

Sadržaj

VJEŽBA II.1. VEKTORSKI I FAZORSKI PRIKAZI
 VJEŽBA II.2. FREKVENCIJSKE OVISNOSTI
 VJEŽBA II.3. SNAGA KOD IZMJENIČNE STRUJE

str. 1
 str. 6
 str. 11

Dodatak
 Izvješće

VJEŽBA II.1 VEKTORSKI I FAZORSKI PRIKAZI

Cilj: Upoznavanje sa mjeranjem efektivne vrijednosti sinusne struje i napona univerzalnim instrumentom. Prikaz sinusoide vektorom i kompleksnim brojem. Crtanje i analiza vektorskog i fazorskog dijagrama za jednostavan strujni krug. Napomena: na vježbe trebate donijeti pribor za crtanje (trokut, kutomjer, šestar, olovka, gumica)

Uvod. Sinusoidni izvori imaju veliku važnost u elektrotehnici. Stoga su razvijene posebne metode za rješavanje strujnih krugova sa sinusoidnom pobudom. Dio elektrotehnike u kojem se razmatraju takvi krugovi naziva se: područje izmjeničnih struja (eng. AC).

Zanimljivo je ponašanje pasivnih elemenata L i C kada su priključeni na sinusni napon. Pokazuje se da se ti elementi "odupiru" prolasku struje putem otpora koji nazivamo induktivan (oznaka X_L) i kapacitivan otpor (oznaka X_C). Ovi otpori se mogu izračunati ovako: $X_L=2\pi f L$, odnosno $X_C=1/2\pi f C$. Treba napomenuti da su pojam induktivnog i kapacitivnog otpora vezani isključivo uz sinusoidalnu pobudu. Struja kroz elemente L i C izražena je relacijom $I=U/X_L$ odnosno $I=U/X_C$ (Ohmov zakon za izmjeničnu struju).

Za analizu izmjeničnih strujnih krugova (i mreža) u stacionarnom stanju prikladne su tzv. simboličke metode kojima zaobilazimo (teža) izračunjavanja (rješavanje diferencijalnih jednadžbi) sa trenutnim vrijednostima u vremenskoj domeni. Temelj simboličkih metoda je u zamisao da se sinusoidalne veličine prikažu vektorima. Ako se vektor (u x-y koordinatnom sustavu) okreće kutnom brzinom ω tada se projekcija (duljina projekcije) na os y mijenja po sinusoidalnom zakonu. Na slici prikazujemo vektore u njihovom početnom položaju. Početni fazni kut (za $t=0$) određen je sa kutom prema pozitivnoj x-osi (taj kut je pozitivan ako se mjeri u smjeru obrnutom od kazaljke na satu ili u drugom slučaju, negativan). Ako istovremeno razmatramo veći broj sinusoida vektora definiramo i međusoban fazni pomak, kao razliku početnih faznih kuteva. Uveden je i pojam faznog prethodenja i zaostajanja dviju sinusoida (vektora). Pri tom je jedna od sinusoida (vektora) referentna. Kutevi u suprotnom smjeru od kazaljke na satu znače predhodenje. Npr. za tri vektora prikazana slikom vrijedi: Vektor I_2 prethodi vektoru I_3 za kut $\alpha=45^\circ$. Vektor I_1 zaostaje iza vektora I_2 za kut 90° . Vektor I_3 prethodi vektoru I_1 za kut 45° itd. Trenutnu vrijednost struje ili napona određena je sa projekcijom vektora na y-os. Prilikom crtanja vektorskog prikaza treba voditi računa o slijedećem:

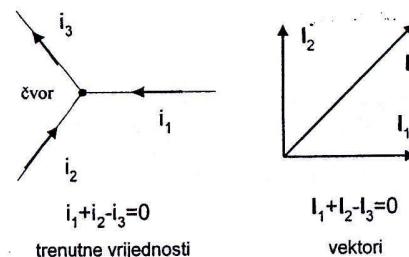
1. kod otpornika struja i napon su u fazi
2. kod idealnog kondenzatora struja prethodi naponu za 90°
3. kod idealne zavojnice struja zaostaje iza napona za 90°
4. vektore obično crtamo za $t=0$ i zamisljamo da rotiraju oko ishodišta kutom brzinom ω suprotno od kretanja kazaljke na satu. Kut zaokreta u radijanima dobijemo množenjem

kutne brzine ω sa t . Npr. ako je frekvencija 50 Hz nakon vremena $t=5$ ms vektor se okrenu za $\pi/2$ ($50 \cdot 2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 0.5 \pi$ radijana odnosno 90°). Projekcijom na os y dobijemo trenutnu vrijednost sinusne funkcije u to trenutku.

5. Za proračune snage i energije bitne su efektivne vrijednosti napona i struja pa se stoga vektori zamisle i (nacrtaju) umanjeni za $\sqrt{2}$ puta (iako efektivna vrijednost nije sinusoidalna!). Dogovorno efektivne vrijednosti sinusnih struja i napona označavamo velikim slovom U odnosno I . Trenutnu vrijednost u ovom slučaju dobijemo tako da projekciju na os y pomnožimo s $\sqrt{2}$.

Vektore označavamo debljim slovima ili iznad slova stavljamo oznaku $\vec{\cdot}$. Kirchhoffovi zakoni prikazuju se u vektorskem obliku, što znači da suma vektora struja u nekom čvoru odnosno suma vektora napona u nekoj konturi mora biti jednaka nuli. Npr. pretpostavimo da se u nekom čvoru električne mreže sastaju tri grane. Ako se struje i_1 i i_2 poznate tada će struja i_3 zbog KZS ($i_1+i_2-i_3=0$) biti jednaka $i_3=i_1+i_2$. Primjenom adicioneog teorema (vremenska domena-trenutne vrijednosti) može se izračunati da je struja $i_3=5 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/4)$. Jednostavnije struju i_3 možemo odrediti korištenjem vektorskog prikaza.

Iz KZS u vektorskem obliku $I_1+I_2-I_3=0$ slijedi da je vektor struje $I_3=I_2+I_1$. Postupak određivanja vektora I_3 prikazan je na slici. Jasno je da vektorski prikaz treba crtati u odgovarajućem mjerilu. Početni fazni kut vektora I_3 može se odrediti kutomjerom. Nakon što se ovim (zaobilaznim) postupkom odredi početni fazni kut i amplitudu napiše se analitički izraz za rezultantnu struju. Amplitudu dobijemo množenjem duljine rezultantnog vektora sa $\sqrt{2}$.



Vektor se moe prikazati sa svojim komponentama u kompleksnom obliku. (tzv. radijus vektor kompleksnog broja). Ako koristimo takav prikaz, postupak je još jednostavniji, jer otpada potreba za crtanjem vektora. Jednostavno se zbrajaju i oduzimaju kompleksni brojevi koji "zamjenjuju" vektore odnosno struje (i napone) u vremenskoj domeni. Na temelju "zamišljene" veze kompleksnog broja i sinusoidne razvijen je vrlo elegantan postupak rješavanja (analize) strujnih krugova sa sinusoidnom pobudom u stacionarnom stanju. Kompleksne brojeve kojima prikazujemo sinusne napone odnosno struje nazivamo FAZORIMA.

Postoji više načina označavanja struja, napona itd. u kompleksnom obliku: npr. točka iznad oznake zatim crtica iznad ili ispod oznake, podebljana oznaka itd. Ovdje će se rabiti podcrta na oznaka (I ili U).

Fazore možemo nacrtati u kompleksnoj ravnini. Ovdje je os x realna os (\Re) dok je os y imaginarna os (\Im). Ako fazore napona i/ili struja ucrtamo u kompleksnu ravninu

dobivamo fazorski dijagram. Lako je zaključiti da fazorski i vektorski dijagrami proizlaze jedan iz drugog.

Odnos fazora napona i fazora struje (Ohmov zakon) predstavlja kompleksnu impedanciju ($Z = U/I$). U općem slučaju kompleksna impedancija ima realni dio (radni otpor) i imaginarni dio (reaktancija ili jalovi otpor). Reaktancija može biti pozitivna (induktivna) ili negativna (kapacitivna). Npr. $Z = 10 + 10j \Omega$, može biti serijski spoj radnog ("običnog") otpora od 10Ω i induktivnog otpora X_L od 10Ω ($X_L = \omega \cdot L$). Za ovu impedanciju kažemo da je induktivnog tipa (karaktera). Sa kompleksnim impedancijama se formalno računa kao sa "običnim" otpornicima (vrijednosti formule za serijski, paralelni itd. spoj). Npr. paralelni spoj dvije impedancije: $Z_{uk} = Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2)$. Za praktičku primjenu "fazorske" metode treba baratati s osnovnim računskim operacijama nad kompleksnim brojevima (množenje, dijeljenje, zbrajanje i oduzimanje). Tu je dakako potrebno znati pretvarati algebarski oblik kompleksnog broja u polarni i obratno.

U kompleksnom području induktivan i kapacitivan otpor izražavaju se imaginarnim brojevima $j \cdot X_L$ odnosno $-j \cdot X_C$ koje nazivamo operatori.

Apsolutni iznos kompleksne impedancije ($|Z|$) naziva se prividni otpor i označava se slovom Z . Instrumenti za mjerjenje napona i struja pokazuju efektivne vrijednosti. Prividni otpor nekog elementa ili dijela strujnog kruga je odnos efektivnih vrijednosti napona i struje tog elementa.

Recipročna vrijednost kompleksne impedancije je kompleksna vodljivost (admitancija). Dakle: $Y = 1/Z$, $Y = |Y|$. Imaginarni dio kompleksne vodljivosti naziva se još susceptancija. Apsolutni iznos kompleksne vodljivosti naziva se prividna vodljivost koja je zapravo odnos efektivne vrijednosti struje i napona. ($Y = I/U$) za taj dio strujnog kruga.

1. PRIPREMA

Pinter OE 2 dio: str. 63-73, predavanje, dodatak: mjerjenje efektivne vrijednosti sinusnih napona i struja, WEB nastavni materijali fotografije pokusa; zadaci za pripremu...

Zadatak II.1.1 U strujnom krugu prema slici 1.1 izračunajte ukupnu struju ako je $R_1 = 470 \Omega$ $R_2 = 1000 \Omega$ $U = 12 \text{ V}$ $C = 4,7 \mu\text{F}$

Rezultat: $I = 12 \text{ mA}$

Zadatak II.1.2 Zadan je spoj prema slici 1.2. Izračunajte fazore struja I_1 , I_2 , I_3 i napona: U_{R1} , U_{R2} , U_{R3} , U_C (efektivne vrijednosti). Zadano je: $U = 12 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R_1 = R_2 = 1000 \Omega$, $R_3 = 680 \Omega$, $C = 4,7 \mu\text{F}$. Uzmite da je početni fazni kut fazora napona izvora nula tj. $U = 12 \angle 0^\circ = 12 + 0j$. Napone napišite u polarnom i algebarskom obliku.

Rezultat:

$$I_1 = 6 \text{ mA} \quad \alpha_1 = 0^\circ \quad I_2 = 12,5 \text{ mA} \quad \alpha_2 = 45^\circ \quad I = \quad \alpha = \quad$$

$$U_1 = \quad U_2 = \quad U_3 = \quad U_C = \quad \text{polarni oblik}$$

$$U_1 = \quad U_2 = \quad U_3 = \quad U_C = \quad \text{alg. oblik}$$

2. OPIS POKUSA

Izvode se dva pokusa na istom radnom mjestu.

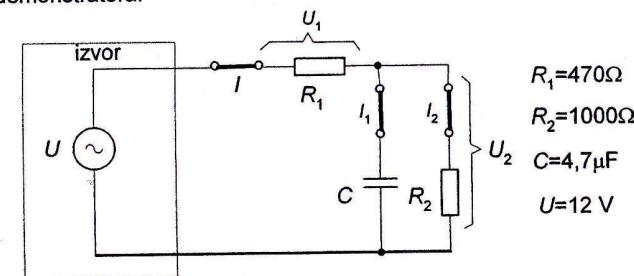
Pribor: Sinusni izvor $12V$ 50Hz , digitalni univerzalni instrument (Metex), panel za spajanje, otpornici: 1000Ω (2 komada); 470Ω , promjenjivi otpornik (otporna dekada), kondenzator $4,7 \mu\text{F}$, spojni vodovi.

3. UPUTA ZA RAD

Pregledajte da li je na radnom mjestu potreban pribor (prema gornjem popisu). Ako nešto nedostaje odmah javite demonstratoru ili nastavniku. Premještanje pribora nije dozvoljeno bez odobrenja nastavnika

POKUS 1. VEKTORSKI DIJAGRAM

1. Strujni krug spojite prema slici 1.1. Podebljana mjesa na shemi označavaju da treba postaviti kratke (crne) žice na panelu, što će kasnije olakšati mjerjenje struje. Uključite izvor (12 V efektivno). Ako je izvor ispravan svijetli crvena lampica. U slučaju kvara pozovite demonstratora.



Slika 1.1

2. Podesite instrument za mjerjenje sinusnog napona (ACV) do 20V . (pazite da priključne žice spojite na odgovarajuće stezaljke na instrumentu COM, V) Izmjerite efektivne vrijednosti napona. Rezultate upišite u tablicu 1.1

3. Podesite instrument za mjerjenje sinusne struje (ACA) do 20 mA . (pazite da priključne žice spojite na odgovarajuće stezaljke na instrumentu COM,A) Izmjerite efektivne vrijednosti struja. Rezultate upišite u tablicu 1.1

| U_1, V | U_2, V | U, V | I_1, mA | I_2, mA |
|-----------------|-----------------|---------------|------------------|------------------|
| | | | | |

Tablica 1.1

3. Isključite izvor. Raspojite strujni krug.

4. Pristupite crtanju vektorskog prikaza struja i napona (u IZVJEŠĆU).

Uzmite mjerilo $2 \text{ mA} \approx 1 \text{ div}$, $1 \text{ V} \approx 1 \text{ div}$ (div je oznaka za kockicu na pripremljenom grafu).

Prepostavite da je početni fazni kut struje I_2 jednak nuli. (taj vektor dolazi u $+x$ os).

Upita: U x os ucrtajte vektor srtuje I_2 . U fazi s tom strujom je napon U_2 . Vektor tog napona također postavite u x os. Napon U_2 je ujedno napon na kondenzatoru. Struja kroz kondenzator fazno prethodi naponu za 90° . Dakle vektor te struje treba ucrtati u y os. Zbrojite vektore struja i dobivate vektor ukupne struje. Napon na R_1 je u fazi sa ukupnom strujom. Vektor tog napona ucrtajte u smjeru vektora ukupne struje. Zbrojite vektore napona U_1 i U_2 i dobivate vektor napona izvora. Kutomjerom izmjerite kut između vektora ukupne struje i vektora ukupnog napona. Fazni kut spoja je kut između vektora ukupnog napona i ukupne struje. Taj kut je kapacitivan tj. negativan. Ukupna struja prethodi naponu izvora. Odnos kovocijent ukupnog napona i ukupne struje je prividni otpor spoja. To je ujedno iznos kompleksne impedancije. Napišite iznos i kut ukupne impedancije: $Z = \underline{\hspace{2cm}}$ $\varphi = \underline{\hspace{2cm}}$.

Rezultate upišite u Izvješće.

POKUS 2. FAZORSKI DIJAGRAM

1. Strujni krug sastavite (na ploči za spajanje) prema slici 1.2. Promjenjivi otpornik R_3 (dekadu) podesite na 680Ω . $R_1=R_2=1000 \Omega$, $C=4,7 \mu\text{F}$. Način priključivanja i korištenje otporne dekade objašnjeno je u 1.ciklusu vježbi.

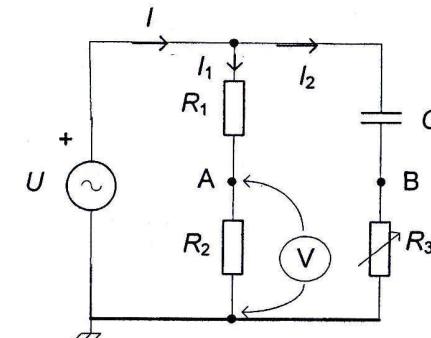
2. Instrument podesite za mjerjenje izmjenične struje (preklopka na ACA, pazite na pravilan priključak mjernih vodova crni na COM, a crveni na A. Područje mjerjenja postavite na 20 mA .

3. Uključite napajanje (sklopkom na sinusnom izvoru).

4. Izmjerite struje prema tablici 1.2. Uvijek prilikom uključivanja ampermetra u strujni krug isključite izvor.

5. Podesite instrument za mjerjenje izmjeničnog napona. (ACV područje 20 V, pazite na pravilan priključak mjernih vodova COM; V/Ω tj. prebacite crveni priključni vod na odgovarajući priključnicu).

6. Izmjerite napone na elementima kruga prema tablici 1.2. Na slici je prikazano priključivanje instrumenta za mjerjenje napona na R_2 .



slika 1.2

| I, mA | I_1, mA | I_2, mA | U_{R1}, V | U_{R2}, V | U_{R3}, V | U_C, V |
|----------------|------------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------|
| | | | | | | |

Tablica 1.2

7. Voltmetar spojite između točaka A i B te izmjerite napon kod raznih iznosa otpora R_3 prema tablici 1.3.

Napomena: $R_3=\infty$ postignete tako da odspojite R_3 .

| $R_3, \text{k}\Omega$ | nula | 0.5 | 1 | 2 | 3 | ∞ |
|-----------------------|------|-----|---|---|---|----------|
| U_{AB}, V | | | | | | |

tablica 1.3

8. Isključite izvor i instrument te raspojite strujni krug (uredno složite elemente kruga).

9. Odredite fazore napona i struja prema tablici 1.2.

Struja I_1 u fazi je s naponom izvora. Struja I_2 prethodi naponu izvora za kut koji odredite ovako: $\alpha_{I2} = \text{arctg}(U_C/U_{R3})$. Napišite fazor struje I_2 u polarnom i pravokutnom obliku.

Nacrtajte fazorski dijagram (u IZVJEŠĆU). Fazor napona izvora postavite pod nula stupnjeva. mjerilo: $1 \text{ V} \approx 1 \text{ div}$. $2 \text{ mA} \approx 1 \text{ div}$.

Upita: Fazori napona na R_1 i R_2 imaju imaginarni dio jednak nuli jer su ovi naponi u fazi s naponom izvora. Isto vrijedi za struju I_1 . Struja I_2 prethodi naponu izvora za kut koji odredite kao $\text{arctg}(U_C/U_{R3})$. Napišite fazor struje I_2 u polarnom i pravokutnom obliku.

$$I_2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mA}$$

Odgovorite na pitanja (u Izvješće):

- Koji je fazni kut napona na kondenzatoru u odnosu na napon izvora?
- Koji je fazni kut napona na otporniku R_3 u odnosu na struju I_2 ?

3. Da li se i kako mijenja iznos napona U_{AB} prilikom promjene otpora R_3 ? Kako biste to objasnili?
4. Napišite izraz za fazor napona U_{AB} kada je $R_3=1000 \Omega$ $U_{AB}=$ _____

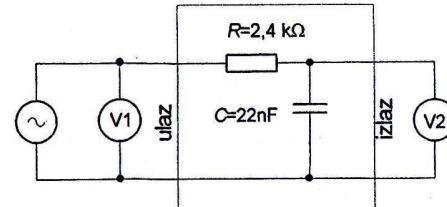
VJEŽBA II.2 FREKVENCIJSKE OVISNOSTI

Cilj: Upoznavanje sa praktičkim određivanjem frekvencijske karakteristike uz korištenje laboratorijskog izvora sinusnog signala i osciloskopa. Osposobljavanje za osnovna podešavanja ovih instrumenata.

Uvod. Frekvencijska ovisnost neke fizikalne veličine u strujnom krugu (npr. struje, napona, faznog kuta, snage itd.) dobiva se "matematički" pomoću analitičkog izraza i/ili eksperimentalno tzv. snimanjem. Može se prikazati grafom u kojem se na osi x nalazi frekvencija, a na osi y fizikalna veličina od interesa (na osi x skala može biti logaritamska). Za snimanje je potreban izvor napona promjenjive frekvencije kao i odgovarajući instrument sa kojim ćemo mjeriti tu fizikalnu veličinu. Postupak se sastoji od mijenjanja frekvencije i očitavanja fizikalne veličine za odabrani niz frekvencija. Rezultati se pri tom upisuju u pripremljenu tablicu (naravno da postoje i složeni uređaji-instrumenti za snimanje frekvencijskih ovisnosti kod kojih se sve to obavlja automatski). Frekvencijske ovisnosti se u elektrotehničkoj praksi nazivaju **frekvencijske karakteristike** ili **frekvencijski odzivi**. U krugovima koji sadrže elemente L i C može na pojedinim frekvencijama nastupiti posebno stanje koje se naziva **rezonancija**. U rezonanciji je imaginarni dio kompleksne impedancije jednak nuli. Napon i struja su u fazi. U ovoj vježbi snimamo frekvencijski odziv serijskog RC spoja (POKUS 1) i serijskog RLC spoja (POKUS 2). Kod prikaza i analize i frekvencijskih karakteristika koristi se nekoliko važnih pojmova: *rezonantna frekvencija*, *granična frekvencija*, *faktor dobrote*, *niske frekvencije*, *visoke frekvencije te pojas propuštanja*. Na temelju frekvencijskih odziva definiraju se svojstva tzv. *filtera signala* (npr. *visoki propust*, *niski propust* itd.). Napon se može promatrati kao ulazni odnosno izlazni (slika uz zadatak 2.1), pri tom je općenito važan odnos izlaznog i ulaznog napona, koji se često izražava logaritamskom odnosom u decibelima ovako: $\text{odnos}_{\text{db}}=20 \log \frac{U_{\text{izlazno}}}{U_{\text{ulazno}}}.$ (taj odnos također ovisi o frekvenciji). Napomena negativan broj decibela označava slabljenje.

① PRIPREMA Pinter OE II: 14.2./15.6, predavanja, WEB nastavni materijali
2.ciklus : Frekvencijske ovisnosti u RLC krugu. Dodatak opis mjerne opreme: Osciloskop; laboratorijski izvor promjenjivih napona – funkcionalni generator, fotografije pokusa.

Zadatak II. 2.1 Serijski RC spoj priključen je na napon stalne amplitude i promjenjive frekvencije. Odredite a) frekvenciju na kojoj struja prethodi naponu za 45 stupnjeva. b) frekvenciju na kojoj će odnos pokazivanja voltmetara V_2 / V_1 biti 0,7 (odnos izlaznog i ulaznog napona) c) izrazite taj odnos napona u decibelima d) fazni kut na 2 kHz.
zadano je $R=2,4 \text{ k}\Omega$ $C=22\text{nF}$. $U=5 \text{ V (eff)}$



Rezultat:

- a) $f =$ _____ Hz
b) $f =$ _____ Hz
c) odnos napona: _____ db
d) $\varphi =$ _____

Zadatak II.2.2. Zadan je serijski RLC spoj. Izračunajte a) rezonantnu frekvenciju i odredite iznos struje u rezonanciji. Koliki je napon na zavojnici odnosno na kondenzatoru kada je frekvencija puno puno veća od rezonantne? Zadano je: $R=900\Omega$, $C=22 \text{ nF}$, $L=40 \text{ mH}$, $U=5 \text{ V (eff)}$

Rezultat: a) $f_{\text{rez}} =$ $I_{\text{rez}} =$
b) napon na zavojnici je: _____, a na kondenzatoru je: _____

Zadatak II.2.3. Zadan je a) serijski RLC b) paralelni RLC krug. Odredite kakav karakter (induktivni ili kapacitivni) odnosno koji predznak ima fazni kut φ za frekvencije manje, jednake i veće od rezonantne frekvencije. Rezultate upišite u tablicu:

| Frekvencija: | $f < f_{\text{rez}}$ | $f=f_{\text{rez}}$ | $f > f_{\text{rez}}$ |
|--------------|----------------------|--------------------|----------------------|
| a) serijski | | | |
| b) paralelni | | | |

2. OPIS POKUSA

Napomena: pokusi 1 i 2 se izvode na istom radnom mjestu.

Pribor: funkcionalni generator (sa BNC priključkom), analogni instrument PHYWE, panel za spajanje, otpornik (900Ω), otpornik ($2,4 \text{ k}\Omega$), zavojnica ($L=40 \text{ mH}$, $R=30\Omega$), kondenzator (22nF) osciloskop (TEK 2205) sa dvije sonde prilagođene za panel; spojni vodovi

3. UPUTA ZA RAD

Pregledajte da li je na radnom mjestu potreban pribor (prema gornjem popisu). Ako nešto nedostaje odmah javite nastavniku. Premještanje pribora nije dozvoljeno bez dopuštenja nastavnika.

POKUS 1 SERIJSKI RC SPOJ

a) podešavanje funkcionalnog generatora

1. Funkcionalni generator podešite na sinusni signal frekvencije od 1 kHz. (DC nivo-offset na isključeno)