Rekapitulacija zadnjih predavanja

- Djelovanje sila na tijelo u ravnini
 - Načelo reza i izolacije
 - Moment sile i spreg sila
 - Vrste veza između tijela, oslobađanje veza, sile reakcije veza
 - Sila trenja i ravnoteža tijela
 - Ravnoteža na kosini

U ovom predavanju

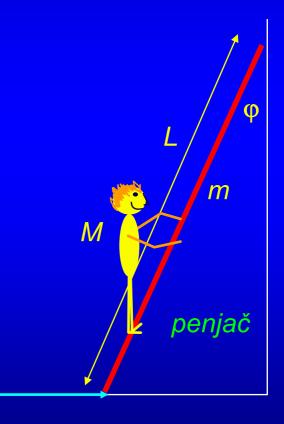
Proširenje znanja iz statike na kinematiku i dinamiku

- Primjer statičke ravnoteže (penjsč na ljestvama)
- Modeli trenja
- D'Alambertov zakon (poučak)
- Dinamika rotacijskog gibanja
- Rad i kinetička energija, moment količine gibanja

NASTAVAK predavanja od 02.04.2008

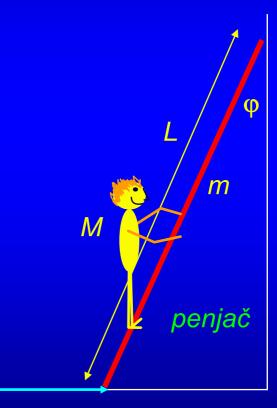
Primjer statičke ravnoteže

- Penjač mase *M* penje se uz ljestve dužine *L*, mase *m* koja se oslanja na glatki zid (nema trenja između zida i ljestvi). Sila trenja *F* između ljestvi i poda sprječava klizanje. Kut između ljestvi i zida iznosi φ.
- Kako se mijenja iznos sile F s visinom na kojem se nalazi penjač?



Statika – ravnoteža SILA i MOMENATA Primjer: Statička ravnoteža Ljestve-zid

- Penjač mase *M* penje se uz ljestve dužine *L*, mase *m* koja se oslanja na glatki zid (nema trenja između zida i ljestvi). Sila trenja *F* između ljestvi i poda sprječava klizanje. Kut između ljestvi i zida iznosi φ.
- Kako se mijenja iznos sile F s visinom na kojem se nalazi penjač?

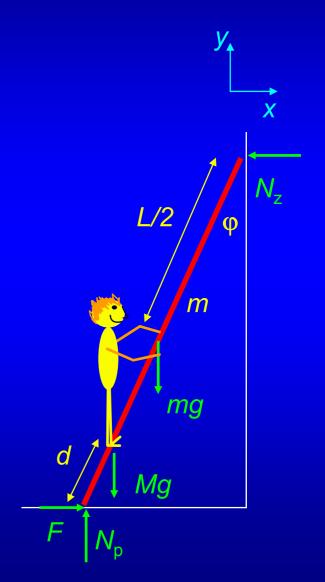


Primjer: Statička ravnoteža Ljestve-zid

- Razmatra se djelovanje svih sila
- S obzirom na gravitaciju i trenje, postoje normalne (reakcijske) sile trenja N_p i N_z na mjestima veze ljestvi s podom i sa zidom.
- Koristi se uvjet za ravnotežu sila ΣF = 0
 u oba smjera x i y :

$$N_7 - F = 0$$
 (5)

$$y$$
: $N_p - Mg - mg = 0$ (6)



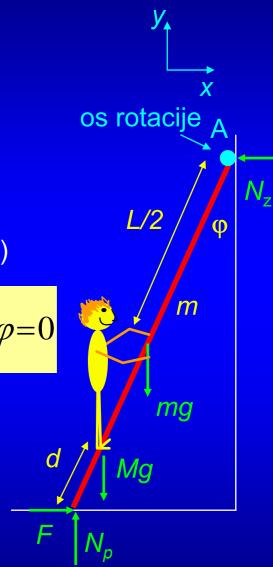
Primjer: Statička ravnoteža Ljestve-zid

- Za postavljanje drugog uvjeta za ravnotežu sustava na slici, $\Sigma M = 0$, treba se odabrati os rotacije.
- Odabirom točke A za os rotacije, eliminira se jedna reakcijska sila, N_z, koja ne treba za proračun. Suma momenta za os rotacije A (smjer osi z iznosi

$$\frac{L}{2}\sin\varphi \cdot mg + (L-d)\sin\varphi \cdot Mg + F \cdot L\cos\varphi - N_p \cdot L\sin\varphi = 0$$

• Uvrštenjem za $N_p = Mg + mg$ iz (6) i uvrštenjem u (7), dobije se za silu F iznos :

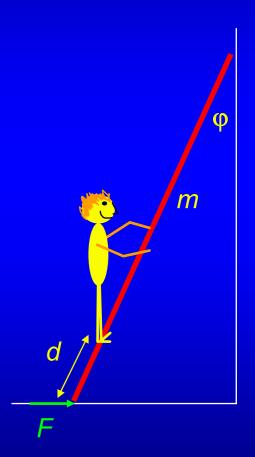
$$F = Mg \tan \varphi \left(\frac{d}{L} + \frac{m}{2M}\right)$$



Primjer: Statička ravnoteža Ljestve-zid

Izračunata sila je
$$F = Mg \tan \varphi \left(\frac{d}{L} + \frac{m}{2M} \right)$$

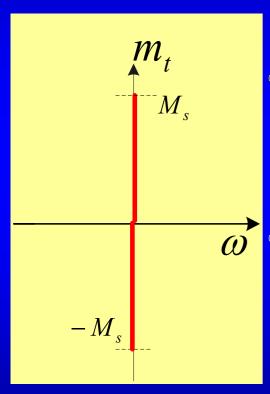
- Za zadani koeficijent statičkog trenja μ_s , povećavajte kut dok ne dođe do klizanja ljestvi. Koliko on iznosi?
- Koji je kritični iznos sile F kod koje dolazi do klizanja? $(\mu_s N_p = \mu_s g (M + m))$.
- Ako sila pređe gornju vrijednost, dolazi do klizanja
- Moralne norme:
 - Ne povećavajte previše kut φ! Vodite računa o penjaču!



MODELI TRENJA

- Za potrebe analize, projektiranja i simulacije mehatroničkog sustava potrebno je postaviti <u>matematičke modele trenja</u>.
- Sustavi koji se analiziraju sadrže osnovne tipove trenja: trenje mirovanja (statičko trenje), trenje klizanja (Coulumbovo trenje) i viskozno trenje (tekućinsko trenje).

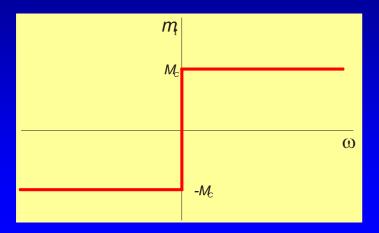
Modeli trenja (I) Model statičkog trenja (trenje mirovanja)



- Statičko trenje ili trenje mirovanja modelira se prema slici. Radi se o momentu (sili u translacijskom gibanju) koji se opire gibanju u samom početku gibanja.
- Engleski naziv stiction upravo upućuje na prirodu ovog trenja; okretni dio sustava je upravo zalijepljen za nepokretni dio, sve dok razvijeni okretni moment ne pređe iznos trenja mirovanja, M_s.

$$m_t = \pm M_s$$
, $\omega = 0$

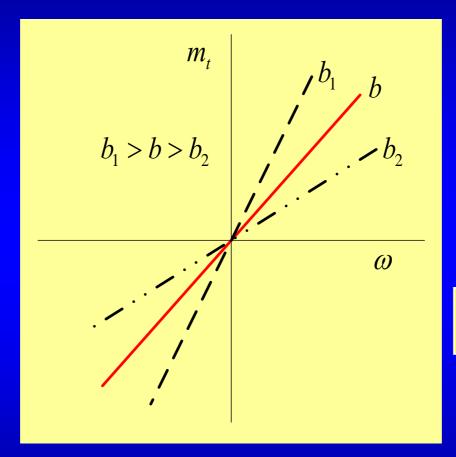
Modeli trenja (II) Coulumbov model (trenje klizanja)



$$m_t = M_c \operatorname{sgn} \omega = M_c \frac{\omega}{|\omega|}$$

- Zasniva na Coulumbovu zakonu trenja i predstavlja konstantan otpor trenja koji se opire smjeru gibanja. Iznos momenta trenja klizanja označava se s M_C.
- Primjenjiv je kod malih brzina i sa sporim promjenama brzine. Model je prikladan zbog svoje jednostavnosti .
- Tbog velike pogreške pri velikim brzinama vrtnje i brzini ω =0, i za zahtjevnije sustave mora se koristiti potpuniji model trenja

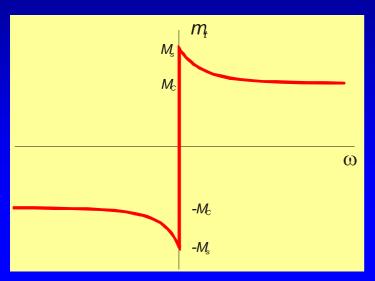
Modeli trenja (III) Viskozno trenje



$$m_t = b\omega$$

Veoma česta aproksimacija trenja u elektromehaničkom sustavu je viskozno trenje (tekućinsko trenje).

Modeli trenja (IV) Stribeckov model (I)



$$m_{t} = \left(M_{C} + \left(M_{S} - M_{C}\right)e^{-\left(\omega/\Omega_{k}\right)S}\right)sgna$$

$$sgn\omega = \begin{cases} 1, za \ \omega > 0 \\ -1, za \ \omega < 0 \end{cases}$$

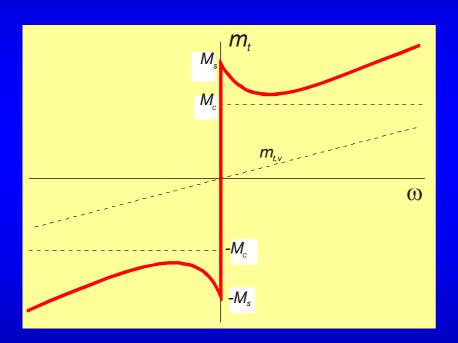
- Stribeck je 1902 uočio da je prijelaz s trenja mirovanja na trenje klizanja postupan .
- Gibanjem dolazi do utiskivanja maziva između dodirnih ploha, ali neki dijelovi ostaju nepodmazani. Smanjenjem nepodmazane površine, trenje se postepeno smanjuje (Stribeckov efekt).

Modeli trenja (V) Stribeckov model (II)

- $^{\circ}$ Stribeckova brzina vrtnje $\Omega_{\mathbf{k}}$ i parametar δ u izrazu se određuju empirijski.
- © Oblici Stribeckova modela u ovisnosti o parametru δ. *Tustinov* (δ =1) i *Gaussov* (δ =2) model
- Ovakav model pogodan je pri malim brzinama vrtnje.
- Pri većim brzinama pogreška modela raste zbog utjecaja viskoznog trenja. Zbog diskontinuiteta u ω =0, vrijednost trenja može poprimiti bilo koju vrijednost između M_s i $-M_s$, što je negativna karakteristika ovog modela

Modeli trenja (VI) Stribeck – Reynoldsov model (I)

$$m_{t} = \left(M_{C} + \left(M_{S} - M_{C}\right)e^{-\left(\omega/\Omega_{k}\right)S}\right) sgn\omega$$



$$sgn\omega = \begin{cases} 1, za \ \omega > 0 \\ -1, za \ \omega < 0 \end{cases}$$

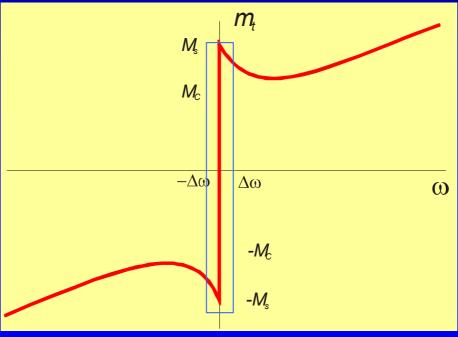
$$m_{t,v} = b \cdot \omega$$

b-koeficijent viskoznog trenja [Nm/rad/s].

Modeli trenja (VII) Stribeck – Reynoldsov model (II)

Ovakav model trenja vjerno prikazuje trenje u svim područjima brzina vrtnje. Ostaje problem već spomenut u prethodnom modelu, a to je diskontinuitet u ω =0. Stoga je ovaj model pogodan u sustavima koji nemaju promjenu smjera brzine vrtnje.

Modeli trenja (VIII) Karnopp – Reynoldsov model (I)



$$m_{t} = \begin{cases} M_{S}sgn\omega; za |\omega| < \Delta\omega \\ \left[M_{C} + (M_{S} - M_{C})e^{-(\omega/\Omega_{k})^{\delta}}\right]sgn\omega + b\omega; za |\omega| > \Delta\omega \end{cases}$$

 $\pm\Delta\omega$ → pojas oko ω =0

Kinematika i Dinamika - podsjetnik

- Kinematika Proučava zakonitosti, tj. geometrijska svojstva
 GIBANJA, pri čemu se ne razmatraju sile koje uzrokuju ta gibanja.
- Primjer: rotacijsko gibanje koje je opisano osnovnim jednadžbama

$$\alpha = konst.$$

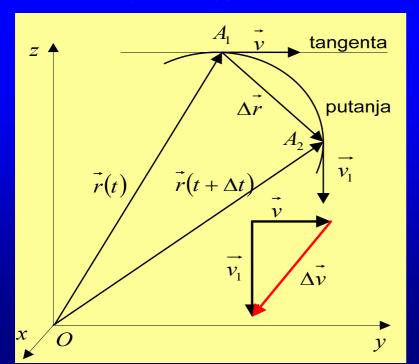
$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

- Slično vrijedi i za translacijsko gibanje
- Dinamika Proučava zakonitosti GIBANJA i SILA (MOMENATA) koje su izazvale ta gibanja
- Primjer: rotacijsko gibanje izazvano momentom, translacijsko gibanje izazvano gravitacijskom ili nekom drugom vanjskom silom.
- Do sada je obrađena 1D kinematika i dinamika

Kinematika – definiranje prostornih vektora položaja, brzine i ubrzanja

- Kinematika predstavlja geometriju gibanja, prema Lagrangeu to je geometrija s 4 dimenzije (x, y, z i t).
- Dakle, može se reći da su osnovi kinematički pojmovi prostor i vrijeme a na osnovi njih se izvode glavne kinematičke veličine kao što su brzina i ubrzanje.
- Položaj čestice (točke tijela u prostoru) određen je vektorom položaja r = r(t). Napomena, r je prostorni vektor!



U nekom konačnom vremenu Δt točka promijeni položaj na putanji, čime se i vektor r promijeni za vektorsku veličinu Δr ,

Srednja brzina određena je omjerom prirasta vektora položaja Δr i prirasta pripadajućeg vremena Δt

$$v_{s} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

Kinematika – definiranje prostornih vektora položaja, brzine i ubrzanja

Kad Δt teži nuli dobije se vektor trenutne brzine ili, kraće, brzine v,
 tj.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}$$

- Vektor brzine v, leži na pravcu tangente na putanji, u točki koja odgovara njezinu položaju u trenutku t.
- Pri gibanju uvijek postoji prirast vektora brzine, koji se zbiva u vremenu Δt. Srednje (prosječno) ubrzanje određeno je izrazom

$$\overrightarrow{a_s} = \frac{\Delta \overrightarrow{v}}{\Delta t}$$

 Vektor trenutnog ubrzanja dobije se kada interval vremena teži k nuli,

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} = \vec{r}$$

Kinematika – definiranje prostornih vektora položaja, brzine i ubrzanja

- Analiza gibanja se može provesti u različitim koordinatnim sustavima.
 Ovdje će samo primjera radi biti prikazana Decartesov koordinatni sustav
- U Descartesovou koordinatnom sustavu smjerovi osi x, y i z određeni su jediničnim vektorima i, j i k. Položaj čestice je određen koordinatama x=x(t), y=y(t) i z=z(t), koje su ujedno i parametarske jednadžbe putanje gdje je parametar vrijeme t

 \vec{v} putanja \vec{v} putanja \vec{v} \vec{v}

Vektor položaja r glasi

$$\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j} + z(t) \cdot \vec{k}$$

Vrijedi također

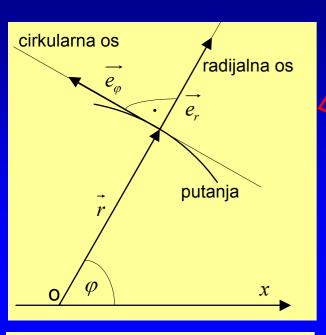
$$\vec{v} = \vec{x} \cdot \vec{i} + \vec{y} \cdot \vec{j} + \vec{z} \cdot \vec{k}$$

$$\vec{a} = \vec{x} \cdot \vec{i} + \vec{y} \cdot \vec{j} + \vec{z} \cdot \vec{k}$$

$$|v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

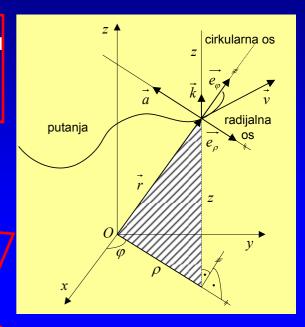
$$|a| = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$$

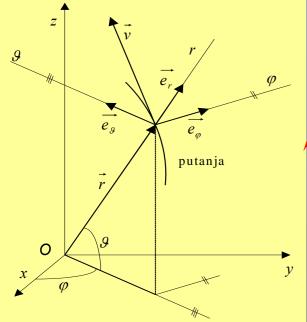
Kinematika – mogući sustavi prikaza gibanja tijela



Polarni KS – prikaz pomoću radijalne r i cirkularne φ osi, te jediničnih vektora \mathbf{e}_r i \mathbf{e}_{φ}

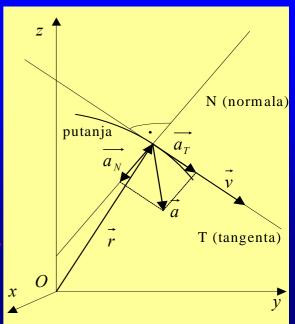
Cilindrični KS – prikaz
pomoću koordinata ρ, φ i
Decartesove koordinatu z .
Tri okomite osi su funkcije
vremena, parametarski zapis





Sferni KS – prikaz pomoću radijalnog r, i dva cirkularna smjera, φ i υ .

Prirodni KS – prikaz pomoću tangencijalne (smjer brzine), normalne komponente i osi z



Dinamika – D'Alambertovo načelo

- Svaki problem iz dinamike gibanja se može preuređenjem jednadžbi gibanja riješiti poznatim metodama statike.
- Drugi Newtonov zakon opisuje gibanje čestice vektorskom jednadžbom

$$\overrightarrow{F_R} = m \cdot \overrightarrow{a}$$

gdje je F_R rezultantna sila koja djeluje na česticu mase m

Jednadžba gibanja može se prikazati i u implicitnom obliku

$$\overrightarrow{F_R} - m \cdot \overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$$

• što uz $-m \cdot \vec{a} = \vec{L}$ daje

$$\overrightarrow{F_R} + \overrightarrow{L} = \overrightarrow{0}$$

Tu je *L* tzv. inercijska sila (D'Alambertove sile) koja nema odlike stvarne sile i omogućava da se svaki zadatak dinamike promatra kao dinamička ravnoteža svih sila, uključujući i inercijsku.

Dinamika – D'Alambertovo načelo

- Postoje nedoumice oko prihvaćanja $-m \cdot \vec{a} = \vec{L}$ za "silu". Te nedoumice imaju i nastavnici mehanike objašnjavajući studentima D'Alambertov "formalizam" kojim načelo statičke ravnoteže praktički izjednačava s dinamičkom ravnotežom! Ne radi se o aktivnoj sili kao tipu sile s kojim smo do sada radili.
- U literaturi se može pronaći pristup da se u slučaju korištenja
 D'Alambertove inercijske sile L, kao "ravnopravne" aktivnoj sili, koristi pojam "pseudo" ravnoteže kako sila tako i momenata
- To za sobom povlači također da se D'Alambertova sila L nazove "pseudo-silom", što se također može naći u literaturi
- Primjer načela pseudo-ravnoteže momenta koji nam je poznat je u dinamici elektromotornog pogona

$$\sum_{i}^{m,u,t} m_i = m_m - m_u - m_t = 0$$

$$m_m = m_u + m_t = J \frac{d\omega}{dt} + m_t$$

Dinamika translacije – izvršeni rad, količina gibanja, kinetička energija

 Promjena kinetičke energije je pokazatelj izvršenog rada rezultantne sile za vrijeme gibanja čestice iz položaja 1 u položaj 2.

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{12}$$
 tj. $\frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$

 Zakon pokazuje da nema promjene brzine vrtnje čestice (a samim tim i kinetičke energije) bez rezultantne sile.

Količina gibanja je vektorska veličina umnoška mase čestice i njezine brzine.

$$\vec{B} = m \cdot \vec{v}$$

Derivacija količine gibanja po vremenu daje rezultantnu silu koja uzrokuje gibanje čestice

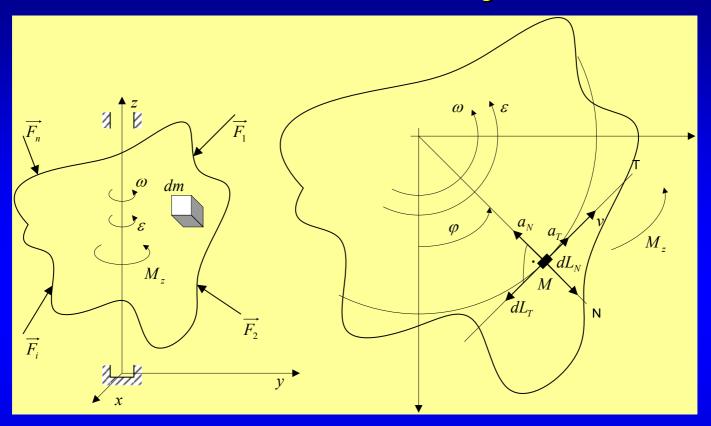
$$\frac{d\overrightarrow{B}}{dt} = \overrightarrow{F_R} = m \cdot \overrightarrow{a}$$

Zakon količine gibanja Razlika količine gibanja jednaka je impulsu sile Ako je u intervalu 1-2 impuls / jednak nuli, onda nema promjene brzine

$$\overrightarrow{B_2} - \overrightarrow{B_1} = \overrightarrow{I}$$

$$\overrightarrow{m} \cdot \overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{m} \cdot \overrightarrow{v_1} = \int_{t_1}^{t_2} \overrightarrow{F_R} \cdot dt$$

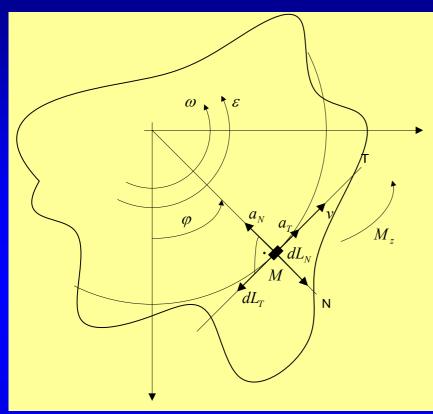
Dinamika rotacije



Na tijelo mase m, koje rotira oko osi z, djeluju vanjske sile, F_1 , F_2 ..., F_n i vanjski moment M_z . Tijelo rotira kutnom brzinom ω i ima ubrzanje ε .

$$M_z = J_z \cdot \ddot{\varphi} = J_z \cdot \varepsilon$$

Dinamika rotacije



Iznos ukupnog ubrzanja je

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$$

- Promatrani dio tijela mase dm, ima tangencijalnu a_T i normalnu a_N komponentu ubrzanja
- Tangencijalna komponenta ima isti smjer kao i brzina, dok se normalne komponenta poklapa s pravcem okomice spuštenom iz točke *M* na os rotacije
- U suprotnom smjeru vektora a_T i a_N djeluju tangencijalna dL_T i normalna komponenta dL_N inercijalne sile L
- Uz polumjer rotacije b, i kutno ubrzanje ε, iznosi sila su

$$dL_T = a_T \cdot dm = b \cdot \varepsilon \cdot dm$$

$$dL_N = a_N \cdot dm = b \cdot \omega^2 \cdot dm$$

Dinamika rotacije

 Suma momenata svih sila, F₁, F₂,..., F_n i svih inercijalnih sila, L₁, L₂,..., L_n mora biti jednaka nuli. Dinamička ravnoteža. Aktivni rotacijski moment i inercijalni (pseudo-moment od tangencijalne komp. D'Alambertove sile)

$$\sum M_z^{F_i + L_i} = 0$$

• Aktivni moment M_z koji dolazi od tangencijalne komponente ubrzanja, kao rezultat djelovanja sila, F_1 , F_2 ,..., F_n je u ravnoteži sa sumom D'Alambertovih pseudo-sila

$$M_z - \int_m dL_T \cdot b = 0$$

• Aktivni moment M_z koji dolazi od tangencijalne komponente ubrzanja, kao rezultat djelovanja sila, F_1 , F_2 ,..., F_n

$$M_z = \int_m b \cdot \varepsilon \cdot dm \cdot b \qquad M_z = \varepsilon \cdot \int_m b^2 \cdot dm \qquad M_z = J_z \cdot \varepsilon$$

$$M_z = \varepsilon \cdot \int_m b^2 \cdot dm$$

$$M_z = J_z \cdot \varepsilon$$

$$F = m \cdot a$$

Dinamika rotacije – kinetička energija

Kinetička energija za rotaciju tijela oko osi iznosi

$$E_k = \frac{J_z \cdot \omega^2}{2} = \frac{J_z \cdot \dot{\varphi}^2}{2}$$

Zakon kinetičke energije za rotaciju tijela oko osi z glasi

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{1,2}$$
 tj.
$$\frac{J_z \cdot \omega_2^2}{2} - \frac{J_z \cdot \omega_1^2}{2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_z \cdot d\varphi$$

Kinetički moment $J_z \cdot \omega$ ekvivalent je momentu količine gibanja u translacijskom gibanju. Zakon kinetičkog momenta glasi

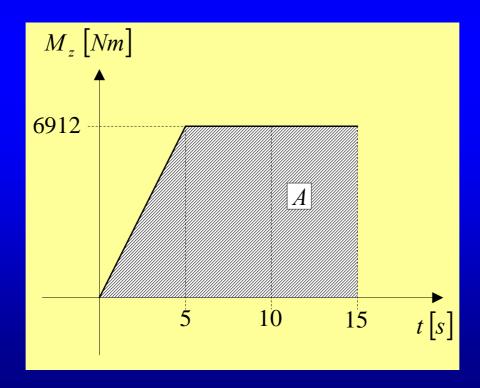
$$J_z \cdot \omega_2 - J_z \cdot \omega_1 = \int_{t_1}^{t_2} M_z \cdot dt$$

• Ako postoji razlika između s lijeve i s desne strane jednadžbe, onda je moguće gibanje tijela bez obzira što je M_z =0, odnosno

$$J_{z1} \cdot \omega_1 = J_{z2} \cdot \omega_2$$

Dinamika rotacije – Primjer 1.

Rotor električnog stroja, momenta tromosti J_z=550kgm² u odnosu na os vrtnje, povećava brzinu vrtnje s n₁=1500rpm na neku novu brzinu n₂. Do promjene brzine dolazi pod djelovanjem momenta M_z koji se mijenja prema zakonu prikazanom na slici. Koliku brzinu vrtnje postiže rotor na kraju periode ubrzavanja koji traje 15 s?



Dinamika rotacije – Rješenje Primjera 1.

Zakon kinetičkog momenta povezuje sve zadane vrijednosti

$$J_z \cdot \omega_2 - J_z \cdot \omega_1 = \int_{t_1}^{t_2} M_z \cdot dt$$

$$J_z \cdot \omega_2 - J_z \cdot \omega_1 = \int_{t_1}^{t_2} M_z \cdot dt \qquad J_z \cdot \left(\frac{n_2 \cdot \pi}{30} - \frac{n_1 \cdot \pi}{30}\right) = \int_{t_1=0}^{t_2=15} M_z \cdot dt$$

$$\int_{t_1=0}^{t_2=15} M_z \cdot dt$$

Integral $\int_{t_1=0}^{t_2=15} M_z \cdot dt$ jednak je površini A ispod krivulje na slici

$$J_z \cdot \frac{\pi}{30} \cdot (n_2 - n_1) = A$$

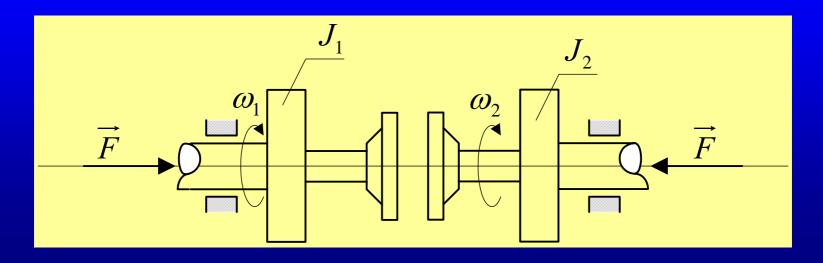
$$n_2 = n_1 + \frac{30 \cdot A}{\pi \cdot J_z}$$

$$n_2 = 3000 \text{ min}^{-1}$$

Dinamika rotacije – Primjer 2.

- Dva vratila spajaju se međusobno pomoću tarne spojke pod djelovanjem sila F. Ako su momenti tromosti ventila, zajedno s dijelovima koji na njima rotiraju oko osi rotacije, J₁ i J₂, odrediti zajedničku kutnu brzinu onakon spajanja?
 - a) Prije spajanja vratilo 2 miruje, a vratilo 1 rotira kutnom brzinom ω₁
 - b) Prije spajanja kutne brzine vratila ω_1 i ω_2 su istog smjera

Koliko se energije u oba slučaja pretvara na spojci u toplinu?



Dinamika rotacije – Rješenje primjera 2.

a) Prije spajanja vratilo 2 miruje, a vratilo 1 rotira kutnom brzinom ω₁
 U trenutku spajanja, na vratilo djeluju samo unutrašnji momenti spojke oko osi rotacije

$$J_1 \cdot \omega_1 = (J_1 + J_2) \cdot \omega$$

$$\omega = \omega_1 \cdot \frac{J_1}{J_1 + J_2}$$

Gubitak energije je razlika kinetičkih energija na početku i na kraju

$$E_{G} = \frac{J_{1} \cdot \omega_{1}^{2}}{2} - \frac{(J_{1} + J_{2}) \cdot \omega^{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left[J_{1} \cdot \omega_{1}^{2} - \omega_{1}^{2} \cdot \left(\frac{J_{1}}{J_{1} + J_{2}} \right)^{2} \cdot \left(J_{1} + J_{2} \right) \right]$$

$$E_G = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_1 \cdot J_2}{J_1 + J_2} \cdot \omega_1^2$$

Dinamika rotacije – Rješenje primjera 2.

b) Prije spajanja kutne brzine vratila ω₁ i ω₂ su istog smjera
 Vrijedi zakon o održanju količine gibanja

$$J_1 \cdot \omega_1 + J_2 \cdot \omega_2 = (J_1 + J_2) \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{J_1 \cdot \omega_1 + J_2 \cdot \omega_2}{J_1 + J_2}$$

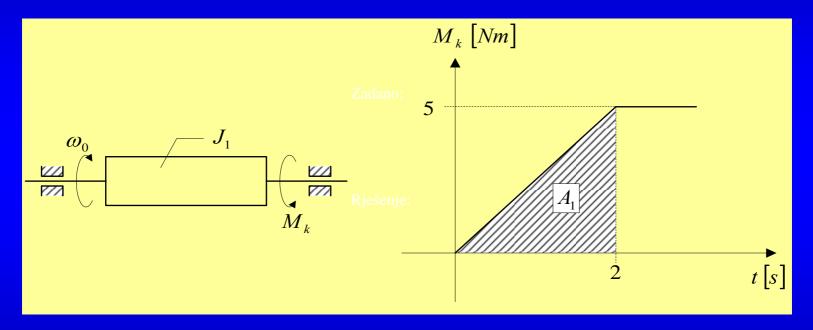
Gubitak energije je

$$E_{G} = \frac{J_{1} \cdot \omega_{1}^{2}}{2} + \frac{J_{2} \cdot \omega_{2}^{2}}{2} - \frac{(J_{1} + J_{2}) \cdot \omega^{2}}{2}$$

$$E_G = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_1 \cdot J_2}{J_1 + J_2} \cdot (\omega_1 - \omega_2)^2$$

Dinamika rotacije – Primjer 3.

 Rotor s momentom inercije J₁=20kgm² ima u trenutku kada počne kočenje brzinu rotacije ω_0 =15ms⁻¹. Moment kočenja mijenja se prema dijagramu prikazanom na slici. Odrediti vrijeme nakon kojeg će se rotor zaustaviti.



Zadano:

 $J_1 = 20 \ kg \ m^2$ $\omega_0 = 15 \ s^{-1}$

Rješenje:

LITERATURA

- 1. D. Horvat, Fizika I, Mehanika i toplina, Hinus, Zagreb, 2004.
- 2. O. Muftić, Mehanika i statika, Tehnička knjiga, Zagreb, 1989.
- 3. S. Jecić, *Mehanika II, Kinematika i Dinamika*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1989
- 4. D. Bazjanac, *Tehnička mehanika, II dio, KINEMATIKA*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1968.