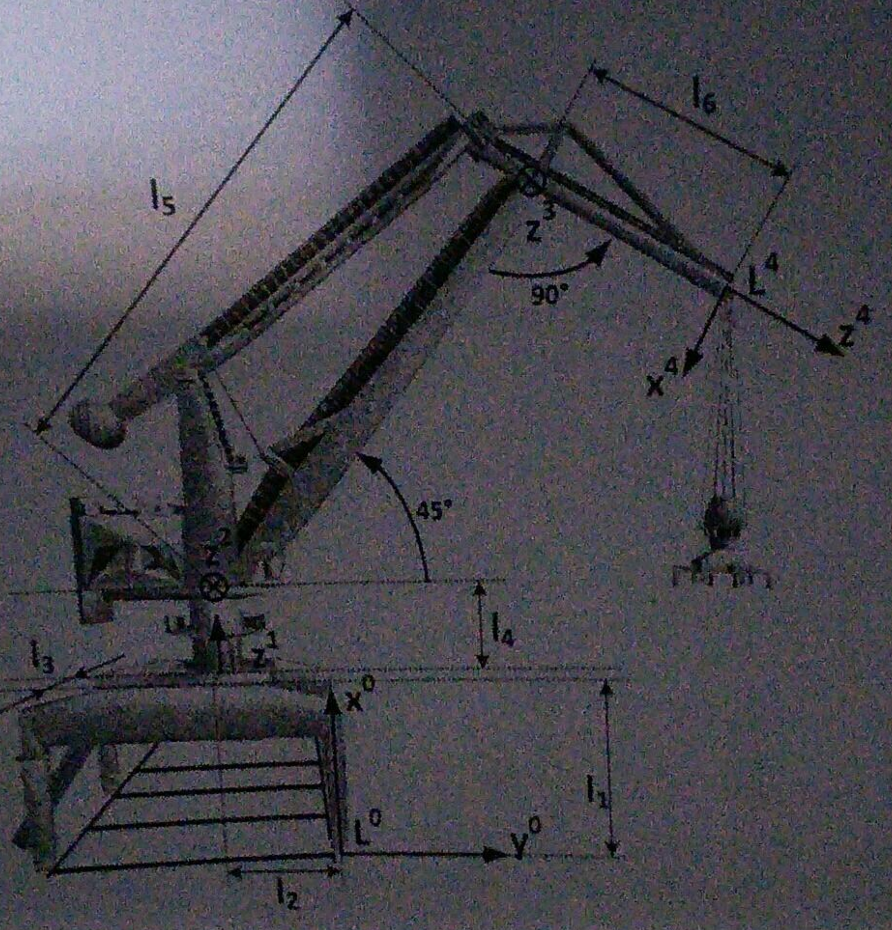
1. Zadatak

Luka Ploče u postupku je modernizacije svog poslovanja, a jedan od bitnih koraka je vizualizacija procesa istovara i utovara brodskih kontejnera kako bi menadžeri mogli u stvarnom vremenu pratiti događaje u luci. Međutim, pri vizualizaciji rada dizalice (slika 1) došlo je do određenih problema, pa je voditelj luke angažirao mladog studenta Mirka Vicu da riješi problem. Vizualizacijski program prima poziciju i orijentaciju vrha dizalice, a Mirko Vico na raspolaganju ima samo poziciju dizalice na tračnicama te zakrete svih osovina dizalice.



Slika 1: Dizalica za istovar i utovar brodskih kontejnera

Dizalica se može modelirati kao TRRR manipulator za koji je potrebno riješiti direktnu kinematiku. Pomozite Mirku da odredi jednadžbe direktne kinematike:

a) (3b) Postavite koordinatne sustave zglobova prema pravilima Denavit-Hartenbergova postupka. Potrebno je osigurati da ishodišta koordinatnog sustava baze L_0 i koordinatnog sustava vrha dizalice L_4 budu postavljena kao na slici 1. Ukoliko je potrebno, koristite dodatne koordinatne sustave kako bi to osigurali.

Napomena: Dizalica se giba po tračnicama u smjeru osi z^0. Pomak l_3 izmjeren je također po osi z^0;

b) (3b) Odredite kinematičke parametre dizalice prema Denavit-Hartenbergovu postupku;

c) (1b) Odredite vrijednosti varijabli zglobova u položaju prikazanom na slici 1;

d) (2b) Mirko je riješio direktnu kinematiku i dobio sljedeću jednadžbu manipulatora:

$$\mathbf{T}_0^4 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Koristeći Mirkovo rješenje, odredite poziciju kontejnera $\mathbf{p} = [x, y, z]^T$ u koordinatnom sustavu vrha dizalice, ako je poznata duljina sajle d_s. Pretpostavite da kontejner visi bez ljuljanja te da je duljina sajle d_s jednaka udaljenosti kontejnera od ishodišta koordinatnog sustava vrha dizalice L_4;

e) (1b) Zapišite transformaciju $\mathbf{T}_4^{Kontejner}$ koristeći izraz za poziciju $\mathbf{p}$ iz prethodnog zadatka. Pretpostavite da je orijentacija kontejnera jednaka orijentaciji vrha dizalice. Uz poznate $\mathbf{T}_0^4$ i $\mathbf{T}_4^{Kontejner}$, napišite izraz za proračun $\mathbf{T}_0^{Kontejner}$.

2. Zadatak

Jedno od mogućih rješenja direktne kinematike školskog robota Rhino XR4 (Slika 2), uz treći zglob zakočen u položaju $q_3 = 0$ i duljinu alata $d_5 = 0$ dano je jednadžbom (2).

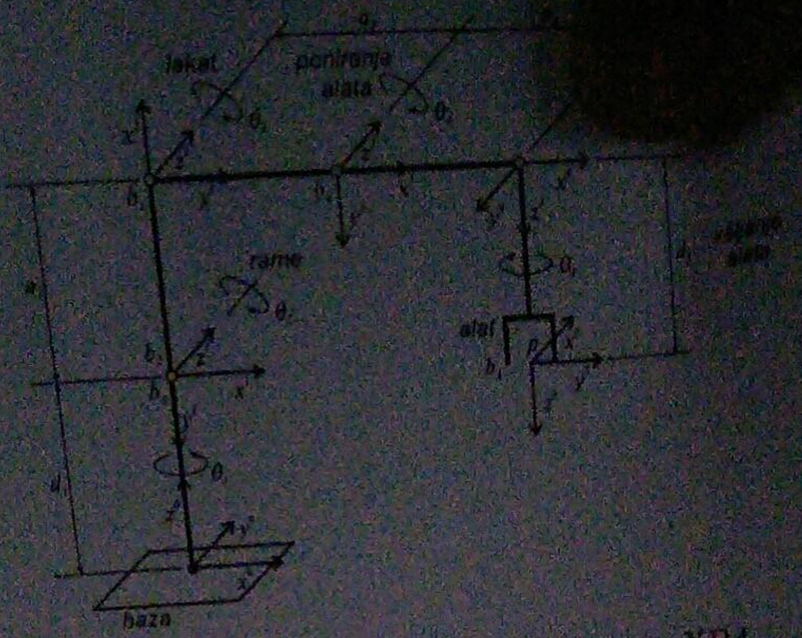
$$\mathbf{w}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos(q1)\left((a_2 + a_3)\cos(q_2) + a_4\cos(q_2 + q_4)\right) \\ \sin(q1)\left((a_2 + a_3)\cos(q_2) + a_4\cos(q_2 + q_4)\right) \\ -(a_2 + a_3)\sin(q_2) - a_4\sin(q_2 + q_4) + d_1 \\ -\cos(q_1)\sin(q_2 + q_4)e^{q_5/\pi} \\ -\sin(q_1)\sin(q_2 + q4)e^{q_5/\pi} \\ -\cos(q_2 + q_4)e^{q_5/\pi} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Za zadani vektor konfiguracije alata treba:

a) (4b) Izraziti sva moguća rješenja inverzne kinematike za zglobove q_1, q_2, q_4, q_5;

b) (2b) Na temelju višestrukosti rješenja pojedinih zglobova odrediti minimalni broj mogućih konfiguracija koje solver inverzne kinematike mora uzeti u obzir (obrazložiti o kojim se kombinacijama rješenja radi);

c) (2b) Napisati pseudokod funkcije `udaljenost(q0,q1)`, koja za dobiveni vektor rješenja konfiguracije zglobova $\mathbf{q}_0$ i $\mathbf{q}_1$ računa njihovu udaljenost u L_2 normi (standardna euklidska udaljenost). Koristeći funkciju `udaljenost` napišite pseudokod funkcije `najblizi(Q,q0)`, koja za dobivenu listu vektora konfiguracija zglobova Q vraća položaj q_i najbliži početnom položaju $\mathbf{q}_0$.



Slika 2: Školski manipulator Rhino XR4

3. Zadatak

Mirko Vico, student 5 godine automatike želi isprintati polukružni plastični prsten polumjera R na 3D printeru. Nažalost, istekla mu je licenca originalnog software-a za planiranje printanja, stoga mora sam isplanirati trajektoriju alata. Na slici 3 zadane su početna (W_1) i krajnja točka putanje (W_2) za printanje prvog sloja prstena. Krivulju polukruga može se opisati parametrijskom jednadžbom

$$\pi(\phi) = \begin{cases} x = R\cos(\phi) \\ y = R\sin(\phi) \\ z = h \end{cases} \tag{3}$$

Budući da je iskusan robotičar, Mirko je matricu transformacije koja opisuje kinematiku 3D printera jednostavno izračunao:

$$\mathbf{T}_0^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_2 \\ 0 & 1 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

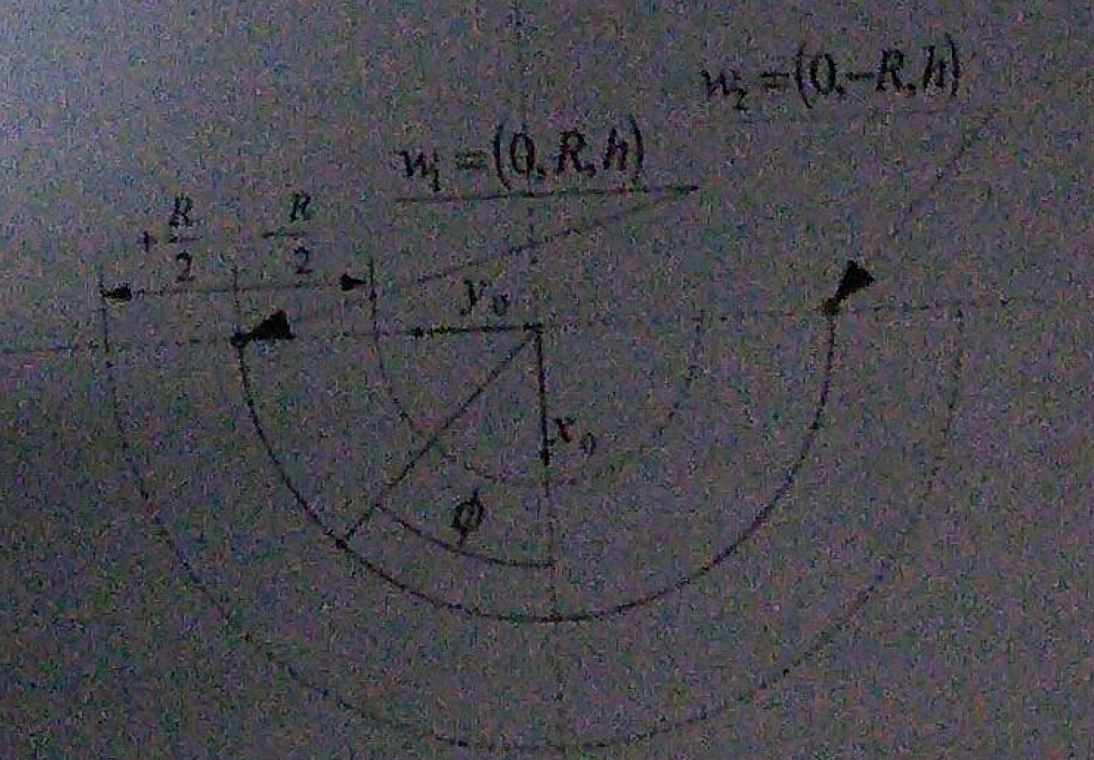
Pomozite Mirku riješiti sljedeće zadatke:

a) (4b) Taylorovim postupkom odredite koliko je točaka potrebno umetnuti kako bi odstupanje putanje zadovoljilo uvjet $|W_m - W_M|_\infty < \frac{R}{2}$, pri tome polovište putanje u prostoru alata W_M odredite kao aritmetičku sredinu parametarske jednadžbe krivulje, odnosno $W_M = \pi(\frac{\phi_1+\phi_2}{2})$;

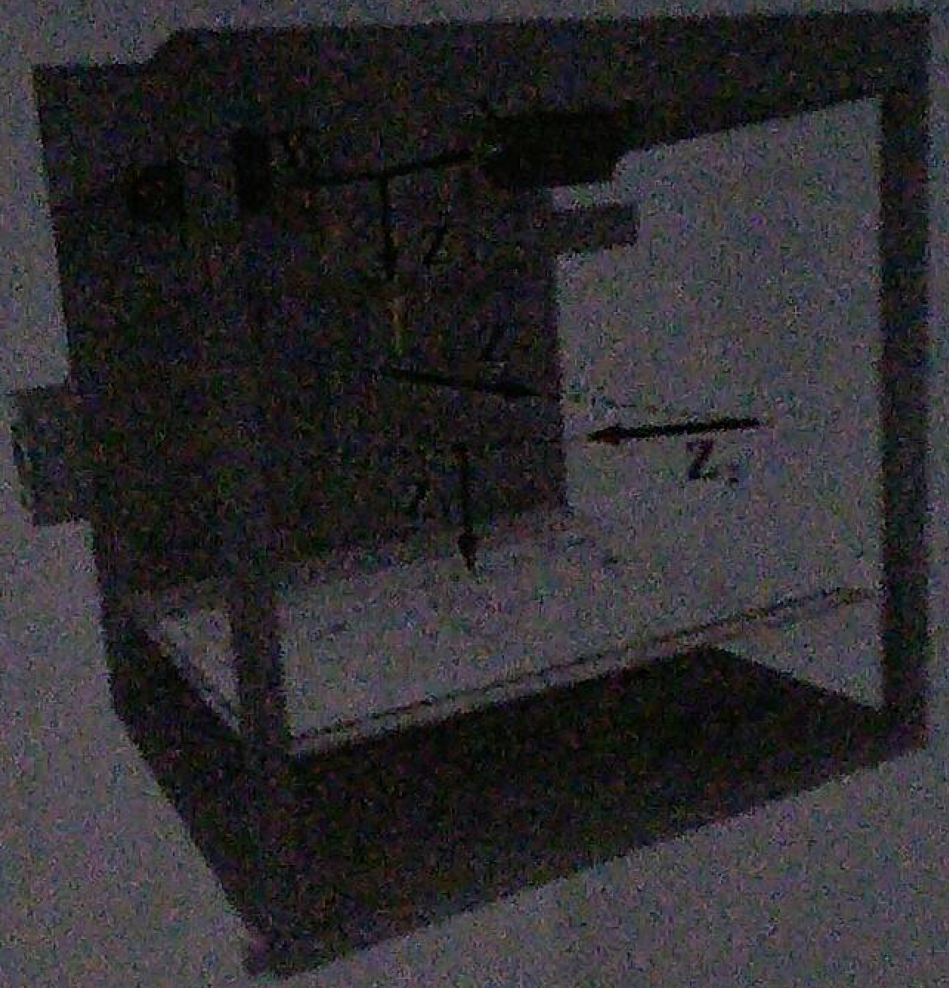
b) (6b) Metodom interpolacije polinomom *minimalnog* stupnja isplanirajte trajektoriju robota po segmentima putanje u prostoru varijabli zglobova, uz uvjete da printer miruje na početku i na kraju trajektorije ($\dot{\mathbf{q}}(0) = \dot{\mathbf{q}}(t_2) = 0$), te da je funkcija ovisnosti brzine o vremenu neprekinuta duž cijele trajektorije. Pri izračunu koeficijenata polinoma koristite parametarska vremena trajektorije, uz pretpostavku da je Ho-Cook postupak optimiranja završio u prvom koraku.

c) (2b) Ako znate da je Ho-Cook metoda optimiranja trajektorije završila u prvom koraku, zadovoljivši pri tome uvjet maksimalne brzine gibanja drugog zgloba na prvom segmentu trajektorije, izračunajte maksimalnu brzinu gibanja tog zgloba printera (robota).

Vrijeme pisanja: **150 minuta**.



(a) Skica nacrta polukružnog plastičnog objekta radiusa R. Zadane su početna (W_1) i krajnja točka putanje (W_2). Projekcija je nacrtana u baznom koordinatnom sustavu L_0.



(b) Skica 3D printera i odgovarajućih osi

Slika 3: Printanje polukružnog plastičnog modela radiusa R na 3D printeru.