

1. međuispit iz Numeričke matematike
21.03.2011.

1. (4 boda)

- a) **(1 bod)** Neka je y , $y \neq 0$, točna vrijednost, a \hat{y} aproksimacija dobivena nekim numeričkim postupkom. Napišite kako se definira relativna greška.
- b) **(1 bod)** Derivaciju funkcije f aproksimiramo centralnom diferencijom pri čemu vrijedi (nadopunite mjesto s točkicama):

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + \mathcal{O}(\dots). \quad (1)$$

- c) **(2 boda)** Izračunajte aproksimaciju derivacije funkcije $f(x) = x^3 + x$ u točki $x = 3$ pomoću centralne diferencije za $h = 0.1$, te odredite relativnu pogrešku koja je pritom napravljena.

2. (5 bodova)

- a) **(1 bod)** Kako se prikazuje NaN u IEEE formatu jednostruke preciznosti?
- b) **(3 boda)** Odredite prvi fp-broj u IEEE formatu jednostruke preciznosti koji je veći od 30.
- c) **(1 bod)** Neka je zadana kvadratna jednadžba $ax^2 + bx + c = 0$ gdje je $b^2 \gg 4ac$, čija rješenja želimo za dane pozitivne ulazne koeficijente a, b, c isprogramirati u računalu. Tada je za jedno od rješenja prikladnije koristiti formulu:

$$\text{A) } x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{B) } x_2 = \frac{2c}{(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}.$$

3. (8 bodova)

- a) **(1 bod)** Svaka regularna matrica ima LU faktORIZACIJU. T N
- b) **(1 bod)** Inverz permutacijske matrice P je matrica P^T . T N
- c) **(6 bodova)** Gaussovom metodom eliminacija s parcijalnim pivotiranjem odredite matrice P, L, U tako da je $PA = LU$ i koristeći dobivenu faktORIZACIJU riješite sustav $Ax = b$ ako je zadano:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. (8 bodova)

- a) **(1 bod)** Svojstvene vrijednosti simetrične pozitivno definitne matrice su i
- b) **(2 boda)** Navedite dvije prednosti korištenja algoritma Choleskog za rješavanje sustava (za matrice sustava na kojima je provediv) u odnosu na korištenje standardne LU faktORIZACIJE.
- c) **(2 boda)** Neka je $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simetrična pozitivno definitna matrica. Objasnite kako biste poznavanjem rastava Choleskog $A = GG^T$ izračunali determinantu matrice A .
- d) **(3 boda)** Odredite faktORIZACIJU Choleskog za matricu

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 5 & 13 \\ 6 & 13 & 43 \end{bmatrix}$$

UPUTE ZA ISPIT

Dozvoljena je upotreba običnih kalkulatora. Svaki od 4 zadataka započnite rješavati na novom listu papira. Sve odgovore pišite u svojim papirima a ne na ispitnim pitanjima (uz naznaku koji zadatak rješavate.) Ispitna pitanja **obavezno** treba predati !