

# Oblikovanje programske podrške

2012./2013. grupa P01

## Temelji formalne verifikacije

### *Formalna verifikacija*

Prof.dr.sc. Vlado Sruk

**Sveučilište u Zagrebu**

**Fakultet elektrotehnike i računarstva**

*Zavod za elektroniku, mikroel., računalne i inteligentne sustave*





- Osnove modalne i vremenske (temporalna) logike
- Definicije Kripke struktura
- Vremenska logika s grananjem
- Specifikacija ponašanja sustava CTL formalizmom



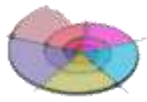
- Clarke E., Grumberg O., Peled D.: *Model Checking*, MIT Press 1999.

Pripremio: Nikola Bogunović

Prilagodio: Vlado Sruk

Ovaj dokument namijenjen je isključivo za osobnu upotrebu studentima Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu.

U pripremi materijala osim literature upotrijebljeni su i drugi izvori, te zahvaljujem autorima.



- Formalna matematička logika
  - propozicijska
  - predikatna
- Preslikavanje formula predikatne logike u normalizirane klauzule
- Postupci formalne verifikacije računalnih sustava



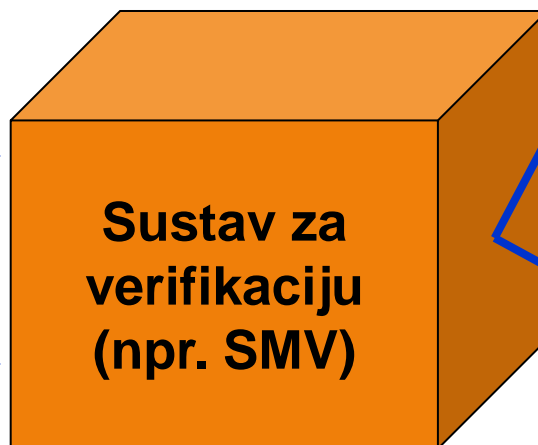
# Formalna verifikacija

- Formalna verifikacija programske potpore metodom provjere modela (engl. Model checking)
- Postupak provjere da *formalni model* izvedenog sustava (*I*), odgovara *formalnoj specifikaciji* (*S*) s matematičkom izvjesnošću

**I** = Implementacija (model sustava koji se verificira).

Izraženo povezanim strojevima s konačnim brojem stanja (FSM).

**S** = Specifikacija (željeno ponašanje). Izraženo u **vremenskoj logici**.



**DA** = model sustava **logički zadovoljava** specifikaciju

**NE** - ispis pogrešnog izvođenja programa

**$I \neq S$**



- *Modalna logika* - proširenje klasične logike "modalitetima" istinitosti (subjektivnim konceptima), kao što su npr. "što mora biti istinito" i "što može biti istinito".
- Npr.:  $p$  = atomički propozicijski simbol  
Neka je:  $p = F$  (neistinit) u sadašnjem svijetu (stanju stvari).  
Tada:  
(*moгуće*  $p$ ) = T ako postoji bar jedan drugi svijet (neka druga situacija, neki drugi scenarij, neka druga baza znanja) u kojoj je  $p = T$ .  
(*nužno*  $p$ ) = F jer (*nužno*  $p$ ) = T samo akko je  $p$  istinit u svim svjetovima (što ovdje nije slučaj).  
U klasičnu propozicijsku i predikatnu logiku dodaju se *modalni operatori*.



# Vremenska (temporalna) logike



- Prema tipu modalnosti razlikujemo logike:
  - Aletička logika      potrebitost, mogućnost
  - Deontička logika:    obligatornost (nužnost), dozvoljivost
  - Epistemička logika: znanje, vjerovanje
  - **Vremenska logika**: uvijek, konačno, što\_je\_bilo, što\_je\_sad, što\_će\_biti
  - ...
- **Vremenska logika (TL) - višestruki pogledi:**
- Propozicijska vremenska logika :
  - klasična propozicijska logika proširena vremenskim operatorima.
  - najviša razina apstrakcije u rasuđivanju.
- Vremenska predikatna logika prvoga reda (varijable, funkcije, predikati, kvantifikatori):
  - različiti tipovi vremenske logike prvoga reda
  - interpretirana-neinterpretirana (pretpostavlja ili ne strukturu),
  - globalne i lokalne varijable,
  - kvantifikacija preko vremenskih operatora ili ne.

- Globalna ili modularna:
  - Endogena i egzogena. Rasuđivanje o kompletnom sustavu ili ne.
- Vremenska logika linearnog vremena:
  - U svakom trenutku postoji samo jedan budući trenutak (jedna vremenska crta).
- Vremenska logika s grananjem vremena:
  - U svakom trenutku može postojati više različitih budućih vremenskih crta.
- Diskretno ili kontinuirano vrijeme.
  - U računarstvu uobičajeno diskretno vrijeme (sekvence stanja).
- Prošlo i buduće vrijeme.
  - Izvorno vremenska logika obuhvaća oba vremena.
  - U digitalnim sustavima uobičajeni su samo operatori budućeg vremena.
- Odabiremo: **propozicijska, globalna, grananje, buduće vrijeme**





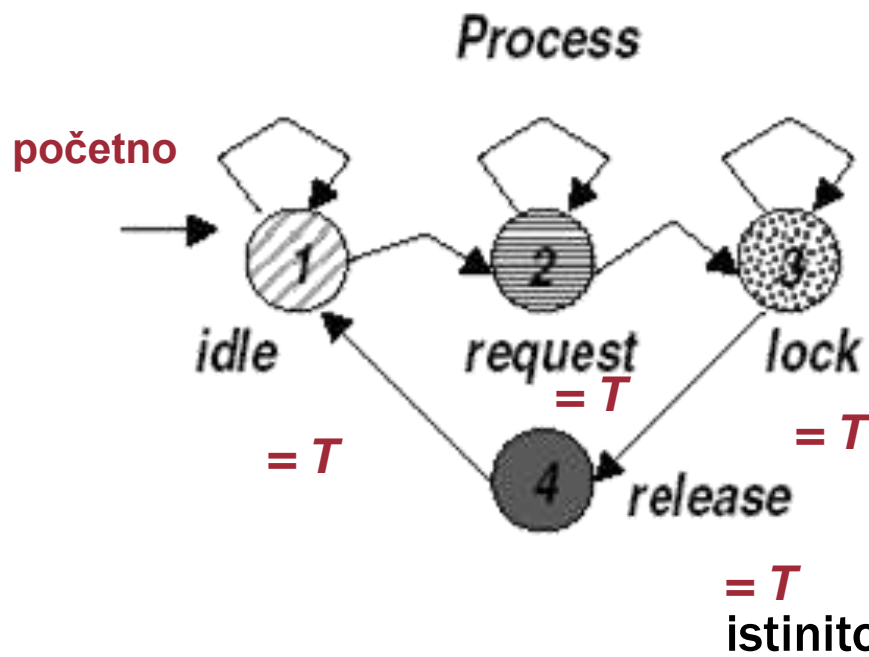
# Linearna vremenska struktura



- Linearna vremenska struktura opisana uređenom trojkom model implementacije  $(I) = \text{Kripke struktura } M$
- 1971 Saul Kripke - kontekst modalne logike  
Kripke struktura:  $I = M = (S, R, L)$
- $S$  : skup stanja: - skup mogućih svjetova (stanja).
- $R$  : relacija dostupnosti: -  $R \subseteq S \times S$  između svjetova (stanja).
  - $\forall s \in S \ ( \exists t \in S \mid (s, t) \in R )$
  - totalna binarna relacija
- $L : S \rightarrow 2^{AP}$  - funkcija označavanja stanja:
  - daje interpretaciju svih simbola iz skupa  $AP$  za stanje  $s$  (engl. *labeling*).
  - $AP$ : skup atomičkih propozicijskih simbola
- Analogno i formalno jednako modelu automata (stroju stanja).
- U Kripke strukturi oznake na čvorovima grafa (kod automata oznake su na lukovima).



# Tipičan primjer Kripke strukture

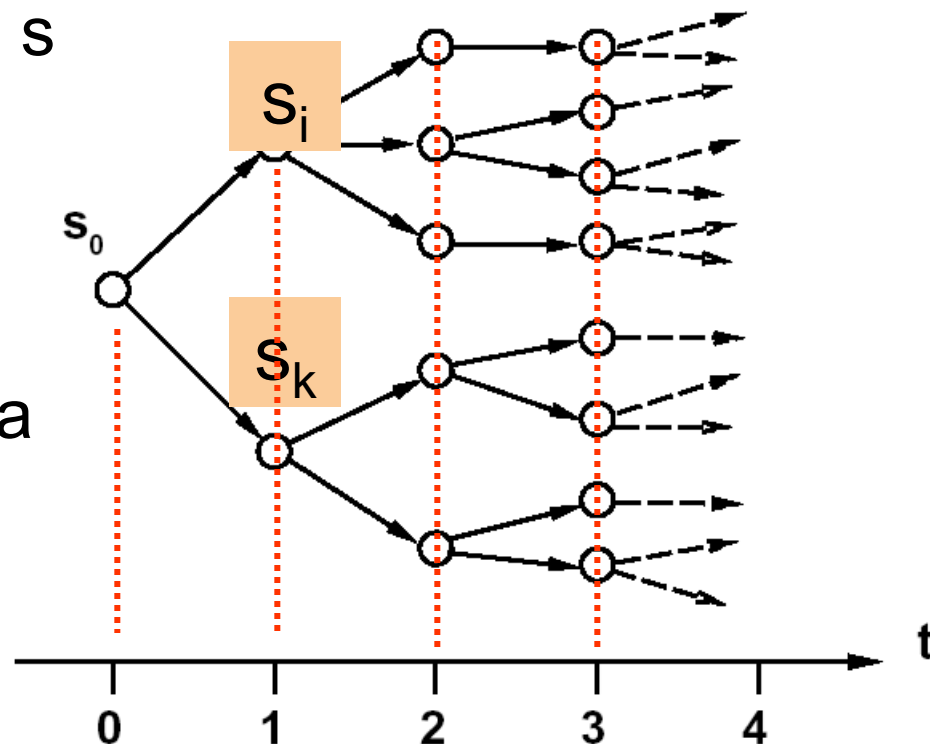


$S = \{ 1, 2, 3, 4 \}$   
 $R = \{ (1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 3), (3, 4), (4, 1) \}$   
 $L: L(1) = \{ idle \}$   
 $L(2) = \{ request \}$   
 $L(3) = \{ lock \}$   
 $L(4) = \{ release \}$



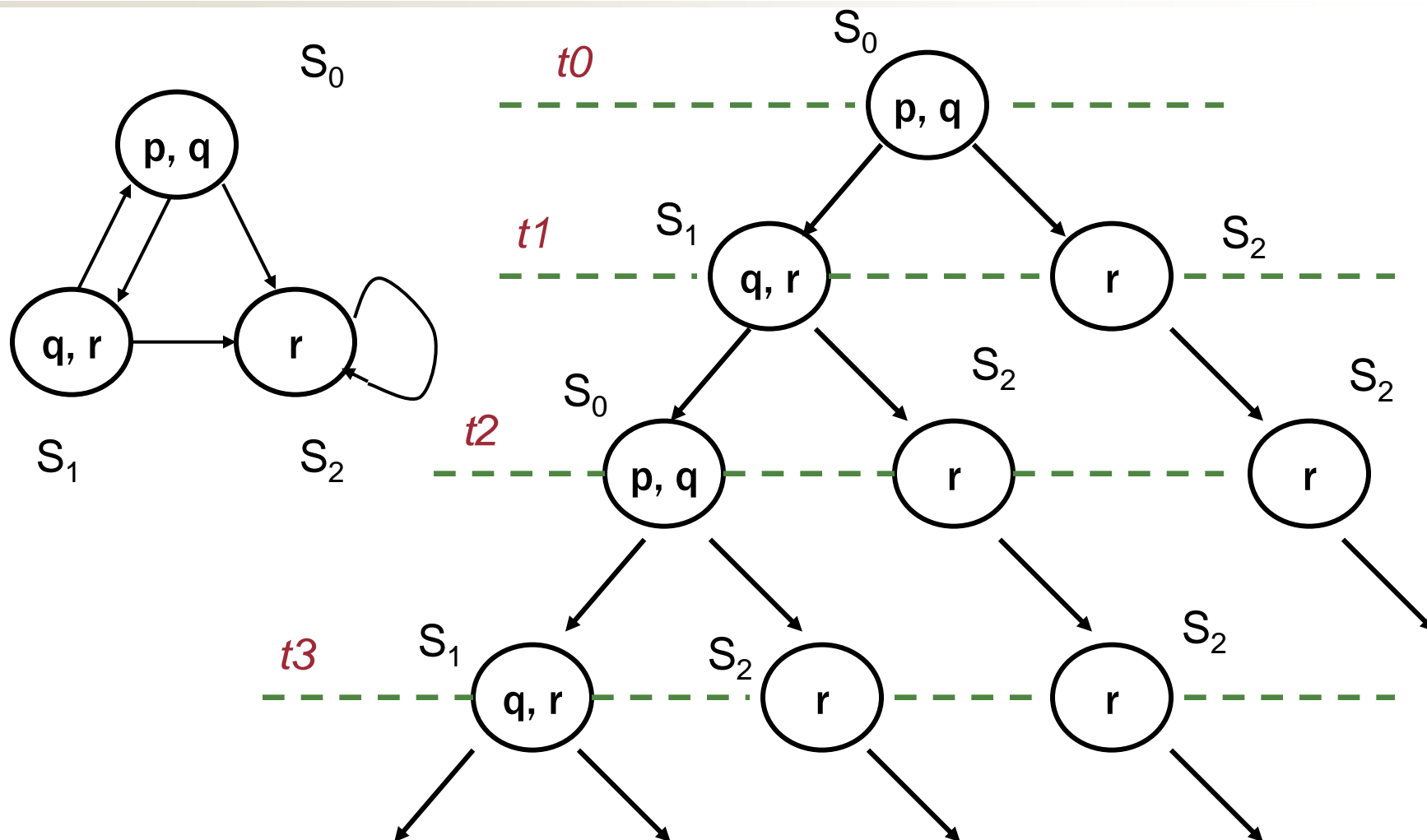
# Kripke struktura M

- tip nedeterminističkog stroja s konačnim brojem stanja
  - 1963 Saul Kripke
- može se promatrati kao beskonačno stablo izvođenja sustava
  - “odmota” se počevši od promatranog stanja  $s_0$
- To je *vremenska logika s grananjem*
  - *engl. Computation Tree Logic - CTL*





# Primjer modela



$p, q, r$  - propozicijski simboli

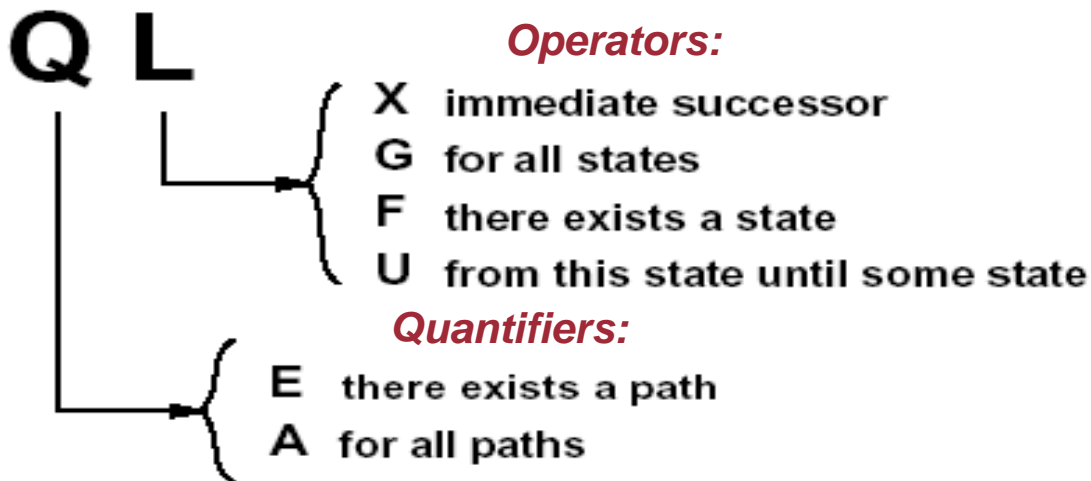
$S_0$  - početno stanje ili stanje koje nas zanima



# CTL vremenski operatori:



- promatrano u kontekstu Kripke strukture



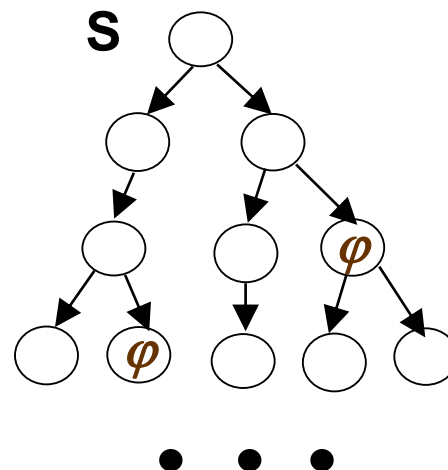
EX	AX
EG	AG
EF	AF
EU	AU

**PAZI:**  
***Uvijek u paru !!***



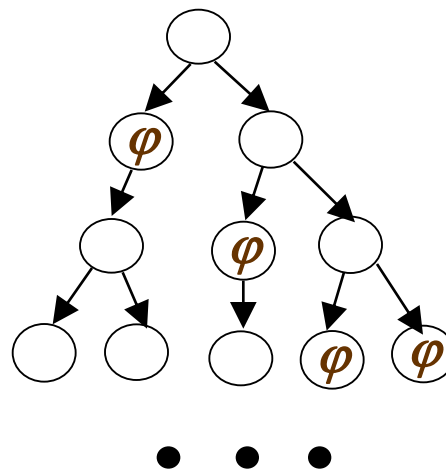
# Primjeri CTL formula

- $M$  – model
- $S$  – stanje
- $\varphi$  - formula
- postoji put takav da je  $\varphi$  eventualno istinita



**EF (exists future) -  $(EF \varphi) = T$**

- za sve putove vrijedi da je  $\varphi$  eventualno istinita

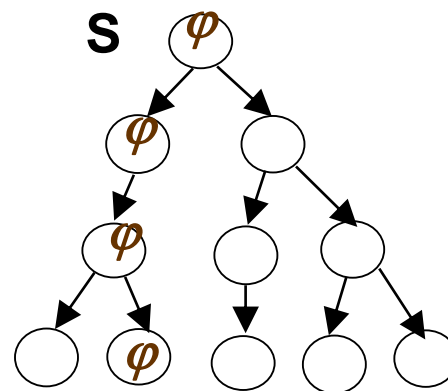


**AF (all future) -  $(AF \varphi) = T$**



# Primjeri CTL formula

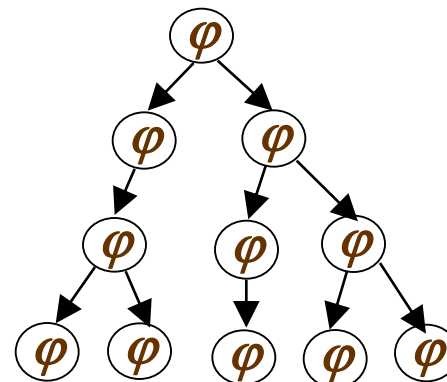
- postoji put takav da je  $\varphi$  istinito u svim stanjima



• • •

**EG (exists globally) -  $(EG \varphi) = T$**

- za sve putove vrijedi da je  $\varphi$  istinita



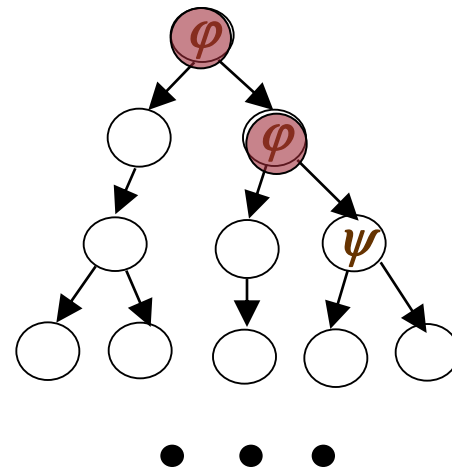
• • •

**AG (always globally) -  $(AG \varphi) = T$**



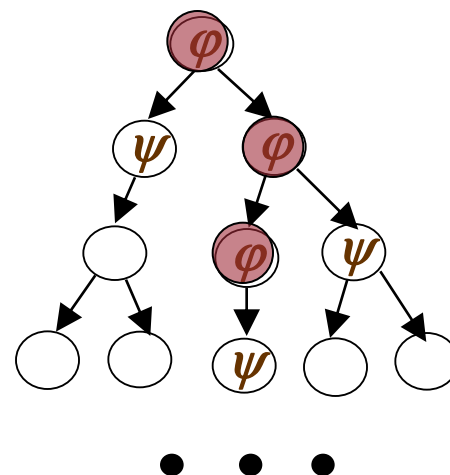
# Primjeri CTL formula

- postoji put takav da je  $\varphi$  istinita do ispunjenja  $\psi$



**EU (exists until) -  $E(\varphi U\psi) = T$**

- za sve putove vrijedi da je  $\varphi$  istinita do  $\psi$ 
  - kakva je vrijednost  $\varphi$ ?



**AU (all until) -  $A(\varphi U\psi) = T$**

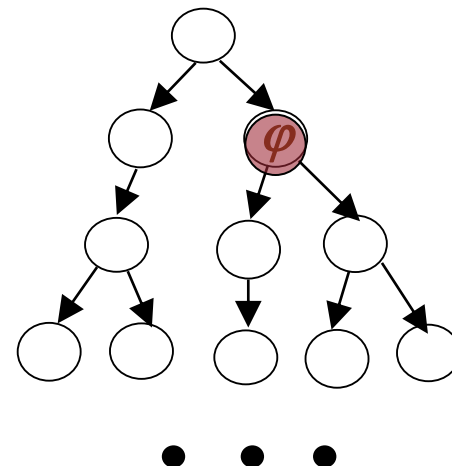




# Primjeri CTL formula

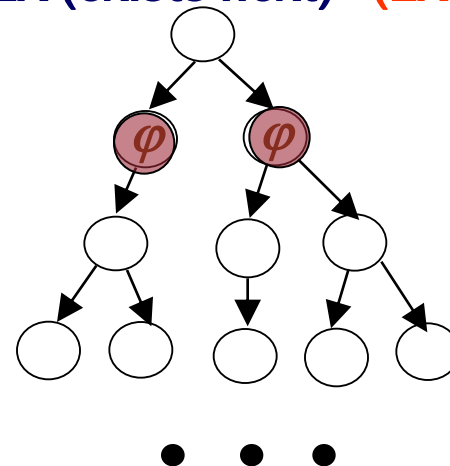


- postoji put takav da je  $\varphi$  istinita u slijedećem stanju



- za sve putove vrijedi da je  $\varphi$  istinita u slijedećem stanju

**EX (exists next) -  $(EX \varphi) = T$**



**AX (all next) -  $(AX \varphi) = T$**



# Formalna sintaksa CTL logike:



- Propozicijska formula  $\in L$  = atomička formula
  1. Svaka atomička formula je *formula stanja*.
  2. Ako su  $f, g$  formule stanja, to su i  $\neg f$ ,  $(f \wedge g)$ , (ostale se izvode)
  3. Ako je  $f$  *formula puta*,  $E f$ ,  $A f$  su *formule stanja*.
  4. Ako su  $g, h$  *formule stanja*, tada su  $X g$ ,  $(g U h)$  *formule puta*,
- Formule stanja se evaluiraju u stanjima.
- Formule puta se evaluiraju duž puta.
- Svi drugi operatori (npr. *EG*) se mogu izraziti pravilima 1 - 4.
- $AU$ ,  $EU$  - binarni operatori
- Ostali - unarni operatori
- U CTL logici formule puta ne mogu biti ugnježdene!!
  - one traže uporabu operatora  $E$  ili  $A$  da bi postale formule stanja (pravilo 3).



# Primjeri CTL sintakse



## ■ Ispravno/Dobro definirane CTL formule:

$AG (q \Rightarrow EG r)$

$EG p$

$E (p \cup q)$

$A (p \cup EF p)$

$AG (p \Rightarrow A [p \cup (\neg p \wedge A [\neg p \cup q] ) ] )$

## ■ Krivo definirane formule CTL formule:

$FG p$  ; F i G slijede iza E ili A

$EF (r \cup q)$  ; U se može upariti samo sa A ili E

; Ex.:  $EF E(r \cup q)$ ,  $EF A(r \cup q)$

$AF [(r \cup q) \wedge (p \cup r)]$  ; ispravan oblik je  $A(\alpha \cup \beta)$

; F se ne može ovdje miješati

;  $\wedge$  može biti samo unutar  $\alpha$  ili  $\beta$

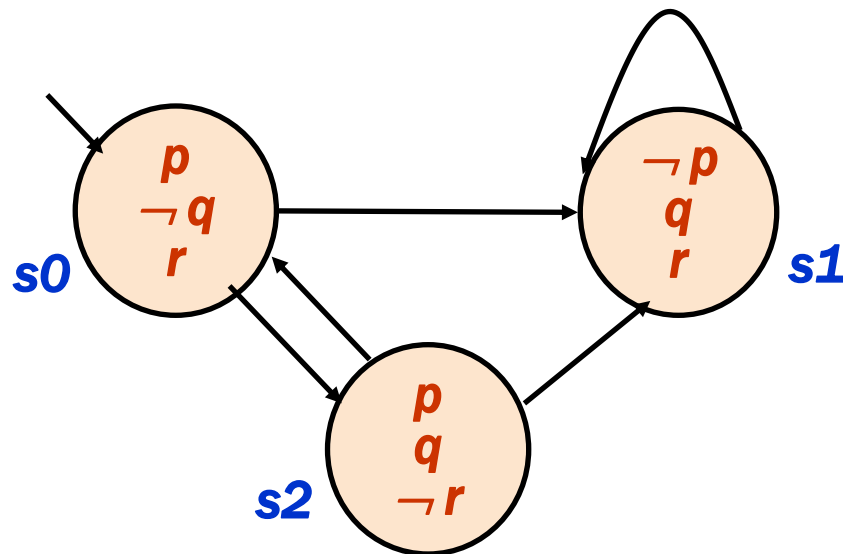
; Ex:  $A [(p \wedge q) \cup (\neg r \Rightarrow q)]$



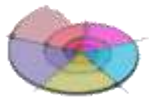
# Primjer CTL



- Koja svojstva vrijede za zadani primjer?



- $(EX\ p)(s_0)$
- $(A[p\ U\ q])(s_0)$
- $(EX\ AF\ p)(s_0)$
- $(A[\neg p\ U\ q])(s_0)$



- $M = (S, R, L)$  - model sustava (Kripke struktura)
- $M, s \models \varphi$  formula vrem. Logike  *$\varphi$  je istinita* u modelu M za stanje s
- $M, s \not\models \varphi$  formula vrem. logike  *$\varphi$  nije istinita* u modelu M za stanje s

1.  $M, s \models p$  *istinita* akko  $p \in L(s)$  ; *p je propozicijski atomički simbol*
2.  $M, s \models (\varphi_1 \wedge \varphi_2)$  akko  $M, s \models \varphi_1$  i  $M, s \models \varphi_2$
3.  $M, s \models (\varphi_1 \vee \varphi_2)$  akko  $M, s \models \varphi_1$  ili  $M, s \models \varphi_2$
4.  $M, s \models (\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2)$  akko  $M, s \not\models \varphi_1$  ili  $M, s \models \varphi_2$
5.  $M, s \models AX \varphi$  akko za sve si takve da  $s \rightarrow s_i$   
Vrijedi  $M, s_i \models \varphi$  (u svakom slijedećem stanju)
6.  $M, s \models EX \varphi$  ako za neki si takav da  $s \rightarrow s_i$ , vrijedi  $M, s_i \models \varphi$   
(*u nekom slijedećem stanju*)



7.  $M, s \models AG \varphi$  akko za sve putove  $s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow s_3 \rightarrow \dots$ ,  
gdje  $s = s_1$  i svaki  $s_i$  duž puta, vrijedi  $M, s_i \models \varphi$   
*(za sve putove koji započinju u  $s$ , obilježje  $\varphi$  vrijedi globalno duž puta)*
8.  $M, s \models EG \varphi$  akko postoji put  $s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow s_3 \rightarrow \dots$ ,  
gdje  $s = s_1$  i svaki  $s_i$  duž puta, vrijedi  $M, s_i \models \varphi$   
*(postoji put koji započinje u  $s$ , takav da obilježje  $\varphi$  vrijedi globalno duž puta)*
9.  $M, s \models AF \varphi$  akko za sve putove  $s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow s_3 \rightarrow \dots$ ,  
gdje  $s = s_1$ , postoji neki  $s_i$  duž puta, vrijedi  $M, s_i \models \varphi$   
*(za sve putove koji započinju u  $s$ , postoji neko buduće stanje u kojem vrijedi obilježje  $\varphi$ )*



10.  $M, s \models EF \varphi$

akko postoji put  $s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow s_3 \rightarrow \dots$ ,  
gdje  $s = s_1$  i za neki  $s_i$  duž puta, vrijedi  $M, s_i \models \varphi$   
*(postoji put koji započinje u s takav da  
Obilježje  $\varphi$  vrijedi u nekom budućem stanju)*

11.  $M, s \models A(\varphi_1 U \varphi_2)$

akko za sve putove  $s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow s_3 \rightarrow \dots$ ,  
gdje  $s = s_1$ , taj put zadovoljava  $(\varphi_1 U \varphi_2)$ .  
 $\varphi_1$  je kontinuirano istinita  
dok se ne pojavi ( $\varphi_2 = \text{True}$ ) nekom stanju.  
*Formula zahtijeva da bude ( $\varphi_2 = \text{True}$ )  
U nekom budućem stanju.*

12.  $M, s \models E(\varphi_1 U \varphi_2)$

akko postoji put  $s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow s_3 \rightarrow \dots$ ,  
gdje  $s = s_1$ , i taj put zadovoljava  $(\varphi_1 U \varphi_2)$ .  
 $\varphi_1$  je kontinuirano istinita  
dok se ne pojavi ( $\varphi_2 = \text{True}$ ) u nekom stanju.  
*Formula zahtijeva da bude ( $\varphi_2 = \text{True}$ )  
U nekom budućem stanju.*



11. i 12. :  $\varphi_1$  može biti istinit ili ne u i nakon stanja u kojem  $\varphi_2 = \text{True}$   
(semantika "until" je različita od prirodnog jezika).  
 $\varphi_2$  može biti istinit i prije početnog stanja s.

Za 7. do 12. : Skup budućih stanja uključuje i sadašnje stanje  
(konvencija)

Posljedica:

$p \Rightarrow EF\ p$  (ako p vrijedi sada, EF p također vrijedi)

$(AG\ p) \Rightarrow p$

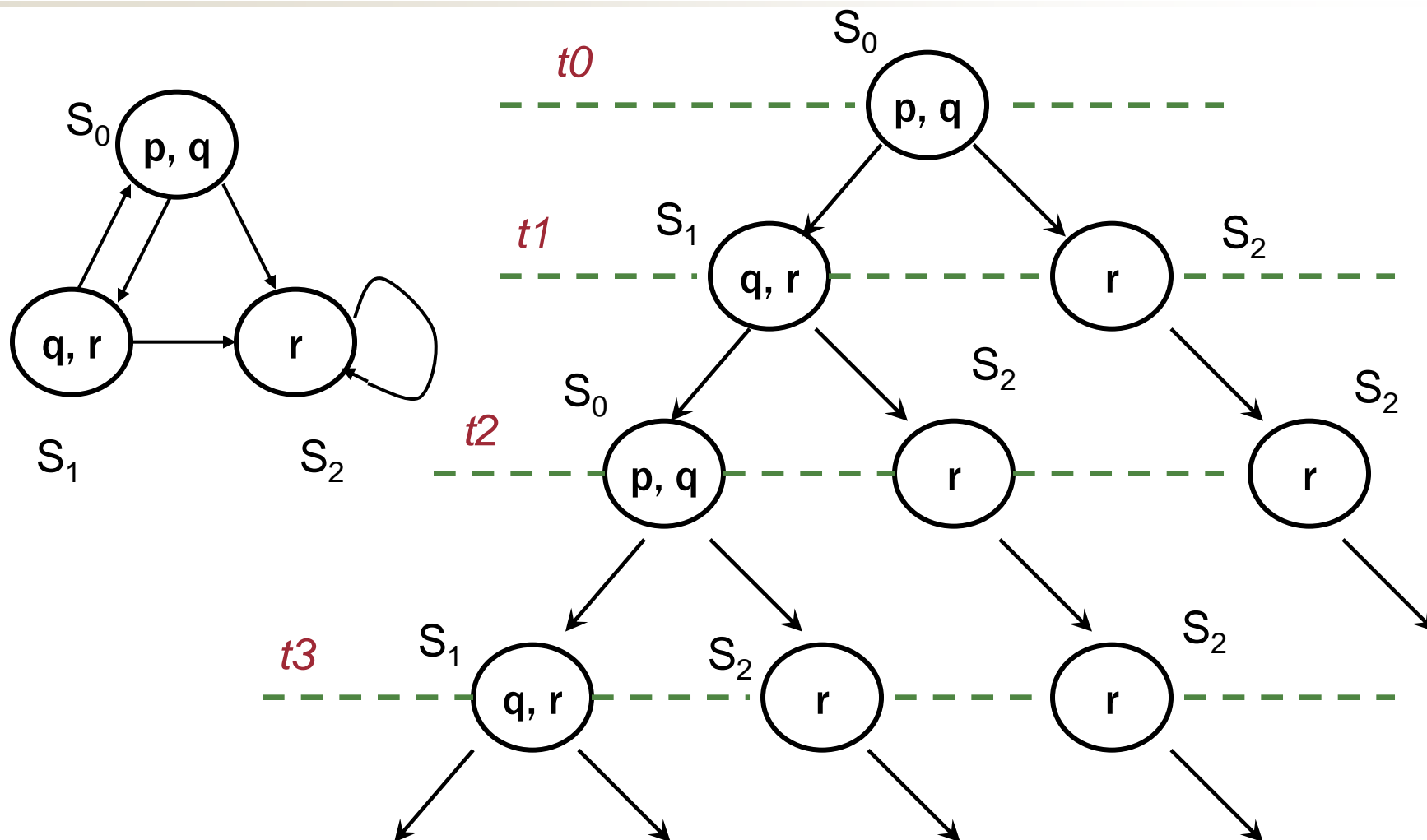
$p \Rightarrow A(q\ U\ p)$

Ove formule su istinite u svakom stanju svakog modela.





# Primjer modela



$p, q, r$  - propozicijski simboli

$S_0$  - početno stanje ili stanje koje nas zanima

- $M, s_0 \models (p \wedge q)$  ; atomi  $p$  i  $q$  su istiniti u stanju  $s_0$
- $M, s_0 \models \neg r$  ; atom  $r$  nije istinit u stanju  $s_0$
- $M, s_0 \models EX (q \wedge r)$  ; postoji put gdje je za slijedeće stanje vrijedi  $(q \wedge r)$
- $M, s_0 \models \neg AX (q \wedge r)$  ; postoji jedan put na kojem ne vrijedi za slijedeće stanje  $(q \wedge r)$
- $M, s_0 \models \neg EF (p \wedge r)$  ; nema puta sa stanjem za koje vrijedi  $(p \wedge r)$
- $M, s_0 \models AF r$  ; duž svih putova možemo dosegnuti stanje za koje vrijedi  $r$
- $M, s_0 \models E [(p \wedge q) U r]$  ; postoji put iz  $s_0$  na kojem u svim stanjima  $(p \wedge q) = \text{True}$ , dok  $r = \text{True}$  (npr. do  $s_2$ )
- $M, s_0 \models A [p U r]$  ; na svim putovima vrijedi  $[p U r]$



# CTL ekvivalencije



$\neg AF \varphi = EG \neg \varphi$  ; de Morgan

$AF \varphi = \neg EG \neg \varphi$

$EG \varphi = \neg AF \neg \varphi$

$AG \neg \varphi = \neg EF \varphi$  ; de Morgan

$AG \varphi = \neg EF \neg \varphi$

$\neg AX \varphi = EX \neg \varphi$  ; X je vlastiti

dual

$AX \varphi = \neg EX \neg \varphi$

$AF \varphi = A (\text{True} \cup \varphi) = \neg EG \neg \varphi$

$EF \varphi = E (\text{True} \cup \varphi)$

$EG \varphi = \neg [ A [\text{True} \cup \neg \varphi] ]$

EG je nedjeljiv, tj.  $E\neg G$  nije ispravna CTL formula

Notacija:

$A[p \cup q] = [p \text{ AU } q]$

$E[p \cup q] = [p \text{ EU } q]$

Temeljem gornjih ekvivalencija, za izračun svih CTL formula dovoljno je imati postupke za izračun EX, EG, EU  
= *adekvatni skup*

- engl. *adequate set*
- Postoji više adekvatnih skupova.

# Primjeri: Preslikavanja prirodnog jezika u CTL

1. Moguće je doći u stanje gdje *start=T* i *ready=F*.

*EF (start  $\wedge$   $\neg$ ready)*

2. Za svako stanje, ako se postavi zahtjev (za nekim resursom) biti će konačno prihvaćen (kad-tad).

*AG ( zahtjev  $\Rightarrow$  AF prihvaćen)*

3. U svakom slučaju, određeni proces će *konačno* biti stalno zaustavljen

*AF (AG zaustavljen)*

4. Iz svakog stanja moguće je doći do stanja "restart".

*AG (EF restart)*

5. Na putu prema gore, dizalo na drugom katu neće promijeniti smjer gibanja, ako postoji putnik koji želi na peti kat.

*AG[ (kat=2  $\wedge$  smjer=gore  $\wedge$  pritisnuta\_tipka\_5)  $\Rightarrow$*

*A (smjer=gore U kat=5) ]*



6. Dizalo *može* ostati *stalno* stajati na trećem katu sa zatvorenim vratima.

$AG [ (kat=3 \wedge stoji \wedge vrata=zatvoreno) \Rightarrow$

$EG (kat=3 \wedge stoji \wedge vrata=zatvoreno) ]$

7. Kadgod  $in = 1$ , nakon dva takta uvijek  $out = 1$

$AG (in \Rightarrow AX AX out)$

8. Uvijek vrijedi: ako se pojavi signal "send" onda konačno signal "receive" postaje istinit, te do tog trenutka "send" mora ostati istinit

$AG (send \Rightarrow A(send U receive))$



# CTL provjera modela



- *engl. CTL model checking*
- Za danu Kripke strukturu (usmjereni označeni graf)
  - I određen *skup početnih stanja*  $S_0$ ,
  - Provjeri da CTL formula zadovoljava za ta stanja:

Formalno:

$$M, S_0 \models \phi, \text{ tj. } \forall s_0 \in S_0 M, s_0 \models \phi \text{ (za svako stanje iz } S_0)$$

Postupak:

Potrebno je pronaći sva stanja koja zadovoljavaju CTL formulu  $\phi$ , i ispitati da li je željeni podskup  $S_0$  uključen.

*CTL provjera modela  $\Rightarrow$  manipulacija skupovima stanja.*

# Primjer razrješavanja ugniježđenih operatora

## ■ Algoritam:

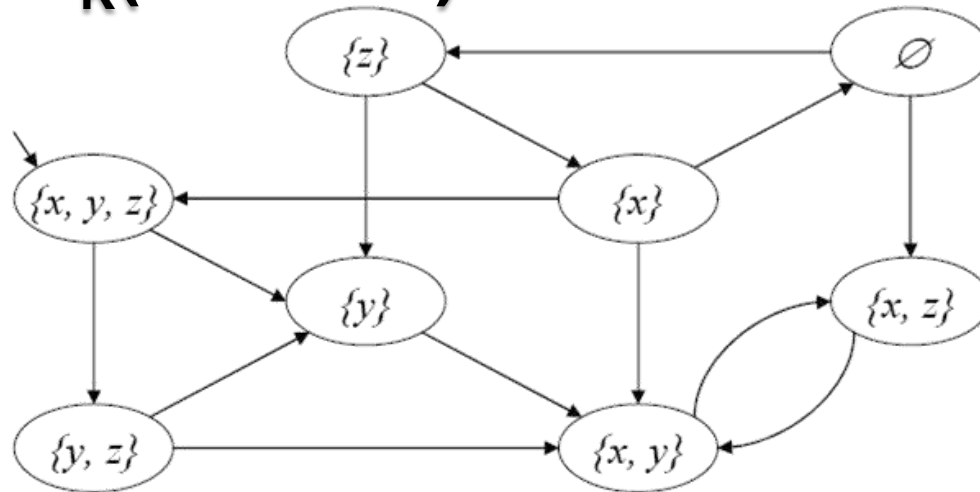
1. izračunaj stanja koje zadovoljava najugnežđenija formula
  - princip iznutra prema van
2. uporijsbi rezultate za izračun drugog novoa formula
3. ponavlja 2

## ■ Primjer izračuna $S_K(AF AG x)$

### Example

For  $S_K(AF AG x)$   
compute successively

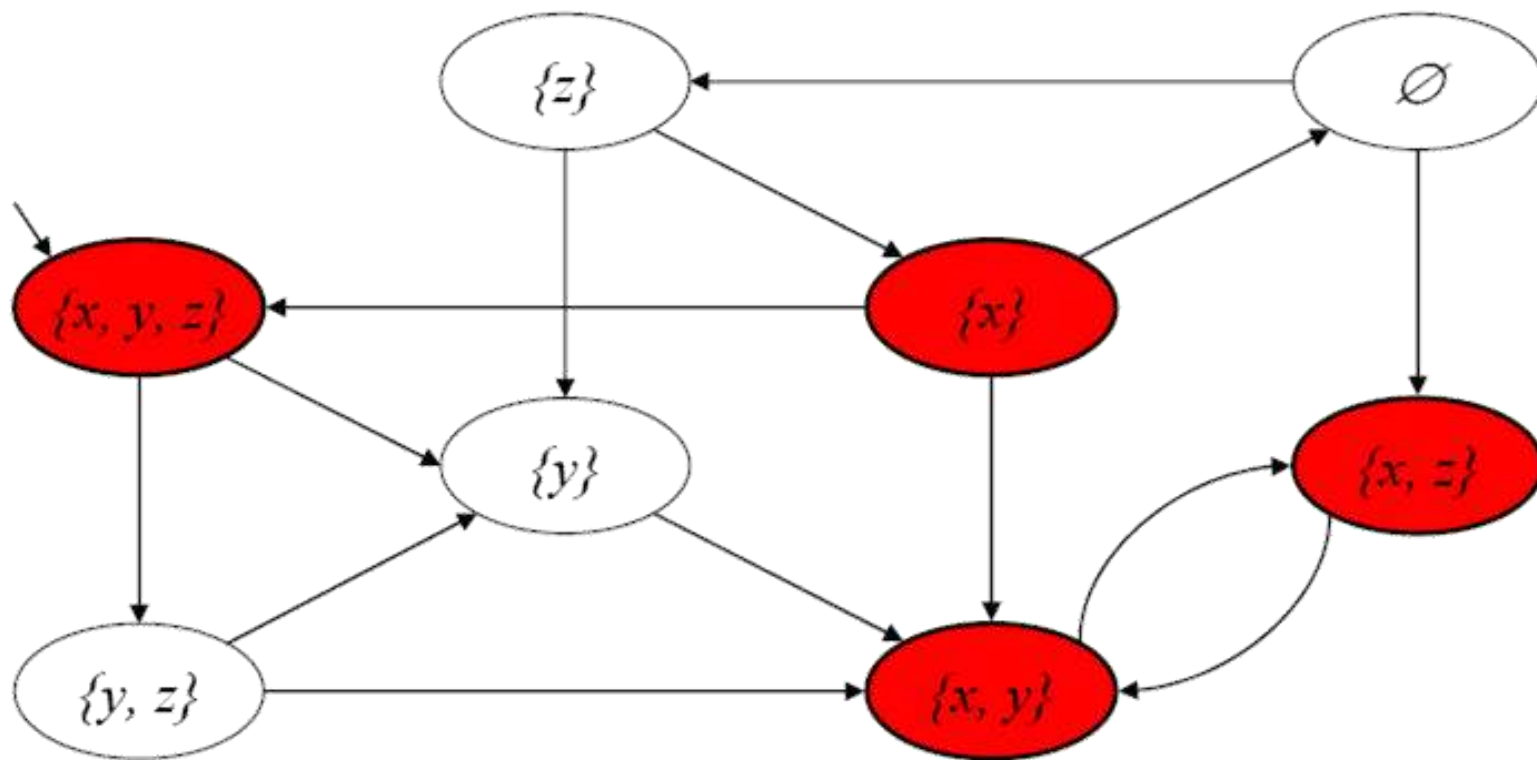
- $S_K(x)$ ,
- $S_K(AG x)$ , and
- $S_K(AF AG x)$





# 1. Izračunati $S_k(x)$

- sva stanja u kojima postoji  $x$





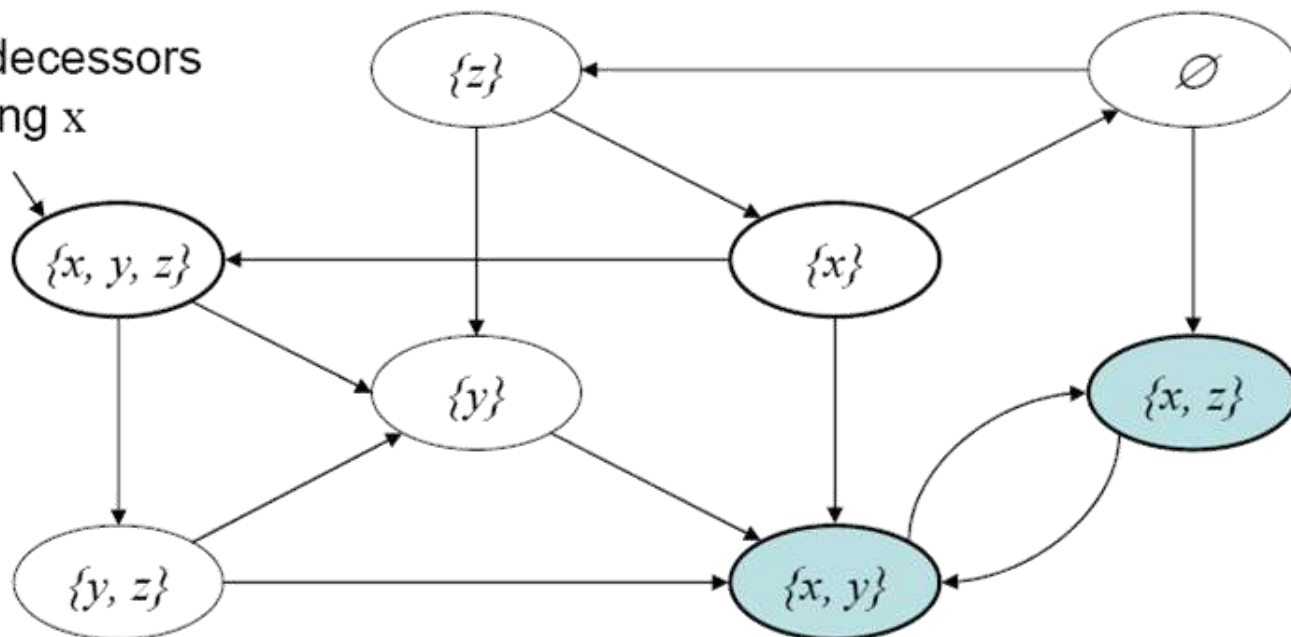
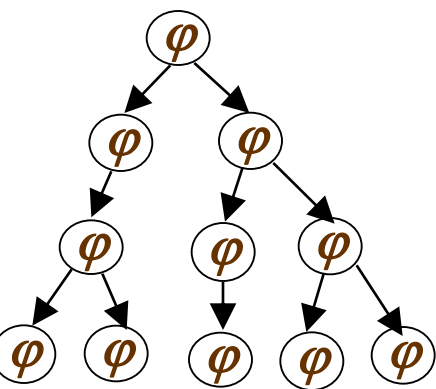


## 2. Izračunati $S_K(AG\ x)$

To be kept,  
a state satisfying  $x$   
must be the root of runs satisfying  $x$

->

analyze the predecessors  
of states satisfying  $x$



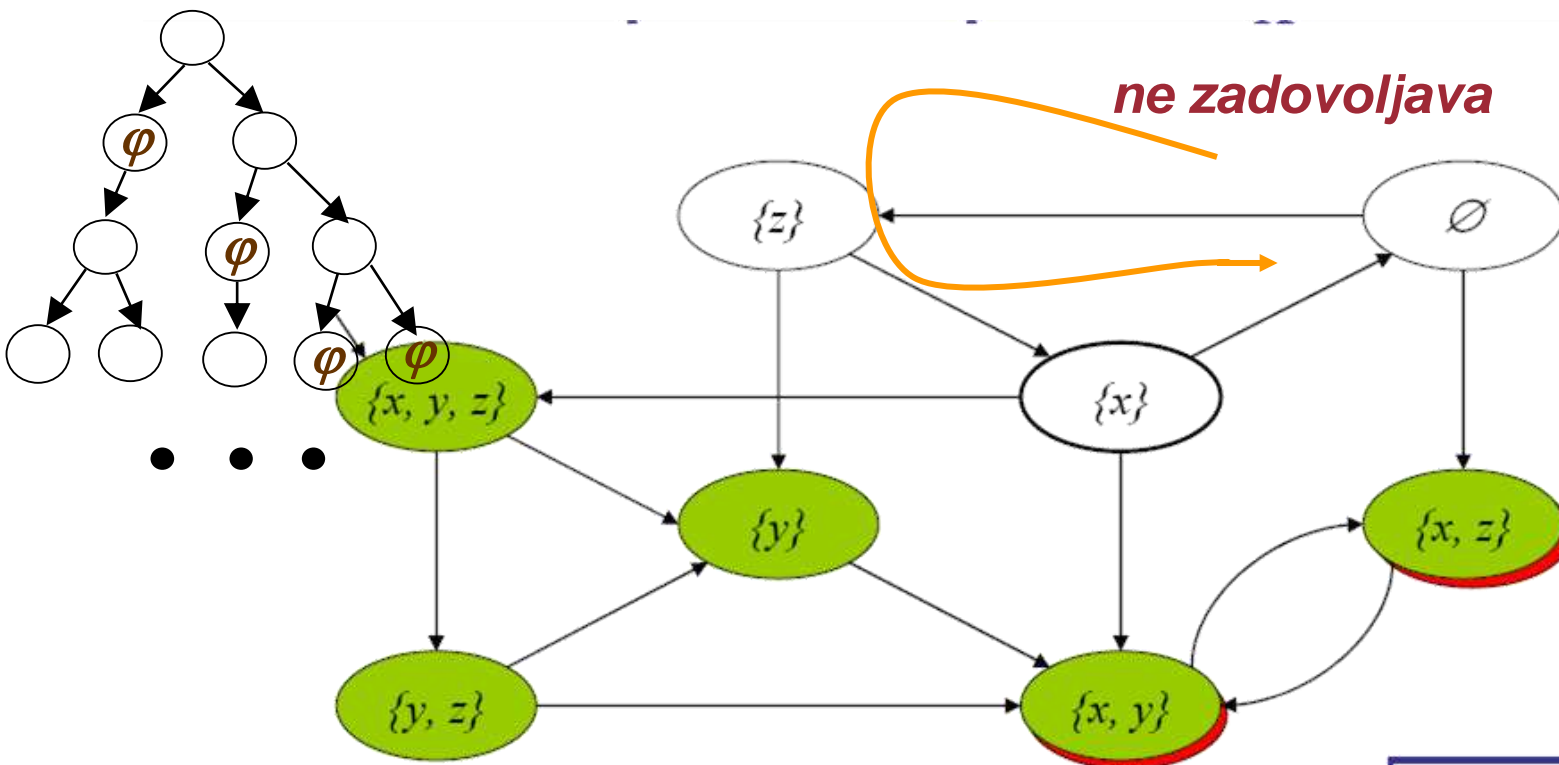
• • •  
**Uključuje sadašnje stanje!**

UNESCO math&dev.  
TUNIS - février 2008

Only 2 states remain,  
with a circuit between them  
-> an (infinite) run visit them

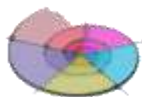


# 3. Izračunati $S_K(\text{AF AG } x)$



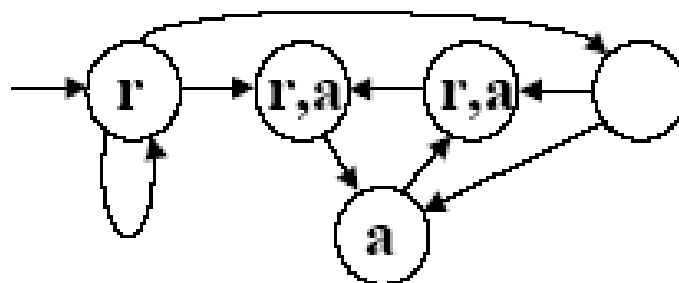
- We find the former 2 states
- and also inductively all predecessors that eventually reach them in all their runs.

Remove predecessors that do not have all its successors reaching them.



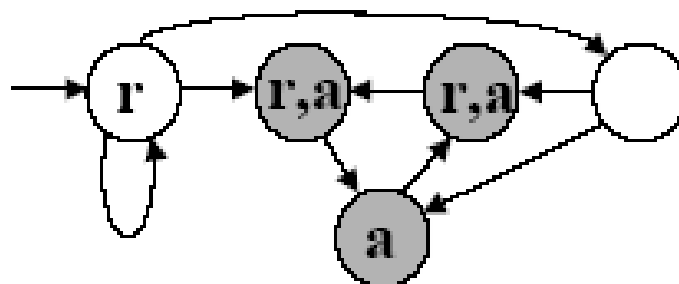
# Primjer 2

Determine the set of states in machine satisfying the  
CTL formula:  $AG(r \Rightarrow AF a)$  = **specifikacija**



= **model (implementacija)**

**Step (1) Set of states satisfying “ a ”**



## Step (2) Set of states satisfying “AF a”

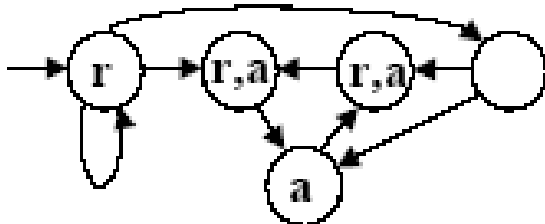
Note: a state  $s$  satisfies “AF a” if either:

**on all paths**

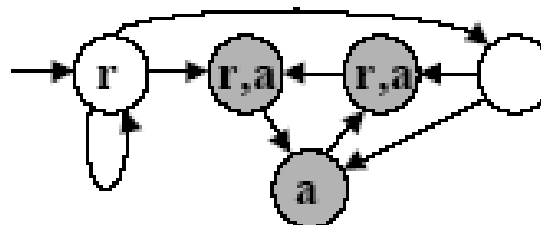
- (i) “a” holds in  $s$ , or
- (ii) “AF a” holds in every successor state of  $s$

Obtain approximations iteratively till fixpoint is reached.

*Initial approximation:*

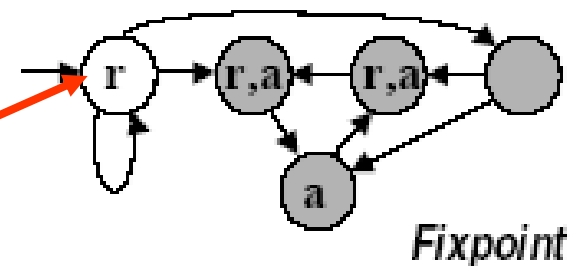


*Next approximation:*



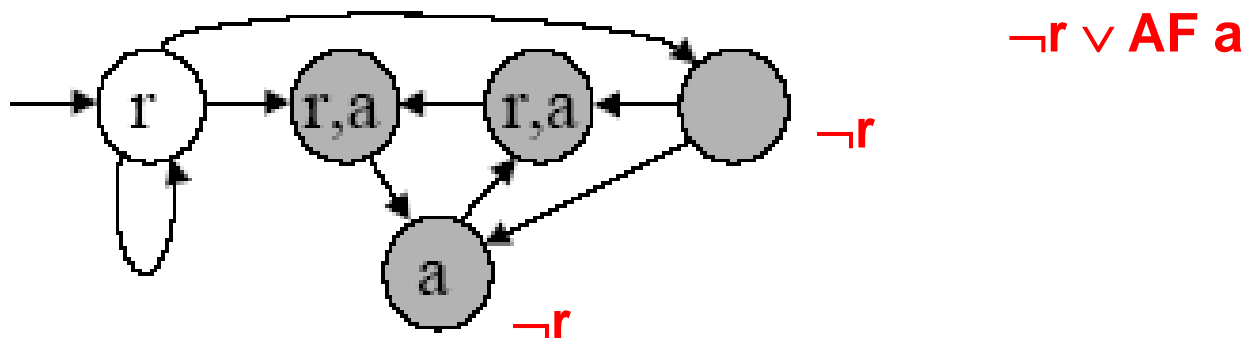
*Final approximation:*

**Does not hold  
because of this path**

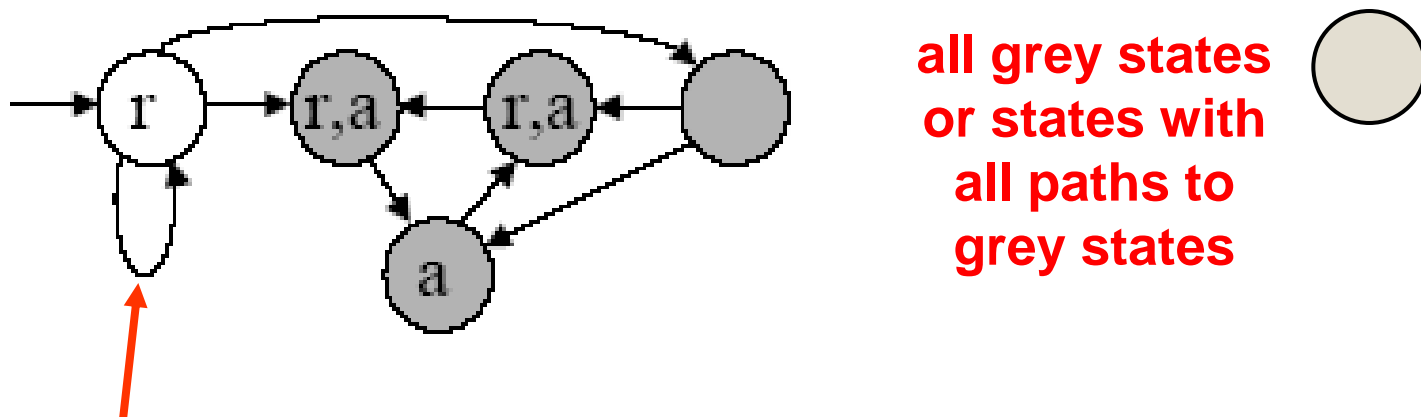




## Step (3) Set of states satisfying $r \Rightarrow \text{AF } a$



## Step (4) Set of states satisfying $\text{AG}(r \Rightarrow \text{AF } a)$

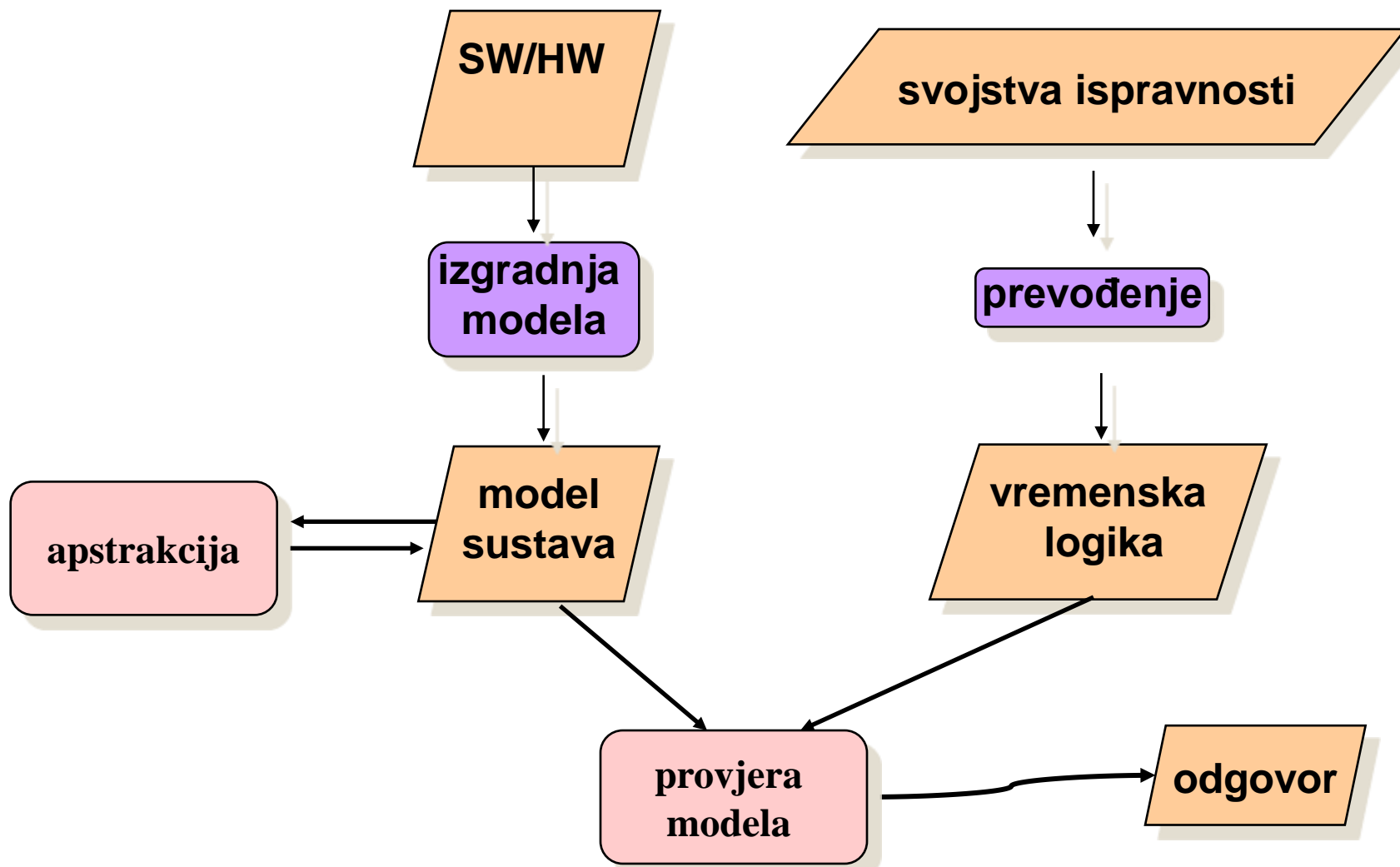


Property is not true in the initial state !

Counter-example: initial state infinitely often (not always)



# Sustavi automatske verifikacije





# Formalna specifikacija



- Velik broj razvijenih formalnih specifikacija, najrasprostranjenije:
- VDM-SL (Vienna Development Method – Specification Language), IBM Research Laboratory in Vienna
  - <http://www.vienna.cc/e/evdm.htm>
  - Cliff B. Jones: Systematic Software Development Using VDM, by, 2nd edition, Prentice Hall, 1990.
  - Fitzgerald, J.S., Larsen, P.G., Mukherjee, P., Plat, N. and Verhoef, M., Validated Designs for Object-oriented Systems. Springer Verlag 2005
- Z, PRG (Programming Research Group), University of Oxford, UK
  - <http://czt.sourceforge.net/>
  - Jim Woodcock, Jim Davies: Using Z: Specification, Refinement, and Proof”, Prentice Hall, 1996.
- B-Method, Jean-Raymond Abrial, France
  - <http://www.methode-b.com/>
  - J-R Abrial: The B-Book: Assigning Programs to Meanings, Cambridge University Press, 1996
  - ZB 2000: Formal Specification and Development in Z and B, First International Conference of B and Z Users, York, UK, August 29 - September 2, 2000
  - ...



- Pokazana je samo jedna od mnogih *formalnih metoda*.
- 1. Implementacija sustava modelira se Kripke strukturom. Sustavi za verifikaciju (npr. SMV, VIS, SPIN, ...) traže opis Kripke strukture u posebnim programskim jezicima.
- 2. Specifikacija željenog ponašanja izražava se CTL vremenskom logikom (u nekim sustavima i drugim vremenskim logikama).
- 3. Sustav za verifikaciju prolazi kroz sva stanja modela i provjerava da li model implementacije logički zadovoljava specifikaciju (*engl. model checking*).
- Poteškoće:
  - Precizno izraziti željeno ponašanje i modelirati strukturu.
  - Sustav za verifikaciju provjerava uvijek samo jedno željeno ponašanje.
  - Programski produkti imaju ogroman skup stanja, pa je moguća provjera samo pojedinih (kritičnih) dijelova.





# Diskusija

