

Obrada signala u komunikacijama

2. domaća zadaća

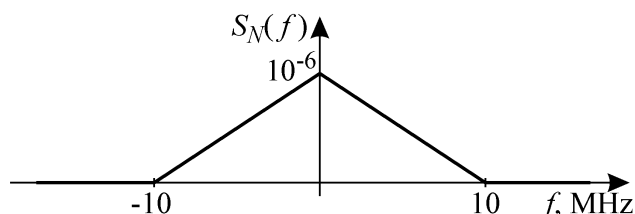
Zadatak 1 (5 boda)

Prijemnik s poduzorkovanjem mora primati signal koji se nalazi u frekvencijskom području između $f_1 = 810$ MHz i $f_2 = 820$ MHz. Raspoloživ je A/D pretvarač čija najveća frekvencija uzorkovanja iznosi $f_{s,max} = 75$ MHz, a čija granična frekvencija ulaznog kruga iznosi 1 GHz. Uz pretpostavku da oblik spektra uzorkovanog signala odgovara obliku spektra analognog signala, potrebno je odrediti

- frekvenciju uzorkovanja
- frekvencije propuštanja i gušenja antialiasing filtra pod uvjetom da nije dopušten aliasing u prijelaznom području filtra

Zadatak 2 (6 bodova)

Zadan je realan signal koji zauzima frekvencijsko područje širine 10 kHz. Ovaj signal prenosi se pomoću frekvencijske modulacije sustavom u kojem se signalu superponira šum čija je spektralna gustoća snage prikazana slikom. Uz pretpostavku da frekvencija nosioca FM signala iznosi 5 MHz, te da je indeks modulacije 1.25, potrebno je odrediti mjeru kvalitete prijenosa FM signala.



Zadatak 3 (8 bodova)

Zadan je digitalni prijemnik s uzorkovanjem u osnovnom frekvencijskom području koji je namijenjen prijemu signala širine 6 kHz. Ulazni krug prijemnika sadrži A/D pretvarač čija frekvencija uzorkovanja iznosi 20 MHz. Kompleksna ovojnica dobiva se u digitalnom podsustavu. Za izdvajanje ovojnice koristi se kaskada CIC decimatora i FIR filtra kanala. Na izlazu filtarskog lanca frekvencija uzorkovanja iznosi 20 kHz. Za dani prijemnik potrebno je:

- nacrtati blokovsku shemu do točke u kojoj je dobivena kompleksna ovojnica
- odrediti red CIC decimatora tako da gušenje u područjima koja se aliasingom preklape u željeni kanal bude barem 100 dB
- graničnu frekvenciju filtra kanala
- "processing gain" filtarskog lanca u dB

Zadatak 4 (7 bodova)

U digitalnom prijenosnom sustavu podaci se prenose ASK modulacijom s 4 amplitude jednoliko raspoređene u intervalu $[-6 \text{ V}, 6 \text{ V}]$. Trajanje simbola iznosi $T_s = 10 \text{ ms}$. Na prijenosnom putu signalu se superponira bijeli Gaussov šum čija je srednja vrijednost 0 V i spektralna gustoća snage $N_0/2 = 7 \cdot 10^{-4} \text{ V}^2/\text{Hz}$. Uz pretpostavku da su vjerojatnosti pojava simbola jednake, potrebno je:

- a) odrediti vjerojatnost pogrešne detekcije simbola u prijemu.
- b) pojedinim amplitudama dodijeliti odgovarajuće simbole tako da vjerojatnost pogrešne detekcije bita bude minimalna

Zadatak 5 (6 bodova)

Kakav utjecaj na uzorkovanje ima podrhtavanje brida takta uzorkovanja? Na primjeru sinusnog signala izvesti izraz za omjer signala i šuma koji je posljedica podrhtavanja brida takta uzorkovanja. Kako se ovaj omjer računa kad postoji više sklopova koji unose podrhtavanje.

Zadatak 6 (6 bodova)

Objasniti prednost zaokruživanja pred odsijecanjem u sklopovima za digitalnu obradu signala. Nacrtati shemu i objasniti rad množila koje na izlazu daje rezultat zaokružen na 5 bitova. Kako se zaokruživanje nakon množenja izvodi na procesorima za obradu signala?

Zadatak 7 (6 bodova)

Za prijenos podataka pomoću NRZ signala izvesti izraz za vjerojatnost pogreške prijenosa bita. Pretpostaviti AWGN kanal. Skicirati oblik pogreške u ovisnosti o omjeru energije po bitu i spektralne gustoće snage šuma.

Zadatak 8 (6 bodova)

Čemu služi zaštitni interval kod OFDM modulacijskog postupka? Opisati zaštitni interval s nulama i zaštitni interval s cikličkim prefiksom? Kako se kod simbola koji sadrže ovakve zaštitne intervale određuje početak simbola? Koja je prednost cikličkog prefiksa pred zaštitnim intervalom s nulama?

①

2. DZ 2015

$$f_1 = 810 \text{ MHz}$$

$$f_2 = 820 \text{ MHz}$$

$$f_c = \frac{f_1 + f_2}{2} = 815 \text{ MHz}$$

$$f_{s, \max} = 75 \text{ MHz}$$

$$f_g = 1 \text{ GHz}$$

$$k = \frac{f_c}{f_s} - \frac{1}{4} \Rightarrow f_s = \frac{4f_c}{4k+1} = 72,44 \text{ MHz}$$

$$f_s = ?$$

pozicija
alias-bandu

$$k_{\min} = \left\lceil \frac{f_c}{f_{s, \max}} - \frac{1}{4} \right\rceil = \lceil 10,61 \rceil = 11$$

širina područja propustanja

$$B_{\text{pass}} = f_2 - f_1 = 10 \text{ MHz}$$

širina prijelaznog područja

$$B_{\text{tran}} = f_1 - kf_s = 13,6 \text{ MHz}$$

②

$$f_m = 10 \text{ kHz}$$

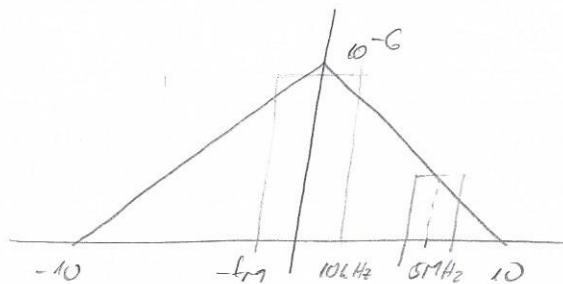
$$f_0 = 5 \text{ MHz}$$

$$m = 1,25$$

$$\frac{\Delta f}{f_m} = m$$

$$M = ?$$

$$M_{\text{FM}} = \frac{3}{2} (m_{\text{FM}})^2 \Rightarrow \text{20 AWGN kanal}$$

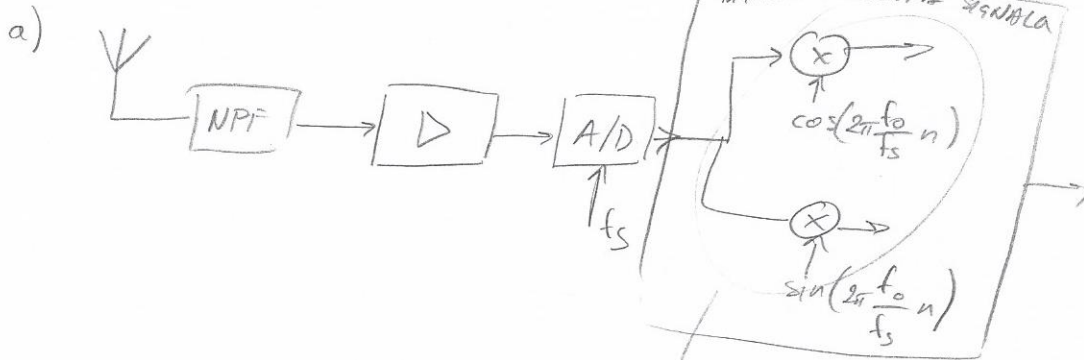


$$M = \frac{\text{SNR}_0}{\text{SNR}_c} = M_{\text{AWGN}} \cdot \frac{S_N(f_m/2)}{S_N(5 \text{ MHz})} = 4,685$$

$\xrightarrow{f_m/2}$
 \downarrow
 f_0

$$S_N = \frac{10^{-6}}{10 \cdot 10^6} \text{ Hz} \cdot 10^{-6}$$

3.)



b) $f_s = 20 \text{ MHz}$ $A_a = 100 \text{ dB}$

$f_{\text{signal}} = 20 \text{ kHz}$

$R = 10^3 = 1000$

$\Delta f = 6 \text{ kHz}$

dobivanje kompleksne osvojice

$$20 \log_{10} |H(e^{j\omega})| \leq -A_a$$

$\omega = \omega_a$

$$20 \log_{10} \left| \frac{1}{R} \frac{\sin\left(\frac{\omega_a R}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega_a}{2}\right)} \right|^N \leq -A_a$$

$$\omega_a = \frac{2\pi}{R} \cdot \frac{f_{\text{signal}}}{\Delta f_s} = 5,34 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

$$N \geq - \frac{A_a}{20 \log_{10} \left| \frac{1}{R} \frac{\sin\left(\frac{\omega_a R}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega_a}{2}\right)} \right|}$$

$$N \geq \frac{-100}{20 \log_{10} \left| \frac{1}{1000} \frac{\sin\left(\frac{5,34 \cdot 10^{-3} \cdot 1000}{2}\right)}{\sin\left(\frac{5,34 \cdot 10^{-3}}{2}\right)} \right|} = 6,5 \Rightarrow N = 7$$

c) $\omega_g = \frac{B}{f_{s2}} \cdot 2\pi = \frac{B\pi}{f_{s2}} = 0,94$

d) $PG_{\text{cic}} = 10 \log_{10}(R) = 30 \text{ dB}$

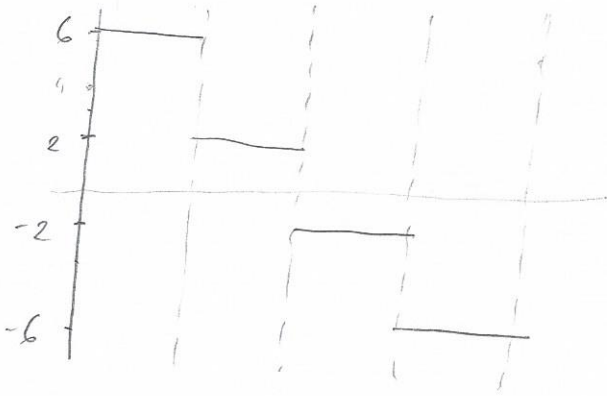
$$PG_F = 10 \log_{10}\left(\frac{f_{s2}}{B}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{\pi}{\omega_g}\right) = 5,23 \text{ dB}$$

$$PG_{\text{ok}} = PG_{\text{cic}} + PG_F = 35,23 \text{ dB}$$

(4.)

$$M=4 \quad \frac{N_0}{2} = 7 \cdot 10^{-9}$$

$$\sigma = \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{T_s} = 0,02 \text{ V}^2$$



0	0	6
0	1	2
1	1	-2
1	0	-6

$$P_{e1} = P_{e4} = \int_{-4}^{\infty} f_y(y|s_1) dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-4}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y+6)^2}{2\sigma^2}\right) dy$$

$$\begin{aligned} y+6 &= u \\ dy &= du \\ y = -4 &\Rightarrow u = 2 \\ y = \infty &\Rightarrow u = \infty \end{aligned} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_2^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) du \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{u}{\sqrt{2}\sigma} &= z \\ u = 2 &\Rightarrow z = \frac{2}{\sqrt{2}\sigma} \\ dz &= \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} du \end{aligned} \left\{ \frac{\frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{2\pi}\sigma}}{\frac{2}{\sqrt{2}\sigma}} \int_{\frac{2}{\sqrt{2}\sigma}}^{\infty} \exp(-z^2) dz = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{\sigma}}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot 10^{-12} \right.$$

85,34

$$P_{e2} = P_{e3} = 2P_{e1} = 10^{-12}$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = \frac{1}{4}$$

$$P = P_1 P_{e1} + P_2 P_{e2} + P_3 P_{e3} + P_4 P_{e4} = \frac{1}{4} \cdot 3 \cdot 10^{-12} = \frac{3}{4} 10^{-12}$$

- 5.) Podrhtavanje talasa uzorkovanja uzrokuje pogrešku pri očitavanju amplitude. Pogreška je proporcionalna derivaciji signala

$$u(t) = U_m \sin(2\pi f t)$$



POGREŠKA

$$\Delta u_j = \frac{du(t)}{dt} \Delta t_s = \frac{d(U_m \sin(2\pi f t))}{dt} \Delta t_s = U_m \cdot 2\pi f \cdot \cos(2\pi f t) \cdot \Delta t_s$$

najgori slučaj $\Delta u_{j\max} = U_m 2\pi f \Delta t_s$

$t_{j\text{rms}}$ - poznata efektivna vrijednost jittera

$$U_{j\text{RMSmax}} = U_m 2\pi f t_{j\text{rms}}$$

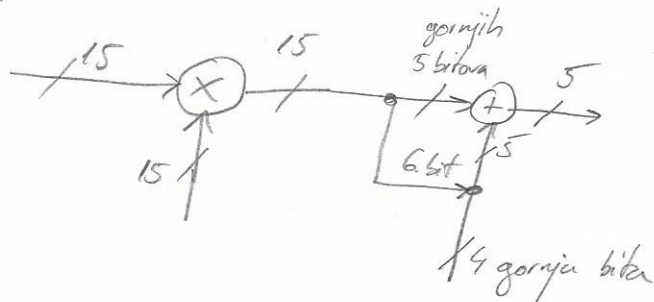
$$\text{SNR} = 20 \log_{10} \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}{U_m 2\pi f t_{j\text{rms}}} = -20 \log_{10}(2\sqrt{2} \pi f t_{j\text{rms}})$$

VIŠE slučajeva - SNR se zbraja

6. Odsijecanje dvojnog komplementa predstavlja zaokruživanje prema dolje. Srednja vrijednost pogreške koja time nastaje iznosi 0,5 LSB-a te se pojavljuje neželjena DC komponenta (DC offset).

Zaokruživanje također unosi DC komponentu jer 0,5 uvijek zaokružuje prema gore, ali je ona mala i u praksi uglavnom zanemarljiva.

SKLOP

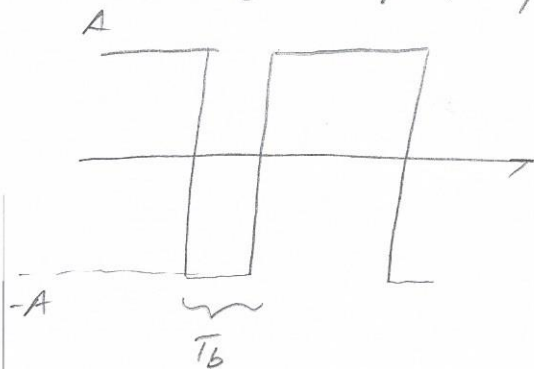


DSP procesori imaju ugrađeno sklopoviće za zaokruživanje.

- može se mogu konfigurirati da odsijecaju li zaokružuju rezultat
- kod zaokruživanja se dodatno umanjuje DC komponenta tako što se nasumično zaokružuje gore/dolje, upravljano generatorom slučajnih brojeva

7.

NRZ signal



$$x(t) = \begin{cases} A + w(t) \Rightarrow "1" \\ -A + w(t) \Rightarrow "0" \end{cases}$$

poslana je 0

$$x(t) = -A + w(t), \text{ izlaz prilagođenog filtra } y(t_b) = K \int_0^{T_b} x(t) dt = -KA T_b + K \int_0^{T_b} w(t) dt$$

$$K = \frac{1}{T_b} \Rightarrow y(t_b) = -A + \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} w(t) dt$$

$$\sigma_y^2 = E[(y-A)^2], \quad \sigma_y^2 = E\left[\frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} w(t) dt \cdot \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} w(u) du\right] = \frac{1}{T_b^2} \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} E[w(t)w(u)] dt du$$

$$E[w(t)w(u)] = R_w(t, u) = \frac{N_0}{2} \delta(t-u) \text{ - autokorelacija}$$

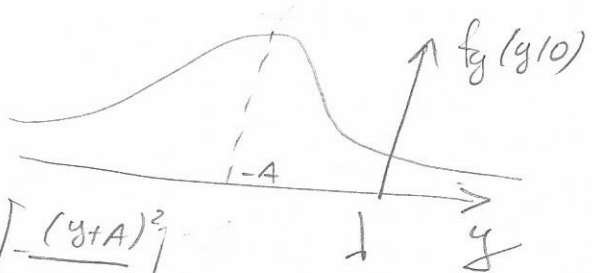
$$\sigma_y^2 = \frac{1}{T_b^2} \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} \frac{N_0}{2} \delta(t-u) dt du = \frac{N_0}{2T_b}$$

FUNKCINA GUSTOĆE UZ OVIJET PA JE SADAŽE STALNO "0"

$$f_y(y|0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_y} \exp \left[-\frac{(y+A)^2}{2\sigma_y^2} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{N_0/2T_b}} \exp \left[-\frac{(y+A)^2}{2 \frac{N_0}{2T_b}} \right]$$

$$f_y(y|0) = \sqrt{\frac{T_b}{\pi N_0}} \exp \left[-\frac{(y+A)^2}{N_0/T_b} \right]$$

$$P_{e0} = \int_{-\infty}^{\infty} f_y(y|0) dy = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi N_0}{T_b}}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(y+A)^2}{N_0/T_b} \right] dy, \quad d=0$$



$$y=0 \Rightarrow z = \frac{A}{\sqrt{N_0/T_b}} = \sqrt{\frac{A^2 T_b}{N_0}} = \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \quad \text{— energija koja odgovara 1 bitu} \quad \frac{y+A}{\sqrt{N_0/T_b}} = z$$

$$dy = \sqrt{\frac{N_0}{T_b}} dz$$

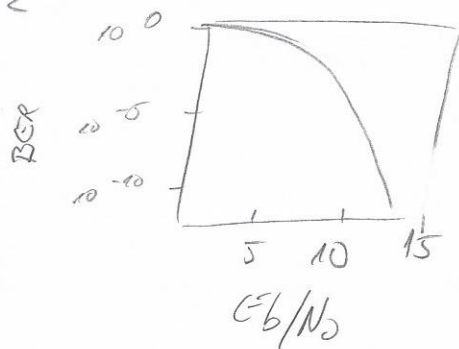
$$y \rightarrow \infty \Rightarrow z \rightarrow \infty$$

$$P_{e0} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi N_0}{T_b}}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-z^2) \sqrt{\frac{N_0}{T_b}} dz \Rightarrow P_{e0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

$$P_{e1} = P_{e0}$$

$$P_e = p_1 P_{e1} + p_0 P_{e0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

$$p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$$



8.) Zaštitni interval razmak od N_g uzoraka koji se ostavlja između uzoraka

Za ispravnu demodulaciju potrebno je prepoznati početak simbola. Početak je lakše prepoznati ako mu svaki puta prethode nult

Ciklički preklap proširuje dijelom signala s njegovog kraja. Ukoliko dođe do pogreške u određivanju početka simbola, zbog cikličkog preklapa dogodit će se pomak na periodičnom signalu. Amplitudna karakteristika ostat će nepromijenjena, a u fazi će se pojaviti pomak koji možemo iskoristiti za određivanje pravog položaja simbola