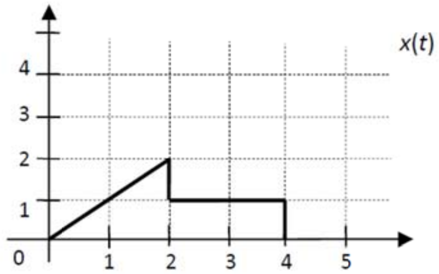
7. veljače 2012.
8:30

4. Izračunajte brzu oktavnu Haarovu DWT kontinuiranog signala na slici i skicirajte postupak.

Računanje krenite od razine $k = 0$; odnosno za $\varphi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{drugdje} \end{cases}$.



Evo postupka rješavanja:

1. **Utvrditi kako izgleda $\varphi(t)$.**
   Inače, u općem slučaju, funkciju $\varphi(t)$ potrebno je flipati, kao da se radi o konvoluciji (budući da se zapravo i radi).
   U ovom slučaju, to je pravokutni puls koji počinje u 0, traje do 1, dakle simetričan je s obzirom na vertikalnu os. Tako da je flipan jednak kao i nepflipan, pa se njega samo pomiče po zadanom signalu.

2. **Izvršiti konvoluciju.**

a. **k = 0**
Odabere se k=0, a pomaci m su cijeli brojevi, i za svaki 'smislen' pomak m, računa se aproksimacijski koeficijent prema:

$$A[m,0] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,\varphi(t-m)\,dt$$

Dakle, ovako:

$$A[0,0] = \int_0^1 \varphi(t-0)x(t)dt = \int_0^1 1 \cdot t\; dt = \frac{t^2}{2}\bigg|^1 = \frac{1}{2}$$

$$A[1,0] = \int_1^2 \varphi(t-1)x(t)dt = \int_1^2 1 \cdot t\; dt = \frac{t^2}{2}\bigg|^2 = \frac{3}{2}$$

$$A[2,0] = \int_2^3 \varphi(t-2)x(t)dt = \int_2^3 1 \cdot 1\; dt = t\big|^3 = 1$$

$$A[3,0] = \int_3^4 \varphi(t-3)x(t)dt = \int_3^4 1 \cdot 1 \, dt = t\Big|_3^4 = 1$$

Dalje više nema pomaka m za koje se funkcije preklapaju.

b. **k = 1**

Za izračun aproksimacijskih i wavelet koeficijenata trebamo sve izračunate aproksimacijske koeficijente iz prethodnog koraka.
U ovom slučaju h0 i h1 su koeficijenti impulsnog odziva Harovih valića.

Računamo aproksimacijske koeficijente za k=1: (oni su potrebni za sljedeći korak k=2)

$$A[m,1] = \sum_{k=0}^{N_0} h_0[k] \, A[2m+k,0]$$

, gdje je dalje k zamijenjen s l da se ne bi
brkao s indeksom koeficijenta

$$A[0,1] = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \cdot A[2 \cdot 0 + 0, 0] + 1 \cdot A[2 \cdot 0 + 1, 0]) = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \cdot A[0,0] + 1 \cdot A[1,0])$$

Tu se uvrštavaju A[0, 0] i A[1, 0] iz prethodnog dijela zadatka. I tako redom:

$$A[1,1] = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \cdot A[2 \cdot 1 + 0, 0] + 1 \cdot A[2 \cdot 1 + 1, 0]) = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \cdot A[2,0] + 1 \cdot A[3,0])$$

Budući da bi u sljedećem koraku trebali A[4, 0] kojeg nemamo, tu stajemo. Broj koeficijenata je prepolovljen.

Računamo wavelet koeficijente za k=1:

$$X[m,1] = \sum_{k=0}^{N_1} h_1[k] \, A[2m+k,0]$$

$$X[0,1] = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \cdot A[2 \cdot 0 + 0, 0] - 1 \cdot A[2 \cdot 0 + 1, 0]) = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \cdot A[0,0] - 1 \cdot A[1,0])$$

$$X[1,1] = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \cdot A[2 \cdot 1 + 0, 0] - 1 \cdot A[2 \cdot 1 + 1, 0]) = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \cdot A[2,0] - 1 \cdot A[3,0])$$

Budući da bi u sljedećem koraku trebali A[4, 0] kojeg nemamo, tu stajemo. Broj koeficijenata je prepolovljen.
(NAPOMENA: primjetiti da je razlika u odnosu na A ta što se koriste koeficijenti h1. Dakle, za Haarov wavelet, jedina razlika je što drugi koeficijent impulsnog odziva dolazi s minusom)

c. **k=2**

Računamo aproksimacijske koeficijente za k=2

$$\mathrm{A}[0,2] = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}} (1 \cdot A[2 \cdot 0 + 0, 1] + 1 \cdot A[2 \cdot 0 + 1, 1]) = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}} (1 \cdot A[0,1] + 1 \cdot A[1,1])$$

Dakle, koristimo sve aproksimacijske koeficijente prethodnog koraka. Budući da imamo dva, i dva uzorka impulsnog odziva, ta dva potrošit ćemo na kreiranje koeficijenta A u posljednjoj razini. Tu postupak staje.

Računamo wavelet koeficijente za k=2:

$$\mathrm{X}[0,2] = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}} (1 \cdot A[2 \cdot 0 + 0, 1] - 1 \cdot A[2 \cdot 0 + 1, 1]) = \sum_{l=0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2}} (1 \cdot A[0,1] - 1 \cdot A[1,1])$$