NUMERIČKA MATEMATIKA
KPZ - BATTLEPACK

1. blic
Uvjetovanost simetrične, pozitivno definitne matrice A je uvijek strogo manja od 1.
- Netočno

Nula može biti svojstvena vrijednosti simetrične, pozitivno definitne matrice.
- Netočno

Množenje matrice \$A\$ slijeva permutacijskom matricom \$P\$ (PA) permutira stupce matrice A.
- Netočno

Broj operacija potrebnih za rjesavanje sustava Ax=b, A϶ Rnxn, b϶Rn Gaussovom metodom eliminacija iznosi $O(\frac{n^3}{3})$
- Netočno

Svojstveni vektori simetrične matrice A϶ Rnxn koji pripadaju različitim svojstvenim vrijednostima su linearno nezavisni.
- Točno

Broj operacija potreban za rješavanje linearnog sustava Ax = b gdje je A϶Rnxn pozitivno definitna simetrična matrica je složenosti $O(\frac{n^2}{3})$
- Netočno
-

Determinanta svake permutacijske matrice jednaka je 1.
- Netočno

Neka je A regularna matrica. Tada je x=0 jedino rješenje sustava Ax=0
- Točno

Koeficijent uz član x5 u Taylorovom razvoju funkcije sin(2x) iznosi
- 0.26667

Pozitivno definitne matrice A϶R^{nxn} su regularne
- Točno

Ako je p: N->R+ polinom stupnja k, tada vrijedi da je p(n) = O(nk) kada n -> inf
- Točno

2009/2010 I starije
Mnozenje matrice A zdesna permutacijskom matricom P(AP) permutira stupce matrice A
- Točno

Ako je jedna svojstvena vrijednost matrice A jednaka nuli, onda je matrica A regularna.
- Netočno

Matrica A϶ Rnxn je pozitivno definitna ako i samo ako sve njene glavne podmatrice imaju pozitivnu determinantu

- Točno

Najveci fp-broj u formatu jednostruke preciznosti iznosi 2127- 2102

- Netočno

Neka su zadani matrica A϶Rnxn i vektor b϶ Rn, n϶N. Sustav Ax=b ima jedinstveno rjesenje ako i samo ako je r(A) = r(Ap), gdje je Ap prosirena matrica matrice A.

- Netočno

Sve svojstvene vrijednosti simetrične pozitivno definitne matrice su realne i negativne.

- Netočno

Determinanta svake permutacijske matrice jednaka je 1.

- Netočno

U formatu jednostruke preciznosti binarni zapis
0____________01011001_______________01101000000000000000000 predstavlja broj:

- 5.1159*10-12

Neka je A϶Rnxn proizvoljna matrica. Za uvjetovanost k(A) matrice A vrijedi k(A) >= 1.

- Točno

Proizvoljna matrica A϶Rnxn ne moze imati komplekse svojstvene vrijednosti

- Netočno

Neka je A regularna matrica. Tada je x=0 jedino rješenje sustava Ax=0

- Točno

Množenje matrice A dijagonalnom matricom D zdesna (AD) mnozi retke matrice A s istim odgovarajucim dijagonalnim elementom matrice D.

- Netočno

Neka je n>=2 i A = (aij)϶Rnxn. Ako je det(A)>0 onda je matrica A pozitivno definitna.

- Netočno

Matrica $\begin{array}{cccc} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1 \end{array}$ je permutacijska matrica

- Netočno

U formatu jednostruke preciznosti pomak(engl. Bias) kojeg koristimo za prikaz negativnih brojeva iznosi

- 127

Neka je f realna derivabilna funkcija. Tada vrijedi $f^{(2)}(x)=\frac{f(x+h)-2*f(x)+f(x-h)}{h^2}+O(h^2)$

- Točno

Fp-brojeva jednostruke preciznosti ima 232 – 225

- Točno

Svojstvene vrijednosti simetricne i pozitivno definitne matrice su realne i strogo pozitivne.

- Točno

Kod metode parcijalnog pivotiranja odabiremo po modulu najveći element u pripadnom retku matrice A(k)

- Netočno

Pozitivno definitna matrica je regularna

- Točno

Mnozenje matrice A zdesna permutacijskom matricom P (AP) permutira stupce matrice A.

- Točno

Ako je jedna svojstvena vrijednost matrice A jednaka nuli, onda je matrica A regularna.

- Netočno

Matrica A϶ Rnxn je pozitivno definitna ako i samo ako sve njene glavne podmatrice imaju pozitivnu determinantu

- Točno

Broj operacija potrebnih za rjesavanje sustava Ax=b, A϶ Rnxn, b϶Rn Gaussovom metodom eliminacija iznosi $O(\frac{2n^3}{3})$

- Točno

Svojstveni vektori simetrične matrica A϶Rnxn su linearno nezavisni

- Točno

$2n^3+n^2+5n=O(2n^3), n\rightarrow\infty$

- točno

Ako je matrica A regularna onda je ona i pozitivno definitna.

- Netočno

U formatu jednostruke preciznosti binarni zapis 0_____10000001________0110000000000000 pretstavlja broj:

- 11/2

Neka za pohranu eksponenta imamo na raspolaganju k bitova. Pomak(engl. Bias) kojeg koristimo za prikaz negativnih brojeva u fp-aritmetici iznosi:

- $2^{k-1}-1$

Neka je A϶ Rnxn proizvoljna matrica. Uvjetovanost matrice A je uvijek strogo veca od 1.

- Netočno

Najveci fp-broj u dvostrukoj preciznosti je 21024 – 2971

- Točno

Permutacijske matrice su singularne

- Netočno

Nula može biti svojstvena vrijednosti simetricne, pozitivno definitne matrice.

- Netočno

2. blic

Jednostavna trapezna formula egzaktna je na polinomima drugog stupnja.

- Netočno

Red konvergencije kompozitne Simpsonove formule za numeričku integraciju jednak je 5.

- Netočno

Na mrezi $\triangle = \{x0<x1<...xn\}$ zadane podatke y0,y1...yn interpoliramo prirodnim kubičnim splajnom. Sama konstrukcija nas vodi na rjesavanje trodijagonalnog linearnog sustava. Rješenje tog sustava je vektor $[s''(x0),s''(x1),...,s''(xn)]T$

- Točno

Neka je zadana funkcija $f \in C4(a,b)$ takva da vrijedi $f''(a) = f''(b) = 0$ i neka je zadana mreža $\triangle = \{x0<x1<...xn\}$. Neka je $s \in S\triangle,3$ interpolirajući prirodni kubični splajn. Tada je greška interpolacije
$\| s-f \|\infty$ veća od greške $\| s' - f' \|\infty$

- Netočno

Na mreži $\triangle = \{x0<x1<...xn\}$ zadane podatke y0,y1...yn interpoliramo kubičnim splajnom S. Ukupan broj uvjeta neprekidnosti prve derivacije funkcije S jednak je broju interpolacijskih čvorova.

- Netočno

Grupa B
Greška aproksimacije funkcije linearnim splajnom je reda 2.

- Točno

Hornerovim algoritmom računaju se koeficijenti interpolacijskog polinoma

- Netočno

Kompozitne formule za numeričku integraciju gube jedan red točnosti obzirom na pripadne jednostavne kvadraturne formule

- Točno

Na mreži $\triangle = \{x0<x1<...xn\}$ zadane podatke y0,y1...yn interpoliramo kubičnim splajnom S. Tada imamo ukupno 3n stupnjeva slobode.

- Netočno

Interpolacijski polinom u standardnoj bazi prostora daje dobru aproksimaciju funkcije za velik broj interpolacijskih čvorova.

- Netočno

3. blic

x_n) konvergira linearno prema x* ako postoji L>1 i indeks n0 ϵ N takvi da vrijedi $|x_{n+1} - x| <= L|x_n - x^*|$ za svaki n>= n0

- Netočno
-

Ako niz konvergira kvadratično onda svaka sljedeća iteracija ima približno dva puta više točnih decimala

- Točno

Za računanje približne vrijednosti integrala $\int_a^b f(x)\,dx$ funkciju f(x) aproksimiramo interpolacijskim polinomom pn. Povećanje stupnja interpolacijskog polinoma nužno vodi do točnije formule za numeričku integraciju.

- Netočno

Neka je xϵ Rk rješenje problema || Ax -b || -> min pri čemu su zadani matrica A ϵ Rnxk i vektor bϵ Rn.
Neka je r(A) = k, k<n. Tada je rezidual r = b-Ax okomit na prostor razapet stupcima matrice A.

- Točno

Zadani podaci $\frac{x0, x1, x2, x3}{y0, y1, y2, y3}$ mogu se aproksimirati samo linearnom funkcijom u smislu najmanjih kvadrata.

- Netočno

Neka je AϵRnxk gdje je k<n punog ranga. Tada je matrica ATA pozitivno definitna

- Točno

Singularne vrijednosti matrice A ϵ Rnxk su svojstvene vrijednosti matrice ATA.

- Netočno

Za svaki x,y ϵ Rn vrijedi |(x,y)|2 <= ||x||2 ||y||2

- Točno

Singularne vrijednosti matrice A ϵ Rnxk mogu biti negativne

- Netočno

Ortogonalne transformacije čuvaju euklidsku normu.

- Točno

Pretpostavimo da zadane podatke $\frac{x0, x1, x2, x3}{y0, y1, y2, y3}$ aproksimiramo polinomom p stupnja k u smislu najmanjih kvadrata. Kada je K=n onda se problem svodi na interpolacijsku zadaću.

- Točno

Neka je zadana matrica A ϵ Rnxk te vektor yϵRn. Pretpostavimo da želimo pronaći x koji rješava problem minxϵRk || Ax-y ||. Tada je traženi x rješenje sustava ATAx = Aty

- Točno

Pretpostavimo da želimo aproksimirati podatke $\frac{1,2,3,4}{2,7,3,5}$ kvadratnim polinomom. U tom slučaju potrebno je pronaći x∊R3 koji je rješenje problema minx∊Rk ||y-Ax|| gdje je y = [2,7,3,5]T i

$$A = \begin{matrix} 1,1,1 \\ 1,2,4 \\ 1,3,9 \\ 1,4,16 \end{matrix}$$

- Točno

Euklidska norma prostoru Cn definirana je izrazom |z|2 = zTz (z je konjugirano)
- Točno

S Tn(x) označili smo n-ti Čebišeljev polinom. Za sve x ϵ [-1, 1] vrijedi ocjena |Tn(x)|<= 1
- Točno

Definicija skalarnog produkta u Rn (x,y) = xTy zadovoljavajuća je I u slucaju kada vektori x I y imaju elemente sa kompleksnim vrijednostima.
- Netočno

Na mreži △= {x0<x1<...xn} zadane podatke y0,y1...yn interpoliramo kubičnim splajnom. Broj uvjeta koje treba zadovoljiti pri konstrukciji kubičnog splajna jednak je broju parametara koje trebamo odrediti.
- Netočno

Za svaku proizvoljnu glatku funkciju f vrijedi da |f-p| -> kad n->beskonačno gdje je p∊Pn interpolirajući polinom na ekvidistantnoj mreži koja sadrži n+1 čvor
- Netočno

Neka je p(x) polinom n-tog stupnja s jediničnim koeficijentom uz najvišu potenciju. Tada je |p|inf < 1/2n-1
- Netočno

Da bismo mogli ocijeniti gresku interpolacije linearnim splajnom dovoljno je da je zadana funkcija čije vrijednosti interpoliramo klase C1(a,b)
- Netočno

Nultočke (n+1)-vog Čebišeljevog polinoma minimiziraju uzraz max|(x-x0)(x-x1)...(x-xn)| x∊[a,b]
- Točno

Na mreži △= {x0<x1<...xn} zadane podatke y0,y1...yn interpoliramo linearnim splajnom. Tada ima tocno n+1 uvjeta interpolacije.
- Točno

Porastom broja interpolacijskih čvorova stupanj interpolacijskog polinoma se smanjuje.
- Netočno

Interpolacijski polinom višeg stupnja bolje aproksimira zadanu funkciju
- Netočno

Po dijelovima linearni splajn je funkcija klase C1([a,b])

- Netočno

Na mreži △= {x0<x1<...xn} zadane podatke y0,y1...yn interpoliramo linearnim splajnom. Tada ima tocno n uvjeta interpolacije.

- Netočno

Greška aproksimacije funkcije fϵC2(a,b) linearnim splajnom je reda 2

- Točno

Neka je N=2M+1. Neka je fazni interpolacijski polinom oblika $P(x)=\sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{-ikx}$ I trigonometrijski interpolacijski polinom oblika $v(x)=a_0+\sum_{k=1}^{M} a_k \cos(kx)+b_k \sin(kx)$ Tada je veza koeficijenata između ova dva polinoma dana izrazima $a_0=c_0$, $a_k=c_k+c_{N-k}$, $b_k = i(x_k-c_{N-k})$

???