1. međuispit iz Numeričke matematike
29.03.2010.

1. (6 bodova)

a) (2 boda) Neka je $x \neq 0$ egzaktna vrijednost neke veličine, a $\hat{x}$ vrijednost dobivena nekom numeričkom metodom. Definirajte apsolutnu i relativnu grešku te objasnite koja je prednost relativne greške u odnosu na apsolutnu.

b) (1 bod) Navedite barem dva tipa grešaka koje se javljaju prilikom numeričkog rješavanja.

c) (3 boda) Za zadanu glatku funkciju $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ izvedite po želji odabranu formulu za aproksimaciju $f'(x)$ te napišite kojeg je reda točnosti dobivena formula.

Uputa: Treba koristiti Taylorov razvoj funkcije f oko točke x.

2. (9 bodova) *Uputa: u zadatku podrazumijevamo normalizirani prikaz.*

a) (1 bod) Prikaz broja $1/10$ u formatu jednostruke preciznosti točniji je od njegovog prikaza u formatu dvostruke preciznosti. **T** **N**

b) (1 bod) U formatu jednostruke preciznosti raspoloživa su 32 bita:
$\boxed{}$ za __________, $\boxed{}$ za __________, te 23 bita za mantisu.

c) (2 boda) Zapis broja $\frac{11}{2}$ u binarnom sustavu iznosi $(101.1)_2$, a njegov prikaz u formatu jednostruke preciznosti glasi:

d) (3 boda) Izračunajte koliko ima fp-brojeva u formatu jednostruke preciznosti?

e) (1 bod) Prema IEEE standardu `Inf` označava situaciju kada je rezultat aritmetičke operacije suviše velik da bi mogao biti prikazan kao fp-broj. **T** **N**

f) (1 bod) Navedite jedan primjer aritmetičke operacije u fp–aritmetici kod koje se javlja dokidanje značajnih znamenaka.

3. (5 bodova) Neka je zadana matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

a) (3 boda) Gaussovom metodom eliminacija s parcijalnim pivotiranjem odredite matrice P, L i U tako da vrijedi $PA = LU$.

b) (2 boda) Koristeći PLU faktorizaciju iz a) riješite linearni sustav $Ax = b$, ako je $b = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -4 \end{bmatrix}^T$.

4. (5 bodova)

a) (2 boda) Napišite definiciju pozitivno definitne matrice te navedite jedan kriterij pomoću kojeg provjeravamo je li simetrična matrica pozitivno definitna.

b) (2 boda) Izračunajte faktorizaciju Choleskog matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 14 \\ 4 & 14 & 29 \end{bmatrix}.$$

c) (1 bod) Navedite barem jednu prednost algoritma faktorizacije Choleskog u odnosu na standardnu LU faktorizaciju.

Okrenite!

:-) (6 bodova) *Jedan malo zanimljiviji zadatak...*

a) (1 bod) Koristeći definiciju pozitivno definitne matrice pokažite da su pozitivno definitne matrice regularne.

b) (2 boda) Jesu li svi dijagonalni elementi pozitivno definitne matrice pozitivni? Objasnite svoj odgovor!

c) (3 boda) Bez računanja svojstvenih vrijednosti odredite koliko matrica

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \end{bmatrix}$$

ima pozitivnih, koliko negativnih, a koliko svojstvenih vrijednosti koje su jednake nula.

Napomene:

- Vrijeme pisanja je **90 minuta**.
- Dozvoljena je upotreba džepnog kalkulatora (koji nije HP, odnosno nije programabilan).
- Zadatak : −) nosi ekstra-bodove koji će biti dodani ukupnom zbroju bodova na kraju semestra. Ovaj zadatak **nije obavezan** za rješavanje!