

# Numericka matematika - prvi ciklus

$$A=LU \quad \mathcal{O}\left(\frac{2}{3}n^3\right)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 6 & 13 & 5 & 19 \\ 2 & 19 & 10 & 23 \\ 4 & 10 & 11 & 31 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 9 & 21 \\ 4 & 9 & 21 & 18 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_2 - 3 \cdot R_1 \\ R_3 - 1 \cdot R_1 \\ R_4 - 2 \cdot R_1 \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 9 & 21 \\ 1 & 1 & 17 & 11 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_3 - 4 \cdot R_2 \\ R_4 - 1 \cdot R_2 \end{matrix}$$

• dijeliš sa pivotom  
•  $R_i - \uparrow \cdot R_j$  je pivot

$$\begin{matrix} Ax=b \\ LUx=b \end{matrix} \quad \begin{matrix} ① Ly=b \\ ② Ux=y \end{matrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 7 & 3 \end{bmatrix} \quad 17 - 7 \cdot 2$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

PIVOTIRANJE

$$LU=PA$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 4 & 4 & -4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{P_{12}} \sim \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 0 & -1 & 9 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{P_{23}} \sim \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 9 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 8 \end{bmatrix} = U$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{P_{12}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{P_{23}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 1/4 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ax=b \\ PAx=PB \\ LUx=PB \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} ① Ly=PB \\ ② Ux=y \end{matrix}$$

# CHOLESKY

$$V\left(\frac{1}{3}m^3\right)$$

1. matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 8 & 0 \\ 2 & 0 & 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & d \\ 0 & c & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 & ab & ad \\ ab & b^2+c^2 & bd+ce \\ ad & bd+ce & d^2+e^2+f^2 \end{bmatrix}$$

$$a^2=1 \Rightarrow a=1$$

$$ab=2 \Rightarrow b=2$$

$$\Rightarrow c=2$$

$$ad=2 \Rightarrow d=2$$

$$\Rightarrow e=-2$$

$$f=4$$

$$b^2+c^2=8$$

$$4+c^2=8$$

$$c^2=4$$

$$c=2$$

$$bd+ce=0$$

$$4+2e=0$$

$$2e=-4$$

$$e=-2$$

$$d^2+e^2+f^2=24$$

$$4+4+f^2=24$$

$$f^2=16$$

$$f=4$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Ax=b$$

$$A=GG^T \Rightarrow GG^T=b$$

$$① Gy=b$$

$$② G^T x=y$$

2. matrix

$$A=LDL^T$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & -8 \\ 6 & 25 & -10 \\ -8 & -10 & 55 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ ax & y & 0 \\ bx & cy & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & ax & bx \\ ax & a^2x+y & abx+cy \\ bx & abx+cy & b^2x+c^2y+z \end{bmatrix}$$

$$x=2$$

$$y=7$$

$$z=5$$

$$ax=6 \Rightarrow a=3$$

$$bx=-8 \Rightarrow b=-4$$

$$abx+cy=-10$$

$$-24+7c=-10$$

$$7c=14 \Rightarrow c=2$$

$$a^2x+y=25$$

$$18+y=25 \Rightarrow y=7$$

$$b^2x+c^2y+z=55$$

$$60+z=55$$

$$z=-5$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L

D

L<sup>T</sup>

$$G=L \cdot \sqrt{D} \Rightarrow \text{lemma not valid}$$