

POVIJESNI PREGLED FIZIKE PLAZME

NAZIV „PLAZMA“

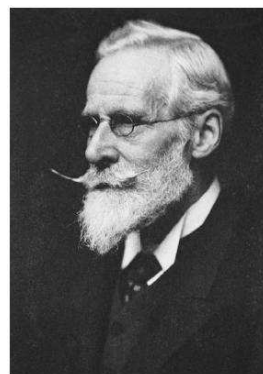


Oduvijek su se ljudi pitali od čega je sastavljen sav živi i neživi svijet oko nas. Tu su najveći utjecaj imali grčki filozofi. Tako je grčki filozof **Empedoklo** prepoznao je postojanje četiri "**elementa**", oblika materije: **zrak, voda, zemlja** i **vatra**, i tako uveo plazmu u daljnja razmatranja posredstvom vatre.

Slika – Empedoklo

Prema Wikipediji prvi je plazmu opisao na znanstveni način **Sir William Crookes** godine 1879. nazvavši je "**materijom koja zrači**", odnosno četvrtim stanjem materije.

Sir William Crookes (1832–1919) je bio kemičar i fizičar koji se bavio spektroskopijom. Smatra se pionir vakuumske cijevi – izumio je Crookesove cijevi (eksperimentalne električne izbojne cijevi u kojima su otkrivene katodne zrake – elektroni).



Slika – Sir William Crookes



Sredinom 19-tog stoljeća češki fiziolog **Jan Evangelista Purkinje** (1787-1869) upotrijebio je grčku riječ "**plazma**" - **πλάσμα** („formed“ - formirana, modelirana, „molded“ - lijevana supstancija, jelly) kako bi opisao prozirnu tekućinu koja preostane nakon što se iz krvi uklone sve čestice.

Slika - Jan Evangelista Purkinje

Pola stoljeća kasnije (20-ih godina 20.st.) američki znanstvenik **Irving Langmuir** (1881.-1957.) je predložio da se elektroni, ioni i neutralne čestice u ioniziranom plinu, mogu na sličan način smatrati „krvnim česticama“ u nekakvom tekućem mediju. Pokazalo se kasnije da takav „tekući medij“ ne postoji za razliku od krvi koja stvarno predstavlja fluidni medij koji prenosi čestični materijal. Termin „**plazma**“ je ostao, kao i zbunjujuće nazivlje, plazma u fizikalnom smislu i krvna plazma pojam koji puno češće čujemo u svakodnevnom životu. Stoga fizičari, koji se bave plazmom uvijek objašnjavaju prijateljima i poznanicima da ne izučavaju krvnu plazmu.

Irving Langmuir – američki kemičar koji je proučavao kemiju površina (i za svoj doprinos tom području dobio Nobelovu nagradu za kemiju 1932. godine); razvio plinom punjene volframove svjetiljke i postupak zavarivanja atomskim vodikom, te radio na visokotemperaturnim električnim izbojima.



Slika - Irving Langmuir

DEFINICIJA PLAZME

Plazma je u fizici naziv za **ionizirani plin** i uobičajeno je da se zbog različitih svojstava u odnosu na krutine, tekućine i plinove smatra posebnim agregatnim stanjem tvari.



Slika - Agregatna stanja

Ionizirani plin ima barem po jedan elektron odvojen od dijela svojih atoma ili molekula.

Zbog slobodnih nabijenih čestica (iona i elektrona) plazma je **dobar vodič električne struje** i snažno reagira na električno i magnetsko polje.

Plazmom se ne može nazvati bilo kakav ionizirani plin jer je svaki plin u nekom, makar vrlo malom stupnju, ioniziran.

Npr. kozmičko zračenje ionizira čestice u Zemljinoj atmosferi tako da u zraku uvijek nalazimo određeni broj nabijenih čestica.

Obično kažemo za plazmu da je **kvazineutralni plin** sastavljen od ioniziranih (nabijenih) i neutralnih čestica, koji pokazuje **skupno (kolektivno) međudjelovanje** čestica zasnovano na Coulombovoj sili.

Kvazineutralan plin znači da je **makroskopski neutralan**, tj. da uzet u cjelini ne posjeduje električni naboj, ali su njegovi dijelovi električki nabijeni.

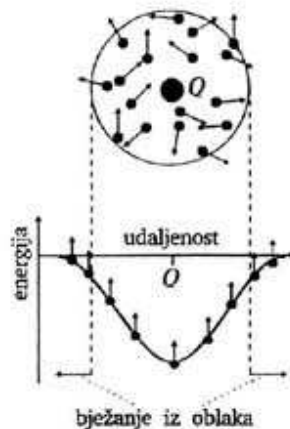
Kao i plin, plazma nema određen oblik ili volumen, osim ako se zatvori u posudu ili ograniči na neki način, a pod utjecajem magnetskog polja plazma može poprimiti vlaknastu strukturu.

Iako se plazma može opisati kao električki neutralno stanje materijala, s jednakim brojem negativnih i pozitivnih električki nabijenih čestica, premda nevezane te čestice nisu ni slobodne.

Kada se električki nabijene čestice kreću, one stvaraju električnu struju i magnetsko polje, i kao rezultat, međusobno djeluju s drugim električnim i magnetskim poljima.

Za razliku od plina sa zanemarivim brojem nabijenih čestica, u kojem čestice interagiraju praktički samo u sudarima (tzv. parno međudjelovanje), u plazmi zbog znatnog broja električki nabijenih čestica dolazi do elektromagnetskog djelovanja na znatno većim udaljenostima (Van de Waalsov potencijal kao najčešći oblik interakcije među neutralnim česticama plina opada kao $1/r^6$, a Coulombov potencijal opada kao $1/r$).

U svakom trenutku čestice tvore **zajedničko elektromagnetsko polje** i svaka čestica interagira istodobno sa svim ostalim česticama – **kolektivna interakcija ili skupno međudjelovanje**.



Slika - Debyjev oblak

Zato električki nabijene čestice imaju kolektivna svojstva, te se plazma može definirati sljedećim uvjetima:

- električki nabijene čestice trebaju biti dovoljno blizu da bi mogle međusobno djelovati, a to se definira s **Debyeovom sferom** (dio prostora u kojem je prisutno električno polje nekog naboja) – **usklađenost plazme**
- u tzv. Debyeovoj sferi ima vrlo velik broj čestica, tj. dimenzije sustava su mnogo veće od polumjera Debyeve sfere (za procese koji se odigravaju na dimenzijama većim od Debyeve sfere vrijedi načelo elektroneutralnosti) – međudjelovanja unutar Debyeve sfere su puno važnija nego na rubovima pa se kaže da je **plazma kvazineutralna** (ima jednak broj pozitivnih i negativnih električki nabijenih čestica)

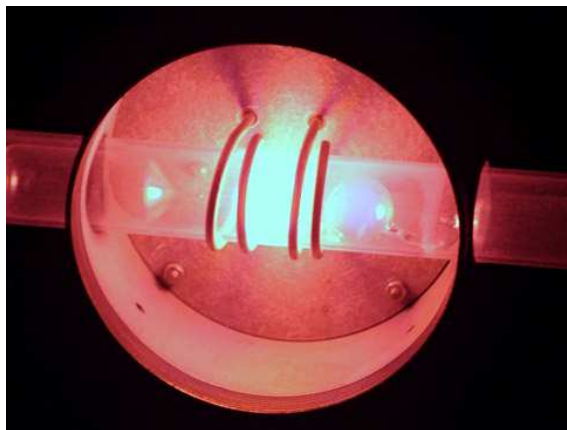
- **plazmena frekvencija** (učestalost kojom titraju elektroni ako su pomaknuti iz ravnotežnog položaja) je mnogo **veća od sudarne frekvencije** – elektrostatičko djelovanje prevladava nad procesima obične kinetike plinova

Za plazmu kažemo da je u **termodinamičkoj ravnoteži** ako sve vrste čestica (uključivši i fotone) imaju istu temperaturu te ne postoje temperaturni gradijenti i gradijenti gustoće.

Kada neki dio sustava tek malo odstupa od termodinamičke ravnoteže, onda se za opisivanje procesa koristi aproksimacija **lokalne termodinamičke ravnoteže (local thermodynamic equilibrium – LTE)**.

Plazma je **izotermna** ako sve čestice imaju jednaku temperaturu no vrlo često su plazmeni sustavi neizotermni – u većini takvih slučajeva je temperatura elektrona viša od temperature iona.

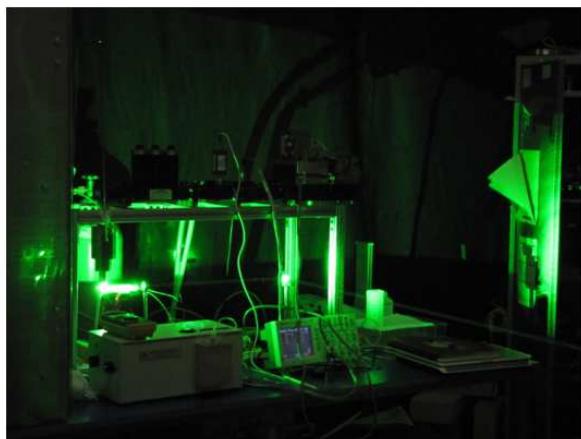
Ako je plazma u termodinamičkoj ravnoteži, a u Debyejevoj sferi se nalazi vrlo veliki broj čestica, plazma se ponaša gotovo **kao idealni plin** – takvu plazmu nazivamo **termodinamički slabo neidealnom plazmom**.

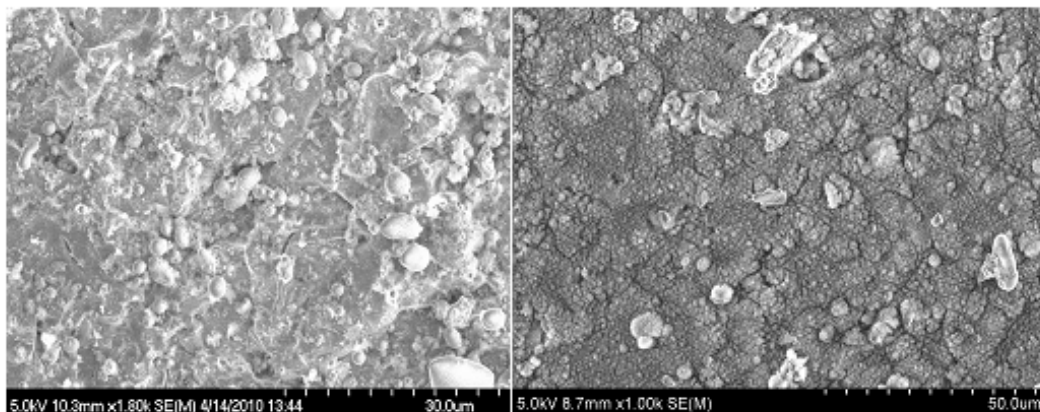


Kada plazma ima relativno nisku temperaturu, tako da su samo vanjske ljuske atoma i iona aktivne te sudjeluju u procesima, kažemo da je to **niskotemperaturna plazma**.

U **visokotemperaturnoj plazmi** aktivne su i unutrašnje elektronske ljuske, a odvijaju se i termonuklearne reakcije.

Slika - High Temperature Plasma (~1,000°C) Assisted Laser Ablation YSZ is rotating at 2 rpm

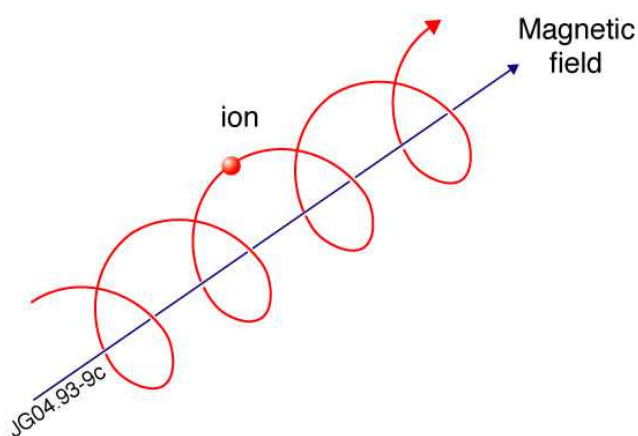




Slika - Low Temperature Plasma Deposition ($\sim 100^{\circ}\text{C}$) High Temperature Plasma Deposition ($1,000^{\circ}\text{C}$)

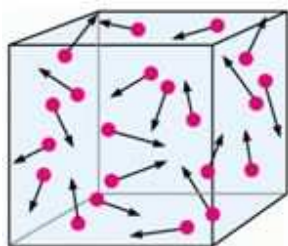
U tzv. **hladnoj plazmi** možemo zanemariti termička gibanja elektrona.

Slika - Eksperimentalno tretiranje zasnovano na hladnoj plazmi- uvodimo elektricitet u plin dok ne dobijemo slobodne elektrone; jednog dana bismo na taj način mogli zaštititi svježe proizvode poput jabuka ili badema od potencijalno opasnih bakterija (*Salmonella*, *Listeria* and *E. coli*.) *Photo courtesy of Paul Pierlott.*



Plazma je **magnetizirana** ako je **sudarna frekvencija mnogo manja od ciklotronske frekvencije**, tj. frekvencije kojom nabijena čestica kruži u magnetskom polju. Gibanje nabijenih čestica pretežito je ciklotronsko jer se sudari dešavaju tek nakon više ciklotronskih rotacija pa se pomicanje središta vrtnje i mijenjanje polumjera kruženja dešava rijetko.

Slika - Ciklotronsko gibanje iona u plazmi u magnetskom polju



U obrnutom slučaju kada su **sudari vrlo česti**, ciklotronsko gibanje je prikriveno pa je gibanje čestice vrlo blisko običnom **termičkom nasumičnom gibanju**. Za procese koji se odvijaju u vremenu mnogo manjem od vremena između dva sudara kažemo da su nesudarni.

Slika – Termičko nasumično gibanje

KRATKA POVIJEST FIZIKE PLAZME

20-ih i 30-ih godina prošlog stoljeća nekoliko istraživača koji su zasebno djelovali, svaki motiviran rješavanjem specifičnih praktičnih problema, je počelo izučavati ono što se danas zove **fizikom plazme**.

Taj rad je bio prvenstveno usmjeren na razumijevanje:

- utjecaja ionosferne plazme na širenje kratkih radiovalova na većim udaljenostima
- plinskih elektronskih cijevi koje su se koristile za ispravljanje, prebacivanje i regulaciju napona u eri elektronike koja je prethodila poluvodičima

Razvoj radijskog emitiranja je doveo do otkrića **Zemljine ionosfere** – sloja djelomično ioniziranog plina u gornjoj atmosferi koji reflektira radio valove. Brojni znanstvenici su proučavali ionosferu. Ovdje ćemo istaknuti E.V. Appletona i K.G. Buddena koji su razvili teoriju o širenju elektromagnetskih valova kroz neuniformno magnetiziranu plazmu.

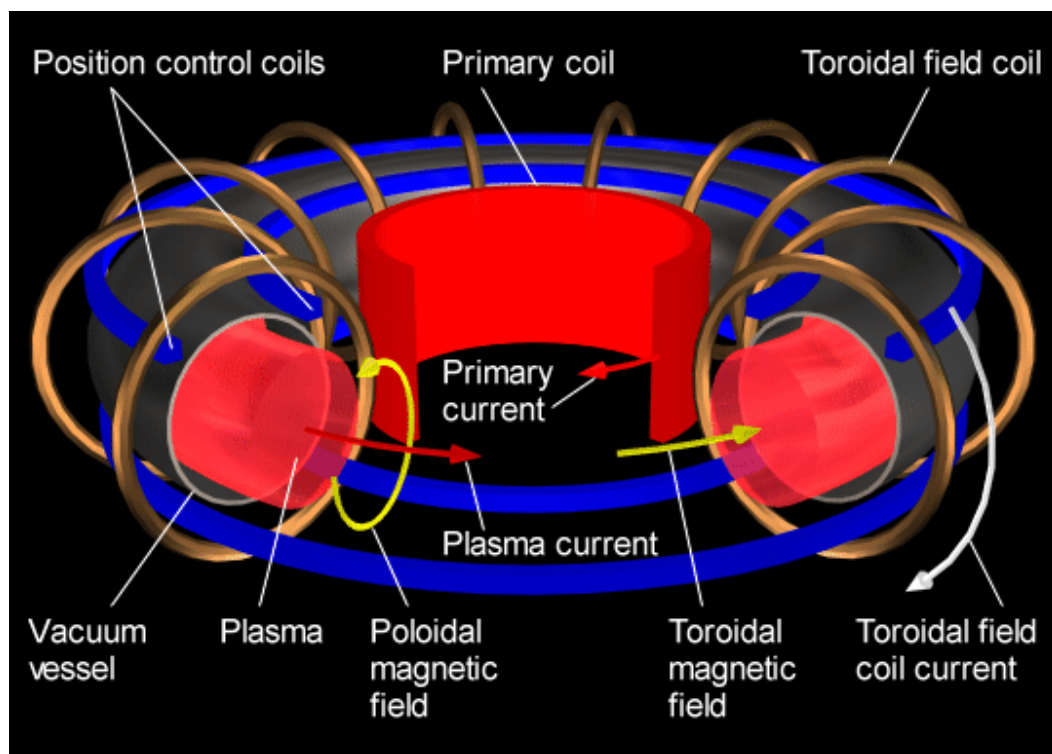
Astrofizičari su spoznali da se svemir velikim dijelom sastoji od plazme. Začetnik u tom području je bio **Hannes Alfvén** koji je 1942. godine razvio **teoriju magnetohidrodinamike (MHD)** u kojoj se plazma smatra električki vodljivom. Izveo je teoriju širenja MHD valova (koji se danas po njemu zovu **Alfvenovi valovi**) i pretpostavio njihovu važnost u astrofizičkoj plazmi. Za taj rad je 1970. g. dobio Nobelovu nagradu. Teorija se koristila u istraživanju Sunčevih pjega, Sunčevog vjetra, nastanka zvijezda i mnogih drugih tema u astrofizici.

Ranih 1950-ih istraživanja u fizici plazme bazirana na **magnetskoj fuzijskoj energiji** su se počela simultano provoditi u Americi, Velikoj Britaniji i Sovjetskom Savezu. S obzirom da je taj rad bio grana u istraživanju **termonuklearnog oružja** (nastanak **hidrogenske bombe** 1952. godine), sve je bilo obavljeno velom tajne da bi se kao zaštitili nacionalni interesi. Ipak se pokazalo da su istraživanja kontrolirane fuzije daleko od nečeg što bi imalo vojnu vrijednost već **mogući izvor energije budućnosti** pa su sve 3 zemlje skinule tajnost i 1958. počele suradnju na tom području. Kasnije su se i druge zemlje počele u to uključivati.

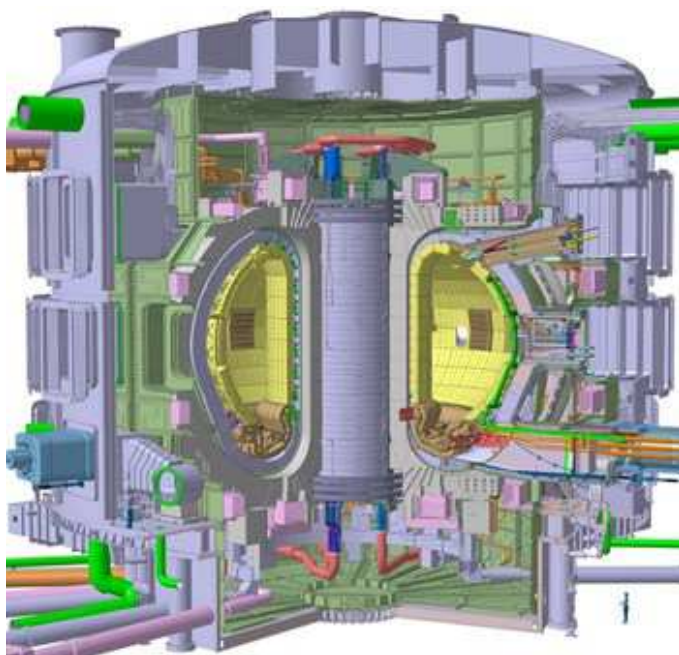
Tijekom 1960-ih su nastavljena istraživanja fuzije, ali su Rusi tek krajem dekade empirijski došli do **tokamak konfiguracije** i počeli proizvoditi plazmu sa značajno boljim svojstvima.

Tokamak je stroj za proizvodnju toroidalnog magnetskog polja za razgraničenje plazme. To je jedan od najviše istraživanih kandidata za proizvodnju **kontrolirane termonuklearne fuzijske energije**. U novije se vrijeme uređaji ovakvog tipa nazivaju zajedničkim imenom **fuzijski reaktori**.

Pojam **tokamak** je transliteracija ruske riječi **токамак** koja je sama po sebi kratica od ruske riječi: "**тороидальная камера в магнитных катушках**" - *toroidal'naya kamera magnitnoi katushki* – toroidalna komora s magnetiziranim zavojnicama (vjerojatno *tochamac*).



Do kraja 20. stoljeća je postignut značajan napredak u istraživanju fuzije u tokamaku pa je početkom 21. stoljeća došlo do međunarodnog dogovora o gradnji Međunarodnog termonuklearnog eksperimentalnog reaktora – **International Thermonuclear Experimental Reactor (ITER)**.



<http://www.iter.org/factsfigures>

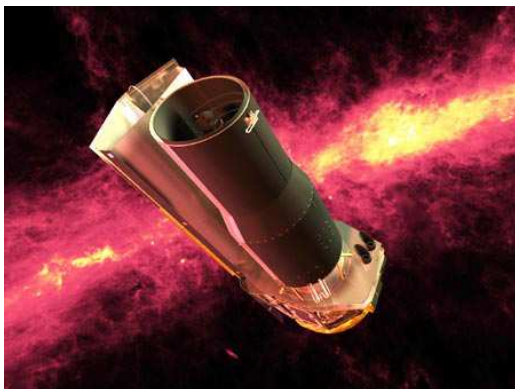
ITER će biti najveće na svijetu eksperimentalno fuzijsko postrojenje dizajnirano da se vidi znanstvena i tehnološka izvedivost korištenja fuzijske snage za energetske svrhe. Istraživanja fuzije imaju za cilj razvoj prototipne fuzijske elektrane koja bi bila sigurna i pouzdana, odgovorna kad je u pitanju okoliš i ekonomski održiva, i s bogatim i široko rasprostranjenim izvorima goriva.

ITER projekt je smješten u Cadarache-u na jugu Francuske u kojem s pola financiranja sudjeluje Europa, a druga polovica sredstava dolazi od 6 članica koje su se pridružile ovom međunarodnom pothvatu – Kina, Indija, Japan, Koreja, Rusija i SAD.

Što se tiče daljnjih istraživanja fuzije koje se nisu zasnivale na principu tokamaka, moglo se reći da su se odvijala s više ili manje uspjeha. Mnoga su i dalje koristila magnetsko ograničavanje plazme kao što se koristilo u tokamaku no razvijale su se i sheme inercijskog ograničavanja. U njima su se laserima visoke snage ili sličnim snažnim izvorima bombardirale tablete (pellets; milimetarskog promjera) termonuklearnog goriva s ultrakratkim, ekstremno snažnim impulsima jako fokusirane usmjerene energije. Intenzivna upadna snaga je djelovala na površinu peleta tako da je došlo do ablacije i radijalnog zračenja iz peleta, a na drugu stranu se javila sila djelujući radijalno natrag u pelet tako da ga komprimira adijabatski, stvarajući pri tom veću gustoću i temperaturu. S dovoljno velikom adijabatskom kompresijom, uvjeti za odvijanje fuzije bili su postignuti.

Simultano s istraživanjem fuzije, počela se sve opsežnije proučavati **plazma u svemiru**. Izvedena su mjerenja plazme blizu Zemljine površine (aurora - zora, ionosfera) i to pomoću instrumenata na samoj površini Zemlje. 1958. godine je astrofizičar **James A. Van Allen** (1914-2006) otkrio pojaseve zračenja koji okružuju Zemlju. Oni su tada nazvani **Van Allenovi pojasi**. Nakon tog otkrića su sateliti U.S. Explorer počeli istraživati Zemljinu magnetosferu i to je otvorilo područje fizike plazme svemira.

Kako se razvijao svemirski program, tako su sve rutiniranija postajala **mjerenja plazme *in situ***: Zemljina magnetosfera, solarni vjetar i magnetosfere drugih planeta. Kasnije se izučavala i solarna korona, kompleksne strukture i dinamika eksplozija. Razvojem interferometara, pa kasnije i teleskopa poput **Hubble**-a i **Spitzer**-a, sve detaljnije su se počele proučavati svemirske strukture, materija i slično (zvijezde, aktivne galaktičke jezgre, crne rupe...). No shvatilo se da su svojstva svemirske plazme jednaka svojstvima laboratorijski proizvedene plazme samo što se radilo na mnogo većoj skali.



Slika - Spitzer Space Telescope

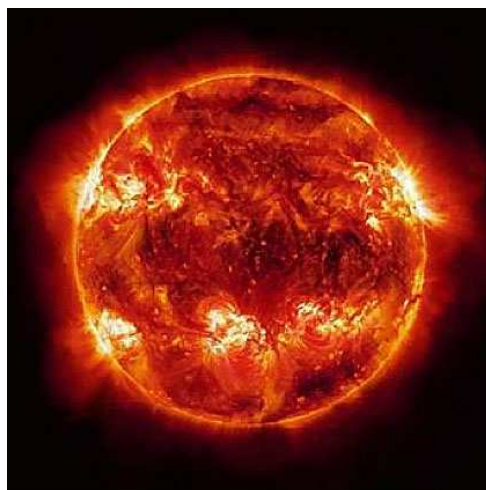


Slika - Hubble Telescope

Slika - “Ostaci” [Tycho Supernove](#), ogromna kugla ekspandirajuće plazme; vanjska plava ljuska je emisija x-zraka (elektroni s velikim brzinama).



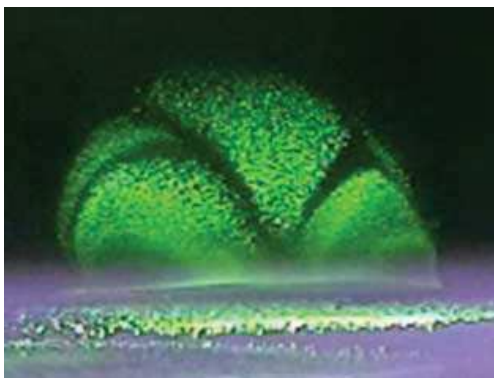
Slika – Solarni vjetar



Kasnih 1980-ih se počinju javljati nove primjene plazme – **procesiranje plazmom** - koje se javlja u proizvodnji sićušnih, složenih integriranih krugova koji se koriste u modernim elektroničkim uređajima. Ova primjena ima sve veću ekonomsku važnost.

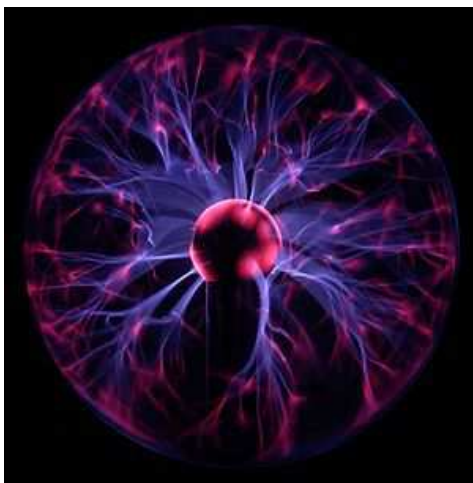
1980-ih počinje istraživanje **ne-neutralne plazme**. To je plazma koja se sastoji od naboja koji nisu neutralizirani, svi su istog predznaka, nije ih jednostavno dobiti u obliku plazme, a to su npr. plazme koje se sastoje samo od elektrona, ili samo od iona, samo od pozitrona. Zanimljive su zato što se mogu duže vrijeme ograničiti korištenjem samo statičkih električnih i magnetskih polja.

1990-ih se počinje istraživati **plazmena prašina (dusty plasma)**. To je plazma koja se sastoji od čestica nanometarskih ili mikrometarskih veličina koje su na neki način suspendirane u plazmi. One se mogu električki nabiti i onda se takve masivne zajedno s plazmom, sastavljenom od elektrona i iona, ponašaju kao „nova“ plazma slijedeći zakone elektromagnetizma, ali pri tom pokazujući i neka sasvim nova svojstva.



Slika - Example of complex structuring observed in DUPLEX dusty plasma clouds with 1-mm alumina microparticles.

I ne-neutralne i dusty plazme mogu stvarati bizarna, jako vezana kolektivna stanja u kojima se plazma vraća u čvrsto stanje npr. tvoreći kvazi-kristalne strukture.



Slika - Plazma lampa, ilustracija nekih složenijih fenomena u plazmi. Boje (valne duljine) su rezultat relaksacija (prijelaza) elektrona iz pobuđenih stanja u niža energijska stanja nakon rekombinacija s ionima. Ti procesi emitiraju svjetlost u spektru koji je karakterističan za plin koji se pobuđuje.

Uz sve gore spomenute aktivnosti, odvijala su se kontinuirano istraživanja **industrijski relevantne plazme** poput **lukova (arcs)**, **plazmenih baklji (plasma torches)** i **laserskih plazmi**. Razvoj lasera velike snage 60-ih godina 20. st. otvorio je područje laserske plazme. Nakon što zraka lasera

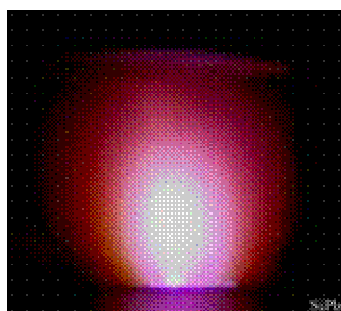
udari u metu, atomi i molekule izlijeću iz mete, a nad metom se stvori plazma koja se brzo širi u prostor. Vruća i gusta plazma nakon nekoliko mikrosekundi prelazi u hladnu i rijetku. Taj proces se naziva laserska ablacija.



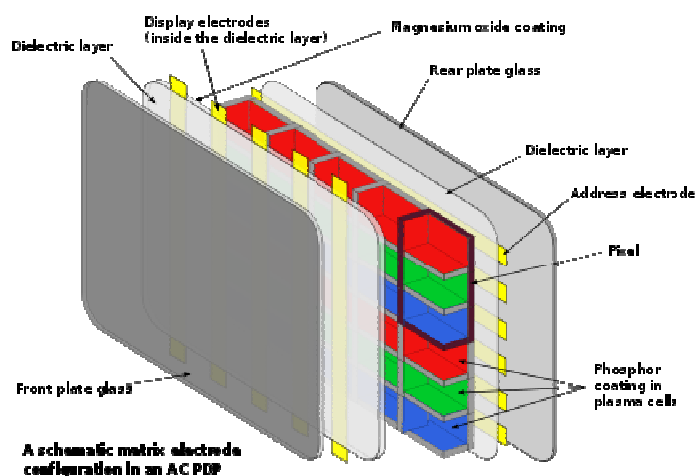
Slika - Plasma arc



Slika - Plasma torches



Slika - Image of Excimer laser produced plasma plume in lead silicate glass, in tellurite glass and lead germanate glass



Plazmeni displeji se koriste u **plazma-televizorima**, a imamo i prirodno javljanje **zemaljske plazme** u obliku munje.

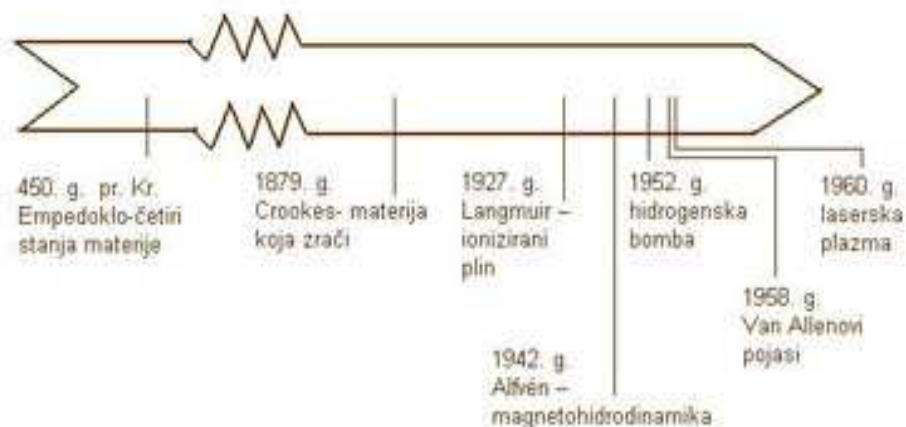
Slika - Composition of plasma display panel



Prikazani niz fotografija dokumentira munju snimljenu u ljeto 2007. na Brijunima za vrijeme jedne kratke ljetne oluje. 15 fotografija odgovara vremenu jedne sekunde (snimljeno pomoću Olympus fotoaparata). Takva vrst ionizacije plina (zraka) dešava se na Zemlji vrlo često (oko 30 bljeskova u sekundi)



Slika - Munje – primjeri plazme na površini Zemlje. Tipične vrijednosti – izboji u munjama 30 kA na do čak 100 MV, emisija svjetlosti, radiovalova, x-zraka, čak i gama zraka. Temperature plazme u munji mogu doseći 28000 K; elektronske gustoće mogu premašiti 10^{24} m^{-3} .



Slika - vremenska lenta

Danas, iako su blagodati svakodnevnog života neodvojive od plazme, postoji još uvijek potreba za stalnim jačanjem svijesti o postojanju i korištenju plazme. Potrebno je razumjeti znanost o plazmi i vidjeti koje su sve **tehnološke primjene plazme**. Premda se plazma smatra **četvrtim agregatnim stanjem**, nije nam nije očigledna kao zrak (plin), voda (tekućine), i zemlja (krute tvari).

KARAKTERISTIČNI PARAMETRI PLAZME

OPISI PLAZMENIH SUSTAVA

Ovisno o stanju u kojem se neki plazmeni sustav nalazi (gustoća, temperatura, stupanj ionizacije, magnetsko polje, dimenzije sustava...) te ovisno o stupnju aproksimacije koji zahtijeva razjašnjenje neke pojave, koriste se različiti pristupi.

1. Osnovni je tzv. **JEDNOČESTIČNI PRISTUP**, u kojem se prati gibanje jedne čestice u zadanom električnom i magnetskom polju i na temelju toga se zaključuje o svojstvima i ponašanju cijelog sustava.

Takav opis nas zadovoljava kad imamo plazmu niske gustoće ($n < 10^{14} \text{ m}^{-3}$) i kad se može zanemariti doprinos električnog i magnetskog polja koji potječe od nabijenih čestica ukupnom vanjskom električnom i magnetskom polju.

Ovaj pristup se može primijeniti za kvalitativni opis solarnog vjetera, driftnih gibanja nabijenih čestica u magnetkom i gravitacijskom polju Zemlje, elektronskih snopova u Sunčevoj atmosferi...

2. Osnova za jednočestični pristup je zahtjev da se električno i magnetsko polje određuje vanjskim izvorom te da gibanje nabijenih čestica ne utječe na vanjska polja.

U stvarnosti je to moguće kod plazme niske gustoće, a u većini stvarnih slučajeva ipak prisustvo čestica utječe značajno na električna i magnetska polja.

Kad su dimenzije plazmenog sustava mnogo veće od srednje udaljenosti čestica (srednjeg slobodnog puta), a vlastito vrijeme procesa mnogo duže od vremena koje protekne između dva sudara, plazma se može razmatrati kao fluid pa primjenjujemo **HIDRODINAMIČKI PRISTUP**.

Metoda se naslanja na mehaniku fluida i ne promatra se ponašanje jedne čestice već se prati ponašanje elemenata fluida koji sadrže mnogo čestica.

S obzirom da se radi o plazmi, bitna razlika od „običnog“ fluida je u tome što je plazma kao fluid koji sadrži naboje.

Najjednostavniji je tzv. **MAGNETOHIDRODINAMIČKI (MHD) OPIS**: plazma se smatra jednokomponentnim fluidom određene temperature, gustoće, tlaka i brzine, smatra se fluidom kojim mogu teći električne struje.

Ako nema promjene svih tih veličina u vremenu, kažemo da je sustav stacionaran.

Slučajevi, kad plazma miruje, opisuju se u **magnetohidrostatskoj aproksimaciji**, pri čemu su gibanja elektrona moguća, tj. postoje električne struje.

MHD pristup omogućuje opis razvoja makroskopskih plazmenih sustava i njihove stabilnosti, Alfvenovih valova, nekih vrsta nestabilnosti (npr. Rayleigh-Taylor nestabilnosti)...

MHD aproksimacija dobro opisuje globalna svojstva većine pojava vezanih za aktivnost Sunca.

U slučajevima vrlo velike vodljivosti, kad se uzima da je rezistivnost (otpornost) $= 0$, kažemo da se radi o **idealnim MHD procesima**.

U slučajevima kad je rezistivnost različita od 0, kažemo da se radi o **rezistivnim MHD procesima**.

3. U mnogim slučajevima plazmu možemo opisati u hidrodinamičkoj aproksimaciji, ali je potrebno voditi brigu o različitom ponašanju različitih vrsta čestica.

To se može raditi s tzv dvokomponentnim ili višekomponentnim MHD modelima, a najjednostavniji je **SCHLÜTEROV 2-KOMPONENTNI OPIS**.

Dobar je za opisivanje pojava poput Hallovog efekta (ako se na elektrone koji se gibaju pod utjecajem električnog polja primijeni magnetsko polje okomito na smjer njihovog gibanja, dolazi do njihovog nagomilavanja („razdvajanja“) što dovodi do pojave dodatnog pada napona u smjeru koji je okomit i na električno i na magnetsko polje), različitih vrsta valova, plazmenih nestabilnosti...

4. **KINETIČKA (GIROKINETIČKA) TEORIJA** daje najdetaljniji uvid u stanje plazme.

Jednočestični i hidrodinamički opis su dobri za većinu poznatih procesa u plazmenim sustavima.

No postoje pojave koje se ne mogu opisati ovako jednostavnim pristupom jer su posljedica promjena u **raspodjeli čestica po brzinama**.

U hidrodinamičkoj teoriji promjenjive veličine ovise samo o prostornim koordinatama i vremenu i to je uz pretpostavku da je u svakom elementu fluida **raspodjela svih vrsta čestica maxwellovska** – opis se jednoznačno radi pomoću temperature.

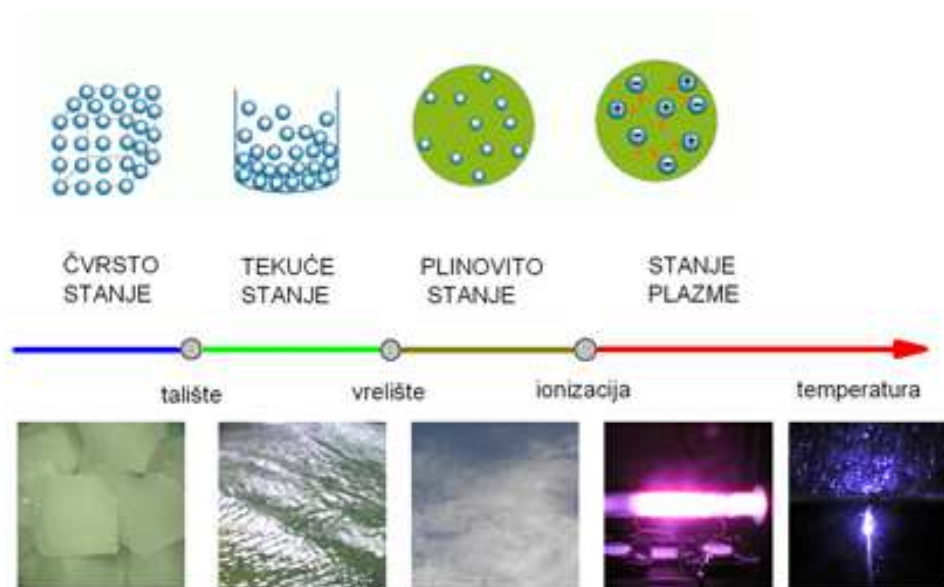
U plazmenim sustavima odstupanja od termodinamičke ravnoteže mogu potrajati relativno dugo jer su sudari među česticama rijetki.

Jedna nemaxwellova raspodjela se pretvara u drugu i to hidrodinamička teorija ne može razlučiti pa se uvodi nova **teorija temeljena na metodama statističke fizike**.

Plazma nije neutralan plin i značajan je utjecaj magnetskog polja što znači da se u ovom opisu ne prate promjene položaja i brzine svake čestice posebno već **promjene raspodjele brzina i položaja svih čestica** – zanima nas samo koliko je čestica u danom trenutku karakterizirano određenom brzinom i položajem – prate se **vremenske promjene funkcije raspodjele u faznom prostoru**.

Ova teorija se koristi za opis raznih vrsta valova i njihovih međudjelovanja, za opis međudjelovanja s nabijenim česticama, plazmenih mikronestabilnosti i mikroturbulencija, snopova čestica, Landauova prigušenja (proces u kojem val predaje energiju značajnom broju elektrona što dovodi do njegovog prigušenja) i kolektivnih procesa zračenja.

PROCESI IONIZACIJE I REKOMBINACIJE



Pri ionizaciji atoma potrebno je elektronu predati energiju dovoljnu za prijelaz iz vezanog stanja u slobodno stanje.

Elektron može primiti tu energiju na više načina:

- u neelastičnom sudaru dvaju atoma $A + A \rightarrow A^+ + e^- + A$
- u neelastičnom sudaru atoma i slobodnog elektrona $A + e^- \rightarrow A^+ + e^- + e^-$
- apsorpcijom fotona $A + h\nu \rightarrow A^+ + e^-$

Svi ti procesi su reverzibilni što znači da mogu ići i u suprotnom smjeru:

- $A^+ + e^- + A \rightarrow A + A$
- $A^+ + e^- + e^- \rightarrow A + e^-$
- $A^+ + e^- \rightarrow A + h\nu$

Prva skupina procesa su **proces i ionizacije**, a druga skupina **proces i rekombinacije**.

Proces u kojem zbog sudara nastupa ionizacija zovemo **sudarnom ionizacijom** (to su prva dva procesa).

Proces u kojem do ionizacije dolazi apsorpcijom fotona **zovemo fotoionizacijom** (to je treći proces).

Ovisno o učestalosti procesa ionizacije i procesa rekombinacije mijenja se stupanj ionizacije plazme dok se ne postigne ravnoteža.

Govorili smo o termodinamičkoj ravnoteži i teškom postizanju tog stanja.

Za plazmu smo rekli da je u **termodinamičkoj ravnoteži** ako sve vrste čestica (uključivši i fotone) imaju istu temperaturu te ne postoje temperaturni gradijenti i gradijenti gustoće. Stoga su detalji procesa ionizacije i rekombinacije vrlo složeni.

Stupanj ionizacije je omjer broja ioniziranih atoma i broja neutralnih atoma.

Plazma je: - **slabo ionizirana** ako je stupanj ionizacije $\leq 10^{-4}$, odnosno
 - **jako ionizirana** ako je stupanj ionizacije $\geq 0,1$.

Pri visokim temperaturama i gustoćama plazme atomi mogu biti i višestruko ionizirani.

Svaki novi stupanj ionizacije zahtijeva sve veću energiju za oslobađanje elektrona jer je naboj iona sve veći.

Npr. u jezgrama zvijezda vladaju vrlo visoke temperature (npr. u središtu Sunca 13 milijuna K) pa su atomi praktički potpuno ionizirani i često se koristi izraz „oljušteni atomi“.

Podsjetimo se **ionizacije vodikova atoma**.

Elektroni ne mogu kružiti oko jezgre po bilo kojim već samo po točno određenim kvantiziranim stazama koje nazovamo **dopuštenim ili stacionarnim stazama**.

Gibajući se po njima elektron se nalazi u stacionarnom stanju što znači da ne gubi energiju zračeći elektromagnetske valove.

Emisija svjetlosti se događa samo pri skoku elektrona s jedne stacionarne staze na drugu.

Pod dopuštenim stazama smatramo samo one na kojima je orbitalni moment količine gibanja cjelobrojni višekratnik reducirane Planckove konstante $\hbar = h/2\pi$, tj.

$$L = r_n m_e v_n = n\hbar \quad (*)$$

Prirodni broj $n = 1, 2, 3, \dots$ se naziva **glavni kvantni broj**.

Da bismo izračunali koliki je polumjer kvantne staze elektrona i energija elektrona na n -toj stazi, uzmemo u obzir da kulonska sila između protona i elektrona uzrokuje centripetalnu silu i primijenimo uvjet (*):

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$$

$$r_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e v_n^2}$$

$$2\pi r_n m_e v_n = nh$$

$$r_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{4\pi^2 r_n^2 m_e^2}{n^2 h^2} \quad / : r_n$$

$$\epsilon_0 n^2 h^2 = e^2 \pi m_e$$

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \quad n = 1, 2, \dots$$

Ovo je polumjer kvantne staze elektrona.

Ukupna energija elektrona sastoji se od potencijalne i kinetičke energije pa slijedi izračun jedne, odnosno druge:

$$E = E_k + E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2} m_e v_n^2$$

$$r_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e v_n^2}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m_e \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r_n}$$

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}$$

$$E_k = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2}$$

$$E_p = \int_r^\infty F dr = \int_r^\infty \left(-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) dr = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$E_p = -\frac{m_e e^4}{4\epsilon_0^2 n^2 h^2}$$

$$E = E_k + E_p$$

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \quad n = 1, 2, \dots$$

$$E_1 = -2.173 \cdot 10^{-18} \text{ J} = -13.6 \text{ eV}$$

$$E_2 = -3.4 \text{ eV}$$

$$E_3 = -1.5 \text{ eV}$$

\vdots

Vidimo da je ukupna energija elektrona na n -toj kvantnoj stazi vezana uz glavni kvantni broj n .

Energija osnovnog stanja ($n = 1$) je E_1 – to je **energija vezanja** elektrona u atomu vodika ili energija koju je potrebno uložiti da bi se elektron oslobodio iz atoma i da bi se atom vodika ionizirao.

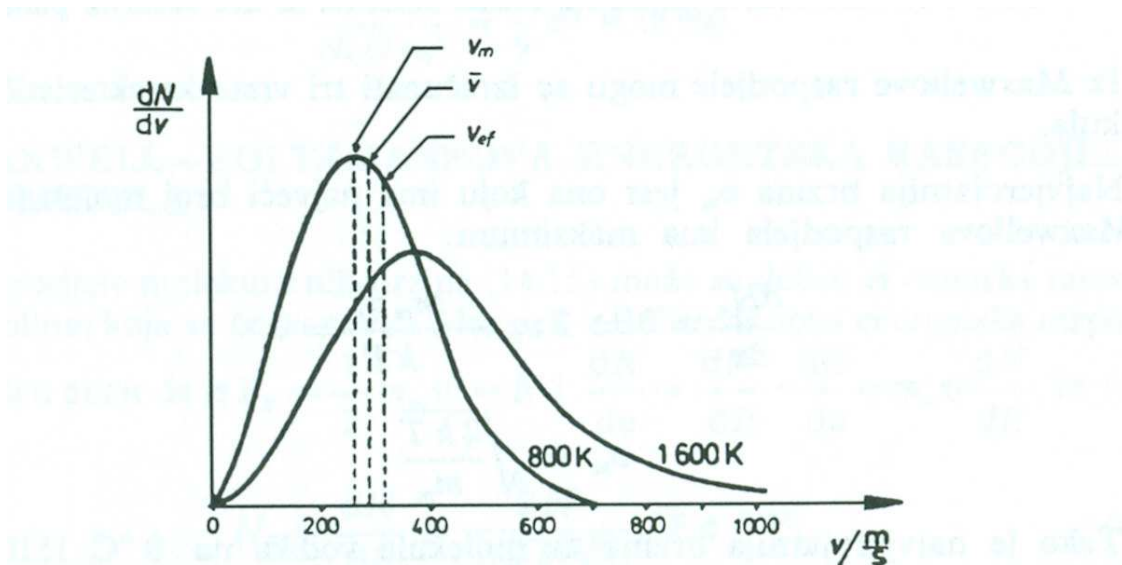
Zato se ona često zove **energijom ionizacije**.

Ako foton ionizira atom vodika u osnovnom stanju, znači da mora imati frekvenciju $\nu \geq E_1/h = 3,3 \cdot 10^{15}$ Hz, odnosno valnu duljinu $\lambda \leq 90$ nm, tj. mora pripadati visokoenergijskom dijelu spektra.

S druge strane, u sudarnim procesima, u neelastičnom sudaru atom može biti ioniziran samo ako je kinetička energija veća od energije ionizacije, što znači približno $kT \geq h\nu = E_1$, odakle je $T \approx 10^5$ K.

Sudarna ionizacija će se događati i na nižim temperaturama jer u repu Maxwelllove raspodjele uvijek postoje čestice s brzinama mnogo većim od termičke brzine.

Primjer Maxwelllove raspodjele po brzinama.



Slika 14.4. Maxwellova raspodjela molekula živinih para po brzinama

$$N_v = \frac{dN}{dv} = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_m v^2 / 2kT}$$

Stupanj ionizacije u termodinamičkoj ravnoteži za **slabo neidealnu plazmu** (plazma se ponaša gotovo **kao idealni plin** - u termodinamičkoj ravnoteži je, a u Debyevoj sferi se nalazi vrlo veliki broj čestica) određen je **Saha-inom jednačbom**, koja u približnom obliku glasi:

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2,4 \cdot 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} \exp\left(-\frac{U_i}{kT}\right)$$

Ovdje su:

n_i - gustoća broja ioniziranih atoma (kod vodikove plazme jednaka je gustoći broja elektrona n_e),

n_n - gustoća broja neutralnih atoma,

U_i - energija ionizacije,

T - temperatura plina.

Eksponencijalni član predstavlja **doprinos sudarne ionizacije** – pri niskim temperaturama vrlo je malo atoma s brzinama dovoljno velikim da bi mogli uzrokovati ionizaciju sudarom – zato je stupanj ionizacije zanemariv.

Član $1/n_i$ je **rekombinacijski utjecaj** koji uravnotežuje proces ionizacije – učestalost procesa rekombinacije je proporcionalna gustoći elektrona što znači i n_i , a stupanj ionizacije je manji što je veća vjerojatnost rekombinacije.

Zadatak:

- Pomoću **Saha-ine jednadžbe** $\frac{n_i}{n_n} \approx 2,4 \cdot 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} \exp(-\frac{U_i}{kT})$ pokažite da običan zrak pri normalnom tlaku na sobnoj temperaturi (300 K) **nije u stanju plazme**.
- Za dušik vrijedi da je U_i = energija ionizacije = 14,5 eV.
- Koliki je doprinos sudarne ionizacije u ovim uvjetima?

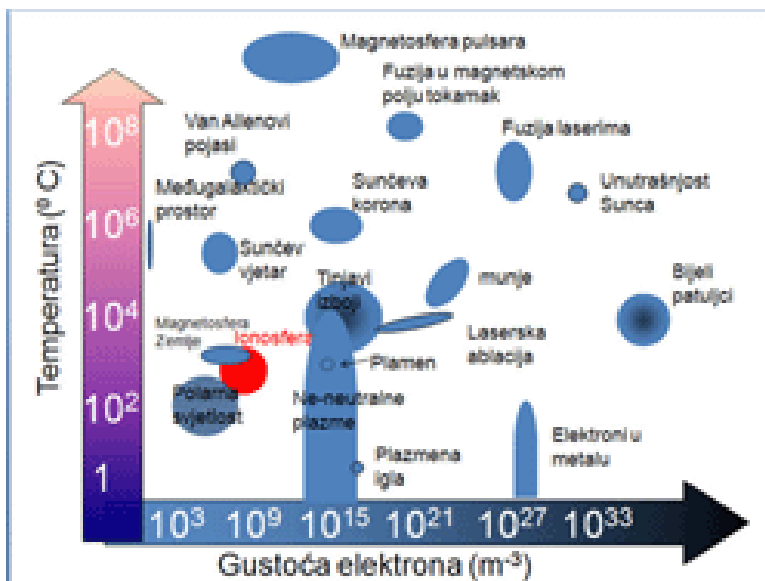
OSNOVNI PARAMETRI PLAZMENIH SUSTAVA

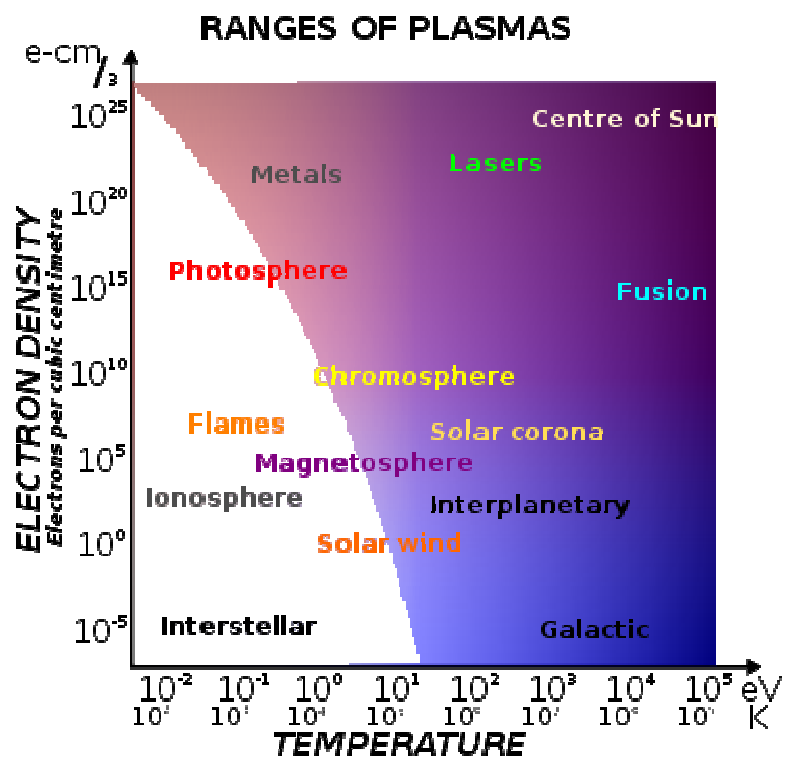
Stanje plazme može biti vrlo različito. Veličine kao što su gustoća, temperatura, magnetsko polje, stupanj ionizacije... pokazuju široki raspon vrijednosti.

Ponašanje različitih plazmenih sustava, od laboratorijskih do svemirskih, može biti vrlo slično bez obzira na vrlo velike razlike u vrijednostima parametara kojima su opisani.

Najčešće je ponašanje nekog plazmenog sustava određeno vrijednostima različitih bezdimenzijskih parametara.

Pogledat ćemo neke fizikalne veličine i neke bezdimenzijske parametre koji karakteriziraju plazmu.





Tipična područja parametara plazme		
Karakteristike	Plazme na Zemlji	Svemirske plazme
Veličina u metrima	10^{-6} m (<u>laboratorijske plazme</u>) do 10^2 m (<u>munje</u>)	10^{-6} m (<u>toplinska zaštita</u>) do 10^{25} m (<u>maglica</u>)
Trajanje u sekundama	10^{-12} s (<u>laserska plazma</u>) do 10^7 s (<u>fluorescentne svjetiljke</u>)	10^1 s (<u>Sunčeve baklje</u>) do 10^{17} s (<u>međugalaktička plasma</u>)
Gustoća čestice po kubičnom metru	10^7 m ⁻³ do 10^{32} m ⁻³ (<u>unutarnja ograničena plazma</u>)	1 m ⁻³ (<u>međugalaktička plasma</u>) do 10^{30} m ⁻³ (<u>jezgre zvijezda</u>)
Temperatura u <u>Kelvinima</u>	~ 0 K (<u>kristalna plazma</u>) do 10^8 K (<u>magnetska fuzijska plasma</u>)	10^2 K (<u>polarna svjetlost</u>) do 10^7 K (<u>Sunčeva jezgra</u>)
Magnetska polja u <u>Tesla</u>	10^{-4} T (<u>laboratorijske plazme</u>) do 10^3 T (<u>impulsne plazme</u>)	10^{-12} T (<u>međugalaktičkaplasma</u>) do 10^{11} T (<u>neutronske zvijezde</u>)

GUSTOĆA ČESTICA I TEMPERATURA ČESTICA. MAGNETSKO POLJE

U običnim materijalima se najčešće koriste 3 parametra da bi se odredilo stanje materijala: tlak, gustoća i temperatura. Bilo koja dva parametra mogu biti odabrana kao neovisne varijable. Plazma gotovo uvijek za svoj opis traži značajno više parametara.

Gustoća čestica:

Za plazmu koja se sastoji od elektrona i različitih tipova iona, potrebno je definirati gustoću svake vrste čestica.

S obzirom da elektroni i ioni drugačije reagiraju na elektromagnetske sile, njihove gustoće se moraju razmatrati kao neovisne varijable. To znači da plazma ne može biti okarakterizirana samo jednom gustoćom.

Gustoća se mjeri u broju čestica po m^3 .

Spomenimo npr. da je gustoća neutronske zvijezde za pedesetak redova veličina veća od gustoće međuzvezdane plazme.

Temperatura:

Temperatura jedne vrste čestica je proporcionalna njihovoj srednjoj kinetičkoj energiji.

U termalnoj ravnoteži raspodjela čestica jedne vrste po brzinama je dana Maxwelllovom raspodjelom (prije smo već spomenuli), a vezano za to je srednja kinetička energija dana kao $\frac{3}{2}kT$ (proporcionalnost srednje kinetičke energije i temperature).

Temperatura se mjeri u elektron voltima (1 eV odgovara 11604,5 Kelvina).

Temperatura u međuzvezdanim oblacima plazme je u granicama vrlo niskih vrijednosti reda veličine stotinjak kelvina (100 K) pa do vrlo visokih vrijednosti od stotinjak milijuna kelvina u procesima fuzije u laboratoriju ili jezgrama masivnih zvijezda.

Magnetsko polje:

Magnetsko polje se mjeri u T (Tesla).

Magnetska polja u međuzvezdanom prostoru su reda veličine 10^{-10} T, u pjegama na Suncu reda veličine 0,1 T, a u neutronske zvijezde reda veličine 10^8 T. Plazma nastaje dovođenjem energije plinu što utječe na temperaturu čestica, gustoću čestica i na magnetsko polje plazme.

Tablica 1. Vrijednosti nekih veličina u raznim plazmenim sustavima				
Sustav	n_e	n_p	T_e	B
	m^{-3}	m^{-3}	K	T
<i>Daleki svemir</i>				
Međugalaktički prostor	≤ 10	≈ 0	$10^5 \cdot 10^6$	$\leq 10^{-12}$
Međuzvjezdani prostor	$10^3 \cdot 10^7$	$10^4 \cdot 10^{11}$	10^2	10^{-10}
Međuplanetarni prostor	$10^6 \cdot 10^{10}$	≈ 0	$10^3 \cdot 10^6$	$10^{-10} \cdot 10^{-9}$
Planetarne maglice	$10^6 \cdot 10^{11}$	≈ 0	$10^3 \cdot 10^4$	$10^{-8} \cdot 10^{-7}$
<i>Sunce</i>				
Sunčev vjetar (1 a.j.) *	$10^5 \cdot 10^6$	≈ 0	$10^3 \cdot 10^6$	$10^{-10} \cdot 10^{-9}$
Sunčeve koronine šupljine	$10^{10} \cdot 10^{11}$	≈ 0	10^6	$10^{-6} \cdot 10^{-4}$
Sunčeve koronine petlje	10^{12}	≈ 0	$10^6 \cdot 10^7$	$10^{-10} \cdot 10^{-2}$
Sunčeve prominencije	$10^{16} \cdot 10^{17}$	$10^{15} \cdot 10^{17}$	10^4	$10^{-3} \cdot 10^{-2}$
Sunčeva kromosfera	$10^{16} \cdot 10^{18}$	$10^{16} \cdot 10^{18}$	10^4	10^{-1}
Sunčeva fotosfera	10^{19}	10^{23}	$6 \cdot 10^3$	$\leq 0,4$
Sunčeva jezgra	10^{32}	≈ 0	$1,5 \cdot 10^7$	
<i>Zemlja</i>				
Vanjska magnetosfera	$10^7 \cdot 10^9$	$10^7 \cdot 10^9$	10^3	$10^{-8} \cdot 10^{-7}$
Ionosfera	$10^9 \cdot 10^{12}$	$10^{10} \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^2 \cdot 1,5 \cdot 10^3$	10^{-6}
Van Allenovi pojasi	10^9		10^7	10^{-6}
munja	/	10^{25}	$3 \cdot 10^4$	/
vatra	10^{14}	10^{25}	10^3	/
<i>Laboratorijski pokusi</i>				
Tinjavi izboj	10^{16}	$10^{16} \cdot 10^{20}$	$2 \cdot 10^4$	10^{-2}
Fuzijski reaktor	$10^{16} \cdot 10^{23}$	$10^{16} \cdot 10^{23}$	10^8	10
* 1.a.j.=udaljenost Sunce - Zemlja				

BEZDIMENZIJSKI PARAMETRI

Plazmeni parametar:

$$\beta = 2\mu_0 p / B^2$$

Plazmeni parametar predstavlja omjer tlaka plazme p i magnetskog tlaka $B^2 / 2\mu_0$, gdje je μ_0 permeabilnost vakuuma.

Plazmeni parametar određuje odnos gustoće unutrašnje energije plazme i gustoće energije magnetskog polja, a može se prikazati i kao omjer brzine zvuka i Alfvénove brzine.

Općenito govoreći kad je $\beta \ll 1$, gradijent tlaka plina u jednadžbi gibanja treba uzeti u obzir samo uzduž magnetskih silnica.

Takvo stanje nalazimo u većem dijelu Sunčeve atmosfere i atmosferama magnetskih zvijezda.

Obrnutu situaciju nalazimo izvan magnetskog polje (npr. meteor, munja, vatra, izboj) ili pak u plazmi velike gustoće i temperature (tokamak, jezgre zvijezda).

Reynoldsov magnetski broj:

$$R_M = lu / \eta$$

Ovdje su: l dimenzija sustava, u brzina plazme, a $\eta = 1 / \mu_0 \sigma$ je magnetska difuzivnost (σ je električna vodljivost).

Reynoldsov magnetski broj mjeri odnos konvektivnoga gibanja magnetoplazme i difuzije magnetskog polja.

Ako je $R_M \gg 1$, konvektivna gibanja dominiraju te je magnetsko polje u plazmi „zamrznuto” - plazma se ne može gibati okomito na magnetsko polje, nego jedino duž silnica.

Takvo stanje nalazimo u većini astrofizičkih situacija uglavnom zbog vrlo velikih dimenzija plazmenih sustava, a donekle i zbog vrlo velike električne vodljivosti plazme σ .

Alfvénov broj:

$$A = \mu_0 \rho u^2 / B^2$$

To je omjer dinamičkog tlaka plazme i magnetskog tlaka (omjer gustoće kinetičke energije i gustoće magnetske energije).

Ako je kinetička energija veća od magnetske, gibanje plazme „povlači” silnice za sobom.

U obrnutom slučaju magnetsko polje kontrolira gibanje plazme pa ona može „teći” samo uzduž silnica.

Omjer elektronske plazmene frekvencije i elektronske ciklotronske frekvencije:

$\omega_{pe} = (n_e e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$ je elektronska plazmena frekvencija.

$\Omega_{Be} = eB / m_e$ je elektronska ciklotronska frekvencija.

Ovdje su: n_e elektronska gustoća, e naboj elektrona, m_e masa elektrona, a ϵ_0 dielektričnost vakuumu.

Ovaj omjer je vrlo važan u procesima širenja raznih vrsta valova, nastanku i prijenosu elektromagnetskog zračenja u radiovalnom području te plazmenim nestabilnostima.

$\omega_{pe} / \Omega_{Be} \gg 1$ vrijedi u većem dijelu Sunčeve atmosfere, dok je obrnuto u Sunčevoj fotosferi i podfotosferskim slojevima.

Tablica 2. Tipične vrijednosti nekih bezdimenzionalnih parametara u raznim plazmenim sustavima

Sustav	β	ω_{pe}/Ω_{pe}	A
<i>Daleki svemir</i>			
međuzvezdani prostor	10^{-4} -1	10^2 - 10^4	1 - 10^4
međuplanetarni prostor	10^{-2} - 10^2	10^2 - 10^4	$>>10^3$
planetarne maglice	10^{-2} - 10^2	10^2 - 10^4	1 - 10^4
<i>Sunce</i>			
Sunčev vjetar (1 a.j.) [*]	≈ 1	$\approx 10^2$	≈ 1
Sunčeve koronine šupljine	10^{-3} -1	1 - 10^2	10^{-3} -1
Sunčeve koronine petlje	10^{-3} -1	1 - 10^2	10^{-6} - 10^{-3}
Sunčeve prominencije	10^{-4} - 10^{-1}	1 - 10^2	10^{-5} -1
Sunčeva kromosfera	10^{-6} - 10^{-2}	10^{-1} - 10^2	10^{-6} - 10^{-3}
Sunčeve pjege	$>10^{-4}$	10	10^{-6}
<i>Zemlja</i>			
Vanjska magnetosfera	10^{-4} -1	10 - 10^3	10^{-5} -1
Ionosfera	10^{-3} - 10^{-2}	10^2	10^{-6}
Van Allenovi pojasi	10^{-1} -1	10	10^{-6}
Fuzijski reaktor	10^{-1}	1	-
[*] 1.a.j.=udaljenost Sunce Zemlja			

KOLEKTIVNA SVOJSTVA PLAZME

ELEKTRONSKA PLAZMENA FREKVENCIJA

Razmatrat ćemo sustav u kojem je isti broj elektrona naboja $-e$ i iona naboja $+e$, tj. plazmu vodikovog tipa. Uzet ćemo da je početna raspodjela elektrona i iona ravnomjerna, tj. plazma je početno svuda električki neutralna. Isto tako ćemo zanemariti termičko gibanje i pretpostaviti da radimo s hladnom plazmom.

Ako dio elektrona iz određenog područja premjestimo u neko drugo područje, u tom dijelu plazmenog sustava se uspostavlja pozitivan naboj, a negativan tamo gdje su premješteni elektroni. Uspostavljena raspodjela naboja stvara električno polje i ima određenu električnu potencijalnu energiju (koja je jednaka radu uloženom u razdvajanje naboja).

Kako elektroni imaju mnogo manju masu od iona, gibanje iona možemo zanemariti. Električno polje ubrzava elektrone i time nastoji poništiti uspostavljenu raspodjelu naboja. Kako elektroni dobivaju kinetičku energiju, tako sustav gubi početnu potencijalnu energiju i električno polje se smanjuje. Kad se elektroni vrate u početni položaj, električno polje je jednako 0. Na elektrone više ne djeluje sila, ali oni nastavljaju gibanje stvarajući električno polje u suprotnom smjeru od početnog. Kinetička energija elektrona prelazi u potencijalnu, elektroni se usporavaju i dolaze u položaj u kojem je električno polje istog iznosa prvobitnom, ali suprotnog smjera.

Ovo je opis polovice ciklusa titranja elektrona oko položaja ravnoteže u kojem se energija elektrostatskog polja pretvara u kinetičku energiju elektrona i obrnuto. Učestalost s kojom se takve oscilacije odvijaju naziva se **elektronskom plazmenom frekvencijom** ω_{pe} .

Pogledajmo jednodimenzionalno gibanje elektrona u električnom polju. Uzet ćemo da je u smjeru osi x ($\vec{E} = E\hat{i}$) pa pišemo jednadžbu gibanja:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\frac{e}{m_e} E \quad (1)$$

Ovdje je električno polje u smjeru osi x . Iz Maxwellovih jednadžbi izvučemo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{el}}{\epsilon_0} \quad \text{Poissonova jednadžba} \quad (2)$$

ρ_{el} je raspodjela naboja, ϵ_0 je dielektrična konstanta u vakuumu.

S obzirom da električno polje ima samo komponentu u smjeru x -osi, slijedi:

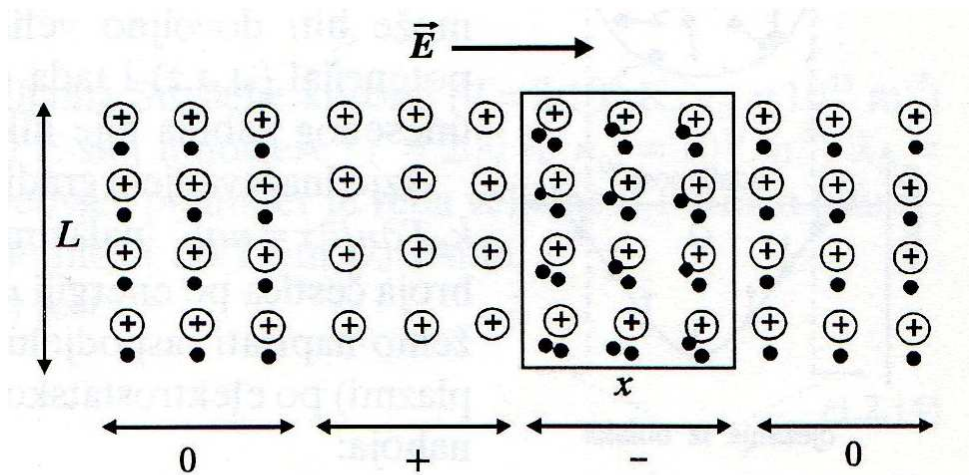
$$E \cdot \text{površina} = E \cdot (L \cdot \text{debljina sloja okomita na ravninu slike}) = ELd = -\text{naboj} / \epsilon_0.$$

Odnosno: $EL = -\text{naboj}/d \epsilon_0 = -Q/\epsilon_0$

Q je naboj po jedinici duljine okomito na ravninu slike.

$$LE = -\frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{Lx n_e e}{\epsilon_0} \quad (3)$$

e je naboj elektrona, a n_e gustoća broja elektrona.



Slika 1.1. Raspodjela naboja i električno polje pri plazmenim oscilacijama

L – duljina stranice zatvorene površine integriranja,

x – pomak elektrona iz položaja ravnoteže (vidljivo iz slike),

Q – električni naboj po jedinici duljine okomito na ravninu slike.

Uvrštavanjem (3) u (1) dobijemo:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\omega_{pe}^2 x \quad (4)$$

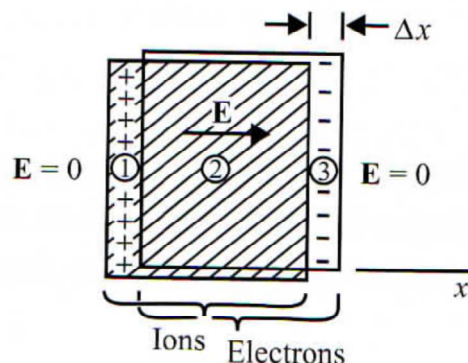
$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\omega_{pe}^2 E$$

Elektronska plazmena frekvencija je dana s:

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}} = 56,3 \sqrt{n_e} \quad (5)$$

Jedinica je rad/s.

Istu stvar možemo pokazati na jednostavnom modelu ploče.



Ako su u uniformnoj, homogenoj plazmi elektroni pomaknuti iz svojih položaja ravnoteže, javlja se električno polje zbog razdvajanja naboja. To električno polje proizvodi povratnu silu na pomaknute elektrone. Iznos tog disbalansa u naboju je proporcionalan pomaku pa je povratna sila dana Hookeovim zakonom

$$F = -k\Delta x$$

gdje je Δx pomak, a k efektivna „konstanta opruge“.

Zbog tromosti elektrona sustav se ponaša kao harmonički oscilator. Rezultirajuće titranje se zove **elektronsko plazmeno titranje** ili **Langmuirovo titranje** (prema Tonksu i Langmuiru koji su prvi otkrili to titranje 1929.).

Pretpostavimo da se plazma sastoji od uniformne ploče elektrona gustoće n_0 , odn. n_e , i fiksne pozadine pozitivnih iona iste gustoće. Pretpostavimo da pomaknemo ploču elektrona na desno za neki mali Δx kao na slici.

Ploča se može podijeliti u 3 područja:

- 1) Ima konačni pozitivni naboj.
- 2) Nema konačnog naboja.
- 3) Ima konačni negativni naboj.

Električno polje u području 2) se računa preko Gaussovog zakona:

$$E = \frac{en_0\Delta x}{\epsilon_0}$$

Slijedi gibanje elektrona dano s jednažbom:

$$m_e \frac{d^2\Delta x}{dt^2} = -eE = -\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0} \Delta x$$

Odnosno:

$$\frac{d^2\Delta x}{dt^2} + \frac{n_0 e^2}{m_e \epsilon_0} \Delta x = 0$$

To je jednažba harmoničkog oscilatora.

Frekvencija titranja $\omega_{pe} = \left(\frac{n_0 e^2}{m_e \epsilon_0}\right)^{1/2}$ - elektronska plazmena frekvencija.

U Hz je $f_{pe} = 8980(n_0)^{1/2}$, a n_0 je u cm^{-3} . Vidi se ovisnost samo o gustoći broja elektrona.

Ako plazma sadrži više različitih čestica, onda se na svaku računa plazmena frekvencija kao:

$$\omega_{ps} = \left(\frac{n_s e_s^2}{m_s \epsilon_0} \right)^{1/2}, \text{ gdje su dani naboj, gustoća broja i masa te vrste čestica s.}$$

Ako se i ioni mogu gibati u ovako jednostavnom modelu ploče koji smo razmatrali, onda je frekvencija titranja u plazmi dana s:

$$\omega_p = (\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2)^{1/2}, \text{ što je } \omega_p \approx \omega_{pe} \text{ jer je } \omega_{pi} \ll \omega_{pe}.$$

Zadatak: Izračunajte elektronsku plazmenu frekvenciju ω_{pe} za:

- Plazmu u magnetskim petljama u Sunčevoj koroni $n_e = 10^{15} \text{ m}^{-3}$
- E-sloj ionosfere $n_e = 10^{11} \text{ m}^{-3}$
- Fuzijske eksperimente srednjih veličina $n_e = 10^{21} \text{ m}^{-3}$

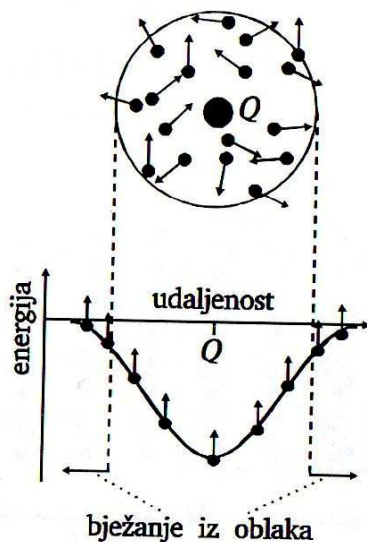
Nadite tipične plazmene frekvencije f_{pe} za ova 3 slučaja.

Digresija:

E-sloj ionosfere – srednji sloj ionosfere, 90-120 km iznad Zemljine površine; ionizacija nastaje zbog mekih x-zraka (1-10 nm) i ekstremnog UV zračenja, koje ionizira molekule kisika O_2 .

- može odbijati radio valove ispod 10 MHz
- doprinosi djelomičnoj apsorpciji radio valova iznad 10 MHz
- po noći brzo nestaje jer izvor ionizacije nije više prisutan
- nakon zalaska Sunca E sloj na većim visinama tako da se povećava daljina prijenosa radio valova

DEBYEVA DULJINA



Slika 1.2. Bježanje naboja iz Debyejevog oblaka zbog termičkog gibanja

I dalje ćemo razmatrati hladnu plazmu vodikovog tipa i u nju uvesti točkasti pozitivni naboj Q . Uneseni pozitivni naboj će privlačiti okolne elektrone i odbijati pozitivne ione tako da će biti elektrostatski zasjenjen i izvan stvorenog oblaka naboja (Debyeov oblak) njegovo polje će iščezavati.

Ako sad polako povećamo temperaturu plazme, povećat ćemo prosječnu brzinu čestica. Duboko u oblaku, u blizini unesenog pozitivnog naboja, nasumično gibanje elektrona neće biti dovoljno da ga odvoji od tog pozitivnog naboja.

No pri rubu oblaka, gdje je električno polje zbog zasjenjenja mnogo manje, kinetička energija može biti dovoljno velika da premaši elektrostatski potencijal i elektron bježi iz oblaka – polje unesenog naboja nije nikada potpuno zasjenjeno.

Izjednačavanjem gradijenta tlaka s električnom silom:

$$k_B T \frac{\partial n}{\partial x} = n q E \quad (6)$$

nalazimo Boltzmannovu raspodjelu broja čestica po energiji:

$$n(W) = n_0 \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right) \quad (7)$$

Odatle možemo napisati izraze za raspodjelu iona, odnosno elektrona u plazmi vodikovog tipa po elektrostatskom potencijalu ϕ oko unesenog naboja (vodimo brigu o naboju iona, odnosno elektrona):

$$n_i(\phi) = n_{0e} \exp\left(-\frac{e\phi}{k_B T}\right) \quad \text{raspodjela iona} \quad (8)$$

$$n_e(\phi) = n_{0e} \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T}\right) \quad \text{raspodjela elektrona} \quad (9)$$

Raspodjela naboja po potencijalu je:

$$\rho_{el} = e(n_i - n_e) = -2n_{0e}e \sinh\left(\frac{e\phi}{k_B T}\right) \quad (10)$$

Ovdje vrijedi da je: $\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

Raspodjela naboja u jednadžbi (10) je posljedica potencijala ϕ , a potencijal možemo izraziti kao posljedicu naboja.

Kako je $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$, Poissonovu jednadžbu možemo napisati u obliku:

$$\nabla^2\phi = -\frac{\rho_{el}}{\epsilon_0} \quad (11)$$

Uvrštavanjem (10) u (11) dobijemo:

$$\nabla^2\phi = \frac{2n_{0e}e}{\epsilon_0} \sinh\left(\frac{e\phi}{k_B T}\right) \quad (12)$$

Pri rubu oblaka elektrostatska energija $e\phi$ je mnogo manja od termičke energije $k_B T$:
 $e\phi \ll k_B T$

pa približno vrijedi:

$$\sinh\left(\frac{e\phi}{k_B T}\right) \approx \frac{e\phi}{k_B T}$$

Jednadžba (12) prelazi u:

$$\nabla^2\phi = \frac{2}{\lambda_D^2} \phi \quad (13)$$

Veličinu λ_D zovemo **Debyeovom duljinom** ili **Debyeovim polumjerom**:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{n_{0e} e^2}} = \sqrt{\frac{k_B T}{m_e}} \frac{1}{\omega_{pe}} \approx \frac{v_T}{\omega_{pe}} \quad (14)$$

Debyeova duljina opisuje doseg električnog polja nekog naboja u plazmi.

Nakon uvrštavanja poznatih konstanti, za vodikovu plazmu imamo:

$$\lambda_D = 69,1 \sqrt{\frac{T}{n_{0e}}} \quad (15)$$

Rješenje jednadžbe $\nabla^2\phi = \frac{2}{\lambda_D^2} \phi$ je:

$$\phi = \frac{Q}{r} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}r}{\lambda_D}\right) \quad (16)$$

Rješenje oblika $\phi \propto \exp(+\frac{\sqrt{2}r}{\lambda_D})$ otpada zbog rubnog uvjeta $\phi = 0$ za $r \rightarrow \infty$

Iz samog rješenja vidimo da je time iskazan doseg djelovanja unesenog naboja. Doseg je manji od dosega kulonske sile, te je veći u vrućoj i rijetkoj plazmi nego u hladnoj i gustoj plazmi. Ako imamo visokotemperaturnu plazmu, na nekoj udaljenosti od unesenog naboja više će elektrona pobjeći iz oblaka nego u niskotemperaturnoj plazmi i zasjenjenje će biti manje izraženo. Kod rijetke plazme elektroni moraju biti prikupljeni s veće udaljenosti da bi zasjenili promatrani naboj.

Pojam **elektrostatskog zasjenjenja** ima fizikalni smisao samo ako se u oblaku oko nekog naboja nalazi velik broj čestica. Ako u zasjenjenju sudjeluje malo čestica, većinu vremena će uneseni naboj biti nezasjenjen u mnogim smjerovima.

Znajući temperaturu i početnu gustoću broja elektrona, možemo odrediti broj čestica koje se nalaze u Debyeovom oblaku N_D :

$$N_D = \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3 n_{0e} = 10^6 \sqrt{\frac{T^3}{n_{0e}}} \quad (17)$$

To su čestice unutar sfere polumjera λ_D koje sudjeluju u zasjenjenju.

Oko svakog naboja u plazmi se stvara zasjenjenje i potencijal oko svake čestice je približno oblika $\phi = \frac{Q}{r} \exp(-\frac{\sqrt{2}r}{\lambda_D})$ ako je $N_D \gg 1$.

Još jednom moramo ponoviti da plazmeni sustav gledan u cjelini nema naboja, a ako stavimo plazmu u vanjsko polje, čestice se razmještaju tako da, stvarajući vlastito polje, nastoje poništiti vanjsko polje.

ZADATAK: Izračunajte Debyevu duljinu ili Debyev polumjer za:

- a) plazmu u magnetskim petljama Sunčeve korone $T = 2 \cdot 10^6$ K $n_e = 10^{15} \text{ m}^{-3}$
- b) E-sloj ionosfere $T = 200$ K, $n_e = 10^{11} \text{ m}^{-3}$

Digresija: Debyeova duljina za tinjavi izboj je 0,1 mm, a za fuzijski reaktor od 1 μm do 1 mm.

DE BROGLIEVA VALNA DULJINA I KVANTNI EFEKTI

Kvantni efekti postaju važni ako je tipična udaljenost između dvije čestice u plazmi približno jednaka ili manja od de Broglieve valne duljine čestica ($mv = \frac{h}{\lambda}$).

Budući je de Broglieva valna duljina elektrona mnogo veća od iste za ione, prije se javljaju kvantni efekti za elektrone nego za ione. Stoga, da bi se odredila granica između klasičnog i kvantnog režima, dovoljno je razmatrati samo elektrone.

Heisenbergov princip neodređenosti: $\langle \Delta p \rangle \langle \Delta x \rangle \geq \frac{\hbar}{2}$

$\langle \Delta p \rangle$ neodređenost količine gibanja

$\langle \Delta x \rangle$ neodređenost položaja

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ reducirana Planckova konstanta

Za klasičan opis najveći mogući $\langle \Delta p \rangle$ se javlja kad je neodređenost količine gibanja = (srednji kvadrat količine gibanja)^{1/2}:

$$\langle \Delta p \rangle = (\langle (m_e v)^2 \rangle)^{1/2} = (3m_e k T_e)^{1/2}$$

Kvantni efekti prvo postaju važni kad je neodređenost u položaju $\langle \Delta x \rangle$ približno jednaka srednjoj udaljenosti do najbližeg elektrona:

$$\langle \Delta x \rangle = \frac{1}{n_e^{1/3}}$$

Kombinirajući ova 2 uvjeta s principom neodređenosti dobijemo:

$$\frac{(3m_e k T_e)^{1/2}}{n_e^{1/3}} \gg \hbar$$

Ovo definira granicu u n_e - T_e prostoru koja odvaja klasični od kvantnog režima.

Jednadžba granice je:

$$\frac{T_e^{3/2}}{n_e} = \frac{(\hbar/2)^3}{(3m_e k)^{3/2}}$$

Kvantni efekti postaju važniji kako temperatura pada. To se javlja jer de Broglieva valna duljina raste kako brzina elektrona pada:

$$\frac{(\hbar/2)^3}{(3m_e k)^{3/2}} = 6,33 \cdot 10^{-19} \text{ K}^{3/2} \text{ cm}^{-3}, \quad \text{što je vrlo malo.}$$

Za klasičan opis trebamo umjerene vrijednosti temperature. Za kvantni opis trebamo vrlo visoke gustoće (kao u metalima i u različitim astrofizičkim objektima poput bijelih patuljaka).

ELEKTROSTATSKI PLAZMENI VALOVI

Promatrajmo grupu elektrona u nekoj točki prostora i zatitrajmo ih. Titranje elektrona oko položaja ravnoteže stvara promjenjivo električno polje i tako dolazi do poremećaja okolne raspodjele naboja. Titranje se prenosi u okoliš i nastaje **elektrostatski val** koji titra plazmenom frekvencijom. Takav val zovemo **Langmuirovim valom**.

Da bi elektroni sudjelovali u titranju elektrostatskog vala, tj. da bi se osigurao opstanak vala, elektroni moraju titrati koherentno s lokalnim električnim poljem. Time smo odredili donju granicu mogućih valnih duljina. Lokalno električno polje se znatnije mijenja u vremenu reda veličine $1/\omega$, a za to vrijeme se elektron zbog termičkog gibanja prosječno pomakne za v_T/ω . Prema (14) to je jednako λ_D .

Samim time smo našli uvjet za valne duljine – koherentno titranje je moguće samo ako je $\lambda_D \ll \lambda$.

Dinamika elektrostatskih valova se može predložiti jednostavnom mehaničkom analogijom. Za sustav vezanih njihala, kad je valna duljina λ mnogo veća od razmaka njihala d , jednadžba koja povezuje frekvenciju i valnu duljinu vala (disperzijska jednadžba) je:

$$\omega^2 = \frac{g}{l} + \frac{k}{m} \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \right)^2 \quad (18)$$

Ovdje su:

g – akceleracija sile teže,

k – koeficijent elastičnosti opruga koje povezuju njihala,

l – duljina niti njihala,

m – masa utega.

Prvi član $\frac{g}{l}$ je posljedica djelovanja vanjske elastične sile koja uzrokuje titranje svakog njihala neovisno.

Drugi član $\frac{k}{m} \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \right)^2$ se pojavljuje zbog međudjelovanja susjednih njihala i ne ovisi o vanjskoj sili.

Disperzijska jednadžba za Langmuirove valove za plazmu u kojoj nema magnetskog polja ima identičan oblik:

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 \left(1 + 3 \frac{\lambda_D^2}{\lambda^2} \right) \quad (19)$$

Elektronska plazmena frekvencija je prirodna frekvencija elektrostatskog titranja plazme. Fazna brzina širenja vala je dana s $\lambda\omega/2\pi$.

U jednadžbi (19) **prvi član** ω_{pe}^2 predstavlja prirodnu frekvenciju titranja plazme zbog pojave elastične sile (električnog polja).

Drugi član $\omega_{pe}^2 3 \frac{\lambda_D^2}{\lambda^2}$ ne ovisi o električnom naboju, ali ovisi o temperaturi elektrona, dakle o elektronskom tlaku, tj. o sudarnom međudjelovanju elektrona.

Titranje naboja obično dovodi do stvaranja elektromagnetskog zračenja, ali kad radimo s Langmuirovim valovima to nije tako.

Pogledajmo Maxwellovu jednadžbu za rotaciju magnetskog polja:

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (20)$$

Član koji dovodi do stvaranja elektromagnetskog zračenja je **struja pomaka** $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

U aproksimaciji možemo uzeti da su ioni nepokretni pa električna struja dolazi samo od elektronskog doprinosa $\vec{j} = -n_e e \vec{u}$, gdje je \vec{u} brzina titrajućih elektrona.

Ako je $m_e \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -e \vec{E}$, dobijemo $\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \frac{n_e e^2 \vec{E}}{m_e}$.

Deriviramo po vremenu jednadžbu (20):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \bigg/ \quad \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) &= \frac{\partial}{\partial t} \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{n_e e^2 \vec{E}}{m_e} - \epsilon_0 \omega_{pe}^2 \vec{E} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

Ako se podsjetimo izraza za elektronsku plazmenu frekvenciju $\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$, vidimo da

su prvi i drugi član istog iznosa, ali suprotnih predznaka i pokazuje se da nema izvora promjenjivog magnetskog polja – promjena u vremenu električnog polja je takva da struju pomaka poništava efekt struje vezane za titranje elektrona.

LANDAUOVO PRIGUŠENJE

Promotrimo sad česticu koja se giba brzinom bliskom brzini gibanja Langmuirova elektrostatskog vala. To je slučaj **rezonancije**. U slučaju rezonancije jako je izraženo međudjelovanje vala i čestice.

Pogledajmo na trenutak neke poznate činjenice:

- postoji reverzibilnost mikroskopskih procesa u kojima je dinamika čestica opisana Newtonovim aksiomima
- postoji ireverzibilnost makroskopskih procesa opisanih 2. zakonom termodinamike
- postoji razlika između prvih i drugih procesa

Svaki termodinamički sustav se sastoji od mnoštva čestica pri čemu se svaka ponaša u skladu s Newtonovim aksiomima. Da bismo mogli razumjeti pojavu Landauova prigušenja, trebali bismo povezati ta dva fizikalna opisa.

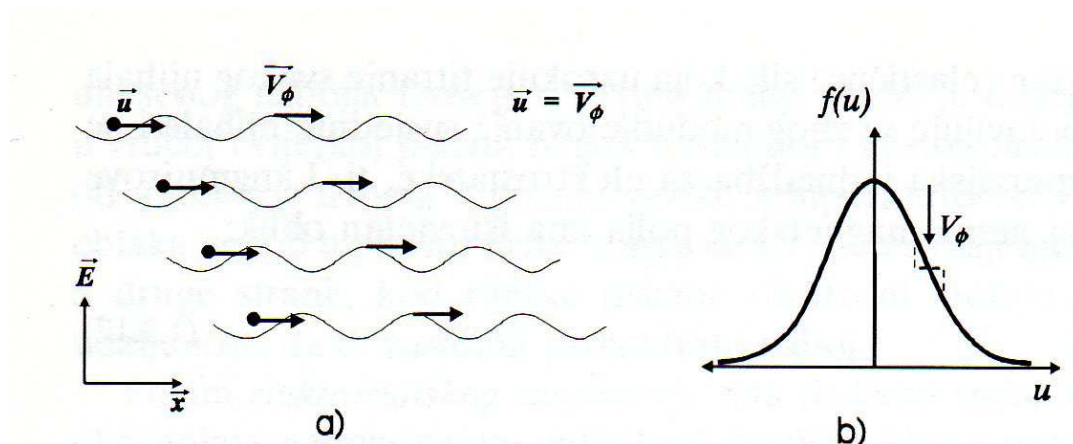
Landauovo prigušenje se javlja u slučaju rezonancije nabijene čestice i elektromagnetskog vala pri čemu dolazi do razmjene energije jedne čestice i kolektivnog poremećaja koji predstavlja val.

Razmatrat ćemo radi jednostavnosti 1D plazmeni sustav: titrajući niz elektrona i niz jednoliko raspoređenih mirujućih protona. Elektrostatski val elektrona opisan je kružnom frekvencijom ω , valnim vektorom k i faznom brzinom $v_f = \frac{\omega}{k}$. Ubačeni elektron ima brzinu $u = v_f$.

Kako se ubačeni elektron giba brzinom koja je jednaka brzini vala, on osjeća konstantno električno polje prouzročeno valom. Elektron će se ubrzavati ili usporavati već ovisno o tome koji je predznak polja – energija prelazi iz vala na česticu ili obrnuto. Čestice koje imaju nešto manju brzinu od faze brzine, budu ubrzane, a čestice s nešto većom brzinom usporane. Do prestanka međudjelovanja čestice i vala dolazi spontano kad zbog procesa prijenosa energije brzina čestica postane ili znatno veća, ili znatno manja od faze brzine vala – time prestaje stanje rezonancije.

U procesu vrijedi zakon očuvanja energije – energija se samo preraspodjeljuje između čestice i vala.

Opisani proces predstavlja jednu vrstu kolektivnog kulonskog raspršenja – električno polje koje djeluje na ubačenu česticu, posljedica je kolektivnog električnog polja mnoštva elektrona i iona.



Slika 1.3. a) Međudjelovanje nabijene čestice i elektrostatskog vala: čestica brzine podjednake brzini vala osjeća približno konstantno električno polje; **b)** Poremećaj Maxwellove raspodjele čestica po brzinama u smjeru valnog vektora: za bilo koju faznu brzinu uvijek je više čestica sporijih od vala negoli bržih od vala, pa Landauovo prigušenje dovodi do prelaska energije vala u termičko gibanje čestica; Landauovo prigušenje poremećuje raspodjelu (isprekidana crta: val predaje energiju česticama).

Plazmena oscilacija na kojoj se čestica raspršuje je kao treće tijelo u plazmi i ono je uzrokom raspršivanja čestica.

Zato se elektrostatski plazmeni val često naziva **plazmonom** (točnije, **longitudinalnim plazmonom** zbog longitudinalne prirode vala).

U slučaju plazme s Maxwellovom raspodjelom elektrona koja je okarakterizirana termičkom brzinom v_{Te} , broj elektrona s komponentom brzine u smjeru vala nekoliko puta većom od termičke brzine, eksponencijalno opada s kinetičkom energijom.

Elektrostatski val fazne brzine v_f koja je nekoliko puta veća od termalne brzine elektrona v_{Te} , sreće vrlo mali broj rezonantnih elektrona s kojima može izmijeniti energiju pa se može širiti plazmom: $v_f \gg v_{Te}$

Kad je fazna brzina v_f usporediva ili manja od termičke brzine v_{Te} , val predaje energiju značajnom broju elektrona pa je val vrlo brzo prigušen: $v_f \leq v_{Te}$

Taj proces nazivamo **Landauovim prigušenjem** (slika 1.3.b).

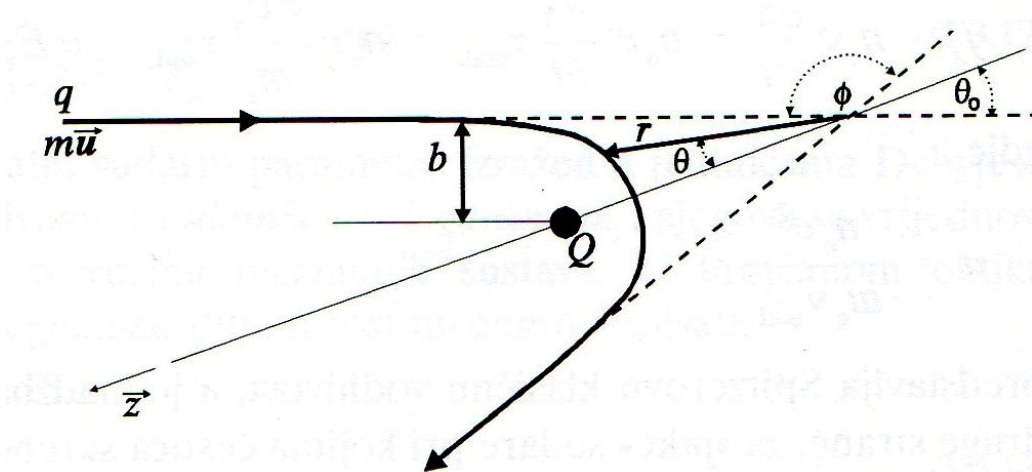
PONAŠANJE JEDNE ČESTICE

DVOČESTIČNI SUDARI

U prethodnim razmatranjima smo gledali kolektivna svojstva plazme i pri tom opisivali samo kolektivnu dinamiku elektrona. Uloga iona u tom opisu je svedena na to da postoje i da se pomoću njih ostvaruje makroskopska elektroneutralnost plazme.

Međutim, u stvarnosti, elektroni ipak s vremena na vrijeme dolaze u blizak kontakt s ionima i tada međudjelovanje 2 čestice postaje važno. Razmatrat ćemo ulogu kulonskog međudjelovanja u dvojnim sudarima elektrona i iona.

Razmatrat ćemo elastični sudar nabijene čestice naboja q i mase m s mnogo masivnijom česticom naboja Q koja tijekom sudara ostaje na mjestu.



Slika 1.4. Elastični sudar čestice male mase s česticom velike mase

Putanja naboja q određena je početnom brzinom u_0 , a to je brzina na velikoj udaljenosti od naboja Q .

Svojstva putanje se iskazuju preko dva parametra:

- parametra sudara b (normalna ili okomita (najkraća) udaljenost od centra nabijene čestice Q do pravca početnog kretanja nabijene čestice q)
- iznosa brzine na velikoj udaljenosti u_0

Neka je z -os os simetrije s obzirom na putanju naboja q . Kut pod kojim naboj q nalijeće na naboj Q je označen s θ_0 - to je polukut kuta raspršenja ϕ .

Polarna koordinata čestice q s obzirom na naboj Q je θ , a radijalna koordinata r .

Coulombova sila u određenom smjeru z -osi u danom trenutku iznosi:

$$F_z = \frac{qQ \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1)$$

Za vrijeme sudara čestica q promijeni količinu gibanja za:

$$\Delta p_z = 2mu_0 \cos \theta_0 = \int_{-\infty}^{\infty} F_z dt \quad (2)$$

Uvrstimo li jednadžbu (1) u (2) i prijedemo li na integriranje po θ , dobijemo:

$$\Delta p_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{qQ \cos \theta}{r^2} d\theta = \frac{qQ \sin \theta_0}{2\pi\epsilon_0 bu_0} \quad (3)$$

Također smo pretpostavili da je kutna količina gibanja $mr^2 d\theta/dt$ konstantna u polju centralne sile i jednaka početnoj vrijednosti mbu_0 .

Iz (2) i (3) slijedi:
$$\tan \theta_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 mu_0^2 b}{qQ} \quad (4)$$

Tijekom sudara čestica je skrenula za kut raspršenja $\phi = \pi - 2\theta$, što znači da vrijedi:

$$\sin(\phi/2) = \cos \theta_0$$

$$\cos(\phi/2) = \sin \theta_0$$

$$\cot(\phi/2) = \tan \theta_0$$

Jednadžbu (4) možemo pisati kao:

$$\cot(\phi/2) = \frac{4\pi\epsilon_0 mbu_0^2}{qQ} \quad (5)$$

RUTHERFORDOVA FORMULA RASPRŠENJA

Za vodikovu plazmu vrijedi:

$$\cot(\phi/2) = \frac{4\pi\epsilon_0 m_e bu_0^2}{e^2} \quad (6)$$

Za male kutove raspršenja ($\phi \rightarrow 0$) nalazimo da $\cot(\phi/2) \rightarrow \infty$ pa jednadžba (5) pokazuje da parametar sudara b postaje velik pri raspršenju pod malim kutom:

$$b \propto \cot(\phi/2)$$

To znači da postoji neki kut raspršenja pri kojem je b tako velik da naboj q ima manji parametar za sudar s nekom drugom česticom nego za sudar s česticom naboja Q .

Svaka nabijena čestica u plazmi istodobno doživljava sudar s mnoštvom čestica podjednakim intenzitetom. Tek vrlo rijetko doživljava dvočestični sudar i to kad se nađe izrazito blizu samo jedne čestice za što je mala vjerojatnost. Ovo svojstvo potječe od dugog dosega Coulombove sile i pokazuje da je za opis plazmenog sustava pogodniji kolektivni pristup.

SPITZEROVA VODLJIVOST

Izračunajmo sada klasičnu električnu vodljivost potpuno ionizirane vodikove plazme (uzima se točnost na red veličine). Za vodikovu plazmu vrijedi: $|Q| = |q| = e$

Takva vodljivost, koja se temelji samo na razmatranju dvojnih sudara se zove **SPITZEROVA ELEKTRIČNA VODLJIVOST**.

Kad su u plazmi pobuđeni elektrostatski valovi te dolazi do raspršenja elektrona i na električnom polju vala, povećava se efektivna učestalost sudara pa je električna vodljivost manja od Spitzerove vodljivosti. Takvu električnu vodljivost nazivamo **ANOMALNOM ELEKTRIČNOM VODLJIVOŠĆU**.

Ako s τ_{sud} označimo tipično vrijeme koje protekne između dva sudara, onda je:

$$\nu_{sud} = 1/\tau_{sud} \quad \text{SUDARNA UČESTALOST.}$$

Radi jednostavnosti uzmemo da je električno polje u smjeru osi x pa slijedi:

$$j_x = n_e e \frac{\partial x}{\partial t} = n_e e \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \tau_{sud} = n_e e \frac{e E_x}{m_e} \tau_{sud} = \sigma E_x \quad (7)$$

Gdje je:

$$\sigma = n_e \frac{e^2}{m_e \nu_{sud}} \quad \text{Spitzerova klasična vodljivost} \quad (8)$$

a jednažba (7) $j_x = \sigma E_x$ **Ohmov zakon.**

Za „jake“ sudare pri kojima čestica skrene za kut reda veličine $\pi/2$ i više (tzv. sudari koji „zaustavljaju“ česticu), možemo reći da je red veličine promjene količine gibanja jednak samom iznosu količine gibanja:

$$\Delta p_x \approx p_x$$

$$\Delta p_x \approx m_e u_x \approx F \tau_0 \quad (9)$$

Ovdje je:

$$\tau_0 = b/u \quad \text{procjena trajanja sudara,}$$

$$b \quad \text{sudarni parametar.}$$

$$F = e^2 / 4\pi\epsilon_0 b^2 \quad \text{procjena iznosa Coulombove sile}$$

Iznos količine gibanja je:

$$\Delta p_x \approx m_e u_x \approx F \tau_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 b u_x} \quad (10)$$

Odatle je sudarni parametar:

$$b = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e u_x^2} \quad (11)$$

Udarni presjek možemo približno procijeniti na:

$$A_{sud} = \pi b^2 = \frac{e^4}{16\pi\epsilon_0^2 m_e^2 u_x^4} \quad (12)$$

Kako za sudarnu učestalost možemo pisati:

$$\nu_{sud} = n_e A u_x \quad (13)$$

Nalazimo: $\nu_{sud} \propto \frac{1}{u_x^3}$, tj.

$$\nu_{sud} = \frac{n_e u_x e^4}{16\pi\epsilon_0^2 m_e^2 u_x^4} \quad (14)$$

Jednadžba koja definira električnu vodljivost postaje:

$$\sigma = \frac{16\pi n_e \epsilon_0^2 u_x^3}{e^2} \quad (15)$$

Uz

$$u = v_T = (k_B T / m_e)^{1/2}$$

nalazimo približni oblik za Spitzerovu električnu vodljivost:

$$\sigma = \frac{16\pi n_e \epsilon_0^2 k_B^{3/2}}{m_e^{1/2} e^2} T^{3/2} \quad (16)$$

Detaljnijim razmatranjem (koje mi nismo provodili) nalazi se točan oblik izraza za sudarnu učestalost:

$$\nu_{sud} = \frac{4}{3} \left(\frac{2\pi}{m_e} \right)^{1/2} \frac{n_e e^4}{16\pi\epsilon_0^2 (k_B T)^{3/2}} \ln \Lambda \quad (17)$$

Ovdje je:

$$\Lambda = r_D / b$$

maksimalni sudarni parametar izražen u jedinicama Debyeova polumjera.

Član $\ln \Lambda$ nazivamo **COULOMBOVIM LOGARITMOM** i njegova se vrijednost kreće u intervalu od 10 do 20 za većinu plazmenih sustava.

U brojčanom obliku električnu vodljivost i magnetsku difuzivnost možemo napisati kao:

$$\sigma \approx 10^{-3} T^{3/2}$$

$$\eta = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \approx 10^9 T^{-3/2} \quad (18)$$

Pogledajmo važne posljedice jednačbe (12), odn. (14):

$$A_{sud} = \pi b^2 = \frac{e^4}{16\pi\epsilon_0^2 m_e^2 u_x^4} \quad v_{sud} = \frac{n_e u_x e^4}{16\pi\epsilon_0^2 m_e^2 u_x^4}$$

Udarni presjek je proporcionalan s u^{-4} što znači da je vjerojatnost sudara znatno manja za brže elektrone.

Srednji slobodni put

$$l_{sud} = v \tau_{sud} \propto u^4 \quad \text{je znatno veći za brže elektrone.}$$

Ako srednji slobodni put za elektron dane brzine postane veći od razmjera sustava, taj elektron „bježi“ iz sustava. Pri Maxwelllovoj raspodjeli elektrona dio elektrona koji mogu pobjeći iz sustava je zanemariv. No pojavi li se dovoljno jako vanjsko električno polje te je veći broj elektrona znatno ubrzan između dva sudara, **PROCES BJEŽANJA ELEKTRONA** može zahvatiti značajni dio elektronske populacije.

Dio elektrona u repu Maxwelllove raspodjele (elektroni s brzinom većom od neke kritične vrijednosti za dano polje) uopće ne doživljavaju sudare i snop brzih elektrona napušta plazmeni sustav u smjeru suprotnom od smjera električnog polja.

Elektroneutralnost se uspostavlja tzv. **POVRATNOM STRUJOM** u ostatku plazme za koju nije uspostavljen režim „bježanja“ – to je tzv. **POZADINSKA PLAZMA**.

Efekt **MASOVNOG BJEŽANJA** počinje ako elektroni između dva uzastopna sudara dobije energiju veću od termičke energije:

$$eE\lambda_{sud} \geq eE_D\lambda_{sud} = k_B T_e \quad (19)$$

E_D predstavlja kritično električno polje pri kojem nastaje pojava masovnog bježanja elektrona.

Uzevši u obzir (14) i uvrštavanjem $\lambda_{sud} = u \tau_{sud}$, nalazimo:

$$E \geq \frac{n_e e^3}{16\pi\epsilon_0^2 k_B T_e} \quad (20)$$

Točnije razmatranje temeljeno na kinetičkoj teoriji daje procjenu vrijednosti kritičnog električnog polja:

$$E_D = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r_D^2} \quad (21)$$

Ovdje je:

$$r_D = \lambda_D \quad \text{Debyeov polumjer.}$$

GIBANJE NABIJENE ČESTICE U HOMOGENOM MAGNETSKOM POLJU

Plazma se sastoji od nabijenih čestica pa magnetsko polje znatno utječe kako na ponašanje pojedinih čestica tako i na ponašanje cijelog plazmenog sustava.

Na česticu naboja q , koja se u magnetskom polju \vec{B} giba brzinom \vec{u} , djeluje **LORENTZOVA SILA**:

$$\vec{F}_L = q\vec{u} \times \vec{B} \quad (22a)$$

Kako je Lorentzova sila uvijek okomita na smjer brzine, ona ne može mijenjati iznos brzine već samo smjer.

Prethodnu jednadžbu smatramo zapravo jednadžbom gibanja i možemo je pisati u sljedećem obliku:

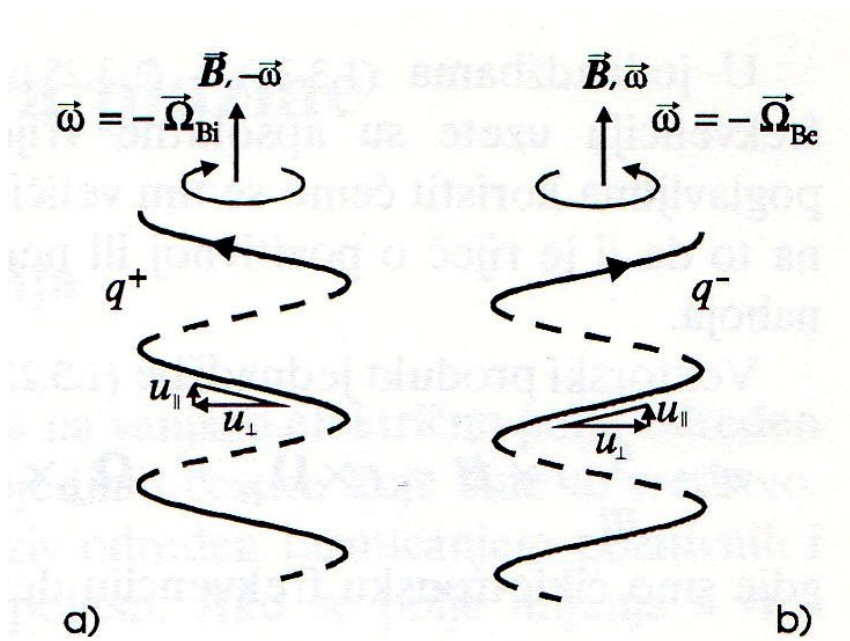
$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \frac{q}{m} \vec{u} \times \vec{B} \quad (22b)$$

Skalarnim množenjem s \vec{u} nalazimo $u^2 = konst.$, tj. energija čestica koja se giba u stacionarnom magnetskom polju je konstantna.

Da bi se promijenila energija čestice, potrebna je neka druga vanjska sila ili nestacionarno polje (promjena magnetskog polja dovodi do pojave indukcije električnog polja koje može ubrzati česticu).

Jednadžba $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \frac{q}{m} \vec{u} \times \vec{B}$ (22b) pokazuje da je pri konstantnom iznosu komponente brzine, okomite na homogeno i stacionarno polje, projekcija gibanja čestice u ravnini okomitoj na magnetsko polje kružnica.

Pozitivno nabijene čestice kruže u smjeru kazaljke na satu, a negativne u suprotnom smjeru (slika).



Slika 1.5. Kruženje nabijenih čestica pri $u_{\parallel} = \text{konst.}$ u homogenom magnetskom polju
a) pozitivno nabijena čestica; **b)** negativno nabijena čestica

Iz jednadžbe $\vec{F}_L = q\vec{u} \times \vec{B}$ (22a) vidimo da u smjeru magnetskog polja ne djeluje sila pa se u smjeru silnica čestica giba konstantnom brzinom.

Superpozicija tih dvaju gibanja opisana je **HELIKOIDOM** (slika).

Lorentzova sila uzrokuje **centripetalno ubrzanje**:

$$a = u^2 / r = \omega^2 r$$

r - polumjer zakrivljenosti putanje

ω - kutna brzina ili kružna frekvencija

Slijedi:

$$-\frac{u^2 \vec{r}}{r^2} = \frac{q}{m} \vec{u} \times \vec{B} \quad (23a)$$

Ili:

$$\frac{u_{\perp}^2}{r} = \frac{q}{m} u_{\perp} B \quad (23b)$$

Gdje su:

u_{\perp} - komponenta brzine okomita na smjer magnetskog polja

m - masa čestice

Iz ovih jednažbi možemo naći polumjer kružnog gibanja naboja u ravnini okomitoj na magnetsko polje (**LARMOROV POLUMJER**):

$$r_L = \frac{m}{qB} u_{\perp} \quad (24)$$

Uzevši u obzir

$$u_{\perp} = \omega r = \Omega_B r_L$$

nalazimo iznos kružne frekvencije:

$$\Omega_B = \frac{qB}{m} \quad (25a)$$

To je **CIKLOTRONSKA FREKVENCIJA**.

Elektronska ciklotronska frekvencija i ionska ciklotronska frekvencija:

$$|\Omega_{Be}| = \frac{eB}{m_e} \quad |\Omega_{Bi}| = \frac{eB}{m_i} \quad (25b)$$

U jednažbama za Larmorov polumjer i ciklotronsku frekvenciju uzete su apsolutne vrijednosti, ali u detaljnim razmatranjima treba uzeti u obzir da li se radi o pozitivnoj ili negativnoj čestici.

$$-\frac{u^2 \vec{r}}{r^2} = \frac{q}{m} \vec{u} \times \vec{B} \quad (23a) \text{ vektorski pomnožimo s } \vec{B} \text{ te uz } \frac{u_{\perp}^2}{r} = \frac{q}{m} u_{\perp} B \quad (23b) \text{ dobijemo:}$$

$$\vec{u} = \frac{q}{m} \vec{r} \times \vec{B} = \vec{r} \times \vec{\Omega}_B = -\vec{\Omega}_B \times \vec{r} \quad (26)$$

Ciklotronsku frekvenciju smo definirali kao vektor

$$\vec{\Omega}_B = \vec{B}q/m$$

tj. za elektrone i ione onda imamo:

$$\vec{\Omega}_{Be} = -\vec{B}q/m_e \quad \vec{\Omega}_{Bi} = \vec{B}q/m_i \quad (27)$$

$$\text{Uspoređivanjem jednažbe (26)} \quad \vec{u} = \frac{q}{m} \vec{r} \times \vec{B} = \vec{r} \times \vec{\Omega}_B = -\vec{\Omega}_B \times \vec{r}$$

$$\text{S} \quad \vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r},$$

vidimo da je

$$\vec{\Omega}_B = -\vec{\omega}$$

Ciklotronsku frekvenciju možemo shvatiti kao pseudovektor u smjeru magnetskog polja za pozitivnu česticu i obrnuto smjeru magnetskog polja za negativnu česticu.

Uzevši u obzir smjer rotacije pozitivne i negativne čestice, nalazimo da je taj pseudovektor usmjeren suprotno smjeru pseudovektora kutne količine gibanja.

Podsjetnik: Aksijalni vektori

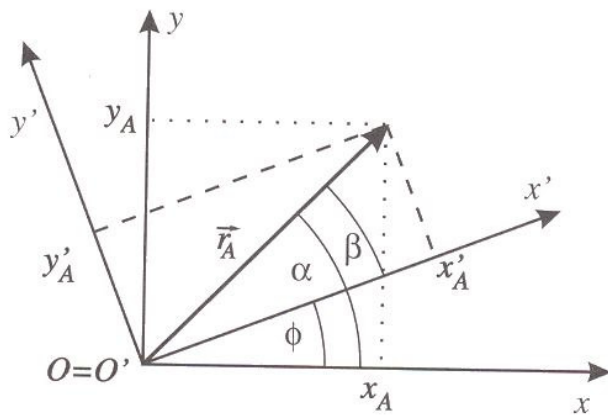
Vektor kutne brzine $\vec{\omega}$ je **aksijalni vektor**, to jest vektor koji se pri rotaciji koordinatnog sustava transformira kao vektor, ali se pri zrcaljenju ne mijenja. Općenito, uzmimo neki vektor \vec{r} u pravokutnom koordinatnom sustavu:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y = \vec{i}r \cos \alpha + \vec{j}r \sin \alpha \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

U zarotiranom koordinatnom sustavu (rotacija je oko osi z, koja gleda „iz papira“, izvedena za kut φ u pozitivnom smjeru) komponente istog vektora su:

$$\vec{r} = \vec{i}'x' + \vec{j}'y' = \vec{i}'r \cos \beta + \vec{j}'r \sin \beta \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

Vidimo da je iznos vektora nepromjenjiv (invarijantan s obzirom na rotaciju koordinatnog sustava).



SLIKA: KOMPONENTE VEKTORA U DVA MEĐUSOBNO ZAROTIRANA SUSTAVA – Horvat, Fizika 1: Mehanika i toplina, slika D2.5 str. D2-11

Pri **zrcaljenju osi**, za zrcalo postavljeno okomito na x-y ravninu, koordinate x i y promijene predznak pa imamo:

$$\vec{r} \xrightarrow{\text{zrcaljenje}} (-\vec{r})$$

Pri rotaciji, komponente vektora u fizici kao što su $\vec{v}, \vec{F}, \vec{a}, \vec{\alpha}$...mijenjaju se po istom pravilu kao i \vec{r} . Pri zrcaljenju vrijedi:

$$\vec{v} \xrightarrow{\text{zrcaljenje}} (-\vec{v}); \vec{F} \xrightarrow{\text{zrcaljenje}} (-\vec{F}); \vec{a} \xrightarrow{\text{zrcaljenje}} (-\vec{a})$$

$\vec{\omega} \xrightarrow{\text{zrcaljenje}} (\vec{\omega})$ Vektori koji se pri zrcaljenju ne mijenjaju zovu se **aksijalni vektori** (ili, ponekad, **pseudovektori**).

Za vrijeme jednog okreta (T) čestica u smjeru magnetskog polja prevali put (duljina uspona helikoide) $\lambda = u_{\parallel}T$, gdje je komponenta brzine u smjeru silnica, a T **ciklotronski period**

$$T = 2\pi / |\Omega_B|$$

Ako je **frekvencija sudara mnogo manja od ciklotronske frekvencije**, čestica će učiniti mnogo okreta prije nego li je neki sudar odbaci do neke druge vodeće silnice (silnica u središtu ciklotronskog okretanja).

Ako je **frekvencija sudara mnogo veća od ciklotronske frekvencije**, ciklotronsko gibanje je od manje važnosti i čestica vrlo često preskače na razne vodeće silnice pa nasumično gibanje dominira nad uređenim ciklotronskim gibanjem pa je učinak magnetskog polja zanemariv.

Kružno gibanje naboja predstavlja električnu struju – gibanje naboja u ravnini okomitoj na magnetsko polje odgovara struji

$$I = q/T = qu_{\perp} / 2\pi r$$

Kružna struja I stvara magnetsko polje u smjeru suprotnom od vanjskog polja bez obzira na naboj čestice.

Taj efekt možemo opisati **MAGNETSKIM MOMENTOM** naboja koji kruži

$$r^2 \mu = \frac{mu_{\perp}^2}{2B} \quad (29)$$

Vidimo da je proporcionalan kinetičkoj energiji gibanja čestice okomito na magnetsko polje.

SUDARNI PROCESI

SUDARNA FREKVENCIJA

Da bi se objasnili učinci sudara čestica u plazmi, uobičajeno je definirati sudarnu frekvenciju ν_{rs} kao prosječnu učestalost kojom se čestice tipa r sudaraju s česticama tipa s.

Možemo definirati 2 tipa sudara:

- sudari između nabijenih i neutralnih čestica
- sudari između nabijenih čestica

Fizika kojom se objašnjavaju ta dva tipa sudara je različita pa se onda moraju diskutirati odvojeno.

SUDARI IZMEĐU NABIJENIH I NEUTRALNIH ČESTICA

Za sudare između nabijenih čestica tipa s i neutralnih čestica tipa n sila međudjelovanja ima vrlo kratki domet i proces raspršenja je sličan raspršenju od teške sfere.

Ako pretpostavimo da su neutralne čestice u teške sfere mirovanju, lako možemo pokazati da je srednja sudarna frekvencija dana s:

$$\nu_{ns} = n_n C_s \sigma_n$$

Gdje su: n_n gustoća broja čestica neutralnog plina, σ_n sudarni udarni presjek s

neutralnim atomima, i C_s termalna brzina nabijenih čestica tipa s dana s $C_s = \sqrt{\frac{kT_s}{m_s}}$.

Utjecaj neutralnih sudara na plazmu je određen sudarnom frekvencijom i vremenskom skalom τ razmatranog procesa u plazmi.

Ako je $\nu\tau$ mnogo manji od 1, utjecaj neutralnih sudara na plazmu je mali.

U tom slabom sudarnom režimu glavni utjecaj je slabo prigušenje poremećaja (disturbancija) i valova, sa slabim prijenosom energije neutralnim česticama.

Da bi se postigao taj režim, gustoća broja neutralnih atoma (a time i tlak neutralnog plina) mora biti reducirana na niži nivo.

S druge strane, ako je $\nu\tau$ mnogo veći od 1, plazmom dominiraju sudarni procesi.

U tom slučaju gibanje ionizirane komponente je gotovo u potpunosti vođeno gibanjem neutralnog plina, te su sami procesi u plazmi od sekundarne važnosti.

SUDARI IZMEĐU NABIJENIH ČESTICA

S obzirom da je Coulombova sila dugog doseg, sudari između nabijenih čestica se kvantitativno razlikuju od sudara između nabijenih i neutralnih čestica.

Za takve sudare je korisno definirati diferencijalni udarni presjek za raspršenje $\sigma_c(\chi)$ kao:

$$\sigma_c(\chi)d\Omega = (\text{broj čestica raspršenih u } d\Omega) / (\text{intenzitet upadnog snopa})$$

Ovdje je χ kut raspršenja u odnosu na upadni snop, a $d\Omega = 2\pi \sin \chi d\chi$ diferencijal prostornog kuta.

Za elektron mase m_e i naboja $-e$ koji nalijeće na mnogo teži ion naboja $+e$ i mase m_i , koja je mnogo veća od mase elektrona diferencijalni udarni presjek za raspršenje je dan Rutherfordovom formulom:

$$\sigma_c(\chi) = \frac{1}{4} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\chi/2)}$$

Jednostavni principi klasične mehanike pokazuju da su mali kutovi raspršenja povezani s velikim parametrom b .

Za razliku od raspršenja na neutralnim česticama, Coulombovo raspršenje je jako anizotropno i ima jaki vrh za male kutove (vidljivo iz ovisnosti $\sin^4(\chi/2)$).

Nadalje, totalni udarni presjek za raspršenje se dobije integriranjem preko cijelog prostornog kuta 4π :

$$\sigma_T = \int_0^\pi \sigma_c(\chi) 2\pi \sin \chi d\chi$$

Ovo ide u beskonačno jer integral divergira na nižoj granici što odgovara velikom parametru b .

U plazmi se ta divergencija ne javlja jer je Coulombova sila jako reducirana zbog Debyeovog zasjenjenja za parametar b koji je veći od Debyeve duljine.

Tako nam ta Debyeova duljina određuje donju granicu za kut raspršenja i eliminira divergenciju.

Konačno, za frekvenciju sudara između elektrona i iona možemo pisati:

$$\nu_{ei} = \frac{n_0 e^4}{32\pi^{1/2} \epsilon_0^2 m_e^{1/2} (2kT_e)^{3/2}} \ln(12\pi N_D)$$

Ovdje je:

$$N_D = n_0 \lambda_D^3 \text{ broj elektrona po Debyeovoj kocki.}$$

Član $\ln(12\pi N_D)$ implicira da numerička vrijednost sudarne frekvencije slabo ovisi o N_D .

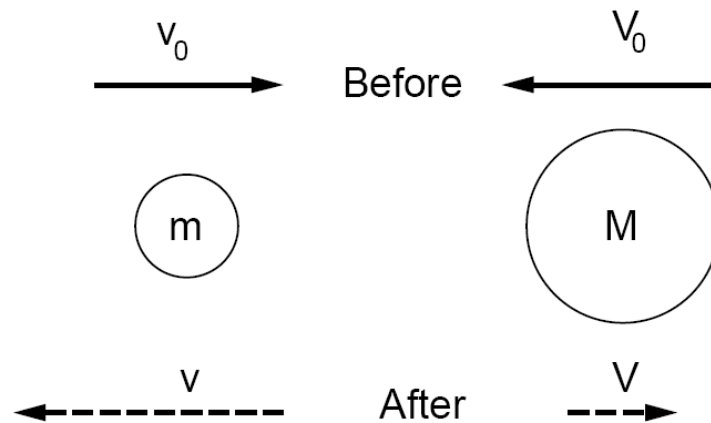
PRIJENOS ENERGIJE U SUDARIMA ELEKTRON-ION

U prethodnim razmatranjima smo gledali DVOČESTIČNE SUDARE. Bez obzira što je uloga iona u razmatranjima plazme svedena samo na osiguravanje makroskopske elektroneutralnosti plazme, ipak povremeno dolazi do međudjelovanja elektrona s ionima. Ovdje se radi o međudjelovanju 2 različito nabijene čestice pa se mora uzeti u obzir Coulombova sila.

Gledali smo elastični sudar nabijene čestice naboja q s mnogo masivnijom česticom naboja Q . Imali smo na umu da je odnos masa elektrona i iona sljedeći:

$$m_e \ll m_i$$

Posljedica toga je da imamo mali prijenos energije između danih čestica. Da bismo to ilustrirali, razmatrat ćemo direktni centralni sudar u sustavu centra mase.



S obzirom da se radi o savršeno elastičnom centralnom sudaru, vrijede zakoni očuvanja:

- zakon očuvanja količine gibanja
- zakon očuvanja kinetičke energije

$$\begin{aligned} mv_0 + MV_0 &= 0 = mv + MV && \text{momentum} \\ mv_0^2 + MV_0^2 &= mv^2 + MV^2 && \text{energy} \\ mv_0^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right) &= mv^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right) && \text{eliminate } V \\ \Rightarrow v &= \pm v_0 \quad \text{and} \quad V = \pm V_0. \end{aligned}$$

Prebacimo se sad u slučaj u kojem ion mase M početno miruje. Tada je početna energija elektrona:

$$E_{e0} = \frac{1}{2}m(v_0 - V_0)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right)^2$$

Konačna energija iona je:

$$E_i = \frac{1}{2}M(2V_0)^2 = 2M \left(\frac{m^2 v_0^2}{M^2} \right)$$

Njihov omjer je dan s:

$$\begin{aligned} \frac{\text{ion (final)}}{\text{electron (initial)}} &= \frac{2m^2 v_0^2}{\frac{1}{2}mv_0^2 M} \left(1 + \frac{m}{M} \right)^2 \\ &\approx \frac{4m}{M} \end{aligned}$$

Stoga slijedi:

$$\begin{aligned} e \rightarrow i & \quad \Delta E \sim \frac{4m_e E_e}{m_i} \\ e \rightarrow e & \quad \Delta E \sim E_e \\ i \rightarrow i & \quad \Delta E \sim E_i \end{aligned}$$

Prijenos energije između iona i elektrona je još manji. Kulonski sudari rezultiraju slabim prijenosom energije između elektrona i iona. Prijenos energije je otprilike za faktor (m_e / m_i) sporiji nego frekvencija sudara elektron-ion.

S druge strane, prijenosa energije i sudarna frekvencija su jednaki za sudare između iona:

$$\nu_{ii} \sim \nu_{ei} \sqrt{m_e / m_i}$$

$$\frac{\nu_{ii}}{\nu_{ei}} = \frac{m_e^2 v_e^3}{m_i^2 v_i^3} = \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \left(\frac{m_e v_e^2}{m_i v_i^2} \right)^{3/2} = \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \quad \text{for } T_e = T_i$$

NUKLEARNA FUZIJA

To je neelastični proces u kojem je konačna kinetička energija sustava mnogo veća od početne kinetičke energije. Taj višak energije se može iskoristiti za proizvodnju snage.

Npr. na slici možemo vidjeti shematski prikaz deuterij-tricij reakcije (D-T reakcije) na kojoj su bazirani današnji fuzijski reaktori.

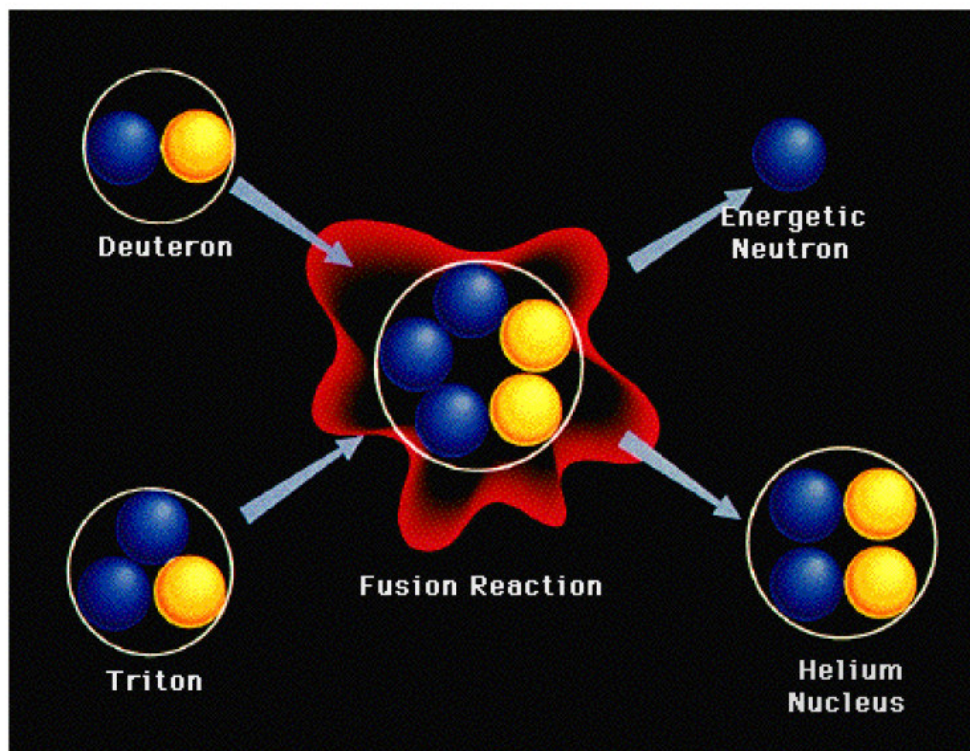


Figure 1.7: The terrestrial fusion reaction is based on the fusion of deuterium and tritium with the release of a fast neutron and an alpha particle. (reproduced from <http://FusEdWeb.pppl.gov/>)

Da bismo nadvladali kulonsko odbijanje, potrebna nam je kinetička energija od 400 keV. Dva izotopa se pretvaraju u brzi neutron i jezgru helija (α -čestica). Čak i u plazmi čija temperatura je samo 10 keV, dovoljno je čestica u repovima raspodjele da bi održavale fuzijski reaktor. Razlog leži u tome što se u fuzijskim reakcijama oslobađa ogromnih 17,6 MeV.

Koristeći zakone sačuvanja energije i količine gibanja možemo procijeniti relativne energije nusprodukata reakcije. U sustavu centra mase imamo:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 17.6 \text{ MeV}$$

Indeksi 1 i 2 se odnose na α -česticu i na neutron. Ako eliminiramo v_1 , dobijemo:

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) = 17.6 \text{ MeV}$$

Uvrštavanjem

$$m_2/m_1 = 1/4$$

se pokazuje da je 14,1 MeV nošeno neutronom koji bježi iz ograničavajućeg magnetskog polja da bi predao korisnu energiju negdje drugdje. Brza α -čestica (3,5 MeV) je ograničena magnetskim poljem gdje oslobađa svoju energiju ionima deuterija i tricija.

Za D-T reakciju u visokotemperaturnoj plazmi s:

$$n \sim 1 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \quad \sigma \sim 10^{-29} \text{ m}^{-2}$$

na 100 keV gdje je:

$$v \sim 5 \times 10^6 \text{ m/s}$$

srednji slobodni put za fuzijski sudar je:

$$\lambda_{\text{mfp}} = \frac{1}{n\sigma} = 10^9 \text{ m}$$

Iz toga je vrijeme:

$$\tau = \lambda_{\text{mfp}}/v \approx 200 \text{ s}$$

Drugim riječima, D i T moraju biti ograničeni 200 s i putovati milijun km bez udaranja u zidove kontejnera. Situacija je ublažena činjenicom da je 17,6 MeV \gg 10 keV pa se ne trebaju sve čestice spojiti, ne trebaju sve sudjelovati u fuziji da bismo postigli konačni dobitak u energiji.

FOTOIONIZACIJA I POBUĐENJE (EKSCITACIJA)

Da bi se razumjeli ovi procesi, prvo se mora pogledati fizika vodikovog atoma koja je vođena Coulombovom silom. Uzimajući poluklasični pristup možemo izjednačiti centripetalnu silu s Coulombovim privlačenjem:

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Kinetička energija elektrona i potencijalna energija elektrona su:

$$\frac{1}{2}mv^2 = e^2/(8\pi\epsilon_0 r) \qquad -e^2/(4\pi\epsilon_0 r)$$

Iz toga slijedi da je ukupna energija atomskog sustava (vezani sustav) jednaka KE + PE:
 $-e^2/(8\pi\epsilon_0 r)$

Znajući da elektroni u vezanim stanjima imaju de Broglievu valnu duljinu koja zadovoljava relaciju:

$$n\lambda = 2\pi r$$

možemo naći energije tih vezanih stanja:

$$E_n = -13.6 \text{ eV}/n^2 \qquad n = 1, 2, 3, \dots$$

Jasno je iz ovoga da je 13,6 eV potrebno energije da se ionizira atom vodika, a za pobudu iz osnovnog stanja:

$$E_2 - E_1 = 10.2 \text{ eV}$$

Fotoni tih energija su duboko u ultraljubičastom području spektra. S obzirom da se koristi fotonska energija za poremećaj vezanog sustava, ovo je **neelastični proces**.

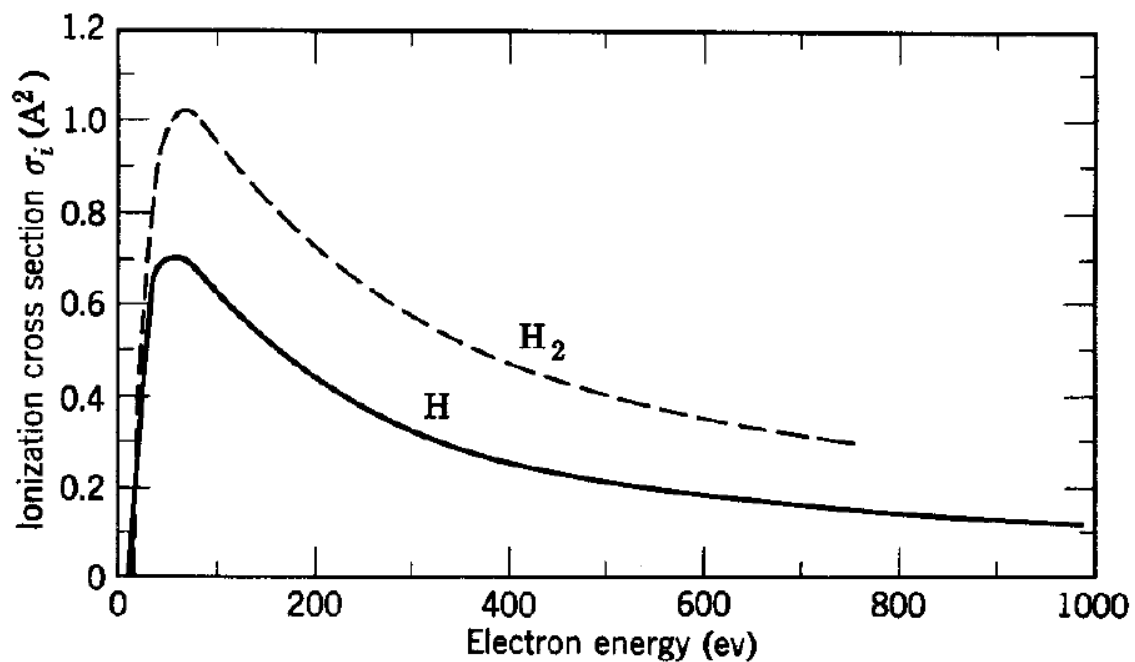
IONIZACIJA ELEKTRONSKIM UHVATOM

Površina vodikovog atoma je:

$$\pi a_0^2 = 0.88 \times 10^{-20} \text{ m}^2$$

Ako elektron dođe unutar atomskog polumjera a_0 i ima energiju od 13,6 eV, vjerojatno će doći do ionizacije.

Ovisnost udarnog presjeka u ionizaciji elektronskim uхватom o energiji elektrona dana je na slici, a potrebno je uočiti skok na 13,6 eV:



Udarni presjek pada za energije veće od 100 eV jer elektron ne provede puno vremena u blizini atoma. Udarni presjek, usrednjen preko raspodjele elektronskih brzina, može se koristiti za procjenu elektronskog srednjeg slobodnog puta za danu neutralnu gustoću. Ovdje se ponovo radi o **neelastičnom procesu**.

SUDARI S POVRŠINAMA

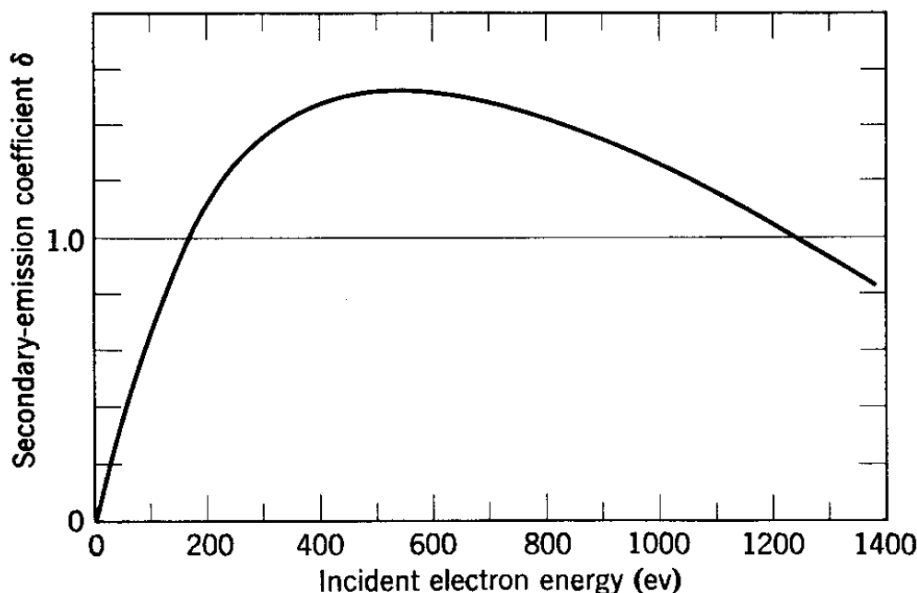
Reakcije s površinama su kompleksne. Plinovi se adsorbiraju na čistu površinu što znači da se kao zalijepe tvoreći „jednoslojnu“ površinu. Energija vezanja je jaka funkcija vrste plina i najmanja je za plemenite plinove. Grijanje na temperature preko 2000°C će obično proizvesti atomski čistu površinu u manje od 1 sekunde.

SEKUNDARNA EMISIJA ELEKTRONA POBUĐENA ELEKTRONIMA

Elektroni, koji udaraju u površinu, mogu izbaciti druge elektrone ako njihova energija premašuje površinsku radnu funkciju (izlazni rad). Emisijski koeficijent upada u područje visokih energija jer upadni elektron ulazi preduboko i sekundarni ne mogu pobjeći iz sustava. Na nižim energijama energija oslobođenog elektrona je manja od izlaznog rada i on ne može pobjeći. Na srednjim energijama možemo imati dobitak veći od 1:

$$\delta > 1$$

Koeficijent sekundarne emisije δ je broj elektrona emitiranih po svakom upadnom elektronu. Njegova ovisnost o upadnoj energiji je ista za sve materijale pa na slici možemo pogledati kako izgleda kod normalnog upada na tipičnu metalnu površinu:



SEKUNDARNA EMISIJA ELEKTRONA POBUĐENA IONIMA

Broj sekundarnih elektrona emitiranih po pozitivnom ionu je tipično manji od 0,3 i obično je neovisan o brzini iona.

PLAZMA KAO FLUID

UVOD

Jednočestični pristup plazmi, u kojem se prati gibanje jedne čestice u zadanom električnom i magnetskom polju i na temelju toga se zaključuje o svojstvima i ponašanju cijelog sustava, se može jako zakomplicirati. Takav opis nas zadovoljava kad imamo **plazmu niske gustoće** ($n < 10^{14} \text{ m}^{-3}$) i kad se može **zanemariti doprinos električnog i magnetskog polja** koji potječe od nabijenih čestica ukupnom vanjskom električnom i magnetskom polju.

U osnovi trebamo pristup koji će biti **više statistički** jer ne možemo pratiti zasebno svaku česticu. Srećom, obično nam nije ni potrebno zasebno praćenje svake čestice jer, iznenađujuće, većina fenomena vezanih s plazmom, koji se promatraju u stvarnim eksperimentima, može biti objašnjena **modelom fluida**, u kojem se identitet pojedine čestice može zanemariti, i uzeti u obzir samo gibanje elementa fluida. Naravno, u slučaju plazme, taj element fluida sadrži električni naboj. U običnom fluidu, frekventni sudari između čestica dovode do toga da se čestice u elementu fluida gibaju zajedno. Taj model vrijedi i za plazmu koja općenito nema frekventne sudare.

U fluidnoj aproksimaciji razmatramo plazmu koja je sastavljena od dva ili više „prepletenih“ fluida, po jedan za svaku vrstu čestica. U najjednostavnijem slučaju, kad imamo samo jednu vrstu iona, trebat ćemo **2 jednadžbe gibanja**:

- jednu za fluid s pozitivno nabijenim ionima, i
- jednu za fluid s negativno nabijenim elektronima.

U djelomično ioniziranom plinu, trebat ćemo i jednadžbu za fluid s neutralnim atomima. Neutralni fluid će interagirati s ionima i elektronima samo u sudarnim procesima. Ionski i elektronski fluid će interagirati međusobno čak i u odsustvu sudarnih procesa jer su generirana električna i magnetska polja.

JEDNADŽBA GIBANJA FLUIDA

JEDNADŽBA GIBANJA –ZANEMARENI SUDARI I TERMALNO GIBANJE

(I)

Jednadžba gibanja za jednu česticu:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (1)$$

Ovdje su:

- brzina \vec{v}
- električno polje \vec{E}
- magnetsko polje \vec{B}

Sve čestice u elementu fluida će se gibati zajedno sa srednjom brzinom \vec{u} jer se zanemaruju sudari i termalni efekti. Također možemo uzeti da je $\vec{u} = \vec{v}$ i pisati jednadžbu gibanja za element fluida čija je čestična gustoća n :

$$nm \frac{d\vec{u}}{dt} = nq(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (2)$$

Vremenska promjena $\frac{d}{dt}$ se uzima na položaju elementa fluida (odn. položaju čestica koje čine taj element fluida) što baš i nije jako zgodno jer želimo jednadžbu za elemente fluida koji su fiksirani u prostoru.

(II)

Želimo transformirati varijable u nove varijable u fiksnom okviru koji se giba s elementom fluida. Razmotrimo stoga neku varijablu $\vec{G}(x, t)$ koja će predstavljati neko svojstvo fluida u jednodimenzionalnom x prostoru.

Vremenska promjena od te varijable u okviru koji se giba s fluidom je zbroj dva člana:

$$\frac{d\vec{G}(x, t)}{dt} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (3)$$

$$\frac{d\vec{G}(x, t)}{dt} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial x} u_x \quad (4)$$

Prvi član $\frac{\partial \vec{G}}{\partial t}$ predstavlja promjenu varijable u fiksnoj točki u prostoru, a drugi član $\frac{\partial \vec{G}}{\partial x} u_x$ predstavlja promjenu varijable koja je vidljiva iz perspektive promatrača koji se giba s fluidom u neko drugo područje u kojem je varijabla različita.

Gledano trodimenzionalno:

$$\frac{d\vec{G}}{dt} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{G} \quad (5)$$

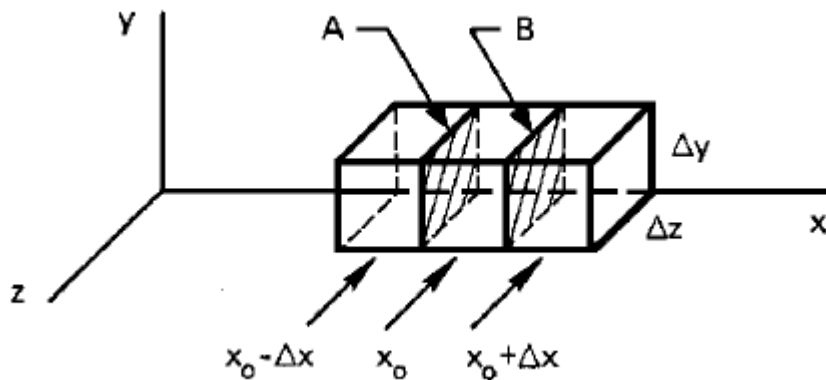
Ovo se zove **konvektivna derivacija**.

U slučaju plazme uzimamo da je ta veličina \vec{G} upravo brzina fluida \vec{u} :

$$nm \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right) = nq(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (6)$$

JEDNADŽBA GIBANJA – TERMALNI EFEKTI UKLJUČENI (ČLAN S TLAKOM)

Kad se uzimaju u obzir termalna gibanja, moramo s desna dodati i tlačnu silu. Ta sila dolazi od **nasumičnog (random) gibanja čestica** u i iz elementa fluida i ne javlja se u jednažbi za jednu česticu. Nasumično gibanje čestica u elementu fluida je opisano kao **kolektivni (skupni) efekt**.



(I)

Razmotrimo samo x -komponentu gibanja kroz površine A i B elementa fluida koji je centriran na $(x_0, \frac{1}{2}\Delta y, \frac{1}{2}\Delta z)$. Broj čestica koje u sekundi prođu kroz površinu A s brzinom v_x je: $\Delta n_v v_x \Delta y \Delta z$, gdje je Δn_v broj čestica po m^3 s brzinom v_x :

$$\Delta n_v = \Delta v_x \iiint f(v_x, v_y, v_z) dv_y dv_z \quad (7)$$

Ovdje je f „funkcija raspodjele“ čestica preko brzina na pojedinoj prostornoj lokaciji. Svaka čestica nosi količinu gibanja mv_x .

Količina gibanja P_A unesena u element na mjestu x_0 kroz A je količina gibanja kroz površinu A čestica s $v_x > 0$ u element fluida centriran na $(x_0 - \Delta x, \frac{1}{2}\Delta y, \frac{1}{2}\Delta z)$:

$$P_A = m\Delta y \Delta z \int_0^{\infty} v_x^2 f dv_x \int_{-\infty}^{+\infty} dv_y \int_{-\infty}^{+\infty} dv_z \quad (8)$$

$$\text{Uz normalizirani } f \text{ dobijemo: } n = \iiint f dv_x dv_y dv_z \quad (9)$$

Integriranje ide od $-\infty$ do $+\infty$.

Možemo definirati i srednju brzinu $\langle v_x^2 \rangle$ kao:

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{\int v_x^2 f dv_x \iiint dv_y dv_z}{\iiint f dv_x dv_y dv_z} \quad (10)$$

(II)

P_A možemo pisati kao:

$$P_A = m\Delta y \Delta z \frac{1}{2} (n \langle v_x^2 \rangle)_{x_0 - \Delta x} \quad (11)$$

Faktor $1/2$ dolazi od činjenice da samo pola čestica u kocki na $x_0 - \Delta x$ ide prema površini A. Slično tome, količina gibanja koja izađe kroz površinu B je:

$$P_B = m\Delta y \Delta z \frac{1}{2} (n \langle v_x^2 \rangle)_{x_0} \quad (12)$$

(III)

Konačna količina gibanja za čestice je:

$$P_A - P_B = m\Delta y\Delta z \frac{1}{2} ((n\langle v_x^2 \rangle)_{x_0-\Delta x} - (n\langle v_x^2 \rangle)_{x_0}) = \frac{1}{2} m\Delta y\Delta z (-\Delta x) \frac{\partial}{\partial x} (n\langle v_x^2 \rangle) \quad (13)$$

Rezultat bi trebalo samo udvostručiti za doprinos čestica koje se gibaju na lijevo jer nose negativnu količinu gibanja u x -smjeru i isto se gibaju u suprotnom smjeru od gradijenta $n\langle v_x^2 \rangle$.

Ukupna promjena količine gibanja elementa fluida u x_0 je onda:

$$\frac{\partial}{\partial t} (nm u_x) \Delta x \Delta y \Delta z = -m \frac{\partial}{\partial t} (n\langle v_x^2 \rangle) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (14)$$

(IV)

Brzina v_x se može rastaviti u dva dijela:

$$v_x = u_x + v_{xr} \quad (15)$$

$$u_x = \langle v_x \rangle$$

Ovdje su: u_x x -komponenta brzine fluida
 v_{xr} x -komponenta nasumičnog termalnog gibanja

Za jednodimenzionalnu Maxwellovu raspodjelu vrijedi:

$$\frac{1}{2} m \langle v_{xr}^2 \rangle = \frac{1}{2} kT \quad (16)$$

$$\langle v_x^2 \rangle = u_x^2 + \frac{kT}{m} \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (nm u_x) = -m \frac{\partial}{\partial x} ((u_x^2 + \frac{kT}{m})n) \quad (18)$$

Sređivanjem dobijemo:

$$mn \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + m u_x \left(\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n u_x}{\partial x} \right) = - \frac{\partial}{\partial x} (nkT) \quad (19)$$

Kasnije ćemo vidjeti da iz jednadžbe kontinuiteta slijedi:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nu_x}{\partial x} = 0$$

Onda je:

$$mn\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}(nkT) = \frac{\partial}{\partial x} p \quad (20)$$

Ovdje je: $p = nkT = \text{tlak}$

Naravno, radi se o jediničnom volumenu.

(V)

To je obično sila koja dolazi od gradijenta tlaka. Dodavanjem elektromagnetskih sila i pooćavanjem na 3 dimenzije dobijemo jednadžbu fluida:

$$nm\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}\right) = nq(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) - \vec{\nabla} p \quad (21)$$

(VI)

Ovo smo izveli za specijalni slučaj: prijenos x -komponente količine gibanja gibanjem u x -smjeru; pretpostavili smo da je fluid izotropan pa isti rezultat vrijedi i za y i za z smjer. No moguće je prenijeti y -komponentu količine gibanja gibanjem u x -smjeru, ali se nećemo time detaljnije bavljati. Rezultat toga je prolazanje čestica kroz obje površine: i A i B, pa se može desiti da je veća y -komponenta količine gibanja unešena u element fluida nego što je iznesena. Uvodi se veličina zvana „**stress tensor**“ $\vec{\vec{P}}$, čije komponente $P_{ij} = mn\overline{v_i v_j}$ određuju i smjer gibanja i komponentu količine gibanja. U općem slučaju se $-\vec{\nabla} p$ zamijeni s $-\vec{\nabla} \vec{\vec{P}}$, a nedijagonalni elementi su obično povezani s viskoznošću.

JEDNADŽBA GIBANJA – SUDARI UKLJUČENI

Ako je prisutan neutralni plin, onda nabijeni fluid može izmjenjivati količinu gibanja s njim preko sudara. Količina gibanja izgubljena po sudaru će biti proporcionalna relativnoj brzini $\vec{u} - \vec{u}_0$, gdje je \vec{u}_0 brzina neutralnog fluida. Ako je τ , srednje slobodno vrijeme između sudara, aproksimativno konstantno, resultantni član sile se može ugrubo pisati kao $-mn(\vec{u} - \vec{u}_0)/\tau$.

Tada jednačica gibanja fluida uključuje neutralne sudare i termalne efekte:

$$nm\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}\right) = nq(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) - \vec{\nabla} \cdot \vec{P} - \frac{mn(\vec{u} - \vec{u}_0)}{\tau} \quad (22)$$

- (a) U derivaciji smo stvarno pretpostavili implicitno da je bilo sudara kad smo uzeli da raspodjela brzina bude Maxwellova. Takva raspodjela općenito dolazi kao rezultat frekventnih sudara. Međutim, ta pretpostavka je korištena samo da bi se uzela srednja vrijednost od v_{xr}^2 . Bilo koja druga raspodjela s istom srednjom vrijednošću bi dala isti odgovor. Teorija fluida stoga nije previše osjetljiva na devijacije od Maxwellove raspodjele premda ima trenutaka kad su te devijacije važne.
- (b) Drugi razlog zašto je model fluida prikladan za plazmu je da magnetsko polje, kad je prisutno, igra ulogu sudara u određenom smislu.

JEDNADŽBA KONTINUITETA ZA FLUID

Sačuvanje materije traži da se broj čestica N u volumenu V može promijeniti samo ako postoji neki konačni čestični tok kroz površinu S koja ograničava taj volumen:

$\frac{\partial N}{\partial t}$ je promjena broja čestica
 $n\vec{u}$ je tok čestica

Prema teoremu o divergenciji:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V n dV = - \int_S n\vec{u} \cdot d\vec{A} = - \int_V \vec{\nabla} \cdot (n\vec{u}) dV \quad (23)$$

Ovo mora vrijediti za bilo koji volumen V pa ono pod integralom lijevo mora biti jednako onom s desne strane:

$$\frac{\partial}{\partial t} n + \vec{\nabla} \cdot (n\vec{u}) = 0 \quad (24)$$

To je **jednačica kontinuiteta**.

JEDNADŽBA STANJA ZA FLUID

Da bismo zaključili sustav jednažbi koje nam opisuju naš sustav u kojem opisujemo plazmu kao fluid, treba nam još jednažba stanja. Koristimo termodinamičku jednažbu stanja koja povezuje p i n :

$$p = C\rho^{\kappa} \quad (25)$$

C je konstanta, a κ omjer toplinskih kapaciteta C_p / C_v .

$$\vec{\nabla} p = C\kappa\rho^{\kappa-1}\vec{\nabla}\rho = \frac{\kappa p \vec{\nabla}\rho}{\rho} \quad (26)$$

Uz $\rho = mn$:

$$\frac{\vec{\nabla} p}{p} = \kappa \frac{\vec{\nabla} n}{n} \quad (27)$$

(I)

Za izotermnu kompresiju:

$$\vec{\nabla} p = kT \vec{\nabla} n \quad \kappa = 1$$

(II)

Adijabatska kompresija (T se također mijenja):

$$\begin{aligned} \frac{\vec{\nabla} n}{n} + \frac{\vec{\nabla} T}{T} &= \kappa \frac{\vec{\nabla} n}{n} \\ \frac{\vec{\nabla} T}{T} &= (\kappa - 1) \frac{\vec{\nabla} n}{n} \end{aligned}$$

(III)

Općenitije (adijabatski):

$$\kappa = (2 + i) / i$$

Ovdje je i broj stupnjeva slobode i vrijedi za zanemarivi toplinski tok.

REZIME JEDNADŽBI

Radi jednostavnosti uzmimo da su u plazmi samo dvije vrste čestica: ioni i elektroni (proširenje na više vrsta čestica je onda trivijalno). Indeks j će nam predstavljati vrstu čestica, znači elektroni ili ioni u ovom slučaju.

1. Kontinuitet

$$\frac{\partial}{\partial t} n_j + \vec{\nabla} \cdot (n_j \vec{v}_j) = 0$$

2. Količina gibanja

$$n_j m_j \left(\frac{\partial \vec{v}_j}{\partial t} + (\vec{v}_j \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_j \right) = n_j q_j (\vec{E} + \vec{v}_j \times \vec{B}) - \vec{\nabla} \cdot p_j - \overline{v_{jk}} n_j m_j (\vec{v}_j - \vec{v}_k)$$

3. Energija/jednadžba stanja

$$p_j n_j^{-\kappa} = \text{konst}$$

4. Maxwelllove jednadžbe

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\rho = q_e n_e + q_i n_i = e(-n_e + Z n_i)$$

$$\vec{j} = q_e n_e \vec{v}_e + q_i n_i \vec{v}_i = e(-n_e \vec{v}_e + Z n_i \vec{v}_i) = -e n_e (\vec{v}_e - \vec{v}_i) \quad (\text{kvazineutralno})$$

Nepoznanice:

n_e, n_i	2
\vec{v}_e, \vec{v}_i	6
p_e, p_i	2
\vec{E}, \vec{B}	6

Ukupno 16

Jednadžbe:

Kontinuiteta e,i	2
Količine gibanja e,i	6
Stanja e,i	2
Maxwellove	8

Ukupno 18

No 2 Maxwellove jednađbe ($\vec{\nabla} \cdot \overrightarrow{\text{nešto}}$) su redundandne jer se mogu dobiti iz drugih, npr.

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = 0 = \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = 0 = \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})$$

Znači, imamo 16 jednađbi za 16 nepoznanica. Jednađbe su i dalje teške i komplicirane većinom jer je sve nelinearno.

U nekim slučajevima se sve može „linearizirati“, što znači uzeti neka poznata ravnotežna rješenja i pretpostaviti da je devijacija, odn. perturbacija od tog rješenja tako mala da se možemo zaustaviti na prvim linearnim članovima.

JEDNADŽBE ZA JEDAN FLUID (MAGNETOHIDRODINAMIKA ili MHD)

Primjetite da smo do sada koristili jednadžbe za fluide koje smo onda primjenjivali na elektrone i ione odvojeno. Te jednadžbe su se zvale „**dvo-fluidne jednadžbe**“ ili jednadžbe za dva fluida jer smo uvijek morali odvojeno promatrati oba fluida. Daljnje pojednostavljenje je moguće i korisno nekad ako kombiniramo jednadžbe za ione i elektrone da bismo dobili jednadžbe za plazmu kao jedan fluid.

Magnetohidrodinamički model (MHD) je primjenjiv samo kad je razdvajanje naboja zanemarivo. Uvjet za to je da je **prostorna skala** (duljina, prostorna koordinata) **veća od Debyeve duljine**, a **vremenska skala** (vrijeme, vremenska koordinata) **veća od inverzne vrijednosti plazmene frekvencije**.

Kad razmatramo nerelativistička i sporo varirajuća gibanja plazme pod djelovanjem mehaničkih i magnetskih sila, onda je prikladno primjenjivati MHD model.

Moramo imati na umu da je glavno ograničenje MHD modela to da se ne može primijeniti na visokofrekventne fenomene koji mogu uključiti razdvajanje naboja (plazmene oscilacije ili elektromagnetski valovi u plazmi).

Podsjetimo se kako je **za 2 fluida**:

Kontinuitet (C_j):
$$\frac{\partial}{\partial t} n_j + \vec{\nabla} \cdot (n_j \vec{v}_j) = 0$$

Količina gibanja (M_j):
$$n_j m_j \left(\frac{\partial \vec{v}_j}{\partial t} + (\vec{v}_j \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_j \right) = n_j q_j (\vec{E} + \vec{v}_j \times \vec{B}) - \vec{\nabla} \cdot \vec{p}_j + \vec{F}_{jk}$$

$$\vec{F}_{jk} = -\vec{v}_{jk} n_j m_j (\vec{v}_j - \vec{v}_k)$$

Masena gustoća:
$$\rho_m = m_e n_e + m_i n_i$$

Brzina centra mase:
$$\vec{V} = (m_e v_e n_e + m_i v_i n_i) / \rho_m$$

Gustoća naboja:
$$\rho_q = q_e n_e + q_i n_i$$

Gustoća električne struje:
$$\vec{j} = q_e n_e \vec{v}_e + q_i n_i \vec{v}_i = q_e n_e (\vec{v}_e - \vec{v}_i)$$

Ukupni tlak:
$$p = p_e + p_i$$

1. Dobijemo **očuvanje mase**:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_m + \vec{\nabla} \cdot (\rho_m \vec{V}) = 0$$

2. I **očuvanje naboja**:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_q + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$$

3. **Količina gibanja** ($M_e + M_i$)

- desna strana jednadžbe:

$$\sum_j n_j q_j (\vec{E} + \vec{v}_j \times \vec{B}) - \vec{\nabla} \cdot \vec{p}_j + \vec{F}_{jk} = \rho_q \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} (p_e - p_i)$$

Uz: $\vec{F}_{ei} = -\vec{F}_{ie}$, nema trenja

- lijeva strana jednadžbe:

$$\sum_j n_j m_j \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v}_j$$

Konvektivni član nije linearan pa se ne može samo tako izraziti preko neke druge veličine.

Budući je masa elektrona puno manja od mase iona, doprinos elektronske količine gibanja je obično mnogo manji od ionske količine gibanja. Stoga je zanemarujemo u ovoj jednadžbi. Radimo aproksimaciju u kojoj je brzina centra mase jednaka ionskoj brzini:

$$\vec{V} \approx \vec{v}_i$$

Lijeva strana jednadžbe za količinu gibanja je onda:

$$\sum_j n_j m_j \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v}_j \approx \rho_m \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{V}$$

Slijedi:

$$\rho_m \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{V} = \rho_q \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p$$

Za **Ohmov zakon** slijedi dugi izvod, ali ćemo pogledati samo konačnu jednadžbu:

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{j}$$

η je **rezistivnost**.

REZIME JEDNADŽBI ZA JEDAN FLUID: MHD

Očuvanje mase: $\frac{\partial}{\partial t} \rho_m + \vec{\nabla} \cdot (\rho_m \vec{V}) = 0$

Očuvanje naboja: $\frac{\partial}{\partial t} \rho_q + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$

Količina gibanja: $\rho_m \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{V} = \rho_q \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p$

Ohmov zakon: $\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{j}$

Jednadžba stanja: $p \rho_m^{-\kappa} = konst$

MAGNETOHIDRODINAMIKA

UVOD

Magnetohidrodinamika je grana fizike plazme koja se bavi istosmjernim ili niskofrekventnim efektima u potpuno ioniziranoj magnetiziranoj plazmi.

Proučit ćemo dva slučaja:

- „idealnu“ plazmu (bez rezistivnosti)
- rezistivnu plazmu

te koncepte stabilnosti i ravnoteže vezane za te slučajeve.

IDEALNA MHD – RAVNOTEŽA SILA

Idealne MHD jednačbe se dobiju ako se postavi da je rezistivnost jednaka 0:

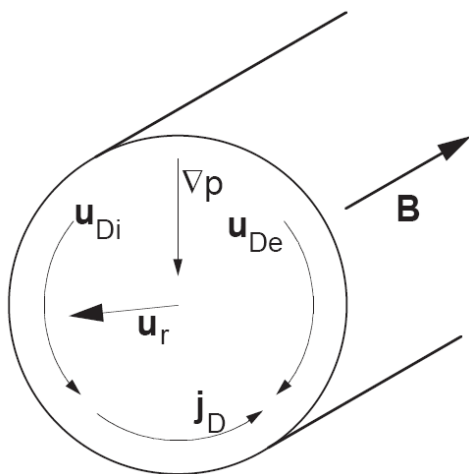
$$\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p \quad (2)$$

U ravnoteži se zanemaruje vremenska derivacija i jednačba za ravnotežu sila onda glasi:

$$\vec{j} \times \vec{B} = \vec{\nabla} p \quad (3)$$

Ovdje je opisana ravnoteža između tlačne plazmene sile i Lorentzovih sila (Slika 1).



Slika 1: Cilindrično ograničenje magnetizirane plazme (tlačni gradijent je podržan dijamagnetskom strujom \vec{j} ; disipacija gradijenta preko radijalne difuzije)

Sad trebamo pogledati koje su posljedice ovog jednostavnog izraza.

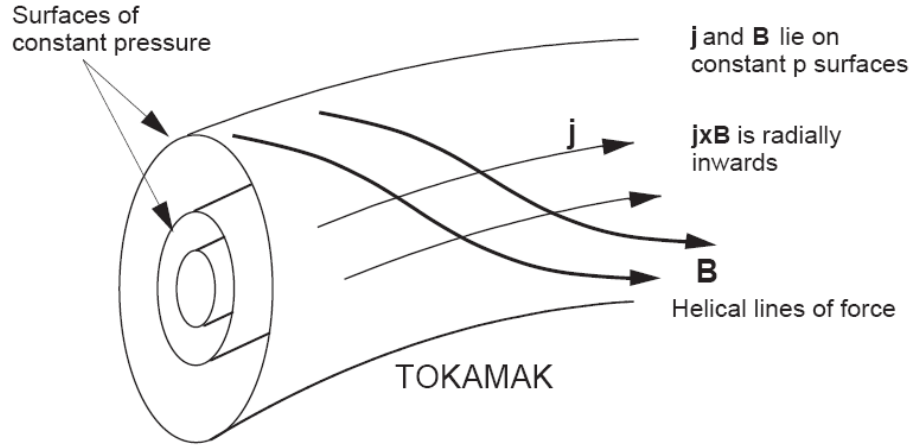
Struja koja je potrebna za uravnoteženje plazmenog tlaka se nalazi iz vektorskog produkta s \vec{B} .

$$\vec{j}_\perp = \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} p}{B^2} = (kT_e + kT_i) \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} n}{B^2} \quad (4)$$

To je jednostavno **dijamagnetska struja**.

Plazmene čestice su dijamagnetske kad proizvode magnetski tok koji se suprotstavlja okolnom magnetskom polju. Taj dijamagnetizam povećava konačnu struju koja teče kroz plazmu – to je dijamagnetska struja.

Ravnoteža sila kaže da su \vec{j} i \vec{B} okomiti na $\vec{\nabla} p$. Drugim riječima, \vec{j} i \vec{B} moraju ležati na površinama konstantnog tlaka. Ta situacija je prikazana u tokamaku na Slici 2 gdje su gustoća struje i magnetske silnice ograničene na ležanje na površinama konstantnog plazmenog tlaka. Kako raste tlak plazme, tako raste kut između struje i polja.



Slika 2: U tokamaku (ravnotežna gustoća struje i magnetsko polje leže na površinama konstantnog tlaka)

MAGNETSKI TLAK

Uvrstimo Maxwellovu jednadžbu $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ u (3) i dobijemo:

$$\vec{\nabla} p = \frac{1}{\mu_0} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} ((\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} - \frac{1}{2} \vec{\nabla} B^2) \quad (5)$$

Ili:

$$\vec{\nabla} (p + \frac{1}{2\mu_0} B^2) = \frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \quad (6)$$

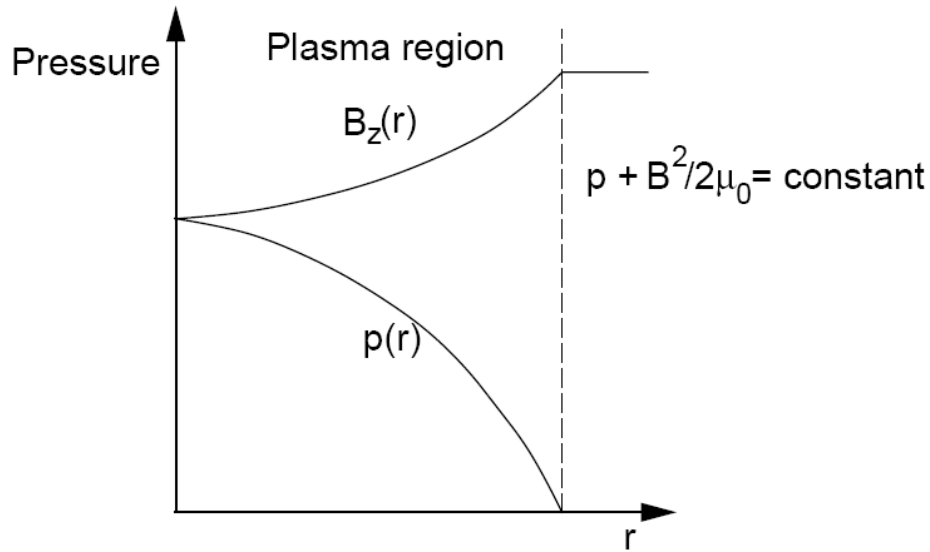
U mnogo slučajeva \vec{B} ne varira duž \vec{B} (na primjer u slučaju aksijalno magnetiziranog cilindra) pa desna strana iščezava.

U tom slučaju ravnoteža tlakova daje:

$$p + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = konst \quad (7)$$

Ovdje $\frac{1}{2\mu_0} B^2$ predstavlja magnetski tlak.

Ako u plazmi postoji gradijent tlaka, onda postoji i odgovarajući gradijent magnetskog tlaka koji osigurava da je ukupni tlak konstantan u plazmi kao fluidu. Ilustracija toga je Slika 3 na kojoj se vidi ravnoteža između magnetskih i tlačnih sila u cilindričnoj plazmi.



Slika 3: Gradijent plazmenog termalnog tlaka je upravo uravnotežen s radijalnom promjenom magnetskog tlaka (ta varijacija je stvorena dijamagnetskim strujama koje teku azimutski).

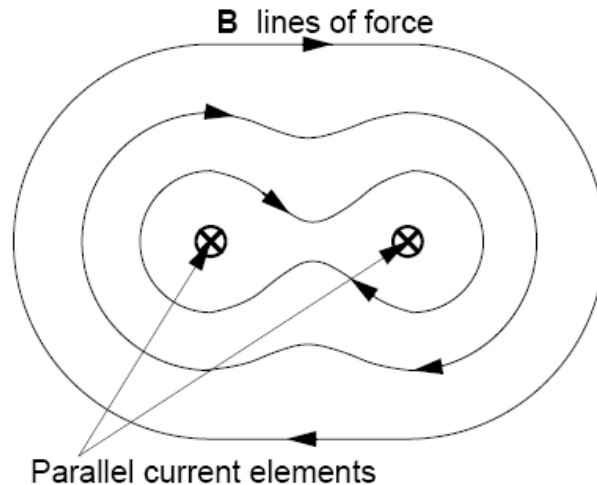
Ako je plazma dijamagnetska, tok azimutske struje j_θ generira aksijalno polje koje potiskuje magnetsko polje u područje plazmenog tlaka. Veličina dijamagnetskog efekta je dana omjerom:

$$\beta = \frac{\sum nkT}{B^2 / 2\mu_0} \quad (8)$$

Za tokamak β ne premašuje nekoliko %.

MAGNETSKA NAPETOST

Paralelne žice kojima teku struje se privlače ako se između magnetskih silnica javlja napetost. (Slika 4)



Slika 4: Magnetske silnice za paralelne žice kojima teku struje.

Magnetska napetost je opisana članom:

$$(\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} = B_x \frac{\partial}{\partial x} (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) + \dots \quad (9)$$

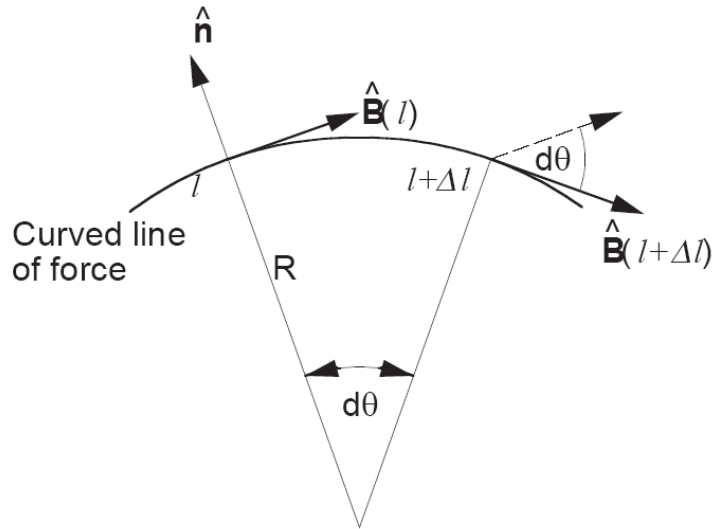
Ako su magnetske silnice pravci i to paralelni, onda je:

$$\vec{B} = B_x \hat{i} \quad \text{i} \quad (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} = 0 \quad (10)$$

Znači, taj član je važan samo ako su magnetske silnice zakrivljene. Primjer toga možemo vidjeti na Slici 5.

Pogledamo li detaljnije čemu će biti jednako $(\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$ u slučaju zakrivljenih magnetskih silnica, onda dobijemo da je magnetska napetost obrnuto proporcionalna polumjeru zakrivljenosti magnetskih silnica.

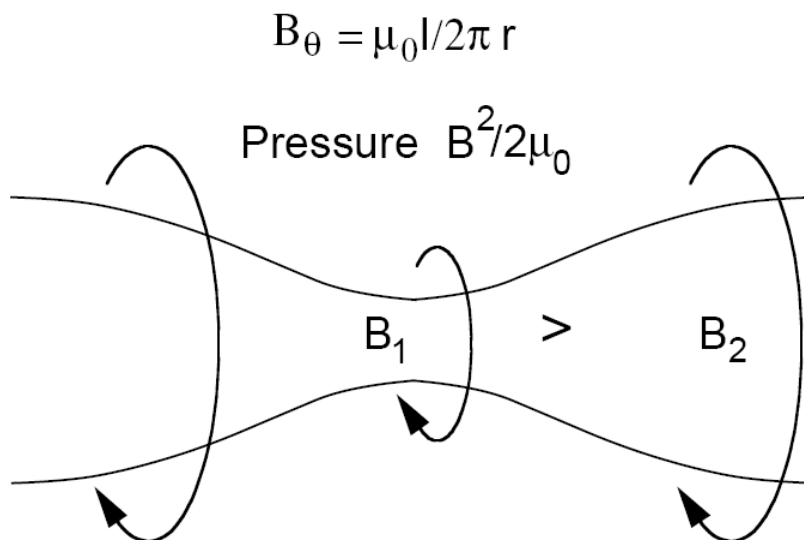
Kad su silnice zakrivljene, ponašaju se kao da su zaista pod djelovanjem **sile napetosti** B^2 / μ_0 po jedinici površine.



Slika 5: Geometrijska interpretacija magnetske napetosti koja se javlja zbog zakrivljenosti silnica.

Može se pokazati da to proizvodi silu koja je okomita na \vec{B} i obrnuto proporcionalna polumjeru zakrivljenosti.

PLAZMENA STABILNOST



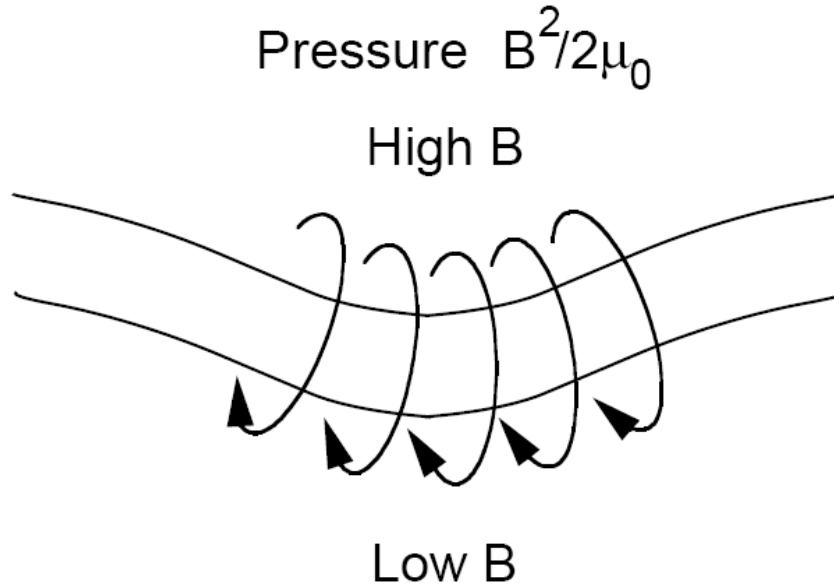
Slika 6: Nemagnetizirani linearni pinch koji pokazuje kobasičastu nestabilnost

Ako pogledamo nemagnetizirani linearni plazmeni pinch kojim teče struja I kako je prikazano na Slici 6, vidimo da imamo:

$$B_z = 0 \quad \text{i} \quad B_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (11)$$

Ako se polumjer plazmenog kanala u nekom području smanjuje, magnetsko polje se povećava. To povećava magnetski tlak što rezultira daljnjim smanjenjem kanala. Premda se i tlak plazme povećava, on se širi van plazmenog stupa i ne može uravnotežiti lokalni visoki magnetski tlak. To je nestabilna ravnoteža, a ta nestabilnost je poznata kao **kobasičasta nestabilnost** $m = 0$ (*sausage instability*).

Ako stupac plazme proizvede uvrnuće (kink), povećani tlak i napetost na strani gdje je visok B povećava savijanje (Slika 7). To je poznato pod nazivom **kink nestabilnost** $m = 1$ (*kink instability*).



Slika 7: Uvrtanje (kinking) stupca plazme pod djelovanjem magnetskih sila

Nestabilnosti se mogu prevenirati dodavanjem longitudinalnog magnetskog polja B_z za „ukrućivanje“ plazme. Tlak $B_z^2/2\mu_0$ se opire modu $m = 0$ i napetost B_z^2/μ_0 odbija savijanje.

Mod $m = 1$ može isto biti stabiliziran vodljivim zidom. Kako se plazma giba prema zidu, tako pritišće uhvaćeni aksijalni magnetski tok o zid (tok je uhvaćen između vodljivog zida i vodljive plazme). Povećani magnetski tlak onda djeluje na smanjenje nestabilnosti.

7

Magnetski tok kroz površinu S je:

$$\phi_s = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (14)$$

Tok se može mijenjati ili zbog vremenske promjene \vec{B} , ili zbog pomicanja površine zajedno s elementom plazmenog fluida na neki novi položaj u kome je \vec{B} različit od onog početnog – konvektivni član.

Prvi doprinos je:

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi_s = \int_S \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (15)$$

Drugi doprinos nećemo detaljno izvoditi i objašnjavati:

$$\frac{d\phi}{dt} = \oint \vec{B} \times (\vec{u} \times d\vec{l}) = \oint (\vec{B} \times \vec{u}) \cdot d\vec{l} = \int \vec{\nabla} \times (\vec{B} \times \vec{u}) \cdot d\vec{s} \quad (16)$$

U zadnjem koraku smo primijenili Stokesov teorem.

Uzmemo u obzir oba doprinosa pa je:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \int \left(\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} - \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) \right) \cdot d\vec{s} = 0 \quad (17)$$

Magnetski tok kroz S se ne mijenja s vremenom. To implicira da su magnetske silnice „zamrznute“ u plazmi i transportiraju se zajedno s njom. Stoga, ako plazma ekspandira, jakost polja se smanjuje.

Da se tok mijenjao, inducirala bi se elektromotorna sila kao rezultat te promjene (prema Lenzovom pravilu).

REZISTIVNA DIFUZIJA

Idealna magnetohidrodinamika pretpostavlja da je plazma savršeni vodič.

Pogledajmo odnos između plazmenog tlaka i magnetskog tlaka kad konačna plazmena rezistivnost dopušta magnetskom polju difuziju kroz vodljivi fluid.

Ohmov zakon je:

$$\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} = \eta \vec{j} \quad (18)$$

Faradayev zakon daje:

$$\begin{aligned}
 -\vec{\nabla} \times (\eta \vec{j} - \vec{u} \times \vec{B}) &= -\vec{\nabla} \times \left(\frac{\eta}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} - \vec{u} \times \vec{B} \right) = \\
 -\frac{\eta}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} + \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) &= \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{19}$$

Identitet daje:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = -\nabla^2 \vec{B} \tag{20}$$

Konačno dobijemo:

$$\frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \vec{B} + \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{21}$$

Ovo je verzija s konačnom rezistivnošću u koju je uključen difuzivni član.

Vezano sa svim ovim definiramo i **magnetski Reynoldsov broj** R_M kao omjer procijenjenog konvektivnog i procijenjenog difuzivnog člana:

$$R_M = \frac{\frac{uB}{L}}{\frac{\eta B}{\mu_0 L^2}} \tag{22}$$

Za nisko rezistivnu plazmu $\eta \rightarrow 0$ je R_M puno veći od 1 i

$$\frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \vec{B} + \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{se reducira na} \quad \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Za višu rezistivnost je R_M puno manji od 1, plazma se ponaša kao obični vodič ($\vec{u} \times \vec{B} = 0$) i difuzijska jednažba je:

$$\frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \vec{B} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

NESTABILNOSTI PLAZMENIH SUSTAVA

UVOD

Najčešće se razmatraju izolirani plazmeni sustavi koji su u neporemećenom stanju karakterizirani homogenom gustoćom, homogenim magnetskim poljem, fluid miruje i raspodjela čestica je maxwellovska.

Takvi sustavi nemaju slobodnu energiju pa svi poremećaji sustava moraju dolaziti „izvana“.

U stvarnim situacijama se teško može naći da su svi gore navedeni uvjeti zadovoljeni pa sustav raspolaže nekom slobodnom energijom.

Težnja za smanjenjem slobodne energije, tj. porasta entropije može prouzročiti drugačiji vremenski razvoj sustava od osciliranja oko ravnotežnog stanja.

Razvoj nekog sustava može se odvijati na dva načina:

- sporo, kroz niz stanja koja možemo opisati kao stacionarna (odn. kvazistacionarna) ravnotežna stanja, ili
- dinamički, kada se iz ravnotežnog stanja sustav naglo počne razvijati na vremenskoj skali mnogo brže nego u evoluciji koja mu je prethodila.

U prvom slučaju sustavu je stalno svojstvena **RAVNOTEŽA SILA** i minimum energije, a evoluciju sustava možemo shvatiti kao posljedicu **sporih promjena rubnih uvjeta** na granicama sustava.

Za mali pomak iz ravnoteže sustav oscilira oko ravnotežnog položaja.

U drugom slučaju pri malom pomaku iz ravnoteže, ravnoteža sila je narušena tako da rezultantna sila djeluje u smjeru pomaka (obrnuto od elastične sile u stabilnom sustavu) te dolazi do dinamičkog razvoja sustava na račun uskladištene slobodne energije – sustav je **NESTABILAN**.

S obzirom na složenosti i raznolikosti plazmenih sustava, u fizici plazme pojavljuje se cijela paleta nestabilnosti i zato se to područje fizike plazme najviše istražuje.

RAVNOTEŽA I STABILNOST

Za neki sustav kažemo da je u ravnoteži ako je zbroj svih sila jednak 0, to jest sustav možemo opisati vremenski nezavisnim rješenjem.

Metode ispitivanja stabilnosti nekog sustava prirodno su poopćenje jednostavnog 1D problema stabilnosti jedne čestice.

Zamislamo česticu mase m koja se može gibati u x -smjeru pod djelovanjem konzervativne sile:

$$F(x) = -\frac{dW}{dx} \quad (1)$$

W je potencijalna energija.

Stavljanjem ishodišta $x = 0$ u ravnotežni položaj ($W = \text{minimum}$), dobijemo jednadžbu gibanja:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{dW}{dx} = -x \left(\frac{d^2 W}{dx^2} \right)_0 \quad (2)$$

Uz rješenje normalnog oblika $x = x_0 \exp(i\omega t)$ imamo:

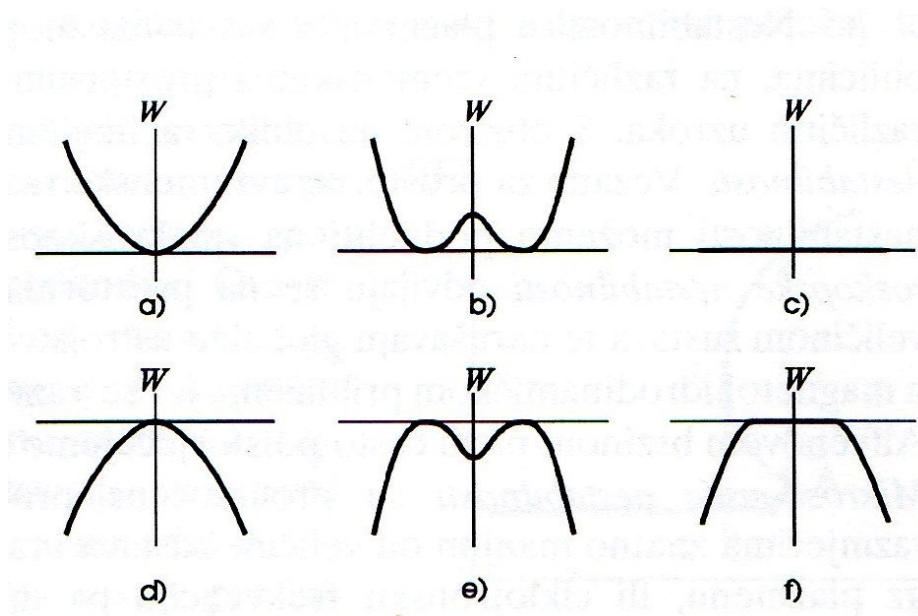
$$\omega^2 = \frac{1}{m} \left(\frac{d^2 W}{dx^2} \right)_0 \quad (3)$$

Ako je $W = \text{minimum}$ u ishodištu, tada je $\left(\frac{d^2 W}{dx^2} \right)_0$ veće od 0 i ω^2 veće od 0 i čestica oscilira oko ravnotežnog položaja – čestica je **stabilna** (Slika 4.1.a).

Ako je u ravnotežnom položaju $W = \text{maksimum}$, tada je ω^2 manje od 0 tako da se pomak iz ravnoteže stalno povećava – čestica je **nestabilna** (Slika 4.1.d).

Za $\left(\frac{d^2 W}{dx^2} \right)_0 = 0$ čestica je **neutralno stabilna** (Slika 4.1.c,f).

Čestica može biti **linearno stabilna** (tj. stabilna za male pomake (Slika 4.1.e)), ali nestabilna za veće pomake (**nelinearne nestabilnosti**), ili može biti **linearno nestabilna**, a **nelinearno stabilna** (kažemo da viši članovi u razvoju **stabiliziraju** nestabilnost (Slika 4.1.b)).



Slika 4.1: Vrste stabilnosti/nestabilnosti ovisno o svojstvima ravnotežnog stanja

VRSTE NESTABILNOSTI PLAZMENIH SUSTAVA

Nestabilnosti u plazmenim sustavima mogu se pojavljivati u različitim oblicima, u različitim vremenskim i prostornim intervalima i biti posljedica različitih uzroka.

Prema obliku nestabilnosti dijelimo na:

- hidrodinamičke nestabilnosti
- kinetičke nestabilnosti

S obzirom na prostorne i vremenske intervale u kojima se pojavljuju nestabilnosti možemo podijeliti na:

- „makroskopske“ – odvijaju se u prostornim intervalima usporedivim s veličinom sustava te narušavaju globalno ustrojstvo sustava; najčešće se opisuju u MHD aproksimaciji jer se razvijaju u vremenima koja su određena Alfvenovom brzinom ($v_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 \rho}}$) pa ih često poistovjećujemo s pojmom **MHD nestabilnosti**
- „mikroskopske“ – prouzročene su procesima koji se odvijaju u intervalima znatno manjim od veličine sustava i razvijaju u vremenima vezanim za plazmenu ili ciklotronsku frekvenciju pa ih češće nazivamo **plazmenim nestabilnostima**; za potpuni opis ove vrste nestabilnosti je potrebna primjena girokinetičke teorije.

Različite nestabilnosti imaju posebna imena:

- **makroskopske: radijativna** (javlja se kad se u jednadžbi energije uzme u obzir da postoje gubici zračenjem), **termička, gravitacijska...**
- **mikroskopske** (vezane za različite nemaxwellovske funkcije raspodjele): **nestabilnosti snopa** (beam instabilities), **nestabilnosti stošca gubitka** (loss-cone instabilities), **strujne nestabilnosti** (two-stream instabilities)...

Sustav prelazi iz stabilnog ravnotežnog stanja u nestabilno promjenom parametara koji karakteriziraju sustav te dovode do promjene funkcije $W(x)$.

Ako uzmemo funkciju $W(x)$ prikazanu na slici 4.1.a i zamislimo da promjena nekog parametra u sustavu dovodi do „izravnavanja“ funkcije prema obliku prikazanom na slici 4.1.c.

Ako se proces nastavi dok krivulja ne poprimi oblik na slici 4.1.b, sustav iz stabilnog stanja prelazi u nestabilno.

Čest je prijelaz linearno stabilnog sustava (slika 4.1.e) u linearno nestabilan sustav (slike 4.1.f i 4.1.d) „izdizanjem uleknuća“ na funkciji $W(x)$.

Poseban slučaj razvoja sustava je tzv. **gubitak ravnoteže**. Sustav se razvija kroz niz kvazistacionarnih ravnotežnih stanja i eventualno može doći u stanje kada više nema susjednog ravnotežnog položaja koji bi slijedio u evoluciji. Tada sustav preskače u neki novi ravnotežni položaj.

To si možemo predstaviti **mehaničkom analogijom**:

- kuglica se sporo pomiče prema rubu zdjele tako da je uvijek u minimumu energije
- u trenutku kad je ravnotežni položaj točno na rubu zdjele, ne postoji susjedni ravnotežni položaj u nastavku evolucije sustava
- kuglica ne nalazi novi ravnotežni položaj u susjedstvu već nalazi skroz novi ravnotežni položaj na podu
- kažemo da je prijelaz skokovit jer je vrijeme odvijanja prelaska u ravnotežno stanje (padanje kuglice na pod) mnogo brže od spore evolucije koja je tome prethodila

MHD nestabilnosti

1. Idealni MHD sustav (sustav bez disipativnih procesa) opisan je sustavom jednadžbi u kojem su zanemarene magnetska difuzivnost ($\eta = 0, \sigma \rightarrow \infty$) i viskoznost. Nestabilnosti koje se pojavljuju u takvim sustavima nazivamo **idealnim MHD nestabilnostima**. S obzirom da je $\eta = 0$, idealne nestabilnosti odvijaju se bez rekonekcije magnetskih silnica.

Magnetska rekonekcija je proces u visoko vodljivoj plazmi u kojem se magnetska topologija preuredi (silnice iz različitih magnetskih domena se spoje u neki novi oblik i

time promijene sliku, odn. uzorak) i magnetska energija se konvertira u kinetičku energiju, termalnu energiju i u ubrzanje čestica.

2. Nestabilnosti koje se pojavljuju uz $\eta \neq 0$, gdje je vodljivost konačna i rekonekcija moguća, su **rezistivne MHD nestabilnosti**.

Plazmene nestabilnosti

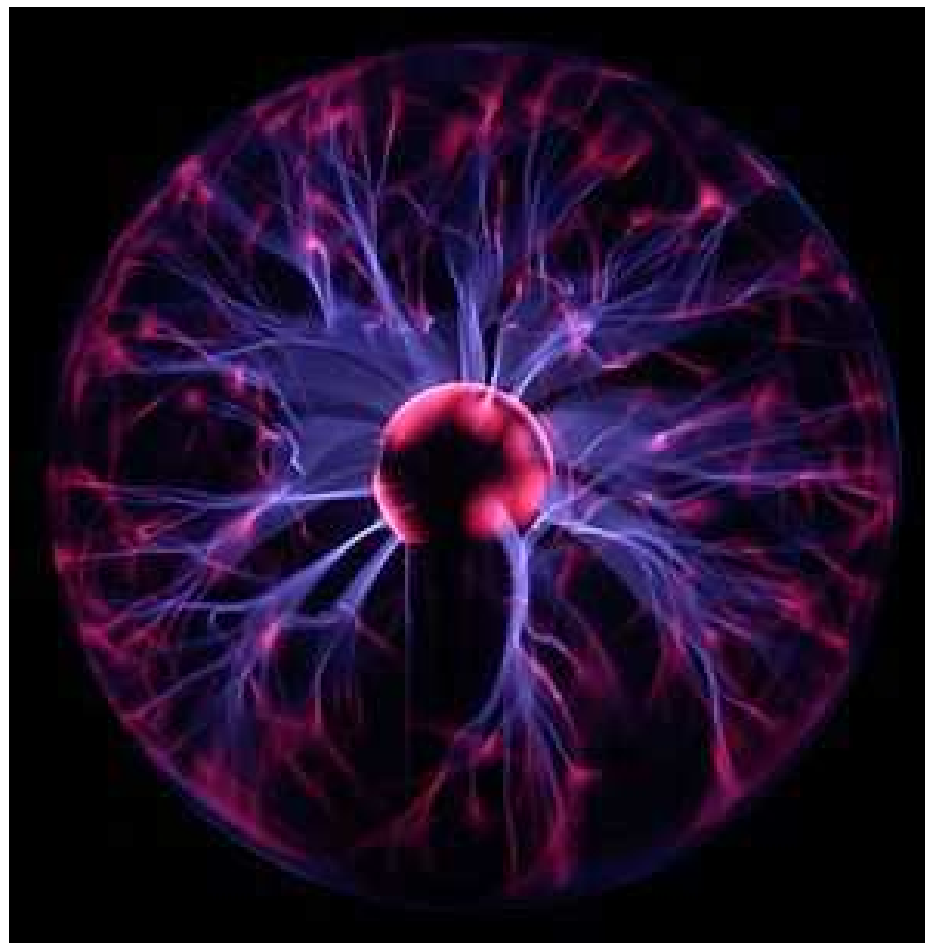
Plazmene nestabilnosti su nam zapravo nestabilnosti koje se javljaju na vremenskim skalama koje odgovaraju tipičnim vremenskim skalama za kinetičke plazmene procese (npr. elektronska ili ionska plazmena frekvencija). Kao što smo prije rekli, za razliku od MHD nestabilnosti ponašanje plazmenih nestabilnosti određeno je procesima koji se odvijaju u prostoru koji je znatno manji od cijelog plazmenog sustava.

Neke od plazmenih nestabilnosti se mogu opisati u hidrodinamičkoj aproksimaciji, ali za fizikalni opis većine je ipak potreban kinetički opis.

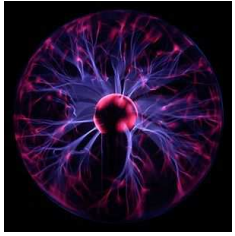
Plazmene nestabilnosti se mogu klasificirati prema **procesu-pokretaču**:

1. **Nestabilnosti snopa** su nestabilnosti koje nastaju pri prolasku elektronskog ili ionskog snopa kroz pozadinsku plazmu; specifične nestabilnosti ovog tipa su: **nestabilnost grbe u repu** (bump-on-tail instability), **nestabilnost mlaznice** (fire-hose instability)...
2. **Nestabilnosti struje ili driftne nestabilnosti** su nestabilnosti koje nastaju zbog različite brzine drifta elektrona i iona, što znači da ih pokreće električna struja; tipične nestabilnosti su: **Bunemanova nestabilnost**, **ionsko-akustična nestabilnost**, **nestabilnost dvaju tokova** (two-stream instability), **niža hibridna nestabilnost** (lower-hybrid instability)...
3. **Nestabilnosti stošca gubitka** (loss-cone instabilities) su nestabilnosti koje nastaju u plazmenim sustavima zatočenim u magnetskoj boci (magnetska boca je izraz za posebno dizajnirano magnetsko polje koje ograničava i zadržava plazmu u obliku boce) i koje nastaju zbog anizotropije u faznom prostoru brzina.
4. **Gradijentne nestabilnosti** se javljaju zbog temperaturne anizotropije (temperature u okomitom i paralelnom smjeru nisu jednake) i zbog diskontinuiteta u nekoj fizikalnoj veličini (odnosno vrlo velikom gradijentu), što se npr. događa pri prolasku udarnih valova plazmenim sustavom.

Različite vrste plazmenih nestabilnosti pobuđuju različite vrste valova u plazmi i dovode do pojave različitih vrsta plazmenih turbulencija i oslobađanja elektromagnetskog polja. Neke od nestabilnosti mogu zbog kolektivnog ponašanja čestica neposredno stvoriti koherentno EM zračenje (npr. nestabilnost stošca gubitka). Međutim, kod većine nestabilnosti intenzivno koherentno zračenje posljedica je međudjelovanja različitih modova pobuđenih valova.



Osnove fizike plazme
ZADACI i PONAVLJANJE PRED
ZAVRŠNI ISPIT

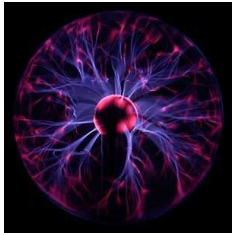


TOČNO / NETOČNO

Debyevo zasjenjenje čini plazme kvazineutralnima na skali duljina mnogo manjoj od Debyeve duljine.

Elektronske plazmene oscilacije rezultiraju električnim poljima, i ne-neutralnošću, na skalama mnogo manjim od Debyeve duljine.

Maksimalni sudarni parametar je velik broj u dobro definiranoj plazmi.



ODGOVORI

- Debyevo zasjenjenje čini plazme kvazineutralnima na skali duljina mnogo manjoj od Debyeve duljine.

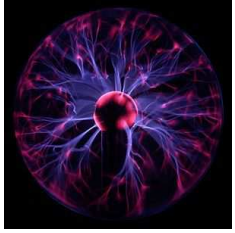
NETOČNO jer kvazineutralnost vrijedi za duljine mnogo veće od Debyeve duljine.

- Elektronske plazmene oscilacije rezultiraju električnim poljima, i ne-neutralnošću, na skalama mnogo manjim od Debyeve duljine.

NETOČNO jer se plazmene oscilacije javljaju samo za duljine mnogo veće od Debyeve duljine.

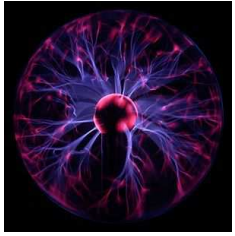
- Maksimalni sudarni parametar je velik broj u dobro definiranoj plazmi.

TOČNO



ZADACI ZA ZAGRIJAVANJE

- Izračunajte gustoću čestica zraka u Vašem dahu u 1 kubnom centimetru na sobnoj temperaturi od 23°C . (tlak u standardnim uvjetima je $p = 101325 \text{ Pa}$)
- Izračunajte gustoću čestica u vodi u 1 kubnom centimetru. ($M = 18 \text{ g/mol}$)



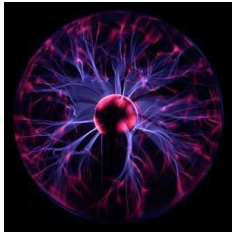
SUDARNI PROCESI

SUDARI IZMEĐU NABIJENIH I NEUTRALNIH ČESTICA

- Za sudare između nabijenih čestica i neutralnih čestica sila međudjelovanja ima vrlo kratki domet i proces raspršenja je sličan raspršenju od teške sfere.
- Ako su neutralne čestice teške sfere u mirovanju, srednja sudarna frekvencija je proporcionalna gustoći broja čestica neutralnog plina, sudarnom udarnom presjeku s neutralnim atomima i termalnoj brzini nabijenih čestica.

SUDARI IZMEĐU NABIJENIH ČESTICA

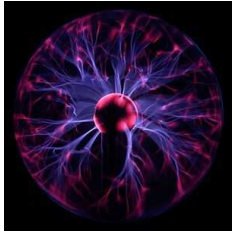
- S obzirom da je Coulombova sila dugog doseg, sudari između nabijenih čestica se kvantitativno razlikuju od sudara između nabijenih i neutralnih čestica.
- Za takve sudare se definira diferencijalni udarni presjek za raspršenje (elektron-ion) – Rutherfordova formula.



SUDARI - ZADACI

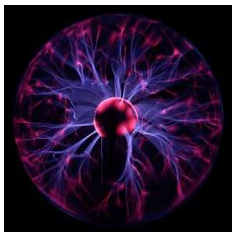
Izračunajte sudarnu frekvenciju za sudare elektrona i iona u plazmi u θ -pinchu ako su elektronska i ionska temperatura jednake vrijednosti i iznose 800 eV, a gustoća $n_0 = 10^{23} \text{ m}^{-3}$.

Izračunajte srednji slobodni put za elektrone u poluvodičkoj procesnoj plazmi gustoće $n_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ u kojoj su jednake elektronska i ionska temperatura ($T = 5 \text{ keV}$), ako su zadane sudarne frekvencije $\nu_{ei} = 2,8 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ i $\nu_{ee} = 1,4 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ (Naputak: Termalnu brzinu računati za 1 stupanj slobode.)

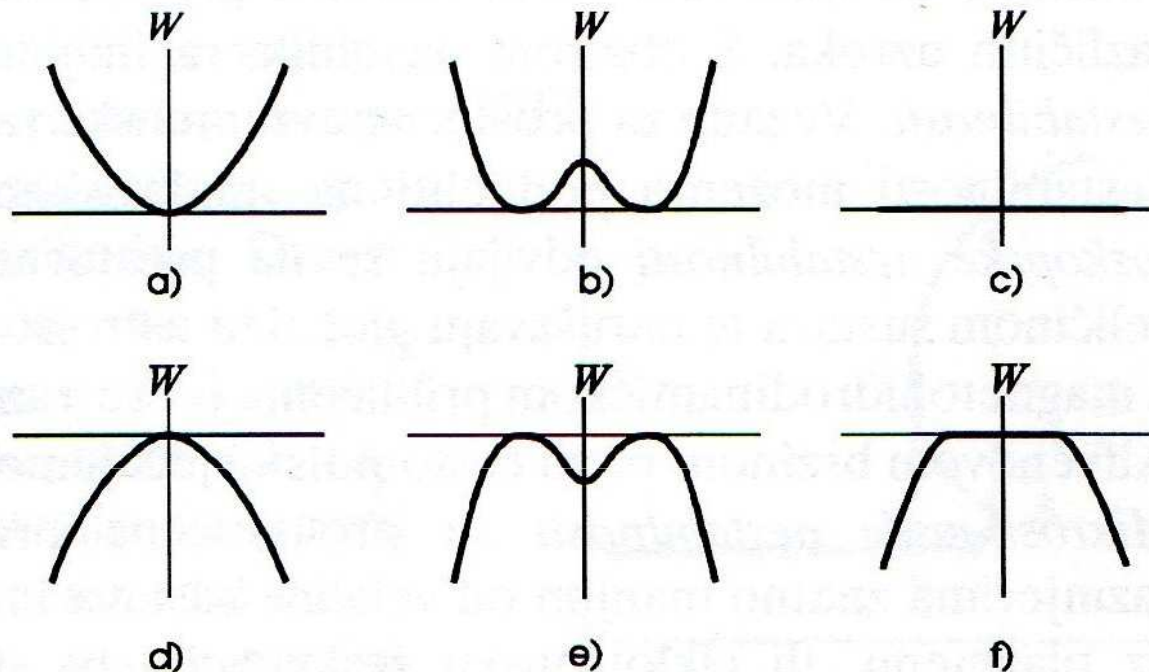


MAGNETOHIDRODINAMIČKI MODEL

- MHD model je primjenjiv samo kad je **razdvajanje naboja zanemarivo**.
- Uvjet za to je da je **prostorna skala** (duljina, prostorna koordinata) **veća od Debyeve duljine**, a **vremenska skala** (vrijeme, vremenska koordinata) **veća od inverzije plazmene frekvencije**.
- Kad razmatramo **nerelativistička i sporo varirajuća gibanja plazme pod djelovanjem mehaničkih i magnetskih sila**, onda je prikladno primjenjivati MHD model.
- Glavno ograničenje MHD modela je to da se **ne može primijeniti na visokofrekventne fenomene koji mogu uključiti razdvajanje naboja** (plazmene oscilacije ili elektromagnetski valovi u plazmi).



NESTABILNOSTI PLAZMENIH SUSTAVA



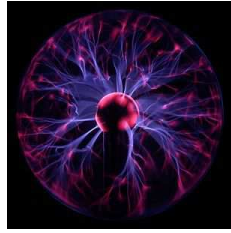
Čestica stabilna a)

Čestica linearno stabilna e)

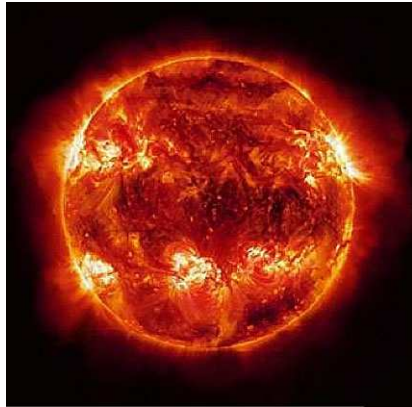
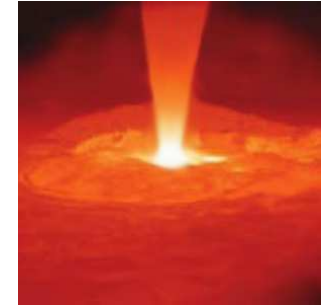
Čestica nestabilna d)

Čestica linearno nestabilna b)

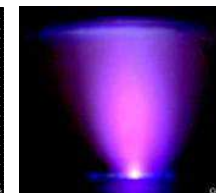
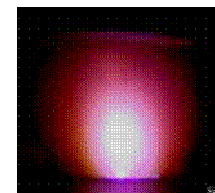
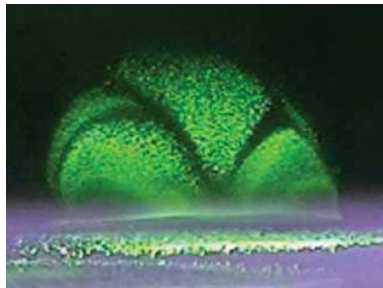
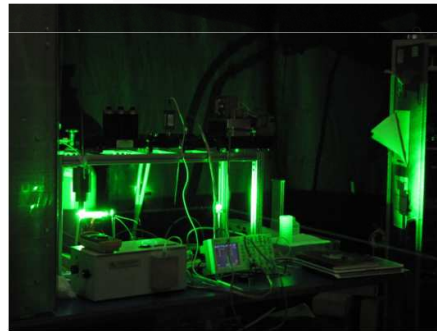
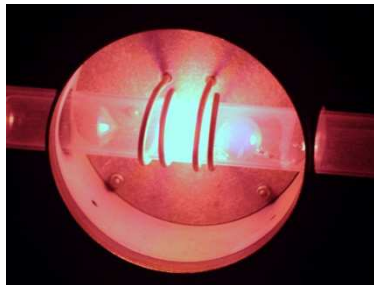
Čestica neutralno stabilna c), f)



Osnove fizike plazme



Thank you very much for your
attention

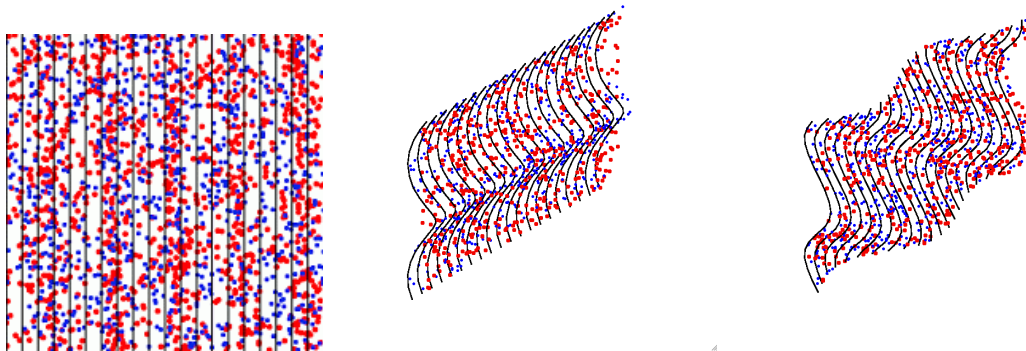


VALOVI U PLAZMI

UVOD

Plazma je složeni fluid koji može podržavati mnogo modova plazmenih valova. Povratna sila u svom djelovanju uključuje tlak, koji dolazi od kinetike čestica u plazmi, i električne i magnetske sile. Valni fenomeni su važni za grijanje plazme, za nestabilnost, dijagnostiku i ostalo.

https://sites.google.com/site/andrisvaivads/Andris_Vaivads/Plasma_waves



U vakuumu imamo samo jedan valni mod – elektromagnetski val s brzinom $c = \omega / k$, s dvije komponente (komponentom električnog polja i komponentnom magnetskog polja) koje titraju okomito na smjer širenja vala, odnosno na valni vektor k .

U zraku se i zvučni i elektromagnetski valovi šire. U plazmi će se i elektrostatski i elektromagnetski valovi širiti.

Perturbacija električnog polja povezana s valom je **paralelna smjeru širenja vala** $\vec{E} // \vec{k}$ pa nemamo magnetsku perturbaciju povezanu s valom:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

U zraku se zvučni valovi šire preko sudara. U visoko ioniziranoj plazmi se ti sudari javljaju preko vala električnog polja.

Postoji mnogo mogućih modova valova u plazmi jer fazna brzina vala ovisi i o valnoj frekvenciji i o kutu širenja u odnosu na pozadinsko magnetsko polje

Stoga moramo znati karakteristične frekvencije kao što su **elektronska plazmena frekvencija, elektronska ciklotronska frekvencija i ionska ciklotronska frekvencija** (kruženje elektrona i iona u magnetskom polju je različito zbog različitog predznaka naboja – različiti smjerovi): ω_{pe} , ω_{ce} i ω_{ci} .

VALOVI

Bilo koja sinusno oscilirajuća veličina, npr. gustoća n se može prikazati u imaginarnom obliku:

$$n = n_0 \exp(i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t))$$

Pogledamo izraz u Kartezijevim koordinatama: $\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$

Konstanta koja definira amplitudu vala je n_0 .

Važno je znati smjer širenja vala jer ako \vec{k} ima samo x komponentu, onda je:

$$n = \bar{n} \exp(i(kx - \omega t))$$

Tu je \bar{n} realno. Dogovorom je utvrđeno da u eksponencijalnom prikazu realni dio izraza predstavlja veličinu koju možemo mjeriti

FAZNA BRZINA I GRUPNA BRZINA

Fazna brzina je brzina kojom se konstantna faza vala širi prostorom.

$$\frac{d}{dt}(kx - \omega t) = 0 \qquad \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v_\phi$$

U prirodi nije moguće dobiti idealnu monokromatsku svjetlost, tj. valove točno određene frekvencije. Čak se i najbolji snop monokromatske svjetlosti sastoji od velikog broja ravnih valova kojima se frekvencija neznatno razlikuje od srednje frekvencije te grupe valova pri čemu ide od $\omega - d\omega$ do $\omega + d\omega$.

Budući da svaki od valova ima malo drugačiju faznu brzinu u sredstvu, grupa takvih valova gibat će se **grupnom brzinom**:

$$\frac{d\omega}{dk} = v_g$$

Grupna brzina može biti veća, manja ili jednaka faznoj brzini.

S obzirom da može doći do modulacije faze vala ili amplitude vala, ili polarizacije jer se ovdje radi o elektromagnetskim valovima, amplituda novonastalog moduliranog vala će biti različita od amplituda valova koji ga čine i taj novi val će se širiti grupnom brzinom.

Grupnu brzinu usko vežemo s konceptom **Poyntingovog vektora**.

OSCILACIJE PLAZME

Ako su elektroni u plazmi pomaknuti u odnosu na uniformnu pozadinu iona, električno polje će se početi stvarati u takvom smjeru da ponovo uspostavi neutralnost plazme. To će značiti da će elektroni biti povučeni natrag u svoje originalne pozicije.

Zbog svoje inercije, elektroni se neće zaustaviti u tom položaju već nastaviti gibati što će rezultirati titranjem elektrona oko položaja ravnoteže i to s karakterističnom frekvencijom poznatom kao **plazmena frekvencija**.

PRETPOSTAVKE:

1. Nema magnetskog polja
2. Nema termalnog gibanja ($kT = 0$)
3. Ioni su fiksirani (nepomični) na svojim položajima u prostoru i čine uniformnu raspodjelu
4. Plazmu možemo smatrati beskonačnom pa ne gledamo što će se dešavati u rubnim područjima
5. Pretpostavljamo da je gibanje elektrona samo u smjeru x -osi ($\vec{V} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i}, \vec{E} = E \vec{i}$)

Zaključujemo na osnovu ovog da nema fluktuirajućeg magnetskog polja i da se radi o **elektrostatskom titranju**.

Jednadžba gibanja i jednadžba kontinuiteta za elektrone su:

$$mn_e \left(\frac{\partial v_e}{\partial t} + (\vec{v}_e \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_e \right) = -en_e \vec{E} \quad (*)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_e \vec{v}_e) = 0$$

Plazmena frekvencija je:
$$\omega_p^2 = \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m}$$

Frekvencija ne ovisi o k :
$$\frac{d\omega}{dk} = v_g = 0$$

Pokaže se da se smetnja ne širi prostorom i grupna brzina $= 0$. To nam daje sliku neovisnog oscilatora

ELEKTRONSKI PLAZMENI VALOVI

Postoji drugi efekt koji može uzrokovati širenje plazmenog titranja – termalno gibanje. Elektroni se gibaju iz jednog područja plazmenog sustava u drugi sa svojim termalnim brzinama. Titranje plazme je zapravo **plazmeni val**.

To je povezano s gradijentom tlaka $-\vec{\nabla} p_e$ i taj član onda moramo uzeti u obzir u jednadžbi gibanja (*).

Ako gledamo za 1 dimenziju, broj stupnjeva slobode je 1: $\vec{\nabla} p_e = 3kT_e \vec{\nabla} n_e$

Frekvencija je:
$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3k^2 v_{th}^2}{2}$$

Ovdje je $v_{th}^2 = \frac{2kT_e}{m}$ izraz za termalnu brzinu.

Vidimo da frekvencija sada ovisi o k , te uz izraz za termalnu brzinu, dobijemo neku konačnu vrijednost grupne brzine, koja je manja od c :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{3k}{2\omega} v_{th}^2 = \frac{3v_{th}^2}{v_\phi}$$

ZVUČNI VALOVI

Zvučni valovi u običnom zraku:
$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} p \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

Stacionarna ravnoteža s uniformnim tlakom i gustoćom sredstva.

Uz pretpostavku da se radi o ravnom valu dobijemo izraz za brzinu zvučnih valova u neutralnom plinu:

$$\frac{\omega}{k} = c_s$$

Valovi su zapravo tlačni valovi koji se šire od jednog do drugog sloja preko sudara između molekula zraka.

U plazmi u kojoj nema neutralnih čestica i postoji samo mali broj sudara, se javlja isti fenomen koji nazivamo **ionski akustični val** ili jednostavno **ionski val**

IONSKI VALOVI

Ioni mogu transmitirati vibracije jedan drugome i bez sudara i to zbog svog naboja. Akustični valovi se mogu pojavljivati uz posredstvo električnog polja.

Ako se uzme u obzir gibanje masivnih iona, onda govorimo o niskofrekventnim oscilacijama, te pretpostavljamo da je gustoća broja elektrona jednaka gustoći broja iona, odnosno gustoći broja čestica u plazmi – koristimo **aproksimaciju plazme**:

$$n_i = n_e = n$$

Disperzijska relacija za ionske akustične valove nam daje brzinu zvuka u plazmi

$$\frac{\omega}{k} = \left(\frac{kT_e + \gamma_i kT_i}{M} \right)^{1/2} = v_s$$

1. Ioni doživljavaju 1D sudare u ravnom valu pa je $\gamma_i = 3$. Elektroni se gibaju tako brzo u odnosu na te valove da imaju vremena izjednačiti svoju temperaturu svugdje pa su izotermni i $\gamma_e = 1$.
2. $v_s = v_\phi$
3. Kad $kT_i \rightarrow 0$, ionski valovi još uvijek postoje.

USPOREDBA IONSKIH I ELEKTRONSKIH VALOVA

Za valove kraće valne duljine, uzimanjem $k^2 \lambda_D^2 \gg 1$, dobijemo:

$$\omega^2 = \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 M} = \Omega_p^2$$

Ovdje je Ω_p ionska plazmena frekvencija.

Za više frekvencije se ionski akustični valovi pretvaraju u valove konstantne frekvencije. **Elektronski plazmeni valovi**: bazično konstantne frekvencije, postaju i valovi konstantne brzine na velikim valnim vektorima k .

Ionski plazmeni valovi: bazično konstantne brzine, postaju i valovi konstantne frekvencije na velikim valnim vektorima k .

ELEKTROSTATSKE ELEKTRONSKE OSCILACIJE OKOMITE NA MAGNETSKO POLJE

Do sada smo pretpostavljali da je magnetsko polje = 0. Kad postoji magnetsko polje, javlja se mnogo tipova novih valova.

Definirati razliku pojmova koji će se koristiti:

- **Paralelno/okomito** – smjer valnog vektora u odnosu na smjer nesmetanog magnetskog polja
- **Longitudinalno/transverzalno** – smjer valnog vektora u odnosu na smjer oscilirajućeg električnog polja
- **Elektrostatsko/elektromagnetsko** – oscilirajuće magnetsko polje jednako 0 ili različito od 0

Elektronske oscilacije okomite na magnetsko polje – pretpostavke:

- ioni fiksirani
- $kT_e = 0$

Disperzijska relacija daje višu hibridnu frekvenciju:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2 = \omega_h^2$$

Elektrostatski elektronski valovi okomiti na magnetsko polje imaju tu frekvenciju, a oni duž magnetskog polja titraju plazmenom frekvencijom $\omega = \omega_p$.

Grupna brzina je 0 sve dok se zanemaruje termalno gibanje.

U fizikalnoj slici imamo 2 povratne sile na elektrone: elektrostatsko polje i Lorentzova sila. Povećanje povratne sile povećava frekvenciju u odnosu na plazmenu frekvenciju.

ELEKTROSTATSKI IONSKI VALOVI OKOMITI NA MAGNETSKO POLJE

PRETPOSTAVKE:

1. Gustoća broja iona i magnetsko polje su konstantne i uniformne veličine, i brzina i električno polje su $= 0$
2. Temperatura iona $= 0$
3. Elektrostatski valovi s $\vec{k} \times \vec{E} = 0$ takvi da je električno polje gradijent potencijala $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$
4. Električno polje u smjeru x -osi
5. Valni vektor je gotovo okomit na magnetsko polje čime se dopušta elektronima očuvanje elektroneutralnosti protokom duž magnetskih silnica

Disperzijska relacija za elektrostatski ionski ciklotronski val:

$$\omega^2 = \Omega_c^2 + k^2 v_s^2$$

Lorentzova sila daje novu povratnu silu koja povećava ionsku ciklotronsku frekvenciju Ω_c^2 .

ELEKTROMAGNETSKI VALOVI S MAGNETSKIM POLJEM = 0

Svjetlosni val u vakuumu – Maxwellove jednačbe s $j = 0$.

U plazmi s magnetskim poljem $= 0$ moramo dodati član sa strujom \vec{j}/ϵ_0 .

Disperzijska relacija za elektromagnetske valove koji se šire u plazmi, ali bez istosmjernog magnetskog polja:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2$$

1. Grupna brzina manja od c
2. Na velikim kc EM val postaje **običan svjetlosni val**
3. Ako je frekvencija vala manja od plazmene frekvencije, val se ne može širiti
4. Npr. kad radioval dosegne određenu visinu u ionosferi gdje je gustoća plazme dovoljno visoka, val se reflektira – moguće slanje signala na Zemlji

ELEKTROMAGNETSKI VALOVI OKOMITI NA MAGNETSKO POLJE

Razmatramo širenje elektromagnetskih valova kad je prisutno magnetsko polje. Valni vektor je okomit na magnetsko polje.

1. **O-valovi: Ordinarni valovi:** električna komponenta EM vala paralelna magnetskom polju

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2$$

2. **X-valovi: Ekstraordinarni valovi:** električna komponenta EM vala okomita na magnetsko polje

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \frac{c^2}{v_\phi^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_h^2}$$

Cutoff: indeks loma ide u 0 ili valna duljina postaje beskonačna.

Rezonancija: indeks loma ide u beskonačno ili valna duljina postaje 0.

ELEKTROMAGNETSKI VALOVI PARALELNI MAGNETSKOM POLJU

Disperzijske relacije za **R i L valove:**

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{1 - (\omega_c / \omega)} \quad \text{R val}$$

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{1 + (\omega_c / \omega)} \quad \text{L val}$$

R i L valovi su kružno polarizirani: R-desno, L-lijevo.

Električni vektor za R-val rotira u smjeru kazaljke na satu u vremenu gledano iz smjera magnetskog polja.

Rezonancija: za R-val kad je frekvencija jednaka ciklotronskoj frekvenciji elektrona; za L-val nema rezonancije za pozitivnu frekvenciju (da je uključeno gibanje iona, onda bi bila u rezonanciji za ciklotronsku frekvenciju iona).

Whistler mod: R-val u niskofrekventnom području, važan za proučavanje fenomena u ionosferi.

HIDROMAGNETSKI VALOVI

Niskofrekventne ionske oscilacije u prisustvu magnetskog polja.

1. **Alfvenov val:** hidromagnetski val paralelan magnetskom polju – fluid i silnice osciliraju zajedno ako su čestice povučene silnicama

$$\omega^2 = k^2 v_A^2$$

2. **Magnetosonički val:** okomit na magnetsko polje – ako magnetsko polje ide u 0, Alfvenova brzina ide u 0 i magnetosonički val prelazi u obični ionski akustični val; ako temperatura ide u 0, brzina vala ide u 0, tlačna sila nestaje i val postaje modificirani Alfvenov val

$$\frac{\omega^2}{k^2} = c^2 \frac{v_s^2 + v_A^2}{c^2 + v_A^2}$$

3. **Brzi hidromagnetski val:** fazna brzina veća od Alfvenove brzine