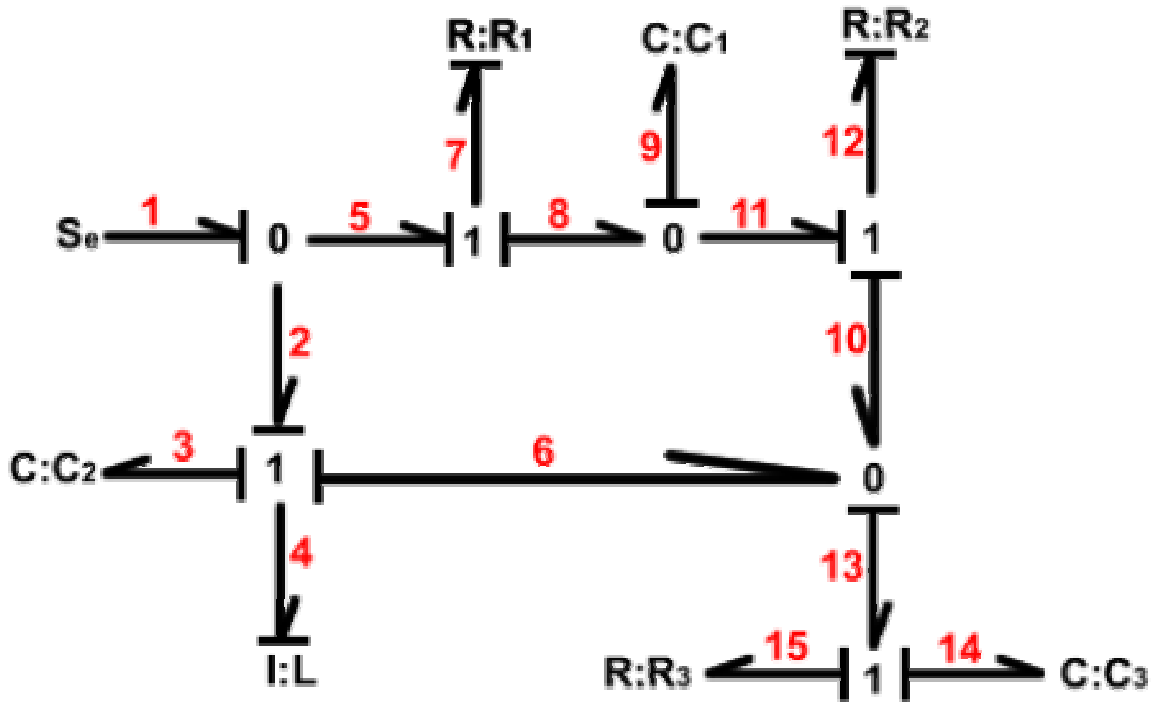
koje ih povezuju s varijablama iz bond grafa. Slične relacije mogle bi se izvesti za proizvoljnu varijablu sustava.

b)



Slika 2.3. Električna shema b).

Svakom bondu pridružen je broj (k), pa se stoga u imenu varijabli napora (e_k) i protoka (f_k) javlja indeks koji označava o kojem je bondu riječ (slika 2.4.). U tom smislu je i prilikom proračuna jednačbi stanja pasivnim elementima (R , C , I) dodijeljen indeks bonda, što je u općem slučaju različito od numeracije na električnoj shemi (slika 2.3.).



Slika 2.4. Bond graf b).

Ulaz sustava je : $u_u = e_1 = e_5 = e_2$.

Za varijable stanja su izabrane veličine : q_3, p_4, q_9, q_{14} . Osnovne relacije koje ih povezuju sa varijablama bondova su sljedeće:

$$\begin{aligned} f_3 = \dot{q}_3 & \quad ; \quad e_3 = \frac{q_3}{C_3} \\ e_4 = \dot{p}_4 & \quad ; \quad f_4 = \frac{p_4}{I_4} \\ f_9 = \dot{q}_9 & \quad ; \quad e_9 = \frac{q_9}{C_9} \\ f_{14} = \dot{q}_{14} & \quad ; \quad e_{14} = \frac{q_{14}}{C_{14}} \end{aligned}$$

Kako bismo dobili prikaz u prostoru stanja, derivacije varijabli stanja potrebno je izraziti pomoću varijabli stanja i ulazne veličine. Pritom se koristimo svojstvima spojeva (0 , 1) na bond grafu.

$$\dot{q}_3 = f_2 = f_3 = f_4 = f_6 = \frac{p_4}{I_4}$$

$$e_9 = e_8 = e_{11} = \frac{q_9}{C_9} \Rightarrow e_7 = e_5 - e_8 = e_1 - \frac{q_9}{C_9} \Rightarrow f_5 = f_7 = f_8 = \frac{e_1}{R_7} - \frac{q_9}{C_9}$$

$$f_{12} = f_{15} - f_6 = f_{15} - \frac{p_4}{I_4}$$

$$e_{10} = e_{11} - e_{12} = e_{13} = e_{14} - e_{15} \Rightarrow \frac{q_9}{C_9} - f_{12} R_{12} = \frac{q_{14}}{C_{14}} - f_{15} R_{15}$$

$$\dot{q}_{14} = f_{14} = f_{15} = \frac{1}{R_{12} + R_{15}} \left(\frac{q_9}{C_9} + \frac{p_4}{I_4} R_{12} - \frac{q_{14}}{C_{14}} \right)$$

$$f_{10} = f_{11} = f_{12} = f_{15} - f_6 = \frac{1}{R_{12} + R_{15}} \left(\frac{q_9}{C_9} - \frac{q_{14}}{C_{14}} \right) - \frac{p_4}{I_4} \frac{R_{15}}{R_{12} + R_{15}}$$

$$e_{12} = f_{12} R_{12}$$

$$\dot{q}_9 = f_9 = f_8 - f_{11} = \frac{e_1}{R_7} - \frac{q_9}{C_9} \left(\frac{1}{R_7} + \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{15}} \right) + \frac{q_{14}}{C_{14}} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{15}} + \frac{p_4}{I_4} \frac{R_{12} R_{15}}{R_{12} + R_{15}}$$

$$e_4 = \dot{p}_4 = e_2 - e_3 - e_6 = e_1 - e_3 - (e_{11} - e_{12})$$

$$\dot{p}_4 = e_4 = e_1 - \frac{q_3}{C_3} - \frac{p_4}{I_4} \frac{R_{12} R_{15}}{R_{12} + R_{15}} - \frac{q_9}{C_9} \frac{R_{15}}{R_{12} + R_{15}} - \frac{q_{14}}{C_{14}} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{15}}$$

$$u_i = e_6 = e_{10} = e_{13} = e_{14} + e_{15} = \frac{q_{14}}{C_{14}} + f_{15} R_{15} = \frac{p_4}{I_4} \frac{R_{12} R_{15}}{R_{12} + R_{15}} + \frac{q_9}{C_9} \frac{R_{15}}{R_{12} + R_{15}} + \frac{q_{14}}{C_{14}} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{15}}$$

Izvedene jednačbe u prostoru stanja, mogu se u matičnom obliku zapisati:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_3 \\ \dot{p}_4 \\ \dot{q}_9 \\ \dot{q}_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{I_4} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_3} & -\frac{1}{I_4} \frac{R_{12} R_{15}}{R_{12} + R_{15}} & -\frac{1}{C_9} \frac{R_{15}}{R_{12} + R_{15}} & -\frac{1}{C_{14}} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{15}} \\ 0 & \frac{1}{I_4} \frac{R_{12} R_{15}}{R_{12} + R_{15}} & -\frac{1}{C_9} \left(\frac{1}{R_7} + \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{15}} \right) & \frac{1}{C_{14}} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{15}} \\ 0 & \frac{1}{I_4} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{15}} & \frac{1}{C_9} \frac{1}{R_{12} + R_{15}} & -\frac{1}{C_{14}} \frac{1}{R_{12} + R_{15}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_3 \\ p_4 \\ q_9 \\ q_{14} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_u$$

$$u_i = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{I_4} \frac{R_{12} R_{15}}{R_{12} + R_{15}} & \frac{1}{C_9} \frac{R_{15}}{R_{12} + R_{15}} & \frac{1}{C_{14}} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{15}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_3 \\ p_4 \\ q_9 \\ q_{14} \end{bmatrix} + 0 \cdot u_u$$