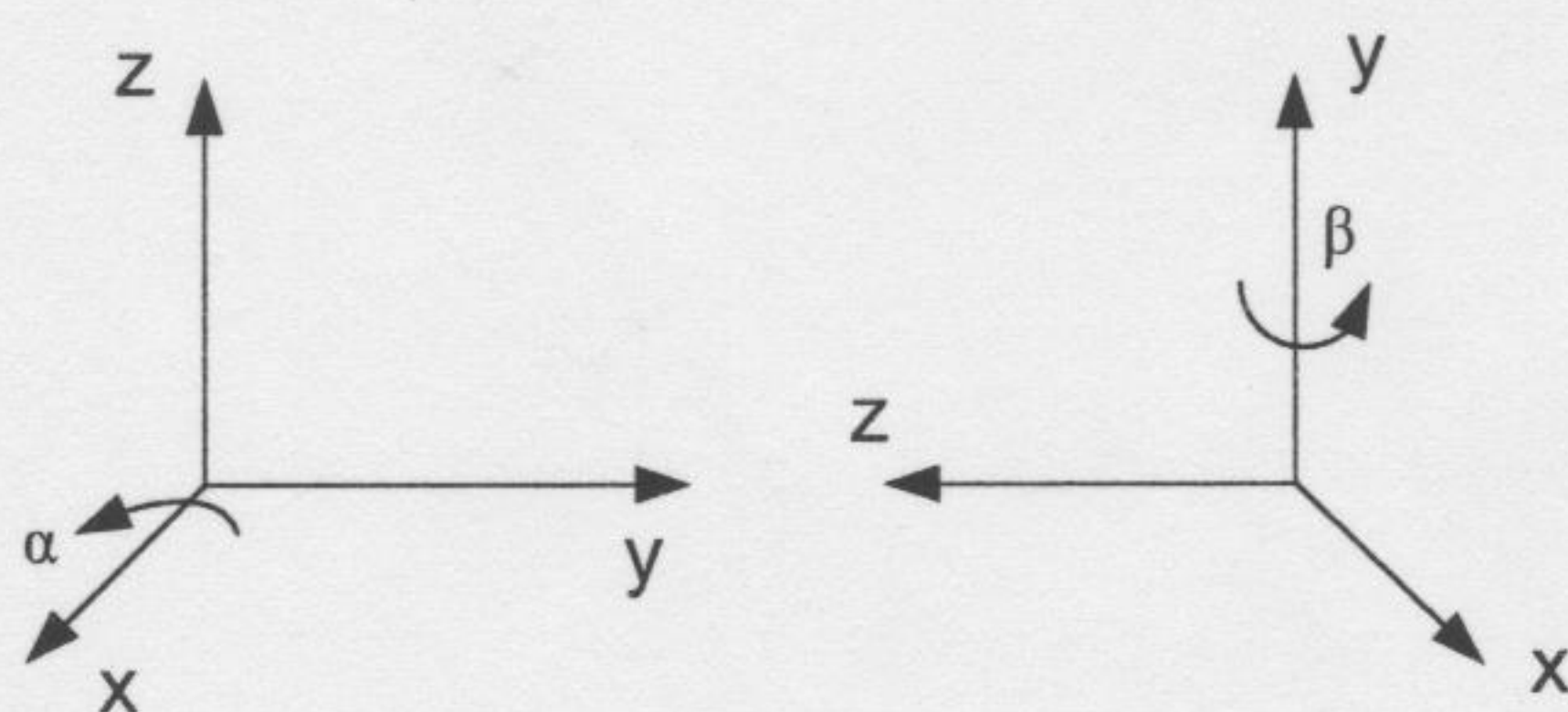


Direktna i inverzna kinematika, planiranje trajektorije

Međuispit

1. ZADATAK

- a) (1b) Prikažite realan broj, kompleksan broj i 3D vektor kao kvaternion;
- b) (2b) Napišite izraz za kvaternion Q koji opisuje složenu rotaciju prikazanu na Slici 1. Rotacija se sastoji od rotacije oko osi x za vrijednost $\alpha = \frac{\pi}{2}$ nakon koje se vrši rotacija oko nove osi y za vrijednost $\beta = -\frac{\pi}{2}$; *Eksplisitno navedite izraze za oba kvaterniona i naznačite redosljed operacija.*



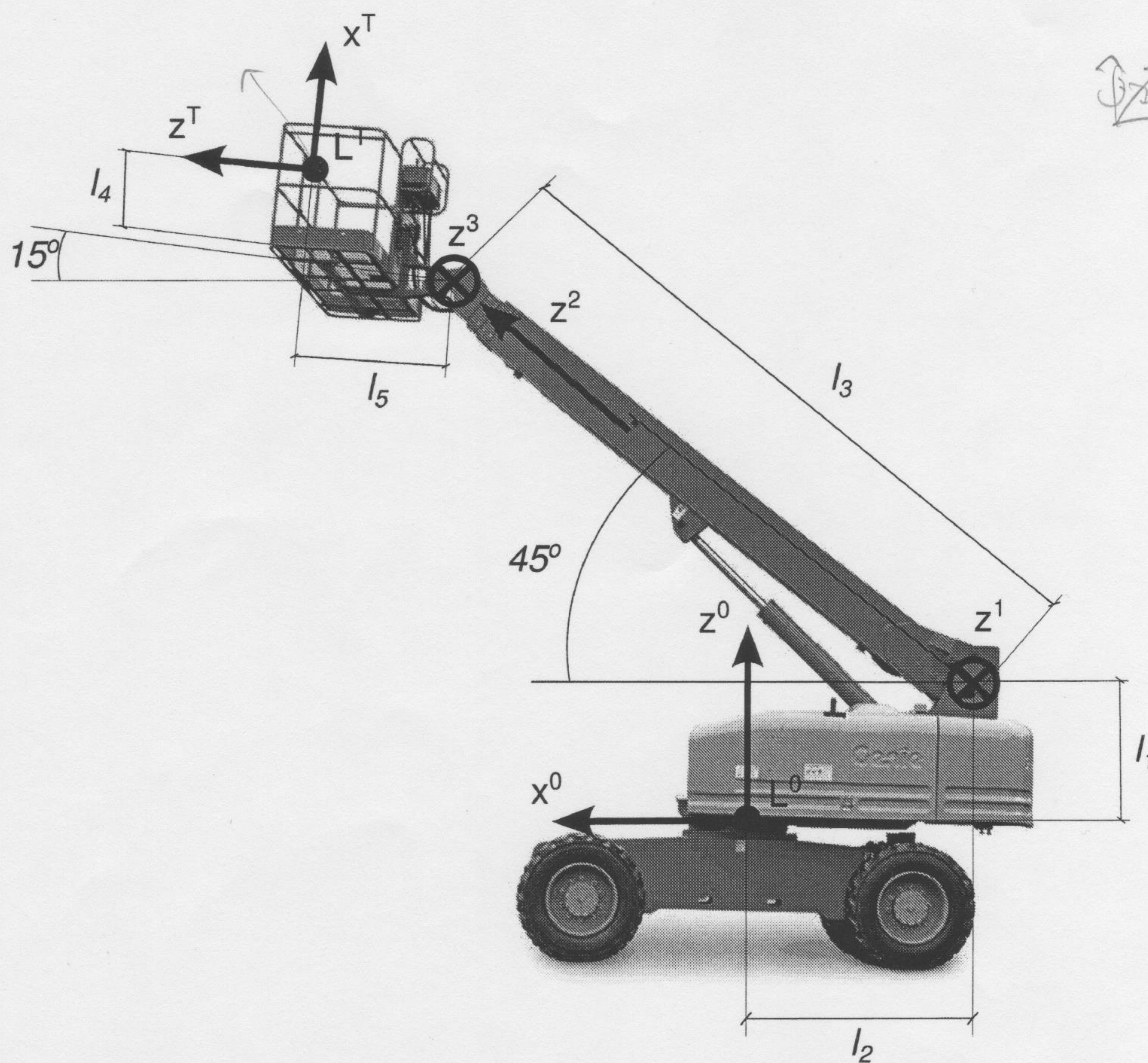
Slika 1: Složena rotacija

- c) (2b) Može li robot s ukupno dvije rotacijske osi biti kinematički redundantan? Nacrtajte (protu)primjer.
- d) (2b) Napišite pseudokod funkcije `taylor1(w0,w1,e)` koja provodi jednu iteraciju Taylorovog postupka između točaka w_0 i w_1 uz toleranciju e .

2. ZADATAK

Stroj za visinske radove u građevinarstvu, prikazan Slikom 2, može se opisati RRTR konfiguracijom manipulatora. Za zadani stroj treba:

- a) (4b) Postaviti koordinatne sustave zglobova prema pravilima Denavit-Hartenbergovog postupka; *Vodite računa o tome da ishodište koordinatnog sustava L^T mora biti postavljeno kao na slici; Ukoliko je potrebno uvedite dodatni koordinatni sustav kako bi to osigurali;*
- b) (3b) Odrediti kinematičke parametre prema Denavit-Hartenbergu;
- c) (2b) Odrediti vrijednosti varijabli zglobova u položaju prikazanom na slici;
- d) (2b) Skicirati radni prostor robota u tlocrtu i bokocrtu, uzimajući u obzir ograničenja gibanja pojedinih osi dana u Tablici 1; Na skicama označite relevantne kinematičke parametre;



Slika 2: Građevinski stroj RRTR konfiguracije.

3. ZADATAK

Jedno od mogućih rješenja inverzne kinematike za manipulator RRTR konfiguracije prikazan Slikom 2 dano je jednačbom (1).

$$\mathbf{T}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -C_1 C_{24} & -S_1 & -C_1 S_{24} & C_1(l_2 - C_{24}l_4 - S_{24}l_5 + S_2q_3) \\ -C_{24}S_1 & C_1 & -S_1 S_{24} & S_1(l_2 - C_{24}l_4 - S_{24}l_5 + S_2q_3) \\ S_{24} & 0 & -C_{24} & l_1 + S_{24}l_4 - C_{24}l_5 + C_2q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Za danu matricu transformacije treba:

a) (1b) Izdvojiti vektor konfiguracije alata \mathbf{w} .

Os zgloba	Ograničenje	Napomena
Os 1	$\pm 150^\circ$	s obzirom na smjer vozila
Os 2	$[0, 90]^\circ$	s obzirom na horizontalnu ravninu
Os 3	$[l_3, 2l_3] \text{ m}$	
Os 4	$\pm 45^\circ$	s obzirom na translacijsku os

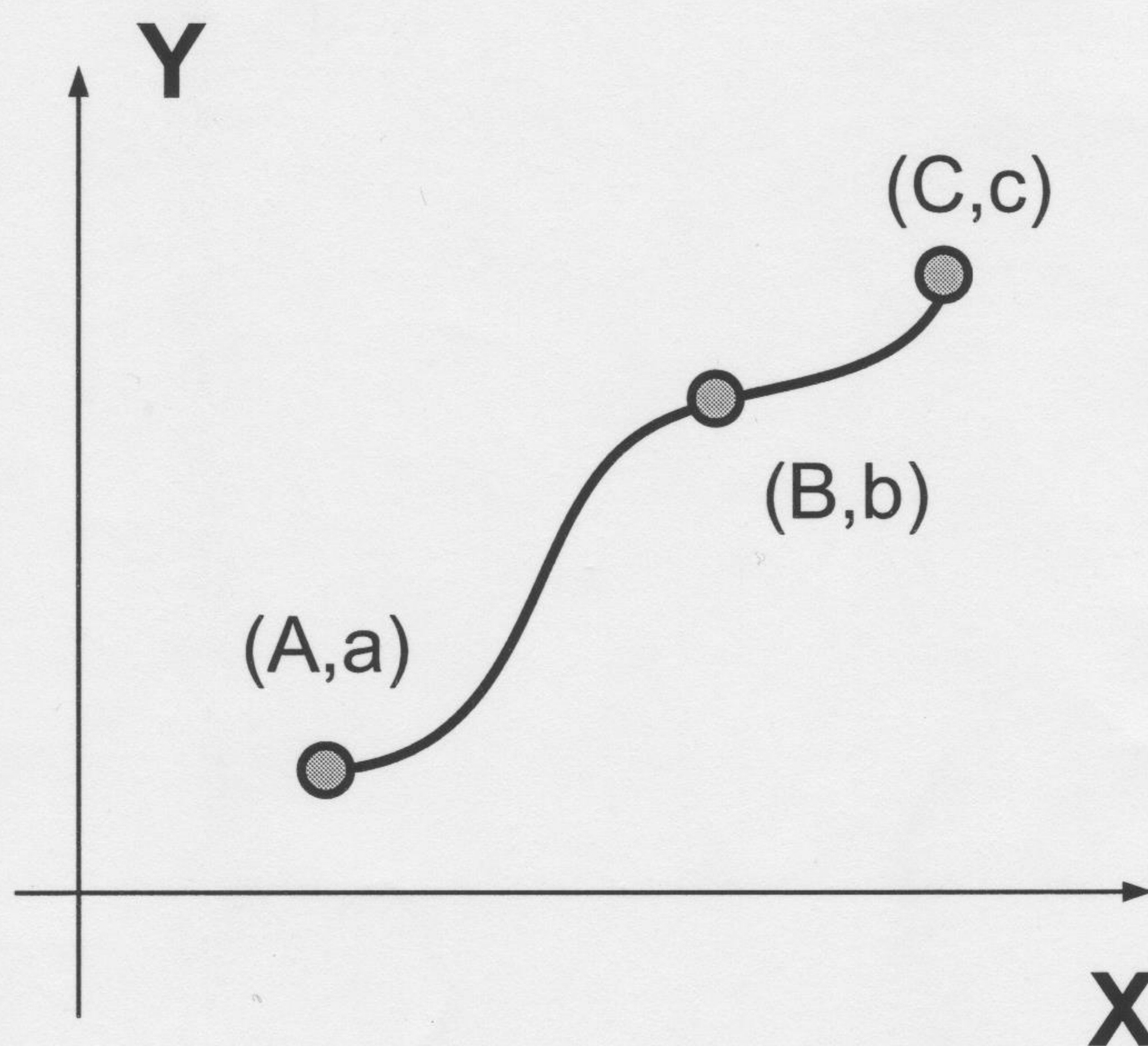
Tablica 1: Ograničenja rotacije zglobova.

- b) (4b) Riješiti inverzni kinematički problem; Obavezno naznačite i komentirajte svaku potencijalnu višeznačnost i neodređenost (npr. dijeljenje s nepoznanicom, kraćenje nepoznanica);
- c) (2b) Napišite pseudokod funkcije $udaljenost(q_0, q_1)$, koja za zadane vektore konfiguracije zglobova q_0 i q_1 računa njihovu udaljenost u L_∞ normi. Koristeći funkciju $udaljenost$ napišite pseudokod funkcije $najblizi(Q, q_0)$, koja za zadanu listu vektora konfiguracija zglobova Q vraća položaj q_1 najbliži početnom položaju q_0 . U implementaciji funkcije $najblizi$ možete pretpostaviti da postoje funkcije dk i ik koje računaju direktnu, odnosno inverznu kinematiku.

4. ZADATAK

Na slici 3 prikazana je putanja svesmjernog mobilnog robota kroz tri točke (A, a) , (B, b) , (C, c) . Pri tome, robot kreće početnom brzinom $v_x = v_y = 0$.

- a) (3b) Projektirajte trajektoriju robota metodom Spline-ova s MINIMALNIM stupnjem polinoma, tako da robot prođe kroz navedene točke, s početnom brzinom $v_x = v_y = 0$, uz dodatan uvjet kontinuiranosti brzine. **Napomena:** Nije dozvoljeno dodavati dodatne uvjete trajektorije. Koordinate osi razmatrajte kao zglobove robota.
- b) (1b) Prema Ho-Cook metodi izračunajte parametrijska vremena segmenata trajektorije.
- c) (1b) Ako su parametrijska vremena prijelaza segmenata raspoređena u omjeru $t_{ab} : t_{bc} = 4 : 1$, u kojem će omjeru biti raspoređena konačna, optimalna vremena prijelaza segmenata dobivena Ho-Cook metodom planiranja trajektorije.



Slika 3: Putanja robota

Vrijeme pisanja: 150 minuta.