

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Osnove elektroničkih mjerenja i instrumentacije

Riješeni zadaci

Vedran Bilas
Darko Vasić

**FOTOKOPIRANO
S DOZVOLOM
AUTORA**

Zagreb, 2013.



Sadržaj

1. Mjerna nesigurnost, multimeter	5
1.1. Sustavna pogreška	5
1.2. Preciznost i iskazivanje mjernog rezultata	5
1.3. Točnost i relativna pogreška	7
1.4. Složena mjerna nesigurnost i korelacija	8
1.5. Zadaci s konačnim rješenjem	11
2. Statičke karakteristike senzora	15
2.1. Osnovne statičke karakteristike	16
2.2. Kompenzacija temperaturne ovisnosti osjetljivosti	19
2.3. Kompenzacija pomaka nule i temperaturne ovisnosti pomaka nule	21
3. Elektromagnetske smetnje	25
3.1. Asimetrični spoj	25
3.2. Diferencijalni spoj	26
3.3. Plivajući spoj	28
3.4. Zadaci s konačnim rješenjem	31
4. Senzori	33
4.1. Piezoelektrički senzor sile	33
4.2. Temperaturni senzor u mosnom spoju	35
4.3. Induktivni senzor pomaka s promjenom reluktancije	37
4.4. Hallov senzor	39
4.5. Optički senzor (fotodioda)	41
5. Pojačala	45
5.1. Invertirajuće pojačalo	45
5.2. Utjecaj unutarnjeg otpora generatora na pojačanje	46
5.3. Neinvertirajuće pojačalo	47
5.4. Ukupni napon pomaka operacijskog pojačala	48
5.5. Temperaturna ovisnost ukupnog napona pomaka	50
5.6. Diferencijalno pojačalo izvedeno jednim operacijskim pojačalom	51
5.7. Spoj diferencijalnog pojačala i otporničkog mosta	54
5.8. Instrumentacijsko pojačalo	56
5.9. Zadaci s konačnim rješenjem	58
6. Šum pojačala	61
6.1. Definiranje naponskog izvora šuma	61
6.2. Šum otpornika i serijskog spoja dva otpornika, zbrajanje izvora šuma	62

27.04.14!

6.3.	Šum operacijskog pojačala, strujno-naponski model šuma pojačala	64
6.4.	Spektralna gustoća naponskog šuma pojačala	66
6.5.	Šum invertirajućeg pojačala	69
6.6.	Zadaci s konačnim rješenjem	71
7.	Referentni naponski izvori	73
7.1.	Osnovni spoj s Zenerovom diodom	73
7.2.	Zenerova dioda i operacijsko pojačalo	75
7.3.	Izvor referentnog napona <i>bandgap</i> tipa	77
7.4.	Zadaci s konačnim rješenjima	80
8.	Analogno-digitalna pretvorba	81
8.1.	Naponsko-frekvencijski (U/f) pretvornik	81
8.2.	Analogno-digitalni pretvornik s dvostrukim pilastim naponom	83
8.3.	Analogno-digitalni pretvornik sa sukcesivnom aproksimacijom	86
8.4.	Sigma-delta analogno-digitalni pretvornik	87
8.5.	Zadaci s konačnim rješenjima	91

1. Mjerna nesigurnost, multimeter

1.1. Sustavna pogreška

Koristeći digitalni multimeter, izmjerili ste otpor otpornika definirane točne vrijednosti otpora $100\ \Omega$. Multimeter je pokazivao broj $109,3\ \Omega$. Otpornik je s multimetrom spojen dugačkim dvožičnim kabelom. Opišite na koji način otpor kabela unosi sustavnu pogrešku u mjerenje te kako je možete ukloniti. Korigirajte izmjerenu vrijednost otpora otpornika ako je otpor kabela $10,0\ \Omega$.

Rješenje

Otpor kabela R_k je u serijskom spoju s otporom R otpornika. Umjesto da mjeri otpor R , multimeter zapravo mjeri vrijednost $R_m = R_k + R$. Sustavna pogreška (utjecaj kabela na mjerenje otpornika) može se ukloniti:

- **promjenom mjernog postava ili metode** (u ovom slučaju: upotreba kraćeg kabela s manjim otporom, izravno spajanje otpornika na stezaljke multimetra ili upotreba četveroelektrodnog mjerenja)
- **korekcijom mjerenja** (u ovom slučaju: oduzimanje otpora kabela od mjerene vrijednosti, pri čemu se otpor kabela može izmjeriti odspajanjem otpornika i kratkim spajanjem krajeva kabela gdje je bio spojen otpornik)

Otpor kabela je $R_k = 10,0\ \Omega$, a izmjerena vrijednost je $R_m = 109,3\ \Omega$. To znači da je vrijednost otpora otpornika korigirana za sustavnu pogrešku koju unosi kabel:

$$R = R_m - R_k = 109,3\ \Omega - 10,0\ \Omega = 99,3\ \Omega. \quad (1)$$

1.2. Preciznost i iskazivanje mjernog rezultata

Multimeter prilikom mjerenja otpora definirane točne vrijednosti $100\ \Omega$ pokazuje vrijednosti s razlučivošću od $0,01\ \Omega$ koje se mijenjaju u intervalu od $109,27\ \Omega$ do $109,33\ \Omega$. Uz upotrebu odgovarajuće softverske podrške, multimeter omogućuje prebacivanje 1000 uzastopnih mjerenja na osobno računalo. Nakon grupiranja rezultata po istim vrijednostima, dobiva se sljedeća tablica:

Izmjerena vrijednost [Ω]	109,27	109,28	109,29	109,30	109,31	109,32	109,33
Broj pokazivanja	3	58	258	393	238	47	3

Mjereni se rezultati rasipaju oko srednje vrijednosti po normalnoj razdiobi. Iskažite preciznost uređaja.

Rješenje

Izmjerene vrijednosti otpora je potrebno prvo korigirati za sustavne pogreške. Pod pretpostavkom da je jedina poznata sustavna pogreška utjecaj kabela kao u zadatku 1.1., od svih izmjerenih vrijednosti treba oduzeti otpor kabela od $10,0 \Omega$. Sada tablica s korigiranim rezultatima izgleda ovako:

Izmjerena vrijednost, $R_i [\Omega]$	99,27	99,28	99,29	99,30	99,31	99,32	99,33
Broj pokazivanja, N_i	3	58	258	393	238	47	3

Budući da se mjerni rezultati rasipaju oko srednje vrijednosti po normalnoj razdiobi, možemo za $n=7$ (ukupni broj intervala od 99,27 Ω do 99,33 Ω) ocijeniti sljedeće parametre:

- srednja vrijednost mjerenja \bar{R} :

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i R_i}{\sum_{i=1}^n N_i} = \frac{(3 \cdot 99,27 + 58 \cdot 99,28 + 258 \cdot 99,29 + 393 \cdot 99,30 + 238 \cdot 99,31 + 47 \cdot 99,32 + 3 \cdot 99,33) \Omega}{1000} = 99,30 \Omega, \quad (2)$$

- standardna devijacija mjerenja σ_R :

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n N_i (R_i - \bar{R})^2} = 0,01 \Omega. \quad (3)$$

Znajući standardnu devijaciju σ_R i srednju vrijednost \bar{R} , možemo odrediti funkciju gustoće vjerojatnosti $p(R)$. U slučaju normalne (Gaussove) razdiobe:

$$p(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{R - \bar{R}}{\sigma_R}\right)^2\right]. \quad (4)$$

Vjerojatnost da će pokazana vrijednost prilikom mjerenja otpora pod istim uvjetima biti unutar intervala $\pm\Delta R$ oko srednje vrijednosti \bar{R} je dana kao:

$$P(\pm\Delta R) = \int_{\bar{R}-\Delta R}^{\bar{R}+\Delta R} p(R) dR. \quad (5)$$

Interval $\pm\Delta R$ naziva se **interval pouzdanosti**, a njemu pridružena vjerojatnost $P(\pm\Delta R)$ **razina pouzdanosti**. Mjerni rezultat se izražava srednjom vrijednošću mjerenja te pripadajućim intervalom i razinom pouzdanosti. Najčešće se upotrebljavaju razine pouzdanosti od 68,3%, 95% ili 99,7%. Te vjerojatnosti u slučaju normalne razdiobe odgovaraju intervalima pouzdanosti od $\pm\sigma_R$, $\pm2\sigma_R$ ili $\pm3\sigma_R$. Srednja vrijednost mjerenja otpora je $\bar{R}=99,30\ \Omega$, a standardna devijacija $\sigma_R=0,01\ \Omega$. Prema tome, mjerni rezultat se izražava u ovisnosti o željenoj razini pouzdanosti na sljedeći način:

Pouzdanost	Rezultat
68,3%	$(99,30\pm0,01)\ \Omega$
95%	$(99,30\pm0,02)\ \Omega$
99,7%	$(99,30\pm0,03)\ \Omega$

Kod stvarnog multimetra, proizvođač bi ograničio prikaz na prve tri znamenke (tzv. **značajne znamenke**), tako da bi pokazana vrijednost otpora bila nepromjenjiva. Treba imati na umu da to ne znači da je uređaj savršeno precizan. Također, tim je postupkom smanjena **razlučivost** uređaja (0,1 Ω umjesto 0,01 Ω). U preciznijim mjernim aplikacijama treba izražavati rezultate na otprilike 1 znamenku više nego što je to određeno preciznošću – time se ostavlja mogućnost stvarne ocjene preciznosti te se izbjegava propagacija grešaka zaokruživanja na značajne znamenke rezultata.

1.3. Točnost i relativna pogreška

Ako multimetar pokazuje vrijednost 99,3 Ω , odredite točnost mjerenja otpora koristeći podatke proizvođača mjernog instrumenta. U specifikacijama značajki instrumenta može se pronaći sljedeća tablica:

Opseg	Razlučivost	Točnost
200 Ω	0,1 Ω	$\pm(0,8\% + 3\text{ digita})$
2 k Ω	1 Ω	$\pm(0,8\% + 1\text{ digita})$
20 k Ω	10 Ω	
200 k Ω	100 Ω	
2 M Ω	1 k Ω	$\pm(1\% + 2\text{ digita})$

Izrazite konačni mjerni rezultat, odredite mjernu nesigurnost i odredite relativnu pogrešku mjerenja.

Rješenje

U ovome slučaju, proizvođač mjernog instrumenta navodi točnost instrumenta i to u obliku uniformne gustoće razdiobe u intervalu $\pm a$ oko pokazane vrijednosti. To znači da se stvarna

vrijednost otpora ($100\ \Omega$ u ovom slučaju) nalazi sigurno (razina pouzdanosti 100%) u intervalu $\bar{R} \pm a$.

S obzirom da je pokazana vrijednost $99,3\ \Omega$, uzima se točnost mjerenja specificirana za mjerni opseg $200\ \Omega$. Interval pouzdanosti $\pm a$ multimetra je specificiran kao $\pm(x\% + y \text{ digita})$ i može se izračunati kao:

$$a = \frac{x}{100} R + y \cdot r, \quad (6)$$

gdje je R pokazana vrijednost, r razlučivost mjernog instrumenta, x postotak očitane vrijednosti, a y najmanja značajna znamenka. U ovom slučaju vrijedi:

$$a = \frac{0,8}{100} \cdot 99,3\ \Omega + 3 \cdot 0,1\ \Omega = 1,1\ \Omega. \quad (7)$$

Prema tome, stvarna vrijednost otpornika nalazi se unutar intervala $(99,3 \pm 1,1)\ \Omega$ uz razinu pouzdanosti od 100%. Interval $\pm 1,1\ \Omega$ određuje **mjernu nesigurnost**, a uključuje utjecaj nepoznatih sustavnih pogrešaka (koje se zbog toga ne mogu ukloniti) i slučajnih pogrešaka.

Relativna pogreška mjerenja je definirana kao:

$$p = \frac{\text{izmjerena vrijednost} - \text{stvarna vrijednost}}{\text{stvarna vrijednost}} \cdot 100\%, \quad (8)$$

pa relativna pogreška mjerenja u ovom slučaju iznosi:

$$p = \frac{99,3\ \Omega - 100\ \Omega}{100\ \Omega} \cdot 100\% = -0,7\%. \quad (9)$$

1.4. Složena mjerna nesigurnost i korelacija

Snagu disipirana na otporniku se može odrediti mjereći pad napona na otporniku i struju koja protječe kroz otpornik. Ako su na raspolaganju dva multimetra, snaga se može odrediti na dva načina. Prvi je mjerenje napona, pa struje koristeći samo jedan multimetar, a drugi način je mjerenje napona jednim i struje drugim multimetrom. Ako su oba multimetra jednakih značajki, odredite koje mjerenje ima manju mjernu nesigurnost. Multimetri imaju mjernu nesigurnost mjerenja napona $0,2\ \text{V}$, a struje $0,01\ \text{A}$. Pad napona na otporniku je $100,0\ \text{V}$, a struja kroz otpornik je $2,00\ \text{A}$.

Rješenje

Ponekad se željena veličina mora izmjeriti neizravno, mjereći izravno neke druge veličine i koristeći fizikalni model koji povezuje stvarno izmjerene veličine i željenu veličinu. Ako se ovisnost veličine y o stvarno izmjerenim veličinama x_1, x_2, \dots, x_n napiše kao:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (10)$$

te ako je svaka od veličina $x_1, x_2 \dots x_n$ izmjerena s pripadajućom mjernom nesigurnošću $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$, onda se **mjerna nesigurnost neizravno izmjerene veličine** može napisati kao:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) \sigma_i \sigma_j}. \quad (11)$$

U gornjem izrazu, $r(x_i, x_j)$ je faktor korelacije između dvije slučajne varijable s devijacijama σ_i i σ_j i kovarijancom $\text{cov}(x_i, x_j)$:

$$r(\sigma_i, \sigma_j) = \frac{\text{cov}(x_i, x_j)}{\sigma_i \cdot \sigma_j}. \quad (12)$$

U konkretnom primjeru, snagu određujemo neizravno, mjereći struju i napon i koristeći relaciju:

$$P = UI. \quad (13)$$

Parcijalne derivacije gornjeg izraza su $\partial P / \partial U = I$ i $\partial P / \partial I = U$, a mjerne nesigurnosti su $\sigma_U = 0,2 \text{ V}$ i $\sigma_I = 0,01 \text{ A}$.

Ako koristimo oba multimetra, možemo pretpostaviti nekoreliranost mjerenja struje i napona, odnosno $r=0$. U tome slučaju, nesigurnost mjerenja snage je:

$$\begin{aligned} \sigma_{P2} &= \sqrt{I^2 \sigma_U^2 + U^2 \sigma_I^2 + 2UIr_{U,I} \sigma_U \sigma_I} = \\ &= \sqrt{(2 \text{ A} \cdot 0,2 \text{ V})^2 + (100 \text{ V} \cdot 0,01 \text{ A})^2} = 1,08 \text{ W} \approx 1,1 \text{ W}. \end{aligned} \quad (14)$$

Ako koristimo samo jedan multimeter, mjerenja struje i napona su u potpunosti korelirana, odnosno $r=1$. U tome slučaju, nesigurnost mjerenja snage je:

$$\begin{aligned}\sigma_{P1} &= \sqrt{I^2 \sigma_U^2 + U^2 \sigma_I^2 + 2UIr_{U,I} \sigma_U \sigma_I} = \\ &= \sqrt{(2 \text{ A} \cdot 0,2 \text{ V})^2 + (100 \text{ V} \cdot 0,01 \text{ A})^2 + 2 \cdot 100 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} \cdot 1 \cdot 0,2 \text{ V} \cdot 0,01 \text{ A}} = 1,4 \text{ W}.\end{aligned}\quad (15)$$

U prvom slučaju izmjerena snaga je $(200,0 \pm 1,1) \text{ W}$, a u drugom $(200,0 \pm 1,4) \text{ W}$. S obzirom da je $\sigma_{P1} > \sigma_{P2}$, jasno je da je mjerenje s dva multimetra povoljnije s gledišta mjerne nesigurnosti. Ovdje treba upozoriti da u stvarnosti korelacija nije nikada 0 ili 1. Tako su npr. dva istovjetna multimetra vjerojatno kalibrirana u istom laboratoriju i pod istim uvjetima, pa su njihova mjerenja ipak donekle kolerirana, tj. $r > 0$. Kod mjerenja jednim multimetrom, koristimo različite načine rada i mjerna područja, pa je i korelacija mjerenja napona i struje nešto manja od 1.

1.5. Zadaci s konačnim rješenjem

1. Snaga P se određuje **nekoreliranim** mjerenjima napona i otpora. Izrazite rezultat mjerenja snage ako je mjerna **nesigurnost** mjerenja napona **0,05 V**, a otpora **0,07 Ω** . Izmjereni napon je **10,00 V**, a otpor **20,00 Ω** .

Rješenje: $P = (5,000 \pm 0,053) \text{ W}$

2. Otpor otpornika R_1 je izmjeren **prvim multimetrom** i iznosi **1200 Ω** uz mjernu nesigurnost od **5 Ω** . Otpor otpornika R_2 je izmjeren **drugim multimetrom** i iznosi **2500 Ω** uz mjernu nesigurnost od **7 Ω** . Koliki je **otpor serijskog spoja** ta dva otpornika ako je faktor **korelacije** između dva multimetra **0,371**.

Rješenje: $R_S = (3700 \pm 10) \Omega$

3. Snaga trošila u krugu izmjenične struje određuje se iz mjerenja **napona** i **struje** trošila **jednim digitalnim multimetrom**. Struja trošila je **2,5 A** a napon na trošilu **160 V**. Izrazite rezultat mjerenja snage (**mjernu nesigurnost neizravno mjerene veličine**), koristeći podatke proizvođača multimetra prema sljedećim tablicama.

Točnosti mjerenja izmjeničnog napona

Opseg	Razlučivost	Točnost
4 V	1 mV	$\pm(1\%+5)$
40 V	10 mV	
400 V	100 mV	
750 V	1 V	$\pm(1,2\%+5)$

Točnosti mjerenja izmjenične struje

Opseg	Razlučivost	Točnost
400 μA	0,1 μA	$\pm(1,5\%+5)$
4000 μA	1 μA	
40 mA	0,01 mA	$\pm(2\%+5)$
400 mA	0,1 mA	
4 A	0,001 A	$\pm(2,5\%+5)$
10 A	0,01 A	

Rješenje: Uz pretpostavku da je $r = 1$ (jedan multimetar), $P = (400 \pm 16) \text{ W}$.

4. Istosmjerna komponenta napona je $U_{DC}=4 \text{ V}$, a **efektivna vrijednost** njoj superponirane **izmjenične** komponente je $U_{AC}=3 \text{ V}$. Izmjenična komponenta je **sinusnog** valnog oblika. Koristeći podatke proizvođača voltmetra **odredite pokazivanje** voltmetra na **AC** i **DC** području te **iskazite točnost mjerenja** za oba područja. Na AC području voltmetar ima odziv na ispravljenu srednju vrijednost, a prikazuje efektivnu vrijednost uz pretpostavku sinusnog valnog oblika. Kolika je ukupna **efektivna vrijednost signala**?

Točnosti mjerenja istosmjernog napona

Opseg	Razlučivost	Točnost
500 mV	0,1 mV	$\pm(0,8\%+3)$
5 V	1 mV	
50 V	10 mV	$\pm(0,8\%+1)$
500 V	100 mV	
2000 V	1 V	$\pm(1\%+3)$

Točnosti mjerenja izmjeničnog napona

Opseg	Razlučivost	Točnost
5 V	1 mV	$\pm(1\%+5)$
50 V	10 mV	
500 V	100 mV	
1000 V	1 V	$\pm(1,2\%+5)$

Rješenje: DC područje: $(4,000 \pm 0,033) \text{ V}$; AC područje: $(3,000 \pm 0,035) \text{ V}$; $U_{ef} = 5 \text{ V}$.

5. Otpor otpornika se mjeri s dva multimetra U/I metodom. **Pad napona** na otporniku izmjeren prvim multimetrom je **5,40 V**, a **struja** kroz otpornik izmjerena drugim multimetrom je **5,00 mA**. **Mjerna nesigurnost prvog** multimetra na mjernom području je **0,04 V**, a **drugog 0,01 mA**. Mjerenja imaju faktor **korelacije -0,15**. Izrazite rezultat mjerenja otpora U/I metodom i usporedite ga s mjerenjem otpora **jednim multimetrom** koji pokazuje **1,076 kΩ**, a čiji su podaci o točnosti dani Tablicom 1. Odgovorite koje je mjerenje točnije, a koje preciznije pod uvjetom da je **stvarni otpor otpornika 1079,000 Ω**.

Podaci proizvođača o točnosti mjerenja otpora

Opseg	Razlučivost	Točnost
400 Ω	0,1 Ω	$\pm(1,2\%+2)$
4 kΩ	1 Ω	$\pm(1\%+2)$
40 kΩ	10 Ω	
400 kΩ	100 Ω	
4 MΩ	1 kΩ	$\pm(1,2\%+2)$
40 MΩ	10 kΩ	$\pm(1,5\%+2)$

Rješenje: Dva multimetra: $R_2 = (1080,0 \pm 8,6) \Omega$; jedan multimetar: $R_1 = (1,076 \pm 0,013) \text{ k}\Omega$. Točnije i preciznije je mjerenje s dva multimetra.

6. Tijekom mjerenja **istosmjernog napona** digitalni multimetar pokazuje broj **250,3** na **mjernom području 400 mV**, a **0,250** na **mjernom području 4 V**. Iskažite oba rezultata mjerenja korištenjem podataka proizvođača multimetra iz Tablice 1. Koji je rezultat precizniji?

Podaci proizvođača o točnosti mjerenja istosmjernog napona

Range	Resolution	Accuracy
400 mV	0,1 mV	$\pm(0,8\%+3)$
4 V	1 mV	$\pm(0,8\%+1)$
40 V	10 mV	
400 V	100 mV	
1000 V	1 V	$\pm(1\%+3)$

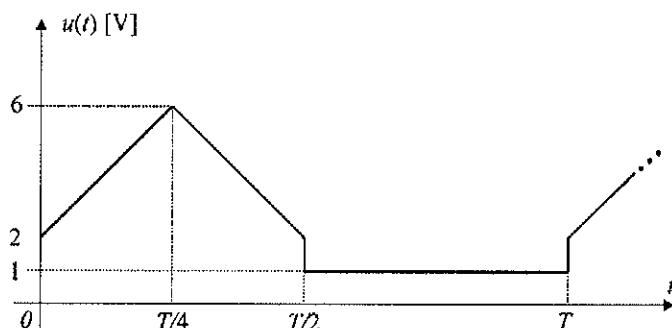
Rješenje: Za mjerno područje 400 mV rezultat je $(250,3 \pm 2,3) \text{ mV}$, za mjerno područje 4 V rezultat je $(0,250 \pm 0,003)$, tj. $(250 \pm 3) \text{ mV}$. Precizniji je prvi rezultat. Za dodatnu vježbu: što je preciznije 250,3 mV ili 250,0 mV?

7. Na multimetar s odzivom na srednju vrijednost i pokazivanjem efektivne vrijednosti sinusnog signala spojen je signal valnog oblika $u_{ul} = 3 \sin(2\pi f t) + 3 \text{ [V]}$. Multimetar uz izmjeničnu (AC) vezu na ulazu ima točnost od $\pm(1\% + 5 \text{ znamenki})$, a uz istosmjernu (DC) vezu na ulazu točnost od $\pm(0,8\% + 1 \text{ znamenka})$. U oba slučaja razlučivost prikaza je **1 mV**. Zanemarujući sve pogreške, odredite pokazivanje multimetra u slučajevima AC i DC veze na ulazu. Pretpostavljajući uniformnu razdiobu AC i DC mjerenja, odredite **interval** unutar kojeg se **sigurno nalazi ukupna efektivna vrijednost** signala.

Rješenje: AC pokazivanje: 2,1213 V, DC pokazivanje: 3,000 V. Minimalna efektivna vrijednost je

$$U_{ef,min} = \sqrt{U_{AC,min}^2 + U_{DC,min}^2} = 3,639 \text{ V}, \text{ maksimalna efektivna vrijednost je } U_{ef,max} = \sqrt{U_{AC,max}^2 + U_{DC,max}^2} = 3,710 \text{ V}$$

8. Na multimetar s odzivom na srednju vrijednost i pokazivanjem efektivne vrijednosti sinusnog signala spojen je napon periodičkog valnog oblika kao na slici. Odredite pokazivanje multimetra **razlučivosti 1 mV** u slučajevima **izmjenične veze (AC)**, odnosno **istosmjernje (DC)** veze na ulazu.



Rješenje: $U_{DC} = 2,500 \text{ V}$, $U_{AC} = 1,7000 \text{ V}$.

9. Nacrtajte blok shemu **digitalnog mjerila vremena**. Odredite **relativnu pogrešku mjerenja** uslijed asinkronosti ulaznih impulsa i impulsa referentnog oscilatora u slučaju mjerenja **perioda signala frekvencije 100 Hz**, ako se koristi **stabilni oscilator frekvencije 1 MHz**. Frekvencija ulaznog signala smanjuje se **4 puta**.

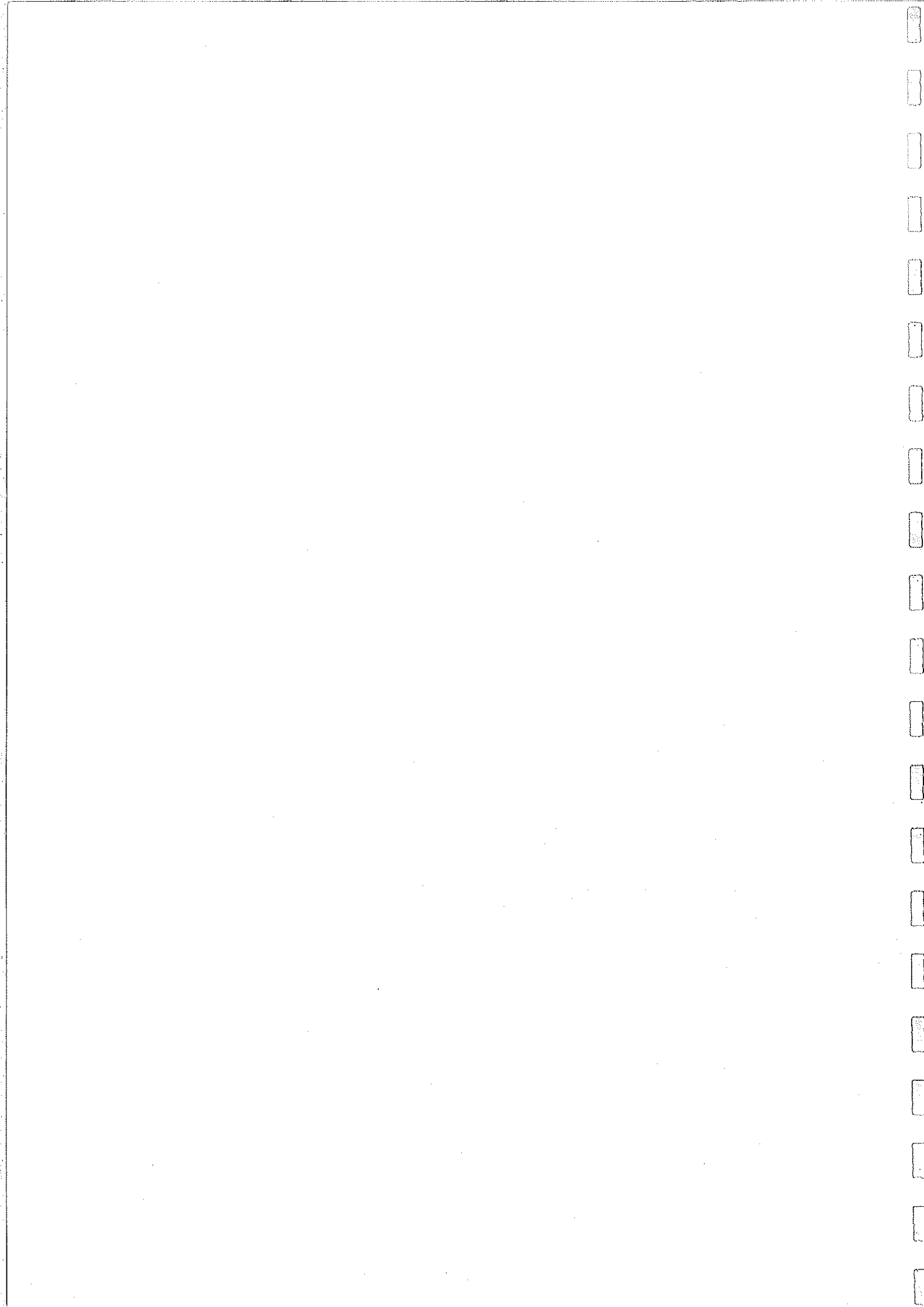
Rješenje: $p_r = 0,0025 \%$.

10. Isti signal frekvencije $f_M = 250 \text{ kHz}$ je spojen i na **mjerilo vremena** i na **mjerilo frekvencije**. Oba mjerila imaju isti precizni oscilator frekvencije $f_0 = 1 \text{ MHz}$ i isto vrijeme trajanja jednog mjerenja $T_S = 10 \text{ ms}$. Izračunajte **pogreške oba mjerila** na frekvenciji signala.

Rješenje: $p_{r,f} = 0,04 \%$, $p_{r,T} = 0,01 \%$. Mjerilo vremena je preciznije.

11. Isti signal frekvencije $f_M = 250 \text{ kHz}$ je spojen i na **mjerilo vremena** i na **mjerilo frekvencije**. Oba mjerila imaju isti precizni oscilator frekvencije f_0 i isto vrijeme trajanja jednog mjerenja $T_S = 100 \mu\text{s}$. Kolika mora biti frekvencija f_0 da bi **maksimalne pogreške oba mjerila** na frekvenciji signala bile **jednake**? Izračunajte tu pogrešku.

Rješenje: $f = 250 \text{ kHz}$, $p_r = 4 \%$.

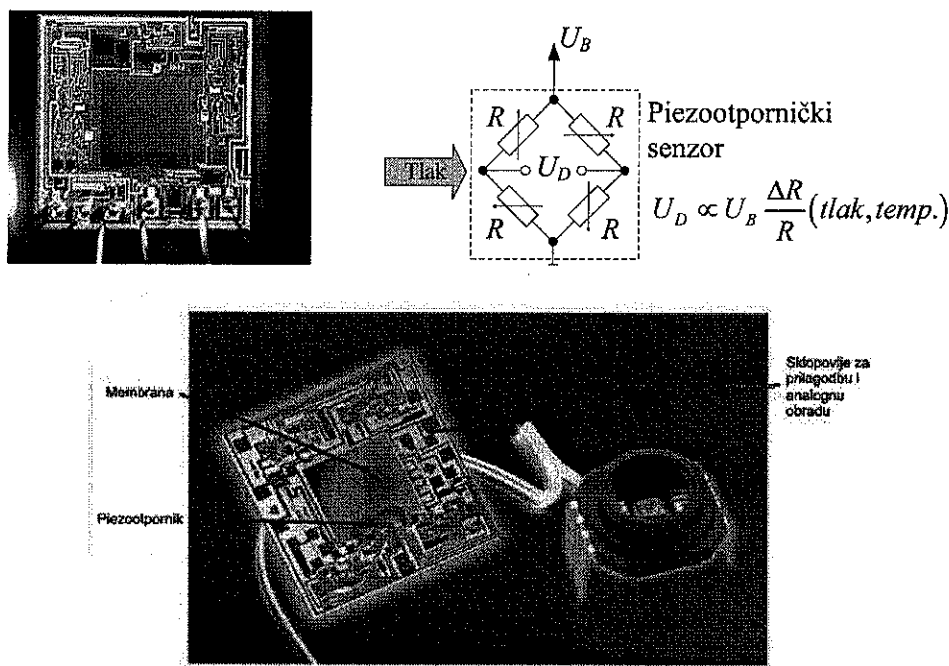


2. Statičke karakteristike senzora

Osnovne statičke karakteristike, njihova temperaturna ovisnost kao i načini korekcije obradit će se na primjeru piezootporničkih senzora tlaka.

Piezootpornost je svojstvo nekih materijala da mijenjanju električni otpor pod utjecajem vanjskih mehaničkih naprezanja. Za razliku od piezoelektričkog efekta, u slučaju piezeootpornosti ne dolazi do razdvajanja naboja, odnosno pojave razlike potencijala. Silicij ima izražena piezootporna svojstva, što se iskorištava u proizvodnji piezootporničkih senzora koji mehanička naprezanja (sila, tlak) pretvaraju u promjene otpora.

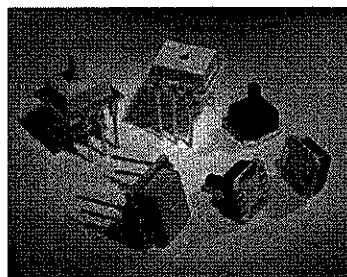
Poluvodički (silicijski) piezootpornički senzori tlaka su izvedeni na pločici silicija u obliku membrane okružene s četiri dopirana područja, Slika 2.1. Time su dobivena četiri piezootpornika koja mijenjaju svoj otpor u ovisnosti o mehaničkim naprezanjima membrane pod utjecajem promjena mjerenog tlaka. Piezootpornici se nalaze u mosnom spoju čime se promjene otpora pretvaraju u električni signal – napon dijagonale mosta. Prednosti piezootporničkih senzora tlaka su visoka osjetljivost, dobra linearnost na stalnoj temperaturi i izostanak histereze u cijelom mjernom području. Glavni nedostaci ovakvih senzora su veliki pomak nule te izražena ovisnost osjetljivosti i pomaka o temperaturi.



Slika 2.1. Piezootpornički senzor tlaka. U sredini pločice je vidljiva pravokutna membrana, a oko je integrirano elektroničko sklopovlje za kompenzaciju karakteristike senzora. Senzor je tipični predstavnik MEMS-a. Gore desno: shematski prikaz piezootporničkog mosta. Napon na dijagonali mosta je proporcionalan naponu napajanja i postotnoj promjeni otpora pod utjecajem promjena tlaka, ali i temperature.

Piezootpornički senzor tlaka se dobivaju istim tehnologijama kao i ostali integrirani krugovi na pločici silicija čime je otvorena mogućnost integracije senzora s pratećim

analognim i digitalnim sklopovljem na istoj pločici silicija, odnosno čipu, Slika 2.2. Takve složene strukture koje se sastoje od senzora (npr. membrane), aktuatora (npr. pumpe ili motori) i elektroničkog sklopovlja na istoj pločici silicija nazivaju se mikroelektromehaničke strukture (MEMS).



Slika 2.2. Pakiranje piezootporničkih senzora tlaka. Rupica ili cjevčica na kućištu vodi izravno do membrane.

Ako se radi o senzoru relativnog tlaka, s donje strane kućišta je također rupica, a ako se radi o senzoru apsolutnog tlaka ispod membrane je u siliciju izvedena vakumirana komora.

2.1. Osnovne statičke karakteristike

Piezootpornički senzor tlaka tvrtke *Silicon Microstructures* SM5310 ima značajke kao u Tablici 2.1. Iz tablice se vidi da je razlika između minimalnih i maksimalnih vrijednosti za sve značajke velika. Dakle, za svaki primjerak senzora je potrebno izmjeriti prijenosnu karakteristiku ako se žele saznati točne vrijednosti značajki. Prijenosna karakteristika raspoloživog senzora izmjerena na stalnoj temperaturi $T=25^{\circ}\text{C}$ dana je u Tablici 2.2. Iz podataka u Tablici 2.2 potrebno je odrediti pomak nule, raspon izlaznog napona, osjetljivost, lineariziranu karakteristiku i maksimalnu nelinearnost senzora, te usporediti s tablicom proizvođača.

Tablica 2.1. Značajke senzora SM5310 uz napajanje $U_B=5\text{ V}$ i na sobnoj temperaturi

Veličina	Min.	Typ.	Max.	Jedinica	Komentar
Mjerni opseg		30 PSI			$\sim 207\text{ kPa}$
Raspon izlaznog signala	115	165	195	mV	
Temp. koef. osjetljivosti	-15	-19	-24	%FS/100°C	FS – eng. <i>full scale</i> (puna skala)
Pomak nule	-50	0	50	mV	
Temp. koef. pomaka nule		± 7		%FS/100°C	
Ukupni otpor mosta	2,7	3,3	4,0	k Ω	
Temp. koef. otpora mosta	25	28	33	%/100°C	
Linearnost	-0,3	$\pm 0,05$	+0,3	%FS	

Tablica 2.2. Prijenosna karakteristika senzora na temperaturi $T=25\text{ }^{\circ}\text{C}$

Tlak, P_i [PSI]	Izlazni napon, $U_{izl,i}$ [mV]	Tlak, P_i [PSI]	Izlazni napon, $U_{izl,i}$ [mV]	Tlak, P_i [PSI]	Izlazni napon, $U_{izl,i}$ [mV]
0	27,000	10	75,453	20	123,827
1	31,835	11	80,302	21	128,641
2	36,674	12	85,150	22	133,449
3	41,516	13	89,996	23	138,251
4	46,360	14	94,839	24	143,046
5	51,207	15	99,680	25	147,833
6	56,055	16	104,518	26	152,613
7	60,904	17	109,352	27	157,383
8	65,754	18	114,181	28	162,145
9	70,604	19	119,007	29	166,898
				30	171,640

Rješenje

Pomak nule karakteristike senzora je jednak izlaznoj vrijednosti napona za $P=0$ PSI.

$$U_{os} = U_{izl}(0) = 27,000 \text{ mV}. \quad (16)$$

Raspon izlaznog napona je razlika najveće i najmanje vrijednosti izlaznog napona:

$$U_{izl,MAX} - U_{izl,MIN} = 171,640 \text{ mV} - 27,000 \text{ mV} = 144,640 \text{ mV}. \quad (17)$$

Osjetljivost senzora se definira kao omjer raspona izlaznog napona i mjernog opsega senzora:

$$S = \frac{U_{izl,MAX} - U_{izl,MIN}}{P_{MAX} - P_{MIN}} = \frac{144,640 \text{ mV}}{30 \text{ PSI}} = 4,8213 \frac{\text{mV}}{\text{PSI}}. \quad (18)$$

Linearizirana karakteristika se dobiva kao pravac koji minimizira ukupnu kvadratnu pogrešku u odnosu na izmjerene vrijednosti ("najmanji kvadrati"):

$$U_{izl} = aP + b. \quad (19)$$

Koeficijenti pravca se mogu dobiti iz Tablice 2.2 koristeći dobro znane izraze:

$$a = \frac{N \sum_{i=1}^N U_{izl,i} P_i - \sum_{i=1}^N U_{izl,i} \sum_{i=1}^N P_i}{N \sum_{i=1}^N P_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N P_i \right)^2}, \quad (20)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N U_{izl,i} - a \sum_{i=1}^N P_i}{N} \quad (21)$$

Uvrštavajući podatke iz Tablice 2.2 u izraze (20) i (21) dobiva se:

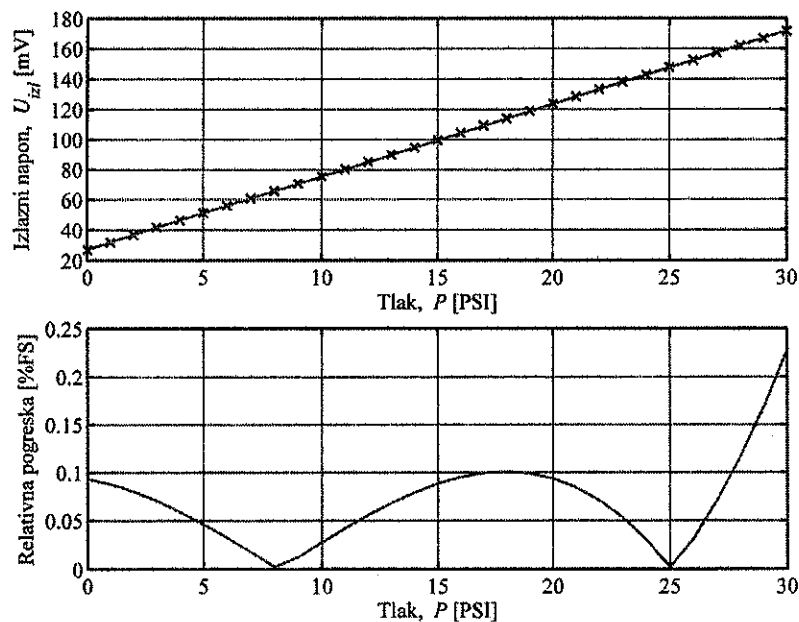
$$a = 4,8278 \frac{\text{mV}}{\text{PSI}}, \quad b = 27,1346 \text{ mV}. \quad (22)$$

Maksimalna nelinearnost je definirana kao najveće apsolutno odstupanje linearizirane karakteristike od izmjerenih vrijednosti, a izražava se kao postotak raspona izlaznog napona:

$$NL = \max \left| \frac{U_{izl,i} - (aP_i + b)}{U_{izl,MAX} - U_{izl,MIN}} \right| 100\% =$$

$$= \left| \frac{171,640 \text{ mV} - \left(4,8278 \frac{\text{mV}}{\text{PSI}} \cdot 30 \text{ PSI} + 27,1346 \text{ mV} \right)}{144,640 \text{ mV}} \right| 100\% = 0,227\%. \quad (23)$$

Slika 2.3. prikazuje podatke iz Tablice 2.2, lineariziranu karakteristiku i postotno odstupanje linearne karakteristike od izmjerenih vrijednosti.



Slika 2.3. Izmjereni podaci iz Tablice 2.2., linearizirana karakteristika i relativna pogreška.

Usporedbom gore izračunatih vrijednosti s podacima u Tablici 2.1 može se vidjeti da ispitivani primjerak senzora odgovara specifikacijama proizvođača.

2.2. Kompenzacija temperaturne ovisnosti osjetljivosti

Temperaturna ovisnost ukupnog otpora piezootporničkog senzora (otpor mosnog spoja piezootpornika između stezaljki napajanja mosta) se da aproksimirati sljedećim izrazom:

$$R_B = R_{B0} (1 + \alpha_B T), \quad (24)$$

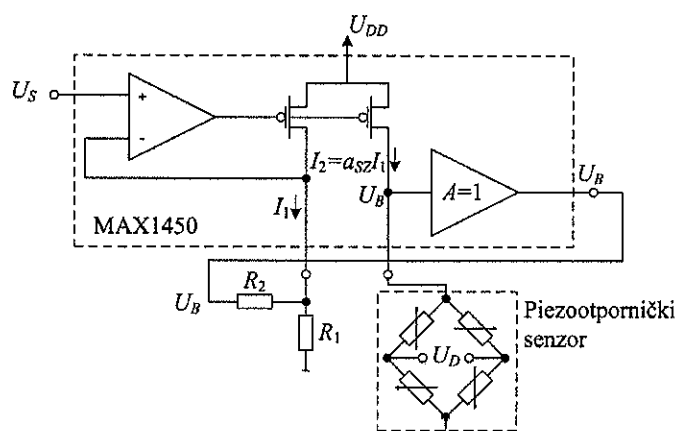
gdje je R_{B0} otpor mosta na referentnoj temperaturi, T temperaturna razlika u odnosu na referentnu temperaturu i α_B temperaturni koeficijent (u Ω/K ili $\Omega/^\circ C$). Ukoliko se zanemari postojanje pomaka nule, napon dijagonale mosta U_D je funkcija $f(P)$ mjenog tlaka P , napona napajanja mosta U_B i temperaturnog koeficijenta osjetljivosti mosta α_S koji je negativan (veća temperatura, manja osjetljivost):

$$U_D(P, T, U_B) = f(P) U_B (1 + \alpha_S T), \quad \alpha_S < 0 \quad (25)$$

Razmotrite način kompenzacije temperaturne ovisnosti osjetljivosti senzora upotrebom strujnog zrcala (npr. MAX1450, vidi www.maxim-ic.com).

Neka je temperaturni koeficijent osjetljivosti $\alpha_S = -21 \text{ \%FS}/100^\circ C$, ukupni otpor mosta na $0^\circ C$ $R_{B0} = 3 \text{ k}\Omega$, temperaturni koeficijent otpora mosta $\alpha_B = 28 \text{ \%}/100^\circ C$, i faktor strujnog zrcala $a_{SZ} = 13$. Izračunajte sve potrebne vrijednosti elemenata strujnog zrcala!

Rješenje



Slika 2.4. Upotreba strujnog zrcala u temperaturnoj stabilizaciji osjetljivosti senzora.

Sa Slike 2.4. se može vidjeti da vrijede sljedeći izrazi:

$$I_2 = a_{SZ} I_1, \quad (26)$$

$$\frac{U_s - U_B}{R_2} + \frac{U_s}{R_1} = I_1, \quad (27)$$

$$\frac{U_B}{R_B} = I_2. \quad (28)$$

Kombiniranjem gornjih izraza slijedi:

$$U_B = a_{SZ} U_s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{R_B}{1 + a_{SZ} \frac{R_B}{R_2}}. \quad (29)$$

Ako se uvrste temperaturne ovisnosti otpora mosta R_B i osjetljivosti senzora slijedi:

$$U_D(P, T, U_B) = f(P) a_{SZ} U_s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{R_{B0} (1 + \alpha_B T)}{1 + a_{SZ} \frac{R_{B0}}{R_2} (1 + \alpha_B T)} (1 + \alpha_s T). \quad (30)$$

Sređivanjem gornjeg izraza i zanemarivanjem kvadratne ovisnosti o temperaturi (član $\alpha_s \alpha_B T^2$) dobiva se sljedeći izraz:

$$U_D(P, T, U_B) = f(P) a_{SZ} U_s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{R_{B0}}{1 + a_{SZ} R_{B0} / R_2} \frac{1 + (\alpha_B + \alpha_s) T}{1 + \frac{a_{SZ} \alpha_B R_{B0} / R_2}{1 + a_{SZ} R_{B0} / R_2} T}. \quad (31)$$

Ako vrijedi

$$\alpha_B + \alpha_s = \frac{a_{SZ} \alpha_B R_{B0} / R_2}{1 + a_{SZ} R_{B0} / R_2}, \quad (32)$$

odnosno

$$R_2 = \frac{-\alpha_s a_{SZ} R_{B0}}{\alpha_B + \alpha_s}, \quad \alpha_s < 0, \quad (33)$$

diferencijalni napon mosta više nije ovisan o temperaturnim promjenama:

$$U_D(P) = f(P) a_{SZ} U_s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{R_{B0}}{1 + a_{SZ} R_{B0} / R_2}. \quad (34)$$

Ako se s U_{B0} označi:

$$U_{B0} = a_{SZ} U_S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{R_{B0}}{1 + a_{SZ} R_{B0} / R_2}, \quad (35)$$

temperaturno stabilizirani napon dijagonale mosta ima temperaturno neovisan oblik:

$$U_D(P) = f(P) U_{B0}. \quad (36)$$

Za konkretne numeričke podatke slijedi:

$$\begin{aligned} \alpha_S &= \frac{-21 \text{ \%FS}/100^\circ\text{C}}{\text{FS}} = \frac{-21 \cdot 144,640 \text{ mV}}{144,640 \text{ mV} \cdot 100 \cdot 100^\circ\text{C}} = -0,0021 \text{ } 1/^\circ\text{C} \\ \alpha_B &= 28\%/100^\circ\text{C} = \frac{28}{100 \cdot 100^\circ\text{C}} = 0,0028 \text{ } 1/^\circ\text{C} \\ R_2 &= \frac{-\alpha_S a_{SZ} R_{B0}}{\alpha_B + \alpha_S} = \frac{0,0021 \cdot 13 \cdot 3 \text{ k}\Omega}{0,0028 - 0,0021} = 117 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Napon U_S i otpornik R_1 odabiru se na temelju željene prijenosne karakteristike senzora, što je najlakše učiniti koristeći izraz (29). Ako se odabere nominalni napon mosta $U_B=5 \text{ V}$ (točan iznos će se mijenjati u ovisnosti o temperaturi) i $U_S=10 \text{ V}$ (mora biti temperaturno stabilan), iz izraza (29) slijedi $R_1=117 \text{ k}\Omega$ (provjerite!).

2.3. Kompenzacija pomaka nule i temperaturne ovisnosti pomaka nule

Ako se pomak nule senzora kojem je osjetljivost stabilizirana kao u prošlom zadatku ne može zanemariti, prijenosna karakteristika (36) je onda:

$$U_D(P, U_{OS}) = f(P) U_{B0} + U_{OS}. \quad (37)$$

Pomak nule U_{OS} piezootporničkog senzora ovisi o temperaturi i naponu napajanja i to prema empirijski utvrđenom izrazu:

$$U_{OS}(T) = k U_B (1 + \alpha_{OS} T), \quad (38)$$

gdje je k faktor proporcionalnosti naponu napajanja U_B . Pod pretpostavkom da je osjetljivost senzora temperaturno stabilizirana kao u prošlom zadatku, potrebno je razmotriti mogućnost kompenzacije pomaka nule koristeći zbrajalo. Odrediti sve elemente sklopa za kompenzaciju pomaka nule ako je pomak nule $U_{OS0}=27 \text{ mV}$ na referentnoj temperaturi od 0°C , temperaturni koeficijent pomaka nule $\alpha_{OS}=+7 \text{ \%FS}/100^\circ\text{C}$, $U_{B0}=5 \text{ V}$, a temperaturno stabilni napon napajanja cijelog mjernog lanca $U_{DD}=10 \text{ V}$.

Rješenje

Kompenziranjem temperaturne ovisnosti osjetljivosti namještanjem otpornika R_2 u prošlom zadatku postigla se neovisnost napona dijagonale mosta o temperaturi. Međutim, to je rezultiralo temperaturnom ovisnošću napona U_B :

$$U_D(P, T) = f(P)U_B(1 + \alpha_s T) \Rightarrow U_B(T) = \frac{U_D(P)}{f(P)(1 + |\alpha_s|T)}, \quad \alpha_s < 0. \quad (39)$$

Razvojem gornjeg izraza u Taylorov red i ostavljajući samo prva dva člana slijedi:

$$U_B(T) \approx \frac{U_D}{f(P)}(1 + |\alpha_s|T) \approx U_{B0}(1 + |\alpha_s|T). \quad (40)$$

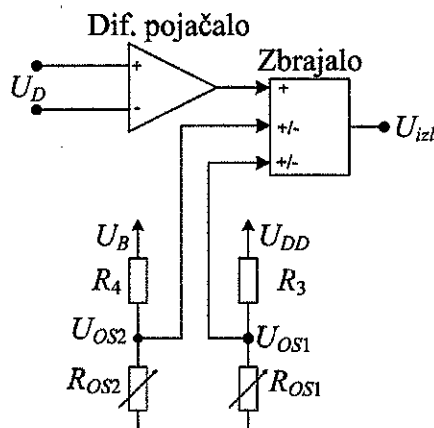
Uvrštavajući izraz (40) u (38):

$$U_{OS}(T) = k \frac{U_D}{f(P)}(1 + |\alpha_s|T)(1 + \alpha_{OS}T), \quad (41)$$

uz $U_{B0} = U_D/f(P)$ i ako se zanemari član $|\alpha_s|\alpha_{OS}T^2$ dobiva se

$$U_{OS}(T) \approx kU_{B0}[1 + (|\alpha_s| + \alpha_{OS})T] = \underbrace{kU_{B0}}_{=U_{OS1}} + \underbrace{kU_{B0}(|\alpha_s| + \alpha_{OS})T}_{=U_{OS2}}. \quad (42)$$

Iz izraza (42) je vidljivo da pomak nule ima približno linearnu ovisnost o temperaturi kao i napon napajanja mosta, iako ne s istim temperaturnim koeficijentom. Slika 2.5. pokazuje način kompenzacije pomaka nule upotrebom zbrajala.



Slika 2.5. Kompenzacija pomaka nule.

Diferencijalnom naponu U_D (temperaturno stabilna osjetljivost, vidi prošli zadatak) se dodaju ili oduzimaju naponi U_{OS1} i U_{OS2} definirani u (42). Napon U_{OS1} , koji ne ovisi o temperaturi, može se dobiti dijeljenjem temperaturno stabilnog napona napajanja cijelog mjernog lanca U_{DD} , a temperaturno ovisni napon U_{OS2} može se dobiti dijeljenjem napona U_B koji ima linearnu ovisnost o temperaturi (s koeficijentom α_S). Naponi U_{OS1} i U_{OS2} , odnosno otpornici R_{OS1} i R_{OS2} se podešavaju tako da u potpunosti ponište pomak nule.

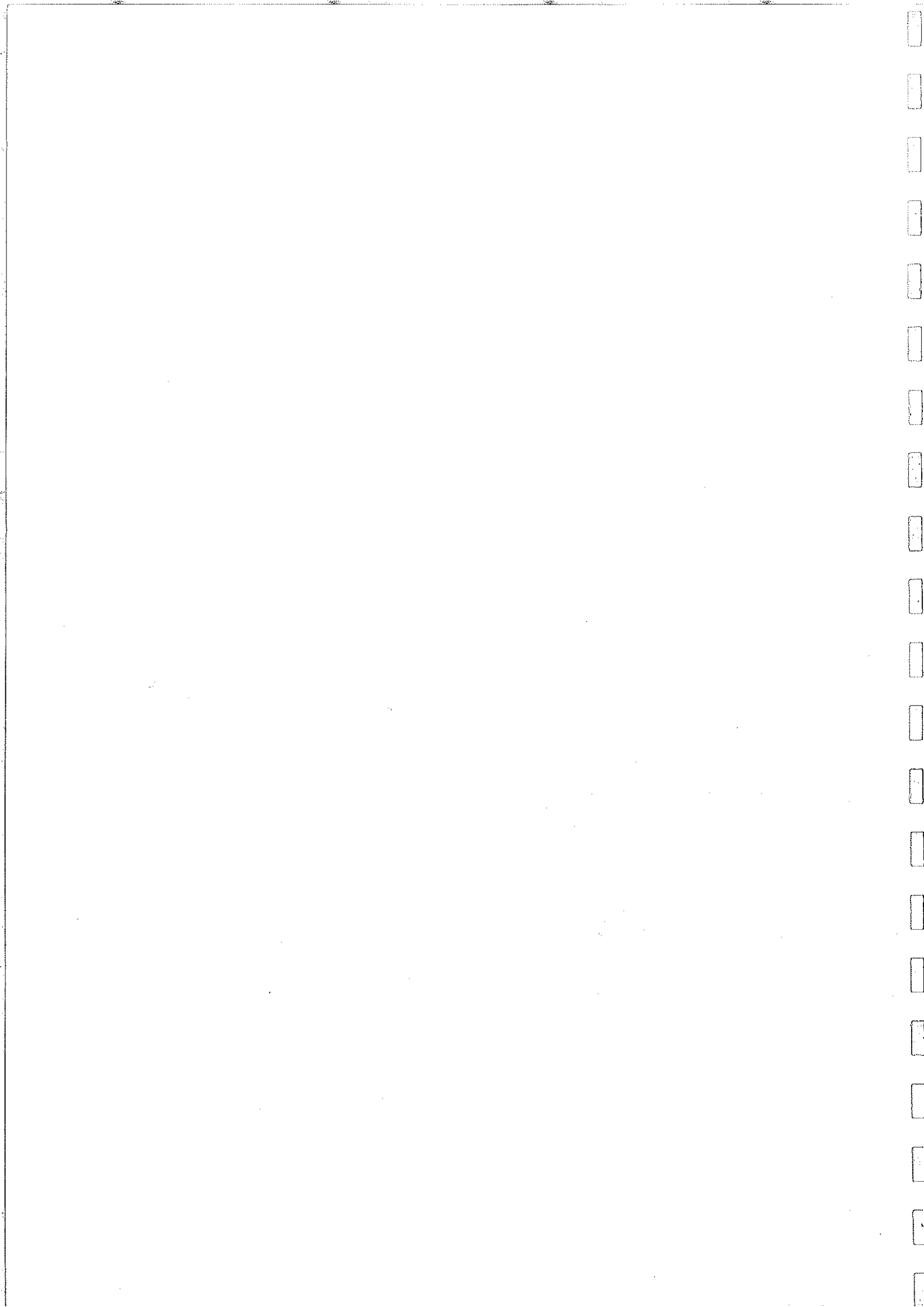
Za konkretne numeričke podatke slijedi:

$$\begin{aligned}U_B(T) &= U_{B0} (1 + |\alpha_S| T) = 5 \text{ V} (1 + 0,0021 \text{ } 1/^{\circ}\text{C} \cdot T), \\k &= \frac{U_{OS0}}{U_{B0}} = \frac{27 \text{ mV}}{5 \text{ V}} = 5,4 \cdot 10^{-3}, \\U_{OS}(T) &\approx k U_{B0} [1 + (|\alpha_S| + \alpha_{OS}) T] = 27 \text{ mV} [1 + (0,0021 + 0,0007) 1/^{\circ}\text{C} \cdot T] = \\&= 27 \text{ mV} [1 + (0,0028) 1/^{\circ}\text{C} \cdot T], \\\lambda_2 U_B(T) + \lambda_1 U_{DD} + U_{OS}(T) &= 0 \Rightarrow \lambda_2 = -7,2 \cdot 10^{-3} \text{ i } \lambda_1 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ (provjerite!)},\end{aligned}$$

gdje su λ_1 i λ_2 koeficijenti s kojima treba pomnožiti napone U_B i U_{DD} da bi pomak nule U_{OS} bio 0 V neovisno o temperaturi. Otpornike u djelilu treba odabrati tako da:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{R_{OS1}}{R_{OS1} + R_3} \Rightarrow \text{npr. } R_{OS1} = 100 \text{ } \Omega \text{ i } R_3 = 111 \text{ k}\Omega, \\\lambda_2 &= \frac{R_{OS2}}{R_{OS2} + R_4} \Rightarrow \text{npr. } R_{OS2} = 100 \text{ } \Omega \text{ i } R_4 = 13,79 \text{ k}\Omega.\end{aligned}$$

Napon U_{OS2} se oduzima, a napon U_{OS1} se zbraja s naponom U_D (na temelju predznaka λ_2 i λ_1).

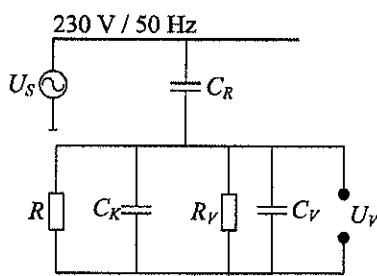


3. Elektromagnetske smetnje

3.1. Asimetrični spoj

Voltmetar je u asimetričnom spoju spojen dvožilnim kabelom duljine 5 m s otpornikom $R=1\text{ k}\Omega$. Izračunajte iznos smetnje uslijed kapacitivnog vezanja kabela s vodom gradske mreže 230 V i 50 Hz. Kapacitet između dva voda kabela je 100 pF/m, rasipni kapacitet prema vodu napajanja je 10 pF, a ulazna impedancija voltmetra je $1\text{ M}\Omega \parallel 25\text{ pF}$.

Rješenje



Slika 3.1. Nadomjesna shema spoja voltmetra i otpornika s dvožilnim kabelom i kapacitivnim vezanjem s vodom gradske mreže.

Kabel je dugačak 5 m pa je ukupni kapacitet između dva voda:

$$C_K = 5\text{ m} \cdot 100\text{ pF/m} = 0,5\text{ nF}.$$

Napon na ulazu voltmetra U_V je posljedica dijeljenja smetnje U_S preko rasipnog kapaciteta C_R i paralelnog spoja ulazne impedancije voltmetra, kapaciteta paralelnih vodova kabela i otpornika R :

$$U_V = U_S \frac{Z_P}{Z_P + \frac{1}{j\omega C_R}}, \quad (43)$$

gdje je

$$Z_P = \frac{(R \parallel R_V) \cdot \frac{1}{j\omega(C_K + C_V)}}{(R \parallel R_V) + \frac{1}{j\omega(C_K + C_V)}} = \frac{(R \parallel R_V)}{1 + j\omega(C_K + C_V)(R \parallel R_V)}. \quad (44)$$

Uvrštavajući izraz (44) u (43) dobiva se (provjerite!):

$$U_V = U_S \frac{j\omega C_R (R \parallel R_V)}{1 + j\omega (C_R + C_K + C_V) (R \parallel R_V)} \quad (45)$$

Iz danih podatke i izraza (45) slijedi da je $U_V = 0,722 \text{ mV}$ (provjerite!).

3.2. Diferencijalni spoj

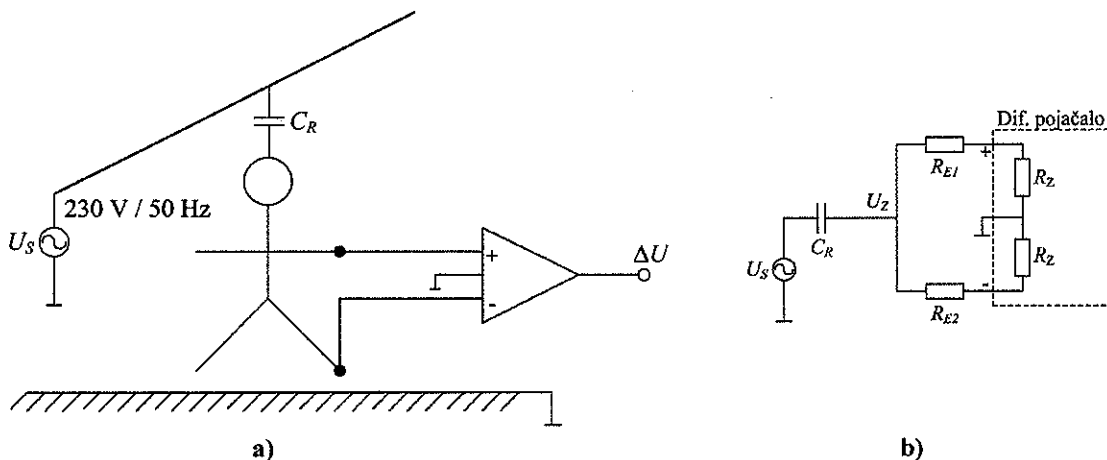
Pacijent je izoliran od mase i nalazi se na udaljenosti 1 m od vodiča gradske mreže 230 V, 50 Hz. Može se pretpostaviti da je efektivna površina pacijenta 1 m^2 . Pacijent je elektrodama spojen na elektrokardiograf (EKG). Impedancije elektroda su $20 \text{ k}\Omega$, odnosno $18 \text{ k}\Omega$, a impedancija obje ulazne priključnice diferencijalnog pojačala EKG-a prema zajedničkom potencijalu (zajednička ulazna impedancija) je $10 \text{ M}\Omega$. Nacrtajte nadomjesnu shemu mjernog kruga. Izračunajte zajednički napon na elektrodama, te diferencijalni napon na ulazu pojačala koji je posljedica razgođenih impedancija ulaznog kruga.

Rješenje

Pretpostavit ćemo da se kapacitet između pacijenta i gradske mreže može nadomjestiti kapacitetom pločastog kondenzatora uz površinu elektroda $S = 1 \text{ m}^2$ i razmakom $d = 1 \text{ m}$:

$$C_R = \epsilon_0 \frac{S}{d} = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \cdot \frac{1 \text{ m}^2}{1 \text{ m}} = 8,854 \text{ pF}.$$

Izvor smetnje je vod gradske mreže, Slika 2.a. Kapacitet pacijenta prema vodu mreže C_R i ukupna impedancija mosta sastavljenog od zajedničkih impedancija R_Z diferencijalnog pojačala i impedancija elektroda R_{E1} i R_{E2} čine djelilo kojim se ta smetnja preslikava na ulaz diferencijalnog pojačala (napon U_Z), Slika 2.b.



Slika 3.2. a) shematski prikaz mjernog kruga, b) nadomjesna shema

Napon smetnje (promatrat ćemo samo modul napona) na mostu kojeg čine impedancije elektroda i zajedničke impedancije pojačala je:

$$U_Z = U_S \left| \frac{j\omega C_R R_{most}}{1 + j\omega C_R R_{most}} \right| = U_S \frac{\omega C_R R_{most}}{\sqrt{1 + \omega^2 C_R^2 R_{most}^2}}, \quad (46)$$

gdje je ukupni otpor mosta:

$$R_{most} = (R_{E1} + R_Z) \parallel (R_{E2} + R_Z) = (18 + 10000) \parallel (20 + 10000) \text{ k}\Omega = 5009,5 \text{ k}\Omega. \quad (47)$$

Iz izraza (46) i danih vrijednosti slijedi da je napon zajedničke smetnje (na koži pacijenta) $U_Z = 3,2 \text{ V}$ (provjerite!).

Zbog neusklađenosti mosta, tj. nejednakih impedancija elektroda R_{E1} i R_{E2} , ta će se zajednička smetnja U_Z pojaviti kao diferencijalni napon na ulazu pojačala i kao takva će se pojačati s diferencijalnim pojačanjem i pribrojiti korisnom signalu (npr. EKG-u).

Diferencijalni napon na ulazu pojačala koji je posljedica zajedničke smetnje i razgođenih impedancija u ulaznom krugu pojačala je:

$$\Delta U = U_Z \left(\frac{R_Z}{R_{E1} + R_Z} - \frac{R_Z}{R_{E2} + R_Z} \right) = 3,2 \text{ V} \left(\frac{10 \text{ M}\Omega}{18 \text{ k}\Omega + 10 \text{ M}\Omega} - \frac{10 \text{ M}\Omega}{20 \text{ k}\Omega + 10 \text{ M}\Omega} \right) = 637 \text{ }\mu\text{V}. \quad (48)$$

Tako velik diferencijalni signal smetnje na ulazu pojačala je nedopustiv ako se žele mjeriti npr. biološki signali reda veličine $100 \text{ }\mu\text{V} - 1 \text{ mV}$.

Korisno je pogledati približni izraz za (48). Ako je $R_{E1}, R_{E2} \ll R_Z$ onda se može pokazati da je (provjerite!):

$$\Delta U \approx U_Z \frac{R_{E2} - R_{E1}}{R_Z} = 3,2 \text{ V} \frac{20 \text{ k}\Omega - 18 \text{ k}\Omega}{10 \text{ M}\Omega} = 640 \text{ }\mu\text{V}. \quad (49)$$

Iz izraza (49) je vidljivo što bi se moglo učiniti da se smanje smetnje u ovom slučaju.

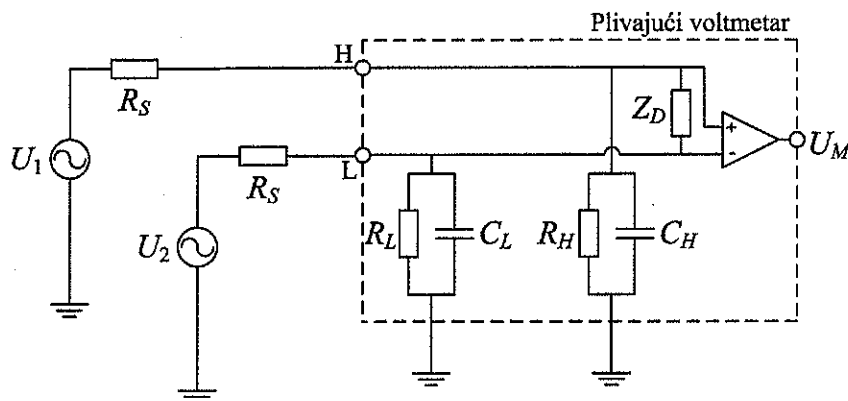
1. smanjiti R_{E1} i R_{E2} i njihovu razliku – ovo je teško kontrolirati, pogotovu u biomedicinskim aplikacijama gdje otpor sučelja elektroda-koža varira od pacijenta do pacijenta.
2. povećati faktor potiskivanja diferencijalnog pojačala – ovime se postiže vrlo malo poboljšanje, budući da je ukupni faktor potiskivanja određen razgođenim impedancijama elektroda.

3. smanjiti U_Z – u pravilu znači smanjivanje rasipnih kapaciteta (npr. oklapanjem), ali nije uvijek izvedivo.
4. plivajuće pojačalo – ovo je i najbolje rješenje kojim se povećava impedancija R_Z prema točki zajedničkog potencijala. Plivajuće pojačalo ima značajno veće impedancije prema točki zajedničkog potencijala nego diferencijalno pojačalo.

3.3. Plivajući spoj

Voltmetar s plivajućim ulazom ima impedanciju H stezaljke pojačala prema zajedničkom potencijalu $Z_H = 2 \text{ G}\Omega \parallel 12 \text{ pF}$ i impedanciju L stezaljke $Z_L = 1 \text{ G}\Omega \parallel 10 \text{ pF}$. Odredite maksimalni zajednički napon na ulazu voltmetra uz uvjet da je smetnja uslijed zajedničkog napona manja od $100 \mu\text{V}$ na frekvencijama 50 Hz, 1 kHz, 10 kHz i 100 kHz. Pretpostavite unutarnji otpor izvora napona na ulazu $R_S = 100 \Omega$, te beskonačnu diferencijalnu ulaznu impedanciju voltmetra.

Rješenje



Slika 3.3. Plivajući spoj

Idealnim voltmetrom bi se na svim frekvencijama mjerila isključivo razlika napona $U_D = U_1 - U_2$. Međutim, kako je to objašnjeno u zadatku 3.2., zbog asimetričnosti ulaznog kruga voltmetra, dio mjerenog diferencijalnog napona bit će posljedica zajedničkog signala na ulazu $U_Z = (U_1 + U_2)/2$. Plivajuće pojačalo tu smetnju smanjuje iznimno velikim impedancijama ulaznih stezaljki prema masi, Z_H i Z_L .

Kako prema pretpostavci zadatka $Z_D \rightarrow \infty$, mjereni diferencijalni napon je:

$$U_M = U_H - U_L = \frac{Z_H}{Z_H + R_S} U_1 - \frac{Z_L}{Z_L + R_S} U_2. \quad (50)$$

Kako bi se uočio udio ulaznog zajedničkog napona u mjerenom diferencijalnom naponu, gornji izraz se može zapisati kao:

$$\begin{aligned}
 U_M = U_H - U_L &= \frac{1}{2} \left(\frac{Z_H}{Z_H + R_S} + \frac{Z_L}{Z_L + R_S} \right) (U_1 - U_2) + \left(\frac{Z_H}{Z_H + R_S} - \frac{Z_L}{Z_L + R_S} \right) \frac{U_1 + U_2}{2} = \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{Z_H}{Z_H + R_S} + \frac{Z_L}{Z_L + R_S} \right) U_D + \left(\frac{Z_H}{Z_H + R_S} - \frac{Z_L}{Z_L + R_S} \right) U_Z = U_{signal} + U_{smetnja}.
 \end{aligned} \quad (51)$$

Iz gornjeg izraza se vidi da u slučaju vrlo velikih (otpor $10^{10} - 10^{14} \Omega$ i kapacitet od $10 - 1000$ pF) impedancija Z_H i Z_L , vrijedi:

$$\frac{Z_H}{Z_H + R_S} \approx 1 \text{ i } \frac{Z_L}{Z_L + R_S} \approx 1 \text{ za } Z_H, Z_L \gg R_S. \quad (52)$$

Što su Z_H i Z_L veći, to je koeficijent (diferencijalno pojačanje) uz U_D bliži jedinici, a koeficijent (zajedničko pojačanje) uz U_Z bliži nuli. Izrazi (51) i (52) ilustriraju temeljni princip rada **pojačala u plivajućoj izvedbi**. Impedancije Z_H i Z_L padaju porastom frekvencije (na visokim frekvencijama su te impedancije kapacitivnog karaktera), pa će i udio smetnje na višim frekvencijama (iznad nekoliko desetaka kiloherca) biti znatno veći. Zbog toga je dobro da su Z_H i Z_L međusobno što sličnije, iako to nije nužno na nižim frekvencijama (do nekoliko desetaka kiloherca).

U tekstu zadatka se traži da smetnja uslijed zajedničkog napona bude manja od $100 \mu V$ na frekvencijama 10 Hz, 1 kHz, 10 kHz i 100 kHz. Dakle,

$$\left(\frac{Z_H}{Z_H + R_S} - \frac{Z_L}{Z_L + R_S} \right) U_Z \leq 100 \mu V$$

Kako vrijedi:

$$Z_H = \frac{R_H}{1 + j\omega C_H R_H}, \quad (53)$$

$$Z_L = \frac{R_L}{1 + j\omega C_L R_L}, \quad (54)$$

uz jednostavno preuređivanje izraza može se pisati:

$$U_Z \left(\frac{R_H}{R_H + R_S} \frac{1}{1 + j\omega C_H \frac{R_H R_S}{R_H + R_S}} - \frac{R_L}{R_L + R_S} \frac{1}{1 + j\omega C_L \frac{R_L R_S}{R_L + R_S}} \right) \leq 100 \mu V, \quad (55)$$

Uvrštavajući numeričke vrijednosti u gornji izraz može se za tražene frekvencije dobiti granična vrijednost zajedničkog napona pri kojoj je njegov udio u mjerenom diferencijalnom signalu jednak $100 \mu\text{V}$, Tablica 3.1.

Tablica 3.1. Zajednički napon pri kojem je $U_{\text{smetnja}} = 100 \mu\text{V}$

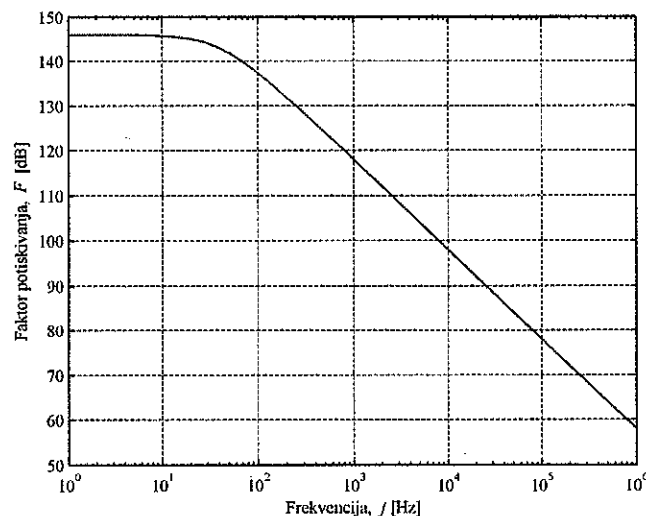
Frekvencija, f [Hz]	Maks. zajednička smetnja za $U_{\text{smetnja}} = 100 \mu\text{V}$, $U_{Z, \text{max}}$ [V]
50	1245
1000	80
10 k	8
100 k	0,8

Usporedbom rezultata za 50 Hz s rezultatom iz zadatka 3.2., vidi se da plivajuće pojačalo rezultira nekoliko puta manjom smetnjom uz zajednički signal koji je za čak tri reda veličine veći (1245 V u ovom zadatku prema 3,2 V u prošlom zadatku). Također se vidi da je imunost na zajedničku smetnju manja na višim frekvencijama.

Faktor potiskivanja je definiran kao omjer pojačanja diferencijalnog signala i pojačanja zajedničkog signala. Na temelju izraza (51), može se napisati:

$$F = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{Z_H}{Z_H + R_s} + \frac{Z_L}{Z_L + R_s} \right)}{\left(\frac{Z_H}{Z_H + R_s} - \frac{Z_L}{Z_L + R_s} \right)} \quad (56)$$

Brojnik gornjeg izraza je pojačanje diferencijalnog signala. U ovom slučaju ono je praktično jednako 1 i zanemarivo se mijenja na frekvencijama do 1 MHz. Nazivnik je pojačanje zajedničkog signala i brzo raste s frekvencijom. Frekvencijska ovisnost faktora potiskivanja za dane numeričke podatke je prikazana na Slici 3.4.



Slika 3.4. Frekvencijska ovisnost faktora potiskivanja za numerički primjer iz zadatka 3.3.

3.4. Zadaci s konačnim rješenjem

1. Vodič spojen na mjerni krug zaključen je otporom $10\text{ k}\Omega$. Paralelno vodiču na udaljenosti D prolazi vod rasvjetne mreže ($U_1=230\text{ V}$). Izračunajte **minimalnu udaljenost vodiča** tako da **efektivna vrijednost kapacitivne smetnje** bude **manja od $2,2\text{ mV}$** . Pretpostavite da oba vodiča imaju promjer $d=1\text{ mm}$ te da je kapacitet između dva paralelna vodiča dan izrazom $C_{12} = \pi\epsilon_0 / \ln(2D/d)$.

Rješenje: $D = 4,6\text{ m}$.

2. Na pojačalo s **asimetričnim** ulazom i **ulaznom impedancijom $10\text{ M}\Omega$ i 20 pF** kabelom je spojen naponski izvor. **Kabel** ima kapacitet od **5 pF** prema vodu gradske mreže. Kolike su **dozvoljene vrijednosti unutarnjeg otpora** naponskog izvora za koje je smetnja na ulazu pojačala **manja od $50\text{ }\mu\text{V}$ vršne vrijednosti**.

Rješenje: $R_g < 102,4\text{ }\Omega$.

3. Na elektronički voltmetar s asimetričnim ulazom i ulaznim otporom $10\text{ M}\Omega$ priključen je vodič koaksijalnog kabla. Oklop tog kabla je s vodom rasvjetne mreže (230 V , 50 Hz) spregnut preko koncentriranog kondenzatora kapaciteta $C_1 = 5\text{ pF}$. Oklop kabla je prema uzemljenju spregnut koncentriranim kondenzatorom kapaciteta $C_2 = 5\text{ pF}$. Kapacitet koncentriranog kondenzatora između oklopa i vodiča kabla $C_3 \gg C_1 + C_2$. **Nacrtajte nadomjesnu shemu i izračunajte napon smetnje** koji će se zbog ove kapacitivne veze pojaviti na ulazu voltmetra.

Rješenje: $U_{\text{smetnje}} = 3,61\text{ V}$.

4. Osciloskop je pasivnom mjernom sondom **x1** spojen na naponski izvor amplitude 1 V , frekvencije 1 MHz i unutarnjeg otpora $1\text{ k}\Omega$. Duljina kabla sonde je $1,5\text{ m}$, a kapacitet 60 pF/m . Ulazna impedancija osciloskopa je $1\text{ M}\Omega \parallel 30\text{ pF}$. **Nacrtajte nadomjesnu shemu spoja i odredite amplitude napona na zaslonu osciloskopa.**

Rješenje: $U_{\text{osc}} = 0,8\text{ V}$.

5. Diferencijalno pojačalo diferencijalnog pojačanja $A_D = 100$ i ulazne impedancije za svaku od stezaljki prema masi $R_{ul} = 1\text{ M}\Omega$ spojeno je na dijagonalu mosta s vrijednostima otpornika $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10\text{ k}\Omega$ koristeći središnje vodove dva koaksijalna kabla. Oklopi oba koaksijalna kabla su spojeni na način kojim se smanjuju smetnje zbog električnog polja. Kapacitet između aktivnog voda i oklopa svakog od kabla je 160 pF , a između oklopa i voda napajanja gradske mreže $230\text{ V} / 50\text{ Hz}$ je 200 pF . **Nacrtajte nadomjesnu shemu mjerenja koja uključuje i parazitne kapacitete, te odredite amplitudu smetnje** koja se pojavljuje na izlazu diferencijalnog pojačala ako se **oklop jednog od kabla odspoji**.

Rješenje: $U_{\text{smetnje}} = 4,32\text{ V}$.

6. Nacrtajte nadomjesnu shemu spoja naponskog izvora zajedničke smetnje i voltmetra s plivajućim ulazom. Izračunajte faktor potiskivanja zajedničke smetnje od 50 V. Unutarnji otpor izvora zajedničkog napona je $1000\ \Omega$, a impedancije stezaljki pojačala prema zajedničkom potencijalu su $2\ \text{G}\Omega$ i $1,5\ \text{G}\Omega$.

Rješenje: $F = 135\ \text{dB}$.

4. Senzori

4.1. Piezoelektrički senzor sile

Za mjerenje tlačnog naprezanja primjenjuje se piezoelektrički senzor s kristalom barijeva titanata ($\epsilon_r=5$) površine $1,5 \text{ cm}^2$, debljine $1,5 \text{ mm}$ i piezoelektričke konstante $0,1 \text{ nC/N}$. Senzor je kabelom duljine 5 m , specifičnog kapaciteta 80 pF/m spojen na elektronički voltmetar ulazne impedancije $10 \text{ M}\Omega \parallel 12 \text{ pF}$. Nacrtajte nadomjesnu električku shemu i odredite donju graničnu frekvenciju mjernog lanca. Koja sila djeluje na senzor, ako $2,5 \text{ ms}$ nakon početka djelovanja (stalne) sile voltmetar pokazuje 375 mV ? Apsolutna dielektrička konstanta $\epsilon_0=8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

Rješenje

Kod piezoelektričkog senzora naboj se generira uslijed djelovanja sile. Generirani naboj $q(t)$ je proporcionalan sili $F(t)$:

$$q(t) = \alpha F(t), \quad (57)$$

gdje je $\alpha=0,1 \text{ nC/N}$ piezoelektrička konstanta.

Deriviranjem izraza (57) slijedi:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \alpha \frac{dF(t)}{dt}, \quad (58)$$

gdje je $i(t)$ struja senzora proporcionalna derivaciji sile koja djeluje na senzor. Prelaskom u s (Laplaceovu) domenu i pod uvjetom da je sila započela djelovati tek u trenutku $t=0^+$ može se pisati:

$$I(s) = \alpha s F(s). \quad (59)$$

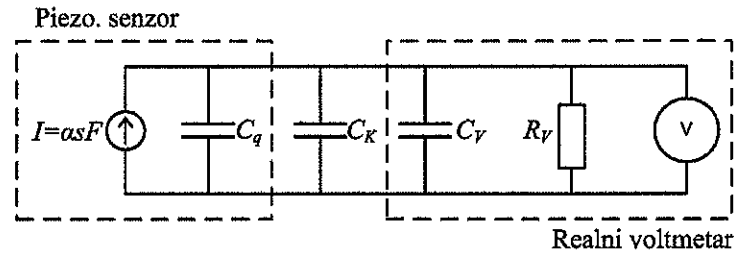
Odziv piezoelektričkog senzora se može dobro opisati nadomjesnim spojem strujnog izvora prema izrazu (59) i kondenzatora kapaciteta koji ovisi o površini kristala, udaljenosti kontakata na kristalu i njegovoj dielektričnosti. Kapacitet senzora je:

$$C_q = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = 8,854 \text{ pF/m} \cdot 5 \cdot \frac{1,5 \text{ cm}^2}{1,5 \text{ mm}} = 4,427 \text{ pF}. \quad (60)$$

Na senzor je spojen kabel ukupnog kapaciteta

$$C_K = 5 \text{ m} \cdot 80 \text{ pF/m} = 400 \text{ pF}. \quad (61)$$

Ukupna nadomjesna shema je dana na Slici 4.1.



Slika 4.1. Nadomjesna shema spoja piezoelektričkog senzora i voltmetra.

Prema Slici 4.1, napon koji mjeri voltmetar je (provjerite!)

$$U_V(s) = ZI = \frac{R_V}{1 + s(C_q + C_K + C_V)R_V} \alpha s F(s). \quad (62)$$

Iz izraza (6) je vidljivo da je donja granična frekvencija (skicirajte prijenosnu karakteristiku i odgovorite zašto je riječ o donjoj graničnoj frekvenciji!)

$$\begin{aligned} f_d &= \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{1}{2\pi(C_q + C_K + C_V)R_V} = \\ &= \frac{1}{2\pi(4,427 \text{ pF} + 400 \text{ pF} + 12 \text{ pF})10\text{M}\Omega} = \frac{1}{2\pi 4,164 \text{ ms}} = 38,22 \text{ Hz}, \end{aligned} \quad (63)$$

gdje je τ vremenska konstanta mjernog lanca. Iz (63) je vidljivo da najveći utjecaj na graničnu frekvenciju ima kapacitet kabela.

Pod pretpostavkom da je na senzor počela djelovati konstantna sila F_0 u trenutku $t=0^+$, može se pisati

$$F(s) = \frac{F_0}{s}, \quad (64)$$

odnosno

$$U_V(s) = \frac{\alpha F_0}{(C_q + C_K + C_V) s + \frac{1}{\tau}}. \quad (65)$$

U vremenskoj domeni mjereni napon $u_V(t)$ je

$$u_V(t) = \frac{\alpha F_0}{(C_q + C_K + C_V)} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (66)$$

S obzirom da je mjereni napon u trenutku $t_m=2,5$ ms $u_V(t_m)=375$ mV, iz izraza (66) se može dobiti (provjerite!)

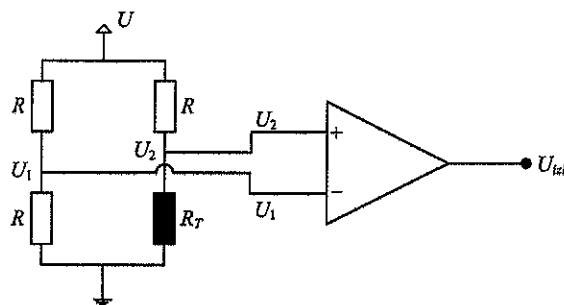
$$F_0 = 2,846 \text{ N}. \quad (67)$$

4.2. Temperaturni senzor u mosnom spoju

Mjerilo temperature izvedeno je pomoću otporničkog mosta kojem je u jednu granu spojen žičani otpornik s pozitivnim temperaturnim koeficijentom $3,96 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$ i nazivnim otporom $100 \text{ } \Omega$ na temperaturi 0°C . Ostali otpornici u mostu imaju otpor $100 \text{ } \Omega$ i zanemariv temperaturni koeficijent. Napon napajanja mosta je 5 V . Na dijagonalu mosta spojeno je diferencijalno pojačalo s asimetričnim izlazom. Diferencijalno pojačanje iznosi 20 dB , a faktor potiskivanja zajedničkog napona 100 dB .

Nacrtajte shemu sklopa i označite pojedine komponente. Odredite ovisnost napona na dijagonali mosta o temperaturi. Izračunajte izlazni napon diferencijalnog pojačala na temperaturi 50°C .

Rješenje



Slika 4.2. Temperaturni senzor u mosnom spoju s diferencijalnim pojačalom

Temperaturna ovisnost otpora otporničkog temperaturnog senzora (poput Pt100) može se vrlo dobro aproksimirati izrazom

$$R_T = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)], \quad (68)$$

gdje je R_0 otpor na temperaturi T_0 , a α temperaturni koeficijent. U zadatku je $R_0=R=100 \text{ } \Omega$, a $T_0=0^{\circ}\text{C}$. Potencijali na dijagonali mosta U_1 i U_2 su:

$$U_1 = U \frac{R}{R+R} = \frac{U}{2}, \quad (69)$$

$$U_2 = U \frac{R_T}{R + R_T} = U \frac{R(1 + \alpha \Delta T)}{R + R(1 + \alpha \Delta T)} = U \frac{1 + \alpha \Delta T}{2 + \alpha \Delta T}. \quad (70)$$

Napon dijagonale mosta je (provjerite!)

$$\Delta U = U_2 - U_1 = U \frac{\alpha \Delta T}{2(2 + \alpha \Delta T)}. \quad (71)$$

Uvrštavajući numeričke vrijednosti u izraze (69) i (70) slijedi

$$U_1 = 2,5 \text{ V}, \quad (72)$$

$$U_2 = 2,7252 \text{ V}. \quad (73)$$

Zajednički napon je prema definiciji

$$U_z = \frac{U_1 + U_2}{2} = 2,6126 \text{ V}, \quad (74)$$

a diferencijalni napon izračunat koristeći izraz (71)

$$\Delta U = 0,2252 \text{ V}. \quad (75)$$

Idealno diferencijalno pojačalo bi u potpunosti prigušilo napon U_z i pojačalo napon ΔU . Time bi ovisnost izlaznog napona U_{izl} o temperaturi imala manju nelinearnost, veću osjetljivost i manji pomak nule (pogledajte izraz (71), a za vježbu izvedite ovisnost zajedničkog napona o temperaturi!). Realno diferencijalno pojačalo ipak „propušta“ na izlaz dio zajedničkog napona i to sa zajedničkim pojačanjem:

$$A_z = \frac{A_D}{F}, \quad (76)$$

gdje je A_D diferencijalno pojačanje, a F faktor potiskivanja. Gornji izraz vrijedi ako su sve veličine izražene apsolutno. Naravno, ako su izražene u decibelima vrijedi:

$$(A_z)_{dB} = (A_D)_{dB} - (F)_{dB}. \quad (77)$$

Za dane numeričke vrijednosti:

$$A_D = 20 \text{ dB} = 10$$

$$F = 100 \text{ dB} = 10^5$$

$$A_z = -80 \text{ dB} = 10^{-4}$$

$$U_{izl} = \Delta U \cdot A_D \pm U_Z \cdot A_Z = 0,2252 \text{ V} \cdot 10 \pm 2,6126 \text{ V} \cdot 10^{-4} = 2,25200 \text{ V} \pm 0,00026 \text{ V}$$

Utjecaj zajedničkog napona na izlazni napon zbog konačnog faktora potiskivanja treba ostaviti u ovom obliku (\pm intervalom) zbog toga što se iz definicije faktora potiskivanja ne vidi predznak koji će imati zajednički napon nakon prolaska kroz diferencijalno pojačalo.

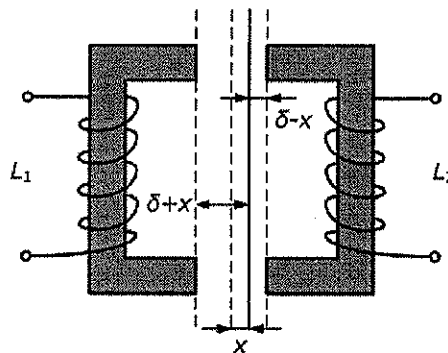
4.3. Induktivni senzor pomaka s promjenom reluktancije

Diferencijalni induktivni senzor spojen je u most. U druge dvije grane mosta spojeni su otpornici od $4,7 \text{ k}\Omega$. Most se napaja iz izvora sinusnog napona amplitude 5 V , frekvencije 20 kHz . Magnetska jezgra senzora sastoji se od tri dijela od feromagnetskog materijala: dva nepomična (oblika \sqcap) na koje su namotani zavoji i središnjeg pomičnog (oblika I), Slika 4.3. Zračni raspor između jednog kraja nepomičnog i pomičnog dijela jezgre je $\delta = 2 \text{ mm}$.

Induktiviteti namotaja su jednaki i zanemarivog omskog otpora. Kad nema pomaka središnjeg dijela jezgre, struja kroz induktivne grane mosta je tri puta veća od struje kroz otporničke grane. Odredite broj zavoja namotaja, ako je presjek jezgre 2 cm^2 i magnetski otpor jezgre zanemarivo mali prema magnetskom otporu zračnog raspora ($\mu_r \gg 1$). Koliki je pomak središnjeg dijela jezgre ako je napon na dijagonali mosta 70 mV ? ($\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$)

Rješenje

Senzor je prikazan na Slici 4.3.



Slika 4.3. Induktivni senzor pomaka s promjenom reluktancije.

Induktivitet zavojnice L_1 ili L_2 se može jednostavno dobiti iz Amperova zakona uz pretpostavku da je magnetski tok uniformno raspoređen kroz jezgru senzora te da nema rasipanja toka na mjestu zračnih raspora. Pod takvim uvjetima može se pokazati da vrijedi:

$$L = \frac{N^2}{\frac{l_m}{\mu_0 \mu_r S} + \frac{2\delta}{\mu_0 S}}, \quad (78)$$

gdje je N broj zavoja zavojnice, S površina presjeka jezgre, l_m ukupna duljina puta kroz feromagnetski materijal jezgre permeabilnosti μ_r (duljina \square dijela plus duljina l dijela), dok je 2δ ukupni put kroz zrak koji magnetski tok prođe dok se ne zatvori kroz zavoje zavojnice. Kako je prvi član u nazivniku izraza (78) puno manji zbog velike permeabilnosti jezgre, induktivitet se može dobro aproksimirati izrazom

$$L = \mu_0 N^2 S \frac{1}{2\delta}, \quad (79)$$

Za male promjene x duljine zračnog raspora induktivitet se promjeni za ΔL i vrijedi

$$\frac{\Delta L}{x} \approx \frac{dL}{d\delta} = -\mu_0 N^2 S \frac{1}{2\delta^2} = -\frac{L}{\delta}, \quad (80)$$

odnosno

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{x}{\delta}. \quad (81)$$

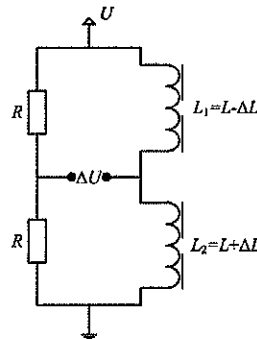
Iz izraza (81) slijedi da je relativna promjena induktiviteta jednaka po iznosu i suprotna po predznaku relativnoj promjeni duljine zračnog raspora.

Ako se zračni raspor zavojnice L_1 poveća za x , zračni raspor zavojnice L_2 će se smanjiti za x , Slika 4.3. Iz toga slijedi

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} = -\frac{\Delta L_2}{L_2}. \quad (82)$$

Ako su obje zavojnice jednakog induktiviteta L kad nema pomaka te ako dogovorno uzmemo da je x pozitivan u slučaju povećanja raspora kod zavojnice L_1 , onda se za pozitivne pomake x induktivitet L_1 smanjuje, a L_2 povećava za $\Delta L = |\Delta L_1| = |\Delta L_2|$.

Senzor je spojen u most, kao na Slici 4.4.



Slika 4.4. Mosni spoj induktivnog senzora uz pomak l dijela jezgre desno na Slici 4.3.

Za napon dijagonale mosta vrijedi:

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{j\omega L_2}{j\omega(L_2 + L_1)} - \frac{1}{2} = \frac{L + \Delta L}{L + \Delta L + (L - \Delta L)} - \frac{1}{2} = \frac{\Delta L}{2L} = \frac{x}{2\delta}. \quad (83)$$

Kad nema pomaka središnjeg dijela jezgre ($x=0$), struja kroz induktivne grane mosta je tri puta veća od struje kroz otporničke grane, što znači

$$\omega L = \frac{R}{3}, \quad (84)$$

$$L = \frac{R}{6\pi f} = \frac{4,7 \text{ k}\Omega}{6\pi \cdot 20 \text{ kHz}} = 12,467 \text{ mH}. \quad (85)$$

Broj zavoja potrebnih za dobivanje induktiviteta od 12,467 mH slijedi iz izraza (79)

$$N = \sqrt{\frac{2\delta L}{\mu_0 S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \text{ mm} \cdot 12,467 \text{ mH}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A} \cdot 2 \text{ cm}^2}} \approx 446. \quad (86)$$

Ako je napon na dijagonali mosta $\Delta U = 70 \text{ mV}$, pomak središnjeg dijela jezgre x je

$$x = \frac{2\delta \Delta U}{U} = \frac{2 \cdot 2 \text{ mm} \cdot 70 \text{ mV}}{5 \text{ V}} = 56 \text{ }\mu\text{m}. \quad (87)$$

4.4. Hallov senzor

Upotrebom Hallovog senzora i diferencijalnog pojačala treba se mjeriti struja jakosti do $\pm 10 \text{ A}$. Na raspolaganju su Hallovi senzori sljedećih značajki: osjetljivost 300 V/T , linearno područje rada $\pm 5 \text{ mT}$, magnetski ekvivalent maksimalnog iznosa šuma $75 \text{ }\mu\text{T}$, napon napajanja $+5 \text{ V}$, te izlazni napon $2,5 \text{ V}$ za polje 0 T . Pojačalo ima diferencijalno pojačanje 20 dB , a faktor potiskivanja 100 dB . Mjerni sustav se nalazi u okolišu s magnetskim smetnjama do 1 mT .

Izračunati hod izlaznog napona senzora za linearno područje rada. Na koju udaljenost od senzora treba postaviti vodič da bi hod izlaznog napona za mjerene jakosti struje bio $0,6 \text{ V}$? Procijeniti razlučivost mjerenje struje. Predložiti sklopovsko rješenje kojim se minimizira utjecaj magnetskog polja okoliša, te odrediti izlazni napon diferencijalnog pojačala u slučaju jakosti struje 2 A .

Rješenje

Magnetskog polje koje mjeri Hallov senzor i izlazni napon su izravno povezani preko podatka o osjetljivosti senzora u linearnom području rada:

$$U_H = SB + U_{ref} \quad (88)$$

Iz (88) se može lako odrediti hod izlaznog napona

$$\Delta U = S\Delta B = 300 \text{ V/T} \cdot (\pm 5 \text{ mT}) = \pm 1,5 \text{ V} \quad (89)$$

Referentni napon u slučaj kada nema magnetskog polja je $U_{ref}=2,5 \text{ V}$, a napon na izlazu senzora je

$$U_{izl} = U_{ref} + \Delta U = 2,5 \text{ V} \pm 1,5 \text{ V} = (1-4) \text{ V} \quad (90)$$

Ako se Hallovim senzorom želi mjeriti jakost struje, vod mora biti na točno određenoj udaljenosti kako bi se mogla uspostaviti veza između struje i magnetskog polja koje Hallov senzor mjeri. Vod se obično može dobro aproksimirati linijskom strujom za koju je magnetsko polje

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}, \quad (91)$$

gdje je I jakost struje, a r udaljenost na kojoj se mjeri polje. Ako se želi postići hod izlaznog napona od $\pm 0,6 \text{ V}$ za struje od $\pm 10 \text{ A}$, onda vod mora biti na udaljenosti:

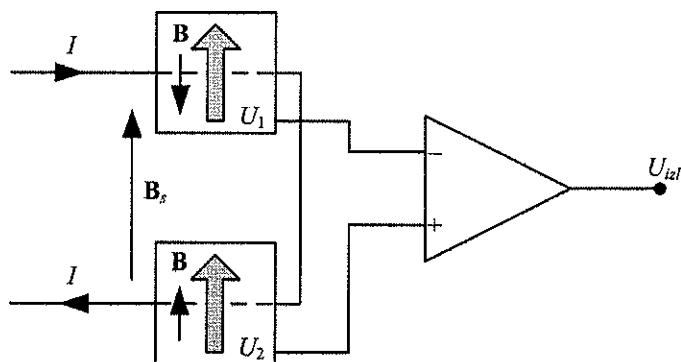
$$r = \mu_0 \frac{S\Delta I}{2\pi\Delta U} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A} \frac{300 \text{ V/T} \cdot (\pm 10) \text{ A}}{2\pi \cdot (\pm 0,6) \text{ V}} = 1 \text{ mm} \quad (92)$$

Razlučivost mjerenje struje je određeno magnetskim šumom senzora. Magnetski šum senzora je u biti naponski šum prisutan na izlazu senzora preračunat preko osjetljivosti S u iznos magnetskog polja koje bi izazvalo takve promjene napona na izlazu senzora. Minimalna promjena struje mora biti jednaka ili veća od magnetskog šuma

$$I_{min} \geq \frac{2\pi r B_{min}}{\mu_0} = \frac{2\pi \cdot 1 \text{ mm} \cdot 75 \mu\text{T}}{\mu_0} = 0,375 \text{ A} \quad (93)$$

Gornja vrijednost se u realnim aplikacijama može značajno smanjiti (povećati razlučivost) analognom ili digitalnom obradbom signala (filtriranje).

Magnetska smetnja koja je sličnog ili većeg iznosa od magnetskog polja struje koja se želi mjeriti može se potisnuti upotrebom dva Hallova senzora u diferencijalnom spoju, Slika 4.5.



Slika 4.5. Diferencijalni spoj dva Hallova senzora i potiskivanje zajedničke magnetske smetnje.

Ista struja I prolazi ispod oba Hallova senzora ali u suprotnom smjeru. Kako su Hallovi senzori orijentirani jednako mjerit će isto polje B struje, ali sa suprotnim predznakom. Za razliku od polja struje, polje smetnje B_S je jednako i u istom smjeru za oba senzora (postavljena su blizu jedan drugom). Prema tome, naponi na izlazu senzora U_1 i U_2 su

$$U_1 = -BS + B_S S + U_{ref}, \quad (94)$$

$$U_2 = BS + B_S S + U_{ref}. \quad (95)$$

Struji od 2 A prema (91) odgovara polje od 0,4 mT. Diferencijalni napon na ulazu pojačala je

$$U_D = U_2 - U_1 = 2BS = 2 \cdot 0,4 \text{ mT} \cdot 300 \text{ V/T} = 0,24 \text{ V}. \quad (96)$$

Zajednički napon je

$$U_Z = \frac{U_1 + U_2}{2} = B_S S + U_{ref} = 1 \text{ mT} \cdot 300 \text{ V/T} + 2,5 \text{ V} = 2,8 \text{ V}. \quad (97)$$

Diferencijalno pojačalo ima pojačanje 20 dB (10) i faktor potiskivanja 100 dB (10^5) što rezultira zajedničkim pojačanjem od -80 dB (10^{-4}) i izlaznim naponom:

$$U_{izl} = U_D A_D \pm U_Z A_Z = 0,24 \text{ V} \cdot 10 \pm 2,8 \text{ V} \cdot 10^{-4} = 2,4 \text{ V} \pm 280 \text{ } \mu\text{V}. \quad (98)$$

4.5. Optički senzor (fotodioda)

Za mjerenje udaljenosti r upotrebljava se dioda kao izvor infracrvenog zračenja i fotodioda kao prijemnik. Emitterska dioda zrači intenzitetom $I_E = 40 \text{ mWsr}^{-1}$ pri istosmjernoj struji $I_F = 250 \text{ mA}$ i naponu $U_F = 1,2 \text{ V}$. Fotodioda pri intenzitetu upadnog zračenja $E_R = 1 \text{ mWcm}^{-2}$ i 0V proizvodi struju 40 μA . Struja reverzne polarizacije fotodiode u tami se može zanemariti.

Predložiti električnu shemu mjerenja ako su na raspolaganju dva otpornika, operacijsko pojačalo i izvor napajana od 15 V. Odrediti iznose otpornika ako izlazni napon U_{izl} treba biti 10 V za udaljenost dioda od 1 cm. Odrediti napon U_{izl} za udaljenost dioda 10 cm. Pretpostaviti da su izvor i detektor usmjereni jedan prema drugom. Opisati što se događa u slučaju zakretanja fotodiode.

Rješenje

Prvo ćemo definirati najvažnije fizikalne veličine u optoelektroničkim aplikacijama.

Prostorni kut je definiran kao površina dijela sfere koju isijeca stožac postavljen u centar sfere. U tri dimenzije, prostorni kut od 1 steradiana (1 sr) je definiran stošcem koji siječe sferu polumjera 1 m pri čemu je površina isječka 1 m^2 . Maksimalni iznos prostornog kuta je $4\pi \text{ sr}$ (budući da je površina sfere $4\pi r^2$). Prostorni kut je povezan sa površinom isječka S i polumjerom sfere kojoj taj isječak pripada

$$\Omega = \frac{S}{r^2}, \quad (99)$$

ili u diferencijalnom obliku

$$d\Omega = \frac{1}{r^2} d\vec{S} \cdot \vec{r}_0, \quad (100)$$

gdje je $d\vec{S}$ vektor duljine S okomit na površinu S , a \vec{r}_0 radij vektor jedinične duljine.

Snaga ili tok zračenja Φ je energija u jedinici vremena koju izvor zračenja izrači u okolni prostor. Kako izvor ne mora slati istu količinu energije u svim smjerovima, definira se intenzitet zračenja (plošna gustoća snage zračenja)

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}, \quad [\text{W/sr}]. \quad (101)$$

Intenzitet zračenja je funkcija prostornih koordinata i označava koliki je dio energije (snage, odnosno toka) izvor izračio u nekom smjeru (prostornom kutu).

Gustoća upadnog zračenja je definirana kao snaga zračenja nekog izvora koja je dospjela na površinu nekog detektora

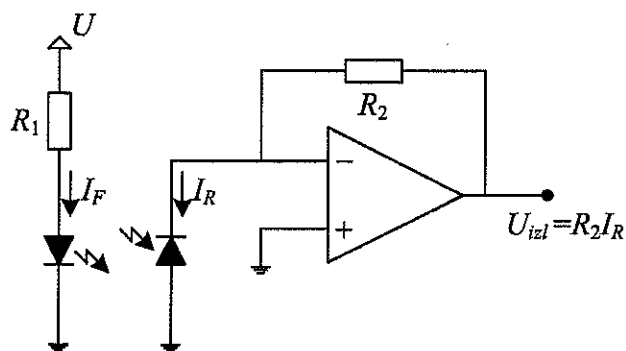
$$E = \frac{d\Phi}{dS}, \quad [\text{W/m}^2]. \quad (102)$$

Za točkasti izvor vrijede sljedeće relacije (probajte ih izvesti iz gornjih izraza!)

$$d\Phi = \frac{I}{r^2} \cos(\beta) dS, \quad (103)$$

$$E = \frac{I \cos(\beta)}{r^2}, \quad (104)$$

gdje je β kut između radij vektora \vec{r}_0 i vektora okomitog na površinu detekora dS .



Slika 4.6. Mjerilo udaljenosti upotrebom infracrvene diode i fotodiode

Shema mjerila udaljenosti je prikazana na Slici 4.6. Jedna dioda radi kao izvor infracrvenog zračenja. Potrebna struja I_F je određena naponom U , naponom diode U_F i otpornikom R_1

$$R_1 = \frac{U - U_F}{I_F} = \frac{15 \text{ V} - 1,2 \text{ V}}{250 \text{ mA}} = 55,2 \, \Omega. \quad (105)$$

Budući da je fotodiode u kratkom spoju (stezaljka (-) operacijskog pojačala je na istom potencijalu kao i uzemljena (+) stezaljka), struja I_R je linearno ovisna o upadnom zračenju:

$$I_R = kE_R, \quad (106)$$

$$k = \frac{I_R}{E_R} = \frac{40 \, \mu\text{A}}{1 \text{ mWcm}^{-2}}. \quad (107)$$

Upadno zračenje E_R na fotodiode je prema izrazu (104)

$$E_R = \frac{I_E}{r^2}, \quad (108)$$

uz pretpostavku da su emitorska dioda i fotodiode savršeno poravnane ($\beta=0$).
Napon na izlazu pojačala je

$$U_{izl} = R_2 I_R. \quad (109)$$

Kombinirajući izraze (106)–(109) slijedi

$$r = \sqrt{\frac{R_2 k I_E}{U_{izl}}}, \quad (110)$$

$$R_2 = \frac{U_{izl} r^2}{k I_E}. \quad (111)$$

Za $U_{izl}=10 \text{ V}$ i $r=1 \text{ cm}$ slijedi iz (111)

$$R_2 = \frac{10 \text{ V} \cdot 1 \text{ cm}^2}{\frac{40 \mu\text{A}}{1 \text{ mW/cm}^2} 40 \text{ mW/sr}^2} = 6250 \Omega. \quad (112)$$

Za $R_2=6250 \Omega$ i $r=10 \text{ cm}$ iz (110) i (112) slijedi

$$U_{izl} = \frac{R_2 k I_E}{r^2}, \quad (113)$$

$$U_{izl} = \frac{10 \text{ V} \cdot 1 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm}^2} = 0,1 \text{ V}. \quad (113)$$

Dakle, uz vrijednost otpornika $R_2=6250 \Omega$ i udaljenosti dioda r od 10 cm do 1 cm izlazni napon U_{izl} se mijenja od 0,1 V do 10 V.

Ako su diode međusobno zakrenute za kut β , upadno zračenje E_R neće više biti opisano izrazom (108) već (104). Ako i dalje zadržimo pretpostavku da diode nisu zakrenute, manju upadnu energiju na fotodiodi pogrešno ćemo tumačiti većom udaljenošću r . Odnos između stvarne udaljenosti $r_{stvarno}$ i udaljenosti $r_{mjereno}$ dobivene upotrebom izraza (110) je (provjerite!)

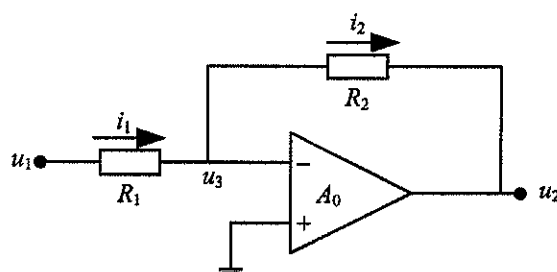
$$r_{mjereno} = \frac{1}{\sqrt{\cos \beta}} r_{stvarno}. \quad (114)$$

5. Pojačala

5.1. Invertirajuće pojačalo

Primjenom operacijskog pojačala izvesti pojačalo s pojačanjem -10 i ulaznim otporom $10\text{ k}\Omega$.

Rješenje



Slika 5.1. Invertirajuće pojačalo.

Pod pretpostavkom da su ulazne struje operacijskog pojačala zanemarive, struje kroz otpornike R_1 i R_2 na Slici 1. su jednake i možemo napisati jednadžbu za čvor u_3 :

$$\frac{u_1 - u_3}{R_1} = \frac{u_3 - u_2}{R_2}. \quad (115)$$

Idealizirano operacijsko pojačalo (zanemarene struje i napon pomaka i beskonačan faktor potiskivanja) održava izlazni napon

$$u_2 = A_0 (u_+ - u_-) = -A_0 u_3. \quad (116)$$

Iz izraza (115) i (116) slijedi

$$A_{inv} = \frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{A_0}{1 + \frac{R_2}{R_1} + A_0} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \varepsilon}, \quad (117)$$

gdje je $\varepsilon = 1/(\beta A_0)$, a faktor povratne veze $\beta = R_1/(R_1 + R_2)$. Ako je pojačanje otvorene petlje operacijskog pojačala A_0 vrlo veliko (beskonačno u idealiziranoj varijanti), $\varepsilon = 0$ i izraz (117) prelazi u

$$A_{inv} = -\frac{R_2}{R_1}. \quad (118)$$

Ulazni otpor pojačala u slučaju beskonačnog A_0 je

$$R_{ul} = \frac{u_1}{i_1} = R_1. \quad (119)$$

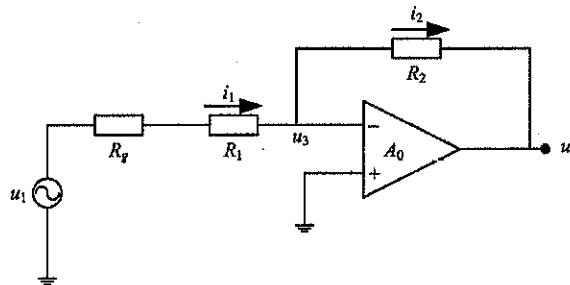
Iz izraza (118) i (119) te zahtjeva zadatka $A_{inv} = -10$ i $R_{ul} = 10 \text{ k}\Omega$ slijedi da je $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ i $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$.

Gornji izrazi izvedeni za idealizirano operacijsko pojačalo mogu u praksi poslužiti za brzo određivanje pojačanja ili potrebnih iznosa otpora. Treba imati na umu da realno pojačalo ima ulazne struje, napone pomaka te konačno i frekvencijski ovisno pojačanje otvorene petlje i faktor potiskivanja. Kao opće pravilo može se uzeti da su gornji izrazi to manje precizni što je frekvencija viša, a iznosi mjerenih napona manji.

5.2. Utjecaj unutarnjeg otpora generatora na pojačanje

Izvesti pojačalo koje će invertirati naponski signal generatora. Ulazni otpor pojačala je $10 \text{ k}\Omega$, a izlazni otpor izvora $1 \text{ k}\Omega$.

Rješenje



Slika 5.2. Invertirajuće pojačalo i utjecaj unutarnjeg otpora naponskog izvora

Pojačalo treba invertirati napon generatora, pa je traženo pojačanje $A_{inv} = -1$. Budući da su unutarnji otpor naponskog generatora R_g i traženi ulazni otpor pojačala R_1 usporedivi, pojačanje će ovisiti o oba otpora:

$$A_{inv} = -\frac{R_2}{R_1 + R_g} = -1. \quad (120)$$

Iz izraza slijedi

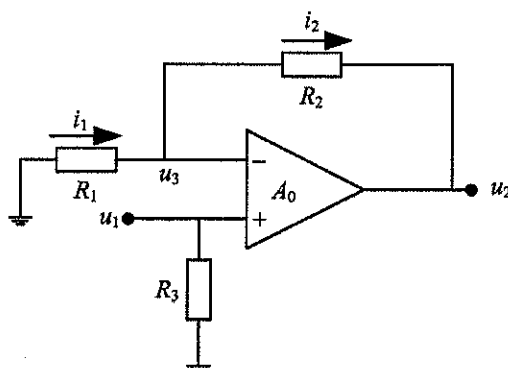
$$R_1 = R_{ul} = 10 \text{ k}\Omega, \quad (121)$$

$$R_2 = R_1 + R_g = 10 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega = 11 \text{ k}\Omega. \quad (122)$$

5.3. Neinvertirajuće pojačalo

Primjenom operacijskog pojačala izvesti pojačalo s pojačanjem +10 i ulaznim otporom 10 kΩ.

Rješenje



Slika 5.3. Neinvertirajuće pojačalo

Slično kao i u zadatku 5.1. mogu se napisati sljedeći izrazi:

$$\frac{-u_3}{R_1} = \frac{u_3 - u_2}{R_2}, \quad (123)$$

$$u_2 = A_0(u_1 - u_3), \quad (124)$$

iz kojih slijedi izraz za neinvertirajuće pojačanje

$$A_{neinv} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \varepsilon}, \quad (125)$$

gdje je $\varepsilon = 1/(\beta A_0)$, a faktor povratne veze $\beta = R_1/(R_1 + R_2)$ kao i u slučaju invertirajućeg pojačala u zadatku 5.1. U slučaju beskonačnog pojačanja otvorene petlje

$$A_{neinv} = 1 + \frac{R_2}{R_1}. \quad (126)$$

Otpornik R_3 na Slici 5.3. definira ulazni otpor neinvertirajućeg pojačala

$$R_{ul} = R_3. \quad (127)$$

Iz razloga koji će biti jasniji nakon zadatka 5.4. otpornici se obično odabiru tako je zadovoljena relacija:

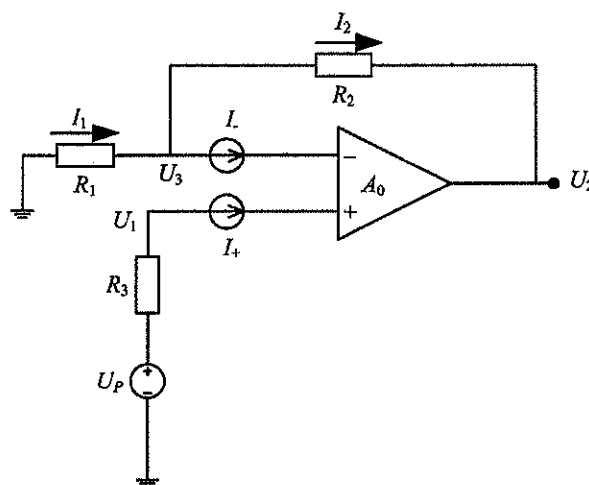
$$R_3 = R_1 \parallel R_2. \quad (128)$$

Iz gornjih izraza i zahtjeva $A_{neinv}=10$, $R_{ul}=R_3=10\text{ k}\Omega$ slijedi da su $R_1=11,111\text{ k}\Omega$ i $R_2=99,999\text{ k}\Omega$ (provjerite!). Naravno, u praksi bi bilo nemoguće ili vrlo teško naći otpornike s točno traženim vrijednostima otpora, pa bi se morali zadovoljiti približnim vrijednostima ili upotrijebiti potencioetre i kompenzacijske procedure (*trimanje*).

5.4. Ukupni napon pomaka operacijskog pojačala

Odredite najveći izlazni napon uslijed napona i struje pomaka invertirajućeg pojačala pojačanja -10 ako je ulazni otpor pojačala $100\text{ k}\Omega$, odnosno $1\text{ k}\Omega$. Parametri operacijskog pojačala su sljedeći: ulazna struja $I_B \leq 200\text{ nA}$, ulazna struja pomaka $I_{OS} \leq 50\text{ nA}$, ulazni napon pomaka $U_P \leq 6\text{ mV}$.

Rješenje



Slika 5.4. Ulazne struje i napon pomaka operacijskog pojačala.

Izlazni napon neinvertirajućeg ili invertirajućeg pojačala bit će različit od nule čak i u slučaju da su ulazne stezaljke pojačala spojene na masu. Uzrok tome su ulazne struje i napon pomaka operacijskog pojačala. Te struje i naponi su nužna posljedica rada tranzistora koji su sastavni dio operacijskog pojačala.

Na Slici 5.4. je prikazana nadomjesna shema operacijskog pojačala gdje su ulazne struje i napon pomaka predstavljeni strujnim, odnosno naponskim izvorima. Stvarni predznak tih napona i struja ovisit će o izvedbi pojačala (da li je ulazni stupanj pojačala izveden bipolarnim ili FET tranzistorima). Izrazi za napon U_2 su nešto kompliciraniji nego u prethodnim zadacima budući da sada ne možemo pretpostaviti da su ulazne struje jednake nuli. Međutim, i nadalje ćemo pretpostavljati da je pojačanje otvorene petlje A_0 beskonačno. Oznake napona i struja na Slici 5.4. su pisane velikim slovima kako bi se istaknuo njihov statički karakter.

Jednadžba za čvorove U_1 i U_3 uz pretpostavljeni smjer struja kao na Slici 5.4. je

$$\frac{U_P - U_1}{R_3} = I_+, \quad (129)$$

$$\frac{-U_3}{R_1} = \frac{U_3 - U_2}{R_2} + I_-, \quad (130)$$

gdje je U_P ulazni napon pomaka (eng. *input offset voltage*) čiju tipičnu i maksimalnu vrijednost navodi proizvođač operacijskog pojačala u njegovim specifikacijama.

Kako je pojačanje operacijskog pojačala beskonačno može se pretpostaviti da

$$U_3 = U_1, \quad (131)$$

što je ekvivalentno postupku u zadacima 5.1. i 5.3. gdje smo računali s konačnim A_0 , a onda tražili limes dobivenih izraza kada A_0 teži u beskonačnost (provjerite!).

Eliminiranjem U_1 i U_3 iz izraza (129) – (131) slijedi

$$U_P - R_3 I_+ + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_2. \quad (132)$$

Umjesto struja I_+ i I_- obično se u specifikacijama operacijskih pojačala navodi ulazna struja (eng. *input bias current*) I_B i ulazna struja pomaka (eng. *input offset current*) I_{OS} definirane kao:

$$I_B = \frac{I_+ + I_-}{2}, \quad (133)$$

$$I_{OS} = I_+ - I_-. \quad (134)$$

Iz čega slijedi

$$I_+ = I_B + \frac{I_{OS}}{2}, \quad (135)$$

$$I_- = I_B - \frac{I_{OS}}{2}. \quad (136)$$

Korištenjem izraza (135) i (136) možemo (132) napisati kao (provjerite!)

$$U_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(U_P + (R_2 \parallel R_1 - R_3) I_B - \frac{1}{2} (R_2 \parallel R_1 + R_3) I_{OS} \right). \quad (137)$$

U praksi nas obično zanima maksimalni mogući napon U_2 koji je posljedica ulaznih struja i napona pomaka, pa se izraz (137) piše s apsolutnim vrijednostima:

$$U_{2,\max} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(|U_P| + |(R_2 \parallel R_1 - R_3) I_B| + \frac{1}{2} (R_2 \parallel R_1 + R_3) |I_{OS}| \right). \quad (138)$$

Iz izraza (138) je vidljivo da bez obzira kakva konfiguracija pojačala bila (invertirajuća ili neinvertirajuća) ulazne struje i napon pomaka se pojačavaju s faktorom $(1 + R_2/R_1)$. Osim toga, vidljivo je da se odabirom

$$R_3 = R_1 \parallel R_2 \quad (139)$$

može u potpunosti ukloniti utjecaj ulazne struje I_B i tako značajno smanjiti pomak na izlazu pojačala (što je i učinjeno u zadatku 5.4.)

Koristeći gornje izraze mogu se izračunati vrijednosti tražene u zadatku. Rezultati u Tablici 5.1. su dani za dva slučaja ulaznog otpora ($100 \text{ k}\Omega$ i $1 \text{ k}\Omega$) i dvije vrijednosti otpora R_3 (0Ω – stezaljka (+) spojena na masu i $R_3 = R_1 \parallel R_2$). Provjerite dane vrijednosti!

Tablica 5.1. Numerički primjeri za zadatak 5.4.

R_{ul}	R_1	R_2	$R_1 \parallel R_2$	R_3	U_2
$100 \text{ k}\Omega$	$100 \text{ k}\Omega$	$1 \text{ M}\Omega$	$90,909 \text{ k}\Omega$	0Ω	$0,29 \text{ V}$
$100 \text{ k}\Omega$	$100 \text{ k}\Omega$	$1 \text{ M}\Omega$	$90,909 \text{ k}\Omega$	$90,909 \text{ k}\Omega$	$0,16 \text{ V}$
$1 \text{ k}\Omega$	$1 \text{ k}\Omega$	$10 \text{ k}\Omega$	$909,09 \Omega$	0Ω	$68,25 \text{ mV}$
$1 \text{ k}\Omega$	$1 \text{ k}\Omega$	$10 \text{ k}\Omega$	$909,09 \Omega$	$909,09 \Omega$	$66,50 \text{ mV}$

Iz Tablice 5.1. se vidi da je prvi korak u smanjivanju utjecaja ulaznih struja odabir manjih vrijednosti otpornika (otpori ne smiju biti premali jer se tada povećava opterećenje operacijskog pojačala i smanjuje ulazni otpor), zatim izjednačavanje $R_3 = R_1 \parallel R_2$, i konačno upotreba pojačala koja inherentno imaju manje ulazne struje i napone pomaka. Posljednji korak je dovođenje dodatnog napona na ulaz pojačala kojim bi se poništio ukupni napon pomaka (kompenzacijska mreža). Kako ulazne struje i napon pomaka ovise o temperaturi, kompenzacijsku proceduru bi trebalo ponoviti u slučaju promjene temperature.

5.5. Temperaturna ovisnost ukupnog napona pomaka

Pojačalo iz prethodnog zadatka ulaznog otpora $10 \text{ k}\Omega$ i pojačanja -10 radi u temperaturnom području $0-40^\circ\text{C}$. Izlazni napon pomaka kompenziran je na sobnoj temperaturi (20°C). Odredite granice promjene izlaznog napona pomaka u zadanom temperaturnom području. Maksimalni temperaturni koeficijent ulaznog napona pomaka pojačala je $10 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$, a maksimalni temperaturni koeficijent ulazne struje pomaka $50 \text{ pA}/^\circ\text{C}$.

Rješenje

Na temperaturi od 20°C utjecaj ulaznih struja i napona pomaka je kompenziran i izlazni napon je $U_2=0$ V. Možemo pretpostaviti linearnu ovisnost o temperaturi, pa iz izraza (138) slijedi:

$$\frac{\partial U_{2,\max}}{\partial T} \approx \frac{\Delta U_{2,\max}}{\Delta T} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\left| \frac{U_P}{\Delta T} \right| + \left| (R_2 \parallel R_1 - R_3) \frac{\Delta I_B}{\Delta T} \right| + \frac{1}{2} (R_2 \parallel R_1 + R_3) \left| \frac{\Delta I_{OS}}{\Delta T} \right| \right). \quad (140)$$

Uz $R_1=10$ k Ω , $R_2=100$ k Ω , $R_3=R_1 \parallel R_2$ i numeričke vrijednosti iz zadatka slijedi:

$$\frac{\Delta U_{2,\max}}{\Delta T} = 11 \cdot (10 \mu\text{V}/^\circ\text{C} + (10 \text{ k}\Omega) \parallel (100 \text{ k}\Omega) \cdot 50 \text{ pA}/^\circ\text{C}) = 115 \mu\text{V}/^\circ\text{C}. \quad (141)$$

Izlazni napon se s temperaturom mijenja u granicama

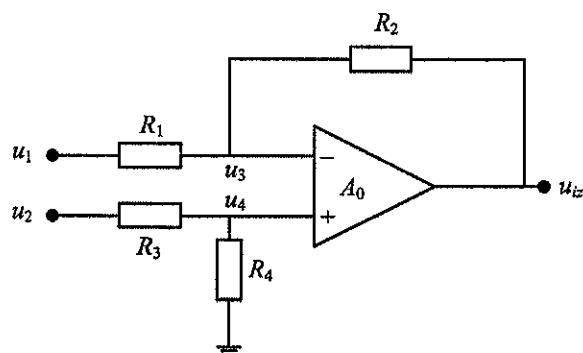
$$\Delta U_{2,\max} = \frac{\Delta U_{2,\max}}{\Delta T} \Delta T = 115 \mu\text{V}/^\circ\text{C} \cdot (\pm 20^\circ\text{C}) = \pm 2,3 \text{ mV}. \quad (142)$$

Treba naglasiti da je ova promjena zapravo maksimalna vrijednost promjene zbog upotrebe izraza (138).

5.6. Diferencijalno pojačalo izvedeno jednim operacijskim pojačalom

Nacrtajte shemu i odredite vrijednosti elemenata diferencijalnog pojačala pojačanja 10 i ulaznog diferencijalnog otpora 20 k Ω , izvedenog jednim operacijskim pojačalom. Odredite ukupno potiskivanje diferencijalnog pojačala, ako je potiskivanje operacijskog pojačala 60 dB, a otpornici savršeno upareni osim jednog po izboru koji odstupa od svoje idealne vrijednosti za 0,1% odnosno 1%.

Rješenje



Slika 5.5. Diferencijalno pojačalo izvedeno jednim operacijskim pojačalom.

Sklop na Slici 5.5. je kombinacija invertirajuće i neinvertirajuće konfiguracije iz prošlih zadataka. Po načelu superpozicije vrijedi (pokažite!)

$$u_{izl} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) u_2 - \frac{R_2}{R_1} u_1. \quad (143)$$

Već prije smo za potencijale u_1 i u_2 (npr. dijagonala otporničkog mosta) definirali diferencijalni u_D i zajednički napon u_Z :

$$u_D = u_2 - u_1, \quad (144)$$

$$u_Z = \frac{u_2 + u_1}{2}, \quad (145)$$

iz čega slijedi

$$u_1 = u_Z - \frac{u_D}{2}, \quad (146)$$

$$u_2 = u_Z + \frac{u_D}{2}. \quad (147)$$

Kombinirajući izraze (143), (146) i (147) slijedi (provjerite!)

$$\begin{aligned} u_{izl} &= \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_2}{R_1} \right] u_D + \left[\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} - \frac{R_2}{R_1} \right] u_Z = \\ &= \frac{R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2 R_2 R_4}{2 R_1 (R_3 + R_4)} u_D + \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 (R_3 + R_4)} u_Z. \end{aligned} \quad (148)$$

Dakle, izlazni napon u_{izl} je predstavljen kao linearna kombinacija diferencijalnog napona u_D i zajedničkog napona u_Z :

$$u_{izl} = A_D u_D + A_Z u_Z. \quad (149)$$

Idealno diferencijalno pojačalo bi pojačavalo samo diferencijalnu komponentu napona ($A_D > 0$) dok bi zajednička komponenta bila u potpunosti potisnuta ($A_Z = 0$). Da bi to bilo ispunjeno, iz izraza (148) je vidljivo da mora vrijediti:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (150)$$

Najčešće se odabire

$$R_1 = R_3, \quad (151)$$

$$R_2 = R_4 . \quad (152)$$

Ako to vrijedi, onda su pojačanja:

$$A_{D,ideal} = \frac{R_2}{R_1} , \quad (153)$$

$$A_{Z,ideal} = 0 . \quad (154)$$

U stvarnosti zajedničko pojačanje A_Z nikad neće biti jednako nuli (otpornici ne mogu biti savršeno upareni, operacijsko pojačalo nije idealno...). Faktor potiskivanja (eng. *CMRR* – *common mode rejection ratio*) je omjer apsolutnih vrijednosti diferencijalnog i zajedničkog pojačanja i pokazuje nam koliko diferencijalno pojačalo uspješno potiskuje zajednički signal u odnosu na pojačanje diferencijalne komponente:

$$F_R = \left| \frac{A_D}{A_Z} \right| = \frac{R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2 R_2 R_4}{2 | (R_1 R_4 - R_2 R_3) |} . \quad (155)$$

Ukupnom faktoru potiskivanja F ovakvog diferencijalnog pojačala, osim neuparenosti otpornika F_R doprinosi i faktor potiskivanja samog operacijskog pojačala F_{OP} . Ukupni faktor potiskivanja F je dan sa

$$F = \frac{F_{OP} F_R}{F_{OP} + F_R} . \quad (156)$$

Iz (156) slijedi da je F manji (dakle, gori) od oba faktora F_{OP} i F_R .

U zadatku se traži diferencijalno pojačalo ulaznog diferencijalnog otpora $20 \text{ k}\Omega$. Ulazni diferencijalni otpor je definiran kao otpor koji se vidi s priključnica diferencijalnog pojačala u_1 - u_2 i jednak je (obrazložite!)

$$R_{ul,D} = R_1 + R_3 . \quad (157)$$

Zbog uvjeta (151) i $R_{ul,D} = 20 \text{ k}\Omega$ vrijedi

$$R_1 = R_3 = \frac{R_{ul,D}}{2} = 10 \text{ k}\Omega .$$

Zbog (153) i $A_{D,ideal} = 10$ vrijedi

$$R_2 = R_4 = 10 R_1 = 100 \text{ k}\Omega .$$

Pretpostavimo da samo R_4 odstupa od svoje idealne vrijednosti za 0,1% odnosno 1%. Dakle, vrijedi $R_1=R_3=10\text{ k}\Omega$, $R_2=100\text{ k}\Omega$, $R_4=100,1\text{ k}\Omega$, odnosno $R_4=101\text{ k}\Omega$. Koristeći izraz (148) i (156) možemo izračunati podatke kao u Tablici 5.2. (provjeriti!)

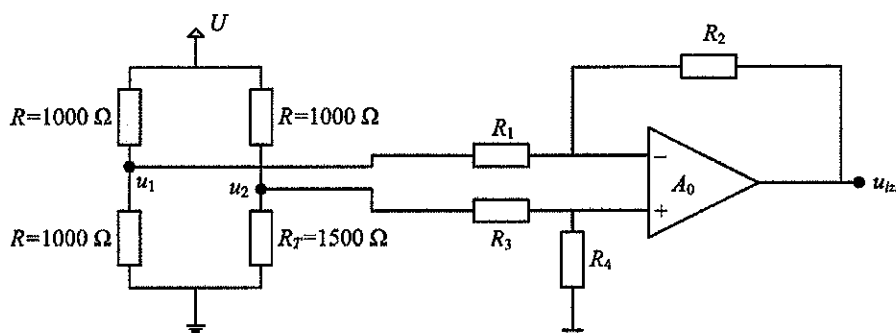
Tablica 5.2. Numerički primjer za zadatak 5.6.

	$R_4=100,1\text{ k}\Omega$	$R_4=101\text{ k}\Omega$
A_D	10,00045	10,0045
A_Z	$9,08265 \cdot 10^{-4}$	$9,009 \cdot 10^{-3}$
$F_R=A_D/A_Z$	11010,5 (80,8 dB)	1110,5 (60,9 dB)
F_{OP}	1000 (60 dB)	1000 (60 dB)
$F=F_{OP}F_R/(F_{OP}+F_R)$	916,74 (59,3 dB)	526,2 (54,4 dB)

5.7. Spoj diferencijalnog pojačala i otporničkog mosta

Pod pretpostavkom da su otpornici diferencijalnog pojačala iz zadatka 5.6. savršeno upareni ($R_1=R_3=10\text{ k}\Omega$, $R_2=R_4=100\text{ k}\Omega$), odredite ukupni faktor potiskivanja ako je diferencijalno pojačalo spojeno na otpornički most s otpornicima kao na slici.

Rješenje



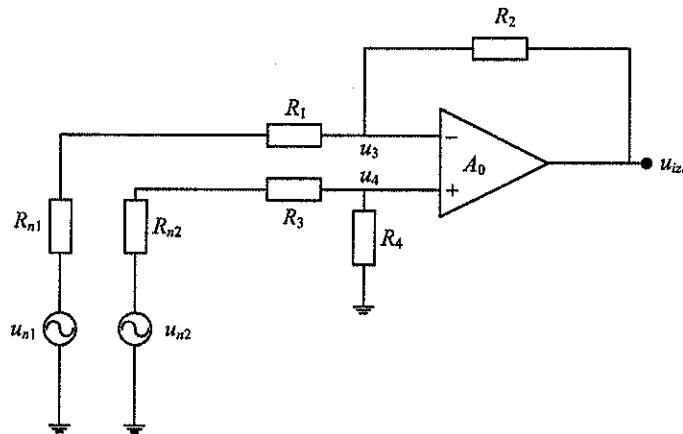
Slika 5.6. Mostni spoj i diferencijalno pojačalo izvedeno jednim operacijskim pojačalom

Slika 5.6. prikazuje diferencijalno pojačalo spojeno na most. Budući da je pretpostavka da su otpornici diferencijalnog pojačala idealno upareni ($R_1=R_3=10\text{ k}\Omega$, $R_2=R_4=100\text{ k}\Omega$), faktor potiskivanja diferencijalnog pojačala bez spojenog mosta je:

$$F = F_{OP} = 60\text{ dB} = 1000 \quad (158)$$

Međutim, kada se na ovakvo diferencijalno pojačalo spoji neuravnoteženi most (što je gotovo uvijek slučaj budući da je napon dijagonale mosta funkcija mjerene veličine poput temperature ili sile) različiti otpori grana mosta će se serijski dodavati otporima R_1 i R_3 . To će

prouzročiti odstupanja u uparenosti otpora diferencijalnog pojačala odnosno pogoršavanja faktora potiskivanja. Ta je situacija bolje opisana nadomjesnom shemom na Slici 5.7., gdje je otpornički most upotrebom Theveninova teorema rastavljen na dvije odvojene grane spojene na (+) i (–) stezaljke pojačala.



Slika 5.7. Theveninova nadomjesna shema spoja mosta i diferencijalnog pojačala

Za Theveninove otpore i izvore R_{n1} , R_{n2} , u_{n1} i u_{n2} vrijede sljedeći izrazi (provjerite!)

$$u_{n1} = U \frac{R}{R+R} = \frac{U}{2}, \quad (159)$$

$$R_{n1} = R \parallel R = \frac{R}{2} = 500 \, \Omega, \quad (160)$$

$$u_{n2} = U \frac{R_T}{R+R_T}, \quad (161)$$

$$R_{n2} = R_T \parallel R = (1500 \, \Omega) \parallel (1000 \, \Omega) = 600 \, \Omega. \quad (162)$$

Otpori R_{n1} i R_{n2} se serijski dodaju otporima R_1 i R_2

$$R'_1 = R_1 + R_{n1}, \quad (163)$$

$$R'_3 = R_3 + R_{n2}. \quad (164)$$

Proračun ukupnog faktora potiskivanja je jednak onome u zadatku 5.6. samo što sada umjesto R_1 i R_3 koristimo R'_1 i R'_3 . Vrijednosti su (provjerite):

$$A_D = 9,5195$$

$$|A_Z| = 8,611 \cdot 10^{-3}$$

$$F_{most} = \frac{A_D}{|A_Z|} = 1105,5$$

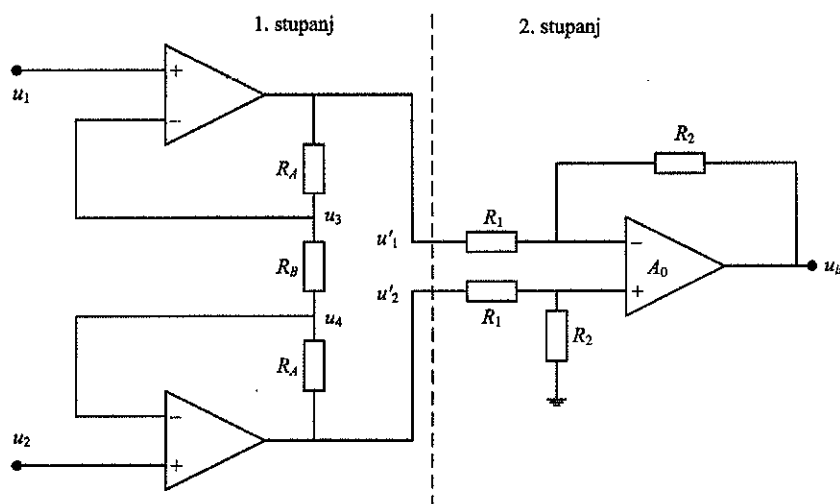
$$F_{ukupno} = \frac{FF_{most}}{F + F_{most}} = 525 = 54,4 \, \text{dB}$$

Iz ovih rezultata je vidljivo da most značajno mijenja diferencijalno pojačanje pojačala te ruši faktor potiskivanja. Još veći je problem činjenica da R_{n1} i R_{n2} ovise od mjerenoj veličini (npr. temperatura, tlak) koja onda posredno utječe i na značajke pojačala.

5.8. Instrumentacijsko pojačalo

Nacrtajte shemu i odredite diferencijalno pojačanje instrumentacijskog pojačala izvedenog s tri operacijska pojačala. Objasnite prednosti instrumentacijskog pojačala u odnosu na diferencijalno pojačalo.

Rješenje



Slika 5.8. Instrumentacijsko pojačalo izvedeno s tri operacijska pojačala

Diferencijalno pojačanje instrumentacijskog pojačala na Slici 5.8. odredit ćemo promatrajući čvorove u_3 i u_4 . Zanemarujući ulazne struje operacijskih pojačala, jednadžbe tih čvorova su:

$$\frac{u'_1 - u_3}{R_A} = \frac{u_3 - u_4}{R_B}, \quad (165)$$

$$\frac{u_3 - u_4}{R_B} = \frac{u_4 - u'_2}{R_A}. \quad (166)$$

Zbog vrlo velikog pojačanja ulaznih operacijskih pojačala možemo pisati

$$u_3 = u_1, \quad (167)$$

$$u_4 = u_2. \quad (168)$$

Kombinirajući (165) – (168) slijedi:

$$u_1' = -\frac{R_A}{R_B}(u_2 - u_1) + u_1, \quad (169)$$

$$u_2' = \frac{R_A}{R_B}(u_2 - u_1) + u_2. \quad (170)$$

Nakon oduzimanja (169) od (170)

$$u_2' - u_1' = \left(1 + \frac{2R_A}{R_B}\right)(u_2 - u_1). \quad (171)$$

Izraz (171) je zapravo diferencijalni napon na ulazu drugog stupnja instrumentacijskog pojačala. Kako je drugi stupanj zapravo diferencijalno pojačalo iz prošlih zadataka možemo odmah napisati da je izlazni napon u_{izl} :

$$u_{izl} = \left(1 + \frac{2R_A}{R_B}\right) \frac{R_2}{R_1} (u_2 - u_1), \quad (172)$$

odnosno diferencijalno pojačanja $A_{D, instr}$ instrumentacijskog pojačala je

$$A_{D, instr} = \left(1 + \frac{2R_A}{R_B}\right) \frac{R_2}{R_1}. \quad (173)$$

Diferencijalno pojačanje instrumentacijskog pojačala se može podešavati u dva stupnja. Pri tome se uvijek drugi stupanj (diferencijalno pojačala) izvodi s precizno uparenim nepromjenjivim otpornicima što osigurava visok faktor potiskivanja. Promjena diferencijalnog pojačanja je omogućena promjenom otpornika R_B u prvom stupnju prilikom čega ne dolazi do promjene faktora potiskivanja. Ova mogućnost odvojenog podešavanja pojačanja i faktora potiskivanja je velika prednost instrumentacijskog pojačanja u odnosu na diferencijalno pojačalo gdje svaka promjena pojačanja zahtijeva ponovno uparivanje otpornika.

Za razliku od diferencijalnog pojačala (vidi zadatak 5.7.) instrumentacijsko pojačalo ima vrlo velik ulazni otpor određen ulaznim otporom operacijskih pojačala prvog stupnja. To ga čini iznimno korisnim u instrumentacijskim aplikacijama (odatle i ime) gdje je sučelje most-pojačalo najčešće senzorsko sučelje.

5.9. Zadaci s konačnim rješenjem

1. Generator signala unutarnjeg otpora $100\ \Omega$ spojen je na invertirajuće pojačalo pojačanja 10. Ako je maksimalno dopušteno odstupanje pojačanja zbog utjecaja konačnog ulaznog otpora pojačala 0,5%, odredite sva tri otpornika pojačala tako da izlazni napon pomaka bude minimalan. Izračunajte izlazni napon pomaka ako operacijsko pojačalo ima ulaznu struju 20 nA, ulaznu struju pomaka 5 nA i napon pomaka na ulazu $50\ \mu\text{V}$.

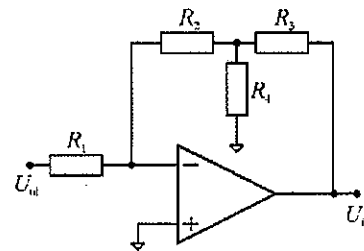
Rješenje: $R_1 = 19,9\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 199\ \text{k}\Omega$, $R_3 = 18,17\ \text{k}\Omega$, $U_{\text{izl}} = 1,542\ \text{mV}$

2. Nacrtajte shemu i odredite elemente invertirajućeg pojačala pojačanja -19 i ulaznog otpora $20\ \text{k}\Omega$. Otpornike odaberite tako da je izlazni napon pomaka najmanji. Izračunajte izlazni napon pomaka ako operacijsko pojačalo ima ulaznu struju 80 nA, ulaznu struju pomaka 20 nA i napon pomaka 1 mV. Za koliko se promijeni izlazni napon pomaka ako temperatura poraste za 40°C ? Temperaturni koeficijent ulazne struje pomaka je $0,4\ \text{nA}/^\circ\text{C}$, a napona pomaka $3\ \mu\text{V}/^\circ\text{C}$.

Rješenje: $R_1 = 20\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 380\ \text{k}\Omega$, $R_3 = 19\ \text{k}\Omega$, $U_{\text{izl}} = 27,6\ \text{mV}$, $\Delta U_{\text{izl}} = 8,48\ \text{mV}$

3. Izračunajte pojačanje i ulazni otpor pojačala na slici ako su $R_1 = R_2 = R_3 = 2\ \text{M}\Omega$, a $R_4 = 27,4\ \text{k}\Omega$.

Rješenje: $A = -75$, $R_{\text{ul}} = 2\ \text{M}\Omega$



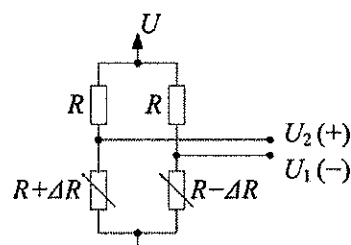
4. Diferencijalno pojačalo pojačanja 100 izvedeno je jednim operacijskim pojačalom. Nacrtajte shemu sklopa. Ako otpornik u povratnoj vezi poraste za 1%, izračunajte faktor potiskivanja diferencijalnog pojačala i promijenjeno diferencijalno pojačanje. Pretpostavite idealno operacijskog pojačalo.

Rješenje: $A_D' = 1,01 A_D$, $F = 10201 = 80,17\ \text{dB}$

5. Pojačanje otvorene petlje operacijskog pojačala je 100 dB, a granična frekvencija 5 Hz. Najveća brzina porasta izlaznog napona pojačala (*slew rate*) je $1,5\ \text{V}/\mu\text{s}$. Ako je pojačanje pojačala u zatvorenoj petlji 20, odredite gornju graničnu frekvenciju. Može li pojačalo raditi ispravno ako je na ulazu sinusni napon amplitude $0,7\ \text{V}$ i frekvencije jednake graničnoj frekvenciji? Kolika je najviša frekvencija sinusnog, odnosno trokutastog napona iste amplitude pri kojoj ne dolazi do izobličenja signala?

Rješenje: $S_{\text{sig}} = 1,56\ \text{V}/\mu\text{s} > S_{\text{poj}}$ – izobličenje. Sinusni signal: $f_S = 17052\ \text{Hz}$; trok. signal $f_S = 26786\ \text{Hz}$

6. Mjerilo sile izvedeno je tenzometarskim mostom kao na slici. Tenzometri imaju nazivni otpor $350\ \Omega$ i koeficijent pretvorbe 2. Ostali otpornici imaju otpor $350\ \Omega$. Napon napajanja mosta je 10 V . Diferencijalno pojačalo je izvedeno jednim operacijskim pojačalom faktora potiskivanja $F_{op}=100\text{ dB}$. Kada pojačalo nije spojeno na most, ulazni diferencijalni otpor je $7\text{ k}\Omega$, a diferencijalno pojačanje 10.



- Nacrtajte diferencijalno pojačalo i označite vrijednosti svih otpornika.
- Ako tenzometarski otpornici promjene svoju duljinu kao na slici za 1%, a pojačalo je spojeno na dijagonalu mosta (stezaljka (+) na potencijal U_2), odredite diferencijalno pojačanje, zajedničko pojačanje i ukupni faktor potiskivanja.

Rješenje: a) $R_1 = R_3 = 3,5\text{ k}\Omega$, $R_2 = R_4 = 35\text{ k}\Omega$; b) $A_D = 9,5284$, $A_Z = 8,6243 \cdot 10^{-4}$, $F = 9949 = 80\text{ dB}$

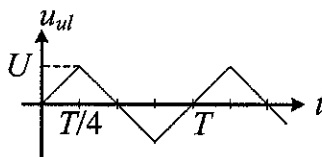
7. Pojačalo koje se može modelirati kao sustav prvog reda ima umnožak pojačanja i širine pojasa 4 MHz te maksimalnu izlaznu brzinu porasta $5\text{ V}/\mu\text{s}$. Izračunajte najveću amplitudu sinusnog ulaznog napona koji se može pojačati bez nelinearnih izobličenja ako je frekvencija ulaznog napona jednaka $4/5$ granične frekvencije pojačala. Uputa: Pojačanje pojačala ovisi o frekvenciji.

Rješenje: $U_{ul} = 0,319\text{ V}$

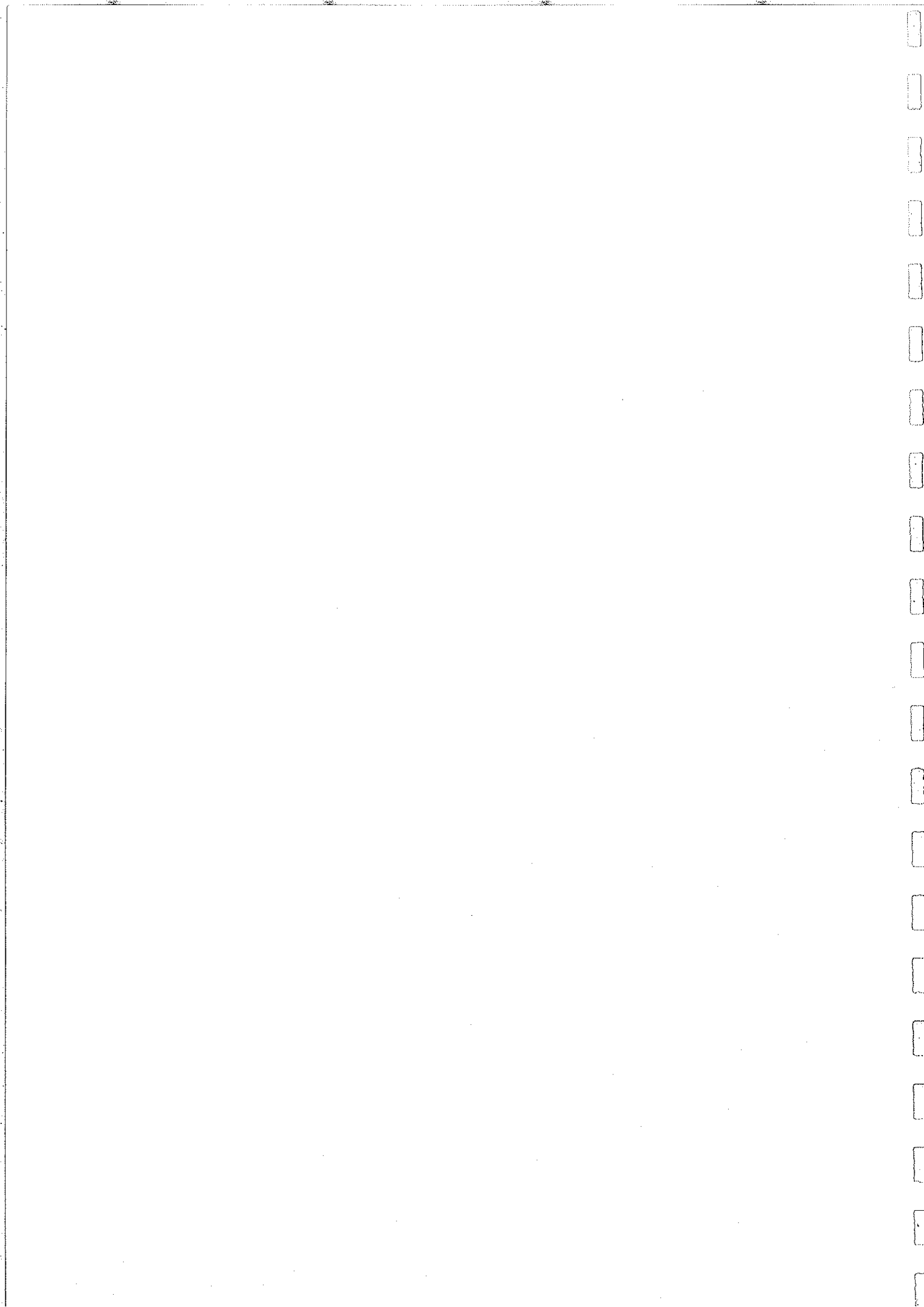
8. Nacrtajte shemu instrumentacijskog pojačala s tri operacijska pojačala te označite i odredite otpore svih otpornika tako da ukupno pojačanje bude u intervalu $30 - 310$. Drugi stupanj pojačala ima ulazni diferencijalni otpor $100\text{ k}\Omega$, pojačanje 10 i maksimalan faktor potiskivanja. U slučaju pojačanja 30, otpor otpornika kojim se regulira pojačanje je $10\text{ k}\Omega$.

Rješenje: 2. stupanj: $R_1 = R_3 = 50\text{ k}\Omega$, $R_2 = R_4 = 500\text{ k}\Omega$; 1. stupanj: $R_A = 10\text{ k}\Omega$, $R_B = 667\ \Omega - 10\text{ k}\Omega$

9. Operacijskim pojačalom s umnoškom pojačanja i širine frekvencijskog pojasa $1,5\text{ MHz}$ i najvećom brzinom porasta $0,5\text{ V}/\mu\text{s}$ izvedeno je pojačalo pojačanja 25 puta. Na ulaz pojačala je doveden trokutasti napon amplitude $U=0,5\text{ V}$ kao na slici. Odredite gornju graničnu frekvenciju pojačala i frekvenciju kod koje dolazi do izobličenja signala radi konačne brzine porasta napona.



Rješenje: $f_g = 60\text{ kHz}$, $f_s = 10\text{ kHz}$



6. Šum pojačala

6.1. Definiranje naponskog izvora šuma

Selektivnim voltmetrom mjerimo napon šuma na frekvenciji 10 kHz uz širinu pojasa 100 Hz. Izmjerena je vrijednost 300 nV. Specificirajte naponski izvor šuma.

Rješenje

Selektivni voltmetar opisan u zadatku mjeri ukupnu efektivnu vrijednost bilo kojeg signala dovedenog na njegov ulaz i to u relativno uskom frekvencijskom pojasu (zbog toga i naziv „selektivni“) od 9950 Hz do 10050 Hz (centralna frekvencija 10 kHz, širina pojasa 100 Hz). S obzirom da nije drugačije navedeno u zadatku, pretpostavit ćemo da je na ulaz voltmetra doveden šum uniformne spektralne gustoće snage (dakle, frekvencijski neovisne u promatranom frekvencijskom pojasu – tzv. bijeli šum).

Sasvim općenito, ako na ulazu sustava prijenosne funkcije $H(j\omega)$ imamo izvor šuma spektralne gustoće snage u_n^2 , onda je snaga U_n^2 (ili efektivni napon U_n) koja se može izmjeriti na izlazu tog sustava

$$U_n^2 = \int_0^{\infty} u_n^2(\omega) |H(j\omega)|^2 d\omega. \quad (174)$$

Posebnu pažnju u izrazu (174) je potrebno obratiti na kvadrat uz modul prijenosne funkcije (objasnite!).

U slučaju podataka u zadatku, integral (174) je vrlo lagano izračunati s obzirom da je prijenosna funkcija voltmetra jednaka 1 za frekvencije od 9950 Hz do 10050 Hz, a 0 za sve ostale te da smo pretpostavili da je u_n^2 neovisna o frekvenciji. Iz (174) slijedi:

$$U_n^2 = u_n^2 (f_2 - f_1) = u_n^2 \Delta f, \quad (175)$$

odnosno

$$u_n^2 = \frac{U_n^2}{\Delta f} = \frac{(300 \text{ nV})^2}{100 \text{ Hz}} = 9 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2/\text{Hz}. \quad (176)$$

Dakle, tražena definicija naponskog izvora šuma je da je to izvor šuma uniformne spektralne gustoće snage iznosa $9 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2/\text{Hz}$. Vrlo često se spektralna gustoća definira kao i korijen kvadratne vrijednosti

$$u_n = \sqrt{u_n^2} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}} . \quad (177)$$

U gotovo svim proračunima uzima se kvadratna vrijednost. Da bi se izbjegla zabuna kod grafičkih ili tabličnih podataka koje daje proizvođač komponente, potrebno je uvijek posebnu pozornost obratiti na mjerne jedinice.

6.2. Šum otpornika i serijskog spoja dva otpornika, zbrajanje izvora šuma

Odredite spektralnu gustoću snage izvora šuma dvaju serijski spojenih otpornika otpora $10 \text{ k}\Omega$ na sobnoj temperaturi. Koji bismo napon šuma izmjerili na toj kombinaciji voltmetrom s odzivom na efektivnu vrijednost kojemu je gornja granična frekvencija 10 kHz definirana jednim RC članom?

Rješenje

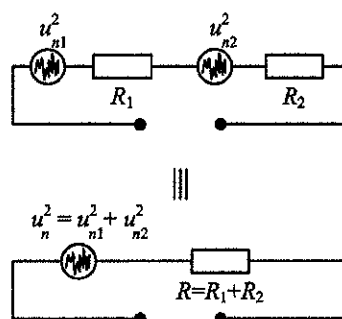
Prolazak elektrona pod utjecajem električnog polja kroz svaki vodljivi materijal nije pravocrtan i pokazuje sve značajke Brownova gibanja. Takvo gibanje se očituje u fluktuacijama pada napona na krajevima vodljivog materijala odnosno otpornika ako je riječ o komponentama. Eksperimenti su pokazali da se te fluktuacije mogu vrlo dobro opisati bijelim šumom od najnižih frekvencija pa do frekvencija od nekoliko stotina gigaherca.

Spektralna gustoća snage izvora šuma koja se može pridružiti svakom otporniku otpora R je

$$u_n^2 = 4kTR , \quad (178)$$

gdje je T temperatura izražena u kelvinima, a k Boltzmanova konstanta ($1,37 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$).

Nadomjesna shema serijskog spoja dva otpornika s obzirom na šum dana je na Slici 6.1.



Slika 6.1. Serijski spoj dva otpornika i nadomjesni izvor bijelog šuma (zbrajaju se spektralne gustoće snaga šumova dvaju otpornika).

Za razliku od zbrajanja dva deterministička (npr. sinusoidalna) napona, u slučaju serijski spojenih izvora šuma zbrajaju se snage (kvadrati napona). Dakle, ukupna spektralna gustoća snage dva međusobno neovisna izvora šuma dva serijski spojena otpornika kao na Slici 6.1. je:

$$u_n^2 = u_{n1}^2 + u_{n2}^2. \quad (179)$$

Ustvrdimo još jednom, sljedeći postupak nije ispravan:

$$u_n = u_{n1} + u_{n2}. \quad (180)$$

U slučaju međusobne ovisnosti izvora šuma, izrazu (179) se na desnoj strani dodaje član $ku_{n1}u_{n2}$, gdje je k korelacija dva izvora šuma. U većini analiza utjecaja šuma u elektroničkim sklopovima se zbog jednostavnosti zadržava pretpostavka o međusobnoj neovisnosti izvora šuma, odnosno podrazumijeva se valjanost izraza (179).

Voltmetar ima prijenosnu karakteristiku definiranu jednim RC članom:

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_g}}. \quad (181)$$

Efektivni napon koji će mjeriti voltmetar je dan izrazom (174):

$$U_n^2 = \int_0^\infty u_n^2(\omega) |H(j\omega)|^2 d\omega = \int_0^\infty u_n^2(\omega) \left| \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_g}} \right|^2 d\omega. \quad (182)$$

Integral (182) može biti prilično kompliciran, ovisno o tome kako izgleda spektralna gustoća snage šuma na ulazu sustava. Međutim, ako je riječ o bijelom šumu (kao što je šum otpornika) onda se izraz značajno pojednostavljuje:

$$U_n^2 = u_n^2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_g^2}} = u_n^2 \int_0^\infty \frac{df}{1 + \frac{f^2}{f_g^2}} = u_n^2 f_g \arctan\left(\frac{f}{f_g}\right) \Big|_0^\infty = u_n^2 \frac{\pi}{2} f_g = u_n^2 \Delta f. \quad (183)$$

Veličina $\Delta f = \pi f_g / 2$ je širina frekvencijskog pojasa sustava prvog reda za bijeli šum na njegovom ulazu. Ako sustav nije prvog reda ili ako na njegovu ulazu nije bijeli šum, umjesto izraza (183) prisiljeni smo krenuti od definicijskog izraza (174).

Za konkretne numeričke podatke u zadatku vrijedi:

$$u_{n1}^2 = u_{n2}^2 = 4kTR = 4 \cdot 1,37 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 298 \text{ K} \cdot 10 \text{ k}\Omega = 1,633 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

$$u_n^2 = u_{n1}^2 + u_{n2}^2 = 3,266 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

$$U_n^2 = u_n^2 \Delta f = 3,266 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2 / \text{Hz} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 10 \text{ kHz} = 5,13 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2$$

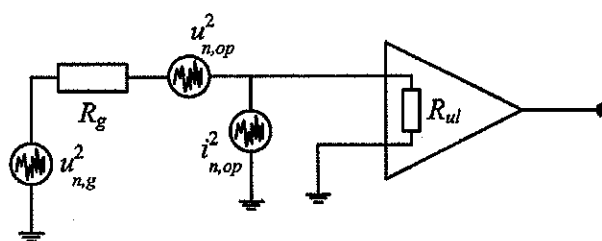
$$U_n = 2,265 \text{ } \mu\text{V}$$

6.3. Šum operacijskog pojačala, strujno-naponski model šuma pojačala

Šum pojačala određen je naponskim izvorom šuma $7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ i strujnim izvorom šuma $0,3 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Na ulaz pojačala priključen je izvor unutarnjeg otpora $2 \text{ k}\Omega$. Odredite spektralnu gustoću snage ukupnog ulaznog napona šuma pojačala uz neizmjereno veliki ulazni otpor pojačala i ulazni otpor pojačala $10 \text{ k}\Omega$.

Rješenje

Jedna od bitnih značajki operacijskih pojačala je i njihov šum. Svako operacijsko pojačalo će dodati određeni šum na signal koji prolazi kroz pojačalo. Budući da se operacijska pojačala najčešće koriste u spoju sa pasivnim komponentama (otpornici i kondenzatori), doprinos operacijskog pojačala ukupnom šumu (odnosno omjeru signal-šum) ovisit će o vrsti spoja operacijskog pojačala. Da bi se to moglo uspješno modelirati, za svako pojačalo se definiraju dva izvora šuma (jedan strujni i jedan naponski) koji su spojeni na ulaz, Slika 6.2. U ovakvom nadomjesnom spoju, idealizirano pojačalo koje slijedi iza ta dva izvora ne unosi dodatni šum u sustav.



Slika 6.2. Model šuma realnog pojačala s izvorima šuma i idealiziranim pojačalom. Na slici nije prikazana otpornička mreža koja definira pojačanje pojačala.

Ukupna spektralna gustoća snage šuma koja se vidi na ulazu pojačala je

$$u_{n,ul}^2 = \left(\frac{R_{ul}}{R_{ul} + R_g} \right)^2 u_{n,g}^2 + \left(\frac{R_{ul}}{R_{ul} + R_g} \right)^2 u_{n,op}^2 + \left(\frac{R_g R_{ul}}{R_{ul} + R_g} \right)^2 i_{n,op}^2 =$$

$$= \left(\frac{R_{ul}}{R_{ul} + R_g} \right)^2 (u_{n,g}^2 + u_{n,op}^2 + R_g^2 i_{n,op}^2), \quad (184)$$

gdje su $u_{n,op}^2$ i $i_{n,op}^2$ naponski i strujni izvori šuma pojačala, a $u_{n,g}^2$ izvor kojim se modelira šum prisutan u signalu dovedenom na ulaz pojačala. Izraz (184) je dobiven superpozicijom tri izvora šuma opisana spektralnim gustoćama snage (opet primijetite da se zbrajaju snage a ne naponi). Prvi član zbroja u (184) je udio snage izvora $u_{n,g}^2$ koji otpada na R_{ul} , drugi član je udio snage izvora $u_{n,op}^2$ koji otpada na R_{ul} , a treći član je ukupna snaga na paralelnom spoju otpornika R_{ul} i R_g budući da su ta dva otpornika u paralelnom spoju za strujni izvor šuma $i_{n,op}^2$.

Budući da je $R_g = 2 \text{ k}\Omega$, vrijedi

$$u_{n,g}^2 = 4kTR_g = 4 \cdot 1,37 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 298 \text{ K} \cdot 2 \text{ k}\Omega = 3,266 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz},$$

a prema podacima u tekstu zadatka

$$u_{n,op}^2 = (7 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}})^2 = 4,9 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz},$$

$$i_{n,op}^2 = (0,3 \text{ pA} / \sqrt{\text{Hz}})^2 = 9 \cdot 10^{-26} \text{ A}^2 / \text{Hz}.$$

Ako je $R_{ul} = 10 \text{ k}\Omega$, prema (184) slijedi

$$u_{n,ul}^2 = \left(\frac{R_{ul}}{R_{ul} + R_g} \right)^2 (u_{n,g}^2 + u_{n,op}^2 + R_g^2 i_{n,op}^2) =$$

$$= \left(\frac{10 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega} \right)^2 (3,266 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz} + 4,9 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz} + (2 \text{ k}\Omega)^2 \cdot 9 \cdot 10^{-26} \text{ A}^2 / \text{Hz}) =$$

$$= 5,696 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz}.$$

Ako $R_{ul} \rightarrow \infty$, omjer $R_{ul}/(R_{ul} + R_g) \rightarrow 1$, a ukupna ulazna spektralna gustoća snage je

$$u_{n,ul}^2 = u_{n,g}^2 + u_{n,op}^2 + R_g^2 i_{n,op}^2 =$$

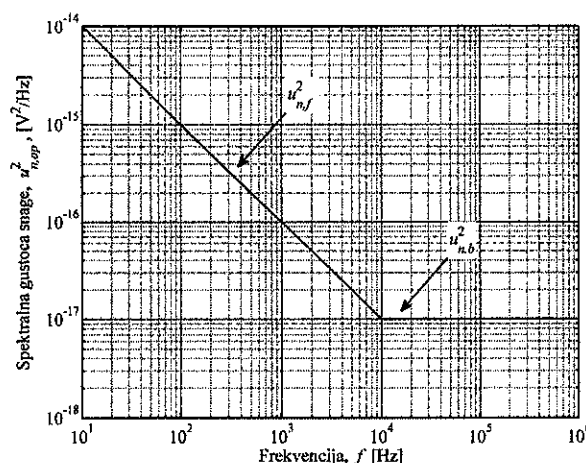
$$= 3,266 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz} + 4,9 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz} + (2 \text{ k}\Omega)^2 \cdot 9 \cdot 10^{-26} \text{ A}^2 / \text{Hz} =$$

$$= 8,202 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz}.$$

6.4. Spektralna gustoća naponskog šuma pojačala

Odredite efektivnu vrijednost izlaznog napona šuma pojačala i odnos signal-šum na ulazu pojačala. Strujni šum pojačala je zanemariv, a spektralna gustoća snage naponskog izvora šuma pojačala zadana je Slikom 6.3.

Ulazni otpor pojačala je $120\text{ k}\Omega$. Na ulaz pojačala priključen je naponski izvor unutarnjeg otpora $1,2\text{ k}\Omega$, frekvencije 50 kHz i amplitude 1 mV . Za proračun se amplitudno-frekvencijska karakteristika pojačala može nadomjestiti savršenom pojasnopropusnom karakteristikom s donjom graničnom frekvencijom 100 Hz , gornjom graničnom frekvencijom 100 kHz , te pojačanjem 50 . Temperatura okoline je 25°C (298 K), Boltzmannova konstanta $1,37 \cdot 10^{-23}\text{ J/K}$.



Slika 6.3. Spektralna gustoća snage šuma pojačala iz zadatka 6.4.

Rješenje

Spektralna gustoća snage šuma pojačala na slici u zadatku je, kvalitativno gledajući, tipična spektralna gustoća snage šuma operacijskog pojačala koja se sastoji od dominantno $1/f$ šuma na nižim frekvencijama (u ovom slučaju do 10 kHz) i bijelog šuma na višim frekvencijama. Prijenosna funkcija pojačala je:

$$H(f) = \begin{cases} A_0, & \text{za } 100\text{ Hz} \leq f \leq 100\text{ kHz}, \\ 0, & \text{inače,} \end{cases} \quad (185)$$

gdje je $A_0 = 50$ vršna vrijednost pojačanja.

Izvori šuma na ulazu pojačala su unutarnji otpor generatora $u_{n,g}^2$ te dva izvora kojima modeliramo šum pojačala prema Slici 6.3: izvor bijelog šuma $u_{n,b}^2$ za frekvencije više od

10 kHz i izvor $1/f$ šuma $u_{n,f}^2$ za frekvencije niže od 10 kHz. Spektralne gustoće snage ta dva izvora šuma mogu se odrediti iz Slike 6.3:

$$u_{n,b}^2(f) = 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz}, \text{ za } f \geq 10 \text{ kHz}, \quad (186)$$

$$u_{n,f}^2(f) = \frac{10^{-13} \text{ V}^2}{f} \left[\text{V}^2 / \text{Hz} \right], \text{ za } f \leq 10 \text{ kHz}. \quad (187)$$

Šum zbog unutarnjeg otpora generatora je:

$$u_{n,g}^2 = 4kTR_g = 4 \cdot 1,37 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 298 \text{ K} \cdot 1,2 \text{ k}\Omega = 1,96 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz}. \quad (188)$$

Svaka od ove tri gustoće snage se dijeli na R_g i R_{ul} kao u prošlom zadatku. Ukupna spektralna gustoća snage šuma na ulazu pojačala je zbroj pojedinačnih snaga:

$$u_{n,ul}^2 = \left(\frac{R_{ul}}{R_{ul} + R_g} \right)^2 (u_{n,g}^2 + u_{n,b}^2 + u_{n,f}^2). \quad (189)$$

Ukupna efektivna snaga šuma na izlazu pojačala je imajući u vidu prijenosnu funkciju pojačala:

$$\begin{aligned} U_{n,izl}^2 &= \int_0^\infty u_{n,izl}^2 |H(f)|^2 df = \\ &= \left(\frac{R_{ul}}{R_{ul} + R_g} \right)^2 \left(\int_{100}^{100k} u_{n,g}^2 (50)^2 df + \int_{10k}^{100k} u_{n,b}^2 (50)^2 df + \int_{100}^{10k} u_{n,f}^2 (50)^2 df \right). \end{aligned} \quad (190)$$

Doprinosi svakog izvora šuma ukupnoj efektivnoj snazi šuma na izlazu pojačala su:

$$\begin{aligned} \int_{100}^{100k} u_{n,g}^2 (50)^2 df &= 2500 \cdot 1,96 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz} \cdot (100 \text{ kHz} - 100 \text{ Hz}) = 4,895 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2, \\ \int_{10k}^{100k} u_{n,b}^2 (50)^2 df &= 2500 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz} \cdot (100 \text{ kHz} - 10 \text{ kHz}) = 2,25 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2, \\ \int_{100}^{10k} u_{n,f}^2 (50)^2 df &= 2500 \int_{100}^{10k} \frac{10^{-13} \text{ V}^2}{f} df = 2500 \cdot 10^{-13} \text{ V}^2 \cdot \ln \left(\frac{10 \text{ kHz}}{100 \text{ Hz}} \right) = 1,151 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2. \end{aligned}$$

Uvrštavajući gornje vrijednosti u (190) slijedi

$$U_{n,izl}^2 = \left(\frac{120 \text{ k}\Omega}{120 \text{ k}\Omega + 1,2 \text{ k}\Omega} \right)^2 (4,895 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2 + 2,25 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2 + 1,151 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2) = \quad (191)$$

$$= 8,133 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2,$$

što odgovara efektivnoj vrijednosti izlaznog napona

$$U_{n,izl} = \sqrt{U_{n,izl}^2} = 90 \text{ }\mu\text{V}.$$

Da bismo izračunali odnos signal-šum na ulazu pojačala, moramo usporediti snage signala spojenog na ulazu i ukupnu snagu šuma preslikanu na ulaz. Odnos signal-šum je po definiciji:

$$SNR_{ul} = \frac{(U_{sig})^2}{(U_{n,ul})^2}. \quad (192)$$

Budući da je na ulazu sinusni signal vrijedi:

$$(U_{sig})^2 = \left(\frac{R_{ul}}{R_{ul} + R_g} \right)^2 U_{g,ef}^2 = \left(\frac{120 \text{ k}\Omega}{120 \text{ k}\Omega + 1,2 \text{ k}\Omega} \right)^2 \left(\frac{10 \text{ mV}}{\sqrt{2}} \right)^2 = 4,9 \cdot 10^{-5} \text{ V}^2,$$

pri čemu je uračunat utjecaj djelila R_{ul} , R_g na napon generatora signala na ulazu pojačala. Za snagu šuma na ulazu vrijedi

$$U_{n,ul}^2 = \frac{U_{n,izl}^2}{A_0^2} = \frac{8,133 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2}{2500} = 3,2532 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2,$$

pri čemu je utjecaj djelila R_{ul} , R_g već uzet u obzir u izrazu (192). Slijedi da je odnos signal-šum

$$SNR_{ul} = \frac{(U_{sig})^2}{(U_{n,ul})^2} = \frac{4,9 \cdot 10^{-5} \text{ V}^2}{3,2532 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2} = 1,506 \cdot 10^7$$

ili izraženo u decibelima

$$SNR_{ul} = 10 \log(1,506 \cdot 10^7) = 71,78 \text{ dB}.$$

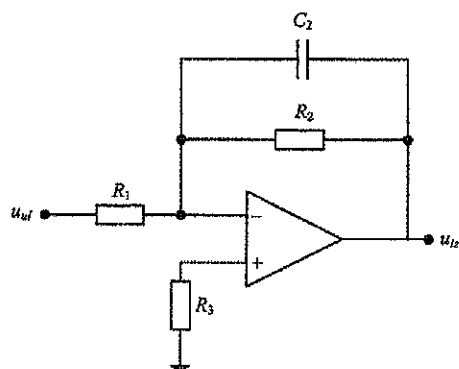
U gornjem izrazu ispred logaritma dolazi faktor 10 zato što je riječ o omjeru snaga (da je bio omjer napona faktor bi bio 20).

6.5. Šum invertirajućeg pojačala

Odredite izlazni napon šuma invertirajućeg pojačala izvedenog operacijskim pojačalom. Pojaćanje pojačala je -10 , ulazni otpor $10\text{ k}\Omega$. Otpornici su odabrani tako da je minimiziran izlazni napon pomaka pojačala. Operacijsko pojačalo ima spektralnu gustoću ulaznog napona šuma $4 \cdot 10^{-16}\text{ V}^2/\text{Hz}$ i spektralnu gustoću ulazne struje šuma $9 \cdot 10^{-26}\text{ A}^2/\text{Hz}$ (bijeli šum). Pojačalo je sustav prvoga reda s gornjom graničnom frekvencijom 20 kHz . Zanimajte šum otpornika.

Rješenje

Invertirajuće pojačalo s niskopropusnom karakteristikom prvog reda (gornja granična frekvencija f_g) je prikazano na Slici 6.4. – za vježbu izvedite prijenosu karakteristiku. Budući da je u tekstu zadatka navedeno da je izlazni napon pomaka pojačala minimiziran, između neinvertirajuće stezaljke operacijskog pojačala i mase dodan je otpornik R_3 (vidi zadatak 5.4.).



Slika 6.4. Invertirajuće pojačalo s niskopropusnom karakteristikom prvog reda.

Iz podataka o ulaznom otporu pojačala i minimalnom izlaznom naponu pomaka pojačala, slijede otpori otpornika:

$$R_1 = 10\text{ k}\Omega, R_2 = -AR_1 = 100\text{ k}\Omega, R_3 = R_1 \parallel R_2 = 9,09\text{ k}\Omega.$$

Ulazni otpor operacijskog pojačala nije zadan pa ćemo smatrati da je beskonačan. Za razliku od zadatka 6.3., između neinvertirajuće stezaljke nije spojena izravno na masu što znači da u ukupnom šumu pojačala sudjeluju dva strujna izvora šuma. Slično izrazu (185) iz zadatka 6.3., ukupna spektralna gustoća snage šuma na ulazu je:

$$u_{n,ul}^2 = u_{n,op}^2 + (R_1 \parallel R_2)^2 i_{n,op1}^2 + R_3^2 i_{n,op2}^2 = u_{n,op}^2 + 2(R_1 \parallel R_2)^2 i_{n,op}^2$$

gdje smo pretpostavili da je $i_{n,op1} = i_{n,op2} = i_{n,op}$.

Bez obzira što je riječ o invertirajućem pojačalu, prijenosna karakteristika za šum ima pojačanje $1+R_2/R_1$ – slično kao za napon pomaka u zadatku 5.4. Pojačalo je sustav prvog reda, granične frekvencije 20 kHz, pa za izlazni napon šuma vrijedi:

$$U_{n,iz}^2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 u_{n,ul}^2 \frac{\pi}{2} f_g = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(u_{n,op}^2 + 2(R_1 \parallel R_2)^2 i_{n,op}^2\right) \frac{\pi}{2} f_g$$

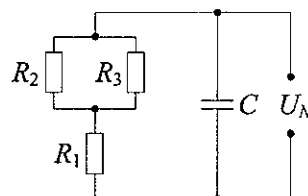
Uvrštavanjem zadanih vrijednosti dobiva se

$$\begin{aligned} U_{n,izl}^2 &= \left(1 + \frac{100 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega}\right) \left(4 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2/\text{Hz} + 2(100 \text{ k}\Omega \parallel 10 \text{ k}\Omega)^2 9 \cdot 10^{-26} \text{ A}^2/\text{Hz}\right) \frac{\pi}{2} 20 \text{ kHz} = \\ &= 1,577 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2 \Rightarrow U_{n,izl} = 39,7 \text{ }\mu\text{V} \end{aligned}$$

Ukupni šum na izlazu pojačala je 39,7 μV efektivne vrijednosti ili skoro 240 μV vrijednosti od vrha do vrha.

6.6. Zadaci s konačnim rješenjem

1. Odredite pokazivanje voltmetra U_N s odzivom na efektivnu vrijednost ako su vrijednosti otpornika na slici $R_1=1\text{ M}\Omega$, $R_2=3\text{ M}\Omega$, $R_3=6\text{ M}\Omega$. Ulazni kapacitet voltmetra je $C=10\text{ pF}$, a temperatura 300 K . Pretpostavite da su sve komponente u termičkoj ravnoteži. Boltzmannova konstanta je $1,381 \cdot 10^{-23}\text{ J/K}$.



Rješenje: $U_{n,izl} = 20,35\text{ }\mu\text{V}_{ef}$

2. Na pojačalo pojačanja 50 i prienosne karakteristike prvog reda granične frekvencije 100 kHz spojen je generator sinusnog valnog oblika amplitude 1 mV i unutarnjeg otpora $1\text{ k}\Omega$. Šum pojačala se može modelirati naponskim izvorom šuma spektralne gustoće snage $9 \cdot 10^{-17}\text{ V}^2/\text{Hz}$. Doprinos strujnog izvora šuma se može zanemariti. Odrediti efektivnu vrijednost napona šuma na izlazu pojačala te omjer snaga signala i šuma. Temperatura okoline iznosi $25\text{ }^\circ\text{C}$, a Boltzmanova konstanta $1,37 \cdot 10^{-23}\text{ J/K}$.

Rješenje: $U_{n,izl} = 200\text{ }\mu\text{V}_{ef}$, $SNR = 31250 = 45\text{ dB}$

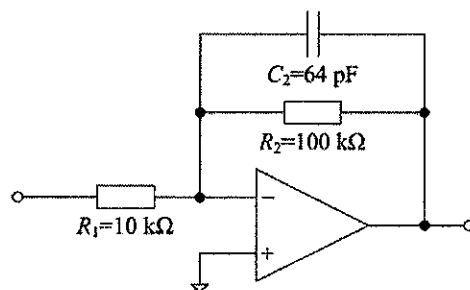
3. Generator sinusnog valnog oblika unutarnjeg otpora R_g je spojen na pojačalo. Pojačalo je sustav prvog reda gornje granične frekvencije 100 kHz , pojačanja 50 i ulaznog otpora $18\text{ k}\Omega$. Šum pojačala je određen naponskim i strujnim izvorima spektralnih gustoća $20\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ i $10\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Nacrtajte nadomjesnu shemu mjerenja. Odredite otpor R_g pri kojem je faktor šuma minimalan. Koliki je faktor šuma i ukupni šum na izlazu pojačala u tome slučaju? Temperatura okoline je 300 K , a Boltzmannova konstanta je $1,37 \cdot 10^{-23}\text{ J/K}$.

Rješenje: $R_g = 2000\text{ }\Omega$, $U_{n,izl} = 411,7\text{ }\mu\text{V}_{ef}$, $F = 16,21$

4. Odredite najmanju efektivnu vrijednost napona sinusnog izvora unutarnjeg otpora $1000\text{ }\Omega$ koju je moguće izmjeriti pogreškom manjom od $0,1\%$ s obzirom na šum pojačala. Pojačalo je sustav prvog reda gornje granične frekvencije 100 kHz , pojačanja 50 i ulaznog otpora puno većeg od otpora izvora. Nacrtajte nadomjesnu shemu mjerenja. Šum pojačala je određen naponskim i strujnim izvorima spektralnih gustoća $20\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ i $10\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Temperatura okoline je 300 K , a Boltzmannova konstanta je $1,37 \cdot 10^{-23}\text{ J/K}$.

Rješenje: $U_{in} = 200\text{ }\mu\text{V}$

5. Odredite efektivnu vrijednost napona šuma na izlazu pojačala na slici. Zanemarite doprinos otpornika ukupnom šumu. Šum pojačala je određen naponskim i strujnim izvorima spektralnih gustoća $20\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ i $10\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Ako je nakon pojačala spojen analogno-digitalni pretvornik raspona ulaznog napona $\pm 2\text{ V}$ i razlučivosti 14 bita, na koliko



najmanje značajnih bita utječe šum pojačala? Temperatura okoline je 300 K, a Boltzmannova konstanta je $1,37 \cdot 10^{-23}$ J/K. Pretpostavite beskonačan ulazni otpor operacijskog pojačala.

Rješenje: $U_{n, izl} = 204,1 \mu V_{ef}$ šum utječe na zadnja 3 bita ($n > 2,33$)

6. Diferencijalno pojačalo je sustav 1. reda granične frekvencije 10 kHz i pojačanja 100. Izlazni šum pojačala preslikan na ulaz ima spektralnu gustoću snage $2 \cdot 10^{-17}$ V²/Hz. Na neinvertirajuću stezaljku pojačala spojen je generator istosmjernog signala unutarnjeg otpora 1000 Ω i napona 2,5003 V, a na invertirajuću stezaljku spojen je generator istosmjernog signala unutarnjeg otpora 2000 Ω i napona 2,5002 V. Izračunajte vršnu vrijednost ukupnog šuma na izlazu pojačala te omjer snaga signala i šuma. Pretpostavite da su faktor potiskivanja, ulazni diferencijalni otpor i otpori obje stezaljke prema masi beskonačni.

Rješenje: $U_{n, izl} = 628 \mu V_{pp}$, $SNR = 9137 = 40$ dB

7. Referentni naponski izvori

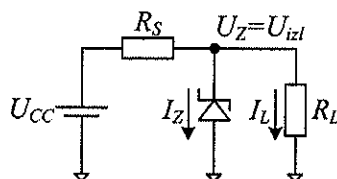
7.1. Osnovni spoj s Zenerovom diodom

Zenerova dioda nazivnog napona $U_{Z0}=6,8\text{ V}$ koristi se u izvoru referentnog napona. U području proboja strujno-naponska karakteristika diode može se opisati pravcem $U_Z=U_{Z0}+R_Z(I_Z-I_{Z0})$, $I_Z\geq I_{Z0}=2\text{ mA}$, $R_Z=10\ \Omega$. Napon napajanja izvora referentnog napona je $15\text{ V}\pm 20\%$. Izvor referentnog napona opterećen je strujom od 2 mA do 4 mA .

Odredite vrijednost serijskog otpora u izvoru referentnog napona, te promjene referentnog napona s promjenama napona napajanja i izlazne struje.

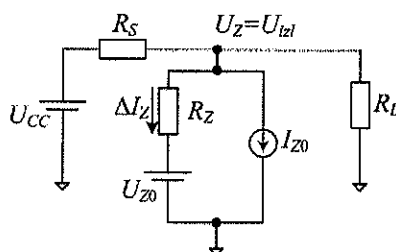
Rješenje

Najjednostavniji referentni naponski izvor s Zenerovom diodom je prikazan na Slici 7.1. Otpornik R_L je trošilo, a otpornikom R_S se određuje radna točka diode. Zadaća referentnog naponskog izvora je dati točan i stabilan napon U_{izl} u širokim granicama promjene napajanja (u našem slučaju $\pm 20\%$) i tereta (u našem slučaju od 2 mA do 4 mA , što zapravo znači promjenu otpora R_L).



Slika 7.1. Najjednostavnija varijanta referentnog naponskog izvora s Zenerovom diodom.

Da bismo odredili potrebnu vrijednost serijskog otpora R_S te ovisnost napona U_{izl} o promjenama napona napajanja i izlazne struje, odredit ćemo nadomjesnu, lineariziranu shemu spoja sa Zenerovom diodom. U području proboja i oko radne točke (U_{Z0} , I_{Z0}) karakteristika diode se može aproksimirati pravcem $U_Z=U_{Z0}+R_Z(I_Z-I_{Z0})$, odnosno $\Delta U_Z=R_Z\Delta I_Z$. Iz linearizirane karakteristike slijedi nadomjesni spoj Zenerove diode – paralelni spoj strujnog izvora I_{Z0} i serijskog spoja naponskog izvora U_{Z0} i otpornika R_Z kroz kojeg prolazi struja iznosa ΔI_Z u smjeru prema nižem potencijalu izvora. Nadomjesna shema sklopa sa Slike 7.1. prikazana je na Slici 7.2.



Slika 7.2. Nadomjesna shema sklopa sa Slike 7.1.

Za zbroj struja koje ulaze i izlaze iz čvora U_{izl} imamo:

$$\frac{U_{CC} - U_{izl}}{R_S} = \frac{U_{izl} - U_{Z0}}{R_Z} + I_{Z0} + I_L \quad (193)$$

Otpornik R_S mora imati vrijednost otpora takvu da je izvor napajanja u najgorem slučaju u stanju osigurati struju potrebnu za rad trošila i održavanje statičke radne točke Zenerove diode. Najgori slučaj je minimalna vrijednost napona napajanja te najveće opterećenje reference (trošilo vuče najveću struju), pri čemu pretpostavljamo radnu točku Zenerove diode (U_{Z0} , I_{Z0}). Dakle, imamo sljedeće pretpostavke:

- Napon napajanja minimalan, $U_{CCmin} = 0,8U_{CC} = 12 \text{ V}$,
- Maksimalna struja opterećenja, $I_{Lmax} = 4 \text{ mA}$,
- Radna točka diode (U_{Z0} , I_{Z0}), $U_{izl} = U_{Z0}$, $\Delta I_Z = 0$.

Iz tih pretpostavki i gornje jednadžbe čvora slijedi:

$$R_S < \frac{U_{CCmin} - U_{Z0}}{I_{Z0} + I_{Lmax}} = \frac{12 \text{ V} - 6,8 \text{ V}}{2 \text{ mA} + 4 \text{ mA}} = 866 \Omega. \quad (194)$$

Otpornik R_S ne smije imati otpor veći od 866Ω ako želimo da i u najgorem slučaju niskog napona izvora i velikog opterećenja dioda radi u blizini specificirane radne točke. Međutim, otpor R_S ne smije biti niti premali jer se time povećava struja kroz diodu, odnosno disipacija snage $P_Z = U_Z I_Z$. Svaka dioda ima specificiranu maksimalnu snagu koju može disipirati (samozagrijavanjem), a koja je reda nekoliko stotina milivata.

Preslagivanjem jednadžbe čvora lako se može dobiti:

$$U_{izl} = \frac{R_Z}{R_Z + R_S} U_{CC} + \frac{R_S}{R_Z + R_S} U_{Z0} - (R_Z \parallel R_S) I_{Z0} - (R_Z \parallel R_S) I_L. \quad (195)$$

Iz ovog izraza se može vidjeti zašto je ovaj sklop prikladan za izvor referentnog napona. Otpor Zenerove diode u ovom režimu rada je vrlo mali – reda nekoliko oma, a otpor R_S je reda nekoliko stotina ili tisuću oma. Sukladno tome faktori uz U_{CC} , I_{Z0} i I_L su vrlo mali, pa te veličine zanemarivo utječu na vrijednost izlaznog napona. Napon U_{Z0} , određen vrstom diode, je stabilan i izravno utječe na izlazni napon faktorom proporcionalnosti približno 1.

Zanima nas ovisnost promjene napona U_{izl} o promjenama ostalih napona i struja u krugu u blizini radne točke Zenerove diode (U_{Z0} , I_{Z0}), za koju ćemo pretpostaviti da je nepromjenjiva. Iz gornjeg izraza slijedi:

$$\Delta U_{izl} = \frac{R_Z}{R_Z + R_S} \Delta U_{CC} - (R_Z \parallel R_S) \Delta I_L, \quad (196)$$

a iz kojeg slijede definicije faktora naponske k_U i strujne regulacije k_I :

$$k_U = \left. \frac{\Delta U_{izl}}{\Delta U_{CC}} \right|_{\Delta I_L=0} = \frac{R_Z}{R_Z + R_S}, \quad (197)$$

$$k_I = \left. \frac{\Delta U_{izl}}{\Delta I_L} \right|_{\Delta U_{CC}=0} = -(R_Z \parallel R_S). \quad (198)$$

Najveća promjena napona napajanja (od njegove minimalne do maksimalne vrijednosti) je $\Delta U_{CC} = (1,2 - 0,8)U_{CC} = 6 \text{ V}$. Promjena izlaznog napona uzrokovana promjenom napona napajanja je:

$$\Delta U_{izl} = k_U \Delta U_{CC} = \frac{R_Z}{R_Z + R_S} \Delta U_{CC} = \frac{10 \Omega}{866 \Omega + 10 \Omega} 6 \text{ V} = 68,5 \text{ mV}. \quad (199)$$

Najveća promjena struje tereta je $\Delta I_L = 2 \text{ mA}$, a promjena izlaznog napona uzrokovana promjenom struje tereta je:

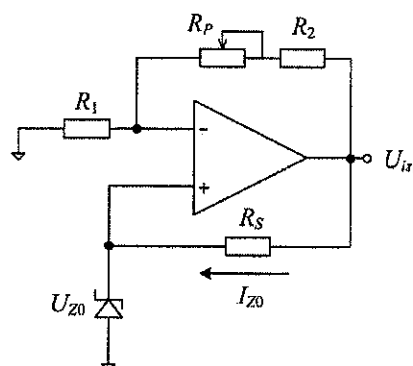
$$\Delta U_{izl} = k_I \Delta I_L = -(R_Z \parallel R_S) \Delta I_L = -9,89 \Omega \cdot 2 \text{ mA} = -19,77 \text{ mV}. \quad (200)$$

7.2. Zenerova dioda i operacijsko pojačalo

Primjenom operacijskog pojačala (ulazni napon pomaka $U_p \leq 6 \text{ mV}$, ulazne struje zanemarive) i diode iz zadatka 7.1. izvedite izvor referentnog napona $U_{izl} = 10 \text{ V}$. O čemu ovisi stabilnost izlaznog napona pojačala?

Rješenje

Shema referentog naponskog izvora je prikazana na Slici 7.3. Negativna povratna veza koju čine otpornici R_1 i R_2 određuje pojačanje pojačala potrebno da se radni napon Zenerove diode U_{Z0} pojača na željeni iznos U_{izl} . Struja kroz Zenerovu diodu je određena izlaznim naponom i otpornikom R_S . S obzirom da je izlazni otpor pojačala vrlo mali (naponski izvor) te da je trošilo spojeno paralelno grani u kojoj se nalazi otpornik R_S , ovisnost struje Zenerove diode o struji tereta je zanemariva u usporedbi sa sklopom u zadatku 7.1.



Slika 7.3. Referentni naponski izvor s Zenerovom diodom i operacijskim pojačalom.

S obzirom da je struja na ulazu u neinvertirajuću stezaljku zanemariva, struje kroz otpornik R_S i kroz diodu su jednake. Ako je struja $I_{Z0} = 2 \text{ mA}$, a $U_{Z0} = 6,8 \text{ V}$, otpor R_S se može odrediti iz:

$$R_S = \frac{U_{izl} - U_{Z0}}{I_{Z0}} = \frac{10 \text{ V} - 6,8 \text{ V}}{2 \text{ mA}} = 1,6 \text{ k}\Omega. \quad (201)$$

Ulazni napon U_{ul} i izlazni napon U_{izl} su vezani preko pojačanja neinvertirajućeg pojačala:

$$U_{izl} = \left(1 + \frac{R_2 + R_P}{R_1}\right) U_{ul}, \quad (202)$$

gdje potencijometar R_P služi za kompenziranje razlika u naponu U_{Z0} između različitih dioda (tolerancije napona U_{Z0} u našem slučaju su $\pm 5\%$), utjecaja napona pomaka pojačala i temperaturne ovisnosti oba napona.

Kao i napon U_{Z0} , napon pomaka se pojačava s neinvertirajućim pojačanjem. Donja i gornja vrijednost ukupnog napona na ulazu pojačala su:

$$\begin{aligned} U_{ulmin} &= 0,95U_{Z0} - U_p = 6,454 \text{ V}, \\ U_{ulmax} &= 1,05U_{Z0} + U_p = 7,146 \text{ V}. \end{aligned}$$

Pojačanje mora biti u granicama:

$$\begin{aligned} A_{min} &= 10 \text{ V} / 7,146 \text{ V} = 1,40, \\ A_{max} &= 10 \text{ V} / 6,454 \text{ V} = 1,55. \end{aligned}$$

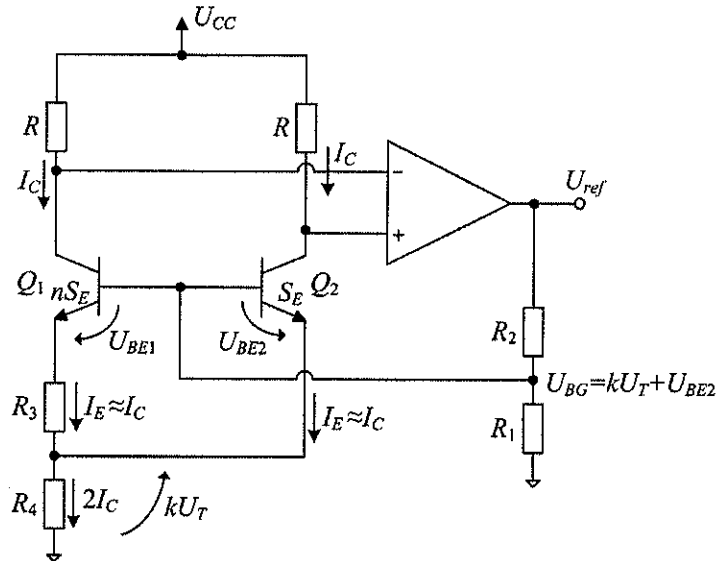
Ako odaberemo vrijednost $R_1 = 4,7 \text{ k}\Omega$, otpor $R_2 + R_P$ je onda između 1880Ω i 2585Ω . Na temelju tog intervala, jedan od mogućih odabira otpornika R_2 i potencijometra R_P je $R_2 = 1,6 \text{ k}\Omega$ i $R_{Pmax} = 1 \text{ k}\Omega$.

Kvalitetu (stabilnost) ovakvog referentnog naponskog izvora ograničava nekoliko faktora:

- Promjene temperature pri čemu se mijenjaju značajke pojačala (npr. napon pomaka) i diode (napon U_{Z0}). Potencijetrom se te promjene mogu kompenzirati, ali to treba raditi sa svakom promjenom temperature, odnosno radnih uvjeta.
- Potiskivanje napona napajanja pojačala – promjene napona napajanja pojačala se preslikavaju na izlaz pojačala u ovisnosti o kvaliteti operacijskog pojačala.
- Izlazni otpor operacijskog pojačala – određuje promjene struje Zenerove diode s promjenama tereta, a time i napon U_Z , odnosno napon U_{izl} .
- Najveći teret koji se može spojiti na operacijsko pojačalo je određeno maksimalnom strujom koju može dati pojačalo
- Šum pojačala i otpornika

7.3. Izvor referentnog napona *bandgap* tipa

Na Slici 7.4. dana je popularna varijanta izvora referentnog napona *bandgap* tipa poznata kao Brokawov izvor. Uz pretpostavke da tranzistor Q_1 ima $n = 4$ puta veću površinu emitera od tranzistora Q_2 te da je $U_{BE2} = 650$ mV, odredite omjere otpornika R_4 / R_3 i R_2 / R_1 za $U_{ref} = 5$ V.



Slika 7.4. Referentni naponski izvor *bandgap* tipa u Brokawovoj izvedbi.

Rješenje

Otpornici u kolektorskom krugu oba tranzistora su jednaki i spojeni su između napona napajanja U_{CC} i neinvertirajuće, odnosno invertirajuće stezaljke pojačala. Kako operacijsko pojačalo u ovakvom sklopu održava obje stezaljke na približno istom potencijalu, struje kroz ta dva otpornika, odnosno kolektorske struje oba tranzistora, su jednake. Veza između struje zasićenja I_S i struje kolektora I_C u aktivnom području rada dana je Ebers-Mollovom jednadžbom:

$$I_C = I_S \exp \frac{U_{BE}}{U_T}. \quad (203)$$

Struje zasićenja tranzistora Q_1 i Q_2 ovise o omjeru emitorskih površina S_E , dakle:

$$\frac{I_{S1}}{I_{S2}} = n. \quad (204)$$

Pad napona na otporniku R_3 je $U_{BE2} - U_{BE1}$. Uz pretpostavku da su emitorske struje približno jednake kolektorskim strujama ($I_{C1} = I_{C2} = I_C$, $I_{E1} = I_{E2} = I_E$, $I_C \approx I_E$), struja kroz otpornik R_4 je dva puta veća nego kroz otpornik R_3 . Prema tome, pad napona na otporniku R_4 je

$$U_4 = 2R_4 I_C = \frac{2R_4}{R_3} (U_{BE2} - U_{BE1}) = \frac{2R_4}{R_3} \Delta U_{BE}. \quad (205)$$

Razlika napona ΔU_{BE} slijedi iz Ebers-Mollove jednadžbe ako uračunamo već spomenuti omjer struja zasićenja n :

$$\Delta U_{BE} = U_T \ln n, \quad (206)$$

$$U_4 = U_T \frac{2R_4}{R_3} \ln n = k U_T. \quad (207)$$

Napon *bandgap* izvora U_{BG} , koji se operacijskim pojačalom pojačava na potrebnu vrijednost U_{ref} , je:

$$U_{BG} = k U_T + U_{BE2}. \quad (208)$$

Ta jednadžba opisuje temeljni princip rada svake *bandgap* reference: izlazni napon U_{BG} je linearna kombinacija napona U_{BE} koji ima negativan temperaturni koeficijent i napona U_T koji ima pozitivan temperaturni koeficijent. Konstanta k se može podesiti tako da ukupni temperaturni koeficijent napona U_{BG} bude jednak 0.

Omjer otpornika R_4 / R_3 slijedi iz zahtijeva da temperaturni koeficijent napona U_{BG} bude jednak 0:

$$\frac{\partial U_{BG}}{\partial T} = k \frac{\partial U_T}{\partial T} + \frac{\partial U_{BE2}}{\partial T} = 0 \Rightarrow k = -\frac{\frac{\partial U_{BE2}}{\partial T}}{\frac{\partial U_T}{\partial T}} \approx \frac{2,1 \text{ mV}/^\circ\text{C}}{0,0862 \text{ mV}/^\circ\text{C}} \approx 24,6, \quad (209)$$

gdje smo pretpostavili vrijednosti temperaturnih koeficijenata na sobnoj temperaturi. Iz $k = \frac{2R_4}{R_3} \ln n$ lagano slijedi $R_4 / R_3 = 24,6 / (2 \ln 4) = 8,87$ i $U_{BG} = 24,6 \cdot 25,7 \text{ mV} + 650 \text{ mV} = 1,282 \text{ V}$. Napon U_{BG} je jednak padu napona na otporniku R_1 . S obzirom da su struje baza tranzistora Q_1 i Q_2 vrlo male, kroz otpornik R_2 protječe ista struja kao i kroz R_1 . Iz toga slijedi:

$$U_{ref} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_{BG}. \quad (210)$$

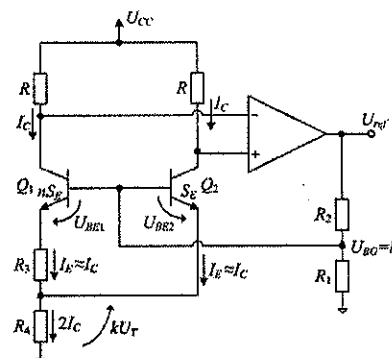
Za ciljani napon izvora od $U_{ref} = 5 \text{ V}$ i $U_{BG} = 1,282 \text{ V}$ omjer otpornika je $R_2 / R_1 = 2,9$.

Prednost *bandgap* referentnih naponskih izvora je u tome što mogu raditi sa značajno nižim naponima napajanja nego izvori s Zenerovim diodama (koje obično zahtijevaju napajanje oko 10 V). Zbog niskog napajanja i radne struje imaju manju potrošnju pa su prikladni za

baterijski napajane sklopove (npr. čvorovi bežične senzorske mreže). Nedostaci ovakvih referentnih izvora su veći šum i manja točnost.

7.4. Zadaci s konačnim rješenjima

1. Napon U_{BG} izvora referentnog napona na slici ima temperaturni koeficijent jednak 0. Izračunajte napon U_{BG} te omjer otpornika R_2 / R_1 kako bi izlazni napon izvora bio $U_{ref} = 5$ V. Naponi U_{BE1} i U_{BE2} iznose 650 mV uz temperaturni koeficijent od $-2,1 \text{ mV}/^\circ\text{C}$, a napon U_T iznosi 25,7 mV uz temperaturni koeficijent od $0,0862 \text{ mV}/^\circ\text{C}$.



Rješenje: $U_{BG} = 1,277 \text{ V}$, $R_2 / R_1 = 2,9$

2. Nacrtajte shemu referentnog naponskog izvora s Zenerovom diodom i operacijskim pojačalom. Odredite otpore svih otpornika u krugu, ako se želi postići referentni napon od 15 V, a Zenerova dioda ima radni napon od 5,2 V uz struju od 2 mA.

Rješenje: $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ (odabir), $R_2 = 18,85 \text{ k}\Omega$, $R_s = 4900 \text{ }\Omega$

3. Zenerova dioda koristi se u izvoru referentnog napona. Dinamički otpor diode u radnom području je $8\ \Omega$. Napon napajanja je 15 V uz valovitost od $\pm 20\%$. Nacrtajte shemu izvora referentnog napona i odredite minimalnu vrijednost serijskog otpora ako se želi postići promjena referentnog napona manja od $\pm 20\text{ mV}$. Zanimarite promjene izlazne struje.

Rješenje: $R_{\text{eq}} = 1192 \, \Omega$

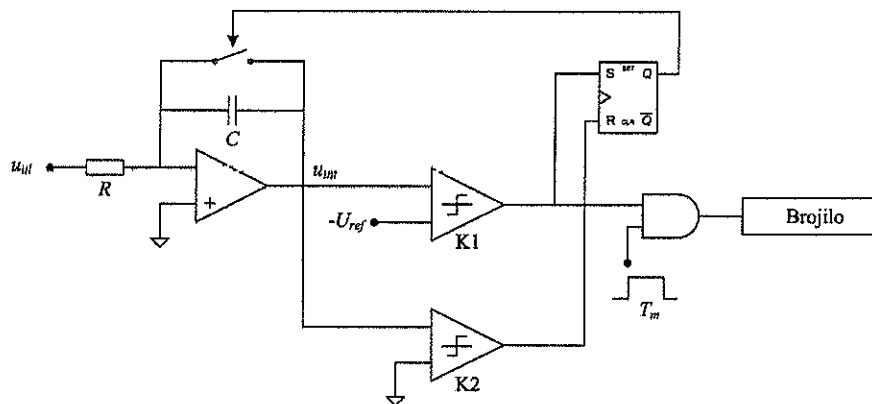
8. Analogno-digitalna pretvorba

8.1. Naponsko-frekvencijski (U/f) pretvornik

Za analogno-digitalni pretvornik s pretvorbom napona u frekvenciju zadan je prijenosni omjer naponsko-frekvencijske pretvorbe 10 kHz/V . Kondenzator u integratoru se prazni preko tranzistorske sklopke zanemarivog otpora u vođenju. Nacrtajte blok shemu AD pretvornika te označite pojedine elemente i veličine. Napon se određuje mjerenjem frekvencije u vremenskom intervalu 100 ms brojiлом koje broji do 5000. Odredite relativnu pogrešku mjerenja istosmjernog napona od 3 V kojemu je superponirana smetnja oblika $u(t) = 0,2 \cdot \text{sign}(\sin(42 \cdot t)) \text{ [V]}$. Početak mjernog ciklusa sinkroniziran je s prolaskom smetnje kroz nulu.

Rješenje

Pretvornik napona u frekvenciju prikazan je na Slici 8.1. Takav pretvornik na svom izlazu daje niz impulsa čija je frekvencija pojavljivanja proporcionalna srednjoj vrijednosti napona na ulazu. Brojanjem tih impulsa u nekom zadanom vremenskom periodu dobiva se digitalni podatak.



Slika 8.1. Pojednostavljena blok shema pretvornika napona u frekvenciju.

Napon na izlazu integratora u_{int} u trenutku $t=T$ je

$$u_{int}(T) = -\frac{1}{RC} \int_0^T u_{ul}(t) dt = -\frac{T}{RC} \frac{\int_0^T u_{ul}(t) dt}{T} = -\frac{T}{RC} U_{ul}, \quad (211)$$

gdje je u_{ul} napon na ulazu pretvornika, a U_{ul} njegova srednja vrijednost u intervalu T . Ako u trenutku $t=T$ napon u_{int} dosegne vrijednost $-U_{ref}$ (odabrali smo da je $U_{ref} > 0$ zbog preglednijih izraza, čime izvod nije izgubio na svojoj općenitosti), komparator K1 će postaviti Q izlaz

bistabila u 1 (*set*) i tako pokrenuti pražnjenje kondenzatora integratora. Time se napon u_{int} vrlo brzo vraća na vrijednost 0 V. U zadatku je, zbog pretpostavke o zanemarivom otporu vođenja tranzistorske sklopke, pražnjenje kondenzatora trenutno. Kako biste procijenili to vrijeme da znate otpor sklopke u vođenju i kapacitet kondenzatora?

Kada napon u_{int} dosegne vrijednost 0 V, komparator K2 postavlja Q izlaz bistabila u vrijednost 0 (*reset*) čime ponovno započinje ciklus integriranja. Prema tome, u trenutku $t=T$ vrijedi

$$u_{int}(T) = -\frac{T}{RC}U_{ul} = -U_{ref}. \quad (212)$$

Pod uvjetom da se U_{ul} ne mijenja u vremenu brojanja impulsa, možemo pisati

$$U_{ul} = RC U_{ref} \frac{1}{T} = RC U_{ref} f = \frac{1}{k_{AD}} f, \quad (213)$$

gdje je f frekvencija impulsa, a k_{AD} konstanta pretvorbe napona u frekvenciju. Broj impulsa izbrojen u vremenskom periodu T_m je $N = T_m f$, pa možemo napisati izraz koji izravno veže srednju vrijednost ulaznog napona i broja impulsa N :

$$N = k_{AD} T_m U_{ul}, \quad (214)$$

čime je dobiven digitalni podatak proporcionalan ulaznom naponu.

Pod pretpostavkom da na mjereni istosmjerni napon nije superponirana smetnja, pretvornik će pokazivati

$$N = k_{AD} T_m U_{ul} = 10 \frac{\text{kHz}}{\text{V}} \cdot 100 \text{ ms} \cdot 3 \text{ V} = 3000 \text{ impulsa}. \quad (215)$$

Smetnja je pravokutnog oblika (signum funkcija koja za argument ima sinusnu funkciju) amplitude 0,2 V i perioda

$$T_{sm} = \frac{2\pi}{\omega_{sm}} = \frac{2\pi}{42 \text{ rad s}^{-1}} = 150 \text{ ms}.$$

Ako je smetnja sinkronizirana s vremenom početka pretvorbe, a period brojanja impulsa je $T_m = 100 \text{ ms}$, smetnja će prvih 75 ms perioda T_m (pola perioda smetnje) biti 0,2 V, a -0,2 V zadnjih 25 ms perioda T_m . Broj impulsa izbrojen u ta dva vremenska intervala je

$$N_1 = 10 \frac{\text{kHz}}{\text{V}} \cdot 75 \text{ ms} \cdot (3 + 0,2) \text{ V} = 2400 \text{ impulsa},$$

$$N_2 = 10 \frac{\text{kHz}}{\text{V}} \cdot 25 \text{ ms} \cdot (3 - 0,2) \text{ V} = 700 \text{ impulsa},$$
$$N_{uk} = N_1 + N_2 = 3100 \text{ impulsa}.$$

Relativna pogreška je

$$p_r = \frac{|N_{uk} - N|}{N} 100\% = \frac{3100 - 3000}{3000} 100\% = 3,3\%.$$

Općenito, ovakav pretvornik na svom izlazu daje ukupni broj impulsa izbrojan u periodu T_m . Razmak između dva susjedna impulsa je stalan u periodu T_m samo ako je na ulazu stabilni istosmjerni napon bez superponirane smetnje. U slučaju izmjeničnog napona ili superponirane smetnje na ulazu, vrijeme između dva impulsa je i dalje proporcionalno srednjoj vrijednosti ukupnog ulaznog napona. Međutim, to vrijeme nije konstantno u periodu T_m budući da nije stalna niti srednja vrijednost ulaznog napona. Za vježbu probajte napisati u obliku sume izraz za ukupni broj impulsa izbrojan u vremenu T_m ako je smetnja sinusnog oblika amplitude 0,2 V i perioda 150 ms (sinkronizirano s početkom perioda T_m).

8.2. Analogno-digitalni pretvornik s dvostrukim pilastim naponom

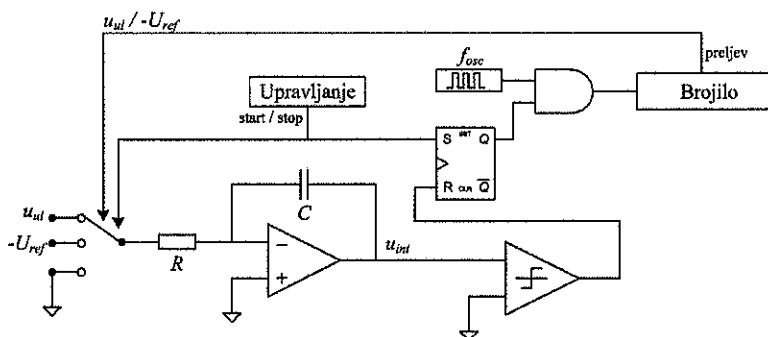
Za analogno-digitalni pretvornik s dvostrukim pilastim naponom zadana je frekvencija kremenog oscilatora 350 kHz, referentni napon 2,5 V, brojilo broji do 10^4 impulsa. Kolika je relativna pogreška pretvorbe napona 0,85 V, ako mu je superponirana smetnja iz gradske mreže amplitude 75 mV? Početak mjernog ciklusa sinkroniziran je s prolaskom mrežnog napona kroz nulu. Odrediti najvišu frekvenciju oscilatora uz koju bi ta pogreška iščezla.

Rješenje

Analogno-digitalni pretvornik s dvostrukom pilom je prikazan na Slici 8.2. Takav pretvornik na svom izlazu daje pravokutni napon čije je vrijeme trajanja visoke razine proporcionalno srednjoj vrijednosti ulaznog napona.

Na početku ciklusa pretvorbe, na ulazu integratora nalazi se mjereni napon u_{ul} . Za vrijeme integriranja napona u_{ul} , izlaz Q bistabila je u logičkom stanju 1 te dozvoljava prolazak impulsa iz generatora takta kroz logički „I“ krug u brojilo. Kada brojilo, brojeći impulse iz generatora takta, dosegne maksimalni broj impulsa (nakon čega brojilo signalizira preljev i opet kreće brojati od nule) na ulaz integratora se dovodi referentni napon $-U_{ref}$, a napon na izlazu integratora se počinje smanjivati zbog različitih predznaka napona $-U_{ref}$ i u_{ul} . Kada napon na izlazu integratora dosegne vrijednost nula, komparator resetiranjem bistabila prekida brojanje impulsa. U brojilu je sada rezultat pretvorbe. Nakon prikaza vrijednosti,

brojilo se resetira na nulu, na ulaz integratora se opet dovodi napon u_{ul} i započinje novi ciklus pretvorbe.



Slika 8.2. Pojednostavljena blok shema pretvornika s dvostrukom pilom.

Na početku ciklusa pretvorbe, na ulazu integratora nalazi se mjereni napon u_{ul} . Za vrijeme integriranja napona u_{ul} , izlaz Q bistabila je u logičkom stanju 1 te dozvoljava prolazak impulsa iz generatora takta kroz logički „I“ krug u brojilo. Kada brojilo, brojeći impulse iz generatora takta, dosegne maksimalni broj impulsa (nakon čega brojilo signalizira preljev i opet kreće brojati od nule) na ulaz integratora se dovodi referenti napon $-U_{ref}$, a napon na izlazu integratora se počinje smanjivati zbog različitih predznaka napona $-U_{ref}$ i u_{ul} . Kada napona na izlazu integratora dosegne vrijednost nula, komparator resetiranjem bistabila prekida brojanje impulsa. U brojilu je sada rezultat pretvorbe. Nakon prikaza vrijednosti, brojilo se resetira na nulu, na ulaz integratora se opet dovodi napon u_{ul} i započinje novi ciklus pretvorbe.

Ako je frekvencija oscilatora f_{osc} , vrijeme T_0 potrebno da brojilo izbroji maksimalni broj impulsa N_0 je

$$T_0 = \frac{N_0}{f_{osc}} = \frac{10000}{350000 \text{ Hz}} = 28,571 \text{ ms} . \quad (216)$$

Napon na izlazu integratora u trenutku T_0 je

$$u_{int}(T_0) = U_0 = -\frac{1}{RC} \int_0^{T_0} u_{ul}(t) dt = -\frac{T_0}{RC} U_{ul} , \quad (217)$$

gdje je U_{ul} srednja vrijednost napona u_{ul} u vremenu T_0 .

Nakon trenutka T_0 , na ulazu integratora je napon $-U_{ref}$, a izlazni napon integratora je

$$u_{int}(t) = U_0 - \frac{1}{RC} \int_{T_0}^{T_0+T_m} (-U_{ref}) dt = U_0 + \frac{T_m}{RC} U_{ref} . \quad (218)$$

Ako izlazni napon integratora u trenutku T_0+T_m dosegne vrijednost 0, vrijedi sljedeće:

$$u_{in}(T_0 + T_m) = 0 = U_0 + \frac{T_m}{RC} U_{ref}, \quad (219)$$

$$-U_0 = \frac{T_m}{RC} U_{ref}, \quad (220)$$

Uvrštavajući izraz (217) u (220) slijedi

$$\begin{aligned} T_0 U_{ul} &= T_m U_{ref}, \\ \frac{N_0}{f_{osc}} U_{ul} &= \frac{N_m}{f_{osc}} U_{ref}, \\ N_m &= \frac{N_0}{U_{ref}} U_{ul}. \end{aligned} \quad (221)$$

Iz izraza se vidi da je stanje brojila na kraju svakog ciklusa pretvorbe proporcionalno srednjoj vrijednosti ulaznog napona. Kako je broj N_m izravno proporcionalan vremenu (N_m perioda takta $1/f_{osc}$) ovakva pretvorba se još naziva i pretvorba napona u vrijeme.

Kada nema smetnje $U_{ul}=0,85$ V i broj impulsa N_m je

$$N_m = \frac{10000}{2,5 \text{ V}} \cdot 0,85 \text{ V} = 3400.$$

Ako je na ulazni napon superponirana smetnja vrijedi (provjerite rezultat!):

$$\begin{aligned} U_{ul} &= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} (u_{ul} + u_{sm}) dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} (0,85 \text{ V} + 75 \text{ mV} \cdot \sin(2\pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t)) dt = \\ &= 0,85 \text{ V} + 0,0158 \text{ V} = 0,8658 \text{ V}. \end{aligned} \quad (222)$$

Broj impulsa u slučaju postojanja smetnje je

$$N'_m = \frac{10000}{2,5 \text{ V}} \cdot 0,8658 \text{ V} = 3463.$$

Relativna pogreška je

$$p_r = \frac{|N'_m - N_m|}{N_m} 100\% = \frac{3463 - 3400}{3400} 100\% = 1,85\%.$$

Da bi pogreška iščezla u slučaju postojanja smetnje, moraju biti zadovoljena dva uvjeta. Prvi je da je smetnja periodički signal sa srednjom vrijednošću nula (što smetnja iz gradske mreže zadovoljava). Drugi uvjet je da je vrijeme T_0 unutar kojeg se integrira ulazni napon

višekratnik perioda smetnje. Najviša frekvencija oscilatora pri kojoj utjecaj smetnje iščezava je za slučaj kada je T_0 jednako periodu smetnje:

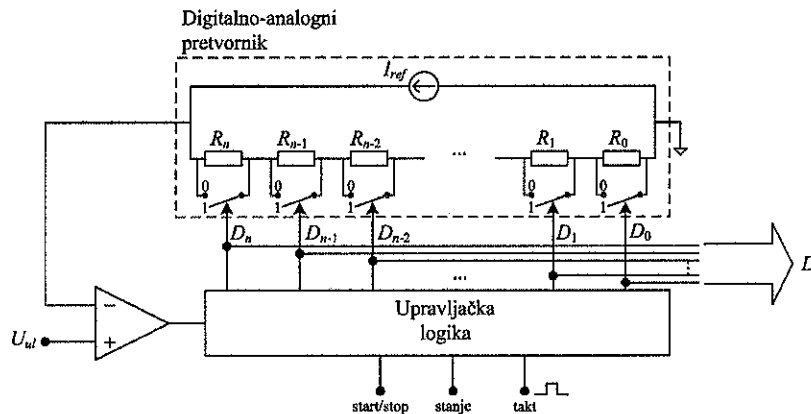
$$f_{osc,max} = \frac{N_0}{T_{0,min}} = N_0 f_{sm} = 10000 \cdot 50 \text{ Hz} = 500 \text{ kHz}.$$

8.3. Analogno-digitalni pretvornik sa sukcesivnom aproksimacijom

U A/D pretvorniku sa sukcesivnom aproksimacijom koriste se otpornici iznosa: 65,6; 30,6; 15,4; 8,6; 4,2 i 1,8 k Ω , a mjerno područje je 10 V. Nacrtajte shemu pretvornika i označite zadane otpornike. Odredite iznos struje strujnog izvora u pretvorniku. Koji se digitalni podatak dobiva na izlazu pretvornika ako je mjereni napon 6,8 V, odnosno 4,5 V? Kolika je postotna pogreška pretvorbe u oba slučaja?

Rješenje

Analogno-digitalni pretvornik sa sukcesivnom aproksimacijom se temelji na referentnom istosmjernom strujnom izvoru na kojeg je spojena serijska ljestvica otpornika s prikladno odabranim iznosima otpora, Slika 8.3.



Slika 8.3. Analogno-digitalni pretvornik sa sukcesivnom aproksimacijom.

U idealnom slučaju, sljedeći otpornik u ljestvici bi trebao imati dva puta veći otpor od prethodnog. Svaki otpornik, ako nije kratko spojen, sudjeluje u ukupnome padu napona. Koji će se otpornik kratko spojiti, a koji će se uključiti u ukupni pad napona odlučuje upravljački sklop pretvornika. Upravljački sklop uspoređuje napon na ulazu s padom napona otporničke ljestvice slijedno (sukcesivno) uključujući ili isključujući pojedine otpornike iz mreže. Pretvorba završava u koraku u kojem bi ukupni pad napona postao veći od mjenog napona. Strujni izvor mora davati struju koja će u slučaju da su svi otpornici uključeni u ljestvicu davati pad napona na ljestvici jednak mjernom području pretvornika $U_{max}=10 \text{ V}$

$$I = \frac{U_{\max}}{\sum_i R_i} = \frac{10 \text{ V}}{(65,6 + 30,6 + 15,4 + 8,6 + 4,2 + 1,8) \text{ k}\Omega} = 79,24 \text{ }\mu\text{A} . \quad (223)$$

Padovi napona na pojedinim otpornicima su:

i	$R_i \text{ [k}\Omega\text{]}$	$\Delta U_i \text{ [V]}$
5	65,6	5,198
4	30,6	2,425
3	15,4	1,220
2	8,6	0,6815
1	4,2	0,3328
0	1,8	0,1426

Kombiniranjem gornjih padova napona se može vidjeti da je sljedeća kombinacija bitova najpribližnija ulaznom naponu $U_{ul}=6,8 \text{ V}$:

$$U_{ul} = 6,8 \text{ V} \approx 1 \cdot U_5 + 0 \cdot U_4 + 1 \cdot U_3 + 0 \cdot U_2 + 1 \cdot U_1 + 0 \cdot U_0 = 6,7508 \text{ V} .$$

Prema tome, rezultat pretvorbe je $(101010)_2$, a relativna apsolutna pogreška je

$$p_r = \frac{|6,7508 \text{ V} - 6,8 \text{ V}|}{6,8 \text{ V}} 100\% = 0,723\% .$$

U slučaju da je ulazni napon $U_{ul}=4,5 \text{ V}$:

$$U_{ul} = 4,5 \text{ V} \approx 0 \cdot U_5 + 1 \cdot U_4 + 1 \cdot U_3 + 1 \cdot U_2 + 0 \cdot U_1 + 1 \cdot U_0 = 4,4691 \text{ V} ,$$

$$p_r = \frac{|4,4691 \text{ V} - 4,5 \text{ V}|}{4,5 \text{ V}} 100\% = 0,687\% .$$

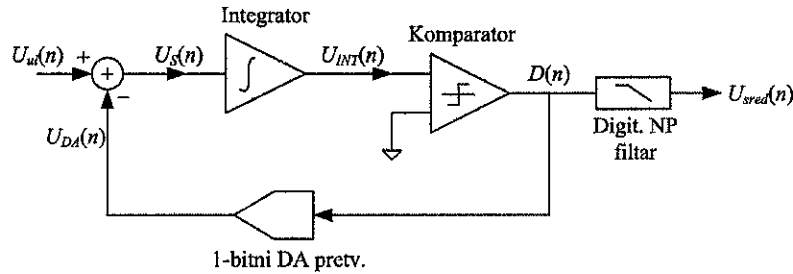
Rezultat pretvorbe napona $4,5 \text{ V}$ je $(011101)_2$ uz relativnu apsolutnu pogrešku od $0,687\%$.

8.4. Sigma-delta analogno-digitalni pretvornik

Nacrtajte pojednostavljenu blok shemu sigma-delta analogno-digitalnog pretvornika, izvedite vremenski diskretne relacije između ulaznih i izlaznih veličina glavnih dijelova sustava (sumator, komparator, integrator, digitalno-analogni pretvornik). Izračunajte vrijednosti na svim ulazima, odnosno izlazima glavnih dijelova pretvornika za prvih 15 koraka u slučaju vrijednosti mjerenog napona 2 V i referentnog napona 5 V .

Rješenje

Pojednostavljena shema sigma-delta analognog digitalnog pretvornika je prikazana na Slici 8.4.



Slika 8.4. Sigma-delta analogno-digitalni pretvornik.

Promatrat ćemo odnose između pojedinih veličina u diskretnim trenucima vremena jer nam to značajno olakšava analizu i omogućuje bolje shvaćanje temeljenog principa rada. Neka je na ulaz doveden signal $u_{ul}(t)$. Promatramo ga u diskretnim trenucima $t_n = nT_s$, gdje je $n=0,1,2,\dots$, a T_s vrijeme otipkavanja:

$$U_{ul}(n) = u_{ul}(nT_s). \quad (224)$$

Diskretne vrijednosti u trenutku $t_n = nT_s$ na izlazu 1-bitnog digitalnog-analognog pretvornika označit ćemo s $U_{DA}(n)$. Na ulazu DA pretvornika u svakom ciklusu dolazi jednobitni digitalni podatak iz komparatora $D(n)$. Vrijedi sljedeća relacija

$$U_{DA}(n) = \begin{cases} U_{ref}, & \text{za } D(n) = 1, \\ -U_{ref}, & \text{za } D(n) = -1, \end{cases} \quad (225)$$

gdje je U_{ref} referentni napon. Izlaz sumatora $U_S(n)$ je ujedno i ulaz integratora:

$$U_S(n) = U_{ul}(n) - U_{DA}(n). \quad (226)$$

U osnovnoj diskretnoj izvedbi, integrator se može jednostavno opisati jednačbom

$$U_{INT}(n) = T_s U_S(n) + U_{INT}(n-1), \quad (227)$$

gdje je $U_{INT}(n-1)$ vrijednost izlaza integratora u trenutku $n-1$. Izlaz komparatora $D(n)$ je opisan sljedećom relacijom:

$$D(n) = \begin{cases} -1 & \text{za } U_{INT}(n) \leq 0, \\ 1 & \text{za } U_{INT}(n) > 0. \end{cases} \quad (228)$$

Budući da komparator cjelokupni naponski opseg ulaznog signala preslikava u samo dvije vrijednosti, -1 ili 1, može se shvatiti kao jednostavni 1-bitni analogno-digitalni pretvornik.

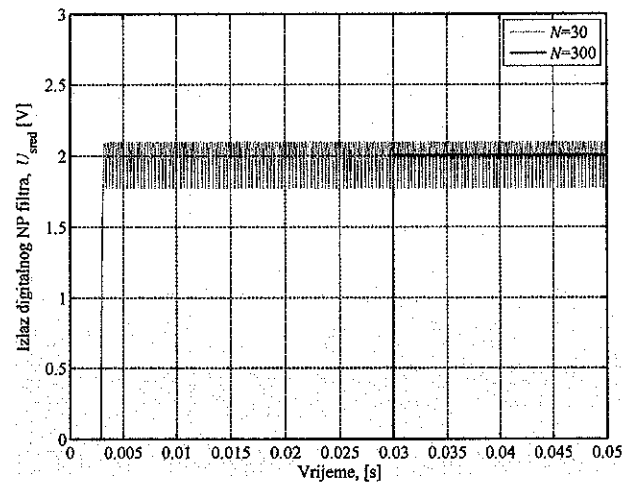
Tablica 8.1 sadrži diskretne vrijednosti svih najvažnijih signala u 15 prvih koraka koristeći gornje izraze za $T_S=1$.

Tablica 8.1. Diskretne vrijednosti najvažnijih signala sigma-delta pretvornika za $T_S=1$ i $U_{ul}=2$ V.

n	$U_{ul}(n)$	$U_S(n)$	$U_{INT}(n)$	$D(n)$	$U_{DA}(n)$
0	0	0	0	-1	-5
1	2	7	7	1	5
2	2	-3	4	1	5
3	2	-3	1	1	5
4	2	-3	-2	-1	-5
5	2	7	5	1	5
6	2	-3	2	1	5
7	2	-3	-1	-1	-5
8	2	7	6	1	5
9	2	-3	3	1	5
10	2	-3	0	-1	-5
11	2	7	7	1	5
12	2	-3	4	1	5
13	2	-3	1	1	5
14	2	-3	-2	-1	-5
15	2	7	5	1	5

Srednja vrijednost signala U_{DA} (odnosno izlaznog signala $D(n)$ pomnoženog s referentnim naponom U_{ref}) težiti će vrijednosti signala na ulazu. Zbog toga se, kao sastavni dio sigma-delta pretvornika, na izlazu komparatora nalazi digitalni nisko-propusni filter. Filter na temelju niza binarnih vrijednosti (0 ili 1, odnosno -1 ili 1 prema gornjoj tablici) daje ocjenu srednje vrijednosti u digitalnom obliku. S porastom broja uzoraka na temelju kojih se računa srednja vrijednost, poboljšava se ocjena srednje vrijednosti odnosno povećava se razlučljivost pretvornika. To je vidljivo sa Slike 8.5, gdje N predstavlja broj prethodnih uzoraka signala U_{DA} na temelju kojih se računa srednja vrijednost U_{sred} . Porastom broja N , produljuje se trajanje proračuna (filter treba čekati da svi uzorci postanu dostupni) što za posljedicu ima snižavanje frekvencije otipkavanja s povećanjem razlučljivosti.

Unatoč ovoj diskretnoj analizi, treba imati na umu da je na ulaz sigma-delta pretvornika spojen analogni, vremenski kontinuirani signal koji se želi otipkati. Tek uzorci signala $D(n)$ na izlazu iz komparatora imaju samo dva moguća stanja. Digitalna ocjena srednje vrijednosti niza binarnih brojeva $D(n)$ koji stižu u niskopropusni filter predstavlja digitalizirani uzorak ulaznog signala.



Slika 8.5. Izlaz digitalnog NP filtra – ocjena srednje vrijednosti u ovisnosti o broju uzoraka N na temelju kojih se računa srednja vrijednost. U simulaciji je pretpostavljeno da je $T_s=100 \mu\text{s}$, $U_{ref}=5 \text{ V}$ i $U_{in}=2 \text{ V}$.

8.5. Zadaci s konačnim rješenjima

1. Analogno-digitalnim pretvornikom se želi digitalizirati signal dinamičkog područja 44 dB. Odredite potrebnu razlučivost pretvornika, raspon ulaznog napona uz kvantizacijski korak od 12,5 mV te omjer signala i kvantizacijskog šuma.

Rješenje: $n = 8$ bita, $U_{FS} = 3,2$ V, $SNR = 49,93$ dB

2. Analogno-digitalnim pretvornikom napona u frekvenciju digitalizira se istosmjerni napon od 4 V. Iznos referentnog napona pretvornika je -5 V, a impulsi na izlazu iz komparatora se broje u vremenskom intervalu od 50 ms.

- Nacrtajte blok shemu pretvornika i izračunajte vremensku konstantu integratora ako se želi postići konstanta pretvorbe od 1 kHz / V.
- Odredite stanje brojila u idealnom slučaju kada je trajanje izbijanja kondenzatora zanemarivo.
- Koliko može trajati izbijanje kondenzatora uz uvjet minimalne promjene stanja brojila u odnosu na slučaj b).

Naputak: Impulsi se generiraju tek kada je napon kondenzatora 0 V. Rezultat pretvorbe se zaokružuje na manji broj.

Rješenje: a) $\tau = 200$ μ s, b) $N = 200$, c) $N = 199$, $T_{zb} = 1,26$ μ s

3. Analogno-digitalni pretvornik s dva pilasta napona ima referentni napon -5 V i brojilo do 10^4 impulsa.

- Nacrtajte blok shemu pretvornika i vremenski dijagram jednog ciklusa pretvorbe.
- Odredite stanje brojila ako je na ulazu pretvornika napon 3,6 V.
- Odredite frekvenciju oscilatora u pretvorniku za koju je utjecaj smetnje gradske mreže minimalan, a frekvencija uzorkovanja maksimalna.
- Odredite frekvenciju uzorkovanja u slučaju ulaznog napona od 3,6 V uz frekvenciju oscilatora kao u c).

Rješenje: b) $N = 7200$, c) $f_{osc} = 500$ kHz, d) $f_S = 29$ Hz

4. Analogno-digitalnim pretvornikom napona u frekvenciju digitalizira se istosmjerni napon od 6 V. Vremenska konstanta integratora ulaznog napona je 240 μ s. Napon komparacije je -3 V. Impulsi na izlazu iz komparatora se broje u vremenskom intervalu od 50 ms.

- Nacrtajte blok shemu pretvornika i vremenski dijagram jednog ciklusa pretvorbe.
- Odredite pokazivanje brojila u idealnom slučaju kada je trajanje izbijanja kondenzatora zanemarivo.
- Koliko maksimalno može trajati izbijanje kondenzatora uz uvjet da je pokazivanje brojila isto kao i u slučaju b)?

Naputak: Impulsi se generiraju tek kad je napon kondenzatora 0 V. Rezultat pretvorbe se zaokružuje na manji broj.

Rješenje: b) $N = 416$, c) $T_{zb} = 0,192$ μ s

5. Analogno-digitalnim pretvornikom napona u frekvenciju digitalizira se istosmjerni napon od 4 V. Vremenska konstanta integratora ulaznog napona je $240 \mu\text{s}$, a trajanje izbijanja kondenzatora integratora je zanemarivo. Napon komparacije je -2 V . Nacrtajte blok shemu pretvornika i vremenski dijagram jednog ciklusa pretvorbe. Kolika je relativna pogreška pretvorbe ako se impulsi na izlazu iz komparatora broje u vremenskom intervalu od 50 ms ? Utječe li više na rezultat pretvorbe smetnja frekvencije 20 Hz ili 30 Hz ?

Rješenje: $p = 0,16 \%$, $T = 120 \mu\text{s}$, $T' = 120,1923 \mu\text{s}$. Smetnja frekvencije 20 Hz ne utječe na mjerenje, a smetnja frekvencije 30 Hz utječe.

6. Analogno-digitalni pretvornik s dva pilasta napona ima oscilator frekvencije 1 MHz , referentni napon 5 V i brojilo do 10^4 impulsa. Nacrtajte blok shemu pretvornika i vremenski dijagram jednog ciklusa pretvorbe. Koliko impulsa brojilo izbroji uz ulazni napon od $3,6 \text{ V}$ u slučajevima sa i bez smetnje? Smetnja je trokutastog valnog oblika, amplitude 180 mV i frekvencije 125 Hz , a početak pretvorbe je sinkroniziran sa smetnjom.

Rješenje: bez smetnje $N = 7200$, sa smetnjom $N' = 7236$

7. Analogno-digitalni pretvornik s dva pilasta napona ima oscilator frekvencije 1 MHz , referentni napon 5 V i brojilo do 10^4 impulsa. Nacrtajte blok shemu pretvornika i vremenski dijagram jednog ciklusa pretvorbe. Napon na ulazu pretvornika je $3,6 \text{ V}$. Odredite maksimalnu dopuštenu amplitudu smetnje pri kojoj pogreška pretvorbe ΔN (definirana kao $\Delta N = N_{\text{sa smetnjom}} - N_{\text{bez smetnje}}$) iznosi 36. Smetnja je trokutastog valnog oblika frekvencije 125 Hz , a početak pretvorbe je sinkroniziran sa smetnjom.

Rješenje: $U_{sm} = 0,18 \text{ V}$

8. Izračunajte pogrešku mjerenja napona analogno-digitalnim pretvornikom s dvostrukim pilastim naponom ako komparator pretvornika resetira RS bistabil pri iznosu napona -15 mV , a maksimalni napon na kondenzatoru integratora je -3 V . Nacrtajte blok shemu pretvornika i vremenski dijagram jednog ciklusa pretvorbe.

Rješenje: $p = 0,5 \%$

9. Analogno-digitalnim pretvornikom napona u frekvenciju digitalizira se istosmjerni napon od $2,5 \text{ V}$. Kod integriranja ulaznog napona vremenska konstanta integratora je $220 \mu\text{s}$, a ulazni otpor $10 \text{ k}\Omega$. Kondenzator se izbija tako da se na integrator dovede napon od -15 V , a ulazni otpor integratora podesi na 47Ω . Napon komparacije je -3 V . Nacrtajte blok shemu pretvornika i vremenski dijagram jednog ciklusa pretvorbe. Odredite trajanje izbijanja kondenzatora i broj impulsa koji se izbroje u vremenskom intervalu od 250 ms .

Rješenje: $T_{izb} = 0,2068 \mu\text{s}$, $N = 946$

10. U analogno-digitalnom pretvorniku s dvostrukim pilastim naponom frekvencija oscilatora je 400 kHz, referentni napon je 10 V, a brojilo broji do 10^4 impulsa. Nacrtajte blok shemu pretvornika i vremenski dijagram jednog ciklusa pretvorbe. Izračunate najdulje trajanje mjernog ciklusa i odredite ulazni napon pri kojem to vrijedi. Koliki je ulazni napon, ako se uz superponiranu smetnju frekvencije 50 Hz i amplitude 500 mV na pokazniku spojenom na izlaz pretvornika očita 3,755 V.

Rješenje: $U = 3,755 \text{ V} \pm 63,66 \text{ mV}$

