

Mjerna nesigurnost, multimeter

1. Snaga P se određuje **nekoreliranim** mjerjenjima napona i otpora. Izrazite rezultat mjerjenja snage ako je mjerna **nesigurnost** mjerjenja napona **0,05 V**, a otpora **0,07 Ω**. **Izmjereni** napon je **10,00 V**, a otpor **20,00 Ω**.

Rješenje: $P = (5,000 \pm 0,053) \text{ W}$

2. Otpor otpornika R_1 je izmjeren **prvim multimetrom** i iznosi **1200 Ω** uz mjernu nesigurnost od **5 Ω**. Otpor otpornika R_2 je izmjeren **drugim multimetrom** i iznosi **2500 Ω** uz mjernu nesigurnost od **7 Ω**. Koliki je **otpor serijskog spoja** ta dva otpornika ako je faktor **korelacije** između dva multimetra **0,371**.

Rješenje: $R_S = (3700 \pm 10) \Omega$

3. Snaga trošila u krugu izmjenične struje određuje se iz mjerjenja **napona** i **struje** trošila **jednim digitalnim multimetrom**. Struja trošila je **2,5 A** a napon na trošilu **160 V**. Izrazite rezultat mjerjenja snage (**mjernu nesigurnost neizravno mjerene veličine**), koristeći podatke proizvođača multimetra prema sljedećim tablicama.

Točnosti mjerjenja izmjeničnog napona		
Opseg	Razlučivost	Točnost
4 V	1 mV	
40 V	10 mV	$\pm(1\%+5)$
400 V	100 mV	
750 V	1 V	$\pm(1,2\%+5)$

Točnosti mjerjenja izmjenične struje		
Opseg	Razlučivost	Točnost
400 μA	0,1 μA	$\pm(1,5\%+5)$
4000 μA	1 μA	
40 mA	0,01 mA	$\pm(2\%+5)$
400 mA	0,1 mA	
4 A	0,001 A	$\pm(2,5\%+5)$
10 A	0,01 A	

Rješenje: Uz pretpostavku da je $r = 1$ (jedan multimeter), $P = (400 \pm 16) \text{ W}$.

4. Istosmjerna komponenta napona je $U_{DC}=4 \text{ V}$, a **efektivna vrijednost** njoj superponirane **izmjenične** komponente je $U_{AC}=3 \text{ V}$. Izmjenična komponenta je **sinusnog** valnog oblika. Koristeći podatke proizvođača voltmetra **odredite pokazivanje** voltmetra na **AC i DC** području te **iskažite točnost mjerjenja** za oba područja. Na AC području voltmetar ima odziv na ispravljenu srednju vrijednost, a prikazuje efektivnu vrijednost uz pretpostavku sinusnog valnog oblika. Kolika je ukupna **efektivna vrijednost signala?**

Točnosti mjerjenja istosmjernog napona		
Opseg	Razlučivost	Točnost
500 mV	0,1 mV	$\pm(0,8\%+3)$
5 V	1 mV	
50 V	10 mV	$\pm(0,8\%+1)$
500 V	100 mV	
2000 V	1 V	$\pm(1\%+3)$

Točnosti mjerjenja izmjeničnog napona		
Opseg	Razlučivost	Točnost
5 V	1 mV	
50 V	10 mV	$\pm(1\%+5)$
500 V	100 mV	
1000 V	1 V	$\pm(1,2\%+5)$

Rješenje: DC područje: $(4,000 \pm 0,033) \text{ V}$; AC područje: $(3,000 \pm 0,035) \text{ V}$; $U_{eff} = 5 \text{ V}$.

5. Otpor otpornika se mjeri s dva multimetra U/I metodom. **Pad napona** na otporniku izmjereni prvim multimetrom je **5,40 V**, a **struja** kroz otpornik izmjerena drugim multimetrom je **5,00 mA**. **Mjerna nesigurnost prvog** multimetra na mjernom području je **0,04 V**, a **drugog 0,01 mA**. Mjerena imaju faktor **korelacije -0,15**. Izrazite rezultat mjerjenja otpora U/I metodom i usporedite ga s mjerjenjem otpora **jednim multimetrom** koji pokazuje **1,076 kΩ**, a čiji su podaci o točnosti dani Tablicom 1. Odgovorite koje je mjerjenje točnije, a koje preciznije pod uvjetom da je **stvarni otpor otpornika 1079,000 Ω**.

Podaci proizvođača o točnosti mjerjenja otpora		
Opseg	Razlučivost	Točnost
400 Ω	0,1 Ω	±(1,2%+2)
4 kΩ	1 Ω	
40 kΩ	10 Ω	±(1%+2)
400 kΩ	100 Ω	
4 MΩ	1 kΩ	±(1,2%+2)
40 MΩ	10 kΩ	±(1,5%+2)

Rješenje: Dva multimetra: $R_2 = (1080,0 \pm 8,6) \Omega$; jedan multimeter: $R_1 = (1,076 \pm 0,013) \text{ k}\Omega$. Točnije i preciznije je mjerjenje s dva multimetra.

6. Tijekom mjerjenja **istosmjernog napona** digitalni multimeter pokazuje broj **250,3** na **mjernom području 400 mV**, a **0,250** na **mjernom području 4 V**. Iskažite oba rezultata mjerjenja korištenjem podataka proizvođača multimetra iz Tablice 1. Koji je rezultat precizniji?

Podaci proizvođača o točnosti mjerjenja istosmjernog napona

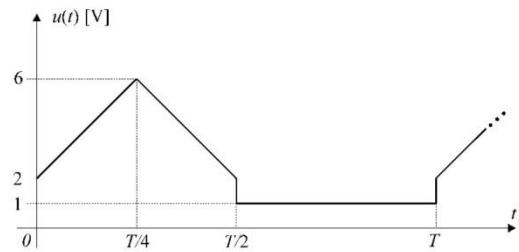
Range	Resolution	Accuracy
400 mV	0,1 mV	±(0,8%+3)
4 V	1 mV	
40 V	10 mV	±(0,8%+1)
400 V	100 mV	
1000 V	1 V	±(1%+3)

Rješenje: Za mjerno područje 400 mV rezultat je $(250,3 \pm 2,3) \text{ mV}$, za mjerno područje 4 V rezultat je $(0,250 \pm 0,003)$, tj. $(250 \pm 3) \text{ mV}$. Precizniji je prvi rezultat. Za dodatnu vježbu: što je preciznije 250,3 mV ili 250,0 mV?

7. Na multimeter s odzivom na srednju vrijednost i pokazivanjem efektivne vrijednosti sinusnog signala spojen je signal valnog oblika $u_{\text{ul}} = 3 \sin(2\pi f t) + 3 \text{ [V]}$. Multimeter uz izmjeničnu (**AC**) vezu na ulazu ima točnost od $\pm (1\% + 5 \text{ znamenki})$, a uz istosmjernu (**DC**) vezu na ulazu točnost od $\pm (0,8\% + 1 \text{ znamenka})$. U oba slučaja razlučivost prikaza je **1 mV**. Zanemarujući sve pogreške, odredite pokazivanje multimetra u slučajevima AC i DC veze na ulazu. Prepostavljajući uniformnu razdiobu AC i DC mjerjenja, odredite **interval** unutar kojeg se **sigurno** nalazi **ukupna efektivna vrijednost** signala.

Rješenje: AC pokazivanje: 2,1213 V, DC pokazivanje: 3,000 V. Minimalna efektivna vrijednost je $U_{ef,min} = \sqrt{U_{AC,min}^2 + U_{DC,min}^2} = 3,639 \text{ V}$, maksimalna efektivna vrijednost je $U_{ef,max} = \sqrt{U_{AC,max}^2 + U_{DC,max}^2} = 3,710 \text{ V}$

8. Na multimeter s **odzivom na srednju vrijednost** i **pokazivanjem efektivne** vrijednosti sinusnog signala spojen je napon periodičkog valnog oblika kao na slici. Odredite pokazivanje multimetra **razlučivosti 1 mV** u slučajevima **izmjenične** veze (AC), odnosno **istosmjerne** (DC) veze na ulazu.



Rješenje: $U_{DC} = 2,500 \text{ V}$, $U_{AC} = 1,7000 \text{ V}$.

Elektromagnetske smetnje

1. Vodič spojen na mjerni krug zaključen je otporom **10 kΩ**. Paralelno vodiču na udaljenosti D prolazi vod rasvjetne mreže ($U_1=230 \text{ V}$). Izračunajte **minimalnu udaljenost vodiča** tako da **efektivna vrijednost kapacitivne smetnje** bude **manja od 2,2 mV**. Prepostavite da oba vodiča imaju promjer $d=1 \text{ mm}$ te da je kapacitet između dva paralelna vodiča dan izrazom $C_{12} = \pi\epsilon_0 / \ln(2D/d)$.

Rješenje: $D = 4,6 \text{ m}$.

2. Na pojačalo s **asimetričnim ulazom** i **ulaznom** impedancijom **10 MΩ i 20 pF** kabelom je spojen naponski izvor. **Kabel** ima kapacitet od **5 pF** prema vodu gradske mreže. Kolike su **dozvoljene vrijednosti unutarnjeg otpora** naponskog izvora za koje je smetnja na ulazu pojačala **manja od 50 μV vršne vrijednosti**.

Rješenje: $R_g < 102,4 \Omega$.

3. Na elektronički voltmeter s asimetričnim ulazom i ulaznim otporom **10 MΩ** priključen je vodič koaksijalnog kabela. Oklop tog kabela je s vodom rasvjetne mreže (**230 V, 50 Hz**) spregnut preko koncentriranog kondenzatora kapaciteta $C_1 = 5 \text{ pF}$. Oklop kabela je prema uzemljenju spregnut koncentriranim kondenzatorom kapaciteta $C_2 = 5 \text{ pF}$. Kapacitet koncentriranog kondenzatora između oklopa i vodiča kabela $C_3 \gg C_1 + C_2$. **Nacrtajte nadomjesnu shemu i izračunajte napon smetnje** koji će se zbog ove kapacitivne veze pojaviti na ulazu voltmetra.

Rješenje: $U_{smetnje} = 3,61 \text{ V}$.

4. Osciloskop je pasivnom mjernom sondom **x1** spojen na naponski izvor amplitude **1 V**, frekvencije **1 MHz** i unutarnjeg otpora **1 kΩ**. Duljina kabela sonde je **1,5 m**, a kapacitet **60 pF/m**. Ulagana impedancija osciloskopa je **1 MΩ || 30 pF**. **Nacrtajte nadomjesnu shemu spoja i odredite amplitudu napona na zaslonu osciloskopa**.

Rješenje: $U_{osc} = 0,8 \text{ V}$.

5. Diferencijalno pojačalo diferencijalnog pojačanja $A_D = 100$ i ulazne impedancije za svaku od stezaljki prema masi $R_{ul} = 1 \text{ MΩ}$ spojeno je na dijagonalu mosta s vrijednostima otpornika $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10 \text{ kΩ}$ koristeći središnje vodove dva koaksijalna kabela. Oklopi oba koaksijalna kabela su spojeni na način kojim se smanjuju smetnje zbog električnog polja. Kapacitet između aktivnog voda i oklopa svakog od kabela je **160 pF**, a između oklopa i voda napajanja gradske mreže **230 V / 50 Hz** je **200 pF**. **Nacrtajte nadomjesnu shemu** mjerjenja koja uključuje i parazitne kapacitete, te **odredite amplitudu smetnje** koja se pojavljuje na izlazu diferencijalnog pojačala ako se **oklop jednog od kabela odspoji**.

Rješenje: $U_{smetnje} = 4,32 \text{ V}$.

6. Nacrtajte nadomjesnu shemu spoja naponskog izvora zajedničke smetnje i voltmetra s **plivajućim** ulazom. Izračunajte **faktor potiskivanja** zajedničke smetnje od **50 V**. Unutarnji otpor izvora zajedničkog napona je **1000 Ω** , a impedancije stezaljki pojačala prema zajedničkom potencijalu su **2 G Ω** i **1,5 G Ω** .

Rješenje: $F = 135$ dB.

Mjerenje vremenskog intervala i frekvencije

1. Nacrtajte blok shemu **digitalnog mjerila vremena**. Odredite **relativnu pogrešku mjerena** uslijed asinkronosti ulaznih impulsa i impulsa referentnog oscilatora u slučaju mjerena **perioda signala frekvencije 100 Hz**, ako se koristi stabilni **oscilator frekvencije 1 MHz**. Frekvencija ulaznog signala smanjuje se **4 puta**.

Rješenje: $p_r = 0,0025 \%$.

2. Isti signal frekvencije $f_M=250 \text{ kHz}$ je spojen i na **mjerilo vremena** i na **mjerilo frekvencije**. Oba mjerila imaju isti precizni oscilator frekvencije $f_0=1 \text{ MHz}$ i isto vrijeme trajanja jednog mjerena $T_s=10 \text{ ms}$. Izračunajte **pogreške oba mjerila** na frekvenciji signala.

Rješenje: $p_{r,f}=0,04 \%, p_{r,T}=0,01 \%$. Mjerilo vremena je preciznije.

3. Isti signal frekvencije $f_M=250 \text{ kHz}$ je spojen i na **mjerilo vremena** i na **mjerilo frekvencije**. Oba mjerila imaju isti precizni oscilator frekvencije f_0 i isto vrijeme trajanja jednog mjerena $T_s=100 \mu\text{s}$. Kolika mora biti frekvencija f_0 da bi **maksimalne pogreške oba mjerila** na frekvenciji signala bile **jednake**? Izračunajte tu pogrešku.

Rješenje: $f=250 \text{ kHz}, p_r=4 \%$.

MJERNA NESIGURNOST, MULTIMETAR

ZAD 1.

mjerna nesigurnost:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) \sigma_i \sigma_j}$$

$$U = 10 \text{ V}$$

$$R = 20 \Omega$$

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$$

$$\sigma_U = 0.05 \text{ V}$$

$$|P| = 5.000 \text{ W}$$

$$\sigma_R = 0.07 \Omega$$

$$\sigma_P = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial U}\right)^2 \sigma_U^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial R}\right)^2 \sigma_R^2} = \sqrt{\left(\frac{2U}{R}\right)^2 \sigma_U^2 + \left(-\frac{U^2}{R^2}\right)^2 \sigma_R^2} =$$

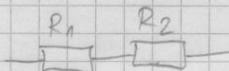
$$\sigma_P = 0.053$$

$$P = \frac{U^2}{R} + \sigma_P = (5.000 \pm 0.053) \text{ W}$$

//

ZAD 2.

$$R_1 = 1200 \Omega$$



$$\sigma_{R_1} = 5 \Omega$$

$$R_2 = 2500 \Omega$$

$$\sigma_{R_2} = 7 \Omega$$

$$r(R_1, R_2) = 0.371$$

$$\text{UKUPAN OTPOR: } |R| = R_1 + R_2 = 3700 \Omega$$

UKUPNA MJERNA NESIGURNOST:

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R_1}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R_2}^2 + 2 \cdot \frac{\partial R}{\partial R_1} \cdot \frac{\partial R}{\partial R_2} \cdot \sigma_{R_1} \cdot \sigma_{R_2}}$$

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_{R_1}^2 + \sigma_{R_2}^2 + 2 \cdot \sigma_{R_1} \cdot \sigma_{R_2} \cdot r}$$

$$\sigma_R = 10 \Omega$$

$$R = |R| \pm \sigma_R$$

$$R = (3700 \pm 10) \Omega$$

//

ZAD 3.

$$I = 2.5 \text{ A}$$

$$U = 160 \text{ V}$$

Jedini opseg koji su opisani za mjerjenje struje od 2.5A
i napona od 160 V su: $\rightarrow 400 \text{ V}$ za napon
 $\rightarrow 4 \text{ A}$ za struju

STRUJA:

za opseg od 4A zadana je razlučivost od 0.001 A te
tolerancija od $\pm (2.5\% + 5)$.

mjerne nesigurnost:

$$\sigma = \frac{\text{izmjerena veličina} \cdot \text{postotak}}{100} + \text{razlučivost} \cdot \text{broj djeleža}$$

$$\sigma_I = 2.5 \text{ A} \cdot \frac{2.5}{100} + 0.001 \text{ A} \cdot 5 = 0.0675 \text{ A}$$

$$\sigma_U = 160 \text{ V} \cdot \frac{1}{100} + 100 \text{ mV} \cdot 5 = 2.1 \text{ V}$$

$$|P| = U \cdot I$$

$$\sigma_P = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial U}\right) \cdot \sigma_U^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial I}\right) \cdot \sigma_I^2 + 2 \cdot r \cdot U \cdot I \cdot \sigma_U \cdot \sigma_I}$$

$$\sigma_P = 16 \text{ W}$$

$$|P| = U \cdot I = 400 \text{ W}$$

$$P = |P| + \sigma_P = (400 \pm 16) \text{ W}$$

ZAD 4.

$$U_{DC} = 4 \text{ V}$$

$$U_{AC,ef} = 3 \text{ V}$$

DC područje:

prikazuje samo istosmjernu komponentu

$$\sigma_{DC} = U_{DC} \cdot \frac{0.8}{100} + 1 \cdot 1 \text{ mV} = 0.033 \text{ V}$$

$$U_{DC} = (4 \pm 0.033) \text{ V}$$

AC područje:

$$\sigma_{AC} = U_{AC,ef} \cdot \frac{1}{100} + 5 \cdot 1 \text{ mV} = 0.035 \text{ V}$$

$$U_{AC} = (3 \pm 0.035) \text{ V}$$

UKUPNA EFEKTIVNA VRIJEDNOST JE:

$$U_{ef, \text{ukupno}} = \sqrt{U_{AC,ef}^2 + U_{DC}^2} = 5 \text{ V}$$

ZAD 5.

PRVI MULTIMETAR:

$$U = 5.40 \text{ V}$$

$$\sigma_U = 0.04 \text{ V}$$

DUGI MULTIMETAR:

$$I = 5.00 \text{ mA}$$

$$\sigma_I = 0.01 \text{ mA}$$

$$r = -0.15$$

$$R_{STVARLO} = 1075.000 \Omega$$

$$R_{JEDAN} = 1.076 k\Omega$$

$$|R| = \frac{U}{I} = 1080.0 \Omega$$

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{1}{I}\right)^2 \cdot \sigma_U^2 + \left(\frac{U}{I^2}\right) \cdot \sigma_I^2 + 2 \cdot \frac{1}{I} \cdot \left(-\frac{U}{I^2}\right) \cdot \sigma_U \cdot \sigma_I \cdot r} = 8.593 \approx 8.6 \Omega$$

$$DVA MULTIMETRA: R = (1080.0 \pm 8.6) \Omega$$

$$\sigma_{prec} = 1.076 k\Omega \cdot \frac{1}{100} + 2 \cdot 1 = 12.76 \Omega$$

POJTO JE RAZLUČIVOST

1 Ω 12.76 PRELazi u 13

$$R_{JEDAN} = (1076 \pm 13) \Omega$$

ZAKLJUČAK: PRECIŽNIDE JE MEREĆE SA DVA MULTIMETRA

ZAD 6.

$U_{DC} = 250,3 \text{ mV}$ na mjernom području od 400 mV

$U_{DC} = 0,250 \text{ V}$ na mjernom području od 4 V

za mjerno područje od 400 mV : $\sigma = 2,3 \text{ mV}$

za mjerno područje od 4 V : $\sigma = 0,003 \text{ V}$

\Rightarrow PRECIZNOST JE PRVI REZULTAT

ZAD 7.

$$U_{UL} = 3 \sin(2\pi f t) + 3 \text{ [V]}$$

za izmjeravanu: točnost od $I(1,1 \cdot + 5 \text{ znamenki})$

za istosmjernu: točnost od $I(0,8 \cdot + 1 \text{ znamenka})$

različivost za oba slučaja: 1 mV

$$\text{AC pokazivanje: } U_{CF} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 2,1213 \text{ V}$$

$$\text{DC pokazivanje: } U_{DC} = 3 \text{ V}$$

$$\sigma_{DC} = 0,025 \text{ V}$$

$$\sigma_{AC} = 0,026 \text{ V}$$

$$U_{DC} = 3 \pm 0,025 \text{ V}$$

$$U_{CF, AC} = 2,1213 \pm 0,026$$

$$U_{DC, MIN} = 3 - 0,025 = 2,975 \text{ V}$$

$$U_{CF, AC, MIN} = 2,0953 \text{ V}$$

$$U_{DC, MAX} = 3 + 0,025 = 3,025 \text{ V}$$

$$U_{CF, AC, MAX} = 2,1473 \text{ V}$$

$$U_{CF, MIN} = \sqrt{U_{AC, MIN}^2 + U_{DC, MIN}^2} = 3,639 \text{ V}$$

$$U_{CF, MAX} = \sqrt{U_{AC, MAX}^2 + U_{DC, MAX}^2} = 3,710 \text{ V}$$

ZAD 8.

razlučivost 1 mV

U_{DC} je srednja vrijednost koja se dobiva integriranjem krivulje i dijeljenje sa periodom.

$$\text{JEDNADŽBA PRAVCA: } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{6 - 2}{7/5 - 0} (x - 0) \Rightarrow v(t) = \frac{16}{7} \cdot t + 2$$

$$U_{DC} = \frac{1}{T} \left[\int_0^{7/5} \left(\frac{16}{7} t + 2 \right) dt + \left(\frac{T}{2} \right) \right] = 2.500 \text{ V}$$

DIVIDE ISTE POVRŠINE PEAKUTNIK

Za računanje efektivne vrijednosti nesinusoidog napona multivibratora radi sfidani borake:

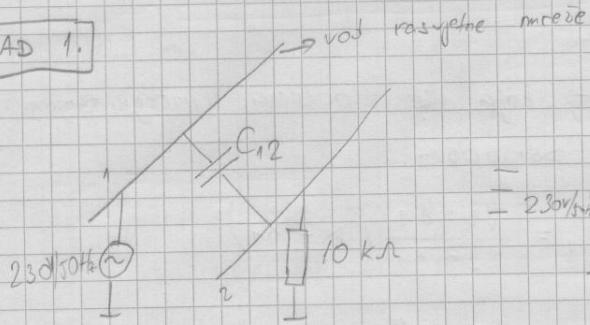
- 1.) UKLONI ISTOŠMEĆNU KOMPONENTU
- 2.) ISPRAVI SIGNAL
- 3.) KADE SREDNU VRIDENOST
- 4.) POMNOŽI SREDNU VRIDENOST SA FAKTOROM

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

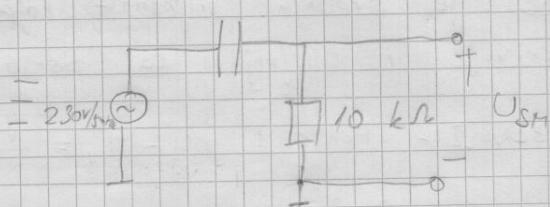
MEFI JE TO NEKA RACUNAT. SPETNOSSA

ELEKTROMAGNETSKE SMETNJE

ZAD 1.



C_{12}



SMETNJA SE PRIMIJETI NA TROŠAKU =

$$U_{SM} = U_1 \cdot \frac{R}{R + j\omega C} = U_1 \cdot \frac{\frac{R}{j\omega C + 1}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = U_1 \cdot \frac{\frac{R}{j\omega C + 1}}{\frac{j\omega CR + R}{j\omega C + 1}} = U_1 \cdot \frac{j\omega CR}{j\omega CR + R}$$

$$|U_{SM}| = |U_1| \cdot \frac{\sqrt{w^2 C^2 R^2}}{\sqrt{w^2 C^2 R^2 + 1}} \Rightarrow \frac{|U_{SM}|}{|U_1|} \cdot \sqrt{\frac{w^2 C^2 R^2}{w^2 C^2 R^2 + 1}} = w \cdot C \cdot R$$

puno manje od 1, pa se može zanemariti

$$C = \frac{U_{SM}}{U_1 \cdot w \cdot R} = 3.0447 \text{ pF}$$

$$C = \pi \epsilon_0 / \ln \left(\frac{2D}{d} \right)$$

$$D = \frac{d}{2} e^{\frac{\pi \epsilon_0}{C}} = 4.64 \text{ m}$$

ZAD 2. ASIMETRIČNI ULAZ \Rightarrow JEDNA PRIKLJUČNICA NA MASI

$$R_1 = 10 \text{ M}\Omega$$

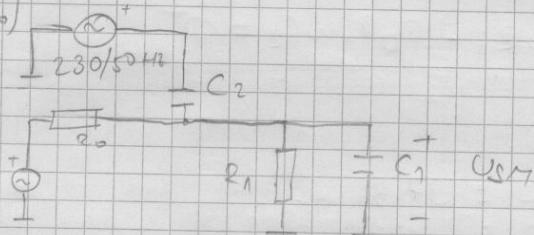
$$C_1 = 20 \text{ pF}$$

$$C_2 = 5 \text{ pF}$$

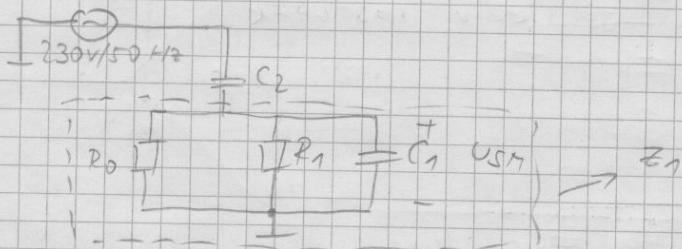
$$R_0 = ??$$

$$U_{SM} = 50 \mu\text{V} \text{ (vršma vrednost)}$$

$$U_1 = 230 \text{ V (efektivno)}$$



Zarima nas samo utjecaj građe mreže koja nam preostaje smetnju, pa ćemo iskoristiti metodu superpozicije.



$$U_{SM} = U_1 \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + jwC_2}$$

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{jwC_1}{jwC_1} = \frac{R_0 + R_1 + jwC_1}{R_0 R_1}$$

$$Z_1 = \frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1 + jwR_0 R_1 C_1}, \quad ; \quad \frac{1}{Z_1 + jwC_2} = \frac{jwR_0 R_1 C_2 + R_0 + R_1 + jwR_0 R_1 C_1}{jwC_2 (R_0 + R_1 + jwR_0 R_1 C_1)}$$

$$\frac{U_{SM}}{U_1 \sqrt{2}} = \frac{\frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1 + jwR_0 R_1 C_1}}{\frac{jwR_0 R_1 C_2 + R_0 + R_1 + jwR_0 R_1 C_1}{jwC_2 (R_0 + R_1 + jwR_0 R_1 C_1)}} = \frac{jR_0 R_1 w C_2}{j(wR_0 R_1 C_2 + wR_0 R_1 C_1) + R_0 + R_1}$$

$$\frac{|U_{SM}|}{|U_1|\sqrt{2}} = \frac{R_0 R_1 w C_2}{\sqrt{(w R_0 R_1 C_2 + w R_0 R_1 C_1)^2 + (R_1 + R_0)^2}}$$

$$\frac{|U_{SM}|}{|U_1|\sqrt{2}} = \frac{R_0 R_1 w C_2}{R_0 + R_1}$$

možemo zahemariti u odnosu na $R_0 + R_1$

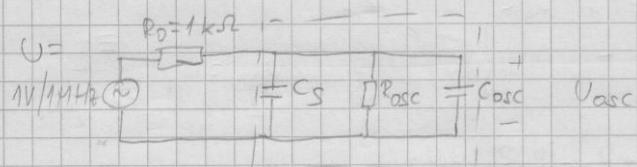
$$\frac{|U_{SM}|}{|U_1|\sqrt{2}} \cdot R_0 + \frac{|U_{SM}|}{|U_1|\sqrt{2}} R_1 - R_0 R_1 w C_2 = 0$$

$$R_0 = \frac{\frac{|U_{SM}|}{|U_1|\sqrt{2}} \cdot R_1}{\frac{|U_{SM}|}{|U_1|\sqrt{2}} - R_1 w C_2} = 97.86 \Omega$$

TRŽBA DOBITI 102.4 V; U SLUŽBENOM PJEŠĆENJU JB

RAČUNATO SA 220 V UMjesto 230 V.

ZAD 4)



$$C_S' = 60 \text{ pF/m}$$

$$\sqrt{Z_1}$$

$$L = 1.5 \text{ mH}$$

$$C_S = C_S' \cdot L = 90 \text{ pF}$$

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_{osc}} + \frac{jwC_S}{1} + \frac{jwC_{osc}}{1} = \frac{1 + jwC_S R_{osc} + jwC_{osc} R_{osc}}{R_{osc}}$$

$$R_{osc}$$

$$Z_1 = \frac{R_{osc}}{1 + jwC_S R_{osc} + jwC_{osc} R_{osc}}$$

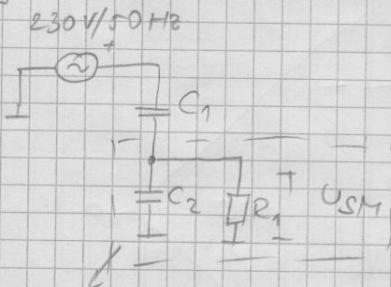
$$U_{osc} = U \cdot \frac{R_{osc}}{R_1 + R_0} = U \cdot \frac{R_{osc}}{1 + j\omega C_{osc} R_{osc} + j\omega R_{osc} C_{osc}}$$

$$\frac{R_{osc} + R_0 + j\omega C_{osc} R_0 + j\omega R_{osc} C_{osc} R_0}{1 + j\omega C_{osc} R_{osc} + j\omega R_{osc} C_{osc}}$$

$$U_{osc} = U \cdot \frac{R_{osc}}{j(\omega C_s R_{osc} R_0 + \omega R_{osc} C_{osc} R_0) + R_{osc} + R_0}$$

$$|U_{osc}| = |U| \cdot \frac{R_{osc}}{\sqrt{(\omega C_s R_{osc} R_0 + \omega R_{osc} C_{osc} R_0)^2 + (R_{osc} + R_0)^2}} = 0.8 \text{ V}$$

ZAD 3.



SMETNDA POMEĐU VODIČA

KABELA I OKLOPA JE

ZANEMARIVA

$$C_3 > C_1 + C_2$$

Z_1

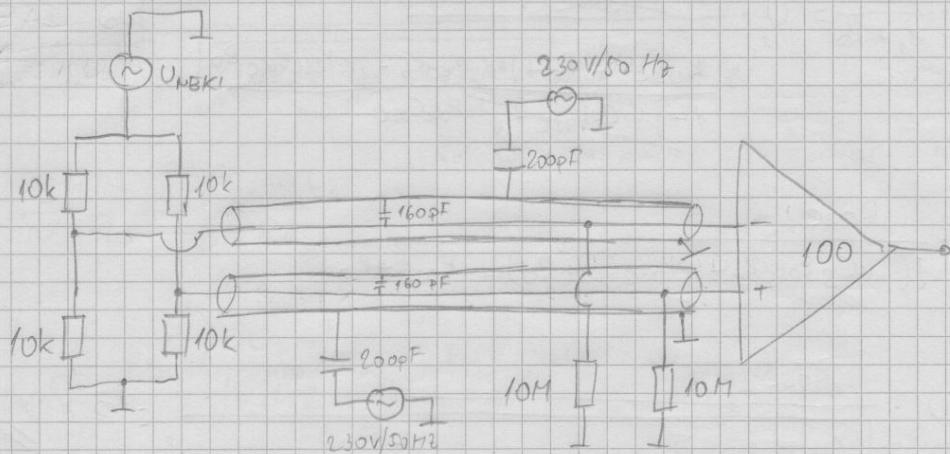
$$Z_1 = \frac{\frac{R_1}{j\omega C_2}}{1 + j\omega C_2 R_1} = \frac{R_1}{1 + j\omega C_2 R_1}$$

$$U_{SM} = U \cdot \frac{\frac{R_1}{1 + j\omega C_2 R_1}}{\frac{R_1}{1 + j\omega C_2 R_1} + \frac{1}{j\omega C_1}} = U \cdot \frac{\frac{R_1}{1 + j\omega C_2 R_1}}{j\omega C_1 R_1 + 1 + j\omega C_2 R_1}$$

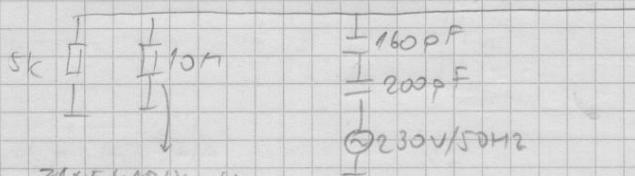
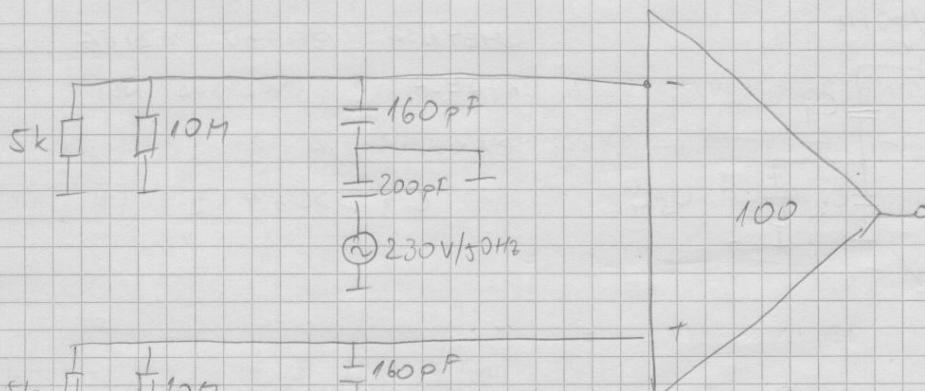
$$U_{SM} = U \cdot \frac{\frac{R_1}{1 + j\omega C_2 R_1}}{\sqrt{(j\omega C_1 R_1 + 1 + j\omega C_2 R_1)^2 + 1}} = 3.61 \text{ V}$$

zanemarivo. u odnosu na 1

ZAD S. \Rightarrow U SLUŽBENIM RJEŠENJIMA RACUNATO SA 220 V

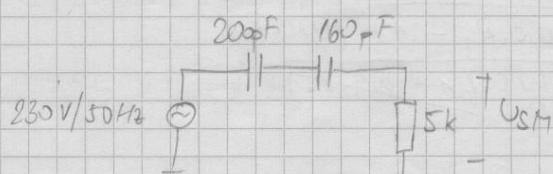


ZAUMA NAS SAMO SMETNSA STOGA IZVOR NAPONA MOSTA PREKO SUPER POZICIJE KRATKOSPADAMA OTDORI GRANE MOSTA SU U PARALEL



ZAKLJUČARIV U
ODNOŠU NA SK

GORUNDI VOĆ KAM NEADE
SMETNSU JER SE PREKO
OKLOPA UZEMLJU (USM₁ = 0 V
DOK KAM DOLDI UNAS SMETNU
JER SMO OKLOP OSPODILJU
MASE



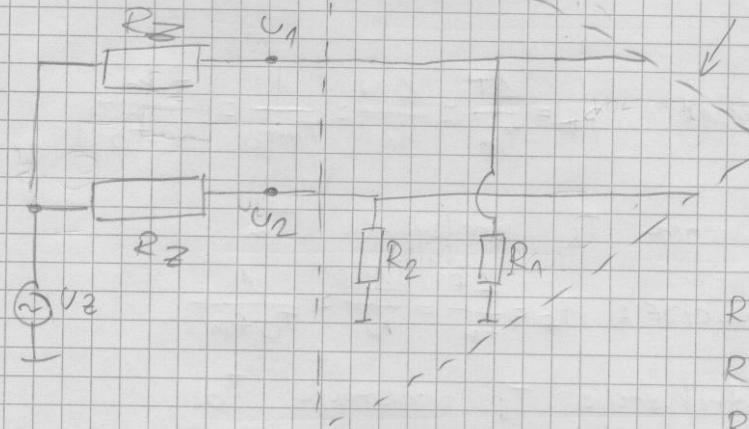
$$C_{\text{uk}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

TRAŽI SE AMPLITUĐA
(MAKSIMALNA VRIDNOST)

$$U_{\text{SK}} = 230 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{5k \cdot 100}{5k + \frac{1}{j\omega C_{\text{uk}}}} = 230 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{5k \cdot 100}{j\omega C_{\text{uk}} \cdot 5k + 1} = 230 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{5k \cdot 100}{\sqrt{(5k \cdot \omega C_{\text{uk}})^2 + 1}} = 4.52 \text{ V}$$

zaključivo

ZAD 6.



VOLTMETAR

$$U_1 = U_2 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_z}$$

$$U_2 = U_2 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_z}$$

$$\Delta U = U_1 - U_2$$

$$R_1 = 2G\Omega$$

$$R_2 = 1.5G\Omega$$

$$R_z = 1000 \Omega$$

$$U_2 = 50 \text{ V}$$

VOLTMETAR IMA PODAĆ ANGE JESENKO JEDINICĘ

$$U_{12B} = A (\Delta U)$$

$$F = \frac{A_D}{A_Z} = \frac{\frac{U_{12B,D}}{U_{12L,Z}}}{\frac{U_{12L,Z}}{U_{12L,B}}} = \frac{1}{\frac{(U_1 - U_2) \cdot A}{U_2}} = \frac{U_2}{\Delta U} = \dots = 135 \text{ dB}$$

MJERENJE VREMENSKOG INTERVALA I FREKVENCIJE

MJERENJE VREMENA: $P_T = \frac{\Delta T}{T_m} = \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{T_m f_0} = \frac{f_m}{k \cdot f_0}$

kod mjerenja vremena T_S predstavlja T_m

MJERENJE FREKVENCIJE: $P_f = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{T_0 \cdot f_m}$

kod mjerenja frekvencije T_S predstavlja T_0

ZAD 1.

$$f_m = 100 \text{ Hz}$$

$$f_0 = 1 \text{ MHz}$$

$$k = 4$$

$$P_T = \frac{f_m}{k \cdot f_0} = 0.0025 \%$$

//

ZAD 2.

$$f_m = 250 \text{ kHz}$$

$$f_0 = 1 \text{ MHz}$$

$$T_S = 10 \text{ ms}$$

MJERENJE VREMENA:

$$P_T = \frac{1}{T_m \cdot f_0} ; T_S = T_m$$

$$\Rightarrow P_T = \frac{1}{T_S \cdot f_0} = 0.01 \%$$

//

MJERENJE FREKVENCIJE:

$$P_f = \frac{1}{T_0 \cdot f_m} ; T_S = T_0 \Rightarrow P_f = \frac{1}{T_S \cdot f_m} = 0.04 \%$$

//

ZAD 3.

$$f_m = 250 \text{ kHz}$$

$$T_S = 100 \mu\text{s}$$

$$f_0, \varphi = ?$$

$$P = P_T = P_f = \frac{1}{T_S \cdot f_m} = 4 \%$$

VREDNOSTI: FREKVENCIJA

$$P_T \stackrel{?}{=} P_f$$

$$\frac{1}{T_m \cdot f_0} \stackrel{?}{=} \frac{1}{T_0 \cdot f_m}$$

$$T_S = T_m \quad T_S = T_0$$

$$\frac{1}{T_S \cdot f_0} \stackrel{?}{=} \frac{1}{T_S \cdot f_m}$$

$$f_0 = f_m = 250 \text{ kHz}$$

//