

## NUKLEARNI GORIVNI CIKLUS I REAKTORSKI MATERIJALI

### ZADACI

1. U nekom reaktoru nalazi se prva jezgra od 3 tone obogaćenog urana u iznosu 2% u  $U^{235}$ . Ta je jezgra u nekom vremenskom intervalu dala energiju od  $4,1 \cdot 10^5$  MWh. Koliki je odgor (stupanj izgaranja goriva) jezgre na kraju tog vremenskog intervala? (7 kg/t, 35%, 5700 MWd/t)
2. Koliko grama  $U^{235}$  ima u 1 toni rude iskopane u rudniku Žirovski Vrh (Slovenija), ako je poznato da 1 tona rude iz tog rudnika sadrži 840 grama uranovog peroksida  $U_3O_8$ ? (5,05 g)
3. Ruda sadrži 0,5% karnotita ( $K_2O \cdot 2UO_3 \cdot V_2O_5 \cdot 3H_2O$ ). Kolika je masa urana sadržana u jednoj toni te rude? (2,64 kg)
4. Tvornica za proizvodnju gorivnih elemenata treba 10.000 kg urana obogaćenog 3% u  $U^{235}$ . S kojom količinom prirodnog urana treba snabdjeti postrojenje za obogaćivanje ako je rezidualno obogaćenje tog postrojenja 0,2%? Kolika će biti cijena procesa obogaćivanja ako je cijena 1 kg separacijskog rada 100 \$? (54795 kg, 43065 kg separacijskog rada, 4.306.500 \$)
5. Koliku količinu rude treba iskopati u rudniku Los Ratones (Španjolska) da bi se dobilo 50 tona urana obogaćenog 3% u  $U^{235}$ ? Rezidualno obogaćenje postrojenja za obogaćivanje iznosi 0,2%. Ruda sadrži 0,527% uranovog peroksida  $U_3O_8$ . Koliko više rude treba iskopati ako se rezidualno obogaćenje postrojenja za obogaćivanje poveća na 0,3%? Koje rezidualno obogaćenje je ekonomičnije ako je cijena prirodnog urana po kilogramu za 50% veća od cijene separacijskog rada? (61312 t, 12135 t, prvo jer je  $P_1=625P_S$  a  $P_2=662P_S - P_S$  je jedin. cijena sep. rada)
6. Termički reaktor koji kao gorivo koristi prirodni uran proizveo je tijekom nekog vremenskog intervala energiju u iznosu 150.000 MWh. Koliki je postotak  $U^{235}$  u gorivu na kraju tog vremenskog intervala ako je na početku rada u reaktoru bilo 30 kg  $U^{235}$ ? (0,52%)
7. Koliko je rezidualno obogaćenje postrojenja za obogaćivanje urana za koje će cijena dobivenog urana biti minimalna, ako je jedinica mase prirodnog urana za 50% skuplja od jedinice separacijskog rada i ako je ulazni uran prirodni uran? (0,185%)

8. Kolika je ukupna cijena po kg urana proizvedenog gorivnog elementa obogaćenja 3.3 w/o, ako su poznati sljedeći podaci: cijena prirodnog urana je 60 \$/kgU, cijena konverzije je 10 \$/kgU, cijena separacijskog rada je 100 \$/SWU, cijena proizvodnje gorivnog elementa je 250 \$/kgU, gubici zbog konverzije iznose 0.2%, gubici pri proizvodnji nuklearnog goriva iznose 0.5%, rezidualno obogaćenje postrojenja za obogaćivanje je 0.3%?  
(1163 \$/kgU)
9. Na kolikoj snazi radi termički reaktor ako potrošnja goriva iznosi 0,5 kg  $U^{235}$  na dan?  
(406 MW)
10. Koliki je iznos fisijske energije sadržan u 1 kilogramu uranovog peroksida  $U_3O_8$ ?  
( $4,82 \cdot 10^{11}$  J)
11. Kapacitet postrojenja za obogaćivanje je 1.000 t separacijskog rada godišnje. Koliku masu urana obogaćenog 3% u  $U^{235}$  se može proizvesti godišnje iz prirodnog urana u tom postrojenju, ako je rezidualno obogaćenje tog postrojenja 0,2%?  
(232 t)
12. U termičkom reaktoru snage 64 MW nalazi se 7 tona urana obogaćenog 4,4% u  $U^{235}$ . Koliko će biti obogaćenje urana na kraju radnog ciklusa od 800 dana?  
(3,5%).
13. Nuklearna elektrana snage 1000 MW(e) ima stupanj iskorištenja 30%. Koliki će srednji odgor u MWd/tU postići gorivo u prvom radnom ciklusu nakon što je reaktor radio neprekidno 365 dana na punoj snazi, ako na početku tog radnog ciklusa jezgra reaktora sadrži 90 tona uranovog oksida? (O=16, U=238)  
(15336 MWd/tU)
14. Koliku masu morske vode treba preraditi da bi se proizvela količina urana potrebna za proizvodnju jednog gorivnog elementa koji sadrži 464 kg uranovog dioksida i ima aksijalne regije od po 15.24 cm prirodnog urana, a obogaćenje centralnog dijela je 3.1 % u U-235. Duljina gorivnih tableta u štapu goriva je 365.76 cm. Rezidualno obogaćenje postrojenja za obogaćivanje je 0.2 %. Svi gubici u proizvodnji urana su 10%, a koncentracija urana u morskoj vodi je 0.004 ppm.  
( $6 \cdot 10^8$  t)
15. Nuklearna elektrana snage 1000 MW(e) koristi prirodni uran i postiže odgor 5000 MWd/tU uz stupanj iskorištenja od 33%. Koliko će se plutonija (Pu-239) stvoriti za godinu dana u reaktoru te elektrane, ako je faktor raspoloživosti elektrane 0.75, a

faktor konverzije 0.4? Za omjer udarnog presjeka za radijativni uhvat i fisiju uzmite 0.17!

(414,6 kg Pu239)

16. Koliki mora biti koeficijent konverzije termičkog reaktora na prirodni uran da bi na kraju ciklusa postotak fisibilnih izotopa bio 0.35 %, ako je na početku rada reaktora bilo 9 tona goriva, a reaktor je dao ukupnu energiju od 900,000 MWh? Za omjer udarnih presjeka radijativnog uhvata i fisije uzmite 0.17!

(0,288)

17. Gorivni element s recikliranim plutonijem sastoji se od 4% plutonija i 96% urana 238. Sadržaj fisibilnog plutonija je 75%. Ako je srednji faktor konverzije goriva 0,5 za vrijeme provedeno u reaktoru koje odgovara stupnju izgaranja 30 MWd/kg, dio brzih fisija u  $U^{238}$  8%, omjer udarnih presjeka za uhvat i fisiju za plutonij 0,5, kolika je količina fisibilnog izotopa (grama fisibilnog plutonija po kilogramu goriva) po jedinici mase izvađenog goriva? Koristite da 1 gram fisibilnog materijala daje energiju od 1 MWd.

(9,3 g/kg)

18. Termički oplodni reaktor koji radi u  $U^{233} - Th^{232}$  ciklusu ima snagu od 1000 MWth, stupanj iskorištenja 40%, faktor oplodnje 1,06, a specifična snaga mu je 2,5 MW po kilogramu  $U^{233}$ . Koliko je linearno i eksponencijalno vrijeme udvostručenja za taj reaktor i kolika je netto produkcija  $U^{233}$  godišnje? Za omjer udarnih presjeka uhvata i fisije uzmite vrijednost 0,09!

(15,96 god.; 11,06 god.; 62,7 kg/god)

19. Brzi oplodni reaktor snage 270 MWe ima stupanj iskorištenja 42%, a faktor kapacitivnosti 0,8. Koliko je linearno vrijeme udvostručenja ako je početna količina goriva 1000 kg fisibilnog plutonija, faktor oplodnje 1,25, a srednji omjer makroskopskog udarnog presjeka za radijativni uhvat i fisiju 0,25?

(16,2 god)

20. Koliki je vremenski period u kojem će se u oplodnom reaktoru na plutonij snage 1250 MWth stvoriti netto količina od 1260 kg fisibilnog materijala, ako je faktor oplodnje reaktora 1,27. Za omjer udarnih presjeka uhvata i fisije uzmite vrijednost 0,25!

(12,35 godina)

21. Uzorak od cirkonija ozračen je u istraživačkom reaktoru sporim neutronima energije 10 keV u vremenu od 10 minuta. Izračunajte ukupan broj pomaka atoma cirkonija u  $m^3$ , ako je energija pomaka za cirkonij 25 eV, maseni broj cirkonija je 91, gustoća

cirkonija je  $6440 \text{ kg/m}^3$ , udarni presjek za raspršenje za navedenu energiju je  $7 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2$ , a fluks sporih neutrona je  $2 \cdot 10^{16} \text{ n/(m}^2\text{s)}$ .

$(1,535 \cdot 10^{21} \text{ pomak/m}^3)$

22. Srednji neutronske fluks u reaktoru hlađenim ugljičnim dioksidom je  $10^{13} \text{ n/cm}^2\text{s}$ .  $\text{CO}_2$  provodi pola vremena u reaktoru, a pola vremena u ostalim dijelovima primarnog kruga i cirkulira sa srednjom gustoćom od  $0.013 \text{ g/cm}^3$ . Izračunajte specifičnu ravnotežnu aktivnost hladioca zbog prisutnosti izotopa C-14 proizvedenog reakcijom  $\text{C}^{13}(\text{n},\gamma)\text{C}^{14}$ ! Udarni presjek za tu reakciju je  $9.0 \cdot 10^{-28} \text{ cm}^2$ , vrijeme poluraspada izotopa C-14 je 5730 godina, a izotopska učestalost izotopa C-13 je 1.11%.

$(8,89 \cdot 10^9 \text{ Bq/m}^3)$

23. Kolikim dodatnim kapacitetom izraženim u W moraju raditi izmjenjivači topline u bazenu za istrošeno gorivo ako se 10 dana nakon zaustavljanja PWR reaktora snage 1150 MW(e), stupnja iskorištenja 30%, sve gorivo zbog inspekcije reaktorske posude prenese u bazen za istrošeno gorivo? Pretpostavite da je reaktor radio 365 dana na punoj snazi.

$(6,036 \cdot 10^6 \text{ W})$

24. Uzorak od 10 grama tantala izložen je termičkom fluksu od  $5.0 \cdot 10^{13} \text{ n/cm}^2\text{s}$  u vremenu od 115 dana na efektivnoj neutronske temperaturi od  $500^\circ\text{C}$ . Kolika će biti aktivnost uzorka tantala 25 dana nakon prestanka ozračivanja? (Izotopska učestalost Ta-181 je 100%, udarni presjek za apsorpciju na  $0.025 \text{ eV}$  je  $21 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2$ , gustoća tantala je  $16.6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ; udarni presjek za apsorpciju na  $0.025 \text{ eV}$  za Ta-182 je  $8.2 \cdot 10^{-25} \text{ m}^2$ , vrijeme poluraspada Ta-182 je 115 dana)

$(3,69 \cdot 10^{12} \text{ Bq} = 99,7 \text{ Ci})$

25. Koliko dugo treba tanki sloj bora biti izložen polju termičkih neutrona volumne gustoće  $4 \cdot 10^{14} \text{ n/m}^3$  da bi se broj jezgri izotopa B-10 smanjio na polovinu? Uzmite u obzir da je mikroskopski udarni presjek za  $(\text{n},\alpha)$  reakciju na B-10 obrnuto proporcionalan brzini neutrona i da je mikroskopski udarni presjek za navedenu reakciju  $3813 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2$  za brzinu neutrona od  $2200 \text{ m/s}$ .

$(2,066 \cdot 10^6 \text{ s} = 23,9 \text{ dana})$

26. Košuljica od cirkonija unutarnjeg polumjera  $0,4117 \text{ cm}$  i vanjskog polumjera  $0,4759 \text{ cm}$  reagira s vodenom parom na temperaturi od  $1500 \text{ K}$ . Za koje će vrijeme reagirati 20% mase košuljice ako je reakcija opisana Baker-Justovim zakonom

$$\text{dr/dt} = [-4 \cdot 10^{-5}/(r_v - r)] \cdot e^{-22900/T}$$

gdje je

$r$  – polumjer površine košuljice koja doživljava reakciju ( m )

$r_v$  – vanjski (početni) polumjer košuljice ( m )

$T$  – temperatura površine košuljice ( K )

$t$  – vrijeme ( s )

(78,5 s)

27. Kolika količina topline se oslobodi reakcijom cirkonija i vodene pare u slučaju nezgode u kojoj je tijekom 20 s gornja petina jezgre bila suha, ako je poznata temperatura košuljica u gornjem dijelu jezgre i iznosi 1200 °C? Zadani su sljedeći podaci: jezgra sadrži 120 gorivnih elemenata tipa 17x17 gorivnih štapova visine 4 m; vanjski radius košuljice je  $6,3 \cdot 10^{-3}$  m; penetracijska debljina je  $10^{-3}$  m; gustoća cirkonija je  $6,4 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>.  
( $5,47 \cdot 10^6$  J)
28. Potrebno je projektirati kontejner za prijevoz istrošenog goriva koje je provelo u reaktoru 3 godine u slijedećem režimu (prvih 10 mjeseci na 15 kW/kgU, zatim 2 mjeseca remont, slijedećih 10 mjeseci na 25 kW/kgU, zatim 2 mjeseca remont i na kraju 10 mjeseci na 20 kW/kgU). Gorivo nakon toga stoji u bazenu za istrošeno gorivo 5 godina. Kontejner treba biti projektiran za prijevoz 4 gorivna elementa. Količina urana po gorivnom elementu je 470 kg. Koliki mora biti kapacitet sistema za hlađenje izražen u W?  
(2,36 kW)
29. Koliki je omjer broja pomaka atoma niobija po sudaru koje uzrokuju neutroni energije 14 MeV i 1 MeV? Atomska masa niobija je 93.  
(4,069)
30. Kobaltna žica duljine 30,48 cm i promjera 1,59 mm promjera izložena je fluksu neutrona od 106 n/cm<sup>2</sup>s tijekom dvije godine u jezgri potkritičnog reaktora. Kolika je aktivnost žice u trenutku vađenja iz reaktora? Kolika je aktivnost žice nakon daljnje dvije godine ako u tom periodu nije izložena neutronsom fluksu? Zadani su sljedeći podaci: izotopska učestalost izotopa Co-59 je 100%; gustoća kobalta je 8,71 g/cm<sup>3</sup>; nuklid Co-60 koji nastaje aktivacijom ima dva izomerna stanja, jedno s vremenom poluraspada 10,5 minuta i drugo s vremenom poluraspada od 5,24 godine; udarni presjek za produkciju kratkoživućeg izomera je  $1,8 \cdot 10^{-23}$  cm<sup>2</sup> a udarni presjek za produkciju dugoživućeg izomera je  $3,7 \cdot 10^{-23}$  cm<sup>2</sup>; temperatura žice tijekom ozračivanja u jezgri reaktora iznosila je 100 °C. (30,5 μCi; 7,54 μCi)

## Kvantitativni aspekti masa urana i separacijskog rada postrojenja za obogaćivanje

Pri planiranju obogaćivanja nuklearnog goriva potrebno je znati koliko prirodnog urana valja pribaviti da bi se dobila željena količina obogaćenog urana, te koliki će biti troškovi procesa obogaćivanja.

Uzimajući u obzir sačuvanje ukupne količine urana i izotopa  $^{235}\text{U}$  u postrojenju za obogaćivanje dobivamo sljedeće relacije:

$$(1) \quad F = P + W$$

$$(2) \quad x_{\text{poč}}F = x_{\text{kon}}P + x_{\text{rez}}W$$

$P$  – masa konačnog (obogaćenog) urana (kg)

$W$  – masa rezidualnog (osiromašenog) urana (kg)

$F$  – masa početnog urana (kg)

$x_{\text{kon}}$  – obogaćenje (maseni udio  $^{235}\text{U}$ ) konačnog urana

$x_{\text{rez}}$  – rezidualno obogaćenje (maseni udio  $^{235}\text{U}$  osiromašenog urana)

$x_{\text{poč}}$  – obogaćenje (maseni udio  $^{235}\text{U}$ ) početnog urana

Iz relacija (1) i (2) dobivamo za masu početnog urana:

$$(3) \quad F = P(x_{\text{kon}} - x_{\text{rez}})/(x_{\text{poč}} - x_{\text{rez}})$$

Troškovi obogaćivanja određeni su separacijskim radom koji je potrebno uložiti da bi se iz mase početnog urana  $F$  obogaćenja  $x_{\text{poč}}$  dobila masa konačnog urana  $P$  obogaćenja  $x_{\text{kon}}$ . Separacijski rad SWU dan je relacijom:

$$(4) \quad SWU = P * V(x_{\text{kon}}) + W * V(x_{\text{rez}}) - F * V(x_{\text{poč}}).$$

$V(x)$  označava vrijednosnu funkciju danu u jednadžbom (5) .

$$(5) \quad V(x) = (2x-1) * \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

Cijena prirodnog urana  $C_{\text{prij}}$  se dobiva množenjem mase početnog urana  $F$  i cijene jedinice mase prirodnog urana  $C_{1\text{prij}}$ .

$$(6) \quad C_{\text{prij}} = F * C_{1\text{prij}}$$

Cijena obogaćivanja  $C_{\text{obog}}$  se dobiva množenjem količine separacijskog rada SWU i cijene jedinice separacijskog rada  $C_{1\text{sep}}$ .

$$(7) \quad C_{\text{obog}} = SWU * C_{1\text{sep}}$$

Cijena konverzije  $C_{konv}$  iz  $UF_6$  u  $UO_2$  se dobiva množenjem mase konačnog (obogaćenog) urana  $P$  i cijene konverzije jedinice mase obogaćenog urana  $C_{1konv}$ .

$$(8) \quad C_{konv} = P \cdot C_{1konv}$$

Cijena proizvodnje gorivnih elemenata  $C_{gorel}$  se dobiva množenjem mase konačnog (obogaćenog) urana  $P$  i cijene proizvodnje gorivnog elementa po jedinici mase obogaćenog urana  $C_{1gorel}$ .

$$(9) \quad C_{gorel} = P \cdot C_{1gorel}$$

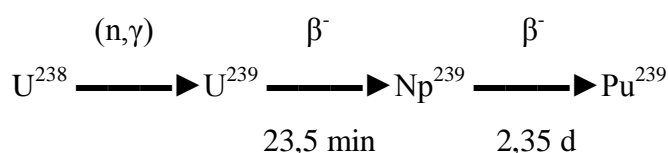
Cijena goriva  $C_{goriva}$  jednaka je zbroju cijene prirodnog urana  $C_{prir}$ , cijene obogaćivanja  $C_{obog}$ , cijene konverzije  $C_{konv}$  i cijene proizvodnje gorivnih elemenata  $C_{gorel}$ .

$$(10) \quad C_{goriva} = C_{prir} + C_{obog} + C_{konv} + C_{gorel}$$

### Stvaranje fisibilnih izotopa

U nuklearnom reaktoru, koji kao gorivo koristi uran, se fisibilni izotopi i stvaraju radijativnim uхватom na izotopu  $U^{238}$ . Nastali izotop  $U^{239}$  je beta-radioaktivan i s vremenom poluraspada od 23,5 minuta prelazi u radioaktivni nuklid neptunija  $Np^{239}$ . Taj izotop nadalje beta raspadom s vremenom poluraspada od 2,35 dana prelazi u fisibilni nuklid  $Pu^{239}$ .

Lanac transformacije je sljedeći:

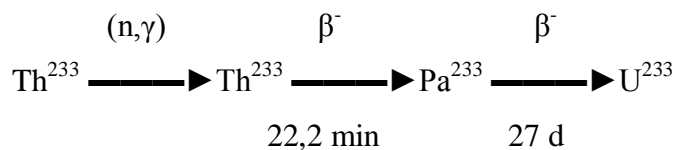


$Pu^{239}$  je fisibilna jezgra i proizvodnja tog nuklida u nuklearnom reaktoru je značajna.

Apsorpcijom neutrona na  $Pu^{239}$  dolazi se na teže izotope plutonija  $Pu^{240}$ ,  $Pu^{241}$ ,  $Pu^{242}$  i  $Pu^{243}$  od kojih je i izotop  $Pu^{241}$  fisibilan. S obzirom na relativno kratka vremena poluraspada  $U^{239}$  i  $Np^{239}$  apsorpcija neutrona na njima je zanemariva. Nuklid  $U^{238}$  iz kojeg nastaje fisibilni nuklid  $Pu^{239}$  naziva se fertilnim nuklidom.

Pored  $U^{238}$  fertilni nuklid je i  $Th^{232}$  iz kojeg nastaje fisibilni nuklid  $U^{233}$ . Apsorpcijom neutrona na  $Th^{232}$  nastaje radioaktivni nuklid  $Th^{233}$ . Nastali izotop  $Th^{233}$  je beta-radioaktivan i s vremenom poluraspada od 22,2 minute prelazi u radioaktivni nuklid protaktinija  $Pa^{233}$ . Taj izotop nadalje beta raspadom s vremenom poluraspada od 27 dana prelazi u fisibilni nuklid  $U^{233}$ .

Lanac transformacije je sljedeći:



Time se torij, iako nije fisibilan, može koristiti kao fertilni materijal za proizvodnju fisibilnog nuklida  $\text{U}^{233}$ , te je upotrebljiv kao nuklearno gorivo.

Nastajanje novih fisibilnih nuklida u reaktoru se kvantitativno opisuje pomoću fizikalne veličine koja se naziva faktor konverzije i označava se s C. Faktor konverzije C definiran je kao omjer broja atoma novostvorenih fisibilnih nuklida i broja atoma utrošenih fisibilnih nuklida

$$C = N_{\text{stvor}} / N_{\text{utr}}$$

Ako se stvara fisibilni nuklid  $\text{Pu}^{239}$  a troši fisibilni nuklid  $\text{U}^{235}$  tada se gornja relacija može pisati

$$C = (m_{\text{stvor}}/m_{\text{utr}}) \cdot (235/239)$$

Odnosno općenito ako se troši fisibilni nuklid masenog broja  $M_{\text{utr}}$  i stvara fisibilni nuklid masenog broja  $M_{\text{stvor}}$  tada vrijedi

$$C = (m_{\text{stvor}}/m_{\text{utr}}) \cdot (M_{\text{utr}} / M_{\text{stvor}})$$

Kod termičkih reaktora faktor konverzije manji je od 1 i iznosi između 0,5 i 0,7. Kod oplodnih reaktora je broj stvorenih jezgri fisibilnih izotopa veći od broja utrošenih jezgri fisibilnog izotopa pa je u tom slučaju faktor konverzije C veći od 1. To znači da je po svakom utrošenom fisibilnom atomu proizveden više od jednog fisibilnog atoma. Da bi se to moglo ostvariti mora faktor  $\eta$ , koji je definiran kao broj neutrona dobivenih fisijom po neutronu apsorbiranom u fisibilnoj jezgri, biti veći od 2.

Termički oplodni reaktor jedino je moguće realizirati ako se kao fisibilni nuklid koristi  $\text{U}^{233}$ . Intermedijarni oplodni reaktor moguć je jedino ako se kao fisibilni nuklid koristi  $\text{U}^{233}$ , dok je brzi oplodni reaktor moguć uz korištenje svih fisibilnih nuklida.

Oplodnjom se dobiva višak od  $G=(C-1)$  atoma stvorenog fisibilnog materijala po atomu utrošenog goriva. Oplodnja se kvantitativno opisuje vremenom udvostručenja. Vrijeme udvostručenja definirano je kao hipotetski vremenski interval u kom se količina fisibilnog materijala u reaktoru udvostručuje.



Označimo li s  $P_0$  termičku snagu reaktora u MW, tada taj reaktor troši  $wP_0$  grama fisibilnog izotopa na dan, gdje je  $w$  brzina utroška goriva po jedinici snage ( $w=1,05 \cdot (1+\alpha)$  g/MWd). Ako je gorivo  $U^{235}$  tada je  $w=1,23$  g na dan po termičkom MW. Broj utrošenih fisibilnih atoma je  $w \cdot P_0 \cdot N_A / M_{\text{utrf}}$ , gdje  $N_A$  Avogadrov broj a  $M_{\text{utrf}}$  maseni broj fisibilnog nuklida koji se troši. Oplodnjom je dobiven višak od  $G \cdot w \cdot P_0 \cdot N_A / M_{\text{utrf}}$  atoma stvorenog fisibilnog nuklida, odnosno  $G \cdot w \cdot P_0 \cdot M_{\text{stvorf}} / M_{\text{utrf}}$  grama stvorenog fisibilnog nuklida na dan.  $M_{\text{stvorf}}$  je maseni broj fisibilnog nuklida koji se stvara. Ako se gorivo ne vadi iz reaktora tada će se ukupna količina goriva povećavati linearno s vremenom. Linearno vrijeme udvostručenja je definirano kao vrijeme  $t_{DL}$  za koje će se količina goriva u reaktoru udvostručiti. Dakle

$$G \cdot w \cdot P_0 \cdot M_{\text{stvorf}} / M_{\text{utrf}} \cdot t_{DL} = m_0$$

odakle slijedi

$$t_{DL} = m_0 \cdot M_{\text{utrf}} / (G \cdot w \cdot P_0 \cdot M_{\text{stvorf}})$$

U slučaju da se novostvoreno gorivo vadi iz reaktora i koristi u drugim reaktorima dolazi do povećanja snage dobivene iz čitavog goriva, tako da je  $P=\beta \cdot m$ , gdje je  $\beta=P_0/m_0$ . Brzina stvaranja goriva je tada  $dm/dt = G \cdot w \cdot P \cdot M_{\text{stvorf}} / M_{\text{utrf}} = G \cdot w \cdot \beta \cdot m \cdot M_{\text{stvorf}} / M_{\text{utrf}}$ . Rješavanjem gornje diferencijalne jednačbe uz početni uvjet da je za  $t = 0$   $m = m_0$  dobivamo da masa goriva raste eksponencijalno s vremenom, tj.

$$m = m_0 \cdot \exp(G \cdot w \cdot P_0 \cdot M_{\text{stvorf}} \cdot t / m_0 \cdot M_{\text{utrf}})$$

Iz uvjeta  $m=2m_0$  dobivamo eksponencijalno vrijeme udvostručenja  $t_{DE}$ .

$$t_{DE} = m_0 \cdot M_{\text{utrf}} \cdot \ln 2 / (G \cdot w \cdot P_0 \cdot M_{\text{stvorf}}) = \ln 2 \cdot t_{DL}$$