

MODELI JEZGRE

Jezgra (nukleus) jednog atoma, atomskog broja (rednog broja) Z i masenog broja A , sastoji se od Z protona i $A-Z$ neutrona. A predstavlja ukupan broj **nukleona** (tj. protona i neutrona). Atom, karakteriziran svojim nukleonima, odnosno svojim Z i A vrijednostima, nazivamo **nuklidom**. On je označen supskriptom Z i superskriptom A , ispred kemijskog simbola. Tako su npr: ${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$ i ${}^{238}_{92}\text{U}$ nuklidi. Nuklide koji imaju isti Z , a različiti A , zovem **izotopima**. Nuklidi koji imaju jednak broj neutrona nazivamo **izotonima**. Npr: ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ i ${}^{204}_{80}\text{Hg}$ su izotoni s brojem neutrona $A-Z = 124$. Vodik ima tri izotopa, ${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$ i ${}^3_1\text{H}$, sva tri nalazimo u prirodi. Deuterij ${}^2_1\text{H}$ je stabilan, a tricij ${}^3_1\text{H}$ je radioaktivan.

Nukleoni su vezani u jezgri jakim (nuklearnom) silom čiji je doseg reda veličine promjera nukleona (10^{-15} m) i koja je tolike jakosti da lako nadmašuje odbojnu kulonovsku silu, koja djeluje između dva istoimena naboja (između dva protona). Gustoća jezgre praktički je konstantna i iznosi oko $2 \cdot 10^{17}$ kg/m³. Spomenuta približna gustoća jezgre i činjenica da ona ne ovisi o veličini jezgre, određuje polumjer jednog nukleona kao $1,3 \cdot 10^{-15}$ m, što je prosječna vrijednost podesna za proračune.

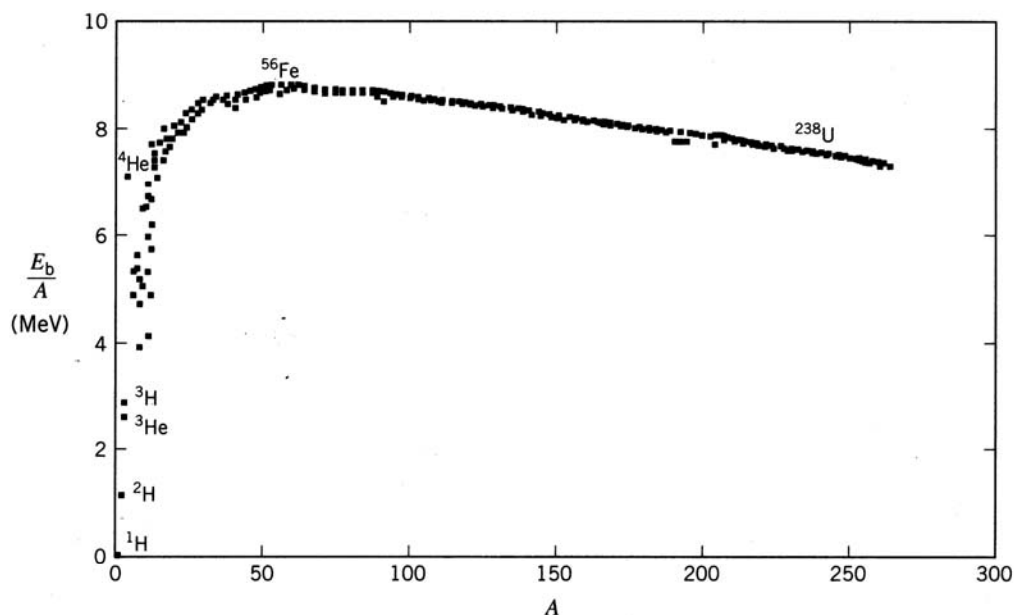
MODEL KAPLJICE

Energija vezanja nukleona u jezgri E_B , ona je energija koju bi trebalo utrošiti na razbijanje jezgre na sve slobodne konstituente, protone i neutrone, no ujedno je i to energija koja bi se dobila pri slaganju svih slobodnih nukleona u zadanu jezgru. Ona je izražena kao:

$$E_B = [Z \cdot m_p + Z \cdot m_e + (A - Z) \cdot m_n - M] c^2 \quad (3.1.)$$

Tu M predstavlja mjerenu masu atoma ${}^A_Z\text{X}$ kao cjeline, m_p je masa protona, m_e je masa elektrona, a m_n masa neutrona. Teoretski ukupna energija vezanja mogla bi se direktno mjeriti potpunim odvajanjem svih nukleona, no to nije praktički izvedivo. Puno je lakše odrediti energiju vezanja pojedinog nukleona, primjerice jednog neutrona, usporedbom energije vezanja dvaju jezgara koje se razlikuju za jedan neutron.

Model kapljice osniva se na sličnosti nuklearne jezgre s kapljicom vode: jednakom gustoćom bez obzira na veličinu, sfernim oblikom kao oblikom koji posjeduje najmanju energiju i kratkim dosegom sila među nukleonima koji je sličan kratkom doseg sila koje drže molekule vode u kapljici. Kratki doseg kojim se djeluje samo na susjedne nukleone (molekule vode) upravo je odgovoran za jednaku gustoću jezgre (kapljice vode), ali i za činjenicu da su nukleoni bliže površini jezgre (molekule vode bliže površini kapljice) slabije vezani, jer postoje veze samo prema unutrašnjosti jezgre (kapljice).



Slika1. Energija vezanja po jednom nukleonu (E_b/A) izražena u MeV-ima u ovisnosti o masenom broju A . Vidljivo je da je maksimalna energija vezanja po jednom nukleonu ostvarena kod željeza (^{56}Fe).

Osim sličnosti postoje i razlike, molekule vode nisu nabijene, a k tome u mikrosvijetu vladaju zakoni kvantne mehanike koji unose dodatne razlike. Unatoč razlikama model kapljice formuliran u tzv. „Semiempirijskoj formuli“ koja nosi ime Weizsaecker-ova semiempirijska formula, pokazao se vrlo korisnim za određivanje energije vezanja, za proračun energija fisije i fuzije kao i za određivanje najstabilnijih izotopa. Formula se sastoji od 5 članova. Prvi član kaže da je energija vezanja jezgre (nukleusa) proporcionalna broju nukleona. Drugi je član negativan i govori o smanjenju energije vezanja zbog slabije vezanih nukleona na površini jezgre i proporcionalan je veličini površine. Smatra se da se privlačna nuklearna sila osjeća unutar doseg od jednog fm. Činjenicu da se u slučaju jezgre radi o nabijenoj kapljici, s česticama istoimenog naboja (protoni) koje se odbijaju, a elektromagnetske su sile dalekog doseg, pa se svaki od protona odbija sa svakim preostalim u jezgri, izražava treći član, koji također umanjuje energiju vezanja. Efekt simetrije favorizira jezgre s jednakim brojem protona i neutrona. Stoga je član kad se radi o različitim brojevima protona i neutrona negativan i izražen razlikom ($Z-N$). Kvantno mehanički efekt sparivanja (spinovala nukleona) favorizira jezgre s parnim brojem protona i parnim brojem neutrona, koje se zovu parno-parne jezgre. Drugim riječima jezgre s neparnim brojem protona (ili neutrona) slabije su vezane (manja energija vezanja) od parno parnih. Tu korekciju unosi peti član, koji može poprimiti pozitivnu vrijednost (za parno-parne jezgre), može iščezavati (za parno-neparne jezgre) i biti negativan (za neparno-neparne jezgre).

Konačno semiempirijska relacija za energiju vezanja jezgre glasi:

$$E_B = aA - bA^{2/3} - c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - d \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta e \frac{1}{A^{3/4}} \quad (3.2.)$$

δ poprima 3 vrijednosti: +1 za parno-parne jezgre, 0 za parno-neparne (neparno-parne) i -1 za neparno-neparne jezgre.

Konstante a , b , c , d , e određene su tako da najbolje opisuju eksperimentalno utvrđenu ovisnost energije vezanja o broju protona i neutrona. Kaže se da su „fitane“ prema eksperimentu, čiji je grafički prikaz vidljiv na slici 1. u obliku ovisnosti energije vezanja po nukleonu (E_B/A) o broju nukleona (masenom broju). Jedan komplet konstanti koji dobro opisuje graf na slici 1. glasi:

$$a=14.1 \text{ MeV}; \quad b=13.0 \text{ MeV}; \quad c=0.58 \text{ MeV}; \quad d=19.3 \text{ MeV}; \quad e=33.5 \text{ MeV}$$

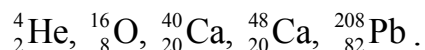
MODEL LJUSAKA

Finu strukturu grafa na slici 1., dakle pojedinu „hrapavost“ same krivulje s pojedinim „špicama“ – vrhovima, model kapljice ne može objasniti. Alternativan model koji u tome uspjeva jest ljuskasti model jezgre.

Ljuskasti model počiva na analogiji s prethodno otkrivenim energetske razinama u atomu. Međutim potpuna analogija nije moguća, zbog razlike u potencijalima u kojem su elektroni u atomu, a to je kulonski potencijal, drugačiji od potencijala nukleona u potencijalnoj jami jezgre.

Analogijom s atomima pojavljivale bi se situacije potpuno popunjenih „ljusaka“ – energetskih razina karakteriziranih kvantnim brojevima (n -glavni kvantni broj i unutarnji kvantni broj j , koji uključuje kvantne brojeve l i s), koje bi imale najnižu energiju i potpuno stabilno stanje koje iz toga slijedi. U atomu tu situaciju imaju plemeniti plinovi (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn), koji imaju potpuno popunjenu vanjsku ljusku (koja je odgovorna za kemijske reakcije) pa je zbog toga kemijski neaktivna, nema kemijskih interakcija, jer bi one sve vodile na povećanje energetske razine – nivoa, a to je u fizici zabranjen tijek.

Slično je u nuklearnim jezgama opaženo postojanje određenih stanja koja su ekstremno stabilna i ona su karakterizirana tzv. „magičnim brojem“ protona ili neutrona, a posebno su stabilna stanja s dva magična broja, jednog za protone i drugog za neutrone. Oni mogu biti isti (za lakše jezgre), no mogu se i razlikovati (za teže). Primjeri za jezgre koje imaju dvostruke magične brojeve (magični broj protona i magični broj neutrona) su:



Superskript ispred simbola elementa predstavlja maseni broj-ukupan broj nukleona, zbroj protona i neutrona, a subskript ispred simbola elementa je broj protona u jezgri (redni broj). Stoga, za jezgre s dvostrukim magičnim brojevima vrijedi da redni brojevi predstavljaju skup magičnih brojeva (2, 8, 20, 82) kao i skup broja neutrona dobiven kao razlika masenog i rednog broja (2, 8, 20, 28, 126). Magični brojevi u nuklearnoj fizici su redom: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Njihovo postojanje je potvrđeno kroz mnoga opažanja.

Dodatak 1. Osnovna svojstva elektrona i nukleona

Osnovna svojstva mogu se prikazati tablicom.

Čestica	Naboj	Masa (u)	Spin (\hbar)	Magnetski moment (J/T) = Am^2
proton	e	1,007276	$\frac{1}{2}$	$1,44 \cdot 10^{-26}$
neutron	0	1,008665	$\frac{1}{2}$	$-9,66 \cdot 10^{-27}$
elektron	$-e$	0,000549	$\frac{1}{2}$	$9,28 \cdot 10^{-24}$

Naboj je prikazan u jedinicama $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Coulomba), što je po iznosu jednako naboju elektrona, a po predznaku je suprotno. Nuklearna i atomska masa se izražavaju u jedinicama (u), od engleske riječi "unit", a označavaju ono što mi nazivamo Atomska Jedinica Mase (AJM). Dogovorom je utvrđeno da je $1 u = 1 \text{ AJM} = \frac{1}{12} \text{ mase } {}^{12}_6\text{C} = \frac{1}{12} \text{ mase neutralnog atoma ugljika } {}^{12}_6\text{C}$, ($1 u$ predstavlja $1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$). Svaki od atomskih konstituenata ima moment vrtnje (spin) $\frac{1}{2}$ u jedinicama od $\hbar = h/(2\pi)$ i spada u klasu čestica s polucijelim spinom koje zajedničkim imenom zovemo "fermionima", jer se podvrgavaju Paulijevom principu isključenja, odnosno Fermi-Diracovoj statistici. Magnetski (dipolni) moment pridružen je momentu vrtnje. U usporedbi s magnetskim momentom elektrona, nuklearni su momenti zanemarivo mali. Začudjujuće je da nenabijena čestica poput neutrona uopće ima vlastiti magnetski moment, jer vrtnjom nultog naboja nije moguće dobiti umnožak "struja x površina". Činjenica da on ipak postoji objašnjava se njegovom podstrukturom.

Dodatak 2. Jedinice u nuklearnoj fizici

U nuklearnoj fizici rabe se jedinice koje se ne uklapaju posve u SI sustav jedinica, a sve zbog praktičnih razloga i tradicije, kao i standardne jedinice koje se uklapaju u standardni sustav. Prikazujemo najznačajnije od njih, kao i najčešće pokrte vrlo korisne pri računanju:

Brzina svjetlosti	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Avogadrov broj	$N_A = 6,022 \cdot 10^{26} \text{ molekula po kg molu}$
Planckova konstanta	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ $\hbar = 1,05457 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 0,65821 \cdot 10^{-21} \text{ MeVs}$ $\hbar c = 197,3270 \text{ MeVfm}$
Elementarni naboj	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1,44 \text{ MeVfm}$
Konstanta fine strukture	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137,036}$
Boltzmanova konstanta	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} = 0,8617 \cdot 10^{-4} \text{ eVK}^{-1}$
Atomska jedinica mase	$u = 1,660538 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = m_u$

	$m_u c^2 = 931,494 \text{ MeV}$
Elektron	$m_e = 9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $\frac{m_e}{m_u} = \frac{1}{1823}$ $m_e c^2 = 0,510998 \text{ MeV}$
Proton	$m_p = 1,672621 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $\frac{m_p}{m_u} = 1,00727647$ $m_p c^2 = 938,272 \text{ MeV}$
Vodikov atom	$m_H = 1,6735333 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $\frac{m_H}{m_u} = 1,007825$ $m_H c^2 = 938,783 \text{ MeV}$
Neutron	$m_n = 1,67492716 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $\frac{m_n}{m_u} = 1,008664915$ $m_n c^2 = 939,565 \text{ MeV}$
Faktori pretvorbe	Fermi $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ MeV $1 \text{ MeV} = 1,602176 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ $\frac{1 \text{ MeV}}{c^2} = 1,783 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$
Udarni presjek (barn)	$1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$
Klasični radijus elektrona	$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2,818 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
Godina	$1 \text{ god} = 3,1536 \cdot 10^7 \text{ s}$

Dodatak 3. Uz model kapljice

Prvi član u semiempirijskoj formuli kaže da je energija vezanja jezgre (nukleusa) proporcionalna broju nukleona:

$$E_B \propto aA \quad (3.3.)$$

Taj se član naziva volumnim članom, a koeficijent a je konstanta.

Drugi član unosi korekciju energije vezanja onih nukleona koji su na površini jezgre, jer se oni privlače samo sa susjednim nukleonima koji su unutar kapljice a ništa ih ne privlači izvan nje. Smatra se da se privlačna sila osjeća unutar doseg od jednog fm. Korekcija energije vezanja je negativna i proporcionalna je površini jezgre, koja iznosi: $4\pi R^2 = 4\pi R_0^2 \cdot A^{2/3}$.

Slijedi prva korekcija

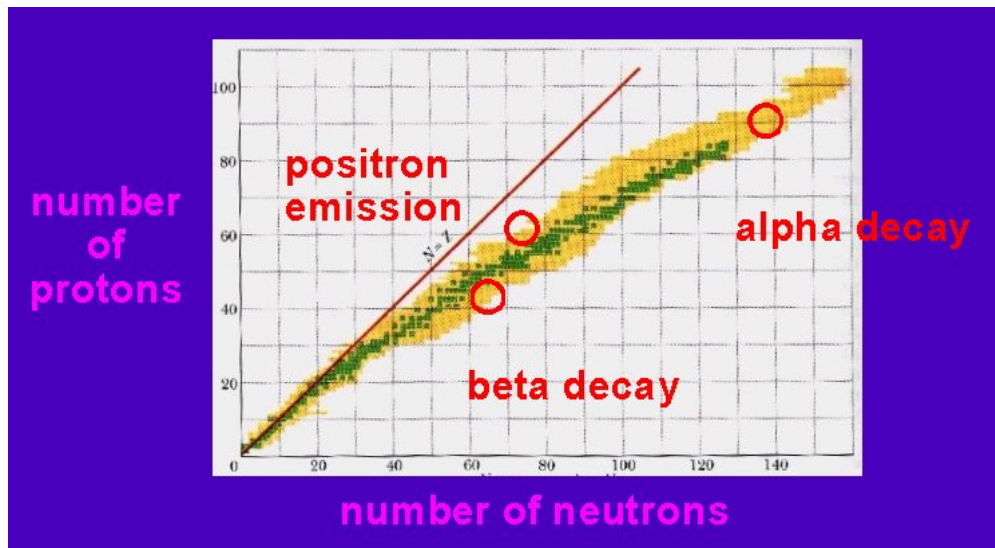
$$E_B = aA - bA^{2/3} \quad (3.4.)$$

Konstanta b jednako kao i konstanta a biti će određena eksperimentalno.

Činjenicu da se u slučaju jezgre radi o nabijenoj kapljici, s česticama istoimenog naboja (protoni) koje se odbijaju, a elektromagnetske su sile dalekog doseg, pa se svaki od protona odbija sa svakim preostalim u jezgri, izražava treći član. On se bazira na činjenici da su protoni jednoliko raspoređeni unutar jezgre dimenzija (radiusa) proporcionalnim $A^{1/3}$ i glasi $c \frac{Z^2}{A^{1/3}}$.

Kulonski član također umanjuje energiju vezanja pa stoga 3 prva člana formule glase:

$$E_B = aA - bA^{2/3} - c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (3.5.)$$



Slika 2. Negativan kulonski član umanjuje brži porast broja neutrona od broja protona. Nuklidi koji se nađu iznad srednje (zelene) crte potencijalno su beta plus emiteri, oni ispod su beta minus emiteri, a teške jezgre su alfa emiteri.

Prije spomenuti efekt simetrije favorizira jezgre s jednakim brojem protona i neutrona. Stoga je član kad se radi o različitim brojevima protona i neutrona negativan i izražen razlikom ($Z-N$) zadan kao

$$d \frac{(Z-N)^2}{A} = d \frac{(A-2Z)^2}{A} \quad (3.6.)$$

Kvantno mehanički efekt sparivanja (spinova nukleona) favorizira jezgre s parnim brojem protona i parnim brojem neutrona, koje se zovu parno-parne jezgre. Drugim riječima jezgre s neparnim brojem protona (ili neutrona) slabije su vezane (manja energija vezanja) od parno parnih. Taj član glasi:

$$\delta e \frac{1}{A^{3/4}} \quad (3.7.)$$

$\delta = 1$ za parno-parne, 0 za neparno – parne (parno-neparne) i -1 za neparno-neparne jezgre.

Semiempirijska formula za energiju vezanja jezgre konačno glasi:

$$E_B = aA - bA^{2/3} - c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - d \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta e \frac{1}{A^{3/4}}. \quad (3.8.)$$

Konstante a, b, c, d, e određene su tako da najbolje opisuju eksperimentalno utvrđenu ovisnost energije vezanja o broju protona i neutrona. Kaže se da su „fitane“ prema eksperimentu, čiji smo grafički prikaz vidjeli na slici 1. u poglavlju „Nuklearna struktura“. Jedan komplet konstanti koji dobro opisuje graf na slici 1. glasi:

$$\begin{aligned} a &= 14.1 \text{ MeV} \\ b &= 13.0 \text{ MeV} \\ c &= 0.58 \text{ MeV} \\ d &= 19.3 \text{ MeV} \\ e &= 33.5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Relacija (3.8.) jednostavno daje odgovor na pitanje kolika je energija vezanja bilo koje jezgre A_ZX , koji je najpovoljniji broj neutrona ($A-Z$) za element rednog broja Z , te kolika je energija vezanja nukleona u jezgi.

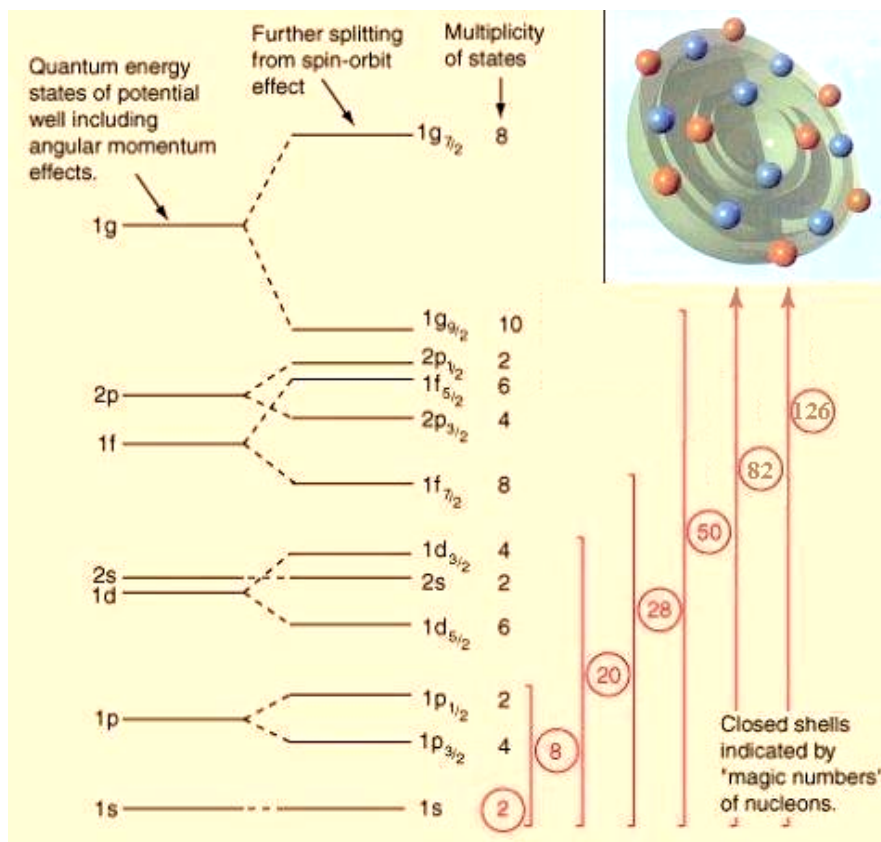
Dodatak 4. Dodatak nuklearnom modelu ljusaka

U jezgri atoma glavnu ulogu igra unutarnji kvantni broj $j = l \pm s$, a broj nukleona (posebno protona i posebno neutrona) koji mogu zauzimati stanje kvantnog broja j iznosi $2j+1$, a kako kvantni broj j zauzima 2 stanja, $j = l + 1/2$ i $j = l - 1/2$, slijedi da puni broj nukleona jednakog kvantnog broja j iznosi $2(l+1/2)+1$ i $(2l-1/2)+1$, sveukupno $(2l+2)$ i $2l$. To znači da bi energetska razinu u jezgri karakteriziranu kvantnim brojem $l = 0$ zauzimala 2 nukleona (posebno protoni i posebno neutroni), a za $l = 1$ taj bi broj iznosio $4+2 = 6$, itd.

Analogijom s atomima pojavljivale bi se situacije potpuno popunjenih „ljusaka“ – energetskih razina karakteriziranih kvantnim brojevima, koje bi imale najnižu energiju i potpuno

stabilno stanje koje iz toga slijedi. U atoma tu situaciju imaju plemeniti plinovi (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn) koji imaju potpuno popunjenu vanjsku ljusku (koja je odgovorna za kemijske reakcije) pa je zbog toga kemijski neaktivna. Nema kemijskih interakcija, jer bi one sve vodile na povećanje energetske razine – nivoa, a to je u fizici zabranjen tijek.

Jezgre s magičnim brojem protona ili neutrona imaju mnogo stabilnih izotopa. Npr: kositar Sn (magični broj od 50 protona) ima 10 stabilnih u prirodi nalazećih izotopa: ^{112}Sn , ^{114}Sn , ^{115}Sn , ^{116}Sn , ^{117}Sn , ^{118}Sn , ^{119}Sn , ^{120}Sn , ^{122}Sn , ^{124}Sn . Izotoni s $N = 82$ imaju 7 stabilnih izotopa. Stabilni elementi na kraju prirodnih radioaktivnih nizova imaju magičan broj neutrona ili protona. Torijski, uranski i aktinijski niz završavaju s olovom koji ima magični broj od 82 protona, dok umjetni neptunijev niz završava s bizmutom koji ima magičnih 126 neutrona. Udarni presjek za apsorpciju neutrona za jezgre s magičnim brojem neutrona mnogo je manji od onog za susjedne izotope. Energija vezanja zadnjeg neutrona u jezgri s magičnim brojem više 1 ($N_{mag}+1$) značajno je manja u usporedbi s od one u jezgri s N_{mag} (magičnim brojem neutrona).



Zbog nepostojanja saznanja o točnom nuklearnom potencijalu, rađeni su računi u kojima je nuklearni potencijal izjednačen s potencijalom pravokutne potencijalne jame, ili u kojima je on zamišljen kao tzv. harmonički potencijal, te s potencijalom koji po obliku spada između jednog i drugog. Najniža energija (osnovnog stanja) u tom modelu iznosi $3/2 \hbar\omega$, a zatim raste s glavnim kvantnim brojem n u skokovima $\hbar\omega$. Dobivene ljuske po energijskim razinama slagale su se do magičnog broja 20. Slijedeći magični brojevi bili bi 40, 70 i 138, koji međutim nisu u skladu s opaženim magičnim brojevima. Po pretpostavci za koju su M. Mayer i J. Jensen dobili Nobelovu

nagradu, u jezgri dolazi do cijepanja stanja istog glavnog kvantnog broja u skladu s l - s interakcijom koja cijepa stanja energije istog kvantnog broja na niže stanje ($l+s$) i na više stanje ($l-s$). Na taj način niže energetske stanje upada u ljusku niže energije mijenjajući broj nukleona u njoj, čime su ostvareni spomenuti magični brojevi. Na priloženoj slici to se prvi put događa kod stanja $1f_{3/2}$ kad se to stanje odvaja i zaokružuje slijedeći magični broj 28.