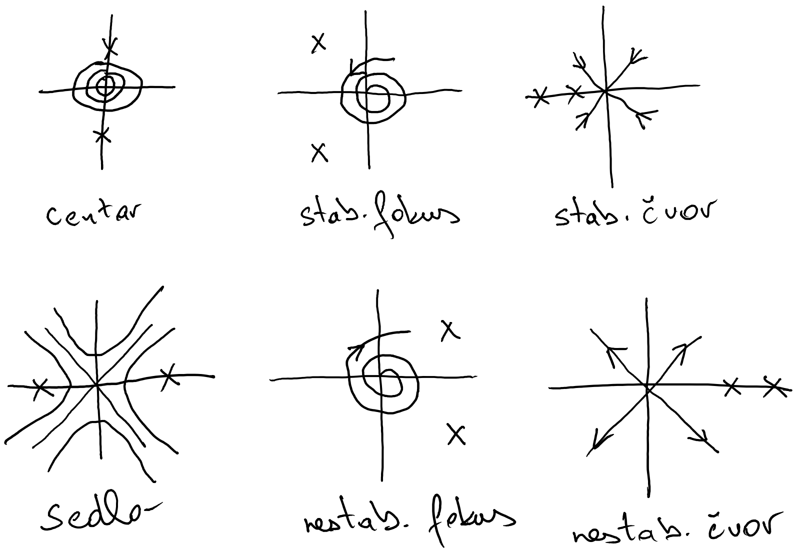
Priprema za usmeni by docx

1. **Svojstva nelinearnih sustava**
   -rješenje nije uvijek u zatvorenoj formi
   -stabilnost ovisi o početnim uvjetima, pobudi i parametrima sustava (kod lin. Sust. Samo o parametrima sustava)
   -odziv nelinearnog sustava obično sadrži dodatne frekvencijske komponente, a može i ne sadržavati frekvenciju pobudnog signala
   -može imati više ravnotežnih stanja (stanje u kojem se sustav zadržava ako na njega ne djeluje pobuda)
   -6 tipova singularnih točaka koje određuju kretanje fazne trajektorije:



Separatrise - krivulje koje dijele stabilno i nestabilno područje

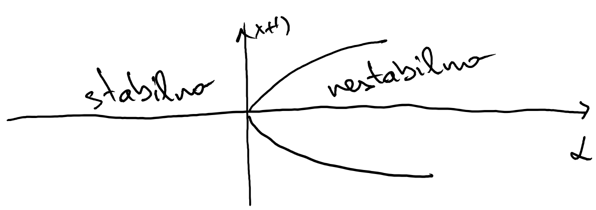
-sustav je linearan ako vrijedi linearnost slobodnog i prinudnog odziva
-vlastite oscilacije nelin. sustava (granični ciklus)-ovise o početnim uvjetima

2. **Lipshitzov kriterij**

$\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ ima jedinstveno rješenje unutar [0, T], za dovoljno mali T

$\|f(x) - f(y)\| \le k\|x-y\| \quad k>0 \quad \forall x,y$ u blizini 0

3. **Bifurkacije**
   -stabilnost i broj ravnotežnih stanja mogu se mijenjati promjenom parametara sustava ili smetnji.
   Nelinearni sustavi nisu strukturno stabilni za razliku od linearnih sustava gdje male promjene u smetanjama uzrokuju male promjene u odzivima.
      -kod nelinearnih sustava postoje točke strukture nestabilnosti -> bifurkacije.
      Kritične točke bifurkacije označavaju vrijednosti parametara za koje se dogodi promjena tipa stabilnosti



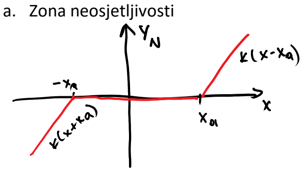
Karakteristična ponašanja nelinearnih sustava:
   Vlastite oscilacije, bifurkacije, kaos, rezonantni skok, pobjeg (finite time escape)

4. **Kaos**
   -kod L.S. male promjene početnih uvjeta rezultiraju u malim promjenama odziva, dok kod N.S. one mogu uzrokovati velike promjene u odzivu.
   -dobivamo kaotično, neočekivano ponašanje

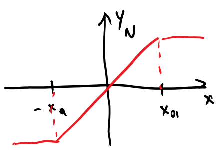
-trajektorija nikad ne prolazi istom putanjom

5. Tipični nelinearni elementi

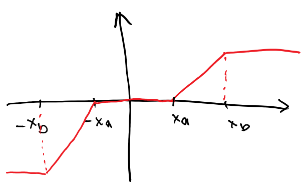
1. S jednoznačnim kontinuiranim stat. Karakt.
   a. Zona neosjetljivosti



   b. Zasićenje

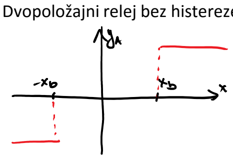


   c. Ograničenje (zasićenje) sa zonama neosjetiljivosti



$$Y_N = \begin{cases} 0, & |x| \le x_a \\ k(x-x_a), & x_b > x > x_a \\ k(x+x_a), & -x_b < x < -x_a \\ Y_N \operatorname{sign} x, & |x| > x_b \end{cases}$$

2. JEDNOZNAČNE DISKONTINUIRANE
   a. Dvopoložajni relej bez histereze



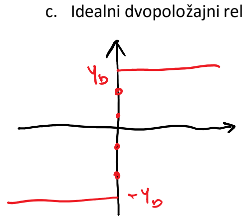
$|x| < x_b$ ne znamo Y_N

$$Y_N = \begin{cases} Y_b \operatorname{sign} x; & |x| > x_b \\ \text{ne postoji} & |x| < x_b \end{cases}$$

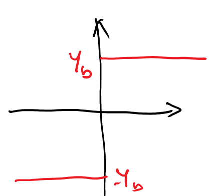
   b. Tropoložajni relej bez histereze

$$Y_N = \begin{cases} Y_b \operatorname{sgn} x, & |x| \ge x_b \\ 0, & |x| \le x_a \\ \text{nema}, & x_a < |x| < x_b \end{cases}$$

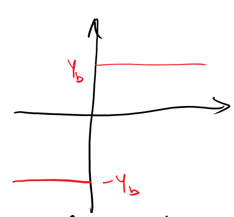
   c. Idealni dvopoložajni relej



$$Y_N = \begin{cases} Y_b \operatorname{sgn} x, & |x| > 0 \\ -Y_b < Y < Y_b, & x = 0 \end{cases}$$



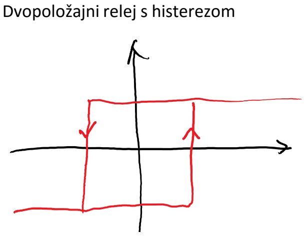
$$Y_N = \begin{cases} Y_b \operatorname{sgn} x, & |x| > 0 \\ \text{nema} & x = 0 \end{cases}$$

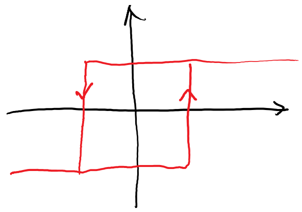


$$Y_N = \begin{cases} Y_b \operatorname{sgn} x, & |x| > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

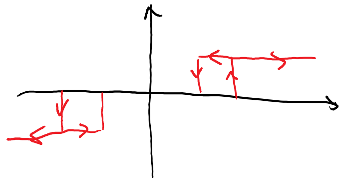
$$\left[Y_N = Y_b \operatorname{sign} x = Y_b \lim_{n \to \infty} x^{-(2n+1)} \right]$$

Dodatak:
Dvopoložajni relej s histerezom

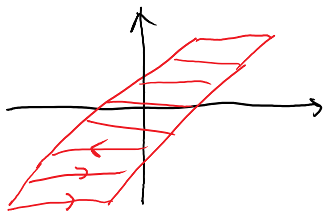




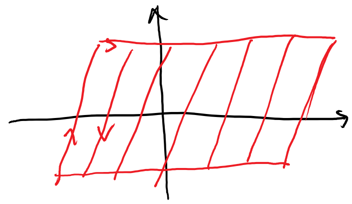
Tropoložajni relej s histerezom



Zračnost (backlash)



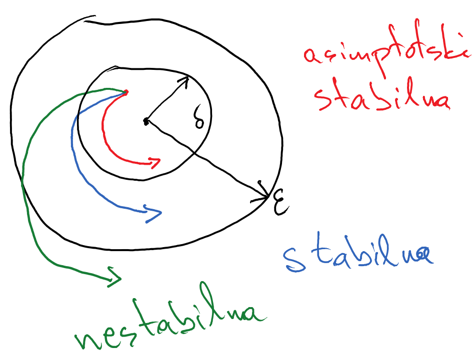
Upor (stop -type)



6. Lyapunovljeva stabilnost

Ravnotežno stanje x_c =0 je stabilno po Lyapunovu ako za svaki ε>0, t_0>0 postoji pozitivan broj $\delta(\varepsilon,t_0)$>0, takav da vrijedi $\left|\left|\vec{x}(t_0)\right|\right| < \delta(\varepsilon,t_0)$ -> $||\vec{s}(t,t_0,\overrightarrow{x_0})||< \varepsilon$, za svaki $t \geq t_0$ gdje $\vec{s}(t,t_0,\overrightarrow{x_0})$predstavlja rješenje diferencijalne jednadžbe.

Lokalna stabilnost (stabilnost u malom)- u blizini ravnotežnog stanja



Ako postoji neprekinuta skalarna funkcija V(x) koja ima neprekinute prve derivacije i za koju vrijedi:

V(x)>0 , $\forall x \neq 0$, V(x) je pozitivno definitna, V(0)=0, V(x)>0, $\forall x \neq 0$, $x \in \Omega$

$\dot{V}(x) \leq 0$ gdje $\dot{V}(x)$ je semidefinitna

V(x) -> ∞ ako ||x||->∞, V(x) radijalno neomeđena, onda je ravnotežno stanje x_e, $f(x_e,0)=0$ globalno stabilna po Lyapunovu.

7. Mihajlovljev kriterij stabilnosti (vlastite oscilacije)

Karakteristična jednadžba -> Re, Im ($1+G_NG_P=0$)

$$\frac{\partial R}{\partial X_m}\cdot\frac{\partial I}{\partial \omega} - \frac{\partial I}{\partial X_m}\cdot\frac{\partial R}{\partial \omega} > 0$$

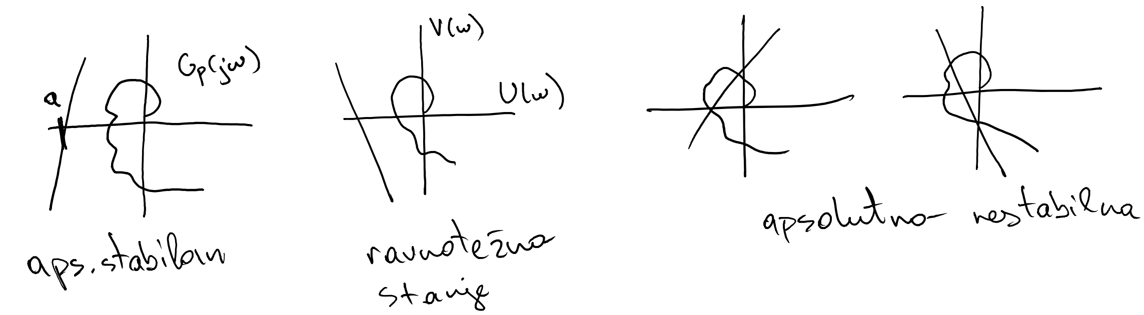
vl. osc su stabilne

postoji Ω t.d. vrijedi

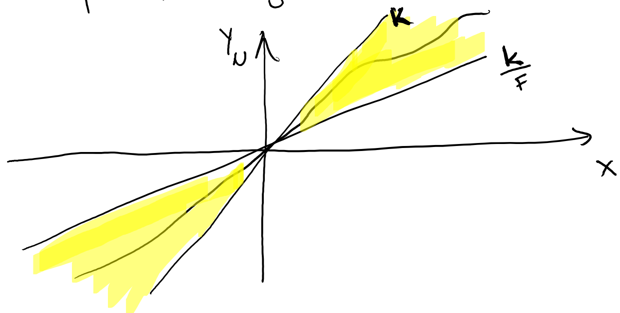
$$Re\left\{(1+j\Omega\omega)\cdot G_P(j\Omega\omega)\right\} + \frac{1}{k} > 0$$

8. Popov kriterij stabilnosti (apsolutna stabilnost sustava):

Uvjeti:
-linearni dio sustava je vremenenski nepromjenjiv, stabilan i potpuno upravljiv
-nelinearna funkcija $E_N(x)$ je klase [0,k], k=[0,inf] $0<F_x/x<k$
-promatramo funkciju $G_P(jw)=U(w)+jwV(w)$
    -nacrtamo U(w)+jwV(w)> - 1/k ---> pravac=sjecište s osi x:
        Klasa= -1/a



- k predstavlja klasu



Statička karakteristika
-F_N ide kroz 1. i 2. kvadrant, treba prolaziti kroz ishodište
-k - za koje područje statičke karakteristike sustav mora biti stabilan

-ako linearni dio sustava nije stabilan onda se dodaju pojačanja K_F u povratnu vezu -> K_F, K

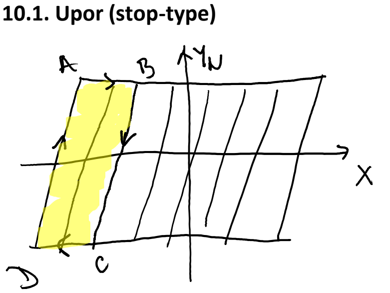
9. Rezonantno izdizanje (skok)

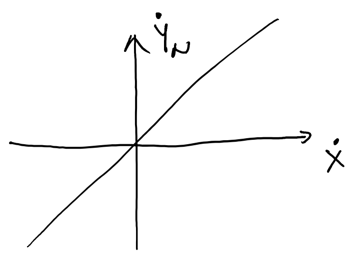
-iznenadan skok amplitude i/ili faze periodičkog izlaznog signala nelinearnog sustava
-događa se: ako nelinearni sustav ima maleno fazno osiguranje, tj. linearni dio sustava ima malen faktor prigušenja ζ

-ulazni signali mogu biti frekvencija bliskim rezonantnoj frekvenciji -> pogodnije nastajanju rezonantnog skoka
-ako nelinearni sustav radi pri prinudnim oscilacijama

-ne može se vidjeti u prijelaznoj pojavi niti rješavanjem nelin. dif. jedn. Kako bi ga eliminirali ili smanjili potrebno je povećati fazno osiguranje i proširiti područje rada nelinearnog dijela sustava gdje vrijede pravila linearnosti.

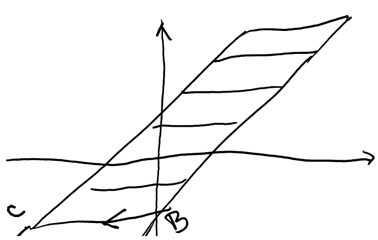
10.1. Upor (stop-type)



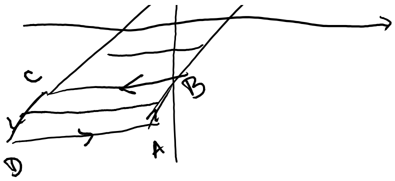


-javlja se kod mehaničkih sustava gdje je kretanje izlazne veličine dvosmjerno, a kretanje ulazne veličine neograničeno i može biti konstantnog smjera
-npr. Potrebno je nadvladati moment trenja kako bi se promijenio smjer
-primjena: još kod pneumatskih i hidrauličkih pojačala, aktuatorskim mehanizmima, elektromotori
-stabilnost se ne može odrediti Popovom jer karakteristika ne prolazi samo kroz 1. i 3. kvadrant i nije klase **k**

10.2. Backlash (Zračnost)

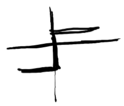


-kod zupčanika, uža histereza ->kvalitetniji zupčanik



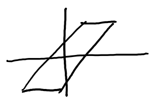
10.2. suho trenje (Coulonmov)

-trenutna promjena predznaka sile trenja prilikom pobude -> relej



-potrebno navladati statičko trenje: mrtva zona

-malene inercijalne sile: karakteristike zračnosti



11. Tsypkin

-kada imamo nestabilni sustav, stabiliziramo ga s r
f(t) ograničenje

$$\exists r \in \mathbb{R} \quad Re\left\{\frac{G(j\omega)}{1+rG(j\omega)}\right\} \geq 0 \quad , \forall \omega$$

Klasa ne ide od 0-k $\quad r \leq \frac{df(x)}{dx} \leq k$

12. Metode linearizacije - grafičke:

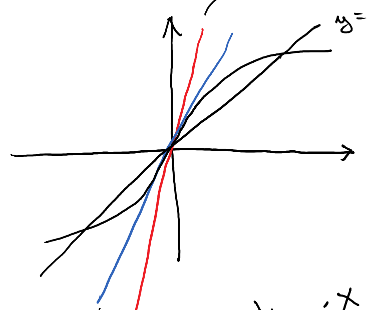
a. Metoda tangente - statička karakteristika aproksimira se jednadžbom tangente, y_N=Kx
   - Sekante y_N=K_Sx, K=tan(a)
   - Algebarska linearizacija- linearna aproksimacija, izbacivanje članova jako malih vrijednosti

b. Harmonička linearizacija- kad se ulaz mijenja
   - Sinusna pobuda, linearizacija kojom se zadržavaju bitna svojstva nelinearnih sustava
   - Dobivamo pojačanje $\mathbf{K_{eq}}$
   - Linearni dio propušta samo 1. harmonik

$y = kx$ - tangenta
$y = k_s \cdot x$, sekanta
I. konvencionalna linearizacija

$$K_{eq} = \frac{X_L}{X_M}$$

$$y = \underbrace{\left(a + \tfrac{3}{4} b X_m\right)^2}_{K_{ekvivalentni}} X_m \sin(\omega t)$$



$y = k_{eq} \cdot x$, $k > k_{eq} > k_s$

$X_m \sin(\omega t) \to \boxed{NE} \to y$

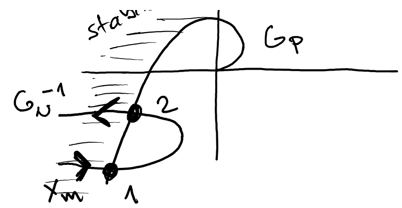
c. i d. - statistička i kombinirana linearizacija, LS metoda, pravokutna linearizacija
   - uvijeti: aproksimacija u blizini radne točke male devijacije

13. Goldfarb

- grafički postupak za odrešivanje parametara vlastitith oscilacija 1+$G_N G_P$=0, G_P=-G_N^{-1}
- ako se ove dvije krivulje sijeku dolazi do vlastitih oscilacija
- sve lijevo od G_P je stabilno, ako točka prelazi iz nestabilnog u stabilno onda je to stabilna točka, preće nestabilno

1 stabilno->nestabilno područje, a točka 2 iz nestabilnog u stabilno ->stabilna točka. Biramo točku 2 zato što je stabilna, iako joj je amplituda veća (Xm raste) te uzima više energije

2 zato što je stabilna, iako joj je amplituda veća (Xm raste) te uzima više energije



14. Vlastite oscilacije -> parametre određujemo Goldfarbom

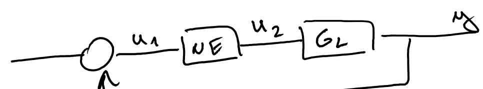
- posljedica početnih uvjeta, ali poč. uvjeti ne određuju amplitudu ili frekvenciju
- kod nepobuđenog sustava
- nema kod linearnih jer nemaju spremišta energije koji će održavati oscilacije
- nisu iste frekvencije kao pobuda, za razliku od prinudnih oscilacija

15. Dither

- niskofrekventni signal, amplituda mora biti manje od Agr pri kojoj dolazi do prinudnih oscilacija
- stavlja se na ulaz u NE da poboljša dinamičko vladanje sustava, u svrhu linearizacije
- veće je frekvencije nego frekvencija sustava, da se ne registrira na izlazu
- eliminira ili priguši prinudne oscilacije, reducira efekte statičkog trenja
    - stvara velik spektar novih frekvencija na izlazu
    - utjecaj na pojačanje na malim frekvencijama

16. Opisna funkcija - kompleksni omjer osnovnog izlaznog i ulaznog harmonika

- u linearnom elementu moraju biti isfiltrirani svi viši harmonici
    - Filter histereza: pretpostavka

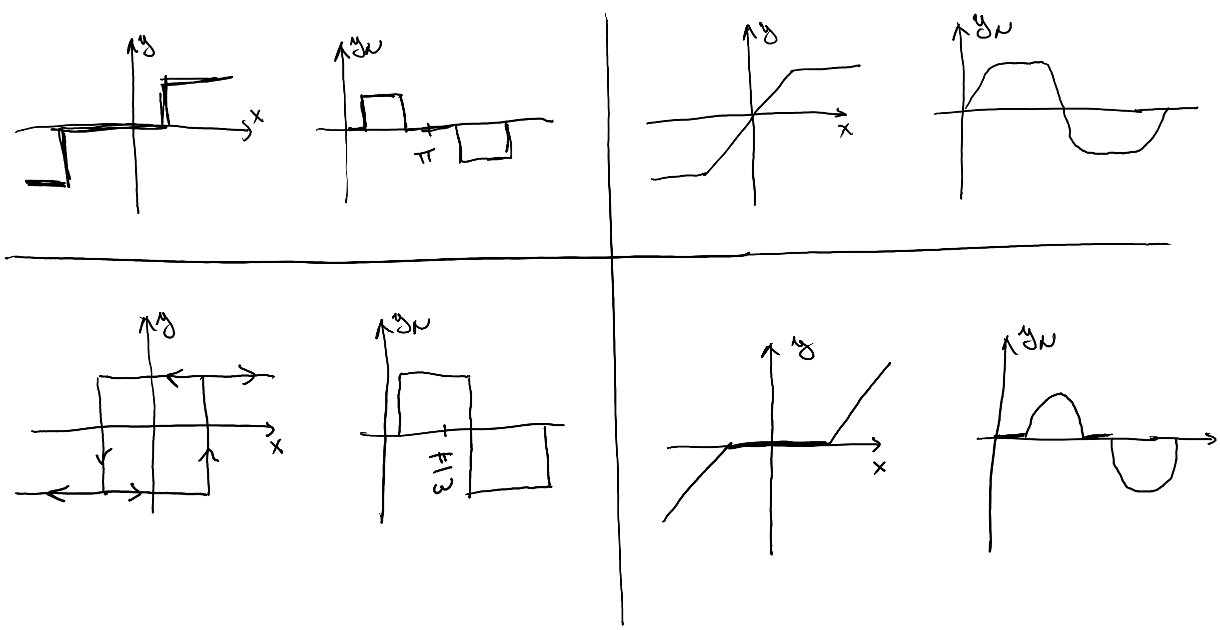


$$u_1(t) + y(t) = 0$$

$$u_1(t) = A \sin \omega t, \; y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\left.\begin{aligned} A &= Y_m \\ \varphi &= \pi \end{aligned}\right\}$$ ravnoteža amplitude i faze

Fourierov razvoj ulaza, dobijemo P(A) i Q(A) - koeficjenti koji opisuju N.E.
-jednoznačan NE -> Q(A)=0
-NE nultog reda- izlaz ovisi samo o ulaznoj amplitudi
-složeni NE- izlaz ovisi o amplitudi i frekvenciji
-Dither je frekvencija iznad pojasnopropusne frekvencije linearnog dijela, a prinudne ispod
-analitički postupci određivanja rješenja diferencijalnih jednadžbi -> Ricattijeve i Bernoullijeve jednadžbe



-Dither - pravokutni signal sadrži više frekvencija od sinusnog -> različiti odzivi

17. Prinudne oscilacije

- uvode se u sustav vanjskim periodičkim signalom. Cilj je da sustav ponavlja te oscilacije istom frekvencijom te da poništava neželjene efekte vlastitih oscilacija

- ulaz $F(t)=F_v \sin w_v t$
- frekvencije su ispod pojasnopropusne frekvencije sustava

$$G_p = \frac{B}{A} X_m \left(1 + \frac{B(j\omega_v)\left[P_N(X_m) + jQ_N(X_m)\right]}{A(j\omega_v)} \right) = F_v e^{-j\varphi}$$

18. Fazne trajektorije

-linearizacijom $\frac{\dot{x}}{\dot{y}}$ dobijemo J, det (λI-J)=0 - tipovi singulariteta točaka

-crtanje izoklina, $\frac{dx}{dy}$, separatrise -> m=0, m=inf

-centar - trajektorija zatvorenog oblika
-sedlo - trajektorija počinje, ostaje i završava u toj točki (nestabilna ravnotežna točka)
-čvor - direktno
-fokus - spiralno

pogledati pod 1.

-određivanje: - analitičke metode : spajanje rješenja
- grafoanalitičke : metode izoklina
- numeričke : simulacije