

## Predmet Mjerna tehnika

### Zadaci za vježbu:

1. Na ulaz integrirajućeg pojačala, s  $R = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$  i napajanjem  $\pm 15 \text{ V}$ , priključimo istosmjerni napon od  $1,5 \text{ V}$ . Koliki će biti napon na izlazu pojačala  $0,5 \text{ s}$  nakon priključenja ulaznog?

$$U_{IZ} = -\frac{1}{RC} \int_0^t U_{UL} dt = -150 \text{ ali se gleda max. napon napajanja i rješenje je } -15 \text{ V}$$

2. Koliki je stupanj prigušenja ( $s$ ) analognog instrumenta, ako je prvi maksimalni otklon kazaljke iznosio  $65 \text{ d.sk.}$ , a stalni otklon  $57 \text{ d.sk.}$ ?

$\alpha_1$  = prvi maksimalni otklon

$\alpha_0$  = stacionarni otklon

$R_j = 0,53$

$$\frac{1}{s} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\left(\ln \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_0}\right)^2}}$$

3. Instrumentu sa zakretnim svitkom i permanentnim magnetom, s parametrima  $R_V = 100 \text{ }\Omega$  i  $I_V = 1 \text{ mA}$ , priključen je u seriju predotpor od  $3083,1 \text{ }\Omega$  i poluvalni ispravljač. Pri kojoj ćemo tjemenoj vrijednosti sinusoidnog napona dobiti puni otklon?

$$U_{SR} = I_V (R_V + R_{pred}) = 3,1831 \text{ V} \quad U_M = U_{SR} \cdot \pi = 10 \text{ V}$$

$$U_m = I_V \cdot \pi (R_V + R_p) = 10^{-3} \cdot \pi (100 + 3083,1) = 10 \text{ V}$$

$$\text{jer je } I_{sr} = \frac{U_{sr}}{R_{uk}} = \frac{U_m}{\pi} \frac{1}{R_V + R_p} = I_V$$

4. Kolike su relativne granice pogrešaka s kojima možemo računati pri polovici punog otklona, ako je analogni instrument razreda točnosti  $0,2$ , a mjerenje se obavlja pri referentnoj temperaturi okoline od  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

$\pm 0,2\%$  puni otklon  
 $\pm 0,4\%$  pola otklona

Rješenje  $\pm 0,4$

5. Koliki je temperaturni koeficijent  $\alpha_{20}$  žice kojim je namotan namot, ako je mjerenjem njegova otpora kod  $23^\circ\text{C}$  ( $R_1$ ) i kod  $88^\circ\text{C}$  ( $R_2$ ) ustanovljeno da je  $R_1/R_2 = 0,8$ ?

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_{20}(1 + \alpha\Delta T_1)}{R_{20}(1 + \alpha\Delta T_2)} \Rightarrow 0,8 = \frac{1 + 3\alpha}{1 + 68\alpha} \Rightarrow 3,891 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$$

$$\begin{aligned} R_{20} &= R_{20}(1 + \alpha\Delta T_1), R_{20} = R_{20}(1 + \alpha\Delta T_2) \quad | : \\ \frac{R_{20}}{R_{20}} &= \frac{1 + \alpha\Delta T_1}{1 + \alpha\Delta T_2} \Rightarrow \alpha = \frac{1 - R_{20}/R_{20}}{\Delta T_2 - \Delta T_1} = 3,89 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \\ \Delta T_1 &= 3^\circ\text{C}, \Delta T_2 = 65^\circ\text{C} \end{aligned}$$

6. Koliko će postotno griješiti instrument s pomičnim željezom ako se njime mjeri izmjenični napon faktora oblika  $\xi = 1,13$ ?

instrument s pomičnim željezom ako se njime mjeri izmjenični napon faktora

↓  
 uvijek pravu ef. vr. uočeno o valnom obliku

0%, nema tu postupka... posto se radi o instrumentu sa pomičnim željezom on uvijek mjeri efektivnu vrijednost i onda je 0%

NAPOMENA: za trokutni napon ti je zeta 1.15 za pravokutni ti je zeta =1 a za sinusni ti je zeta=1.11 p% je pogreska zeta0 ti je uvijek 1.11

7. Pri mjerenju istosmjerne struje shuntom i voltmetrom ustanovljeno je da se pri struji od 30 A otpor shunta povećao za 0,2 % u odnosu na stanje kad njime ne prolazi struja. Ako je temperaturni koeficijent shunta  $4 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ , za koliko se povećala njegova temperatura kad njime prolazi navedena struja?

$$R = R_{20}(1 + \alpha\Delta T) \Rightarrow 1,002 R = R(1 + 4 \cdot 10^{-4}\Delta T) \Rightarrow \Delta T = 5^\circ\text{C}$$

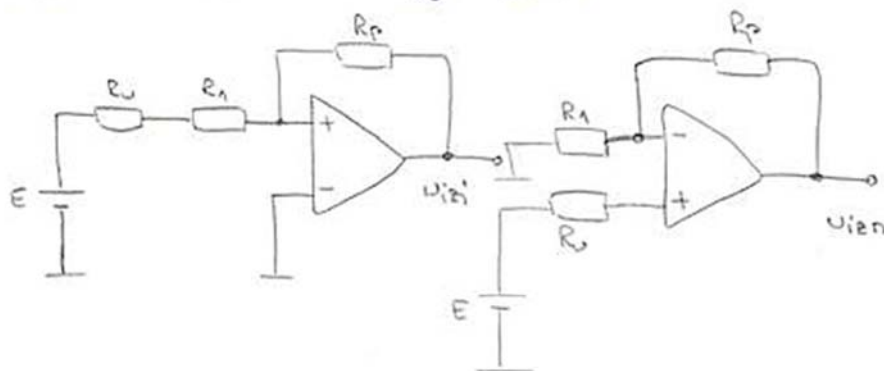
$$\begin{aligned} R_x &= R_{ref}(1 + \alpha\Delta T) = R_{ref} + R_{ref}\alpha\Delta T \\ R_x - R_{ref} &= R_{ref}\alpha\Delta T \\ \Delta T &= \frac{R_x - R_{ref}}{R_{ref}} \cdot \frac{1}{\alpha} = 0,002 \cdot \frac{1}{4 \cdot 10^{-4}} = 5^\circ\text{C} \end{aligned}$$

8. Kod mjernih pojačala negativna povratna veza (NPV) služi za:

stabiliziranje pojačanja pojačala

9. Operacijskim pojačalom s  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  mjerimo istosmjerni naponski izvor unutrašnjeg otpora  $R_u = 870 \Omega$ . U invertirajućem spoju izmjeren je napon na izlazu pojačala  $U_{iz} = -0,82 \text{ V}$ , a u neinvertirajućem  $U_{izn} = 1,12 \text{ V}$ . S kojim su otporom u povratnoj vezi ( $R_p$ ) provedena mjerenja?

- A)  $47 \text{ k}\Omega$   
 B)  $82 \text{ k}\Omega$   
 C)  $39 \text{ k}\Omega$   
 D)  $56 \text{ k}\Omega$   
 E)  $100 \text{ k}\Omega$



$$E = \frac{R_1 + R_u}{-R_p} U_{iz}$$

$$U_{izn} = \frac{R_1 + R_u}{-R_p} U_{iz}$$

$$+ \frac{R_p}{R_1} \frac{R_1 + R_u}{-R_p} U_{iz}$$

$$U_{izn} = \frac{R_1 + R_u}{-R_p} U_{iz} - \frac{R_1 + R_u}{R_1} U_{iz}$$

$$\frac{R_1 + R_u}{R_p} U_{iz} = -U_{izn} - \frac{R_1 + R_u}{R_1} U_{iz}$$

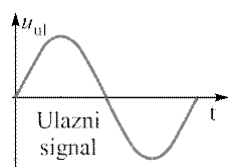
$$(R_1 + R_u) U_{iz} = R_p \left( -U_{izn} - \frac{R_1 + R_u}{R_1} U_{iz} \right)$$

$$R_p = \frac{(10000 + 870) \cdot (-0,82)}{-1,12 - \frac{10000 + 870}{10000} \cdot (-0,82)} = 38981 \Omega$$

$$U_{iz} = -\frac{R_p}{R_1 + R_u} E$$

$$U_{izn} = \left( 1 + \frac{R_p}{R_1} \right) E$$

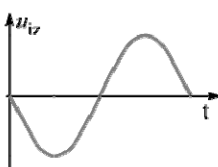
10. Ako na ulaz derivirajućeg pojačala dovodimo signal prema slici, kakvog će oblika biti izlazni signal?



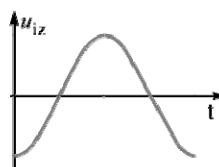
A)



B)



C)



D)

$$u_{iz} = -RC \frac{du_{ul}}{dt} = -RC \frac{d(\sin t)}{dt} = -RC \cdot \cos t$$

Odgovor je C !!!

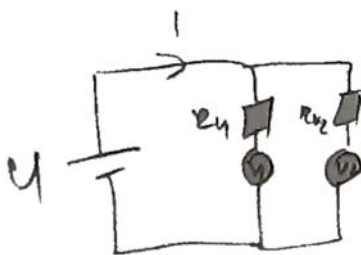
11. Instrumentu s pomičnim svitkom proširujemo mjerni opseg dodavanjem višestrukog predotpora. Koje otpornike  $R_{p1}$ ,  $R_{p2}$  i  $R_{p3}$  valja odabrati da bi se dobili mjerni opsezi 1 V, 5 V i 10 V, ako instrument ima  $I_V = 1 \text{ mA}$  i  $R_V = 100 \Omega$

$$R_{p1} = \frac{R_V}{I_V} (U_1 - U_V) = \frac{100}{0,1} (1 - 0,1) = 900 \Omega$$

$$R_{p2} = \frac{R_V}{I_V} (U_2 - U_V) = \frac{100}{0,1} (5 - 0,1) = 4900 \Omega$$

$$R_{p3} = \frac{R_V}{I_V} (U_3 - U_V) = \frac{100}{0,1} (10 - 0,1) = 9900 \Omega$$

12. Dva voltmetra, unutrašnjih otpora redom  $R_{V1} = 25 \text{ k}\Omega$  i  $R_{V2} = 50 \text{ k}\Omega$ , spojeni su paralelno izvoru napona od 10 V. Pokazivanje voltmetara je sljedeće:



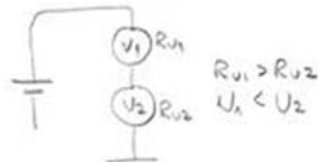
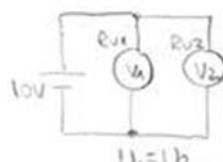
$$R_p = 16,67 \text{ k}\Omega$$

$$I = 0,6 \text{ mA}$$

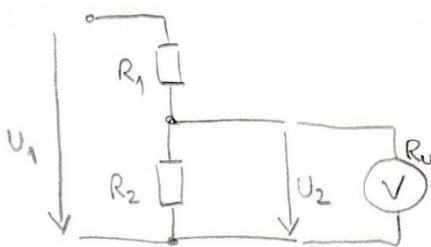
$$I_1 = I \cdot \frac{R_{V2}}{R_{V1} + R_{V2}} = 0,4 \text{ mA} \Rightarrow I_1 = I - I_2 = 0,2$$

$$U_{V1} = 10 \text{ V}$$

$$U_{V2} = 10 \text{ V}$$



13. Za mjerenje istosmjernog napona  $U_1 = 1000 \text{ V}$  koristimo otporničko djelilo sastavljeno od  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$  i  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ . Koliko sustavno odstupanje izaziva mjerenje tog napona na donjoj grani djelila voltmetrom unutrašnjeg otpora  $250 \text{ k}\Omega$ ?



bez voltmetra:

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1$$

s voltmetrom:

$$U_2' = \frac{R_2'}{R_1 + R_2'} U_1, \quad R_2' = \frac{R_2 R_V}{R_2 + R_V}$$

$$\rho\% = \frac{U_2' - U_2}{U_2} \cdot 100 = \frac{9,88 - 9,9}{9,9} = -0,4\%$$

14. Pri umjeravanju ampermetra u 6 točaka, na mjernom opsegu 3 A, stvarne vrijednosti struja bile su: (0,52; 1,01; 1,47; 2,05; 2,53; 2,97) A. Koliko je apsolutna vrijednost najvećeg relativnog odstupanja u odnosu na dogovornu vrijednost?

I	0,5	1	1,5	2	2,5	3
I <sub>ist</sub>	0,52	1,01	1,47	2,05	2,53	2,97
Δ	-0,02	-0,01	0,03	-0,05	-0,03	0,03

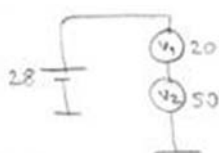
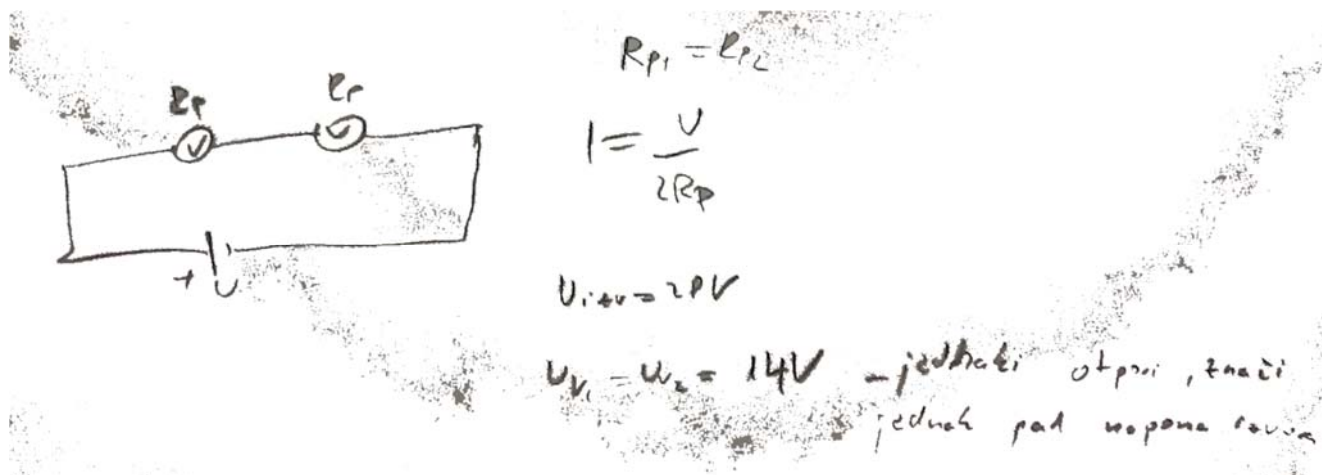
$p = \frac{|I_{ist} - I_{dogov.}|}{I_{dogov.}}$   
 $p = \frac{0,05}{2} \cdot 100 = 2,5\%$

15. Voltmetrom s pomičnim željezom mjerimo napon  $u(t) = 100 + 80\sin(628t)$  V. Koliki će napon pokazati voltmetar?

$$U = \sqrt{\sum U_{eff_i}^2} = \sqrt{U_{DC}^2 + U_{eff_A}^2} = \sqrt{100^2 + \left(\frac{80}{\sqrt{2}}\right)^2} = 114,9 \text{ V}$$

Izmjeri pravu efektivnu vrijednost  $U_m = \sqrt{100^2 + \left(\frac{80}{\sqrt{2}}\right)^2} = 115 \text{ V}$

16. Napon izvora mjere dva serijski spojena voltmetra jednakih karakterističnih otpora, mjernih dometa  $U_{V1} = 20 \text{ V}$  i  $U_{V2} = 50 \text{ V}$ . Ako je napon izvora 28 V, koje je pokazivanje voltmetara  $V_1$  i  $V_2$ ?



$R_{V1} = R_{V2}$   
 $I = \frac{U}{2R_V}$

RJEŠENJE 14V i 14V

17. "Pt 100" označava

PTC, vrijednosti  $100 \Omega$  pri  $0^\circ \text{C}$

18. NTC otpornik nazivne vrijednosti otpora  $10 \text{ k}\Omega$  pri temperaturi od  $20^\circ \text{C}$  imat će otpor:

$10 \text{ k}\Omega$  ima na temperature  $0^\circ \text{C}$  i pada eksponencijalno jer je NTC

$R < 8 \text{ k}\Omega$

19. Koliki je unutrašnji otpor nekog izvora, ako je voltmetar karakterističnog otpora  $12 \text{ k}\Omega/\text{V}$  na mjernom opsegu  $10 \text{ V}$  pokazao  $8,8 \text{ V}$ , a digitalni voltmetar, unutrašnjeg otpora  $10 \text{ M}\Omega$ ,  $9 \text{ V}$  na mjernom opsegu  $20 \text{ V}$ ?

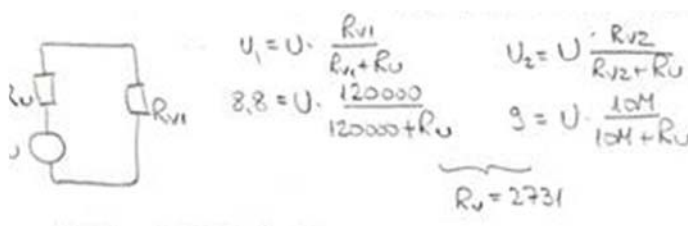
$R_v$  – unutrašnji otpor izvora

$R_{v1}, R_{v2}$  – unutrašnji otpor instrumenata

$$U_1 = U \frac{R_{v1}}{R_{v1} + R_v} \Rightarrow 8,8 = U \frac{12 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3 + R_v}$$

$$U_2 = U \frac{R_{v2}}{R_{v2} + R_v} \Rightarrow 9 = U \frac{10 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^6 + R_v}$$

Izjednaci se po  $U$  i dobiva se  $R_v = 2731 \Omega$



The image shows a handwritten circuit diagram of a voltage source  $U$  in series with its internal resistance  $R_v$  and a voltmeter with resistance  $R_{v1}$ . To the right, the following equations are written:

$$U_1 = U \cdot \frac{R_{v1}}{R_{v1} + R_v} \quad U_2 = U \cdot \frac{R_{v2}}{R_{v2} + R_v}$$

$$8,8 = U \cdot \frac{12000}{12000 + R_v} \quad 9 = U \cdot \frac{10M}{10M + R_v}$$

Below these, the result is stated:  $R_v = 2731$ .

20. Na ulaz integracijskog pojačala s  $R=5 \text{ k}\Omega$  i  $C=0,1 \text{ }\mu\text{F}$  priključuje se izmjenični pravokutni napon amplitude  $1,5 \text{ V}$  i frekvencije  $1 \text{ kHz}$ . Koliki će biti napon, od vrha do vrha, na izlazu pojačala?

$$U_{vv} = \frac{U_m}{\sqrt{1 + RC^2}} = \frac{1,5}{\sqrt{1 + 2000 \cdot 5000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}}} = 1,5 \text{ V}$$

**Predmet Mjerna tehnika**

**Zadaci za vježbu 2:**

1. (2 boda) Kod A/D pretvornika s 8 bita i referentnim naponom  $U_{ref} = 1\text{ V}$  slijedi da je kvantizacijski korak (ili LSB):

$$LSB = \frac{U_{ref}}{2^n} = \frac{1}{2^8} = 3.9 \cdot 10^{-2}$$

2. (2 boda) Za ADC s razlučivanjem od 14 bita utvrđen je parametar SINAD = 80 dB. Koliko iznosi efektivni broj bita (ENOB) u tom slučaju, ako se koristi cijeli ulazni dinamički opseg ADC-a

$$ENOB = \frac{SINAD - \log_2\left(\frac{A}{IR}\right) - 1.76}{6.02} = \frac{80 - 1.76}{6.02} = 13$$

3. Antialiasing filter je :

niskopropusni filter kojim se ograničava spektar uzorkovanog signala

4. Mjerna funkcija (engl. Measurement Function) u SCPI modelu instrumenta se dijeli na koja sljedeća 3 dijela:

INPut, SENse, CALCulate

5. Koje od navedenih komunikacijskih sučelja ima najveću propusnost i najmanje kašnjenje odziva?

PXIe

6. (2 boda) Uzorkovanje signala modelira se umnoškom funkcije  $f(t)$  i Diracove delta funkcije  $\delta(t)$  te rezultira impulsom "težine" za koji vrijedi sljedeći izraz:

$$\textcircled{B} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

7. (2 boda) Namotu transformatora izmjerena je temperatura od 88 °C jer je mjerenjem termoparom izmjerena napon od 2,632 mV, uz temperaturu referentnog spojišta od 23 °C. Koliki bi se napon izmjerio da je temperatura referentnog spojišta bila 0 °C?

$$U_1 = \alpha(T_1 - T_{ref1}), U_2 = \alpha(T_1 - T_{ref2}) \quad | : \\ \frac{U_1}{U_2} = \frac{88 - 23}{88 - 0} \\ U_2 = \frac{88 \cdot 2,632}{65} = 3,563 \text{ mV}$$

8. (2 boda) Kod digitalnih voltmetara s dvostrukim pilastim naponom postavljanje parametra NPLC=10 znači da će:

se mjereni napon integrirati u trajanju od 10 perioda mrežnog napona

9. (2 boda) Mjerenjem temperature J-tipom termopara (Seebeckov koeficijent 52,3 µV/K) dobiven je napon 4,341 mV, uz temperaturu referentnog spojišta od 23 °C. Kolika je mjerena temperatura?

$$U = \alpha(T_1 - T_{ref}) \\ 4,341 \cdot 10^{-3} = 52,3 \cdot 10^{-6} (T_1 - 23) \\ T_1 = 106^\circ\text{C}$$

10. (2 boda) Na izvor napona  $u = [20\sin(\omega t) + 0,3\sin(2\omega t) + 0,5\sin(3\omega t)]$  V priključeni su paralelno univerzalni instrument za mjerenje izmjeničnog napona s odzivom na srednju vrijednost te instrument s odzivom na efektivnu vrijednost. Kolika je apsolutna razlika njihovih pokazivanja?

$$\text{odziv na ef. v.} \quad U = \sqrt{U_{ef1}^2 + U_{ef2}^2 + \dots} = \sqrt{\left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,5}{\sqrt{2}}\right)^2} = 14,15 \text{ V} \\ \text{odziv na sr. v.}$$

Odziv na srednju vrijednost je 11.1% puta manji od efektivne tj. 0.11V



11. (2 boda) Kod mjerenja tjemene vrijednosti izmjeničnog napona istosmjernim voltmetrom i ispravljačem, uz otpor izvora  $R_S = 1 \, \Omega$  i otpor voltmetra  $R_V = 100 \, k\Omega$ , za vrijeme nabijanja kondenzator primi naboj  $q_C = 128 \, \mu C$ . Koliki se naboj potroši za vrijeme izbijanja?

$$\underline{128 \, \mu C}$$

12. (2 boda) Vremenski kontinuiran signal  $x(t)$  s frekvencijama ne većim od  $f_{\max}$  može biti egzaktno rekonstruiran iz svojih uzoraka  $x_s(t)$  ako je otipkavanje provedeno kojom frekvencijom?

$$f_s > 2f_{\max}$$

## Predmet Mjerna tehnika

### Zadaci za vježbu, br. 3:

1. Na ulaz integrirajućeg pojačala, s  $R = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$  i napajanjem  $\pm 15 \text{ V}$ , priključimo istosmjerni napon od  $1,5 \text{ V}$ . Koliki će biti napon na izlazu pojačala  $0,5 \text{ s}$  nakon priključenja ulaznog?

- A)  $+150 \text{ V}$   
B)  $-150 \text{ V}$   
C)  $-15 \text{ V}$   
D)  $0 \text{ V}$   
E)  $+15 \text{ V}$

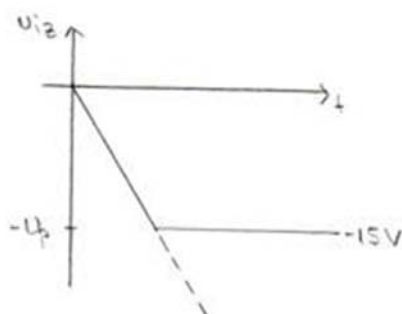
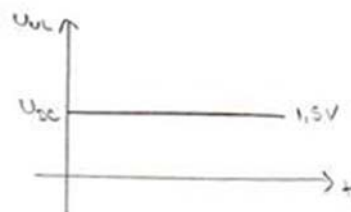
$$v_{iz} = -\frac{1}{RC} \int v_{ul}(t) dt$$

$$v_{iz} = -\frac{1}{RC} v_{ul} \cdot t$$

$$v_{iz} = -\frac{1}{5000 \cdot 10^{-6}} \cdot 1,5 \cdot 0,5 = -150 \text{ V}$$

ali je ograničen naponom napajanja  
pa je max  $-15 \text{ V}$

Da je  $v_{ul}$  bio  $-1,5 \text{ V}$ ,  $v_{iz}$  bi bio  $+15 \text{ V}$



2. (2 boda) Kvantni mjeriteljski trokut povezuje sljedeće veličine:

A) struju, napon i frekvenciju

3. Na ulaz integracijskog pojačala s  $R=5 \text{ k}\Omega$  i  $C=0,1 \text{ }\mu\text{F}$  priključuje se izmjenični pravokutni napon amplitude  $1,5 \text{ V}$  i frekvencije  $1 \text{ kHz}$ . Koliki će biti napon, od vrha do vrha, na izlazu pojačala?

- A)  $0,75 \text{ V}$   
B)  $1,1 \text{ V}$   
C)  $3 \text{ V}$   
D)  $1,5 \text{ V}$   
E)  $0,075 \text{ V}$

$$U_{vv} = \frac{U_m}{2\pi RC} = \frac{1,5}{2 \cdot 1000 \cdot 5000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}} = 1,5 \text{ V}$$

$$U_{vv} = \frac{U_m}{2\pi RC}$$



$$U_{vv} = \frac{U_m}{\pi RC}$$



$$U_{vv} = \frac{U_m}{4\pi RC}$$



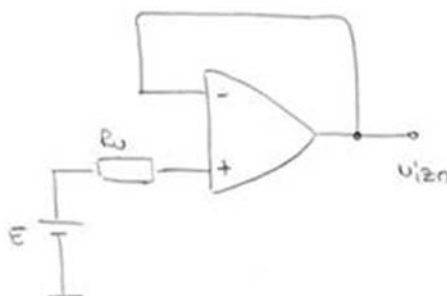
4. Operacijskim pojačalom u neinvertirajućem spoju sa  $R_1 = \infty$  i  $R_p = 0 \Omega$  mjerimo istosmjerni naponski izvor unutrašnjeg otpora  $R_u = 220 \Omega$ . Koliki je napon mjenog izvora ako smo u tom slučaju dobili napon na izlazu  $U_{izi} = 2,12 \text{ V}$ ?

- A) 2,02 V  
B) 2,12 V  
C) 2,12 V  
D) 2,22 V  
E) 1,92 V

$$U_{izi} = \left(1 + \frac{R_p}{R_1}\right) U_{ul}$$

$$U_{izi} = \left(1 + \frac{0}{\infty}\right) E = E$$

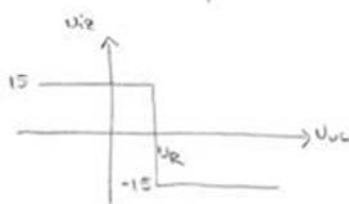
$$E = 2,12 \text{ V}$$



5. Na ulaz idealnog komparatora priključen je ulazni napon  $U_{ul} = 2 \text{ V}$ . Ako je referentni napon  $U_R = 1 \text{ V}$  spojen na neinvertirajući ulaz komparatora, koliki je izlazni napon uz napajanje od  $\pm 15 \text{ V}$ ?

- A) 1V  
B) +15V  
C) 0V  
D) -15V  
E) 2V

$$\begin{aligned} U_- < U_+ &\rightarrow "1" & U_{iz} = +U_p & & U_- < 0 &\rightarrow U_{iz} > 0 \\ U_- > U_+ &\rightarrow "0" & U_{iz} = -U_p & & U_- > 0 &\rightarrow U_{iz} < 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} U_+ &= 1 \text{ V} \\ U_- &= 2 \text{ V} \end{aligned}$$

$$U_+ < U_- \rightarrow U_{iz} = -U_p = -15 \text{ V}$$

6. Koliki se napon histereze  $U_H$  dobiva kod idealnog Schmittovog okidnog sklopa, uz napajanje od  $\pm 15 \text{ V}$  te spoj  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  i  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ ? Referentni napon  $U_R = 1 \text{ V}$ .

$$U_H = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (U_{max} - U_{min})$$

$$U_H = \frac{10000}{10000 + 100000} (15 - (-15)) = 2,73 \text{ V}$$

7. Koliki je mjerena ulazna struja kod strujnog pojačala sa shuntom, ako je na izlazu izmjeren napon  $U_{izi} = 0,909 \text{ V}$ , a otpornici u spoju imaju vrijednosti redom  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_p = 100 \text{ k}\Omega$  te  $R_s = 10$ ?

$$U_{izi} = i_{ul} R_s \left(1 + \frac{R_p}{R_1}\right)$$

$$i_{ul} = \frac{U_{izi}}{R_s \left(1 + \frac{R_p}{R_1}\right)} = \frac{0,909}{10 \left(1 + \frac{100000}{1000}\right)} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ A}$$