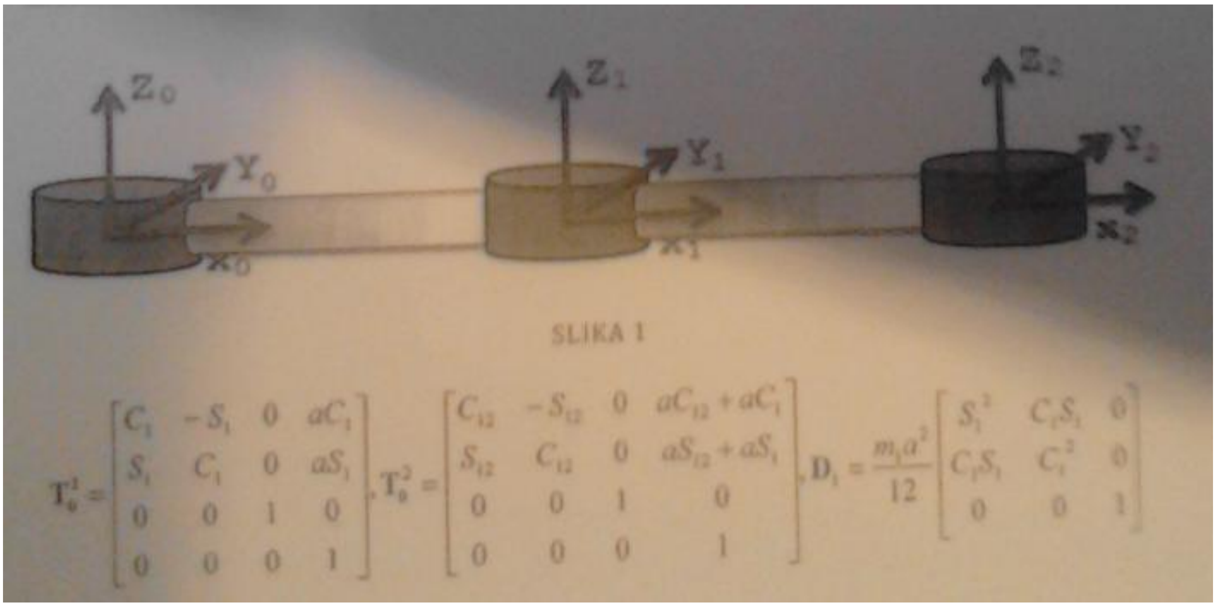
OSNOVE ROBOTIKE - ZAVRŠNI ISPIT 2012. / 2013.

7. Zadan je dvoosni RR manipulator dan Slikom 1. za koji vrijede priložene matrice homogene transformacije.



Dakle, znamo T_0^1, T_0^2, D_1. Pretpostavimo da je svaki članak mase m i duljine a.

U zadatku ima greška $D_1 = \frac{m \cdot a^2}{12} \cdot \begin{bmatrix} S_1^2 & -C_1 S_1 & 0 \\ -C_1 S_1 & C_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- **Odredite općeniti izraz za ukupni moment tromosti manipulatora.**

Ukupni moment tromosti manipulatora (tenzor inercije manipulatora) dobiva se primjenom L-E postupka.

Vektore ΔC_1 i ΔC_2 iščitavamo direktno sa slike (homogene koordinate centra mase i-tog članka u odnosu prema koordinatnom sustavu L_i).

$$\Delta C_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a}{2} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta C_2 = \begin{bmatrix} -\frac{a}{2} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

Koordinate centra mase i-tog članka u odnosu prema koordinatnom sustavu baze računamo pomoću izraza:

$$C_i(q) = H_1 \cdot T_0^i \cdot \Delta C_i$$

Gdje je $H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Računamo:

$$C_1(q) = H_1 \cdot T_0^1 \cdot \Delta C_1 = \begin{bmatrix} \frac{a}{2} \cdot C_1 \\ \frac{a}{2} \cdot S_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2(q) = H_1 \cdot T_0^2 \cdot \Delta C_2 = \begin{bmatrix} \frac{a}{2} \cdot C_{12} + a \cdot C_1 \\ \frac{a}{2} \cdot S_{12} + a \cdot S_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tenzori inercija i-tog članka oko njegovog centra mase:

$$D_1' = \frac{m \cdot a^2}{12} \cdot dijag(0,1,1)$$

$$D_2' = \frac{m \cdot a^2}{12} \cdot dijag(0,1,1)$$

Tenzor inercije i-tog članka u odnosu prema koordinatnom sustavu baze (D_1 već znamo):

$$D_2 = R_0^2 \cdot D_2' \cdot [R_0^2]^T$$

Radi lakšeg računa pretpostavka je a = 1 m.

$$D_2 = \frac{m}{12} \cdot \begin{bmatrix} S_{12}^2 & -C_{12}S_{12} & 0 \\ -C_{12}S_{12} & C_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Potrebno je izračunati i Jacobijeve matrice:

$$J^1 = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial c^1}{\partial q_1} & 0 \\ \xi_1 z^0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{a}{2} S_1 & 0 \\ \dfrac{a}{2} C_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J^2 = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial c^2}{\partial q_1} & \dfrac{\partial c^2}{\partial q_2} \\ \xi_1 z^0 & \xi_2 z^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{a}{2} S_{12} - a S_1 & -\dfrac{a}{2} S_{12} \\ \dfrac{a}{2} C_{12} + a C_1 & \dfrac{a}{2} C_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ukupan tenzor inercije članka dobije se pomoću idućeg izraza:

$$D = \sum_{k=1}^{2} \{ [A_k]^T \cdot m_k \cdot A_k + [B_k]^T \cdot D_k \cdot B_k \} = m \cdot \begin{bmatrix} \dfrac{5}{3} + C_2 & \dfrac{1}{3} + \dfrac{C_2}{2} \\ \dfrac{1}{3} + \dfrac{C_2}{2} & \dfrac{1}{3} \end{bmatrix}$$

Maksimalni iznos se dobije uz $\cos(q_2) = 1$ tj. $q_2 = 0$.

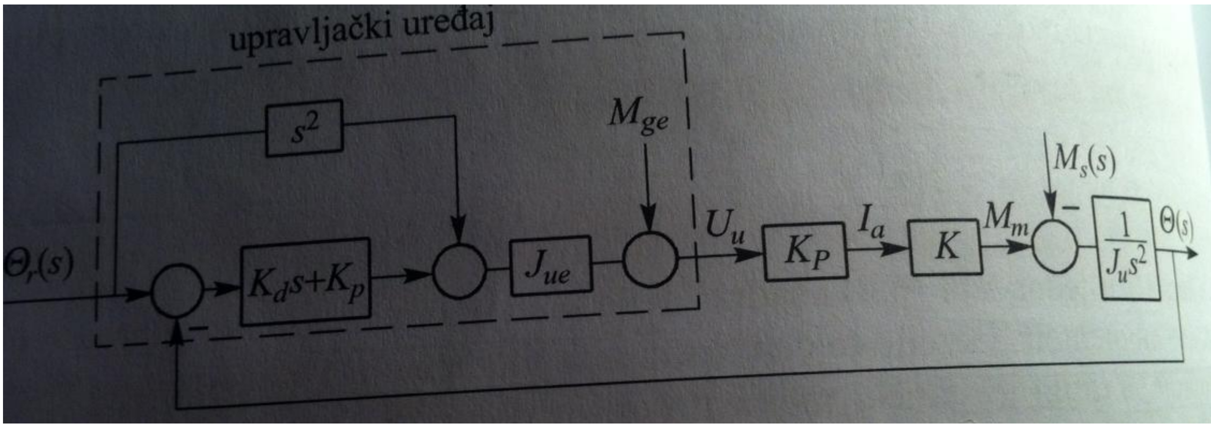
$$D_{\max} = \begin{bmatrix} \dfrac{8}{3} m & \dfrac{5}{6} m \\ \dfrac{5}{6} m & \dfrac{1}{3} m \end{bmatrix}$$

Minimalni iznos se dobije uz $\cos(q_2) = -1$ tj. $q_2 = \pi$.

$$D_{\min} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{3} m & \dfrac{-1}{6} m \\ \dfrac{-1}{6} m & \dfrac{1}{3} m \end{bmatrix}$$

- **Projektirajte upravljačku petlju zakreta prvog zgloba uz upravljanje po momentu. Parametre regulatora podesite po min-max metodi. Za mase članka manipulatora vrijedi m = 10 kg, a zadani parametri odziva zatvorenog kruga su: $\boldsymbol{\xi = 1, \omega_n = 0.01\frac{rad}{s}}$.**

Koristimo strukturu danu Slikom 2.



Slika 2.

Možemo pretpostavit da je $K \cdot K_P$ = 1 (tako je asistent rekao) i zanemarimo ovaj s^2 dio kod ulaza.

Prijenosna funkcija zatvorenog kruga glasi:

$$G_{cl}(s) = \frac{J_{ue}}{J_u} \cdot \frac{K_d s + K_p}{s^2 + \frac{J_{ue} K_d}{J_u} s + \frac{J_{ue} K_p}{J_u}}$$

od tuda slijedi :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{J_{ue} K_p}{J_u}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_d}{\sqrt{K_p}} \cdot \sqrt{\frac{J_{ue}}{J_u}}$$

Cilj min-max metode je da vrijedi $\xi_{\min} = 1$, a to je upravo slučaj kada je omjer $\frac{J_{ue}}{J_u}$ najmanji mogući tj. za $\frac{J_{\min}}{J_{max}}$. Ako gledamo tezor inercije manipulatora vidimo da za m = 10 kg maksimalni moment inercije je $J_{max} = \frac{80}{3}$, a minimalni $J_{\min} = \frac{20}{3}$. (uvijek gledamo element (1,1) od tenzora inercije manipulatora)

Od tuda slijedi da je $K_p = 4 \times 10^{-4}$ I $K_d = 0.08$.

U ovom slučaju moguće je min i max momente inercija manipulatora izračunati i fizikalno :

Maksimalni moment je kada je ruka ispružena (gledamo na to kao na jednu šipku mase $2m$ i duljine $2a$).

$$J_{max} = \frac{2 \cdot m \cdot (2 \cdot a)^2}{12} + 2 \cdot m \cdot a^2 = \begin{bmatrix} m = 10 \\ a = 1 \end{bmatrix} = \frac{80}{3}$$

Minimalni moment je kada je ruka skupljena tj. drugi zglob ima takav kut da je drugi segment manipulatora paralelan s prvim (gledamo na to kao na jednu šipku mase $2m$ i duljine a).

$$J_{min} = \frac{2 \cdot m \cdot a^2}{12} + 2 \cdot m \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \begin{bmatrix} m = 10 \\ a = 1 \end{bmatrix} = \frac{20}{3}$$

8. Za manipulator iz prethodnog zadatka odredite polinome trajektorije u prostoru konfiguracije zgloba q1(t) i q2(t). Zadane su točke zakreta i trenutak postizanja tog zakreta:

Zglob1 : (10^o,0s), (25^o,0.5s), (45^o,1s)

Zglob2 : (0^o,0s), (-10^o,0.5s), (20^o,1s)

Zadana su 3 uvjeta tako da možemo pretpostaviti polinom drugog reda. Nema uvjeta na kontinuiranost brzina i akceleracija tako da je dovoljno izračunati da polinom prolazi kroz sve točke.
Općenito pretpostavimo:

$$q1(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

$$q2(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t$$

Mora vrijediti:

$$q1(0) = 10, \qquad q1(0.5) = 25, \qquad q1(1) = 45$$

i

$$q2(0) = 0, \qquad q2(0.5) = -10, \qquad q2(1) = 20$$

Zapravo imamo dva puta sustav od tri jednadžbe s tri nepoznanice čija rješenja su:

$$q1(t) = 10 + 25t + 10t^2$$

$$q2(t) = -60t + 80t^2$$

Pečat:

by: Miha the mighty