

(1)

## Paulijev princip isključenja i efekt Simetrije

Izgleda, kao i atom, može se nalaziti u osnovnom stanju (stanje najniže energije) kao i u nekom od uzbuđenih stanja (stanja više energije). Osnovno stanje odgovara atomskom trobojem je svaki nukleon u najnižem energetske nivou, a u skladu s Paulijevim principom isključenja:

- nukleoni ne mogu sudjelovati u interakcijama koje smanjuju njihovu energiju, jer su sve niže stanja zauzeta. Dovoljne su samo one interakcije koje povećavaju energetska stanja nukleona.

- samo jedna nuklearna čestica (nukleon) može zauzimati stanje određene energije (sa spinom  $\frac{1}{2}$ ), odnosno ne postoji (u određenom sustavu) dvije čestice s parne jednaki kvantnim brojevima ( $n, l, m, s, j$ )

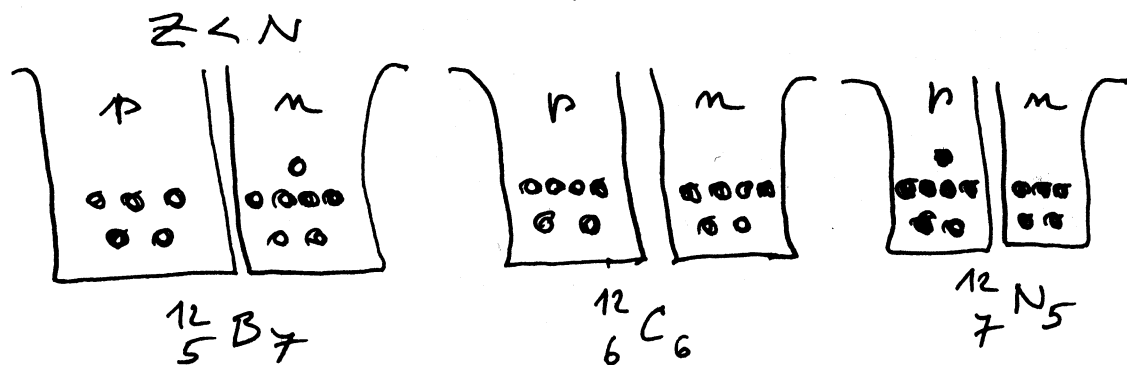
Paulijev se princip odnosi samo na čestice sa spinom  $\frac{1}{2}$ , koje se pojedinačno nazivaju fermionima (protoni, neutroni, elektroni, a ne na čestice sa spinom  $(0, 1, \dots)$  koje se zovu BOZONIMA

(2)

Bosoni, čestice sa cjelobrojnim spinom mogu postojati bez ograničenja stanja s jedinstvenim kvantnim brojevima.

### Primer za nukleone (fermione)

Prikazani su stanja jezgre  $^{12}_5\text{B}_7$ ,  $^{12}_6\text{C}_6$  i  $^{12}_7\text{N}_5$  koje su izobari (jedinstveni broj nukleona). Brojke - desni subscript označava broj neutrona.



Statistika fermiona posebno se odnosi na protone i posebno na neutrone. Za nukleone posebno su značajni kvantni brojevi  $n$  (glavni kvantni broj,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ),  $l$  (orbitalni kvantni broj  $l = 0, 1, 2, \dots$ ),  $j$  (ukupni - totalni orbitalni kvantni broj  $= l + s$  ili  $l - s$ , gdje  $s$  predstavlja kvantni broj spina nukleona -  $s = \frac{1}{2}$ ).

Za razliku od atoma kvantni broj  $l$  nije ograničen vrijednošću glavnog kvantnog broja  $n$ .

(3)

Osnovna stanja odredena je  $n \approx 1$   
 $\approx n = \pm 1/2$ , dakle mogu ga razumeti  
svaka 2 nukleona. To je označeno  $n$  po  
dva razmjerena kruga u svakoj od 6 potencijalnih  
jama na slici. Stanja se označavaju  
na sledeći način.

vrjednost kvantnog broja  $l$ :  $0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots$   
simbol koji označava stanje:  $s, p, d, f, g, h \dots$

Stanje  $s$  ( $l=0, s=j$ ) ima 2 mjesta  $j=s=+\frac{1}{2}$   
 $j=s=-\frac{1}{2}$

Stanje  $p$  ( $l=1, j=l+s, j=l-s$ ) ima 6 stanja

$j=l+s = 1+\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$  ima  $2j+1$  stanja  $= 2 \cdot \frac{3}{2} + 1 = \underline{4}$

$j=l-s = 1-\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  ima  $2j+1$  stanja  $= 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \underline{2}$

O ovome će biti više govora u jedinici  
koje govori o "ljubostom modelu jezgre".

Za sada treba moći da je najviše  
energetika razina  $n$  stanja  $1s$ . (1-jedan)  
koje da se stanje  $s \rightarrow [l=0, s=\pm 1/2, j=+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}]$   
pojavljuje prvi put, te da to stanje mogu  
Zanimati 2 nukleona, posebno 2 protone i  
posebno 2 neutrone, a to prihvati razmjerene  
krugovi na dva potencijalne jame.

④

Stanje  $1p$ , koje je slijedeće po redu (to stanje pojavljuje se po prvi puta), čine se ne dva energetska nivoa ( $p$  stanje,  $l=1$ ,  $j=l \pm 1$ ). Stanje  $j=l+1=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$  ima  $2j+1$  stanja = 4, koje su na istoj energetskej razini. To su slijedeće 4 zacrte na krugu, kojih maksimalno može biti  $2j+1=4$ . Stanje (još uvijek  $1p$ ) koje glasi  ~~$j=l-1$~~   $j=l-1=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$  ima mjesta za 2 nukleone ( $2j+1=2 \cdot \frac{1}{2}+1=2$ ) i na istoj energiji nalazi se isto stanje  $j=\frac{3}{2}$ .

Te slike volimo da se 7. neutron u jezgri  $^{12}_5B_7$  može nalaziti u stanju više energije ( $j=l-1=1/2$ ). Jerge  $^{12}_6C_6$  ima jednak broj neutrona i protona i oni su razmjerno prve dva (najniža) stanja. Jerge  $^{12}_7N_5$  ima jedan proton u višem ( $j=\frac{1}{2}$ ) stanju. Drugim riječima  $^{12}_6C$  ima istu energiju kao druga dva izobara, što znači da su oni kandidati za  $\beta^+$  i  $\beta^-$  raspade, a kojim bi postali  $^{12}_6C$  koje je nižeg energetskog nivoa i zato je stabilnija.

(5)

## MODEL KAPLJICE

Energija vezanja nukleusa - jezgre  $E_B$  ona je energija koju bi trebalo utrošiti na razbijanje jezgre na sve slobodne konstituente, protone i neutrone, no ujedno je to energija koja bi se oslobodila pri slaganju svih slobodnih nukleona u doblanu jezgru. Ona je izračunava

$$\text{kao } E_B = (Zm_p + Zm_e + (A-Z)m_n - M)c^2$$

U navedenoj relaciji zamjenjena je energija vezanja elektrona u atomu, a  $M$  predstavlja mjerenu masu atoma  ${}_Z^AX$  kao cijele. Teoretski ukupna energija vezanja mogla bi se direktno mjeriti postupkom odvajanjem svih nukleona, no to nije praktički izvedivo. Puno je lakše odrediti energiju vezanja pojedinog nukleona, primjerice jednog neutrona, uporedbom energije vezanja dvojn jezgre koje se razlikuju za jedan neutron (dva izotopa  $\sim A$  i  $A-1$  neutron).

Primjer: Energije vezanja  ${}^{16}_8\text{O}$  i  ${}^{17}_8\text{O}$  iznose redom 127,6 MeV i 131,8 MeV. Kolika je energija odvajanja jednog neutrona iz  ${}^{17}_8\text{O}$ ?

$$E = 131,8 \text{ MeV} - 127,6 \text{ MeV} = 4,2 \text{ MeV},$$

a to je upravo njegova energija vezanja.



(6)

Model kapijice osniva se na sličnosti nuklearne jezgre i kapijom vode, jednakaom gustoćom bez obzira na veličinu, sferni oblik i kratki domet sile među nukleonima koji je sličan (ne po iznosu već samo po prirodi) kratkom dometu sile koje običe molekule vode u kapijici. Kratki domet kojim se odjeljuje samo na susjedne nukleone (molekule vode) upravo je odgovoran za jednaku gustoću jezgre (kapijice vode). Osim sličnosti postoje i razlike, molekule vode nisu mobilne, a ~~u~~ k tome u mikromijetu vladaju zakoni kvantne mehanike koji nose dodatne razlike. Umesto razlika model kapijice formuliran u tzv. "Semiempiričkoj formuli" koja nosi ime Weizsäcker-ove semiempiričke formula pokorao se vrlo korisnim za određivanje energije vezanja, za proračun energije fuzije i fisije kao i za određivanje najstabilnijih izotopa. Formula se sastoji od 5 članova. Ydemo redom:

— Prvi član kaže da je energija vezanja nukleusa proporcionalna broju nukleona

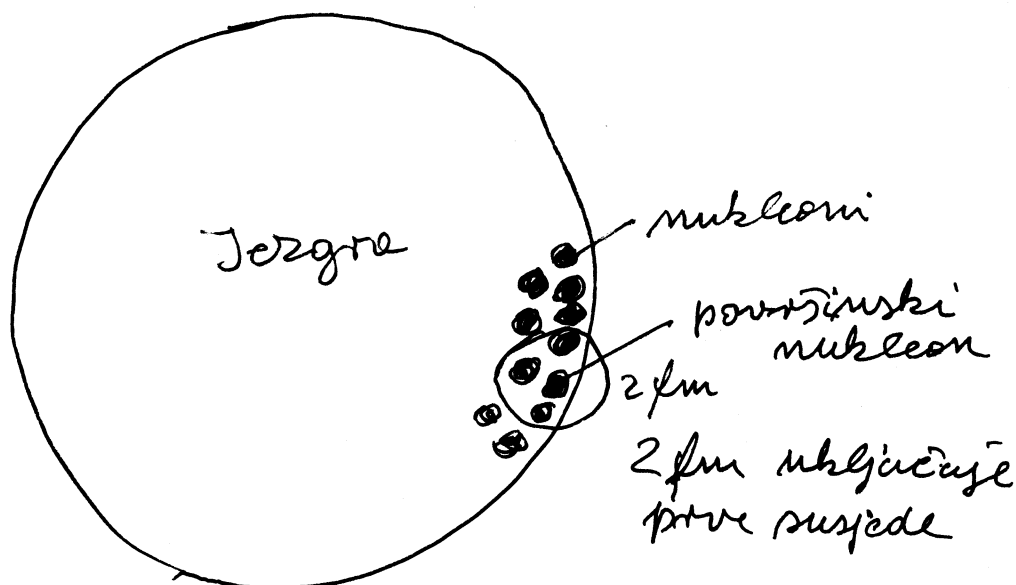
$$E_B \propto a A$$

(1)

(7)

Toj se član meriwa volumnim članom,  
a koeficijent  $a$  je konstanta  $a > 0$ .

— Drugi član unosi korekciju energije vezanja  
ovih nukleona koji su na površini jezgre,  
jer se oni privlače samo sa susjednim  
nukleonima koji su unutar kopljice a niste  
ih ne privlače izvan nje. Smatra se da  
se privlačna sila osjeća unutar doseg od  
 $2 \text{ fm}$ .



Slika 1. Prikaz distribucije nukleona u jezgri.

Korekcija energije vezanja je negativna i  
proporcionalna je površini jezgre:

$$4\pi R^2 = 4\pi R_0^2 A^{2/3} \quad (2)$$

Slijedi prva korekcija:

$$E_B = aA - bA^{2/3} \quad (3)$$

(8)

Konstante  $b$  &  $c$  jednako kao i konstanta  $a$  biti određene eksperimentalno.

- Činjenica da se u slučaju jezgre radi o nabijenoj kuglici, s česticama istog imena naboja (protom) koje se odbijaju, a elektroni magnetske su sile dalekog doseg, što se vidi od protone odbija se svakim preostalom u jezgri, izvorava treći član. On se bazira na činjenici da su protoni jednoliko raspoređeni unutar jezgre dimenzije (radiusa) proporcionalnim  $A^{1/3}$

$$E_B (\text{Kulovski član}) = c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (4)$$

Kulovski član također umanjuje energiju vezanja pa tool 3 prve članove formule glase:

$$E_B \approx aA - bA^{2/3} - c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (5)$$

- Prije spomenuti efekt simetrije favorizira jezgre s jednolikim brojem protone i neutrone. Stoga je korektivni član kod se radi o različitim brojevima protone i neutrone izvorom razlike  $(Z-N)$  Radon kao

$$E_B (\text{simetrija}) = d \frac{(Z-N)^2}{A} + d' \frac{(A-2Z)^2}{A} \quad (6)$$



(9)

- Kvantno mehančki efekt spinnovanja (spinova nukleona) favorizira jezgre s parnim brojem protona i parnim brojem neutrona, koje se zovu parno-parne jezgre. Drugim riječima jezgre s neparnim brojem protona (ili neutrona) slabije su vezane (manja energija vezanja) od parno parnih. Taj član glasi:

$$E_B(\text{parnost}) = \delta e \frac{1}{A^{1/2}} \quad (7)$$

$\delta$  poprime 3 vrijednosti:

$\delta$	Z	N
1	PARAN	PARAN
0	PARAN ili NEPARAN	NEPARAN ili PARAN
-1	NEPARAN	NEPARAN

Ukratko  $\delta = 1$  za parno-parne, 0 za neparno-parne (parno-neparne) i  $-1$  za neparno-neparne jezgre.

Semiempirijske formule za energiju vezanja jezgre konocno glasi:

$$(8) \quad E_B = aA - bA^{2/3} - c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - d \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta e \frac{1}{A^{3/4}}$$

ili u obliku  $\frac{E_B}{A}$  energije vezanja po nukleonu

$$\frac{E_B}{A} = a - bA^{-1/3} - c \frac{Z^2}{A^{4/3}} - d \frac{(A-2Z)^2}{A^2} + \delta e \frac{1}{A^{7/4}} \quad (9)$$

Relacije (8) i (9) uzimaju u obzir ne poznate efekte na energiju vezanja jezgre. Konstante  $a, b, c, d, e$  odredene su tako da najbolje opisuju eksperimentalno utvorenu ovisnost energije vezanja o broju protona i neutrona, hoće se da su "fitane" prema eksperimentu, čiji smo grafički prikaz vidjeli na sl. 1 u poglavlju "Nuklearne strukture".

Yoshida komplet konstanti koji dobro opisuju graf na sl. (1-1) glasi:

$$a = 14,1 \text{ MeV}$$

$$b = 13,0 \text{ MeV}$$

$$c = 0,58 \text{ MeV}$$

$$d = 19,3 \text{ MeV}$$

$$e = 33,5 \text{ MeV}$$

Relaciji (8) i (9) jednostavno može dati odgovor na pitanje kolika je energija vezanja bilo koje jezgre ( ${}^A_ZX$ ), koji je najpovoljniji broj neutrona ( $A-Z$ ) za element rednog broja  $Z$ , te kolika je energija vezanja jednog nukleona u jezgri.

### Model ljusaka

Finu strukturu grafa na slici (1-1), dakle pojedinu "krapavost" same krivulje s pojedinim "spicima" - vrhovima, model ljuske ne može objasniti. Alternativan model koji u tome

uspeva jest Guskosti model jezgre,  
prema treba reći da je za nalaženje  
prvi spomenutih karakteristika jezgre  
prethodni model kopije.

Guskosti model počiva na analogiji  
s prethodno otkrivenim energetskim razinama  
u atomu. Svaki je nukleon identifikovan  
svojim vlastitim kvantnim brojevima (a čemu  
smo nešto rekli u poglavlju "Paulijev princip  
isključivanja i efekt simetrije". Međutim  
potpuna analogija nije moguća, zbog razlike  
u potencijalima u kojem su elektroni u  
atomu, a to je kulovski potencijal  $\frac{kZe^2}{r}$   
( $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ), drugočiji od potencijala  
nukleona u potencijalnoj jami jezgre.

Elektroni u atomu razvijaju stanja odve-  
stene glavnim kvantnim brojem  $n$  (koji poprima vrijednosti 1, 2, ...,  $n$ ), orbitalnim  
kvantnim brojem  $l$  (koji može poprimiti vrijednosti  
0, 1, ...,  $n-1$ ), magnetskim kvantnim brojem  
 $m$ , koji govori o vrijednosti projekcije  $l$  - a  
na izabranu os  $z$  [  $m = -l, (-l-1), \dots, 0, 1, 2, \dots, (l-1), l$  ] te konačno kvantnim brojem  
spine  $s = \pm 1/2$ .

U jezgri atoma glavnu ulogu igra unutarnji  
kvantni broj  $j = l \pm s$ , a broj nukleona  
(posebno protone i posebno neutrone) koji mogu

(12)

Zauzimate stanje kvantnog broja  $j$  iznosi  $(2j+1)$ , a ako kvantni broj  $j$  razvima 2 stanja,  $j = l + \frac{1}{2}$  i  $j = l - \frac{1}{2}$ , sledi

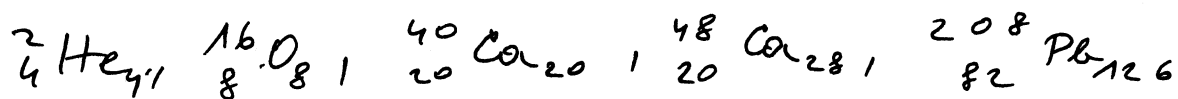
da puni broj nukleona jednako kvantnog broja  $j$  iznosi  $[2(l + \frac{1}{2}) + 1]$  i  $[2(l - \frac{1}{2}) + 1]$ ,

sveukupno  $(2l + 1 + 1) = 2l + 2$  i  $(2l) = 2l$ .

To znači da bi energetska razina u jezgri karakterizovan kvantnim brojem  $l=0$  zauzimala 2 nukleona (posebno protoni i posebno neutroni), a da  $l=1$  taj bi broj iznosio  $4 + 2 = 6$ , i t. d.

Analogijom, atomima pojavljivale bi se situacije potpuno poverenih "ljusaka" - energetske razine karakterizovane kvantnim brojevima ( $n$  - glavni kvantni broj i  $j$  koji uključuje kvantne brojeve  $l$  i  $s$ ), koje bi imale najnižu energiju i potpuno stabilno stanje koje se toga sledi. U atomu tu situaciju imaju elementi plinovi (He, Ne, Kr, Xe, Rn) koji imaju potpuno potpunu vanjsku ljusku (koje je odgovorna za hemijske reakcije) pa je zbog toga hemijski neaktivna, nema hemijskih interakcija, jer bi one sve vodile do povećanja energetske razine - nivoa, a to je u fizici zabranjen tip.

Slično je u nuklearnim jezgama opazeno postojanje odvojenih stanja koja su ekstremno stabilna, i ona su karakterizirana tzv. "magičnim brojem" protona ili neutrona, a posebno su stabilna stanja s dva magična broja, jednog za protone i drugog za neutrone, oni mogu biti isti (za lake jezgre), no mogu se i razlikovati (za teže). Primjeri za jezgre koje imaju dvostruke magične brojeve i posebno su stabilne su:

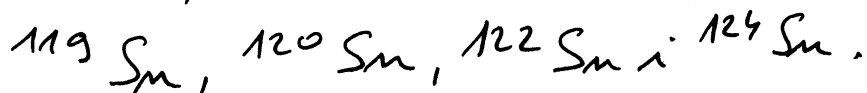
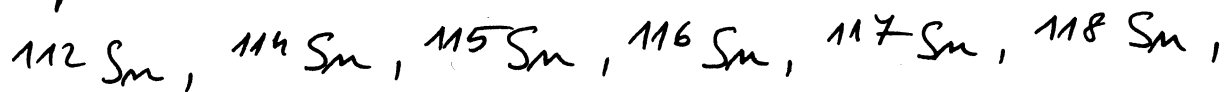


Magični brojevi u nuklearnoj fizici su redom: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Njihovo postojanje je potvrđeno kroz mnogo opažanja:

1) Jezgre s magičnim brojem protona ili neutrona imaju mnogo stabilnih izotopa.

Na pr. a) Kao što  ${}^{50}\text{Sn}$  ima 10 stabilnih i prirodni nulelektrnih izotopa:



b) Izotomi s  $N=82$  imaju 7 stabilnih izotopa.

2) Stabilni elementi ne broju prirodni

(14)

radioaktivnih mirova imaju magični broj neutrona ili protona. Torijski, uranjski i aktinjski mir razlikuju se, Olovom koji ima magični broj od 82 protona, dok umjetni neptunjev mir razlikuje se s bismutom koji ima magičnih 126 neutrona.

3) Udarni presjek za apsorpciju neutrona razlikuje se magičnim brojem neutrona mnogo je manji od onog za rasprskne izotope.

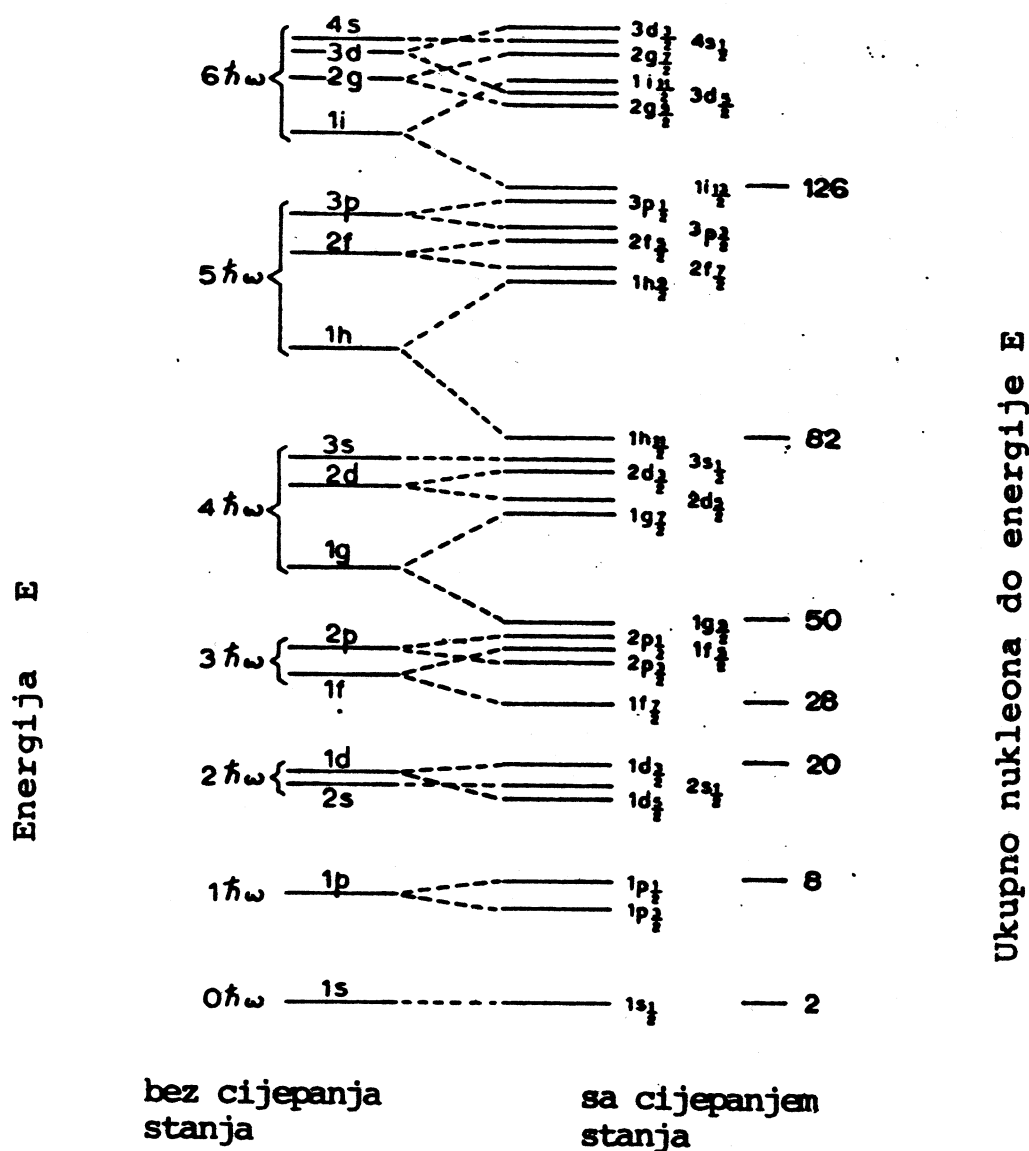
4) Energija vezanja razlikuje se neutrona u jezgri s magičnim brojem više 1 ( $N_{mag}+1$ ) znatno je manja u usporedbi s od onaj u jezgri s  $N_{mag}$  (magičnim brojem neutrona).

Zbog nepostojanja razmjera s točnom nuklearnom potencijal, rađeni su točnici u kojima je nuklearni potencijal jednakom s potencijalom pravokutne potencijalne jame, u kojima je on zamišljen kao tzv. harmonički potencijal, te s potencijalom koji po obliku spada između jednog i drugog. Najviše energije (osnovnog stanja) iznosi  $\frac{3}{2} \hbar \omega$ , a zatim raste s glavnim kvantnim brojem  $n$  kao  $\frac{3}{2} \hbar \omega + 0 \hbar \omega, +1 \hbar \omega, \dots$  i to.

Dobivene energetske stanja i pripadna spektroskopska stanja prikazana su u lijevom

stupen označenom kao "bez cijepanja stanja".  
 Vidi se da stanja na energijskoj skali  
 rastu od 1s stanja ( $n=1, l=0$ ), preko  
 1p ( $n=2, l=1$ , potanje pojavljuje se prvi  
 puta i t. d.). Oporzene magične brojeve  
 daje pretpostavka o rascijpu (energijskom)  
 cijepanju stanja zbog interakcije unutarnjeg  
 kvantnog broja  $j$  (koji je označen kao  
 subscript stanja —  $1d_{5/2}$  odgovara stanju  
 $d \Rightarrow l=2$  i  $j = \frac{5}{2} = l + \frac{1}{2}$ ) i spine  
 stanja. Po pretpostavci sa koju su  
 H. G. Mayer i J. N. D. Jensen dobili Nobelovu  
 nagradu, spomenute interakcije cijepa  
 stanja istog kvantnog broja na više  
 stanja ( $j+1$ ) i na više stanja ( $j-1$ ), dakle  
 $(j + \frac{1}{2})$  i  $(j - \frac{1}{2})$ . Na taj način više  
 stanja (vidi sliku)  $1f_{7/2}$  odvoje se u  
 1f grupi čineći magični broj 28. Slično  
 se događa sa stanjem  $1g_{9/2}$  koje se odvoje  
 čineći novi magični broj 50.

# Objašnjenje "magičnih" brojeva u okviru ljuskastog modela jezgre

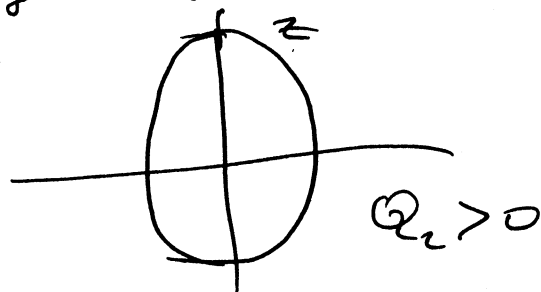
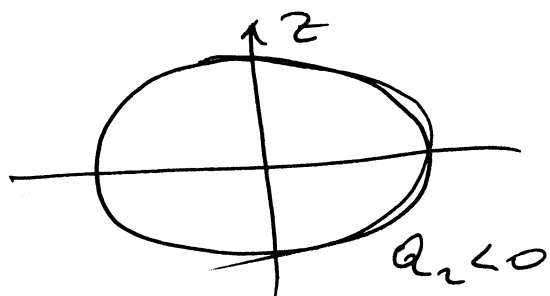


Na slici sasvim lijevo glavni kvantni broj pomnožen s  $\hbar\omega$  daje energiju ljuske iznad najniže moguće tj.  $3/2 \hbar\omega$ . Takodjer lijevo, vidi se da se stanja različitih orbitalnih kvantnih brojeva unutar jedne ljuske nešto razlikuju u energiji. Takav se redoslijed dobiva za potencijalnu jamu koja se po obliku nalazi izmedju pravokutne potencijalne jame i harmoničkog potencijala. Sam harmonički potencijal daje stanja iste energije unutar jedne ljuske. Dolje desno prikazano je cijepanje stanja prema relativnoj orijentaciji spina i orbitalnog momenta količine gibanja. Razabire se kako ovo cijepanje, uz prikladan izbor intenziteta cijepanja, daje grupiranje stanja i magične brojeve popunjavanjem i zatvaranjem tih grupa stanja.



## Oblik atomske jezgre

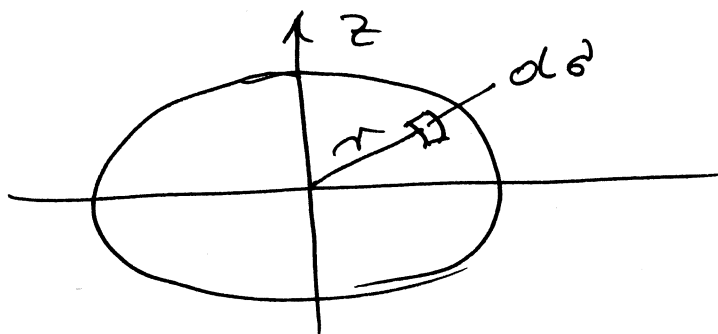
Atomske su jezgre približno sferične, u nekim područjima one poprime oblik elipsoida koji može biti spljosten ili izdužen. Mjerilo odstupanja od kugle (sfere) izražava kvadrupolni moment jezgre  $Q_2$  koji se mjeri u  $\text{cm}^2$ . On za sferni oblik iznosi  $(Q_2 = 0)$ , za spljosten oblik on je negativan  $(Q_2 < 0)$ , a za izduženi oblik je pozitivan  $(Q_2 > 0)$ . Ona koja se to odnosi na je rotacijske simetrije jezgre, po odgovarajuću ravninu  $z$ -osi.



Kvadrupolni moment računa integralom

$$Q_2 = \frac{1}{Q} \int \rho \cdot (3z^2 - r^2) d\tau$$

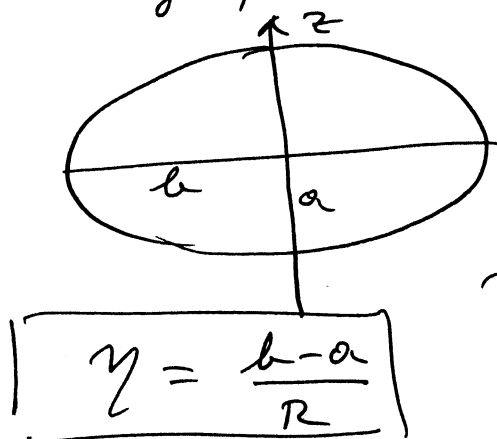
u kojem je  $Q$  ukupni naboj jezgre,  $\rho$  - gustoća naboja,  $r$  - vektor do elementa volumena  $d\tau$



Potencijel oblake naboja skrajno simetričan  
oko osi  $z$  može se izraziti u obliku  
razvoja gdje prvi član govori o naboju  
u centru oblake, drugi o dipolnom momentu  
raspodjele naboja u oblaku, treći o odstupanju  
oblake naboja od sfernog oblika, i t.d.

Dipolni moment jezgre ne postoji jer u njoj  
nema (+) i (-) naboja, već je naboj izotopski,  
Beto- kao slučajci to rješavaju dobri kvadrupolni.  
Stvari se međutim kompliciraju  
jer se u nju mora uključiti kvantna meha-  
nika, no to prelazi okvir našeg kursa.

Recimo da se  $Q_2$  kao elipsoid s poluosima  
 $a$  i  $b$  uz pretpostavku konstantne gustoće  
naboja, dobiva se:



$$Q_2 = \frac{4}{5} Z \eta R^2 \text{ gdje}$$

$\eta$  predstavlja elipsoidnost  
raspodjele naboja;  $a$  i  $R$  srednji  
radius jezgre.  $R = \frac{b+a}{2}$   
 $Z$  je broj protona u jezgri.

Najveće odstupanje od sfernog oblika jezgre  
iznosi 0,18, to jest poluosi se razlikuju za 18%.

Kvadrupolni momenti jezgare povereni  
su u modelom ljuske. Naime, općenito je  
da:

- 1) Parno neparne jezgre kod kojih je broj neparnih nukleona u blizini mogućih brojeva, imaju vrlo male kvadrupolne momente.
- 2) Jezgre s brojem neparanih nukleona iznad mogućnog broja ima pozitivan  $Q_2$ , to jest ona je izdužena, a jezgre s brojem neparanih nukleona ispod mogućnog broja je spljoštena.

Zaključak je da jezgre s mogućim brojem neparanih nukleona imaju sferni oblik.

### Moment količine gibanja i magnetska svojstva jezgre

Momenti veličine gibanja jezgre su kvantizirani i zadovoljavaju jedinstvenu pravilu kod n atoma. Ukupno se moment označava velikim slovom  $\vec{J}$ , a nastaje vektorskim zbrajanjem orbitalnog momenta  $\vec{L}$  i spina  $\vec{S}$ .

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

Vrijednosti projekcije na intenzitet (po definiciji je to  $z$  os),  $J_z$ , su u jedinicama  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  su:

$$-J, -(J-1), -(J-2) \dots -1, 0, 1, \dots (J-1), J$$

Ukupno je  $2J+1$  projekcija, a ukupno imamo momente je  $|J| = \hbar \sqrt{J(J+1)}$

Ukupan moment količine gibanja nukleona  
j' dobiva se složenjem njegovog orbitalnog  
momenta ornoćenog kvantnim brojem  $l$  i  
samoj spina  $j = l \pm 1/2 = l \pm 1/2$

(+) ornoćava paralelnu, a (-) antiparalelnu  
orijentaciju. Jergre s parnim brojem protone  
i neutrone (parno-parne jergre) imaju  
spin  $s=0$  (u osnovnom stabilnom stanju).

Doda li se takovoj jergri jedn nukleon  
spin se razlikuje od nule, što knoči da spin  
ohlozi samo od njega.

Magnetski moment veru je s orbitalnim gibanjem.

$$\vec{\mu}_L = \frac{e}{2m} \vec{L} \rightarrow \text{origidi za elektrone}$$
  
kao i  $\vec{\mu}_S = \frac{e}{m} \vec{S}$ . Za protone u jergri  
imamo analognu veru  $\vec{\mu}_L = \frac{e}{2M} \vec{L}$ , gdje  $M$   
predstaveja masu nukleona (protone). Orbitalno  
gibanje neutralnog neutrona ne rezultira  
magnetskim momentom, što je razumljivo.

Meotutim, magnetski moment neutrona zbog  
njegovog spina postoji i po njemu se neutron  
ponosa kao negativno nabijena čestica. Opdenuo  
se vere izmestu mag. momenta i količine

gibanja izrazava kao  $\vec{\mu}_L = g_L \frac{e}{2M} \vec{L}$  i

$$\vec{\mu}_S = g_S \frac{e}{2M} \vec{S}$$

goje su  $g_L$  i  $g_S$  tzv. nuklearni  $g$ -faktori,  $e$  i  $M$  naboj i masa nukleona. Vrijednosti  $g$  faktora prikazane su u tabeli:

Čestica	$g_L$	$g_S$
proton	+1	5,585564
neutron	0	-3,82630

Projekcije magnetskih momenata na os kvantizacije ( $z$ -os) iznose

$$\mu_{Lz} = g_L \frac{e}{2M} \hbar \cdot m$$

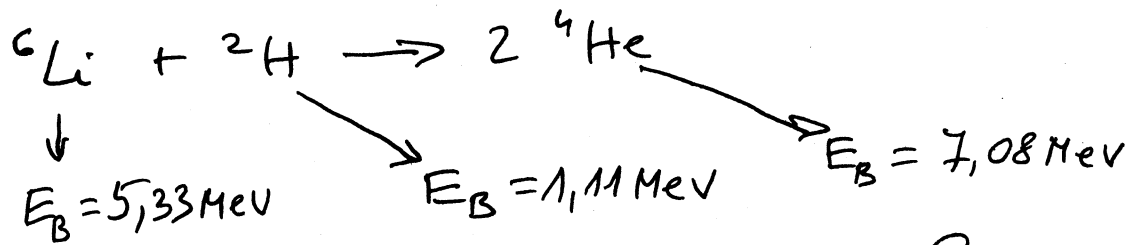
$$\mu_{Sz} = g_S \frac{e}{2M} \hbar \cdot s$$

$m$  je magnetski kvantni broj koji govori o orijentaciji mag.-momenta prema istaknutoj ( $z$ ) osi. On poprime  $2L+1$  vrijednost  $(-L, -(L-1), \dots, (L-1), L)$ , dok  $s$  poprime samo dvije,  $\pm \frac{1}{2}$ .

Kod elektrona se  $\frac{e\hbar}{2m}$  zove Bohrov magneton, a to je u atomskoj fizici jedinica za mag.-moment atoma (elektrona). Analogno se veličina  $\frac{e\hbar}{2M}$  zove nuklearnim magnetonom a one je 1840 puta manje od Bohrovog jer je da taj faktor veći  $M$  od  $m$ .

(22)

Zadatok 5.



$$6 \cdot 5,33 \text{ MeV} + 2 \cdot 1,11 \text{ MeV} = 8 \cdot 7,08 \text{ MeV} - Q$$

$Q$  = energija reakcije → nintore

$$Q = 8 \cdot 7,08 - 5,33 \cdot 6 - 2 \cdot 1,11 = 22,62 \text{ MeV}$$


---

Zadatok 6

 $\frac{50}{23} \text{ V}$ 

$$\frac{E(\text{MeV})}{A} = 14,1 - 13 \cdot 50^{-1/3} - 0,58 \cdot \frac{23^2}{50^{4/3}} -$$

$$- 19,3 \cdot \frac{(50-46)^2}{50^2} + 33,5 \cdot \frac{1}{50^{7/4}} = 8,65 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \frac{200}{80} \text{ Hg} \quad \frac{E(\text{MeV})}{A} = 14,1 - 13 \cdot 200^{-1/3} - 0,58 \cdot \frac{80^2}{200^{4/3}} -$$

$$- 19,3 \cdot \frac{(200-160)^2}{200^2} + 33,5 \cdot \frac{1}{200^{7/4}} = 7,8 \text{ MeV}$$

# Zadatok 7

$$a) \quad \frac{dE}{dZ} = -0,58 \frac{1}{A^{1/3}} \cdot 2Z - \frac{19}{A} \cdot 2 \frac{(A-2Z)}{1} \cdot (-2) = 0$$

$$-1,16 \frac{Z}{A^{1/3}} + 4 \cdot 19 \left(1 - \frac{2Z}{A}\right) = 0$$

$$Z \left( \frac{1,16}{A^{1/3}} + \frac{152}{A} \right) = 76$$

$$Z \frac{1,16 A^{2/3} + 152}{A} = 76$$

$$Z = 76 \cdot \frac{A}{152 + 1,16 A^{2/3}} = \frac{A}{2 + 0,0152 A^{2/3}}$$

$$b) \quad \frac{A-Z}{Z} = \frac{2A + 0,0152 A^{5/3} - A}{2 + 0,0152 A^{2/3}} \cdot \frac{2 + 0,0152 A^{2/3}}{A}$$

$$\frac{A-Z}{Z} = 1 + 0,0152 A^{2/3}$$

Zadatok 8. Treba konvertirati grafički prikaz energetske stanje i pripadnih kvantnih brojeva za model ljuske

${}^7_3\text{Li}$  — 3 protone  $\Rightarrow$  2 protone na  $1s_{1/2}$   
1 proton na  $1p_{3/2}$

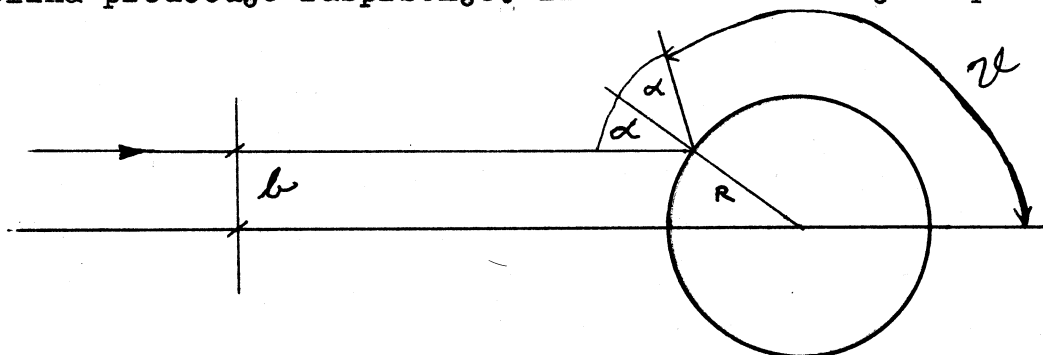
4 neutrone 2 neutrone na  $1s_{1/2}$   
2 — 11 — na  $1p_{3/2}$

---

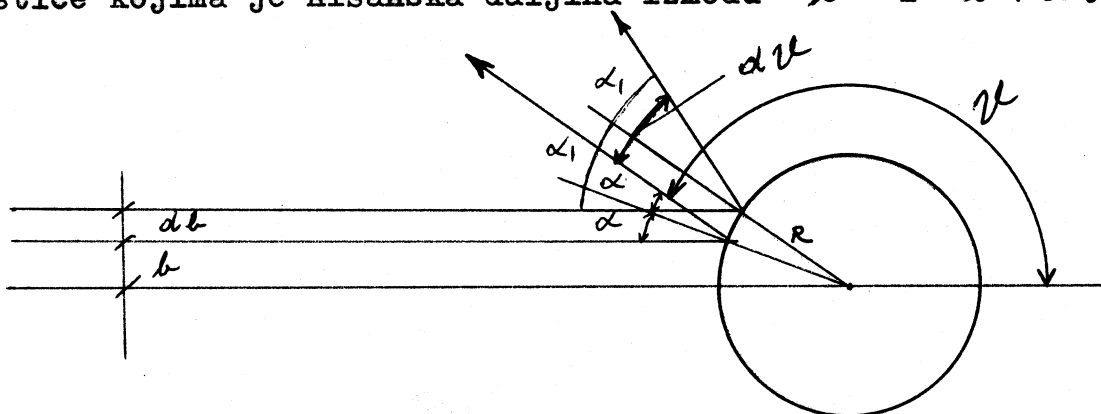
${}^{13}_6\text{C}$  6 protone, 2 na  $1s_{1/2}$  i 4 na  $1p_{3/2}$   
7 neutrone — 11 — — 11 —  
1 proton i neutron na  $1p_{1/2}$

- 9/  ${}^3_1\text{H}$  - neutroni su spareni u  $1s_{1/2}$  stanju, te moment vrtnje dolazi od jednog nesparenog protona, dakle  $s_{1/2}$   
 ${}^{17}_8\text{O}$  - ima 8 sparenih protona i 9 neutrona, dakle zadnji neutron nalazi se sam u stanju  $1d_{5/2}$   
 ${}^{29}_{14}\text{Si}$  - protoni se nalaze svi do zaključno  $1d_{5/2}$  podljuske, koju potpuno ispunjuju. Neutrona ima jedan više, te je moment vrtnje doprinos jednog neutrona na  $2s_{1/2}$  podljusci.

10/ Slika predočuje raspršenje. Iz zakona sačuvanja impulsa



slijedi da je kut upada jednak kutu odboja. Definiramo kut raspršenja  $v$ , kao kut određen smjerom brzine upadne čestice i smjerom brzine raspršene čestice. Uvodimo još i pojam nišanske daljine  $b$ . To je udaljenost pravca duž kojeg čestica nalijeće na kuglu i paralelnog pravca koji prolazi kroz središte kugle. Druga slika će nam pomoći da odredimo broj čestica raspršenih u neki kut. Sve upadne čestice kojima je nišanska daljina između  $b$  i  $b+db$



raspršit će se unutar kuta  $v$  i  $v+dv$ . Neka je broj tih čestica  $\Delta N$ , a upadni tok čestica  $N$ . Pišemo predznak minus, jer za pozitivni  $db$  imamo negativni  $dv$

$$\Delta N = N \cdot 2\pi b db = N \cdot 2\pi b \left( - \frac{db}{dv} dv \right)$$



Jednostavnim transformacijama dobivamo:

$$\Delta N = -N \cdot 2\pi b \frac{db}{d\vartheta} \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{\sin \vartheta}$$

$2\pi \sin \vartheta d\vartheta$  je jednako prostornom kutu  $d\Omega$

dakle 
$$\Delta N = -N b \frac{db}{d\vartheta} \frac{d\Omega}{\sin \vartheta}$$

Diferencijalni udarni presjek je po definiciji:  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta N}{N d\Omega}$

Iz prve slike slijedi :  $R \sin \alpha = b$

$$2\alpha + \vartheta = \pi \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2}$$

$$R \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2} \right) = b$$

$$R \cos \frac{\vartheta}{2} = b \Rightarrow \frac{db}{d\vartheta} = -\frac{1}{2} R \sin \frac{\vartheta}{2}$$

dakle 
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = R \cos \frac{\vartheta}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} R \sin \frac{\vartheta}{2} \right) \frac{1}{\sin \vartheta} = \underline{\underline{\frac{1}{4} R^2}}$$

Dobili smo diferencijalni udarni presjek koji ne ovisi ni o kutu  $\vartheta$  ni o kutu  $\varphi$ . Kažemo da je raspršenje izotropno.

Nađimo totalni udarni presjek:

$$\sigma_{TOT} = \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_0^{\pi} \frac{\pi}{2} R^2 \sin \vartheta d\vartheta = R^2 \pi$$

Dobili smo da je totalni udarni presjek jednak površini presjeka kugle, što je bilo i za očekivati, jer smo zanemarili dimenziju upadnih čestica.

11/ 
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 3,5 \text{ barna}$$

Broj alfa čestica koje će detektirati detektor biti će jednak broju čestica raspršenih u prostorni kut  $\Delta\Omega$  određen dimenzijom i udaljenošću detektora.

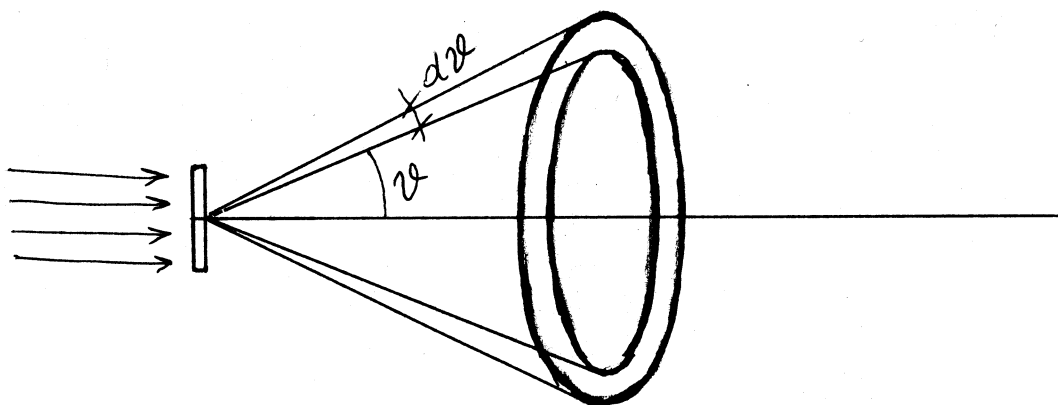
$$\Delta N = N n \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega$$

$$\Delta\Omega = 0,0314 \text{ sterad}$$

$$\Delta N = 2,6 \frac{\text{čestica}}{\text{sek}}$$

12/

$$N = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} N_0 n \frac{d\sigma'}{d\Omega} \sin\vartheta d\vartheta$$



Na slici je integracija po  $\varphi$  već provedena, tako da je dio prostornog kuta određen dvjema stožastim plohami jednak:

$$2\pi \sin\vartheta d\vartheta$$

$$n = S \frac{A}{M} S_X = 1,22 \cdot 10^{19}$$

$$N = K \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin\vartheta d\vartheta}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \quad K = 2\pi N_0 n \frac{b^2}{16}$$

$$N = K \left[ -2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 49 \frac{1}{\text{sek}}$$

Dakle u prostor omeđen kutovima  $\frac{\pi}{2}$  i  $\pi$  rasprši se 49 čestica u sekundi.

13/

$$\frac{\Delta N}{N} = 5 \cdot 10^{-3} \%$$

14/ Kako je debljina mete zadana u  $\text{g/cm}^2$ , broj atoma kositra, a time i broj elektrona biti će funkcija masenog broja  $M$ .

$$\frac{d\sigma'}{d\Omega} = \frac{\Delta N}{N} \frac{1}{n_e d\Omega} = \tau_0^2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} = 5 \mu\text{m}^2$$

$$d\Omega = \frac{\pi}{100}$$

$$n_e = \frac{A}{M} Z \times \rho \cdot \text{Površina METE}$$

$$\text{IZ EXP. } n_e = \frac{\frac{\Delta N}{N}}{\frac{d\sigma'}{d\Omega}} = 2,5 \cdot 10^{21}$$

$$M = \frac{A \cdot Z \cdot \rho \cdot (\text{Pov})}{n_e} = 120 \Rightarrow \begin{matrix} 120 \\ 50 \end{matrix} \text{Sm}$$

15/ Udarni presjek za brze neutrone dan je izrazom:

$$\sigma = 2\pi (R + b + \lambda)^2$$

$$R = 1,2 \mu\text{m} \sqrt[3]{M} = 7,13 \mu\text{m} \quad b = 1 \mu\text{m}$$

$$\lambda = \frac{hc}{2\pi \sqrt{2E_k} mc^2} = \frac{7,6 \mu\text{m}}{2\pi}$$

$$\sigma = 5,49 \cdot 10^{-24} \text{cm}^2$$

$$\frac{\Delta N}{N} = 2\pi (R + b + \lambda)^2 \frac{A}{M} \times \rho = 1,26 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{\Delta N}{N} \% = 1,26 \%$$

16/

$$\times \rho = 0,67 \text{ g/cm}^2$$

17/ Gustoća grafita je  $2,25 \text{ g/cm}^3$ . Grafit je ugljik  $^{12}_6\text{C}$

$$\sigma' = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \right)^2$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \right) \frac{A}{M} \times \rho Z = \underline{\underline{0,22}}$$

18/ Budući da je riječ o raspršenju u užem smislu, poslužit ćemo se relacijama za Thomsonovo raspršenje:

$$\frac{\Delta N}{N} = \sigma' n_e$$

$n_e$  = broj el. u meti

$n_j$  = broj jezgara u meti

$$Z = \frac{n_e}{n_j} = \frac{\frac{\Delta N}{N} \frac{1}{\sigma'}}{\frac{A}{M} \times \rho}$$

$$\underline{\underline{Z = 5,84 \approx 6}}$$

19/  $\sigma' = 1,76 \text{ barna}$

20/  $3,5 \cdot 10^5 \text{ m/sec}$

21/ Potrebno je naći energiju odboja rezidualne jezgre /  $^{209}\text{Pb}$  /

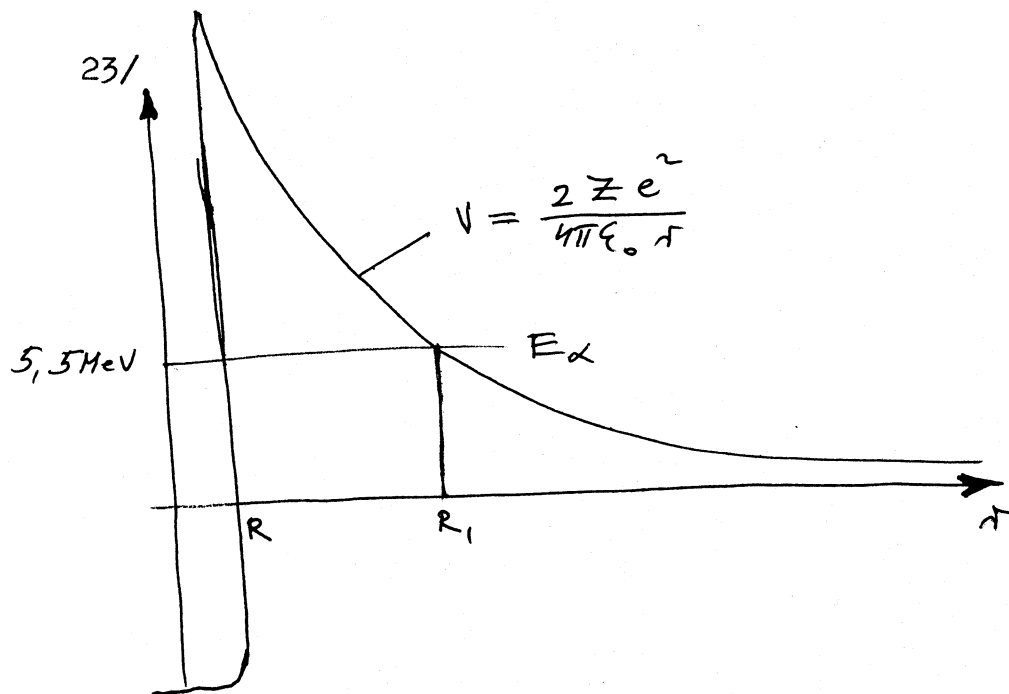
$$E_{\text{Pb}} = \frac{4}{209} E_{\alpha} \Rightarrow E_n = 8,5 \text{ MeV}$$

22/ Za vrijeme  $T$  ostalo je  $\frac{N_0}{e}$  radioaktivnih jezgara  $^{225}\text{Ac}$   
dakle raspalo se :

$$N_0 \left( 1 - \frac{1}{e} \right)$$

gdje je  $N_0$  broj jezgara  $^{225}\text{Ac}$  u lg.

$$\underline{\underline{Q = 1,6 \cdot 10^9 \text{ y}}}$$



$$\text{ŠIRINA} = R_1 - R = D$$

$$D = \frac{2Ze^2}{E_\alpha 4\pi\epsilon_0} - R_0 A^{1/3} = \underline{36,7 \text{ fm}}$$

24/ Energija se raspodjeli na neutrino i  $\beta$  česticu. Upotrebimo zakon sačuvanja energije:

$$m_n c^2 = m_p c^2 + m_e c^2 + \underbrace{E_\beta + E_\gamma}_{E_K}$$

$$\underline{E_K = 0,74 \text{ MeV}}$$

25/ Zbog zakona o sačuvanju veličine gibanja jezgra mora imati, nakon emisije gama kvanta, veličinu gibanja  $p_j = p_\gamma = \frac{E}{c}$

$$v = \frac{p_j}{M} = \frac{E_\gamma c}{Mc^2} = 670 \text{ m/nsek}$$

$$\Delta E_\gamma = -\Delta E_j = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$

$$\underline{\Delta E_\gamma = -0,46 \text{ eV}}$$

26/ Polazimo od definicije kvadrupolnog momenta. Najzgodnije je integrirati po sfernim koordinatama.

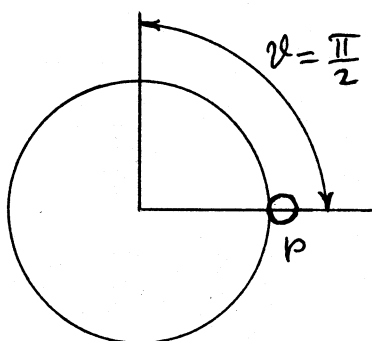
$$Q_2 = \frac{1}{e} \int \rho r^2 \left( \frac{3}{2} \cos^2 \vartheta - \frac{1}{2} \right) d\tau$$

$$d\tau = r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi \, dr$$

$$Q_2 = \frac{\rho}{e} \int_0^r dr \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^4 \left( \frac{3}{2} \cos^2 \vartheta - \frac{1}{2} \right) \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$$

$$Q_2 = - \frac{2\pi\rho}{e} \int_0^r r^4 dr \left[ \frac{3}{2} \frac{\cos^3 \vartheta}{3} - \frac{1}{2} \cos \vartheta \right]_0^\pi = 0$$

27/ Kvadrupolni moment te jezgre možemo shvatiti kao zbroj kvadrupolnog momenta jednoliko nabijene sfere i jednog protona.



$$Q_2 = Q_2(\text{SFERA}) + Q_2(P) = Q_2(P)$$

$$\rho \Delta\tau = e \quad \vartheta = \frac{\pi}{2} \quad r = 4 \text{ fm}$$

$$Q_2 = \frac{1}{e} r^2 \left( \frac{3}{2} \cos^2 \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \right) e$$

$$Q_2 = - \frac{r^2}{2} = - 8 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Napomena: Na isti način možemo zaključiti ako je riječ o jezgri kojoj manjka jedan proton na nuklearnom ekvatoru. U tom slučaju moramo oduzeti doprinos jednog protona pa bi rezultat bio:  $Q_2 = + \frac{r^2}{2}$

28/ Bizmut /  $^{209}_{83}\text{Bi}$  / ima jedan proton više od olova  $^{208}_{82}\text{Pb}$

koji je magična jezgra. Jedna od pretpostavki ljuskastog modela jeste, da jezgre koje imaju magični broj protona ili neutrona posjeduju sfernu simetriju. Jezgre u okolini magične jezgre ne odstupaju jako od te simetrije. Dakle možemo tretirati bizmut kao da ima 82 sferno simetrično

raspoređena protona, a 83. proton je smješten na ekvatoru jezgre, te postupamo isto kao u prethodnom zadatku

$$Q_2 = - \frac{R_0^2 A^{1/3}}{2} = 20,2 \text{ fm}^2$$

29/ U relaciji  $Q_2 = \frac{4}{5} Z \eta R^2$  veličina  $\eta Z$  određuje efektivni broj protona.

$$Z \eta = \frac{5}{4} Q_2 \frac{1}{R^2}$$

$$\eta Z = 24$$

30/

$$S - \text{stanje} \rightarrow l = 0$$

za PROTON

$$\mu_Z(p) = 5,586 \mu_N \cdot \frac{1}{2} = +2,79 \mu_N$$

za NEUTRON

$$\mu_Z(n) = -3,826 \mu_N \cdot \frac{1}{2} = -1,91$$

za DEUTERON

$$\mu_Z(d) = (2,79 - 1,91) \mu_N = 0,88 \mu_N$$

31/

$$\mu_Z({}_1^3\text{H}) = \mu_Z(p) = +2,79 \mu_N$$

$$\mu_Z({}_2^3\text{He}) = \mu_Z(n) = -1,91 \mu_N$$

32/ Polazimo od zakona o sačuvanju energije. Kinetička energija alfa čestice u beskonačnosti, mora biti jednaka potencijalnoj energiji na minimalnoj udaljenosti.

$$E_K = \frac{M v^2}{2} = \frac{Z z e^2}{4\pi \epsilon_0 r} = 9 \text{ MeV}$$

$$\underline{r = 30 \text{ fm}}$$