

Međuispit

19. studenog 2020

Ime i Prezime:

Matični broj:

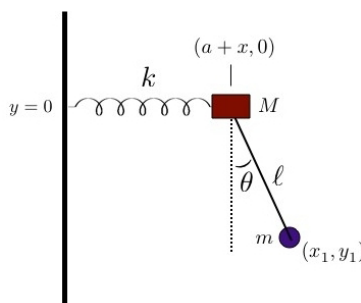
Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

1. zadatak (10 bodova)

Na slici 1 prikazan je mehanički sustav koji se sastoji od mase M povezane idealnom elastičnom oprugom koeficijenta krutosti k sa zidom. Na nju je ovješeno njihalo mase m i pripadne duljine l .

Potrebno je:

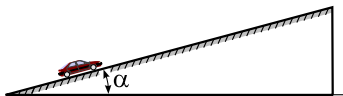
- (5 bodova)** Odrediti Lagrangian sustava, uz korištenje kuteva θ i x kao poopćenih varijabli sustava, pri čemu je x produljenje opruge u odnosu na ravnotežno stanje označeno sa a . **(5 bodova)**
- (5 bodova)** Korištenjem Lagrangeove jednadžbe odrediti diferencijalne jednadžbe gibanja sustava.



Slika 1: Slika uz zadatak 1

2. zadatak (12 bodova)

Vozilo mase $m = 10$ kg giba se po kosini nagiba $\alpha = 10^\circ$ konstantnom brzinom v (Slika 2). Za pogon vozila koristi se istosmjerni motor koji je preko reduktora spojen s kotačima. Motor se napaja preko silaznog pretvarača spojenog na bateriju napona $U_b = 12$ V. Veza između brzine motora ω i brzine vozila v je $v = k\omega$. Ovisnost momenta motora M_m i potisne sile vozila F je $M_m = kF$. Konstanta k uzima u obzir prijenosni omjer reduktora i polumjer kotača. Pri nazivnom naponu motora ($U_a = 12$ V), uz zanemareno trenje, brzina praznog hoda odgovara brzini vozila $v_0 = 10$ m/s, dok moment kratkog spoja odgovara sili koja iznosi $F_0 = 100$ N.

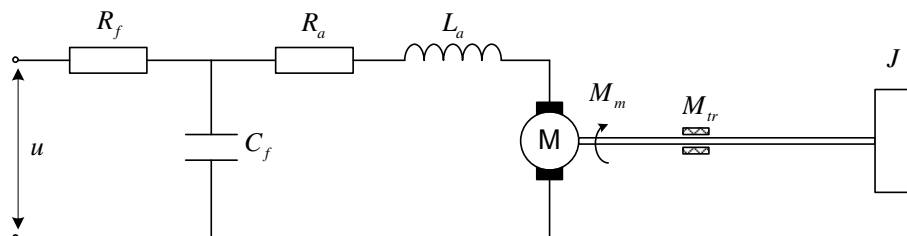


Slika 2: Vozilo na kosini

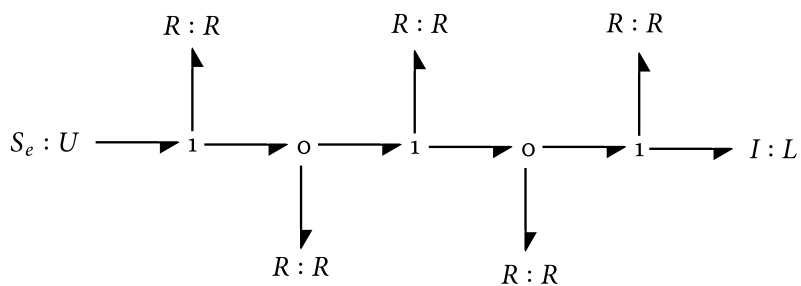
- (4 boda)** Odrediti koliko je električne energije potrebno da se automobil popne na visinu $h = 100$ m pri nazivnom naponu motora.
- (4 boda)** Odrediti koliko je električne energije potrebno da se automobil popne na istu visinu pri nazivnom naponu motora, ukoliko na vozilo djeluje sila trenja opisana kao $F_{tr} = Bv$, gdje je $B = 2$ Ns/m.
- (4 boda)** Odrediti napon pri kojem se postiže minimalni utrošak električne energije za isti uspon uz prisutno trenje iz b) dijela zadatka. Koliko iznosi minimalna utrošena električna energija?

3. zadatak (8 bodova)

- a) **(5 bodova)** Nacrtati vezni graf, te na njemu naznačiti crte kauzalnosti, ako je načelna shema sustava prikazana na slici 3. Moment motora je proporcionalan struji armature $M_m = K_m i_a$, dok je moment sile trenja M_{tr} proporcionalan kutnoj brzini $M_{tr} = B\omega$.
- b) **(3 boda)** Za vezni graf prikazan na slici 4, potrebno je nacrtati ekvivalentnu električnu shemu.



Slika 3: Načelna shema elektromehaničkog sustava



Slika 4: Bond graf

RJEŠENJA:**ZADATAK 1**

Ako sa (x_1, y_1) označimo koordinate mase njihala, tada je kinetička energija dana izrazom

$$E_k = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2), \quad (1)$$

dok je potencijalna energija

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 + mgy_1. \quad (2)$$

Koordinate vrha njihala mogu se izraziti preko poopćenih varijabli

$$\begin{aligned} x_1 &= a + x + l \sin \theta \\ y_1 &= -l \cos \theta, \end{aligned} \quad (3)$$

Lagrangian sustava je dan izrazom

$$\begin{aligned} L &= E_k - E_p \\ &= \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) - \frac{1}{2}kx^2 + mgy_1 \end{aligned} \quad (4)$$

Diferencijalne jednačbe sustava su:

$$\begin{aligned} (M + m)\ddot{x} + ml \cos \theta \ddot{\theta} - ml \sin \theta \dot{\theta}^2 &= -kx \\ ml \cos \theta \ddot{x} + ml^2 \ddot{\theta} &= -mgl \sin \theta. \end{aligned} \quad (5)$$

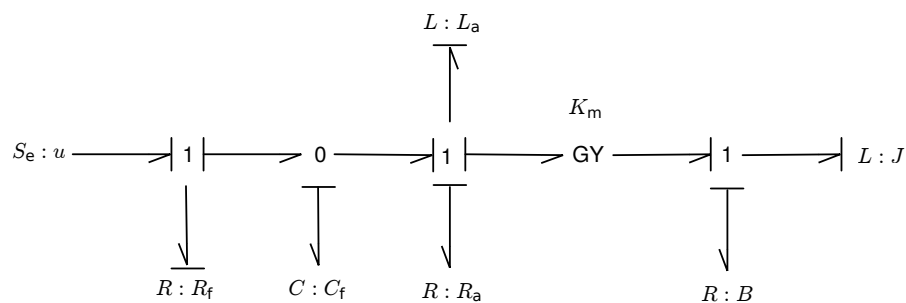
ZADATAK 2

Uvodimo $\tilde{C}_m = \frac{C_m}{k}$, $\tilde{C}_e = \frac{C_e}{k}$. Vrijedi $v_0 = \frac{U_{an}}{\tilde{C}_e}$, $F_0 = \tilde{C}_m \frac{U_{an}}{R_a}$.

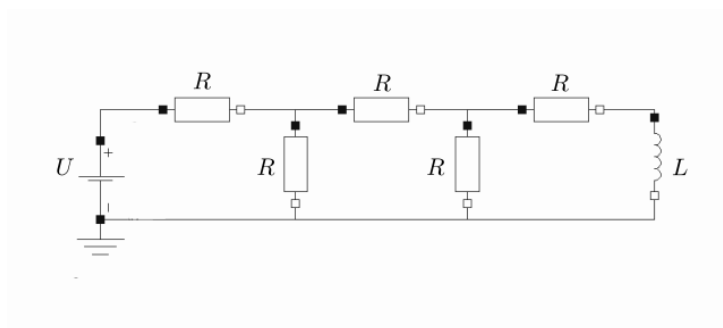
- a) • $E_p = mgh = 9810 \text{ J}$,
 • $F = mg \sin \alpha = 17.04 \text{ N} \rightarrow v = 8.29 \text{ m/s}$,
 • $\eta = \frac{Fv}{U_a I_a} = \frac{Fv}{U_a \frac{F}{\tilde{C}_m}} = 0.829 \rightarrow E_{el} = \frac{E_p}{\eta} = 11824 \text{ J}$
- b) • $v = \frac{U_a - \frac{F+Bv}{\tilde{C}_m} R_a}{\tilde{C}_e} = 6.92 \text{ m/s}$,
 • $\eta = \frac{Fv}{U_a \frac{F+Bv}{\tilde{C}_m}} = 0.38$, $E_{el} = \frac{E_{pot}}{\eta} = 25708 \text{ J}$
- c) • $v = aU_a + b$, $a = \frac{\tilde{C}_m}{\tilde{C}_e \tilde{C}_m + BR_a}$, $b = -\frac{FR_a}{\tilde{C}_e \tilde{C}_m + BR_a}$
 • $\eta = \frac{Fv}{U_a I_a} = \frac{F(aU_a + b)}{U_a \frac{F+B(aU_a + b)}{\tilde{C}_m}}$,
 • $\frac{d\eta}{dU_a} = 0 \rightarrow U_a \approx 7V$,
 • $\eta = 0.42$, $E_{el} = 23346 \text{ J}$.

ZADATAK 3

Na slikama 5 i 6 prikazan je vezni graf i električna shema koji odgovaraju prikazanom elektromehaničkom sustavu za slučajeve u a) i u b) dijelu zadatka.



Slika 5: Vezni graf u a) dijelu zadatka



Slika 6: Električna shema za b) dio zadatka