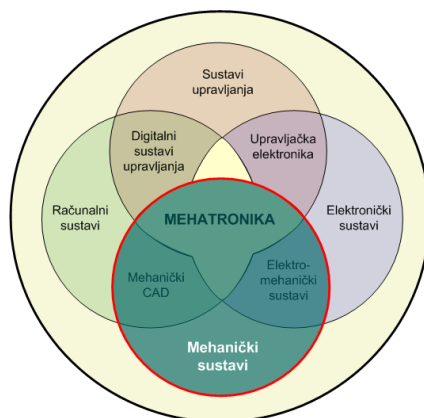


Vezni grafovi

25. ožujka 2009.



U ovom se predavanju obrađuje pristup modeliranju fizikalnih sustava zasnovan na veznim grafovima.

Sadržaj

1	Uvod	2
2	Vezni grafovi	2
2.1	Elementi veznih grafova	5
2.1.1	Elementi skladištenja energije	5
2.1.2	Otpornici	7
2.1.3	Izvori	7
2.1.4	Transformatori i giratori	7
2.1.5	Spojevi	8
3	Postupak dobivanja vезnog grafa	8
4	Kauzalnost vезnih grafova	9
4.1	Fiksna kauzalnost	10
4.2	Ograničena kauzalnost	10
4.3	Integralna kauzalnost	11
4.4	Postupak određivanja kauzalnosti vезnog grafa	12

1 Uvod

Postupci matematičkog modeliranja, odnosno izgradnje matematičkog modela sustava, imaju značajnu ulogu u razumijevanju svojstava i ponašanja kako komponenti, tako i cjelokupnog mehatroničkog sustava. Pojam modela sustava općenito se definira na sljedeći način.

Model predstavlja pojednostavljene nekog entiteta (fizikalne pojave ili drugog modela) koji sadržava točne one karakteristike koje su relevantne za njegovu predviđenu primjenu. Model se smatra minimalnim ako ne sadržava druga svojstva osim onih relevantnih za dani zadatak.

Inicijalni korak prilikom modeliranja fizikalnog sustava jest određivanje njegovih granica kao i identifikacija odgovarajućih funkcionalnih cjelina na koje se fizikalni sustav može raščlaniti. Svaka od tih cjelina može se zasebno modelirati, te se sustav time promatra kao skup međusobno povezanih komponenti. Kod mehaničkih sustava pod tim se podrazumijeva identifikacija točaka sustava koje se mogu različite brzine. Pritom se mehaničke komponente sustava obično modeliraju kao čestice (materijalne točke) ili kao kruta tijela.

Tradicionalni pristupi modeliranju dinamičkih sustava općenito su prikladni za primjene samo u pojedinim domenama. Kako mehatronički sustavi po svojoj definiciji predstavljaju sustave unutar kojih se isprepliću različite domene fizikalnih sustava, takvi su pristupi modeliranju samo ograničeno primjenjivi. Stoga je pri modeliranju mehatroničkih sustava nužno koristiti pristupe neovisne o domeni sustava. Jedan takav, često primjenjivan postupak jesu tzv. **vezni grafovi** (engl. bond graphs).

2 Vezni grafovi

Pod pojmom veznih grafova podrazumijeva se grafički opis dinamičkog ponašanja fizikalnih sustava neovisan o njihovoj prirodi (električni, mehanički, hidraulički, termodinamički). Vezni grafovi temelje se na energetskom razmatranju sustava, odnosno zakonima očuvanja energije. Jednom stvoreni modeli veznih grafova mogu se ponovno iskoristiti u složenijim modelima kao odgovarajući podmodeli, te se u tom smislu vezni grafovi smatraju objektno orijentiranim postupkom modeliranja fizikalnih sustava.

Kako bi postupak modeliranja bio primjenjiv na različite domene sustave uvode se dvije poopćene varijable:

- **napor** (engl. *effort*),
- **tok** (engl. *flow*).

Snaga i energija koja se prenosi između pojedinih komponenti sustava, kao funkcije poopćenih varijabli, općenito su opisane izrazima

$$P(t) = e(t) \cdot f(t), \quad (1)$$

$$E(t) = \int e(t) \cdot f(t) dt. \quad (2)$$

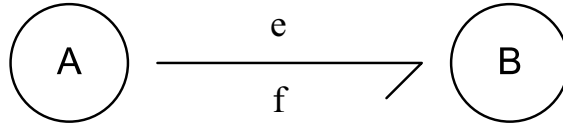
Značenje poopćenih varijabli za pojedine domene fizikalnih sustava dano je u tablici 1.

Vezni grafovi predstavljaju usmjerene grafove, pri čemu vrhovi (engl. vertices) predstavljaju podmodele/komponente, a bridovi (engl. edges) predstavljaju veze (engl. bonds) idealnog prijenosa energije (engl. power bonds). Energetske veze između pojedinih elemenata/podmodela predstavljaju se polustrajelicama, čiji smjer označava pretpostavljeni smjer toka energije (slika 1).

Tablica 1: Značenje varijabli napora i toka za pojedine domene fizikalnih sustava

Domena	Napor	Tok	Snaga
Općenito	e	f	$P = e \cdot f$
Mehanika (translacija)	Sila F	Brzina v	$P = Fv$
Mehanika (rotacija)	Moment M	Kutna brzina ω	$P = M\omega$
El. sustavi	Napon u	Struja i	$P = u \cdot i$
Hidraulični	Tlak p	Protok q	$P = p \cdot q$

Pojedini vrhovi unutar veznog grafa opisuju se odgovarajućim skupom jednadžbi, ali jednako tako mogu zasebno predstavljati vezni graf, čime se omogućuje izgradnja hijerarhijskih modela. Bitno je spomenuti da vezni grafovi osim energetskih veza mogu sadržavati i signalne veze za prijenos informacije (npr. signal mjerene brzine), koje se označavaju običnom strjelicom.

**Slika 1:** Energetska veza u veznom grafu

Kako bi se ilustrirao pojam analogija između različitih domena fizikalnih sustava, kao temelja veznih grafova, razmotrimo dva jednostavna primjera: (i) serijski RLC krug i (ii) mehanički sustav koji se sastoji od mase, opruge i prigušenja.

Razmotrimo najprije primjer jednostavnog serijskog RLC kruga. Očito je da je, zbog serijske veze, struja i zajednička za sve elemente u krugu, dok je naponska jednadžba određena II Kirchhoffovim zakonom

$$i_R = i_L = i_C = i, \quad (3)$$

$$u_0 = u_R + u_L + u_C, \quad (4)$$

pri čemu naponi na pojedinim elementima iznose

$$u_R = Ri, \quad (5)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt}, \quad (6)$$

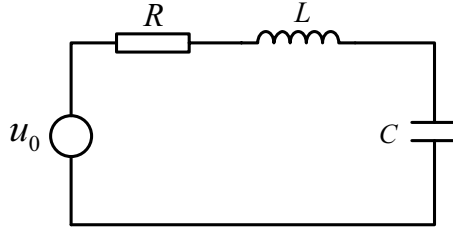
$$u_C = \frac{1}{C} \int_0^t i dt. \quad (7)$$

Množenjem izraza (4) s i i vremenskom integracijom slijedi

$$E_0 = E_R + E_L + E_C, \quad (8)$$

Prethodna relacija predstavlja jednadžbu energetske ravnoteže, odakle je očito da se energija koju daje izvor dijelom pretvara u toplinsku (disipira) energiju na otporniku R , dijelom sprema (skladišti) na zavojnici L odnosno kondenzatoru C .

Drugi primjer koji će se razmotriti jest mehanički sustav koji se sastoji od mase, opruge i prigušenja, kako je prikazano na slici 3. Sa slike očito da svi elementi mehaničkog sustava imaju



Slika 2: Serijski RLC krug

jednaku brzinu v , dok odgovarajuća ravnoteža sila dobije na temelju II Newtonovog zakona

$$v_m = v_d = v_s = v, \quad (9)$$

$$F_a = F_d + F_m + F_s, \quad (10)$$

pri čemu sile na pojedinim elementima iznose

$$F_d = dv, \quad (11)$$

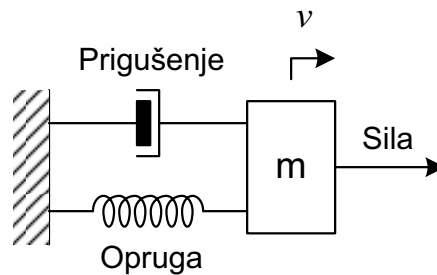
$$F_m = m \frac{dv}{dt}, \quad (12)$$

$$F_s = kx = k \int_0^t v dt. \quad (13)$$

Slično kao u prethodnom slučaju, množenjem s brzinom v izraza (10) i integracijom slijedi jednadžba energetske ravnoteže

$$E_a = E_d + E_m + E_s, \quad (14)$$

odakle se zaključuje da se ulazna energija djelomično gubi na prigušenju d , a djelomično skladišti kao odgovarajuća kinetička energija mase, odnosno potencijalna energija opruge.



Slika 3: Mehanički sustav

Na temelju izloženog može se zaključiti da električni krug (slika 2) i mehanički sustav (slika

3) imaju praktički jednake matematičke opise, uz sljedeće analogije:

$$\begin{aligned}
u_R &= F_d, & \rightarrow e_1 \\
u_L &= F_m, & \rightarrow e_2 \\
u_C &= F_s, & \rightarrow e_3 \\
i &= v, & \rightarrow f \\
R &= d, & \rightarrow R \\
L &= m, & \rightarrow I \\
C &= 1/k, & \rightarrow C
\end{aligned} \tag{15}$$

Navedeni primjer ukazuje na mogućnost jedinstvenog pristupa modeliranju sustava korištenjem odgovarajućih poopćenih varijabli koje bi za pojedine domene fizikalnih sustava imale različita značenja.

2.1 Elementi veznih grafova

Osim energetske veze i poopćenih varijabli za izgradnju veznog grafa nužno je dodatno definirati i skup poopćenih elemenata, odnosno komponenti sustava. Osnovni elementi koji se koriste u veznim grafovima su sljedeći:

- C element skladištenja energije (kondenzator, opruga)
- I element skladištenja energija (zavojnica, masa)
- R element na kojem energija disipira (otpornik, mehaničko trenje)
- S_e i S_f izvori napora i toka (naponski izvori, gravitacija, crpka).
- TF transformatori (električni transformator, mehanički prijenosnici)
- GY žirator (elektromotor, centrifugalna crpka)
- 0 i 1 spojevi za povezivanje dvaju ili više podmodela.

2.1.1 Elementi skladištenja energije

Uloga ovih elemenata jest spremanje energije različitih oblika (mehanička, električna, magnetska i sl.). Općenito postoje dva tipa ovih elemenata: (i) C-elementi i (ii) I-elementi, ovisno o tom spremaju li, uvjetno rečeno, potencijalnu ili kinetičku energiju. Tako npr. kod C-elemenata tipa kondenzator ili opruga veličine koje se spremaju jesu naboj odnosno pozicija (a one su povezane s potencijalnom energijom spremljenom na elementima), a one se dobiju integriranjem struje odnosno brzine, koje u tim konkretnim slučajevima predstavljaju varijable toka.

$$q(t) = \int_0^t i(t) dt \tag{16}$$

$$x(t) = \int_0^t v(t) dt \tag{17}$$

Nasuprot tome, kod I-elemenata skladištenja veličina koja sprema dobiva se integriranjem napora e

$$p(t) = \int_0^t e(t) dt. \tag{18}$$

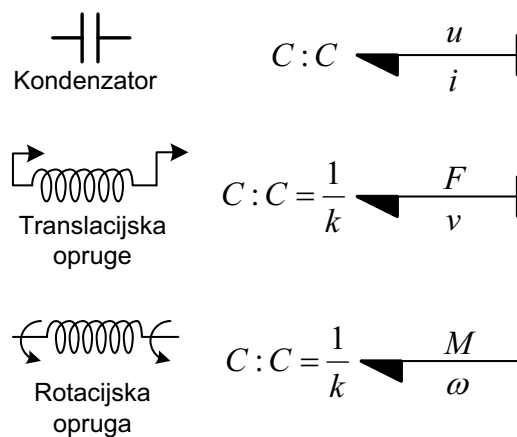
U električnim se mrežama energija skladišti u zavojnici u obliku magnetskog toka Φ

$$\Phi(t) = \int_0^t u(t)dt, \quad (19)$$

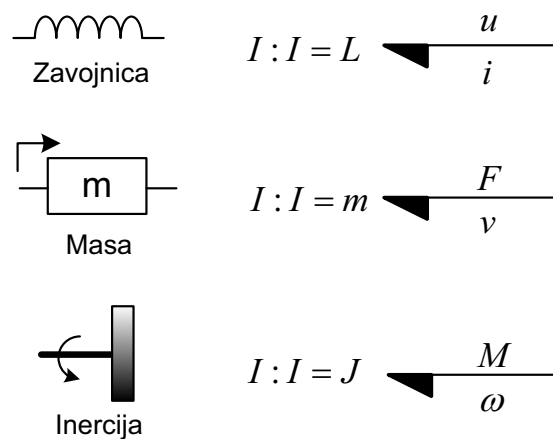
dok se u mehaničkim sustavima skladišti količina gibanja, odnosno moment količine gibanja

$$p(t) = \int_0^t F(t)dt, \quad (20)$$

$$L(t) = \int_0^t M(t)dt. \quad (21)$$



Slika 4: Primjeri C-tipa elementa skladištenja energije



Slika 5: Primjeri I-tipa elementa skladištenja energije

2.1.2 Otpornici

Otpornici ili R-elementi su elementi na kojima se disipira energija. Primjeri su takvih elemenata prigušnice (engl. dampers), trenje (engl. friction) i električni otpornik. U realnim situacijama trenje je uvijek prisutno u mehaničkim sustavima, te je stoga gubitak dijela energije dopremljene u sustav neizbježno. Taj se dio energije (bez obzira na oblik) pretvara u toplinsku energiju što znači da je tok energije prema otpornicima uvijek pozitivan. Konstitutivna jednadžba koja opisuje djelovanje otpornika je algebarska relacija između napora i toka

$$e = r(f). \quad (22)$$

Dok je karakteristika električnog otpornika uglavnom linearna (na konstantnim temperaturama) i dana Ohmovim zakonom

$$u = R \cdot i, \quad (23)$$

karakteristika trenja uglavnom je nelinearna. Funkcija koja opisuje efekt trenja kombinacija je karakteristike suhog trenja i viskoznog trenja. Suho trenje konstantnog je iznosa, dok je viskozno trenje opisano linearnom funkcijom

$$F = B \cdot v. \quad (24)$$

2.1.3 Izvori

Izvori predstavljaju interakciju sustava s njegovom okolinom. Primjeri su izvora vanjske sile, naponski i strujni izvori, idealni motori i slično. U ovisnosti o tome predstavljaju li izvore napora ili izvore toka označavaju se sa S_e , odnosno S_f . Osim korištenja kao stvarnih izvora, ovi se elementi koriste i za fiksiranje vrijednosti neke varijable. Tako npr. S_f element se koristi za fiksiranje pozicije u mehaničkim sustavima.

2.1.4 Transformatori i giratori

Idealni transformator (engl. transformator) predstavljen je oznakom TF i koristi se transformaciju snage unutar iste domene (npr. mehanički prijenosnici snage) ili između različitih domena (npr. elektromotor). Pritom se pretpostavlja da se unutar transformatora energija niti sprema, niti disipira. Djelovanje transformatora opisano je sljedećim relacijama

$$e_1 = ne_2 \quad (25)$$

$$f_2 = nf_1 \quad (26)$$

Parametar n u prethodnim relacijama predstavlja omjer transformacije. Zbog pretpostavke o idealnom prijenosu snage dovoljan je samo jedan parametar za opis i prijenosa napora e i prijenosa toka f . Ukoliko omjer transformacije n nije konstantan tada se radi o elementu moduliranog transformatora MTF koji ima jedan dodatni ulazni signal, tj. parametar n .

Idealni girator (engl. gyrator) također predstavlja element prijenosa snage (bez spremanja i gubitaka) i predstavlja se oznakom GY . Primjeri takvih elemenata su elektromotor, crpka i turbina. Dok element transformator transformira napor e_1 u napor e_2 , odnosno tok f_1 u tok f_2 , kod žiratora se napori transformiraju u tokove, a tokovi u napore, kako je to dano sljedećim relacijama

$$e_1 = rf_2, \quad (27)$$

$$e_2 = rf_1. \quad (28)$$

Pritom parametar r predstavlja prijenosni omjer giratora. Slično kao i kod transformatora, pretpostavka o idealnom giratoru rezultira time da je dovoljan samo jedna parametar za opis njegovog djelovanja. S druge strane, dok je omjer transformacije n bio bezdimenzionalna veličina, prijenosni omjer giratora može imati različite dimenzije ovisno o dimenzijama ulaznih i izlaznih napora/tokova. Ukoliko parametar r nije konstantan radi se o elementu *MGY*, odnosno o moduliranom giratoru.

2.1.5 Spojevi

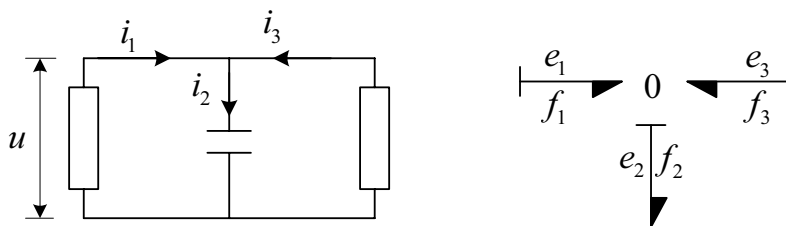
Spojevi (engl. junctions) predstavljaju elemente koji služe za povezivanje više elemenata, pri čemu se na elementu energija ne sprema, niti disipira. Primjer su takvih elemenata serijski i paralelni spojevi u električnim mrežama, čvrsta sprega između pojedinih dijelova unutar mehaničkih sustava. Općenito postoje dva tipa ovog elementa i to: (i) **0-spoj** i (ii) **1-spoj**.

0-spoj predstavlja čvor gdje su napori svih veza spojenih na njega jednaki. Primjer 0-spoja je paralelni spoj u električnim mrežama. S druge strane, zbroj svih tokova njega spojenih veza jednak je nuli, uzevši u obzir smjerove tih tokova. 0-spoj opisan je sljedećim relacijama

$$e_1 = e_2 = \dots = e_n, \quad (29)$$

$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = 0. \quad (30)$$

Pritom se tokovi energije veza čija polustrjelica pokazuje prema čvoru smatraju pozitivnima (slika 6).



Slika 6: Primjer 0-spoja

1-spoj predstavlja čvor na kojem su tokovi svih veza spojenih njega jednaki. Primjer je takvog spoja serijska veza u električnim mrežama. Zbroj napora odgovarajućih veza jednak je nuli uz jednaku konvenciju glede predznaka napora pojedinih veza. 1-spoj opisan je sljedećim relacijama

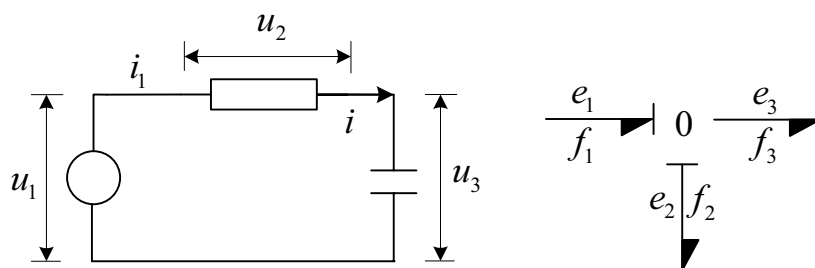
$$f_1 = f_2 = \dots = f_n, \quad (31)$$

$$e_1 + e_2 + \dots + e_n = 0. \quad (32)$$

U domeni mehaničkih sustava 1-spoj opisan je D'Alembertovim načelom, tj. da je zbroj svih sila uključujući i inercijalne sile jednak nuli. Primjer 1-spoja kod jednostavne električne mreže prikazan je na slici 7.

3 Postupak dobivanja vznog grafa

Za dobivanje vznog grafa, polazeći od fizikalnog modela, razvijene su različiti sustavni postupci. Jedan takav postupak bit će predstavljen u nastavku teksta. Postupak se u načelu sastoji od



Slika 7: Primjer 1-spoja

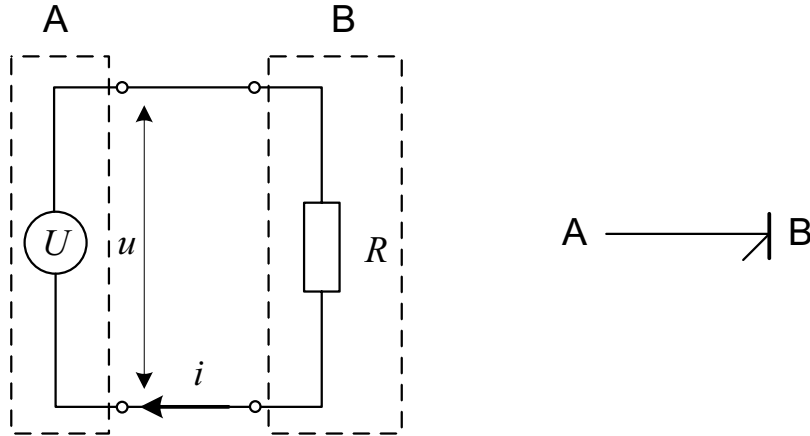
identifikacije različitih domena i osnovnih elemenata, generiranja strukture veza, pozicioniranja pojedinih elemenata i konačno pojednostavljenja grafa, ako je to moguće. U nastavku se navode koraci koje je potrebno provesti prilikom izgradnje veznog grafa.

1. Određivanje pojedinih domena i pojedinih elemenata unutar sustava ka što su C , I , R , S_e , S_f , TF i GY ;
2. Naznačiti referentne napore za pojedine domene;
3. Određivanje ostalih napora po pojedinim domenama;
4. Ucertati identificirane napore;
5. Identifikacija razlike napora koje su potrebne za ucrtavanje elemenata identificiranih u koraku 1;
6. Ucertati razlike napora korištenjem 1-spoja.

4 Kauzalnost veznih grafova

Kauzalnost veznog grafa, odnosno analiza uzročno-posljedičnih odnosa unutar grafa, predstavlja bitan aspekt njihovog korištenja. Naime, kada se vezni graf želi simulirati na računalu potrebno je odrediti odgovarajući redoslijed proračuna varijabli veznog grafa. To nameće potrebu određivanja uzročno-posljedičnih odnosa između pojedinih varijabli. Stoga se na svaku energetske veze dodatno ucrtava tzv. **crta kauzalnosti** na onom kraju veze koji prima informaciju o naporu, odnosno na onom kraju veze koji definira tok. Kako bi se to objasnilo razmotrimo jednostavnu električnu mrežu koja se sastoji od naponskog izvora i otpornika prikazanog na slici 8. Očito je da naponski izvor (element A) definira iznos napora, dok je, s druge strane, iznos toka (struje) definiran otpornikom R (element B). Stoga se crta kauzalnosti ucrtava na desnom kraju energetske veze, budući da element B prima informaciju o iznosu napora, odnosno definira iznos toka. Ako se promatra uzročno-posljedični odnos ovih dvaju elemenata tada se može zaključiti napor definiran elementom A predstavlja uzrok razmjene energije, dok tok struje koju definira element B predstavlja posljedicu.

Kod veznih grafova općenito se razlikuje nekoliko tipova kauzalnosti koje će u nastavku biti navedene.



Slika 8: Objašnjenje pojma kauzalnosti

4.1 Fiksna kauzalnost

Fiksna kauzalnost pojavljuje se kod elemenata koji imaju unaprijed definiran iznos ulaznog ili izlaznog napora, odnosno toka. Elementi veznih grafova s ovim tipom kauzalnosti jesu izvori napora S_e i izvori toka S_f .

Izvori napora S_e imaju unaprijed definiran iznos izlaznog napora, dok tok definira element na koji je izvor S_e vezan. Ovaj se tip fiksne kauzalnosti naziva **e-kauzalnost**.

Slično, izvori napora imaju unaprijed definiran iznos izlaznog toka, dok element na koji je izvor S_f vezan definira iznos napora na vezi. Ovaj se tip fiksne kauzalnosti naziva **f-kauzalnost**. Primjer pravilnog pridjeljivanja crta kauzalnosti za slučajeve korištenja izvora napora S_e i izvora toka S_f prikazan je na slici 9.



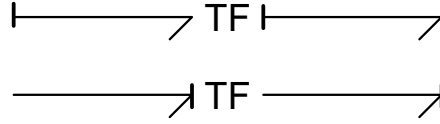
Slika 9: Pravilnog pridjeljivanja crta kauzalnosti vezama prema izvorima S_e i S_f

4.2 Ograničena kauzalnost

Ograničena kauzalnost javlja se kod elemenata veznog grafa koji imaju više ulaza/izlaza, gdje postoji povezanost između kauzalnosti njima pripadajućih veza. Primjeri takvih elemenata elemenata jesu: (i) transformator TF, (ii) girator GY, (iii) 1-spoj i (iv) 0-spoj.

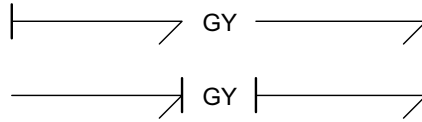
Budući da element transformator TF povezuje ulazne i izlazne napore (a posljedično i ulazne i izlazne tokove), tada ukoliko on prima informaciju o naporu (odnosno definira tok) s jedne energetske veze slijedi da mora primiti informaciju i s druge pripadajuće energetske veze. Naravno, vrijedi i obrnuta logika. Stoga su kod elementa transformator moguća dva slučaja ispravnog pridjeljivanja crta kauzalnosti koja su prikazana na slici 10.

Element girator pretvara ulazni napor u odgovarajući izlazni tok (ili tok u napor), pa se, stoga, daje zaključiti da crte kauzalnosti na pripadajućim vezama trebaju pridjeliti simetrično u odnosu na element. To znači da ako girator na jednoj strani definira iznos toka, na drugoj



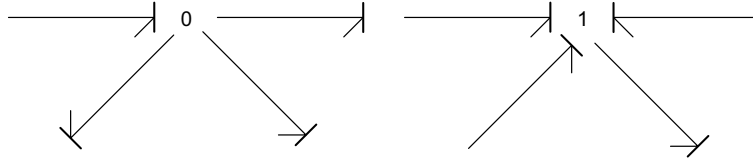
Slika 10: Dva moguća slučaja pravilnog pridjeljivanja crta kauzalnosti vezama prema elementu TF

će nužno definirati iznos napora i obrnuto. Dvije moguće varijante ispravnog pridjeljivanja crta kauzalnosti u slučaju korištenja elementa girator prikazane su na slici 11.



Slika 11: Dva moguća slučaja pravilnog pridjeljivanja crta kauzalnosti vezama prema elementu TF

Ograničenja elemenata 0-spoj i 1-spoj odnose se na broj veza koji mogu definirati napor odnosno tok na elementu. Tako u slučaju 0-spoja samo jedna veza može definirati iznos napora na spoju, te se, prema tome, samo jedna crta kauzalnosti ucrtava na strani elementa, a ostale na udaljenijoj strani veze. Analogna je situacija kod 1-spoja pri čemu samo jedna veza definira tok na spoju, odnosno samo jedna veza ima crtu kauzalnosti na strani suprotnoj elementu 1-spoj. Sve ostale pripadne veze imaju crte kauzalnosti na strani prema 1-spoj elementu.



Slika 12: Ispravno pridjeljivanje crta kauzalnosti vezama prema elementima 0-spoj i 1-spoj

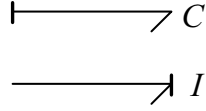
4.3 Integralna kauzalnost

Integralna kauzalnost povezuje se s elementima skladištenja energije, tj. s C i I elementima. Pravilan odabir kauzalnosti veza prema spomenutim elementima osigurava proračun stanja veze integriranjem (umjesto diferenciranjem). Budući da je element C opisan izrazom

$$e(t) = \frac{1}{C} \int f(t) dt \quad (33)$$

slijedi da je kauzalnost pripadne veze potrebno odabrati na način da tok ima ulogu uzroka, a napor posljedice. Slično za veze prema elementima I tipa, opisanim izrazom

$$f(t) = \frac{1}{C} \int e(t) dt, \quad (34)$$



Slika 13: Dva moguća slučaja pravilnog pridjeljivanja crta kauzalnosti vezama prema elementima I i C

potrebno je osigurati da napor bude uzrok, a tok posljedica. Ispravno pridjeljivanje crta kauzalnosti spomenutim elementima prikazano je na slici 13.

Bitno je još spomenuti da element R može imati proizvoljnu kauzalnost, budući da se bez obzira je li uzrok tok f ili napor e posljedična varijabla uvijek može proračunati.

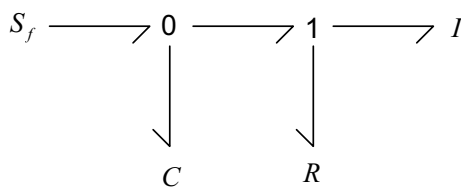
4.4 Postupak određivanja kauzalnosti veznog grafa

Pravilno pridjeljivanje crta kauzalnosti pojedinim energetskim vezama ima poseban značaj sa stajališta simulacije sustava opisanog veznim grafom, budući se njihovim pozicioniranjem određuje način proračuna varijabli veznog grafa. Sustavan postupak pridjeljivanja crta kauzalnosti provodi se kroz sljedeća 3 koraka

1. dodijeliti crte kauzalnosti energetskim vezama prema pojedinim elementima s fiksnom kauzalnosti (izvori S_e i S_f), prema pravilima u odjeljku 4.1,
2. dodijeliti crte kauzalnosti energetskim vezama prema elementima skladištenja (I , C elementi) prema pravilima u odjeljku 4.3,
3. dodijeliti crte kauzalnosti preostalim vezama u veznom grafu, poštujući pritom ograničenja kauzalnosti koja nameću pojedini elementi (odjeljak 4.2).

PRIMJER 1: Određivanje kauzalnosti veznog grafa

Na veznom grafu prikazanom na slici 14 potrebno je ucrtati crte kauzalnosti.



Slika 14: Vezni graf bez crta kauzalnosti

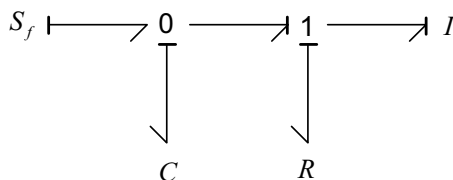
RJEŠENJE:

Kao prvi korak određuje se kauzalnost izvora odnosno elemenata s fiksnom kauzalnosti. Budući da izvor S_f definira tok na njemu pripadnoj vezi crta se kauzalnosti ucrtava na strani veze prema elementu S_f .

U narednom se koraku određuje kauzalnost elemenata skladištenja energije te se tako ucrtavaju crte kauzalnosti na vezama prema elementima C i I . Na vezi prema elementu C crta kauzalnosti ucrtava se na strani suprotnoj elementu C čime se osigurava da se proračun odgovarajućeg

napora veze obavlja integracijom toka. Na sličan način, crta kauzalnosti na vezi prema elementu I ucrtava se na strani veze prema elementu I .

Na temelju ograničenja kauzalnosti koje vrijedi za element 0-spoj (samo jedna veza definira napor na elementu) crta kauzalnosti postavlja se na vezi između 0-spoja i 1-spoja na strani veze prema elementu 1-spoj. Slično za posljednju vezu prema otporniku R crta se kauzalnosti ucrtava na strani veze prema elementu 1-spoj, poštujući pritom ograničenje kauzalnosti 1-spoja (samo jedna veza definira tok na 1-spoj elementu). Konačan oblik vevnog grafa uz ucrtane crte kauzalnosti prikazan je na slici 15.



Slika 15: Vezni graf uz ucrtane crte kauzalnosti

✍ PRIMJER 2: Modeliranje sustava za vertikalni transport tereta

Na slici 16 prikazan je sustava za vertikalni transport tereta koji se sastoji od istosmjernog motora i koloture s užetom na koje je vezan teret mase m . Moment motora povezan je sa armaturnom strujom preko izraza

$$M = K_m \cdot i_a. \quad (35)$$

Pretpostaviti da u mehaničkom dijelu motora postoje gubici uslijed djelovanja trenja, pri čemu je moment sile trenja povezan s iznosom kutne brzine izrazom

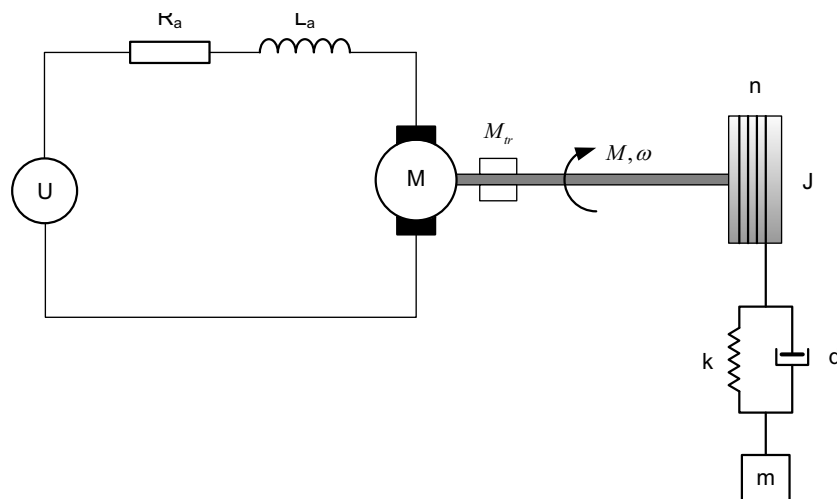
$$M_{tr} = B \cdot \omega. \quad (36)$$

Dodatno veza između koloture i mase nije idealno kruta što je modelirano kombinacijom opruge i prigušenja. Potrebno je skicirati odgovarajući vevni graf i na njemu naznačiti crte kauzalnosti.

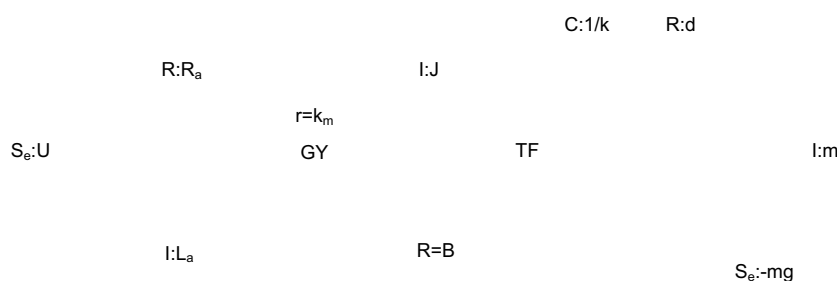
RJEŠENJE:

Prvi korak prilikom rješavanja ovog problema jest identifikacija različitih domena unutar sustava i određivanje elemenata vevnog grafa. Unutar sustava uočavaju se dvije različite domene i to: električna i mehanička. Unutar pojedinih domena identificiraju se odgovarajući elementi vevnog grafa kako je to prikazano na slici 17.

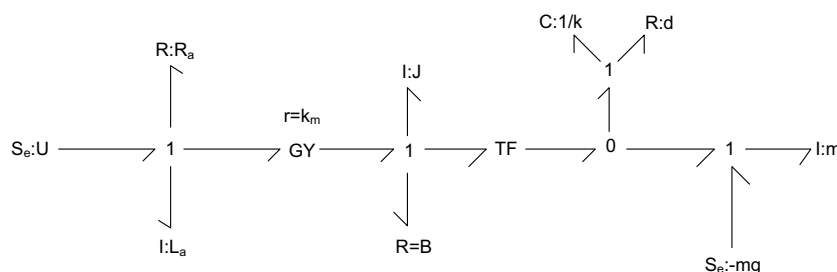
U narednom koraku potrebno je identificirane elemente vevnog grafa povezati energetskim vezama uz naznačavanje pretpostavljenoga toka energije (smjer polustrjelice). Kako elementi $S_e : U$, $R : R_a$, $I : L_a$ i GY (motor) imaju zajednički tok (struju) slijedi da su oni povezane preko 1-spoj elementa. Slična je situacija u mehaničkom dijelu sustava gdje elementi $R : B$ (trenje), $I : J$ i GY imaju jednak tok (kutnu brzinu ω), te su oni također povezani u 1-spoj. S druge strane, elementi TF , kombinacija opruge i prigušenja i ostatak sustava (prema masi m) povezani su u 0-spoj. Djelovanje gravitacijske sile modelira se kao S_e element (izvor napora) koji je preko 1-spoja vezan s $I : m$ elementom skladištenja. Tako povezani graf prikazan je na slici 18.



Slika 16: Elektromehanički sustav za vertikalni prijenos terata

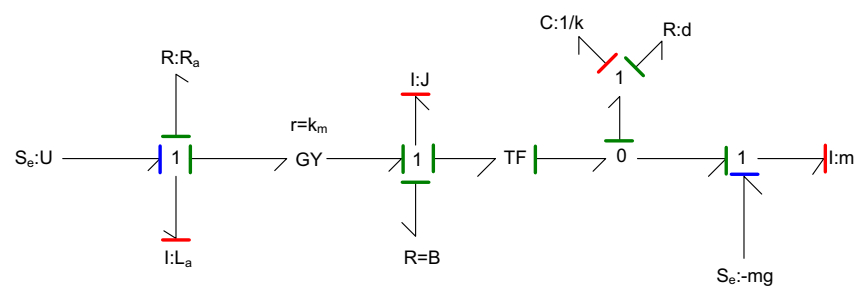


Slika 17: 1. korak skiciranja veznog grafa



Slika 18: 2. korak skiciranja veznog grafa

Kao posljednji je korak potrebno pridjeliti crte kauzalnosti pojedinim vezama prema pravilima navedenim u odjeljku 4.4. Najprije se ucrtavaju crte kauzalnosti za veze prema izvorima, tj. elementima s fiksnom kauzalnosti (crte kauzalnosti naznačene plavom bojom na slici 19). U sljedećoj se fazi pridjeljuju crte kauzalnosti elementima skladištenja I i C tipa (crte kauzalnosti naznačene crvenom bojom na slici 19). Konačno, poštujući ograničenja glede kauzalnosti elemenata TF, GY, 1-spoj i 0-spoj određuju se crte kauzalnosti za preostale veze na grafu.



Slika 19: 3. korak skiciranja vevnog grafa