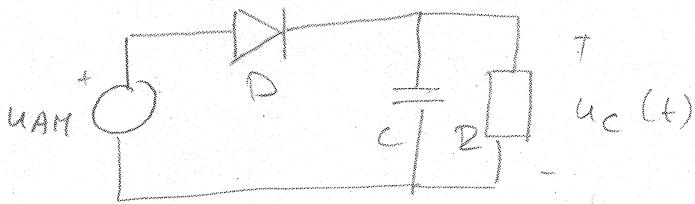


Nacrtati i objasniti princip rada detektoru ovojnice. Nacrtati karakteristične valne oblike. O čemu treba voditi računa kod izbora vremenske konstante detektora?



$$U_{AM} \leq U_C$$

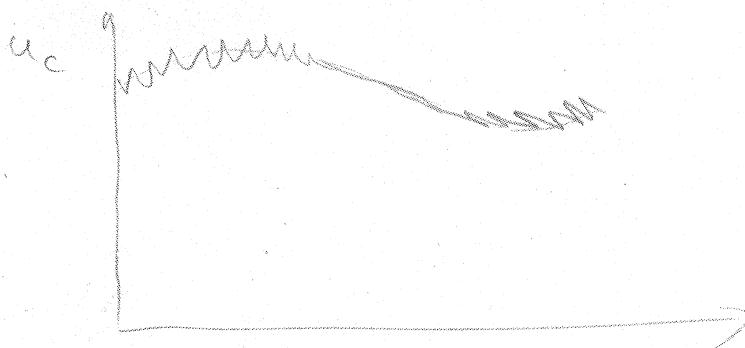
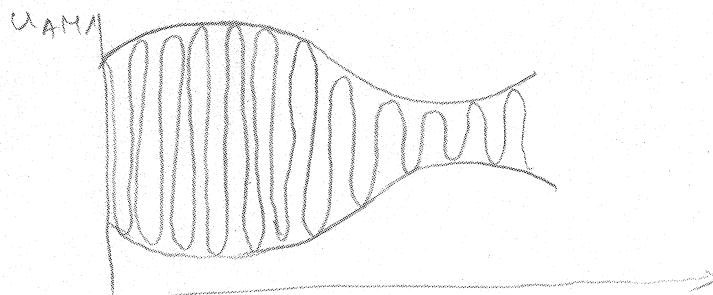
\Rightarrow dioda ne vodi

$\Rightarrow U_C(t)$ pada eksponentijski

$$\tau = RC$$

~~U_AM > U_C~~ \Rightarrow dioda vodi

$$U_{AM} = U_C$$



- konstanta ne treba biti ni prevelika ni premala

$$\tau \approx RC$$

28

Izvesti izraze te opisati postupak produktne kompleksne demodulacije AM signala. Koja je glavna značajka ovog postupka?

$$u_{AM}(t) = u_p(t) \cos(\omega_0 t) \quad u_c(t) = e^{j(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$u(t) = u_{AM}(t) \cdot u_c(t)$$

$$= u_p(t) \cos(\omega_0 t) e^{j(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$= u_p(t) \cos(\omega_0 t) (\cos(\omega_0 t + \varphi) + j \sin(\omega_0 t + \varphi))$$

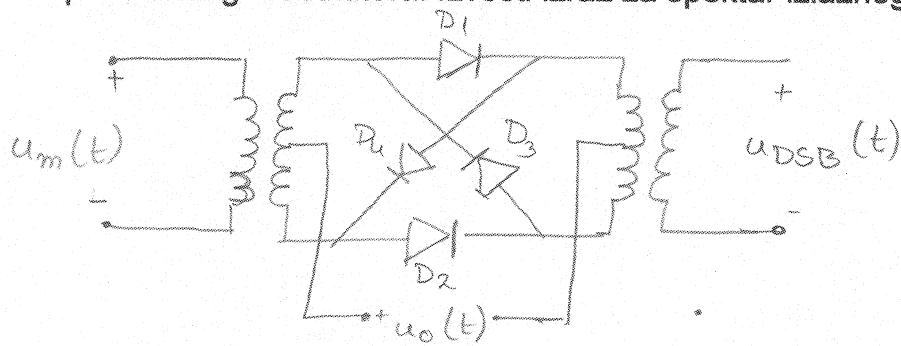
$$= \frac{1}{2} u_p(t) [\cos(-\varphi) + \cos(2\omega_0 t + \varphi) - j \sin(-\varphi) + j u_p(t) \sin(2\omega_0 t + \varphi)]$$

željena

prop. mod. signal

- neželjena komponenta se uklanja s NPF

Nacrtati shemu i objasniti princip dobivanja DSB-SC-AM signala pomoću prstenastog modulatora. Izvesti izraz za spektar izlaznog signala.



1) $u_o(t) > 0 \Rightarrow D_1 \text{ i } D_2 \text{ rode}, D_3 \text{ i } D_4 \text{ ne rode}$

$$u_{DSB}(t) = u_m(t)$$

2) $u_o(t) < 0 \Rightarrow D_1 \text{ i } D_2 \text{ ne rode}, D_3 \text{ i } D_4 \text{ rode}$

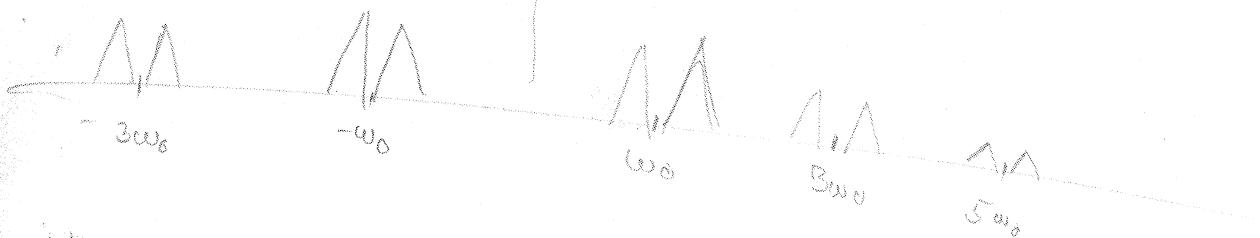
$$u_{DSB}(t) = -u_m(t)$$

$$u_{DSB, H}(t) = u_{PO}(t) \cdot u_m(t)$$

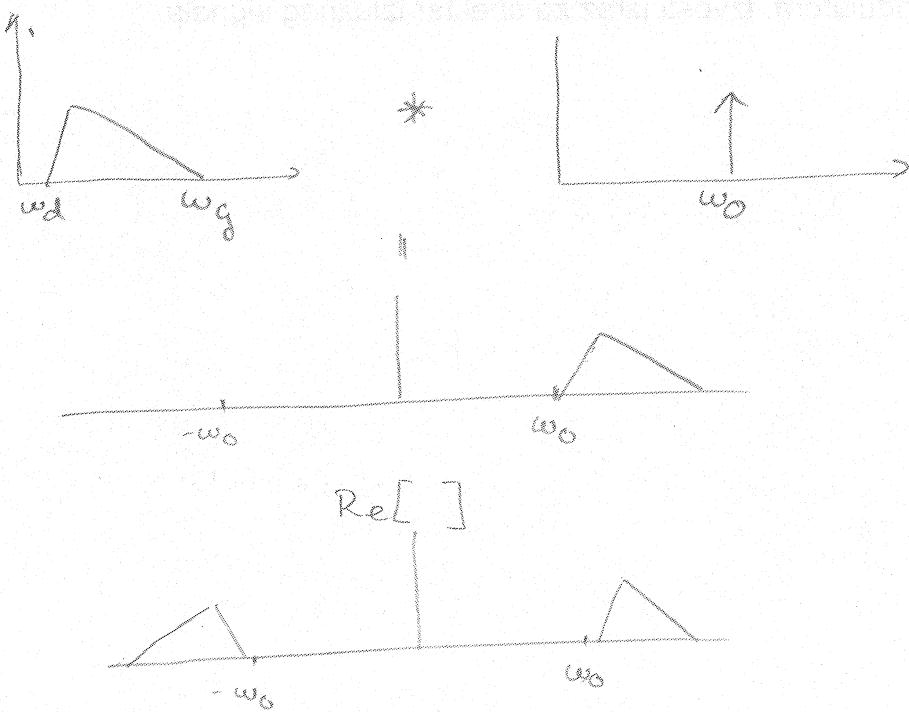
$$u_{PO}(t) = \frac{4}{\pi} \left[\cos(\omega_0 t) - \frac{\cos(3\omega_0 t)}{3} + \frac{\cos(5\omega_0 t)}{5} \right]$$

Priče na Šalabahtru $u_{DSB, H}(t) =$

$$\uparrow |U_{DSB}|$$



Korištenjem analitičkih signala nosioca te modulacijskog signala izvesti izraz i nacrtati implementaciju sklopa za dobivanje SSB signala.

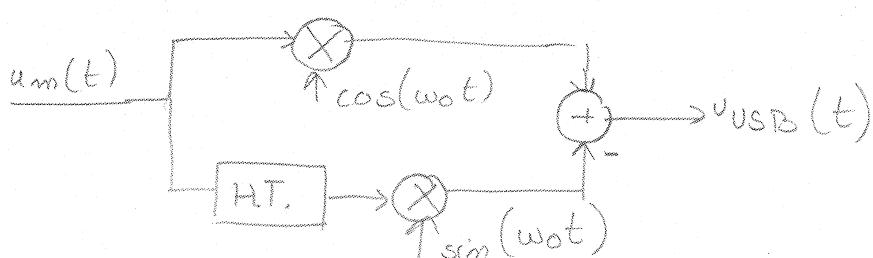


$$u_{USB}(t) = \operatorname{Re}[(u_m(t) + j\hat{u}_m(t)) e^{jw_0 t}]$$

$$u_{LSB}(t) = \operatorname{Re}[(u_m(t) - j\hat{u}_m(t)) e^{jw_0 t}]$$

$$u_{USB}(t) = \operatorname{Re}[(u_m(t) + j\hat{u}_m(t)) (\cos(w_0 t) + j \sin(w_0 t))] \\ = u_m(t) \cos(w_0 t) - \hat{u}_m(t) \sin(w_0 t)$$

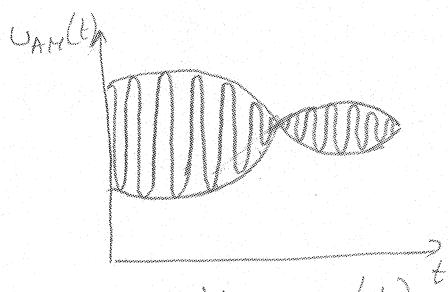
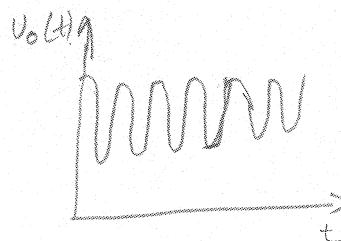
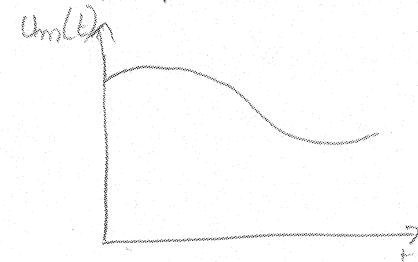
$$u_{LSB}(t) = u_m(t) \cos(w_0 t) + \hat{u}_m(t) \sin(w_0 t)$$



- u_{LSB} samo ima donju granu pozitivnu u sumatoru

Nacrtati valne oblike nosioca, modulacijskog signala i moduliranog signala u sustavu koji koristi amplitudnu modulaciju s potesnutim nosiocem. Dati primjer spektra modulacijskog i moduliranog signala.

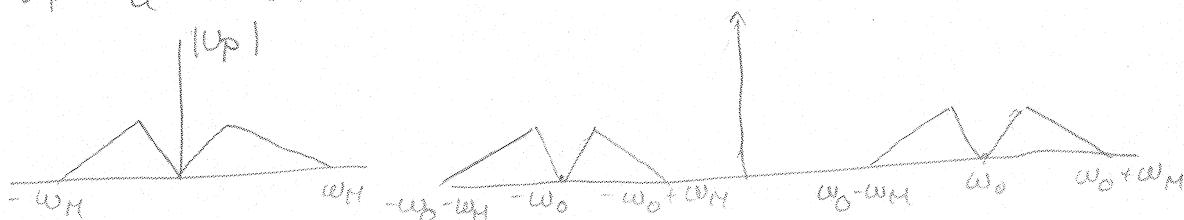
Odrediti izraz za snagu DSB-TC-AM signala; pod pretpostavkom da je modulacijski signal sinusnog valnog oblika. Na osnovi dobivenog rezultata objasniti zašto je ovaj postupak neekonomičan?



- ovojnicu ne sadrži informaciju

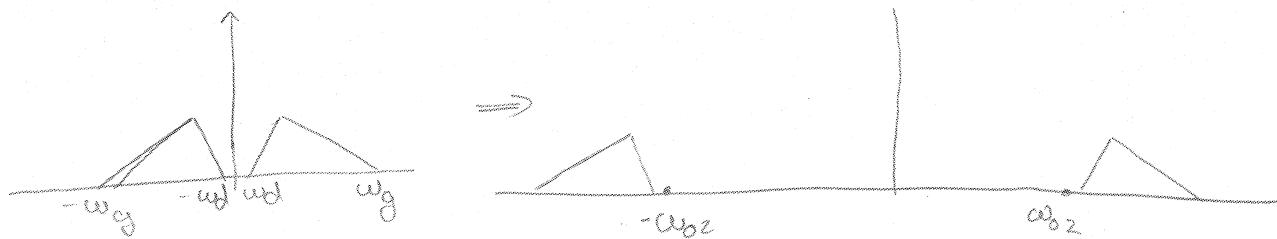
$$u_p = K_a \cdot u_m(t)$$

$$|u_p|$$

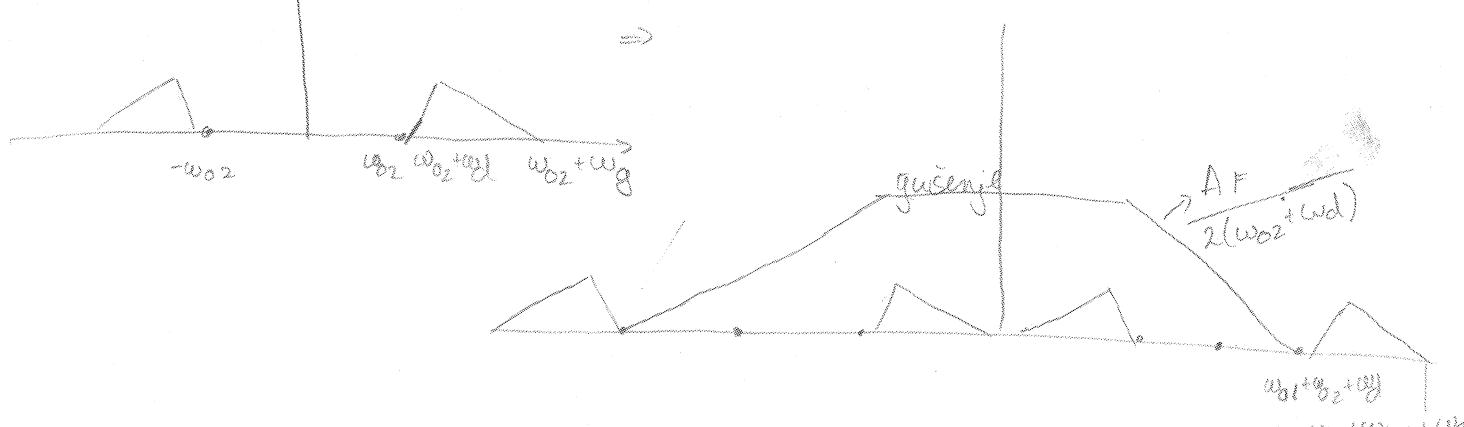


Opisati princip dobivanja SSB signala pomoću višestruke transpozicije i filtracije.

1)



2)



Odrediti izraz za snagu DSB-TC-AM signala, pod pretpostavkom da je modulacijski signal sinusnog valnog oblika. Na osnovi dobivenog rezultata objasniti zašto je ovaj postupak neekonomičan?

$$u_m(t) = U_m \cos(\omega_m t)$$

$$u_{AM}(t) = [U_0 + K_a U_m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_0 t)$$

$$= U_0 \left[1 + \frac{K_a U_m}{U_0} \cos(\omega_m t) \right] \cos(\omega_0 t)$$

$$= U_0 [1 + m_{AM} \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_0 t)$$

$$= U_0 \cos(\omega_0 t) + m_{AM} U_0 \cos(\omega_m t) \cos(\omega_0 t)$$

$$= U_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{1}{2} U_0 m_{AM} \cos[(\omega_m - \omega_0)t] + \frac{1}{2} U_0 m_{AM}$$

$$\cos[(\omega_m + \omega_0)t]$$

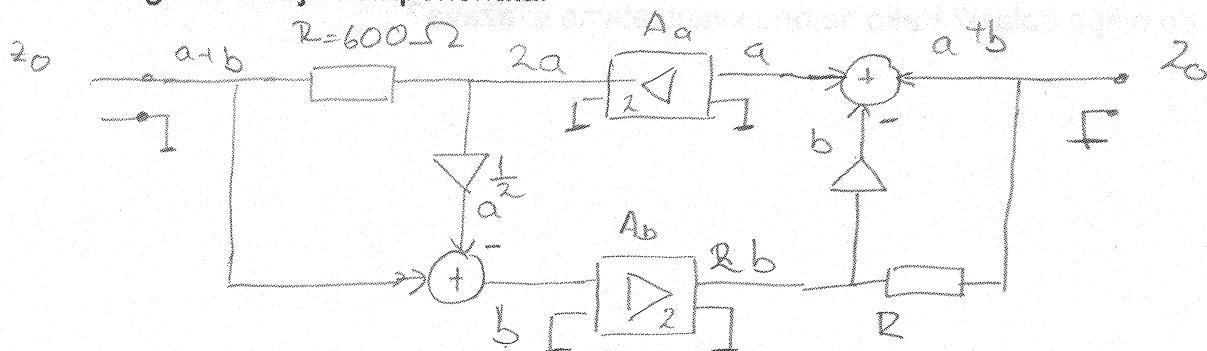
$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \frac{U_0}{\sqrt{2}} m_{AM} + \frac{1}{2} \frac{U_0}{\sqrt{2}} m_{AM}$$

$$P = \frac{U_{eff}^2}{R} = \frac{1}{R} \frac{U_0^2}{2} \left[1 + \underbrace{\frac{m_{AM}^2}{4}}_{P_{LSB}} + \underbrace{\frac{m_{AM}^2}{4}}_{P_{USB}} \right] = \frac{U_0^2}{2R} \left[1 + \frac{m_{AM}^2}{2} \right]$$

$$m = \frac{P_{USB}}{P} = \frac{\frac{U_0^2}{2R} \frac{m_{AM}^2}{4} P_{USB}}{\frac{U_0^2}{2R} \left[1 + \frac{m_{AM}^2}{2} \right]} = \frac{\frac{m_{AM}^2}{4} P_{USB}}{1 + \frac{m_{AM}^2}{2}} = \frac{1}{2} \frac{\frac{m_{AM}^2}{4}}{\frac{m_{AM}^2}{2} + 2}$$

$$m = \frac{1}{6} \text{ nefikasno}$$

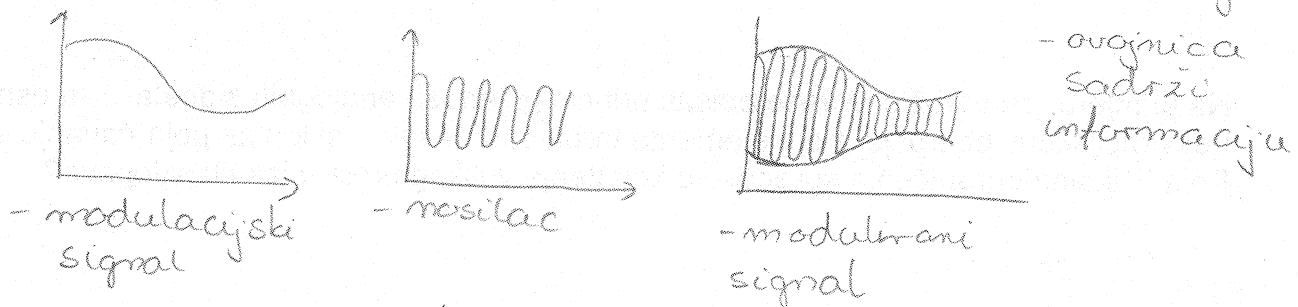
Nacrtati shemu i objasniti princip rada sklopa za razdvajanje kod višestrukog pristupa preko dvožične veze. Opisati probleme koji nastaju zbog tolerancija komponenata.



- mogućnost pojava oscilacija
- šum, nelinearnost i izobličenja

Opisati princip prijenosa pomoću DSB-TC-AM signala? Nacrtati valne oblike nosioca, modulacijskog signala i moduliranog signala. Napisati izraz za amplitudno modulirani signal i definirati indeks modulacije.

DSB - TC - AM \Rightarrow klasična amplitudna modulacija

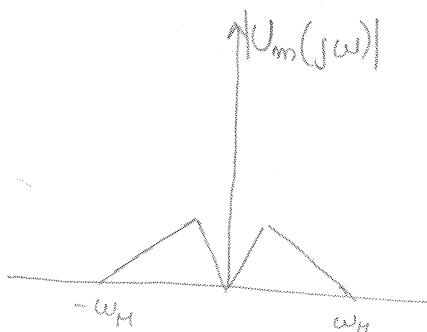


$$u_m(t) \text{ uz } u_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t) \quad u_{AM}(t) = [U_0 + K_a u_m(t)] \cos(\omega_0 t)$$

$$U_m(j\omega) = 0 \text{ za } |\omega| > \omega_M \quad F[u_0(t)] = U_0 \pi [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$$

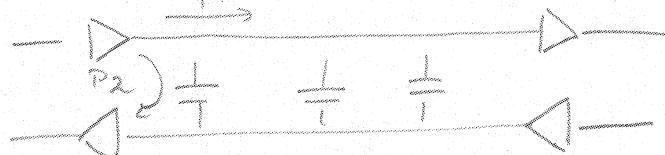
$$u_{AM}(t) = U_0 \left[1 + \frac{K_a}{U_0} u_m(t) \right] \cos(\omega_0 t)$$

$$\frac{K_a u_m(t)}{U_0} = \frac{\Delta U_0}{U_0} = m_{AM} \quad \text{- indeks modulacije}$$



Opisati vrste preslušavanja u komunikacijskim sustavima. Gdje i zašto do njega dolazi? Kako se ono kvantitativno izražava?

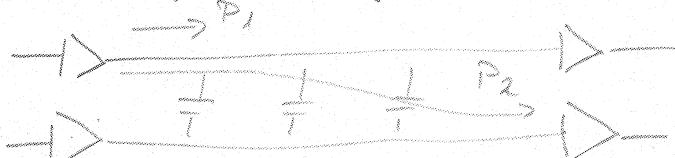
1) preslušavanje na blizem kraju



⇒ neželjeni prijenos između oddajnika i prejemnika na istoj lokaciji

⇒ kod dvostruke veze

2)



preslušavanje na daljem kraju

⇒ ne nalaze se na istoj lokaciji

⇒ kod jednosmjerne i dvostruke veze

Na primjeru četverožične veze opisati princip prijenosa analognih signala u osnovnom frekvencijskom području. Koje elemente treba sadržavati sklop za pojačavanje signala. Koja fizikalna ograničenja sprečavaju korištenje velikog broja ovakvih sklopova?

- linija bez izobličenja duljine L

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C} \frac{R/L+j\omega}{G/C+j\omega}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Y = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)} = \sqrt{RG} + j\omega L \sqrt{LC}$$

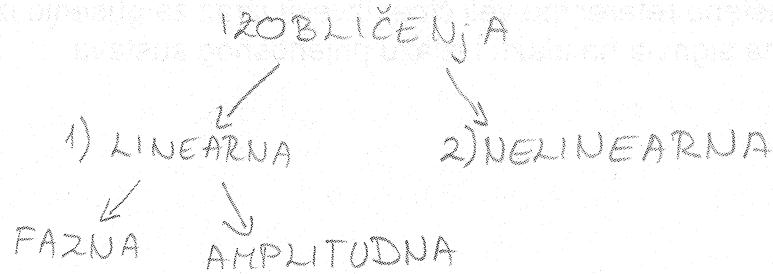
$$g = a + j b = L \sqrt{RG} + j \omega L \sqrt{LC}$$



- svako pojačalo unosi svoj šum!

Navesti podjelu i uzroke izobličenja. Definirati THD i SFDR.

HT 15/16



- 1) - u izlaznom i ulaznom signalu postaje iste frekvencijske komponente
- postojećim komponentama se mogu promjeniti amplituda i faza
- unose ih linearni sustavi
- 2) - u izlaznom signalu pojavljuju se komponente koje ne postaju u ulaznom
- pojavljuju se u ne-linearnim sustavima

$$THD = \frac{\text{snaga neželjenih harmonika}}{\text{snaga osnovnog harmonika}}$$

SFDR \Rightarrow dinamički raspon signala bez neželjenih komponenti

$$SFDR = 10 \log_{10} \frac{\frac{U_{s1,\text{rms}}}{2}}{U_{\text{rms}}} \quad [\text{dBc}]$$

Što je razina? Kako se ona definira i izražava preko snage, napona i struje u pojedinim točkama prijenosnog sustava? Definirati razinu za najčešće korištene referentne veličine. Izvesti izraz za gušenje izraženo pomoću razina signala na ulazu i izlazu prijenosnog sustava.

- razina \Rightarrow mjerjenje snage signala u odnosu na referentnu vrijednost

SNAGA	NAPON	STRUJE
$P_s = 10 \log_{10} \frac{ S }{1W} [dBW]$	$V_s = 20 \log_{10} \frac{U_s}{1V} [dBV]$	$I_s = 20 \log_{10} \frac{I_s}{1mA} [dBm]$
$P_s = 10 \log_{10} \frac{ S }{1mW} [dBm]$		

referentna snaga

$$P_U = 10 \log_{10} \left(\frac{U_{rms}}{\sqrt{1mW \cdot 50\Omega}} \right)^2 = 20 \log_{10} \frac{U_{rms}}{0,2236 V_{rms}} [dBm]$$

- referentna snaga, poznati napon i impedancija

$$P_I = 10 \log_{10} \left(\frac{I_{rms}}{\sqrt{1mW / 50\Omega}} \right)^2 = 20 \log_{10} \left(\frac{I_{rms}}{4,472 \cdot 10^{-3} A_{rms}} \right) [dBm]$$

- referentna snaga, poznata struja i impedancija

NAPON

$$P_U = 20 \log_{10} \frac{U_{rms}}{1V} [dBV]$$

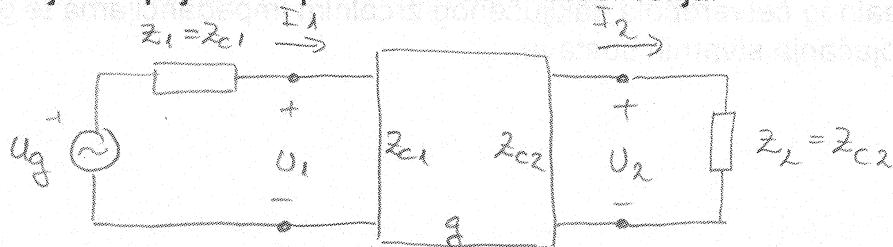
$$P_U = 20 \log_{10} \frac{U_{rms}}{1mV} [dBmV]$$

$$P_U = 20 \log_{10} \frac{U_{rms}}{1\mu V} [dB\mu V \text{ ili } dBuV]$$

$$A = 10 \log_{10} \frac{|S_1|}{|S_2|} = 10 \log_{10} \frac{\frac{|S_1|}{1mW}}{\frac{|S_2|}{1mW}} = 10 \log_{10} \frac{|S_1|}{1mW} - 10 \log_{10} \frac{|S_2|}{1mW}$$

$$= P_{S1} - P_{S2}$$

Na primjeru četveropola zaključenog zrcalnim impedancijama potrebno je objasniti pojavu amplitudnih i faznih izobličenja.



$$\frac{U_1}{U_2} = \sqrt{\frac{Z_{C1}}{Z_{C2}}} e^j g \quad \text{pretpostavimo } Z_{C1} = Z_{C2} = Z_C$$

$$\frac{U_1}{U_2} = e^{-g} \Rightarrow U_2 = U_1 e^{-g}$$

$$U_1 = |U_1| e^{j(\omega t + \varphi)}, \quad g = a + j b$$

$$U_2 = |U_1| e^{j(\omega t + \varphi)} e^{-a - jb}$$

$$= |U_1| e^{j(\omega t + \varphi - b)} e^{-a}$$

- e^{-a} opisuje gubljenje

$\Leftrightarrow a = a(\omega) \Rightarrow$ amplitudno izobličenje

$a = \text{konst} \Rightarrow$ nema izobličenja

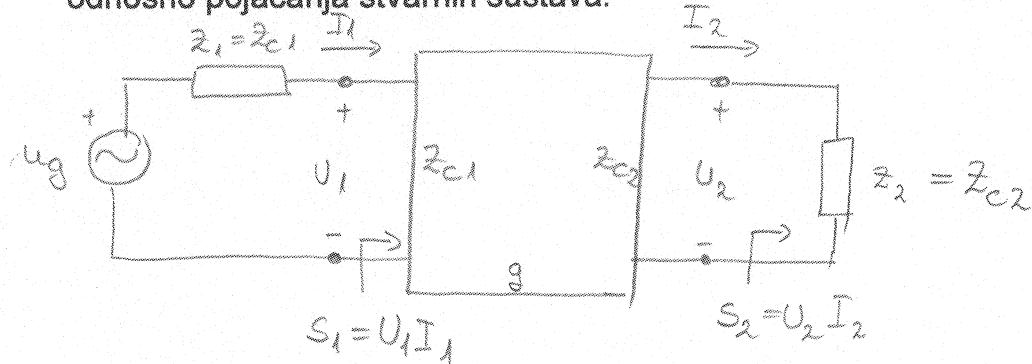
- $e^{j(\omega t + \varphi - b)}$ opisuje fazu

$b = b(\omega) \Rightarrow$ fazno izobličenje

$b = \omega t b \Rightarrow$ linearno faza

$\xi = \frac{db}{d\omega} = \text{to} \Rightarrow$ grupno kašnjenje konstantno

Na primjeru četveropola zaključenog zrcalnim impedancijama pokazati da će se sastojti zrcalna konstanta prijenosa. Objasniti vezu između zrcalne konstante gušenja idealnog četveropola zaključenog zrcalnim impedancijama te gušenja odnosno pojačanja stvarnih sustava.



$$\frac{U_1}{U_2} = \sqrt{\frac{z_{c1}}{z_{c2}}} e^j \quad \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{\frac{z_{c2}}{z_{c1}}} e^j$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = e^{2j} \Rightarrow j = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = \frac{1}{2} \underbrace{\ln \frac{S_1}{S_2}}_{\in C}$$

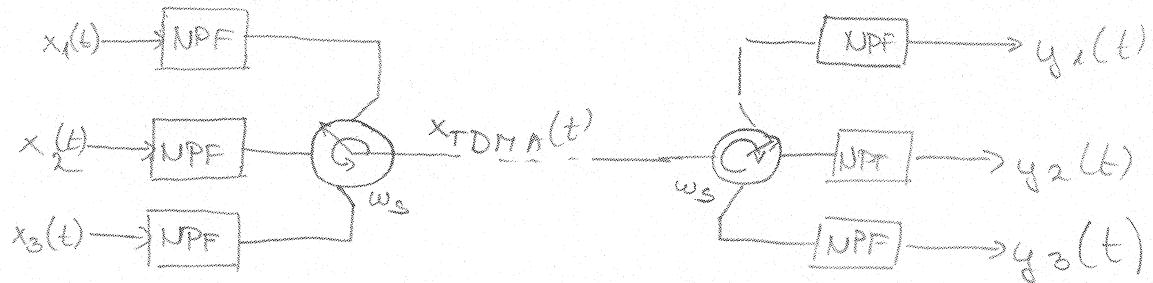
$$\ln x = \ln |x| + j \arg x$$

$$j = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{S_1}{S_2} \right| + j \arg \left(\frac{1}{2} \ln \frac{S_1}{S_2} \right)$$

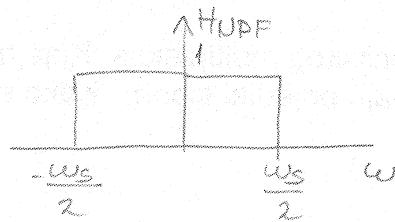
$$\begin{aligned} \text{zrcalna} \\ \text{konstanta prijenosa} &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} \right| + \frac{1}{2} j (\Phi_1 - \Phi_2 + \psi_1 - \psi_2) = \vec{a} + j \vec{b} \\ &\rightarrow \text{zrcalna fuzna konst.} \end{aligned}$$

$$\text{kod stvarnih sustava } A = 10 \log_{10} \left| \frac{S_1}{S_2} \right|$$

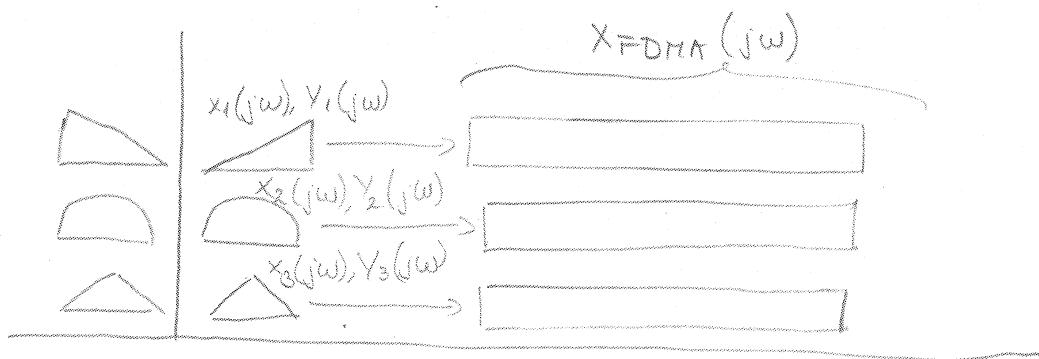
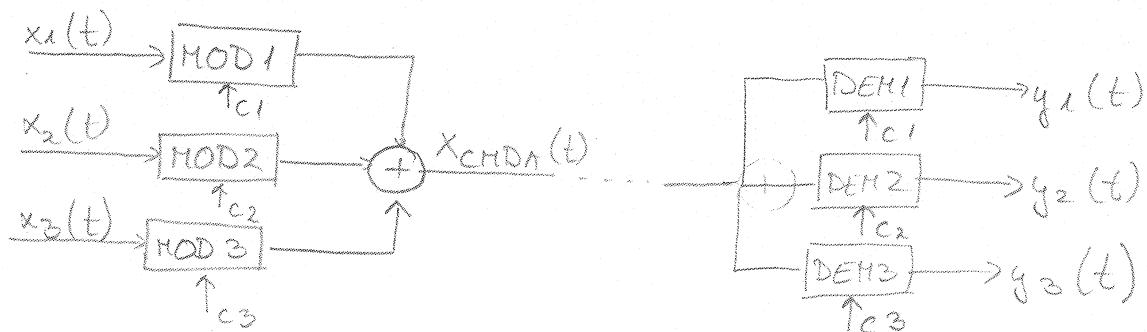
Nacrtati i objasniti princip vremenskog multipleksa. Koje frekvencijsko područje tokom prijenosa zauzimaju pojedini signali. Kako se izvodi rekonstrukcija signala?



- anti aliasing filter u odašiljaču
- interpolacijski filter u prejemniku



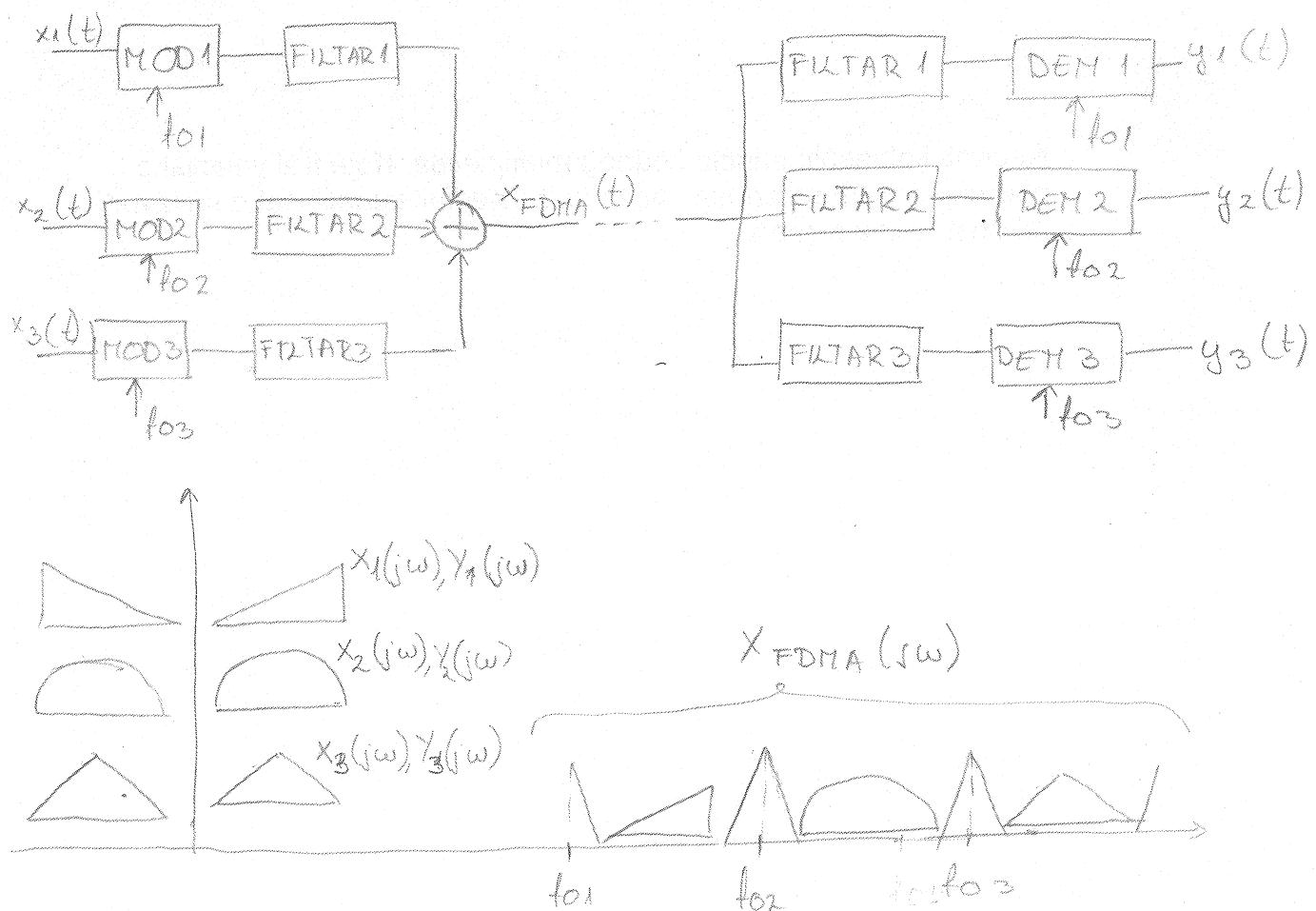
Nacrtati i objasniti princip kodnog multipleksa. Koje frekvencijsko područje tokom prijenosa zauzimaju pojedini signali. Kako se izvodi rekonstrukcija signala?



Navesti i opisati podjelu tehnika prijenosa obzirom na frekvenčijsko područje koje zauzima signal poruke.

- 1) uskopojasni signal
- 2) širokopojasni signal
- 3) signal s vrlo širokim frekvenčijskim pojasom

Nacrtati i objasniti princip frekvenčijskog multipleksa. Koje frekvenčijsko područje tokom prijenosa zauzimaju pojedini signali. Kako se izvodi rekonstrukcija signala?



- modulacijom se signali razmještaju na različila frek. područja
- rekonstrukcija \Rightarrow PPF na izlaznoj frekvenčiji i demodulator

Izvesti izraz za spektar signala koji je dobiven množenjem kosinusnog signala sa signalom čiji je spektar $U_p(j\omega)$.

$$u_0(t) = \cos(\omega_0 t)$$

$$u_f(t) = u_p(t) \cos(\omega_0 t)$$

$$U(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_p(t) \cos(\omega_0 t) e^{-j\omega t} dt$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} u_p(t) (e^{-jt(\omega - \omega_0)} + e^{-jt(\omega + \omega_0)}) dt$$

$$= \frac{1}{2} U_p[j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2} U_p[j(\omega + \omega_0)]$$

Objasniti pojmove: komunikacija, komunikacijski sustav, kanal. Kakvi tipovi veza postoje? Kakvi mogu biti sustavi za prijenos obzirom na način slanja informacija?

- komunikacija \Rightarrow prijenos informacija između 2 točke
- komunikacijski sustav \Rightarrow skup sredstava koja su potrebna da bi se jedna ili više poruka prenijele
 - \Leftarrow jedna mjesto na drugo putem EM procesa
- kanal \Rightarrow sustav za prijenos informacija
- veze
 - \Rightarrow jednosmjerma
 - \Rightarrow dvosmjerma
 - \Rightarrow reverzibilna
- način slanja \Rightarrow broadcasting
 - \Rightarrow point to point

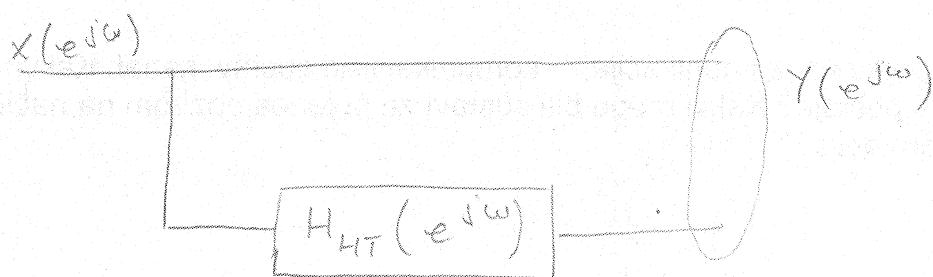
Opisati princip dobivanja Hilbertovog transformata u frekvencijskoj domeni. Opisati prednosti i nedostatke takvog postupka.

- 1) napraviti FFT
- 2) postaviti učinke na $\omega < 0$ u 0
- 3) napraviti IFFT

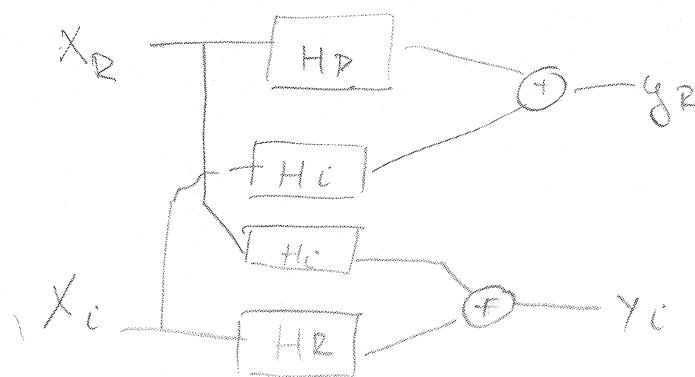
Problemi:

- 1) originalna sekvenca signala je periodički proširjena
- 2) implementacija konvolucije "zahvaća" i drugi period

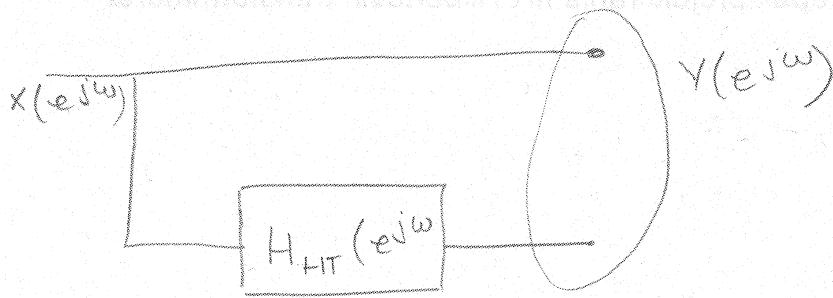
Nacrtati realizaciju filtra s kompleksnim koeficijentima pomoću filtra s realnim koeficijentima. Napisati izraz iz kojeg se vidi kako se dobiva realna odnosno imaginarna komponenta izlaznog signala.



$$\begin{aligned}
 Y(e^{j\omega}) &= X(e^{j\omega}) + j H_{HT}(e^{j\omega}) \cdot X(e^{j\omega}) \\
 &= X(e^{j\omega}) [1 + j H_{HT}(e^{j\omega})] \\
 &= X(e^{j\omega}) H_c(e^{j\omega})
 \end{aligned}$$



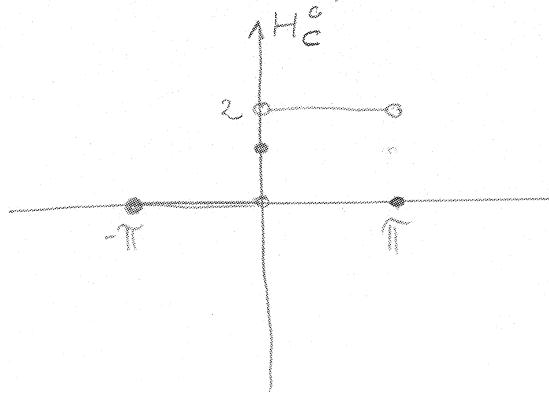
Napisati izraz i nacrtati prijenosnu funkciju idealnog pozitivno propusnog i idealnog negativno propusnog filtra. Kakva je veza između prijenosnih funkcija ovih filtera.



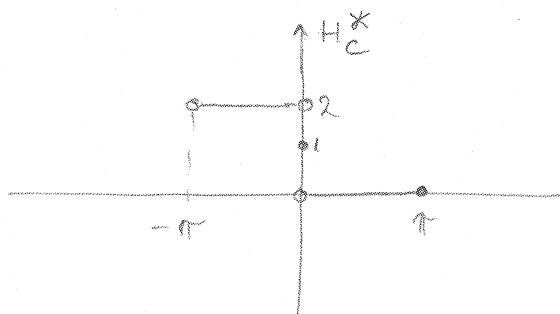
$$\begin{aligned}
 Y(e^{j\omega}) &= X(e^{j\omega}) + j H_{HT}(e^{j\omega}) X(e^{j\omega}) \\
 &= X(e^{j\omega}) [1 + j H_{HT}(e^{j\omega})] \\
 &= X(e^{j\omega}) [1 + \text{sgn}(\omega)] \\
 &= X(e^{j\omega}) H_c(e^{j\omega})
 \end{aligned}$$

↓
pozitivno propusni filter

$$H_c(e^{j\omega}) = \begin{cases} 2 & 0 < \omega < \pi \\ 1 & \omega = 0 \\ 0 & -\pi \leq \omega < 0 \end{cases}$$



$$H_c^*(e^{-j\omega}) = \begin{cases} 2 & -\pi < \omega < 0 \\ 1 & \omega \geq 0 \\ 0 & 0 < \omega \leq \pi \end{cases}$$



$$NPF = PPF^*$$

Opisati postupak projektiranja IIR Hilbertovih transformatora.

- idealna amplitudna karakteristika

⇒ svepropusni filter

$$H_{HT}(z) = (-1)^n \frac{\prod_{k=1}^n (d_k - z^{-1})}{\prod_{k=1}^n (1 - d_k z^{-1})}$$

- polovi d_k , multiočke $\frac{1}{d_k}$

- željena frek. karakteristika

$$\varphi_d(\omega) = -N\omega - \frac{\pi}{2}$$

- stvarna $\varphi(\omega, d) = \arg[H(e^{j\omega}, d)]$

$$d = [d_1, \dots, d_N]^T$$

- odstupanje od željene karakteristike

$$E_p = \int_{\omega_1}^{\omega_2} w(\omega) \cdot |\varphi(\omega, d) - \varphi_d(\omega)|^p d\omega$$

- minimizacija odstupanja

$$d_{HT} = \arg \min_d E_p$$

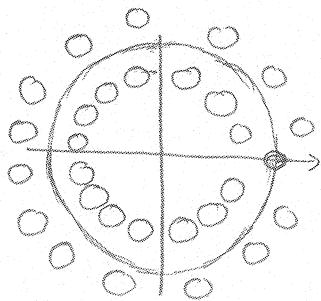
- karakteristične vrijednosti p

$p=2$ least squares

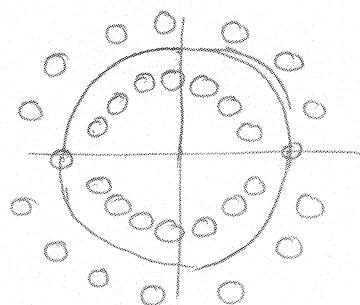
$p \rightarrow \infty$ min max

Nacrtati raspored polova i nula FIR Hilbertovog transformatora parnog i neparnog reda te pokazati i obrazložiti koji od ovih transformatora može aproksimirati konstantnu amplitudu u širem frekvencijskom području.

$$N = 29$$



$$N = 30$$



- fazni skok u $\omega=0$
- fazni skok u $\omega=0 \Rightarrow$ nula $1+j0$
- fazni skok u $\omega=-\pi \Rightarrow$ nula $-1+j0$
- za neparne N može se frekvencijsko područje proširiti do π

Dokazati da je FIR filter s antisimetričnim impulsnim odzivom pogodan za realizaciju Hilbertovih transformatora.

TIP 3 - N neparan

$$H(z) = \sum_{n=0}^N h(n) \cdot z^{-n}$$

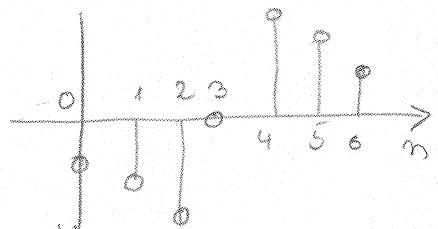
$$h(n) = -h(N-n)$$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N/2-1} h(n) (z^{-n} - z^{-(N-n)}) + O z^{-\frac{N}{2}}$$

$$= z^{-\frac{N}{2}} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n) \left(e^{j\omega \cdot (n - \frac{N}{2})} + e^{j\omega \cdot (n - \frac{N}{2})} \right)$$

$$= e^{-j\omega \frac{N}{2}} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n) \cdot \sin(\omega(\frac{N}{2}-n)) e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

skok u fazi
može biti H.T.



TIP 4 - N paran

$$H(z) = \sum_{n=0}^N h(n) \cdot z^{-n}$$

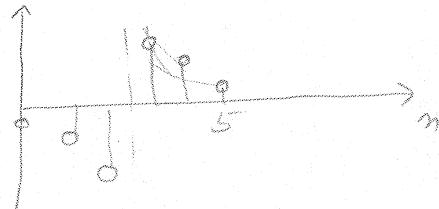
$$h(n) = -h(N-n)$$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} h(n) (z^{-n} - z^{-(N-n)})$$

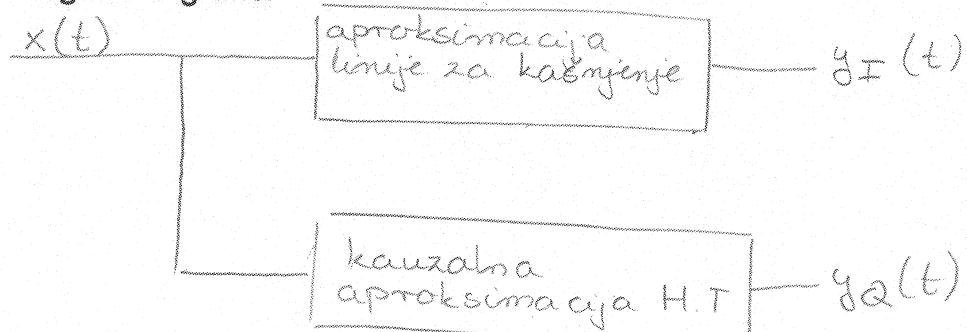
$$= e^{-j\omega \frac{N}{2}} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n) \left(e^{j\omega(\frac{N}{2}-n)} - e^{-j\omega(\frac{N}{2}-n)} \right)$$

$$= e^{-j\omega \frac{N}{2}} \sin(\omega(\frac{N}{2}-n)) e^{-j\frac{\pi}{2}} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n)$$

skok u fazi



Nacrtati blokovsku shemu kauzalnog analognog Hilbertovog filtra. Izvesti izraz za frekvenčiju karakteristiku realne i frekvenčiju karakteristiku imaginarnе grane.



-aproximacija analitičkog signala $z(t) = y_I(t) + jy_Q(t)$

$\alpha(k)$

Opisati model diskretne Fourierove transformacije temeljen na slogu prilagođenih filtara. Definirati dobitak uslijed pojačanja (*processing gain*) za slučaj korištenja pravokutnog otvora. O čemu dobitak ovisi i kako ga možemo procijeniti.

$$x(n) = s(n) + g(n) = A e^{j\left(\frac{2\pi}{N} n + \phi\right)} + g(n)$$

- DFT možemo episati kao skup N prilagođenih filtrova

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{2\pi k}{N} n\right) - j \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sin\left(\frac{2\pi k}{N} n\right)$$

- centralne frekvencije filtrova $w_k = \frac{2\pi k}{N}$
- filtri su prilagođeni na N signala

$$x_k(n) = w(n) \cos\left(\frac{2\pi k}{N} n\right) - j w(n) \sin\left(\frac{2\pi k}{N} n\right)$$

- tražimo izlaz p-tog filtra (w_p)

$$P_{\text{out}} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |A e^{j\left(\frac{2\pi}{N} n + \phi\right)}|^2 = \frac{1}{N} N \cdot A^2 = A^2$$

- snaga šuma σ_g^2

$$\text{SNR}_{\text{ulaz-p}} = \frac{A^2}{\sigma_g^2}$$

- snaga signala na izlazu

$$x_w(n) = w(n)s(n) + w(n)g(n) = s_w(n) + g_w(n)$$

$$\text{DFT}\{x_w(n)\} = \text{DFT}\{s_w(n)\} + \text{DFT}\{g_w(n)\}$$

$$X_k = 0, \quad k \neq p$$

$$X_p = A \sum_{n=0}^{N-1} w(n)$$

$$P_{p-\text{iz}} = \left(A \sum_{n=0}^{N-1} w(n) \right)^2$$

Razvrstati sljedeće otvore u skupine sa sličnim svojstvima: pravokutni, Hannov i Blackmanov, Hammingov i Dolph-Chebyshevijev. Po kojim se svojstvima ove skupine razlikuju? Po čemu je specifičan Dolph-Chebyshevijev otvor?

1) pravokutni, Hannov i Blackmanov

- uzorci svih se sporo menjaju u vremenu

$$\text{Pravokutni } w(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{inace} \end{cases}$$

- najslabije lokaliziran u frekvenciji

 ⇒ veliko preslušavanje

- najveća razlučivost

Hannov i Blackman

- šira glama latice

- bolja lokalizacija u frekvenciji

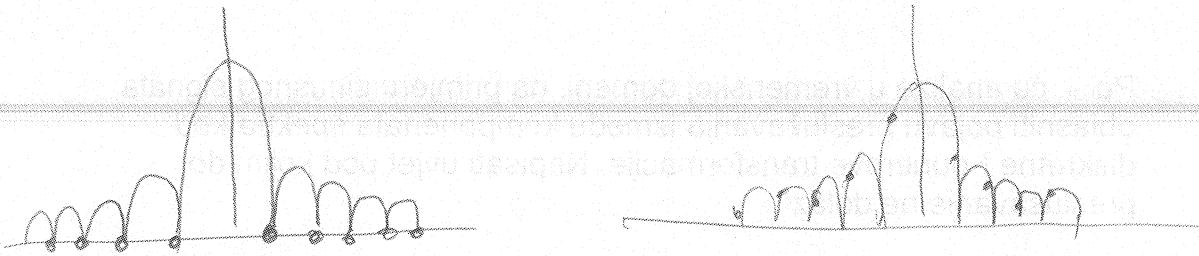
- najmanja razlučivost

2) Hammingov i D-C

- glama latice jednako uska

- jednacena valovitost

$$\omega_0 = 2\pi \frac{2}{T}$$



- cijeli broj perioda
- uzorci DFT-a se poklapaju s multiočkom kontinuiranog signala
- N ne sadrži cijeli broj perioda
- jedna komponenta dala je doprinos svim uzorcima DFT-a \Rightarrow preslušavanje

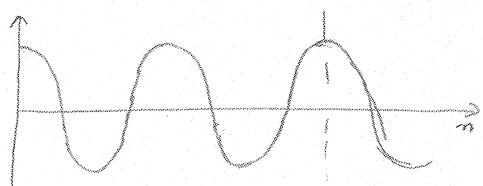
Izvesti izraz za maksimalnu pogrešku procjene amplitude iz uzorka diskretne Fourierove transformacije pod pretpostavkom da spektar nije interpoliran, te da je korišten pravokutni otvor.

Pomoću analize u vremenskoj domeni, na primjeru sinusnog signala objasniti pojavu preslušavanja između komponenata spektra kod diskretne Fourierove transformacije. Napisati uvjet pod kojim do preslušavanje ne dolazi.

- DFT daje spektar signala koji predstavlja periodično proširenje osnovnog odsječka

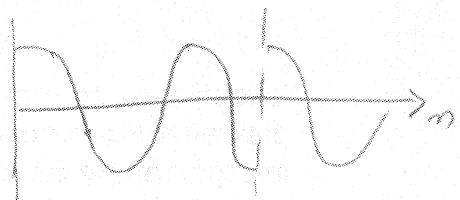
1) signal koji sadrži cijeli period $x(t) = \cos(2\pi \frac{2}{N} n)$

- nema diskontinuiteta
- uzak spektar
- nema preslušavanja



2) signal koji sadrži nepotpuni period $x(t) = \cos(2\pi \frac{1.5}{N} n)$

- diskontinuiteti
- širok spektar



Pomoću analize u frekvencijskoj domeni, na primjeru sinusnog signala objasniti pojavu preslušavanja između komponenata spektra kod diskretne Fourierove transformacije. Napisati uvjet pod kojim do preslušavanje ne dolazi.

$$x(n) = x_0(n) \cdot w(n) \quad w(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{imeđe} \end{cases}$$

$$x_0(n) = \cos(\omega_0 n + \varphi)$$

$$X(e^{j\omega}) = X_0(e^{j\omega}) * W(e^{j\omega})$$

$$W(e^{j\omega}) = e^{-j\omega \frac{N}{2}} \frac{\sin(\frac{\omega N}{2})}{\sin(\frac{\omega}{2})}$$

$$X_0(e^{j\omega}) = \pi e^{j\omega \frac{\varphi}{2}} \sum_{g=-\infty}^{+\infty} [\delta(\omega - \omega_0 - 2g\pi) + \delta(\omega + \omega_0 + 2g\pi)]$$

- Definirati analitički signal. Dokazati da njegov spektar ne sadrži komponente na frekvencijama $\omega < 0$. Objasniti razliku između analitičkog signala i njemu konjugiranog signala.

$$z(t) = x(t) + j \hat{x}(t)$$

$$z(j\omega) = X(j\omega) + j \hat{X}(j\omega)$$

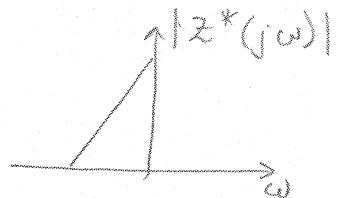
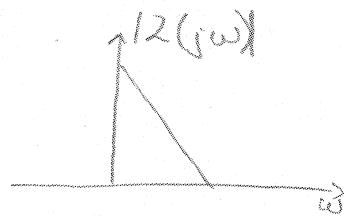
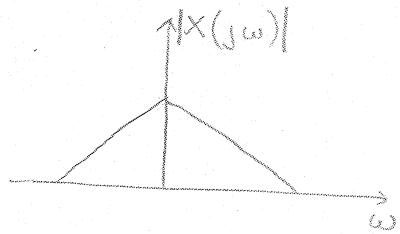
$$= X(j\omega) + j [-j \operatorname{sgn}(\omega) X(j\omega)]$$

$$= X(j\omega) + \underbrace{\operatorname{sgn}(\omega) X(j\omega)}_{\downarrow}$$

$$= \underbrace{X_N(j\omega) + X(j0) + X_P(j\omega)}_{-X_N(j\omega) + X_P(j\omega)}$$

$$= X(j0) + 2X_P(j\omega)$$

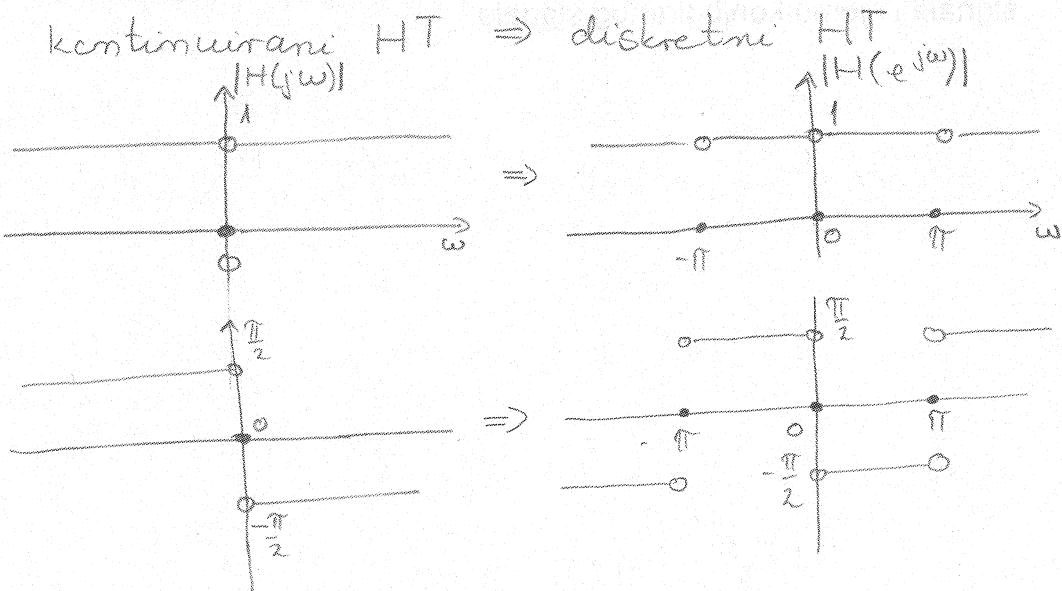
- analitički signal ima samo pozitivni dio spektra, njemu kompleksno konjugirani signal ipma samo negativni



$$h(t) = \delta(t)$$

$$H(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega)$$

Izvesti izraz za impulsni odziv idealnog diskretnog Hilbertovog transformatora. Skicirati odziv.

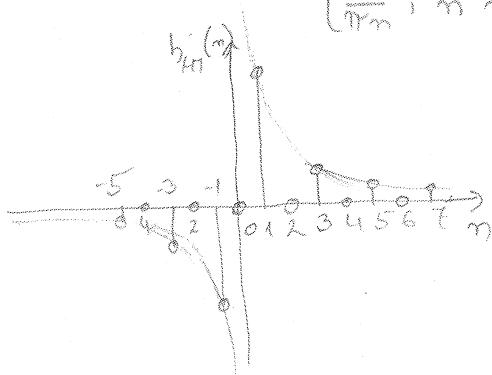


$$H(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega), -\infty < \omega < +\infty \Rightarrow H(e^{j\omega}) = -j \operatorname{sgn}(\omega), -\pi < \omega < \pi$$

$$\begin{aligned} h_{HT}(n) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \\ &= \frac{-j}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sgn}(\omega) (\cos(\omega n) + j \sin(\omega n)) d\omega \\ &= -\frac{j}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sgn}(\omega) \cos(\omega n) d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sgn}(\omega) \sin(\omega n) d\omega \\ &= 0 \quad \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{HT}(n) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin(\omega n) d\omega = -\frac{1}{\pi n} \left[\cos(\omega n) \right]_0^\pi \\ &= -\frac{1}{\pi n} [\cos(\pi n) - 1] = \frac{1}{\pi n} [1 - \cos(\pi n)] = \frac{2}{\pi n} \sin^2\left(n \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} 0, & n \text{ paran} \\ \frac{2}{\pi n}, & n \text{ neparan} \end{cases}$$

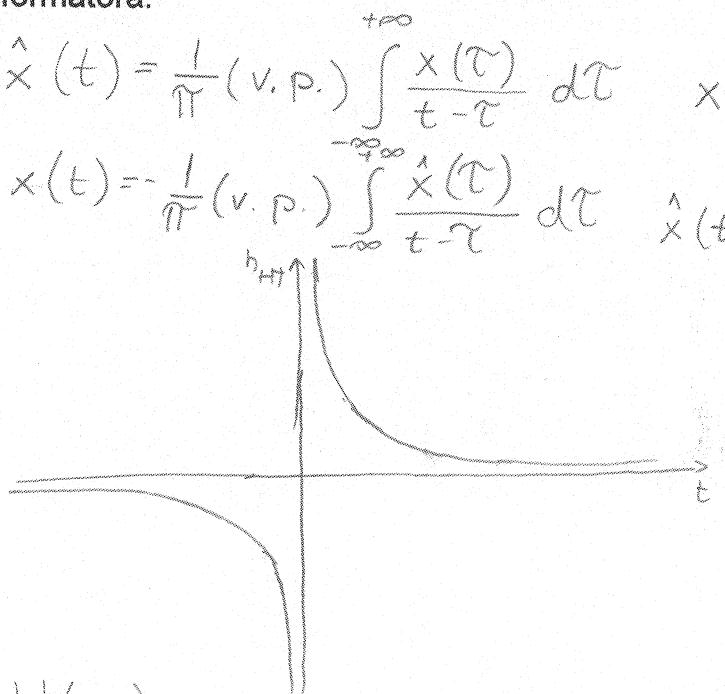


Definirati Hilbertovu transformaciju vremenski kontinuiranih signala. M1 15/16
 Izvesti izraz za impulsni odziv idealnog vremenski kontinuiranog Hilbertovog transformatora, te napisati izraz za njegovu frekvencijsku karakteristiku. Nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku idealnog Hilbertovog transformatora.

$$H[x(t)] = \hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} (v.p.) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad x(t) = -h_{HT}(t) * \hat{x}(t)$$

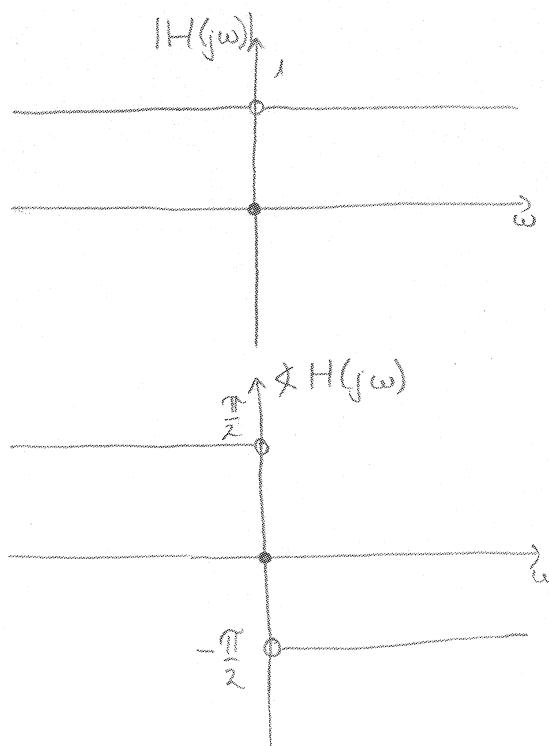
$$H^{-1}[\hat{x}(t)] = x(t) = -\frac{1}{\pi} (v.p.) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hat{x}(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad \hat{x}(t) = h_{HT}(t) * x(t)$$

$$h_{HT} = \frac{1}{\pi t}$$



$$F[h_{HT}(t)] = H(j\omega)$$

$$= -j \operatorname{sgn}(\omega) = -j \begin{cases} -1, & \omega < 0 \\ 0, & \omega = 0 \\ 1, & \omega > 0 \end{cases}$$



$$\hat{x}(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) X(j\omega)$$

$$h_{HT}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta(\tau)}{t-\tau} d\tau = \frac{1}{\pi t}$$

Definirati diskretnu Fourierovu transformaciju (DFT) i inverznu diskretnu Fourierovu transformaciju (IDFT). Kakve razlike se mogu pojaviti u rezultatu koji daje DTFT i DFT kao posljedica činjenice da diskretna Fourierova transformacija podrazumijeva kauzalan signal. Što je brza Fourierova transformacija (FFT)?

DFT

$$X(k) = X(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=\frac{2\pi k}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi k}{N} n}, \quad n=0, 1, 2, \dots, N-1$$

IDFT

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j \frac{2\pi k}{N} n}, \quad n=0, 1, 2, \dots, N-1$$

DFT podrazumjeva ulazni signal konačnog trajanja i diskretan i daje diskretn, periodičan i kauzalan spektar. Broj uzoraka spektra je jednak broju uzoraka signala.

DTFT podrazumjeva beskonačan i diskretan ulazni signal i daje kontinuiran i periodičan spektar

FFT je algoritam za brzo računanje DFT manje složenosti, DFT ima složenost $O(n^2)$, a FFT $O(n \log n)$

Definirati Fourierovu transformaciju vremenski diskretnog signala (DTFT) i inverznu Fourierovu transformaciju vremenski diskretnog signala (IDTFT). Opisati vezu između Z-transformacije i Fourierove transformacije. Opisati vezu između impulsnog odziva diskretnog sustava, njegove prijenosne funkcije te frekvenčne karakteristike.

DTFT

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m) e^{-j\omega m}$$

IDTFT

$$x(m) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(e^{j\omega}) e^{j\omega m} d\omega$$

$$Z[f(m)] = \sum_{n=0}^{+\infty} f(n) z^{-n}$$

⇒ ako napravimo $z = e^{j\omega}$ dobivamo DTFT kauzalnog signala

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n) e^{-j\omega n} \Rightarrow \text{impulsni odziv}$$

$|H(e^{j\omega})| \Rightarrow$ prijenosna funkcija (A/f karakteristika)

$\angle H(e^{j\omega}) \Rightarrow$ frekvenčna karakteristika

Definirati Fourierovu transformaciju vremenski kontinuiranog signala (CTFT) i inverznu Fourierovu transformaciju vremenski kontinuiranog signala (CTFT). Opisati vezu Laplaceove i Fourierove transformacije. Opisati vezu između impulsnog odziva kontinuiranog sustava, njegove prijenosne funkcije te frekvencijske karakteristike.

CTFT

$$F[x(t)] = X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

ICFT

$$F^{-1}[X(j\omega)] = x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Laplace (\Rightarrow Fourier)

- donja granica integracije nije $-\infty$ nego 0

$$\int_0^{+\infty} x(t) e^{-st} dt \text{ za Laplacea}$$

- Laplace \Rightarrow transformacijska varijabla s kompleksnim brojem
 \Rightarrow koristi se za polubeskonacne ili djelomično kontinuirane funkcije (step, kvadraturni puls)

- Fourier \Rightarrow transformacijska varijabla $j\omega$ potpuno imaginiran broj

\Rightarrow koristi se za beskonacne funkcije

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$$

impulsni odziv

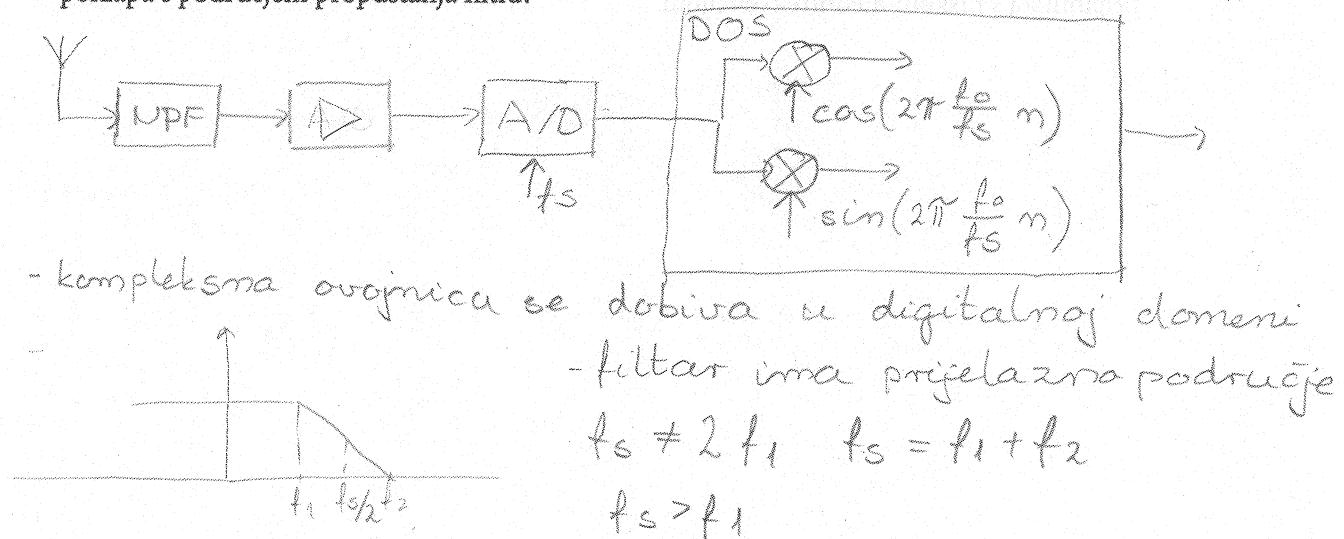
$$H(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-st} dt$$

(dvostrana Laplaceova)

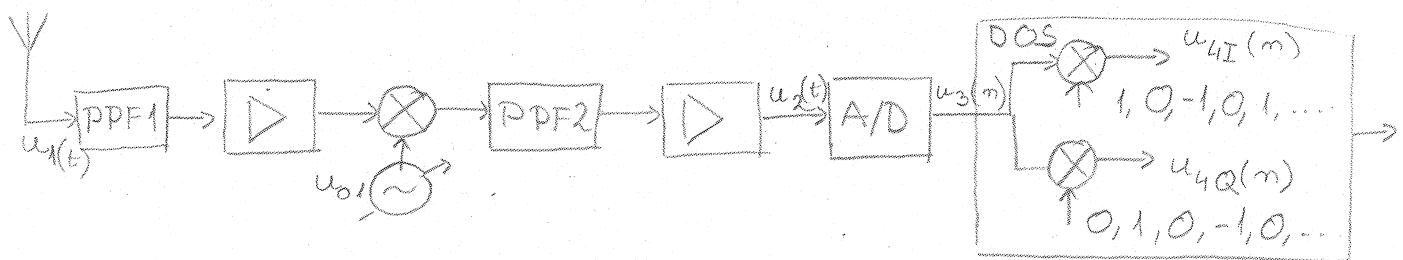
$|H(\omega)| \Rightarrow$ prijenosna funkcija (A/f karakteristika)

$\angle H(\omega) \Rightarrow$ fazna karakteristika

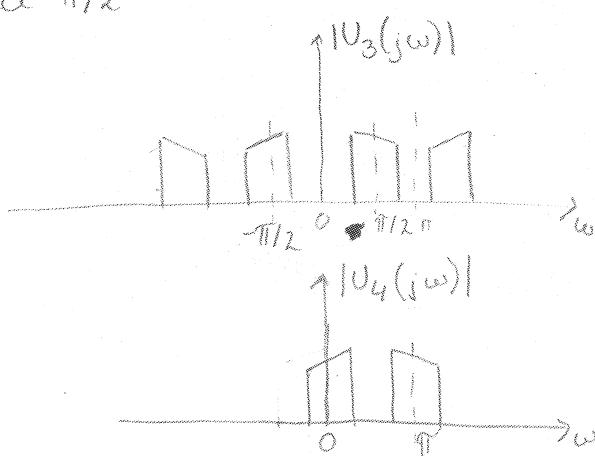
Nacrtati blokovsku shemu programski definiranog prijemnika s uzorkovanjem u osnovnom frekvencijskom području. U kojem dijelu lanca za obradu se dobiva kompleksna ovojnica? Kako se odnose frekvencija uzorkovanja i granična frekvencija filtra u slučaju kad se frekvencijsko područje od interesa poklapa s područjem propuštanja filtra?



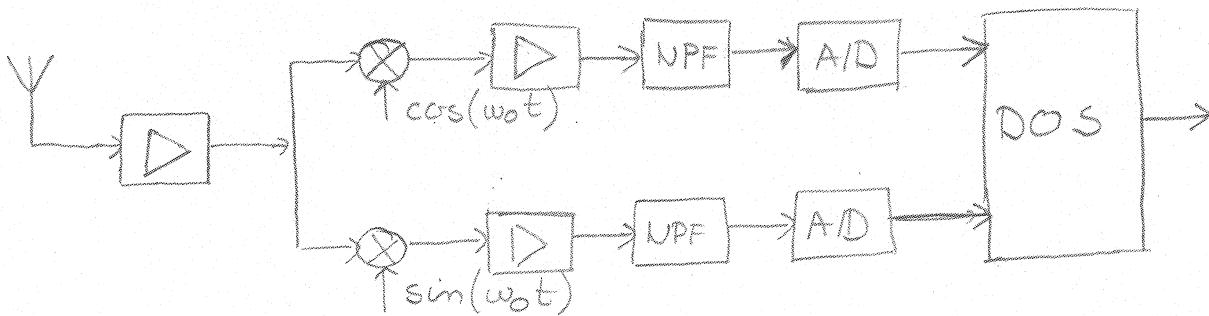
Nacrtati blokovsku shemu programski definiranog prijemnika s poduzorkovanjem. U kojem dijelu lanca za obradu se dobiva kompleksna ovojnica? Opisati i objasniti oblik signala lokalnog oscilatora u sklopu za dobivanje kompleksne ovojnice.



- kompleksna ovojnica se dobiva u dig. domeni, transpozicijom za $\pi/2$



Nacrtati blokovsku shemu programski definiranog prijemnika s uzorkovanjem kvadraturnih signala. U kojem dijelu lanca za obradu se dobiva kompleksna ovojnica? Koji problemi kod ovakvog prijamnika su posljedica arhitekture, a koji proizlaze iz korištenja nulte međufrekvencije. Objasniti razliku između prijamnika s nultom međufrekvencijom i prijamnika s niskom međufrekvencijom.



- kompleksna ovojnica se dobiva u analognoj domeni

1) problemi kao posljedica arhitekture

- I i Q grane moraju se što manje razlikovati
- izvor sinusa i kosinusa moraju imati točne amplitude i fazni pomak

2) problemi koji proizlaze iz nulte međufrekvencije

- signali iz oscilatora preljušavaju se na drugi ulaz mješala
⇒ pojavljuje se DC komponenta koja može biti višestruko veća od željene komponente

$$\cos(\omega_0 t) k, \cos(\omega_0 t) = \frac{k_1}{2} + \frac{k_1}{2} \cos(2\omega_0 t)$$

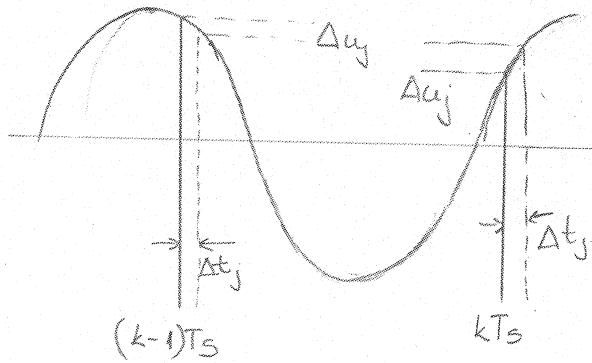
- problem se može rješiti ako se odabere centralna frekvencija (ω_{0i}) različita od frekvencije nosioca ($\omega_0 = \omega_{0i} + kB$)

- $k \neq 0 \Rightarrow$ prijemnik s niskom međufrekvencijom
⇒ u praksi $k=2$ ili $k=3$

Kakav utjecaj na uzorkovanje ima podrhtavanje brida takta uzorkovanja?

Na primjeru sinusnog signala izvesti izraz za omjer signala i šuma koji je posljedica podrhtavanja brida takta uzorkovanja. Kako se ovaj omjer računa kad postoji više sklopova koji unose podrhtavanje.

- podrhtavanje bridova je fazna modulacija signala takta
- u idealnom slučaju bridovi se pojavljuju u trenucima kT_s
- u praksi se pojavljuju u trenucima $kT_s + \Delta t_j (kT_s)$



$$u_m(t) = U_m \sin(2\pi f t)$$

$$\Delta u_j = \frac{du(t)}{dt} \Delta t_j$$

$$\Delta u_j = 2\pi f U_m \cos(2\pi f t)$$

- najgore slučaj

$$\Delta u_{j,\max} = 2\pi f U_m \Delta t_j$$

- ako je poznata RMS podrhtavanja takta, efektivna vrijednost pogreške iznosi

$$U_{j,RMS,\max} = 2\pi f U_m \Delta t_{j,RMS}$$

- najnepovoljniji odnos signal / šum

$$SNR = 20 \log_{10} \left(\frac{U_m \sqrt{2}}{2\pi f U_m \Delta t_{j,RMS}} \right)$$

$$= -20 \log_{10} (2\sqrt{2}\pi f \Delta t_{j,RMS})$$

- kada postoji više sklopova koji unose podrhtavanje, omjeri se zbrojaju

Zašto je kod analogno-digitalnih pretvornika namijenjenih obradi signal u komunikacijama granična frekvencija ulaznog analognog podsustava višestruko veća od Nyquistove frekvencije? Kakve su posljedice takve granične frekvencije na šumna svojstva pretvarača?

Na primjeru sinusnog signala izvesti izraz za omjer signala i šuma koji je posljedica nelinearnosti analogno-digitalnog pretvarača.

- idealno susjedni kodovi se dobivaju za primjeru ul. mapona

$$\Delta u_m = U_{LSB}$$

- stvarno $\Delta u_m = U_{LSB} + u_{DNL}$

\downarrow
diferencijalna nelinearnost

- u praksi srednja DNL, $U_{DNL} \Rightarrow$ često se izražava u broju LSB

$$\epsilon = \frac{U_{DNL}}{U_{LSB}}, \text{ LSB}$$

$$\sigma_Q^2 = \frac{(U_{LSB} + U_{DNL})^2}{12} = \frac{U_{LSB}^2 (1+\epsilon)^2}{12}$$

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{U_m^2 / 2}{\sigma_Q^2} = 10 \cdot \log_{10} \frac{\frac{U_m^2 / 2}{\left(\frac{U_m}{2^{N-1}}\right)^2 (1+\epsilon)^2}}{12} = 10 \log_{10} \left(\frac{3}{2} 2^{2N-2} \frac{1}{(1+\epsilon)^2} \right)$$

$$SNR = 6,02 \cdot N + 1,76 - 20 \log_{10}(1+\epsilon), \text{ dB}$$

Dati izraz i opisati izvore pogrešaka kod AD pretvarača pod pretpostavkom da se koristi sinusni model ulaznog signala. Zašto u praksi ne smeta činjenica da je kod brzih pretvarača visoke razlučivosti šum u izlaznom digitalnom signalu značajno veći od šuma kvantizacije.

- ulazni sinusni napon najveće moguće amplitude

$$u(t) = U_m \sin(2\pi f t)$$

$$U_{rms} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

- Izvori šuma su nekorelirani \Rightarrow snage se zbrojaju

1) podrhtavanje trenutka uzorkovanja

$$U_{j,RMS,max} = U_m 2\pi f t_{j,RMS}$$

2) kvantizacija i DNL

$$\sigma_Q = U_{LSB} \frac{(1+\epsilon)}{\sqrt{12}} = \frac{U_m}{2^{N-1}} \frac{(1+\epsilon)}{\sqrt{12}} = \frac{U_m}{2^N \sqrt{3}} (1+\epsilon)$$

3) šum ulaznog kruga

$$U_{mIN}$$

- ukupna ef. vrijednost šuma

$$U_{RMS} = \sqrt{(U_m 2\pi f t_{j,RMS})^2 + \frac{U_m^2}{2^{2N-3}} (1+\epsilon)^2 + U_{mIN}^2}$$

$$U_{mIN,LSB} = \frac{U_{mIN}}{U_m} 2^N$$

$$SNR = -20 \log_{10} \frac{\sqrt{U_m^2 [(2\pi f t_{j,RMS})^2 + (\frac{\sqrt{2}(1+\epsilon)}{2^N \sqrt{3}})^2 + (U_{mIN})^2]}}{U_m}$$

$$= -20 \log_{10} \sqrt{(2\sqrt{2}\pi f t_{j,RMS})^2 + (\frac{\sqrt{2}(1+\epsilon)}{2^N \sqrt{3}})^2 + (\frac{\sqrt{2} U_{mIN}}{U_m})^2}$$

$$= -20 \log_{10} \sqrt{(2\sqrt{2}\pi f t_{j,RMS})^2 + (\frac{\sqrt{2}(1+\epsilon)}{2^N \sqrt{3}})^2 + (\frac{\sqrt{2} U_{mIN,LSB}}{2^N})^2}$$

Na primjeru binarnih brojeva širine 3 bita, opisati binarni zapis s pomakom, zapis u dvojnom komplementu, te opisati međusobnu pretvorbu ovih zapisa. Opisati cijelobrojnu i frakcionalnu interpretaciju binarnih brojeva. Koju najmanje odnosno najveću vrijednosti može poprimiti N-bitni podatak oblika 1.(N-1)?

OPIS VRIJEDNOSTI	SOB	TC
	BINARNI S POMAKOM	DVOJSNI KOMPLEMENT
najveća vrijednost	$111_{(2)} \rightarrow 7_{(10)}$	$011_{(2)} \rightarrow 3_{(10)}$
	$110_{(2)} \rightarrow 6_{(10)}$	$010_{(2)} \rightarrow 2_{(10)}$
	$101_{(2)} \rightarrow 5_{(10)}$	$001_{(2)} \rightarrow 1_{(10)}$
	$100_{(2)} \rightarrow 4_{(10)}$	$000_{(2)} \rightarrow 0_{(10)}$
	$011_{(2)} \rightarrow 3_{(10)}$	$111_{(2)} \rightarrow -1_{(10)}$
	$010_{(2)} \rightarrow 2_{(10)}$	$110_{(2)} \rightarrow -2_{(10)}$
	$001_{(2)} \rightarrow 1_{(10)}$	$101_{(2)} \rightarrow -3_{(10)}$
najmanja vrijednost	$000_{(2)} \rightarrow 0_{(10)}$	$100_{(2)} \rightarrow -4_{(10)}$

$$TC = \overline{SOB} + 1$$

1) cijelobrojna interpretacija

- decimalna točka se podrazumjeva iza zadnje znamenke

2) frakcionalna interpretacija

broj-cijelobrojnih-bitova . broj-bitova-frakcije

- $1 \cdot (N-1)$

$$\Rightarrow [-1, 1 - 2^{-(N-1)}]$$

$$\Rightarrow \text{množenje uvećek u tom intervalu osim za } (-1)_{(10)} \times (-1)_{(10)} = 1_{(10)}$$

Koliko bitova sa izlaza digitalnog množila je potrebno uzeti za daljnju obradu? Koji su to bitovi? Posebno objasniti odabir gornjih bitova izlazne riječi (podešavanje položaja frakcije) te odabir donjih bitova (odsijecanje rezultata). Kako se ovaj odabir izvodi na procesorima za obradu signala?

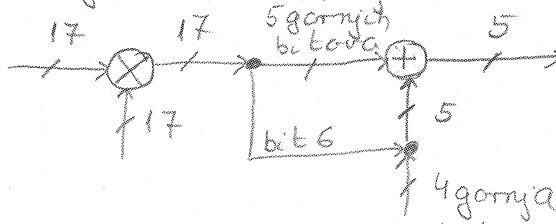
- množenje 2 broja dužine N daje riječ dužine $2N$
SX. xxxxxx
- bitovi lijevo od decimalne točke su preširenje predanaka
 $S = X \Rightarrow$ možemo zanemariti LSB na izlazu množila
- nakon množenja SNR je lošiji za 3 dB
- nakon odsijecanja na širinu ulazne riječi SNR se smanjuje za barem još 3 dB
- na izlazu množila se u praksi uzima dužina za 2 ili 3 bita veća od dužine manje (uze) riječi na ulazu množila
- realizacija na DSP \Rightarrow zanemarivanje MSB ili
presreće slučaj $(-1) \times (-1)$ te umjesto 1 zapisuje $1 - 2^{1-N}$
 \Rightarrow moguće konfigurirati po želji

Objasniti prednost zaokruživanja pred odsijecanjem u sklopovima za digitalnu obradu signala. Nacrtati shemu i objasniti rad množila koje na izlazu daje rezultat zaokružen na 5 bitova. Kako se zaokruživanje nakon množenja izvodi na procesorima za obradu signala?

- odsijecanje predstavlja zaokruženje prema dolje
 - \Rightarrow srednja vrijednost pogreške 0.5 LSB
 - \Rightarrow pojava DC komponente
- zaokruživanje

$$S, A \text{ } B \text{ } C \text{ } D, \underline{E \text{ } F \text{ } G}_{(2)} \rightarrow S, A \text{ } B \text{ } C \text{ } D$$

- \Rightarrow ako je $EFG \geq 0.5$ zaokružuje se gore
- \Rightarrow ako je $EFG < 0.5$ zaokružuje se dolje
- smjer zaokruženja obisi uslovno o bitu E



- realizacija na DSP \Rightarrow ugradeno sklopovlje

\Rightarrow mogu se konfigurirati da odsijecaju zaokružuju rezultat i obraduju slučaj kada je dio koji se odsijeca jednak točno 0.5

Na primjeru sinusnog signala pokazati koliko je pojačanje sklopa za transpoziciju frekvencije. Pretpostaviti realan signal lokalnog oscilatora.

lokalni oscilator

$$x_l(t) = \cos(2\pi f_0 t) \quad t = nT_s = n \frac{1}{f_s}$$

$$= \cos\left(2\pi \frac{f_0}{f_s} n\right)$$

$$= \cos(\omega_0 n)$$

izlaz iz miješala

$$y(n) = \cos(\omega_0 n) \cos(\omega_{ul} n)$$

$$= \frac{1}{2} [\cos(\omega_0 - \omega_{ul})n + \cos(\omega_0 + \omega_{ul})n]$$

- filtrom se uklanja jedna komponenta

$$y(n)_{\text{tramp}} = \frac{1}{2} \cos[(\omega_0 - \omega_{ul})n]$$

- pojačanje amplitude miješala iznosi $\frac{1}{2}$

- pojačanje se može kompenzirati filtrom ili drugom sklopom koji slijedi iza množila

Što je višetaktna obrada signala i zašto se ona koristi u programski definiranim prijemnicima. Koji problemi se susreću u dizajnu decimatora visokog reda i kako ih rješava upotreba CIC decimatora?

- obrada prije koje se provodi decimacija signala, kako bi se smanjila frekvencija čitanja

PROBLEMI

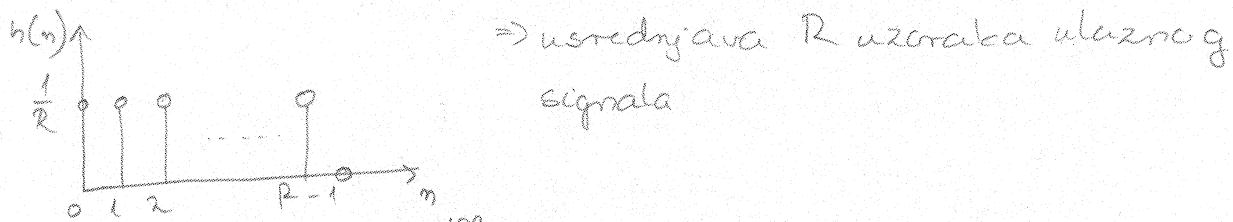
- gušenje filtra u području
gušenja mora biti veliko

- za veliki R je područje
propuštanja filtra jakousko

CIC DECIMATOR

Izvesti prijenosnu funkciju CIC decimatora prvog reda u rekurzivnom obliku te nacrtati njenu realizaciju. Napisati izraz koji opisuje prijenosnu funkciju CIC decimatora N-tog reda te nacrtati njenu realizaciju.

$$h(n) = \frac{1}{R} \{ s(n) + s(n-1) + s(n-2) + \dots + s(n-R+1) \}$$



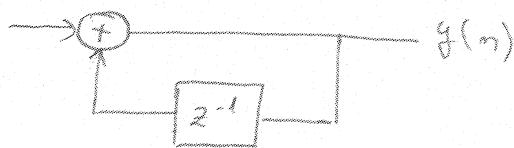
$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) h(n-k) = \frac{1}{R} \{ x(n) + x(n-1) + \dots + x(n-R+1) \}$$

$$\begin{aligned} H(z) &= Z\{h(n)\} = \frac{1}{R} [1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-R+1}] = \frac{1}{R} \sum_{k=0}^{R-1} z^{-k} \\ &= \frac{1}{R} \frac{1-z^{-R}}{1-z^{-1}} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{1-z^{-1}}} \quad \boxed{1-z^{-R}} \quad \textcircled{VR} \end{aligned}$$

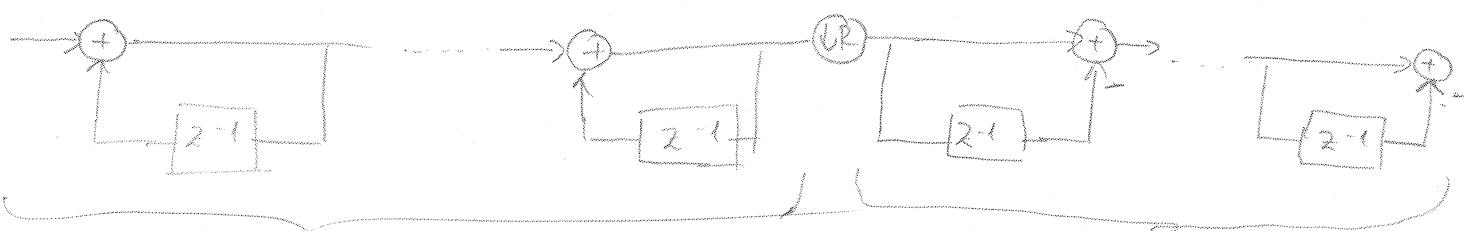
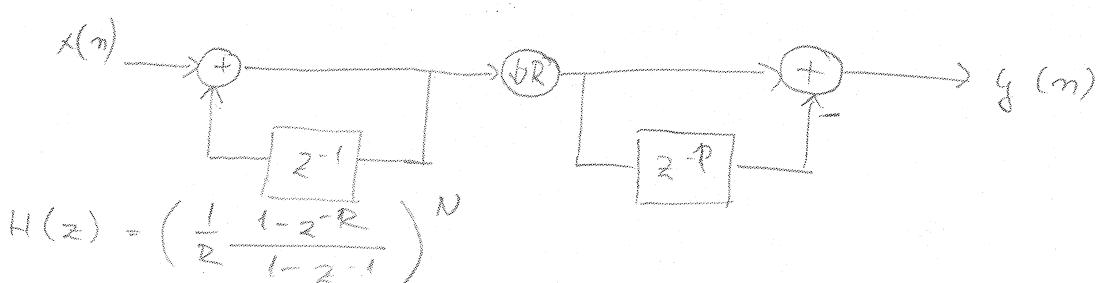
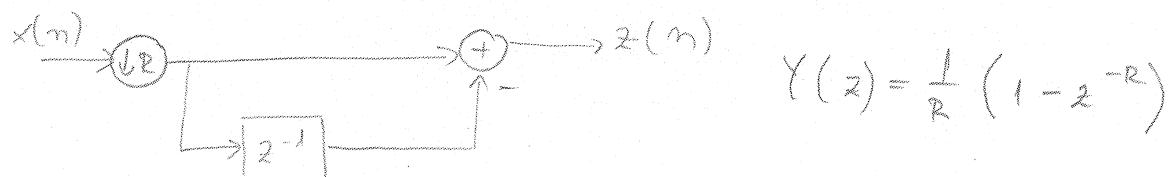
1) REKURZIVNI DIO

$$Y(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} X(z) \Rightarrow Y(z)(1-z^{-1}) = X(z)$$

$$y(n) = x(n) + y(n-1)$$



2) NEREKURZIVNI DIO



N integratorskih sekacija

N "comb" sekacija

Izvesti izraz za širinu registara CIC decimadora N-tog reda, faktora decimacije R. Prepostaviti da nema odsijecanja bitova u pojedinim stupnjevima.

$$H(z) = \left(\frac{1}{MR} \frac{1-z^{-2}}{1-z^{-1}} \right)^N \quad \text{ulazna reprezentacija širine } B_{in} \text{ bitova}$$

\Rightarrow najveći broj po modulu na izlazu filtra (bez $\frac{1}{MR}$)

$$| -2^{B_{in}-1} | (RM)^N$$

$$\Rightarrow \text{potreban registar } B_{out,max} = \lceil \log_2 (2^{B_{in}-1} (RM)^N + 1) \rceil \\ = \lceil N \log_2 RM + B_{in} \rceil$$

Izvesti izraz za spektar signala na izlazu analogno-digitalnog pretvornika koji koristi interpolaciju nultog reda. Na temelju dobivenog rezultata opisati pogreške koje su posljedica ovakvog načina interpolacije.

-konvolucija impulsa i pravokutnika trajanja T_s daje kontinuirani kvantizirani signal

$$u_{DA}(t) = u_s(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_s(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

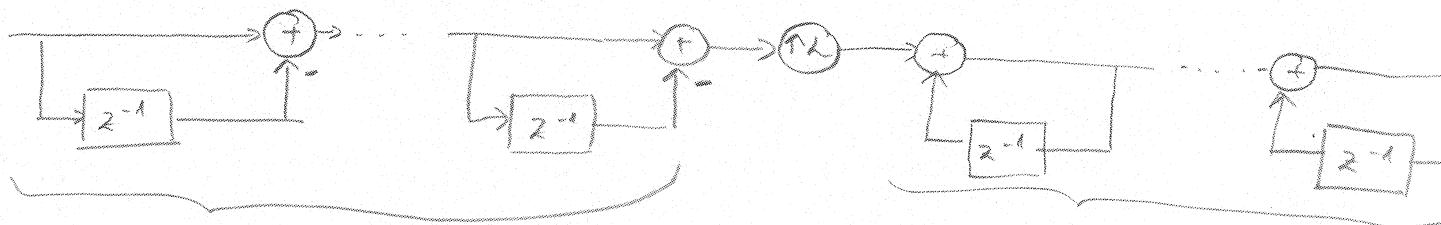
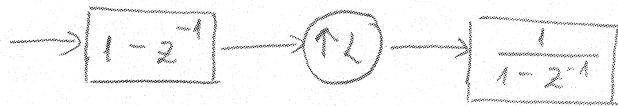
$$u_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u_c(kT_s) \delta(t-kT_s)$$

$$u_{DA} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u_c(kT_s) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-kT_s) g(t-\tau) d\tau \\ = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u_c(kT_s) g(t-kT_s)$$

$$\mathcal{F}[u_{DA}(t)] = \mathcal{F}[u_s(t)] \mathcal{F}[g(t)] \Rightarrow |G(t)| = |T_s \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T_s}\right)|$$

Napisati izraz koji opisuje prijenosnu funkciju CIC interpolatora N-tog reda te nacrtati njenu realizaciju. Opisati problem koji ograničava frekvenciju takta ovog sklopa, te nacrtati realizaciju koja rješava ovaj problem.

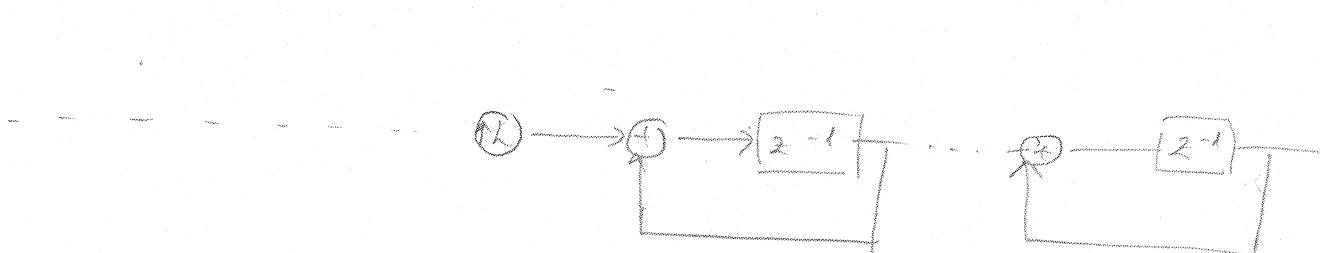
$$H_F(z) = \left(\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{L-1} z^{-k} \right)^N = \left(\frac{1 - z^{-L}}{1 - z^{-1}} \right)^N$$



U "comb" sekciji

N integratorskih sekacija

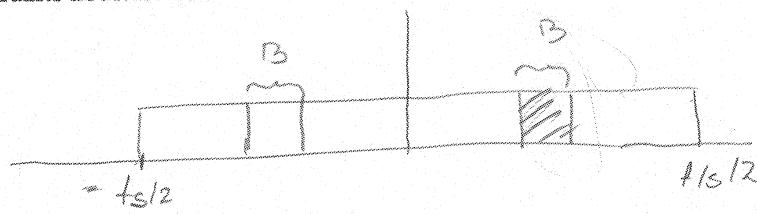
- kašnjenje, zbog implementacije pomoću registara
- u integratorskoj sekcijsi signal se propagira s N zbrojala
⇒ reči $N = \max$ frekvencija takta
- max frekvencija se postiže ako se signal iz svakog stupnja vodi sa izlaza registra



zavrsi kažnjenje za 1. uzorak u svakoj integratorskoj sekciji

$$H_F(z) = z^{-N} \left(\frac{1 - z^{-L}}{1 - z^{-1}} \right)^N$$

Što je "dobitak u pojačanju uslijed obrade" (processing gain). Izvesti izraz za dobitak uslijed obrade na primjeru u kojem se iz signala na izlazu analogno-digitalnog pretvarača izdvaja frekvencijsko područje širine B. Izražiti dobitak u dB.



$N/2 \Rightarrow$ spektralna gustoća snage na ulazu filtra

- dobitak u odnosu na signal / šum

Snaga šuma na ulazu filtra

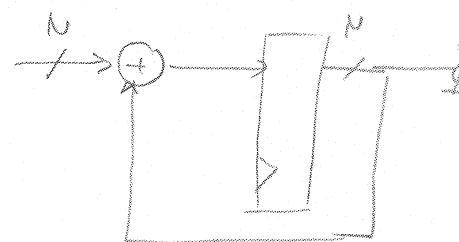
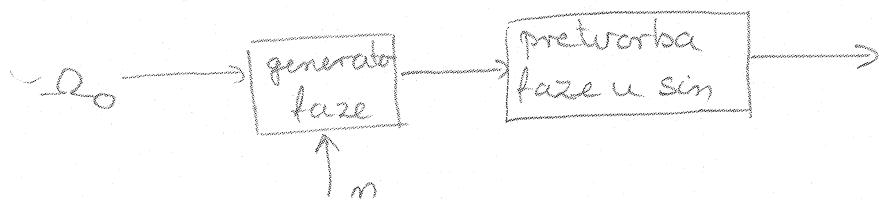
$$P_{nAD} = \frac{N}{2} \cdot 2 \cdot \frac{f_s}{2} = \frac{N}{2} f_s$$

$$P_{nF} = \frac{N}{2} \cdot 2 \cdot B = N B$$

$$PG = \frac{P_{nAD}}{P_{nF}} = \frac{f_s}{2B}$$

$$PG = 10 \log_{10} \left(\frac{f_s}{2B} \right)$$

Nacrtati blokovsku shemu direktnog digitalnog sintezatora frekvencije, napisati izraz za korak koji je potrebno dovesti na ulaz generatora faze, te izraz za izlaznu frekvenciju sintezatora. Izvesti izraz za razlučivost frekvencije?



korak Δ za zadatu frekvenciju Ω_0

$$\Delta = \Phi(n) - \Phi(n-1) = \{\Phi(n) - \Phi(n-1)\} \frac{2^N}{2\pi} = \Omega_0 \frac{2^N}{2\pi}$$

$$\Omega_0 = 2\pi \frac{f_0}{f_s} = 2\pi \frac{w_0}{\omega_s}$$

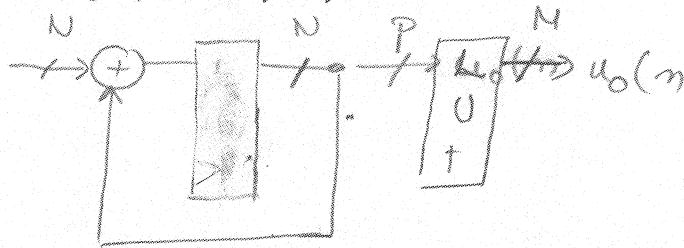
$$\Delta = 2\pi \frac{f_0}{f_s} \frac{2^N}{2\pi} = 2^N \frac{f_0}{f_s} \Rightarrow \text{korak}$$

$$f_0 = f_0(\Delta) = f_s \frac{\Delta}{2^N}$$

$$\Delta f_{\min} = f_0(\Delta+1) - f_0(\Delta) = \frac{f_s}{2^N} \Rightarrow \text{razlučivost}$$

$$\underline{\Phi}(n) = \Phi(n) \frac{2^N}{2\pi}$$

Nacrtati blokovsku shemu i objasniti principa rada direktnog digitalnog sintezatora frekvencije koji koristi odsijecanje faze. Objasniti pojavu diskretnih frekvencijskih komponenata u spektru izlaznog signala koji su posljedica odsijecanja faze. Napisati izraz kojim se može procijeniti SFDR koji je posljedica odsijecanja faze.

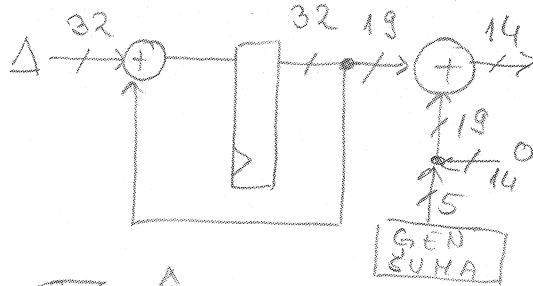


- LUT šir od 18 bita nije praktičan, a rezolucija bolja od 18 Hz često potrebna
- za adresiranje LUT-a uzimamo samo gornji dio faze
- faza prestaje biti linearna \Rightarrow fazne modula cije pogreska periodična \Rightarrow očekuju se neželjene diskretne komponente u spektru

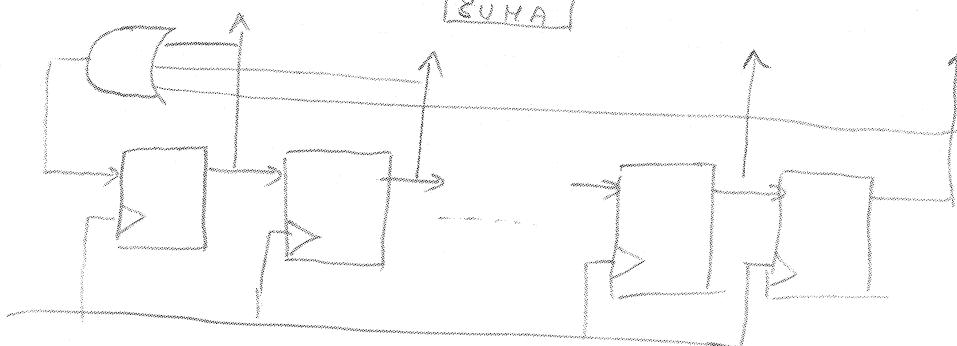
$$SFDR = 6,02 \cdot P - 3,92 \text{ dB}$$

Opisati primjenu ditheringa u direktnoj digitalnoj sintezi frekvencije. Na koji način dithering povećava SFRD izlaznog signala. Nacrtati realizaciju generatora šuma koja koristi posmačni registar s povratnom vezom.

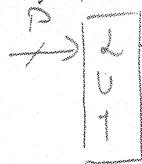
- diskretne komponente u spektru neće postojati ako faza pogreska nije periodična \Rightarrow ubacivanje šuma



- uklanjanje diskretnih komponenti
povećava SFDR



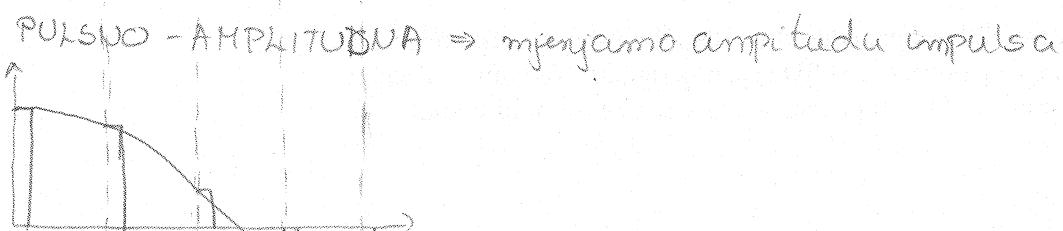
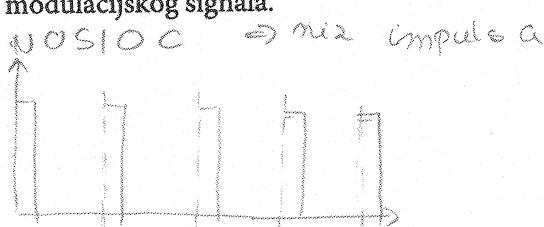
Opisati pogreške kod direktne sinteze frekvencije koje su posljedica kvantizacije amplitude. Objasniti pojavu diskretnih frekvencijskih komponenata u spektru izlaznog signala koji su posljedica kvantizacije amplitute. Napisati izraz kojim se može procijeniti SFDR koji je posljedica ove kvantizacije.



\Rightarrow kvantizački šum je posljedica končane širine rječi u LUT $SNR = 6,02 \text{ M} + 1,76$

- pogreška kvantizacije nije jednolika \Rightarrow kvantizački šum nije bijeli
- diskretnе komponente se javljaju zbog periodičnog prosviranja LUT-a

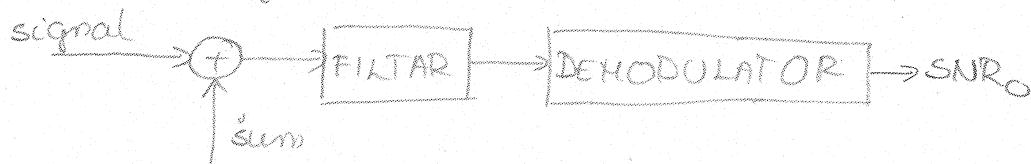
Nacrtati valni oblik modulacijskog signala, nosioca i moduliranog signala za pulsno amplitudnu, pulsno širinsku i pulsno položajnu modulaciju.
Prepostaviti da je modulacijski signal sinusnog valnog oblika, a frekvencija uzorkovanja otprilike 10 puta veća od frekvencije modulacijskog signala.



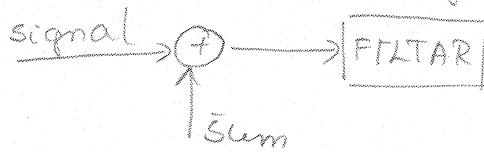
Definirati mjeru kvalitete prijenosa obzirom na šum. Nacrtati i opisati modele prijenosnih sustava na kojima se temelji ova mjera. Objasniti na koji način se postiže da mjeru ne ovisi o snazi signala.

$$M = \frac{SNR_o}{SNR_c} = \frac{SNR \text{ na izlazu prijemnika}}{SNR \text{ u kanalu poruke}}$$

- brojnik je SNR na izlazu prijemnika koji prima modulirani signal



- nazivnik je SNR na izlazu prijemnika koji prima signal prenesen u osnovnom pogasu



$$M = \frac{SNR_o}{SNR_c} = \frac{\underline{\text{srednja snaga signala na izlazu prijemnika}}}{\underline{\text{srednja snaga šuma na izlazu prijemnika}}} = \frac{\underline{\text{srednja snaga signala poruke}}}{\underline{\text{srednja snaga šuma u kanalu poruke}}}$$

PRETPOSTAVKA

srednja snaga signala poruke = srednja snaga moduliranog signala

Za primjer PPM prijenosnog sustava koji koristi kosinusne pulseve izvesti mjeru za kvalitetu prijenosa obzirom na šum. Pretpostaviti AWGN kanal.

valni oblik pulsa

$$g(t) = \begin{cases} \frac{A}{2} (1 + \cos(\omega_0 t)) & , -T \leq t \leq T \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{2T} = \frac{\pi}{T}$$

$$G(j\omega) = A \frac{\sin(\omega T)}{\omega \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0}\right)}$$

$$\text{uvrščavanje } \omega = 2\pi f \text{ i } \omega_0 = \frac{\pi}{T}$$

$$G(jf) = A \frac{\sin(2\pi f T)}{2\pi f \left(1 - 4f^2 T^2\right)}$$

$$B_T = \frac{1}{T}$$

$$M = \frac{\frac{P_{SO}}{P_{NO}}}{\frac{P_S}{P_{NC}}}$$

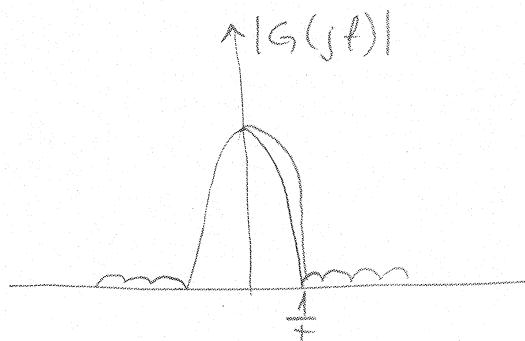
- na izlazu prijemnika

$$U_{S,PP} = K T_S \quad (\text{peak to peak})$$

$$U_{S,RMS} = \frac{K T_S}{2\sqrt{2}} \quad (\text{RMS})$$

$$P_{SO} = \frac{K^2 T_S^2}{8} \quad (\text{ma } 1\Omega)$$

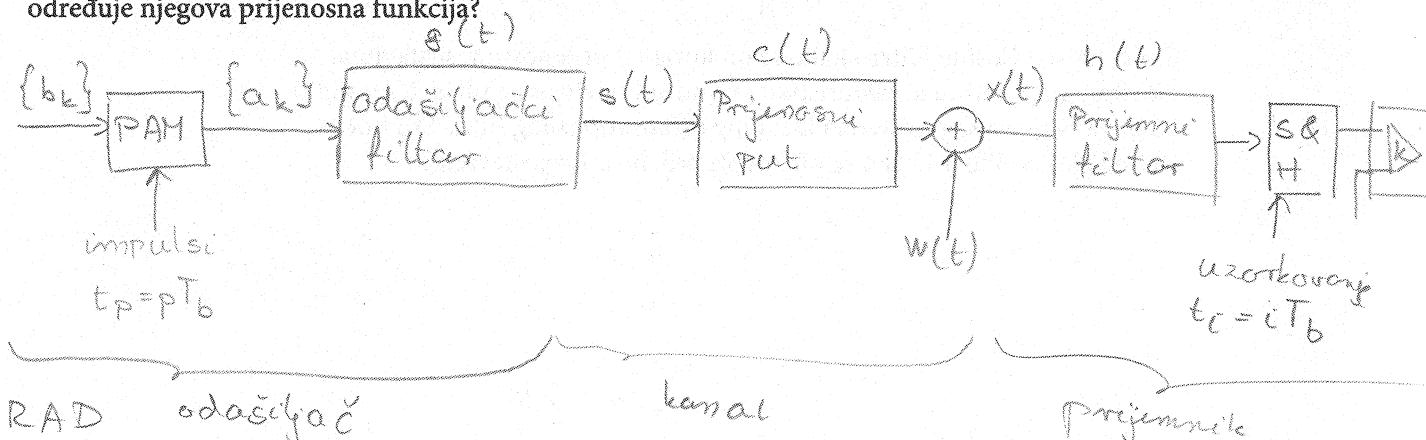
$$P_{NO} =$$



Objasniti vezu između širine frekvencijskog područja potrebnog za prijenos PCM signala i omjera signala i šuma koji se za tu širinu može postići.

- SNR_o je određen šumom kvantizacija,
- povećanje SNR_o dobivamo povećanjem broja kvantizacijskih razina (broj bitova po uzorku)
- s povećanjem broja bitova po uzorku, potrebna širina kanala B_T raste linearno, ali SNR_o raste eksponencijalno

Nacrtati i opisati model sustava za prijenos impulsa u osnovnom frekvencijskom području. Koje vrste pogrešaka nalazimo kod prijenosa impulsa i čime su one uzrokovane. Što je prilagođeni filter i kako se određuje njegova prijenosna funkcija?



- ulaz \Rightarrow mrez binarnih brojeva $\{b_k\}$
 - PAM za svaki $\{b_k\}$ generira impuls \Rightarrow mrez impulsa $\{a_k\}$
 - odašićeći oblikuje impulse \Rightarrow impulsnii odziv filtra $g(t)$
 - prijenosni put pretpostavimo da je linearan \Rightarrow modeliram ga pomoću impulsnog odziva $c(t)$
 $\Rightarrow w(t)$ bojni Gaussov šum
 - ulazni filter opisan impulsnim odzivom $h(t)$
 - odstuka o prijemu donosi komparator
- POGREŠKE

PRILAGODENI FILTER

- maksimizira omjer vršne snage signala i srednje snage šuma
 - radi konvoluciju impulsa s njegove inverzije u vremenu
- $$\max \left\{ \frac{\{g(t)\}^2}{E[n^2(t)]} \right\}$$

Što je preslušavanje između simbola? Čime je uzrokovano? Izvesti Nyquistov kriterij za prijenos bez preslušavanja između simbola. Skicirati valni oblik signala koji odgovara jednom simbolu za slučaj kad se prijenosni sustav ponaša kao idealni niskopropusni filter.

- preslušavanje spektra između susjednih simbola uzrokovana istraživanjem frek. odziva

odašljivački filter

$$P[(i-k)T_b] = \begin{cases} 0 & i \neq k \\ 1 & i = k \end{cases}$$

$$P(t) \xrightarrow{\text{uzorkovanje}} P_S(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} P(mT_b) S(t - mT_b)$$

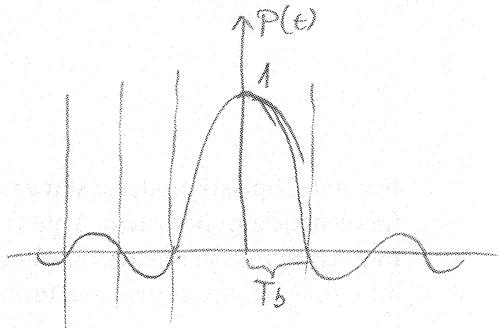
$$P(t) \longrightarrow P_S(f) = \frac{1}{T_b} \sum P\left[t - n\frac{1}{T_b}\right]$$

$$P_S(f) = P(0)$$

$$\frac{1}{T_b} \sum P\left(t - n\frac{1}{T_b}\right) = P(0)$$

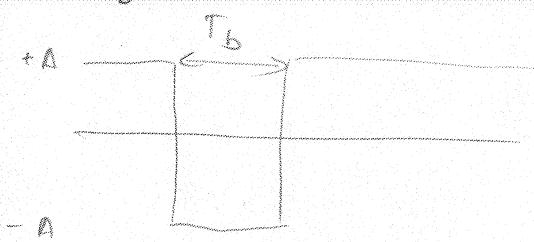
$$P(0) = 1$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} P\left[f - n\frac{1}{T_b}\right] = T_b$$



Što je Raised Cosine Filter i kako se on koristi u prijenosnim sustavima. Skicirati amplitudnu karakteristiku i impulsni odziv ovog filtra. Usporediti njegova svojstva sa svojstvima idealnog niskopropusnog filtra. Što Root Raised Cosine Filter i kako se on koristi prijenosnim sustavima?

Za prijenos podataka pomoću NRZ signala izvesti izraz za vjerojatnost pogreške prijenosa bita. Prepostaviti AWGN kanal. Skicirati oblik pogreške u ovisnosti o omjeru energije po bitu i spektralne gustoće snage šuma.



$$x(t) = \begin{cases} +A + w(t) & \text{za '1'} \\ -A + w(t) & \text{za '0'} \end{cases}$$

2 vrste pogrešaka

- 1) poslana '1', primljena '0'
- 2) poslana '0', primljena '1'

$$x(t) = -A + w(t)$$

$$y(T_b) = K \int_0^{T_b} x(t) dt = -KAT_b + k \int_0^{T_b} w(t) dt$$

$$(K = \frac{1}{T_b})$$

$$y(T_b) = -A + \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} w(t) dt$$

REVIEW OF THE LITERATURE
AND METHODS FOR DETERMINING
SODIUM INHIBITION AND OTHER FEATURES OF CHLORIDE
INHIBITION

By J. R. HARRIS, JR.,¹ R. E. COOPER,² AND C. W. HARRIS,³
U.S. Environmental Protection Agency, Washington, D.C.

(Received January 15, 1979; revised April 10, 1979)
¹ Present address: U.S. Environmental Protection Agency, Washington, D.C.

² Present address: U.S. Environmental Protection Agency, Washington, D.C.
³ Present address: U.S. Environmental Protection Agency, Washington, D.C.

ABSTRACT: This paper reviews the literature on methods for determining sodium chloride inhibition and other features of chloride inhibition. The methods are categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

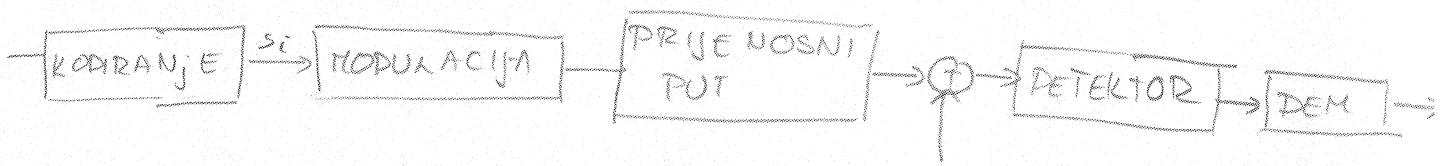
The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

The methods are also categorized by the type of test used. The methods are also categorized by the type of test used.

Nacrtati i objasniti model sustava za prijenos impulsa u transponiranom frekvencijskom području. Objasnitи како pomoću Gram-Schmidt ortogonalizacije možemo prikazati signale. Pokazati kako se određuju funkcije baze te kako se izvodi modulator i demodulator.



Signal $si(t)$ mogu se prikazati kao linearne kombinacija funkcija

Objasniti pojmove: vektor signala, prostor signala, točka poruke i konstelacija. Kvalitativno opisati kako šum utječe na detekciju i dekodiranje signala u prijemniku. Kako se radi procjena koji je simbol poslan? Što je to granica odluke i kako se ona određuje?

Opisati princip koherentne binarne PSK modulacije. Dati izraze za signale koji odgovaraju simbolima te funkcije baze koje daje Gram-Schmidt ortogonalizacija primijenjena na te signale. Dati prikaz prostora signala.

-postoji jedna funkcija baze $\phi_1 = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_0 t)$

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_0 t)$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_0 t + \pi) = -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_0 t)$$

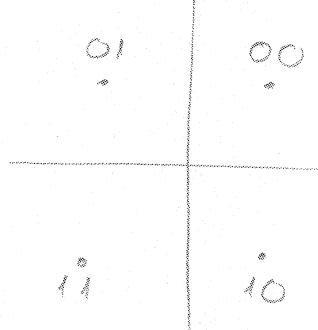


Opisati princip koherentne binarne FSK modulacije. Dati izraze za signale koji odgovaraju simbolima te funkcije baze koje daje Gram-Schmitt ortogonalizacija primijenjena na te signale. Dati prikaz prostora signala.

$$N = 2$$

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_1 t) \quad \phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_1 t)$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_2 t) \quad \phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_2 t)$$



Opisati princip koherentne QPSK modulacije. Dati izraze za signale koji odgovaraju simbolima te funkcije baze pomoću kojih se u praksi opisuju ovi signali. Dati prikaz prostora signala. Objasniti kako se simboli dodjeljuju pojedinim točkama konstelacije.

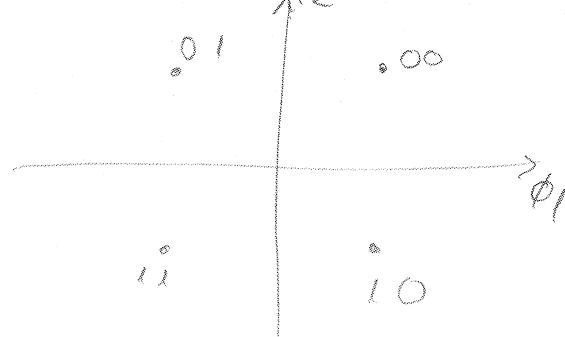
$$t_s = 2T_b$$

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f t + \frac{\pi}{4}) \quad \phi_1 = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f t)$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f t + \frac{3\pi}{4}) \quad \phi_2 = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(2\pi f t)$$

$$s_3(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f t + \frac{5\pi}{4})$$

$$s_4(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f t + \frac{7\pi}{4})$$



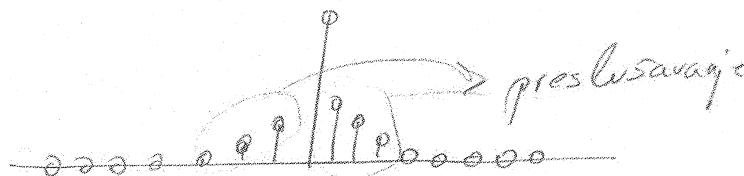
Opisati princip koherentne QPSK modulacije. Dati izraze za signale koji odgovaraju simbolima te funkcije baze pomoću kojih se u praksi opisuju ovi signali. Dati prikaz prostora signala. Objasniti kako se simboli dodjeljuju pojedinim točkama konstelacije.

Opisati kako kod kvadraturne amplitudne modulacije na primljene simbole utječe šum, a kako pogreška u sinkronizaciji. Skicirati za ove slučajeve oblik konstelacije u prijemniku za slučaj $M = 16$.

(92) Korištenjem odgovarajućih izraza u MATLAB-u, opisati način dobivanja i demodulacije QAM signala pomoću Fourierove transformacije. Nacrtati i opisati princip OFDM prijenosa koji se temelji na kompleksnim podnosiocima.

(93) Koji uvjet kod OFDM modulacijskog postupka mora zadovoljiti trajanje pojedinih simbola, a koji frekvencije pojedinih nosilaca. Na primjeru simbola koji ne zadovoljava spomenuti uvjet potrebno je nacrtati i objasniti pojavu preslušavanja između nosilaca.

$$T_{\text{simbola}} = \frac{k}{f_0} \quad f_{c2} = 2 \cdot f_0$$



(94.)

Što je višestazno prostiranje? Napisati izraze i opisati na koji način se ono modelira u prijenosnim sustavima? Kako se na temelju tog modela određuje prijenosna karakteristika kanala.

Visečasno prostiranje je pojava kada se val od odašiljača do prijemnika giba preko više staza (putova) različite duljine ekak redakcija od različitih predmeta i objekata

$$h_{ch} = C_0 S(t) + C_1 S(t - \tau_1) + C_2 S(t - \tau_2) + \dots$$

Analiziraju se koeficijenti pojedinih komponenta u odnosu na prvu
kanal modeliramo kao FIR sustav

(95.)

Čemu služi zaštitni interval kod OFDM modulacijskog postupka? Opisati zaštitni interval s nulama i zaštitni interval s cikličkim prefiksom? Kako se kod simbola koji sadrže ovakve zaštitne intervale određuje početak simbola? Koja je prednost cikličkog prefiksa pred zaštitnim intervalom s nulama?

Zaštitni interval je razmak od N_g ozvezda koji se ostavlja izmedu simbola da ispravno demodulacija potrebno je prepozнатi početak simbola. Početak je lako prepoznati ako mi svi u putu prethode nule

Ciklički prefiks signal dijelom signala u njegovog kretanja. Ukoliko dođe do pogreške u određivanju početka simbola, drugog cikličkog prefiksa dozodit će se pamati na periodičnom signalu. Amplitudni karakteristika ostat će nepromjenjivim, a u fazi će se pojaviti pamati koji možemo iskoristiti za određivanje pravog položaja početka simbola

$$K_f = 10 \text{ kHz/V}$$

$$f_{c2} = 0,011 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{osc}} = 8 \text{ kHz}$$

$$U_m = 25 \text{ mV}$$

$$f_{c2} = 90 \text{ MHz}$$

$$\Delta f_{\text{osc}} = 80 \text{ kHz}$$

$$N, f_{\text{osc}}, f_1, f_2 = ?$$

$$\Delta f_{\text{ue}} = 10 \text{ kHz/V} \cdot 0,025 \\ = 250 \text{ Hz}$$

$$N = \frac{\Delta f_{c2}}{\Delta f_{\text{ue}}} = \frac{80 \text{ kHz}}{250} = 320$$

$$f'_0 = N \cdot f_0 = 160 \text{ MHz}$$

$$f_{\text{iz}} = f'_0 + f_{\text{osc}} = 80 \text{ MHz}$$

$$f_{\text{osc}} = 70 \text{ MHz}$$

$$f_c = 30 \text{ } \cancel{80} \text{ MHz}$$

$$B = 2 \cdot \underbrace{f_M (\tau + 1)}_{\text{PITAT 212!}} (t_m + \Delta t_{\text{iel}})$$

$$K_f = \frac{m \cdot f_m}{U_m} \Rightarrow m = \frac{K_f \cdot U_m}{f_m}$$

111
111

$$8) u_{FM}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + K_w \int_{-\infty}^t u_{fm}(t') dt]$$

- detektor ne újíce na rád RC

- na frekvencii ω $R \ll \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega R C \ll 1$

$$H(s) = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{1 + sRC} \xrightarrow[s \ll \omega R C]{\approx 1} \frac{j\omega R C}{1 + j\omega R C} = j\omega R C$$

$$= sRC \Rightarrow u(t) = RC \frac{du_{FM}(t)}{dt}$$

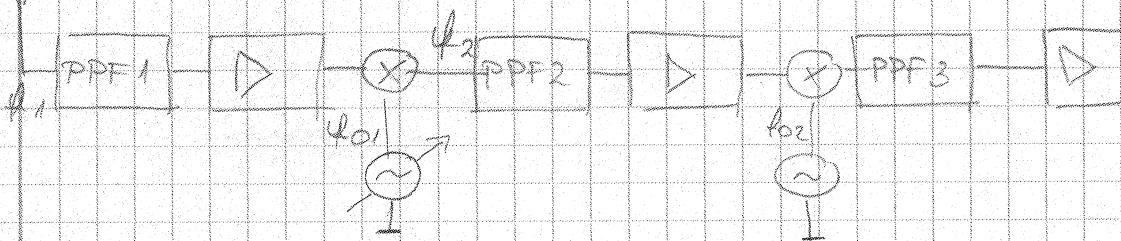
$$= -RCU_0 \sin(\omega_0 t + K_w u_{fm}(t))$$

(detektor malne sinus)

$$= U_0 R C (\omega_0 + K_w u_{fm}(t))$$

4.

1)



$$a) f_4 = (42, 42.1, \dots, 43) \text{ r}$$

$$B = 10 \text{ kHz}$$

$$f_{PPF2} = 10.7 \text{ MHz}, \quad f_{PPF3} = 455 \text{ kHz}$$

$$f_{01} = (31.3; 31.4; \dots; 32.3)$$

$$f_{02} = f_{PPF2} - f_{PPF3} = 10.245 \text{ MHz}$$

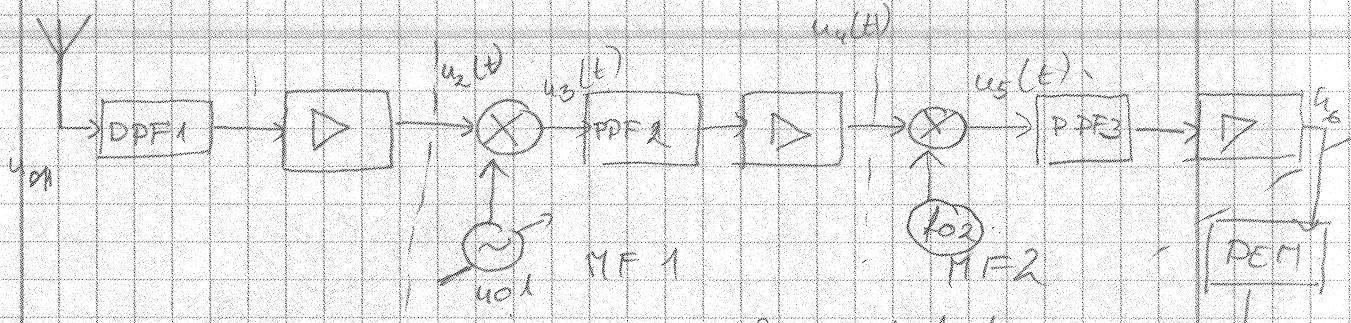
$$b) |H_{NP}(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega_{norm})^{2N}}$$

$$NP \rightarrow PP \quad \omega_{norm} = \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{Bw}$$

$$|H_{PP}(\omega)| = \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{Bw}$$

$$P_1 = (122 \text{ MHz} - 120 \text{ MHz})$$

$$P_2 = 25 \text{ kHz}$$



- dvostruka transpozicija \Rightarrow 2 medufrekvencije

$$a) f_{1k} = (120\ 000, 120\ 025, \dots, 122\ 000) \text{ kHz}$$

$$f_{PPF2} = 10,7 \text{ MHz} \Rightarrow 1. \text{ medufrek.}$$

$$f_{1k} = f_{1k} - f_{PPF2}$$

$$f_{1k} = (109\ 300, 109\ 325, \dots, 111\ 300) \text{ kHz}$$

$$f_{PPF3} = 455 \text{ kHz}$$

$$f_{2k} = f_{PPF2} - f_{PPF3} = 10245 \text{ kHz}$$

b) rezalne frek se malaze na

$$f_{1k} = f_{1k} - 2f_{PPF2}$$

$$\begin{aligned} f_{21} &= \max(f_{1k}) - \max(f_{1k}) - 2f_{PPF2} \\ &= 100\ 600 \text{ kHz} \end{aligned}$$

$$f_{PPF1} = \sqrt{\min(f_{1k}) \max(f_{1k})} = 120\ 996 \text{ kHz}$$

$$\Delta_{PPF1} = \max(f_{1k}) - \min(f_{1k}) = 2000 \text{ kHz}$$

$$|H_b(\omega)| = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} = \sqrt{1 + \omega_{\text{norm}}^2}$$

NP \rightarrow PP

$$\omega_{\text{norm}} \rightarrow \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{B\omega} = \frac{\omega^2 - \omega_{\text{PPF1}}^2}{2\pi B_{\text{PPF1}} \omega}$$

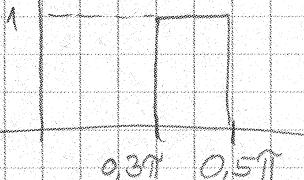
$$|H_{\text{PPF1}}(\omega)| = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega^2 - \omega_{\text{PPF1}}^2}{2\pi B_{\text{PPF1}} \omega}\right)^2}$$

$$|H_{\text{PPF1}}(\omega_2)| \leq -60 \text{ dB}$$

$$-10 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_2^2 - \omega_{\text{PPF1}}^2}{2\pi B_{\text{PPF1}} \omega}\right)^2} \leq -60 \text{ dB}$$

1 D 2 14/15

① $|H(j\omega)|$



$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{0.3\pi}^{0.5\pi} 1^2 e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{j\epsilon} \left(e^{j0.5\pi} - e^{-j0.3\pi} \right)$$

②

$$u_m(t) = \frac{5}{\pi} \sin c_m(5t) - \frac{2}{\pi} \sin c_m(2t)$$

$$x(j\omega) =$$

$$5 = \omega_{g1}$$

$$2 = \omega_{g2}$$

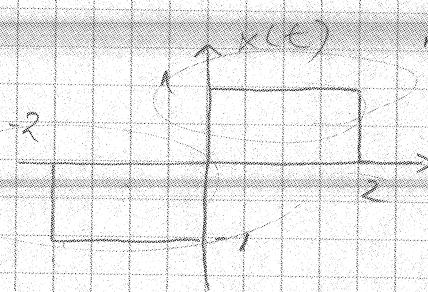
$$\frac{A_{\omega g1}}{\pi} = \frac{5}{\pi}$$

$$\frac{2}{\pi} = \frac{A_2 \omega_{g2}}{\pi}$$

$$A_1 = 1$$

$$A_2 = 2$$

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < -2 \\ -1, & -2 \leq t < 0 \\ 1, & 0 \leq t < 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$$

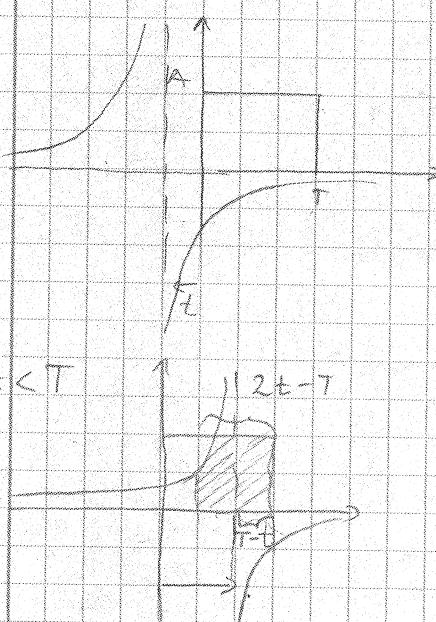


$$z(t) = x(t) + \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) d\tau$$

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau$$

$$\hat{x}_p(t) = x_p(t) * \frac{1}{\pi t}$$

1) $t < 0$

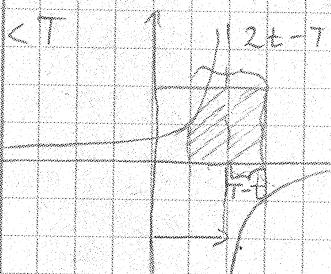


$$\hat{x}_p(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-T}^T \frac{A}{t-\tau} d\tau$$

$$= -\frac{A}{\pi} \int_0^t \frac{1}{u} du$$

$$= -\frac{A}{\pi} \ln \left| \frac{t-T}{t} \right|$$

2) $0 < t < T$



$$\hat{x}_p(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2t-T} \frac{A}{t-\tau} d\tau$$

$$\hat{x}_p(t) = \frac{A}{\pi} \ln \left| \frac{t}{t-T} \right|$$

3. 2. DFT

$$f_s = 50 \text{ MHz}$$

$$n = 1000$$

$$\Delta = 1,81 \Rightarrow \Delta f = \frac{f_s}{N} =$$

$$f_{r, \text{can}} = \Delta \cdot \frac{f_s}{N} = 1,81 \cdot \frac{50 \cdot 10^9}{1000}$$

$$f_{\text{rads}} = \Delta \cdot \frac{2\pi}{N}$$

4. 2 $\omega_g_1 < \omega < \omega_g_2$

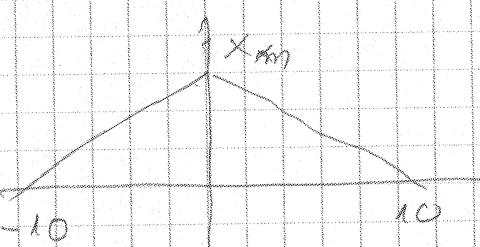
$$\begin{aligned}
 F^{-1}[H(j\omega)] = h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \\
 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\omega_g_1} A e^{j\omega t} d\omega = \frac{A}{2\pi j t} e^{j\omega t} \Big|_{-\infty}^{\omega_g_1} = \frac{A}{2\pi j t} e^{j\omega_g_1 t} = \text{sinc}(\frac{\omega}{\pi} t) \\
 = \frac{A}{2\pi j \omega} (e^{j\omega_g_1 \omega} - e^{j\omega_g_2 \omega}) = \\
 = \frac{A}{2\pi j \omega} \left(\cos(\omega_g_1 \omega) + j \sin(\omega_g_1 \omega) - \cos(\omega_g_2 \omega) - j \sin(\omega_g_2 \omega) \right) \\
 = -j \frac{A}{2\pi} (\cos(\omega_g_1 \omega) - \cos(\omega_g_2 \omega)) + \frac{A}{2\pi} (\sin(\omega_g_1 \omega) - \sin(\omega_g_2 \omega))
 \end{aligned}$$

5. 1 $B = ?$

$$x(t) = u \cdot \text{sinc}^2(5t)$$

$$= 2 \text{sinc}(5t) \cdot 2 \text{sinc}(5t) = x_1(t) \cdot x_1(t)$$

$$X_m(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_g}^{\omega_g} X_1(j\omega) \cdot X_1(j\omega) A^2 d\omega$$



$$\begin{aligned}
 x_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_g}^{\omega_g} A^2 d\omega = \\
 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_g} A^2 d\omega = \\
 = \frac{1}{\pi} A^2 (\omega_g - 0) = \\
 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2\pi}{5} \right)^2 \cdot 5 = \frac{4\pi}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{A \cdot \omega_g}{\pi} = 2 \\
 A = \frac{2\pi}{5}
 \end{aligned}$$

$$5.2 \quad x(t) = \sin(t) + \sqrt{2} \sin(2t)$$

$$\beta = ?$$

$$F[x(t)] = F[\sin(t)] + \sqrt{2} F[\sin(2t)]$$

$$\omega g_1 = 1$$

$$\frac{A_1 \omega g_1}{\pi} = 1$$

$$A_1 = \pi$$

$$\omega g_2 = 2$$

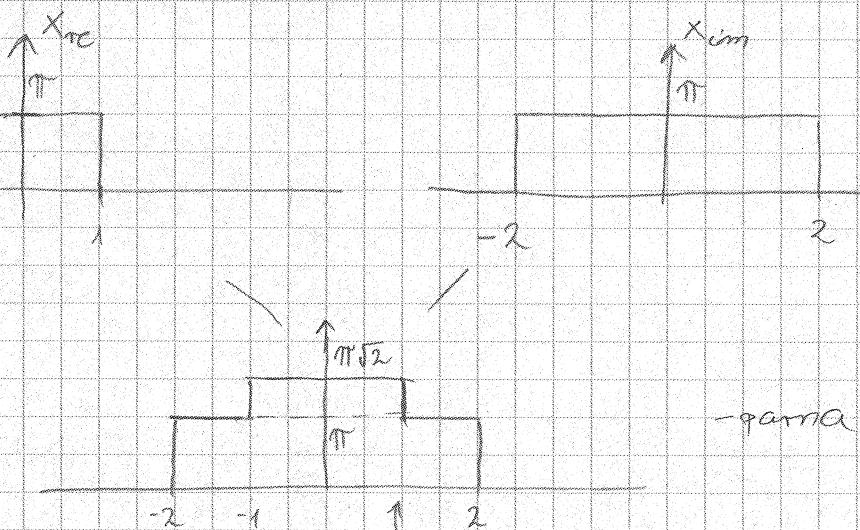
$$\frac{A_2 \omega g_2}{\pi} = 2$$

$$A_2 = \pi$$

$$X(j\omega) = X_{re}(j\omega) + j X_{im}(j\omega)$$

$$x(j\omega) = |X(j\omega)| e^{j\angle X(j\omega)}$$

$$|X(j\omega)| = \sqrt{X_{re}^2 + X_{im}^2}$$



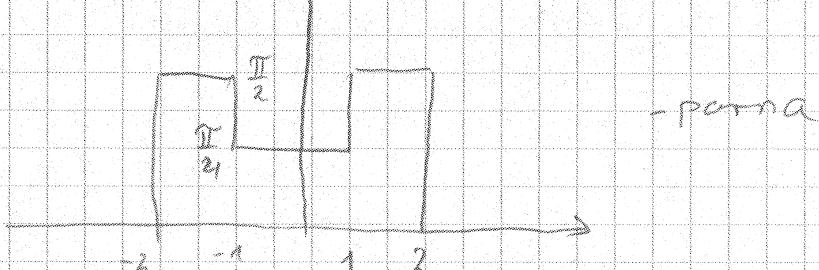
$$\angle X(j\omega) = \arctg \frac{X_{im}}{X_{re}}$$

$$0 < |\omega| < 1$$

$$\arctg \left(\frac{\pi}{\pi} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$1 < |\omega| < 2$$

$$\arctg \left(\frac{\pi}{0} \right) = \frac{\pi}{2}$$



$$\beta = (2 + \alpha d) - (-2 + \alpha a) = 4 \text{ rad/s}$$

6. 1. R = 50Ω

$$U_{P03} = 10 \text{ dBmV}$$

$$P_U = 20 \log \frac{U_{\text{rms}}}{1 \mu\text{V}}$$

$$U_{\text{rms}} = 10^{\frac{10}{20}} \cdot 1 \mu\text{V} = 3,16 \mu\text{V}_{\text{rms}}$$

$$P_U = 20 \log \frac{U_{\text{rms}}}{\sqrt{1 \text{ mW} \cdot 50\Omega}} = 20 \log \frac{U_{\text{rms}}}{0,2236 \text{ V}} = \\ = -87 \text{ dBm}$$

6. 3.

$$N_{\text{rms}} = \sqrt{1 \text{ m} \cdot 600} = 0,7746 \text{ V}_{\text{rms}}$$

$$P_U = 20 \log \frac{U_{\text{rms}}}{0,7746} = 10 \text{ dBm}$$

$$U_{\text{rms}} = 0,7746 \cdot 10^{\frac{10}{20}} = 2,445 \text{ V}_{\text{rms}}$$

8. 1 DSB

$$u_m(t) \quad \omega_M \ll \omega_0$$

$$u_0(t) = 1 \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$u_1(t) = u_0(t) + u_m(t)$$

$$u_2(t) = u_1(t) \cdot u_1(t)$$

$$u_3 = u_2 \cdot u_0$$

$$u_2 = (u_0 + u_m)(u_0 + u_m)$$

$$u_3 = (u_0 + u_m)(u_0 + u_m) \cdot u_0$$

$$u_2(t) = [u_m + \cos(\omega_0 t)]^2$$

$$= u_m^2 + 2u_m \cos(\omega_0 t) + \cos^2(\omega_0 t)$$

$$= u_m^2 + 2u_m \cos(\omega_0 t) + \frac{1}{2} (1 + \cos(2\omega_0 t))$$

$$u_3(t) = u_m^2 \cos(\omega_0 t) + 2u_m \cos^2(\omega_0 t)$$

$$+ \frac{1}{2} (1 + \cos(2\omega_0 t)) \cos(\omega_0 t)$$

$$\begin{aligned}
 u_3(t) &= u_m^2(t) \cos(\omega_0 t) + 2u_m \frac{1}{2} \left(7 + \cos(2\omega_0 t) \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cos(\omega_0 t) + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \frac{1}{4} (\cos(3\omega_0 t) + 3 \cos(\omega_0 t)) \\
 &= u_m(t) + \cos(\omega_0 t) \left[u_m^2(t) + \frac{3}{4} \right] + \cos(2\omega_0 t) u_m(t) \\
 &\quad + \frac{1}{4} \cos(3\omega_0 t)
 \end{aligned}$$

$u_m \cdot u_0$

$$u_{i2}(t) = u_m(t) \cos(2\omega_0 t)$$

$$\omega_{p1} = 2\omega_0 - \omega_H$$

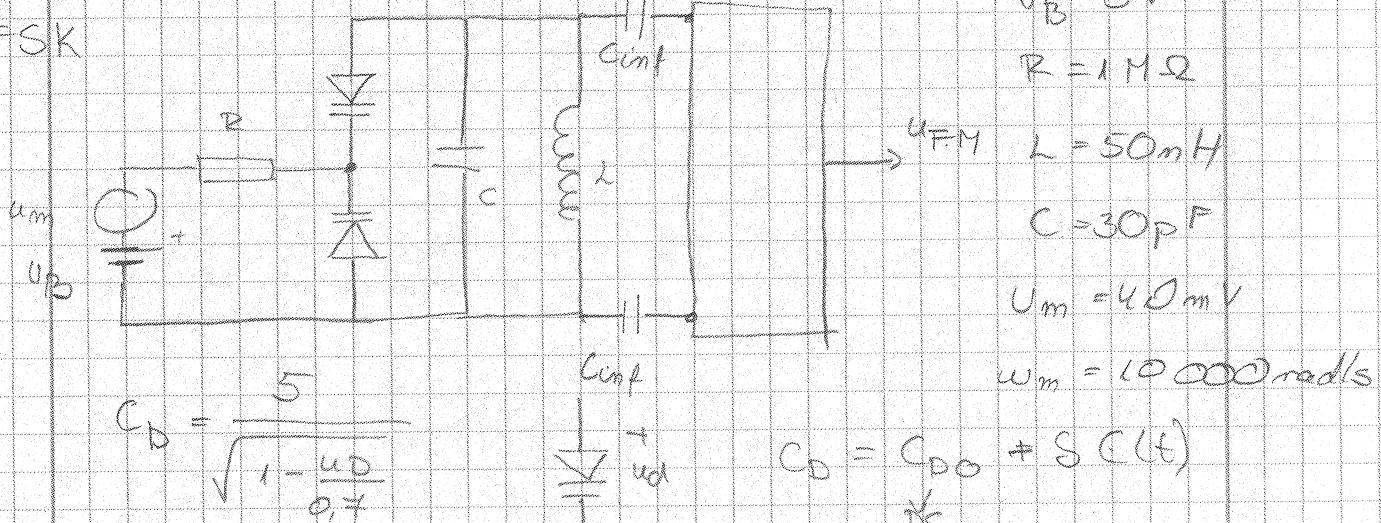
$$\omega_{p2} = 2\omega_0 + \omega_H$$

$$\omega_{g1} = \omega_0 + 2\omega_H$$

$$\omega_{g2} = 3\omega_0$$

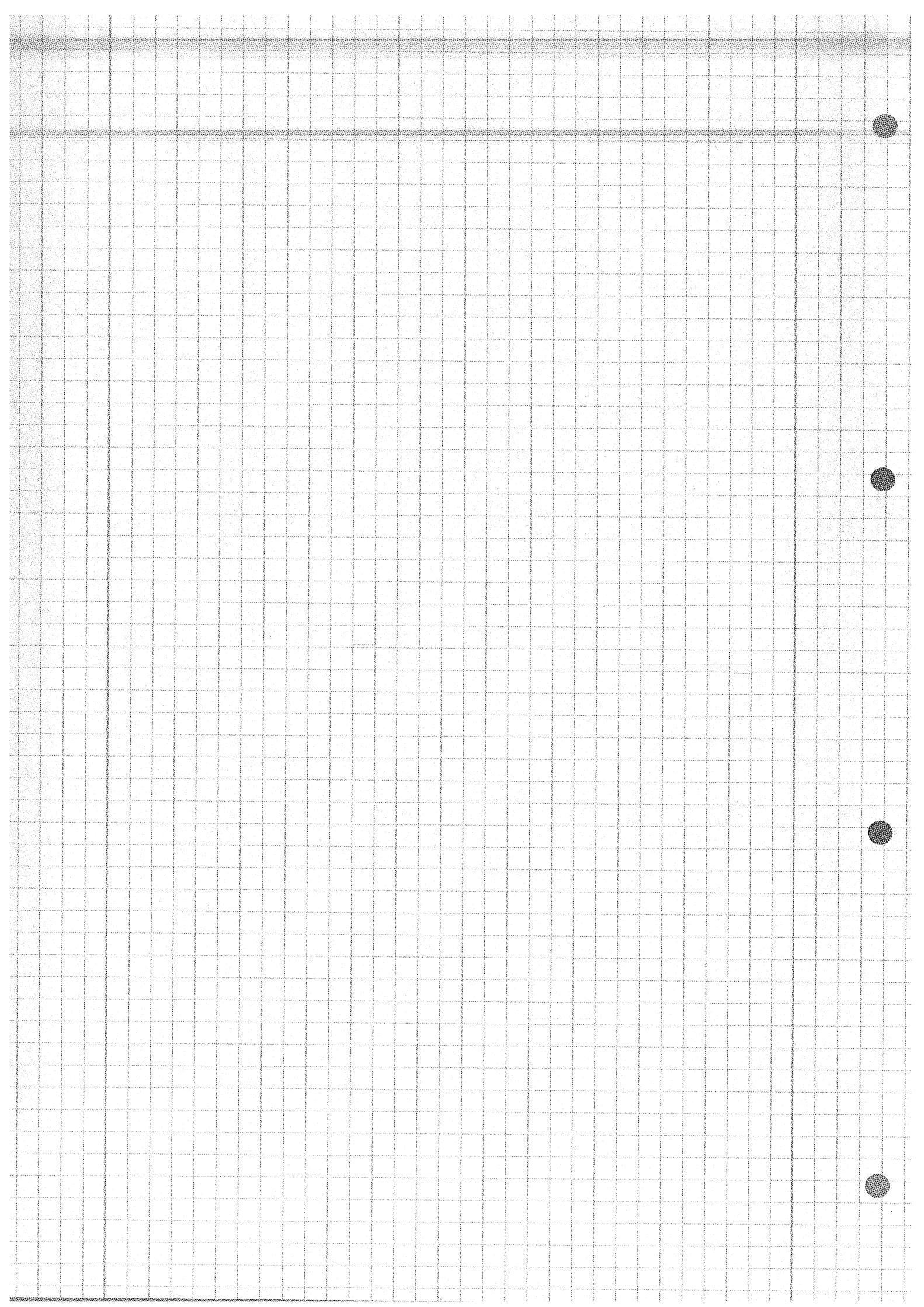
8.2. $u_m(t) = U_m \cos(\omega_m t)$

FSK



$$C_D = \frac{5}{\sqrt{1 - \frac{u_0}{0.4}}}$$

1) DC

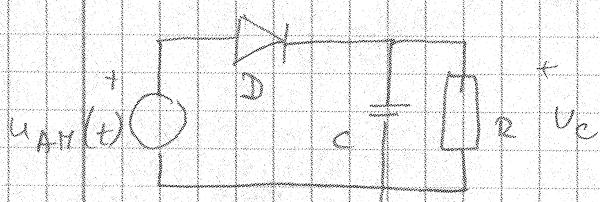


2

$$u_0(t) \rightarrow v_0$$

f m

m



$$u_{AM}(t) = V_0 [1 + m_{AM} \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_0 t)$$

$$\tau = RC$$

$$u_{AM} > u_c$$

$$u_{LSB} = u_m(t) \cos(\omega_0 t) + \hat{u}_m(t) \sin(\omega_0 t)$$

$$u_m(t) = \frac{5}{\pi} \operatorname{sinc}_{mm}(5t) + \frac{2}{\pi} \operatorname{sinc}_{mm}(2t)$$

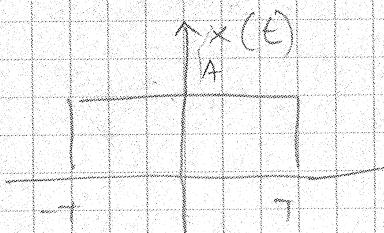
$$\hat{u}_m(t) = \frac{2}{\pi} \frac{\sin(5t)}{5t} - \frac{2}{\pi} \frac{\sin(2t)}{2t} = \frac{1}{\pi t} [\sin(5t) - \sin(2t)]$$

$$\operatorname{sinc}_{mm}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

$$\operatorname{sinc}_m(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

$$\hat{u}_m(t) = \frac{6}{\pi} \frac{1 - \cos(5t)}{5t} - \frac{2}{\pi} \frac{1 - \cos(2t)}{2t} \\ = \frac{1}{\pi t} [\cos(2t) - \cos(5t)]$$

$$x(t) = \begin{cases} A & t \leq T \\ 0 & \text{inacé} \end{cases}$$



$$\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-T}^T \frac{A}{t-\tau} d\tau = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^t \frac{A}{x} dx$$

$$t - \tau = x \quad = -\frac{1}{\pi} A \ln |t - \tau| \Big|_{-\infty}^t \\ -d\tau = -dx$$

$$E = -T \quad = -\frac{1}{\pi} A \ln \left| \frac{t-T}{t+T} \right| \Big|_{-\infty}^t$$

$$\tau = T \quad = \frac{1}{\pi} A \ln \left| \frac{t+T}{t-T} \right|$$

$$x = t - T$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$

- signal u H.T. imaju isti amplitudne spektar, pri odjelu i istu energiju

$$E = \int_{-T}^T A^2 dt = 2TA^2$$

$$\textcircled{1} \quad f_s = 100 \text{ MHz}$$

$$\Delta = 0,2 \text{ MHz}$$

2,35

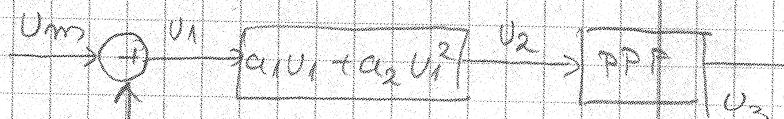
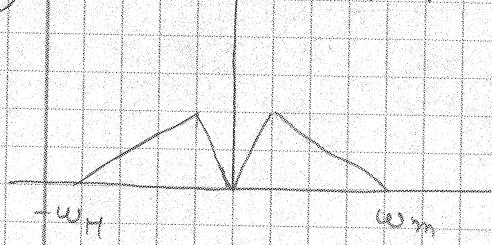
$$\Delta = \frac{f_s}{N} \Rightarrow N = \frac{f_s}{\Delta} = 500$$

$$f_{r,t} = 2,35 \cdot \frac{f_s}{N} = 470 \text{ kHz}$$

$$f_{r,m} = 2,35 \cdot \frac{2\pi}{N} = 0,0148 \text{ rad/s}$$

\textcircled{3}

$\uparrow |U_m(\omega)|$



$$U_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$\omega_0 \gg \omega_m$$

$$U_1(t) = U_m(t) + U_0(t)$$

$$100 \quad 10$$

$$U_2(t) = a_1 U_m(t) + a_1 U_0(t) + a_2 (U_m(t) + U_0(t))^2$$

$$= a_1 U_m(t) + a_1 U_0(t) + a_2 U_m^2(t) +$$

$$a_2 U_m(t) U_0 \cos(\omega_0 t) + a_2 U_0^2 \cos^2(\omega_0 t)$$

$$= a_1 U_m(t) + a_1 U_0(t) + a_2 U_m^2(t) + a_2 U_m(t) U_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$+ a_2 U_0^2 \frac{1}{2} (1 + \cos(2\omega_0 t))$$

$$= a_2 U_0^2 \frac{1}{2} + a_1 U_m(t) + a_2 U_m^2(t) + a_1 U_0 \cos(\omega_0 t) + a_2 U_m(t) U_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$+ a_2 U_0^2 \frac{1}{2} \cos(2\omega_0 t)$$

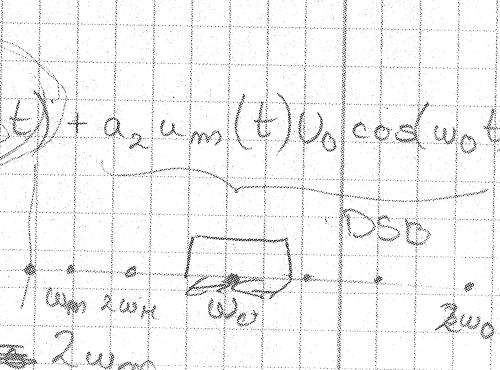
$$\omega_{p1} = \omega_0 - \omega_m$$

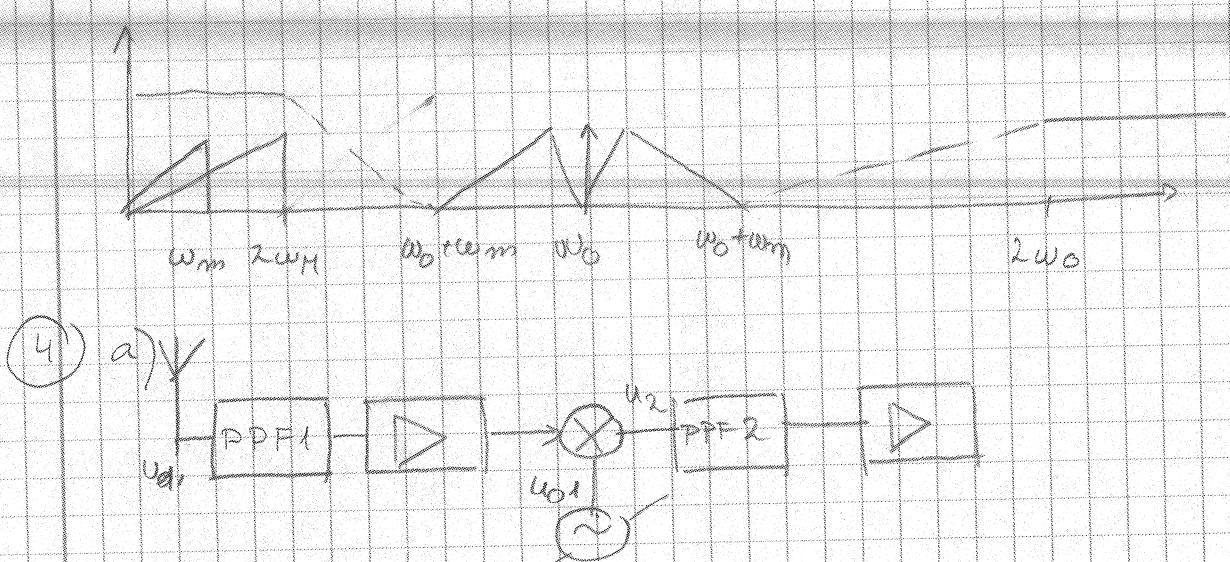
$$\omega_{p2} = \omega_0 + \omega_m$$

$$\omega_{g1} = \cancel{2\omega_m}$$

$$\omega_{g2} = 2\omega_0$$

$$(a_1 + a_2 U_m(t)) U_0 \cos(\omega_0 t)$$



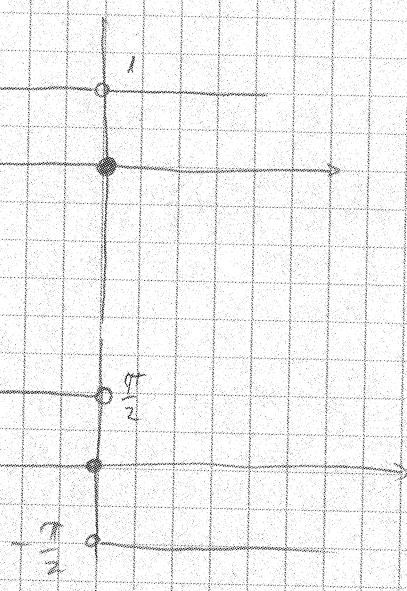


(4)

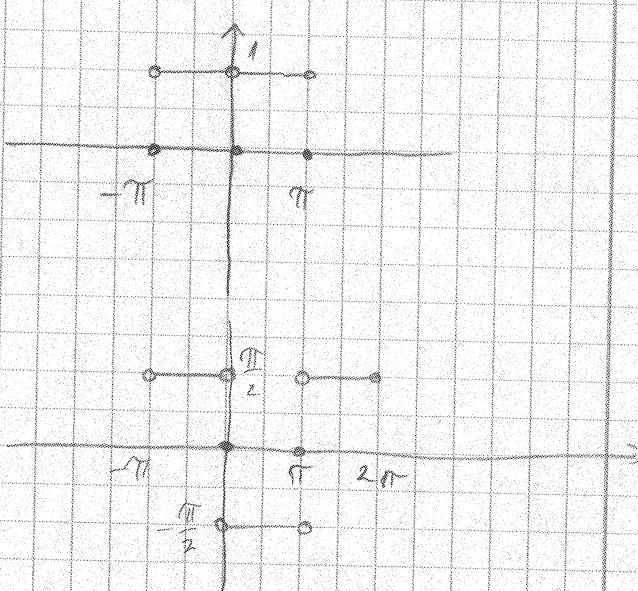
a) ✓

$$\textcircled{1} \quad x(n) = \delta(n) - 2\delta(n-1) + \delta(n-2)$$

$$X(j\omega)$$



$$X(e^{j\omega})$$



$$\begin{aligned} h(n) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{jn\omega} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} -j \operatorname{sgn}(\omega) (\cos(\omega n) + j \sin(\omega n)) d\omega \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sgn}(\omega) \cos(\omega n) d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sgn}(\omega) \sin(\omega n) d\omega \\ &= 0 \text{ (par) } \quad \neq \text{impulse} \end{aligned}$$

$$h_{HT}(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \sin(\omega n) d\omega =$$

$$\begin{aligned} &= -\left. \frac{1}{\pi n} \cos(\omega n) \right|_0^\pi = \frac{1}{\pi n} (1 - \cos(\pi n)) \\ &= \frac{2}{\pi n} \sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(n) &= \frac{2}{\pi n} \sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right) - \frac{4}{\pi(n-1)} \sin^2\left(\frac{\pi(n-1)}{2}\right) \\ &\quad + \frac{2}{\pi(n+2)} \sin^2\left(\frac{\pi(n+2)}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x(n) &= x(n) + j \hat{x}(n) \\
 &= s(n) - 2s(n-1) + s(n-2) + \\
 &\quad j \left[\frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{n} \sin^2 \left(\frac{\pi n}{2} \right) - \frac{2}{n-1} \sin^2 \left(\frac{\pi(n-1)}{2} \right) \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{n-2} \sin^2 \left(\frac{\pi(n-2)}{2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z(e^{j\omega}) &= x(e^{j\omega}) + j \hat{x}(e^{j\omega}) = x(e^{j\omega}) + j [-j \operatorname{sgn}(\omega) X(j\omega)] \\
 &= x(e^{j\omega}) [1 + \operatorname{sgn}(\omega)]
 \end{aligned}$$

$$H_{HT}(e^{j\omega}) = -j \operatorname{sgn}(\omega)$$

$$\hat{x}(e^{j\omega}) = H \cdot x$$

$$\begin{aligned}
 x(e^{j\omega}) &= 1 - 2e^{j\omega} + e^{-j2\omega} \\
 &= e^{-j\omega} (e^{j\omega} + e^{-j\omega} + 2) = \\
 &= 2e^{-j\omega} (\cos(\omega) + 1)
 \end{aligned}$$

$$z(e^{j\omega}) = 2e^{-j\omega} (\cos(\omega) + 1) \cdot [1 + \operatorname{sgn}(\omega)]$$

$$\textcircled{1} \quad x(t) = \begin{cases} \sin^3\left(\frac{\pi}{2T}t\right) & t \in [0, 2T] \\ 0 & \text{inacão} \end{cases}$$

$$\sin^3\left(\frac{\pi}{2T}t\right) = \frac{11}{4} \left[3\sin\left(\frac{\pi}{2T}t\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2T}t\right) \right]$$

$$x(j\omega) = \frac{1}{4} \int_0^{2T} \left[3\sin\left(\frac{\pi}{2T}t\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2T}t\right) \right] e^{j\omega t} dt$$

$$= \frac{3}{4} \int_0^{2T} \left[\sin\left(\frac{\pi}{2T}t\right) - \frac{1}{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2T}t\right) \right] e^{j\omega t} dt$$

3.

$$\textcircled{1} \quad u_m(t) = \frac{3}{\pi} \sin(3t)$$

$$u_{USB} = u_m(t) \cos(\omega_0 t) + u_m(t) \sin(\omega_0 t)$$

$$u'_m(t) = \frac{3}{\pi} \frac{\sin(3t)}{3t} \quad \frac{3}{\pi} = A \frac{3}{\pi} \quad A = 1$$

$$u_{mm}(t) = \frac{3}{\pi} \frac{1 - \cos(3t)}{3t} \quad u_m = \frac{3}{\pi} \frac{\sin(\frac{3t}{\pi})}{\frac{3t}{\pi}}$$

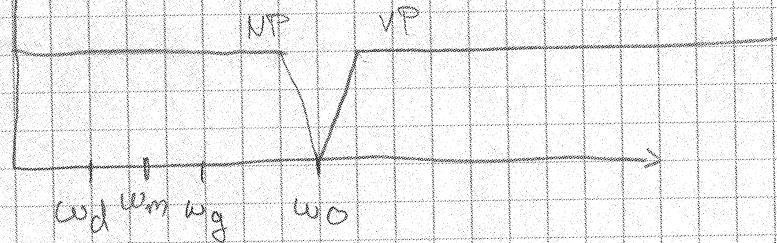
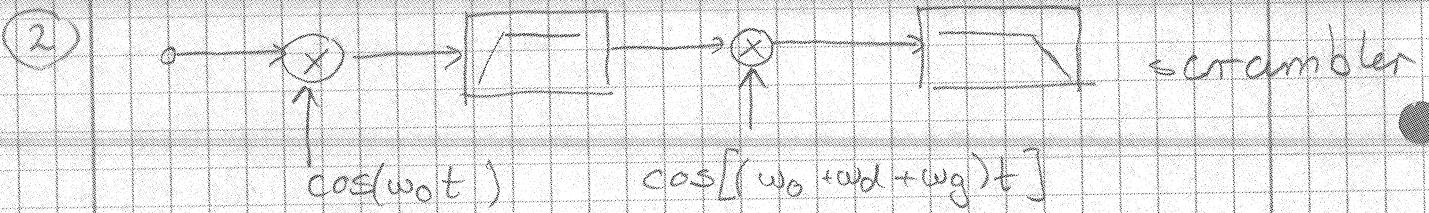
$$u_{USB}(t) = \frac{1}{\pi t} \left[\sin(3t) \cos(\omega_0 t) - (1 - \cos(3t)) \sin(\omega_0 t) \right]$$

$$E[u_{USB}(t)] = E[u_m(t)]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |x(\omega)|^2$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_g}^{\omega_g} \left| \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{6}\right) \right|^2 d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot 1 \cdot (3 + 3) = \frac{3}{\pi}$$



$$u_m(t) = U_m \cos(\omega_m t)$$

$$u_0(t) = \cos(\omega_0 t)$$

$$u_1(t) = U_m \cos(\omega_m t) \cos(\omega_0 t)$$

$$= \frac{U_m}{2} [\cos((\omega_0 + \omega_m)t) + \cos((\omega_0 - \omega_m)t)]$$

ω_0 ω_0

$$u_2(t) = \frac{U_m}{2} \cos[(\omega_0 + \omega_m)t]$$

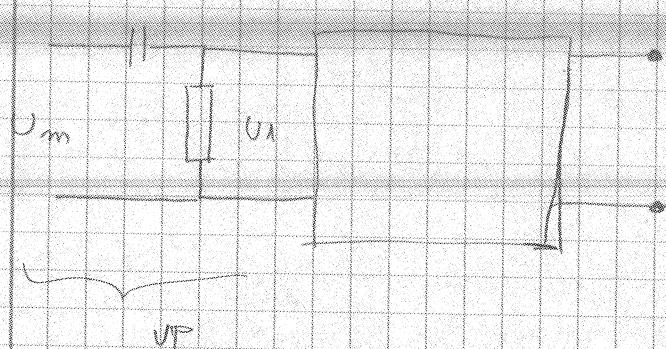
$$u_3(t) = \frac{U_m}{2} \cos[(\omega_0 + \omega_m)t] \cdot \cos[(\omega_0 + \omega_d + \omega_g)t]$$

$$= \frac{U_m}{4} [\cos[(\omega_0 + \omega_m - \omega_0 - \omega_d - \omega_g)t] + \cos[2\omega_0 + \omega_m + \omega_d + \omega_g t]]$$

$$u_4(t) = \frac{U_m}{4} [\cos[(\omega_0 + \omega_d - \omega_m)t]]$$

$$C = 0,22 \mu\text{s}$$

$$K_f = 25 \text{ kHz/V}$$



osjetljivost frek modulatora

$$f_m \leq 9,1 \text{ kHz}$$

$$U_m = \pm 3 \text{ V}$$

$$m = ?$$

$$\text{a) } K_w = \frac{m \cdot \omega_m}{U_m} \Rightarrow K_f = \frac{m \cdot f_m}{U_m}$$

$$m = \frac{K_f \cdot U_m}{f_m} = 8,2417$$

2 2

$$\text{b) } U_1(s) = U_m(s) \frac{\frac{R}{R + \frac{1}{SC}}}{sC} = U_m(s) \frac{sRC}{1+sRC} = U_m(s) \frac{sC}{1+sC}$$

$$U_1 = U_m s C$$

$$u_1(t) = C \cdot \frac{du_m(t)}{dt}$$

$$\cdot s$$

$$\int \frac{1}{s}$$

$$U_{FM} = U_0 \cos(\omega_0 t + K_w \int u_1(t) dt) = \\ = U_0 \cos(\omega_0 t + K_w \underbrace{C \int u_m(t)}_{K_{PM}})$$

$$K_{PM} = K_w C = 2\pi K_f \cdot \frac{K_{PM}}{C} = 0,035$$

$$m = K_{PM} \cdot U_m = 0,1035$$

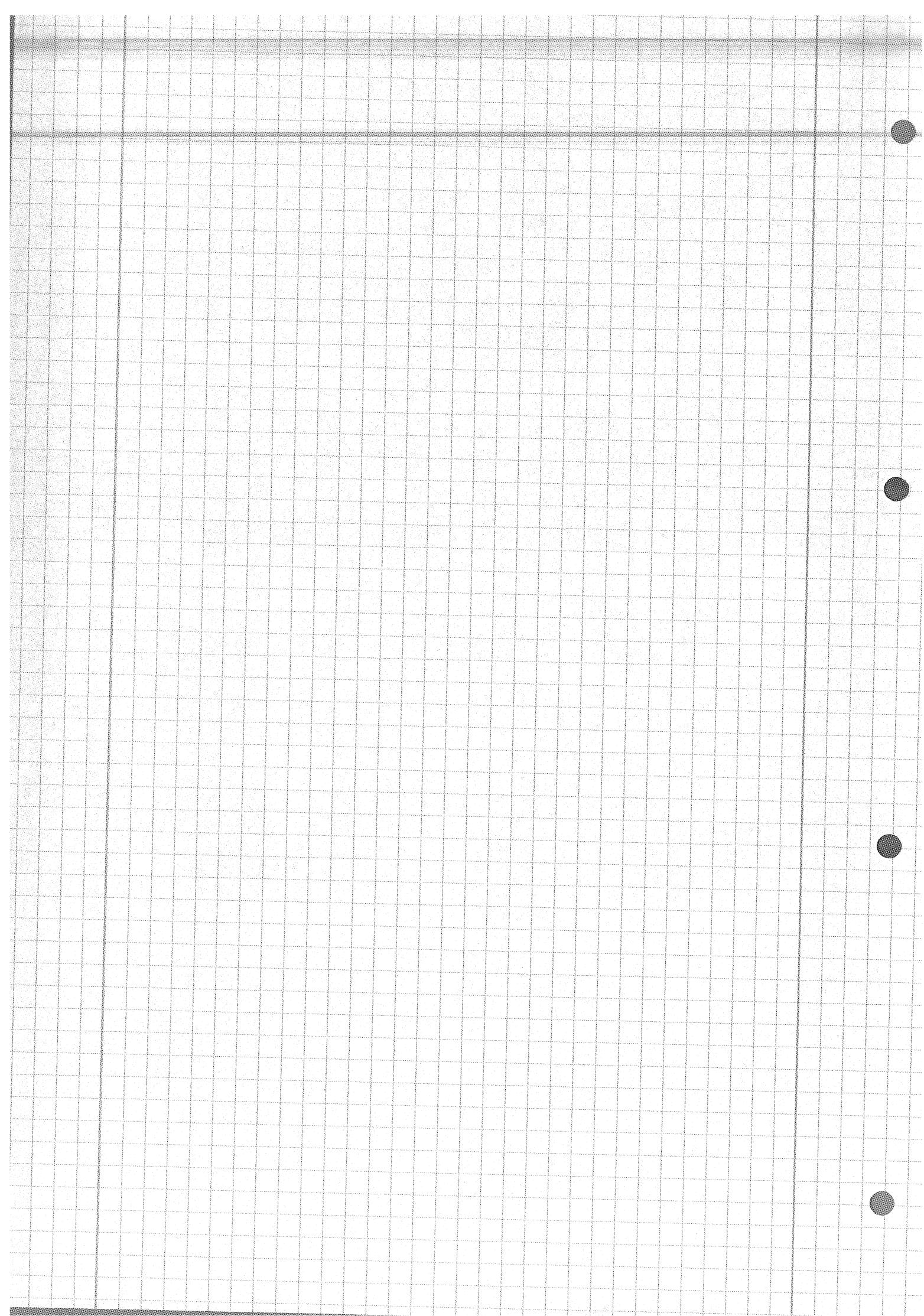
$$B = 2 \cdot f_m \cdot (m+1) = 20086,84 \approx 20 \text{ kHz}$$

(6)

$$f_m = 10 \text{ kHz}$$

$$f_0 = 1 \text{ MHz}$$

$$m = 0,09$$



$$5.1 \quad f_{\text{Smax}} = 70 \text{ MHz}$$

$$f_g = 500 \text{ MHz}$$

$$f_c = 310 \text{ MHz}$$

$\frac{f_s}{2}$ = max frekvencija

$$f_c = \frac{f_s/2}{2} \quad f_c - k f_s = \frac{f_s}{4}$$

$$k_{\min} = \left\lceil \frac{f_c - f_s/4}{f_s} \right\rceil = \lceil 4.178 \rceil = 5$$

$$f_s = \frac{4}{4k_{\min} + 1} \quad f_c = 59,048 \text{ MHz}$$

$$B_{\text{pass}} = f_2 - f_1 = 20 \text{ MHz}$$

$$B_{\text{trans}} = f_1 - k f_s = 4,76 \text{ MHz}$$

$$\omega_{p1} = 300 \text{ MHz} \quad \omega_{q1} = 295,24 \text{ MHz}$$

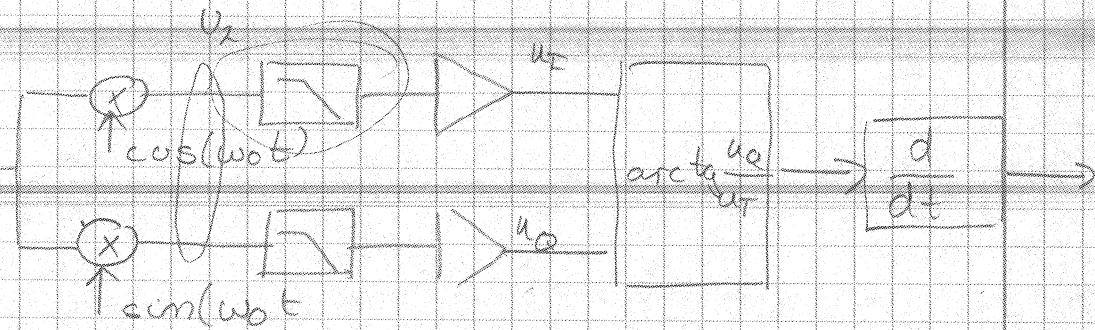
$$\omega_{p2} = 320 \text{ MHz} \quad \omega_{q2} = 324,76 \text{ MHz}$$

$f_1 - B_{\text{trans}}$

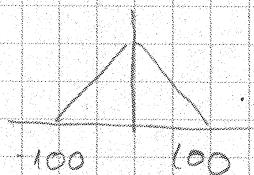
$f_2 + B_{\text{trans}}$

(2)

a) Y



$$b) f_0 = \{2; 2,2; \dots; 49\} \text{ MHz}$$



$$f_{NP} = 100 \text{ kHz}$$

$$u_0(t) = e^{j\omega_0 t}$$

$$u_{FM} = u_{PAW}(t) \cos [w_0 t + K_w \int_0^t u(t) dt]$$

$$u_2 = u_{FM} \cdot u_0$$

$$= u_{PAW}(t) \cos(\quad) \cdot u_0 \cdot e^{j\omega_0 t}$$

$$f'_{1k} = f_{01} - f_{PPF2} =$$

$$f_{21} = \max(f'_{1k}) = \max(f_{1k}) - 2 \cdot PPF2 \\ = 21,6 \text{ MHz}$$

$$f_{PPF1} = \sqrt{\min(f_{1k}) \max(f_{1k})} = 12,497 \text{ MHz} \\ B_{PPF1} = 1 \text{ MHz}$$

$$|H_{PP}(w_{21})| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{w_{21}^2 - w_{PPF1}^2}{B_{PPF1} w_{21}}\right)^2}} \quad \left\{ < -80 \text{ dB}$$

$$-20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{w_{21}^2 + w_{PPF1}^2}{B_{PPF1} w_{21}}\right)^2}} < -80 \text{ dB}$$

$N = 3$

$$c) \frac{f_{PPF1}}{B_{PPF1}} = \frac{f_{PPF2}}{B_{PPF2}} \quad f_{22} = f_{PPF2} \cdot \omega^2 f_{PPF3}$$

$$|H_{PPF1}(w)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{w_{22}^2 - w_{PPF2}^2}{B_{PPF2} w_{22}}\right)^2}} \quad (2N)$$

$$d) f_{23} = f_{PPF3} - B_{PPF3}$$

$$\frac{f_{PPF2}}{B_{PPF2}} = \frac{f_{PPF3}}{B_{PPF3}}$$

$$N = 2$$

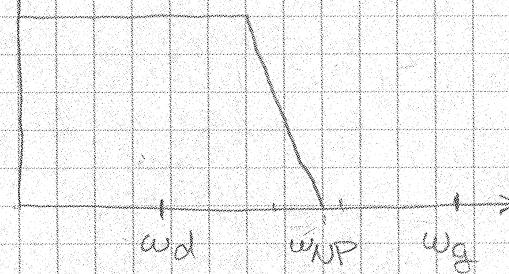
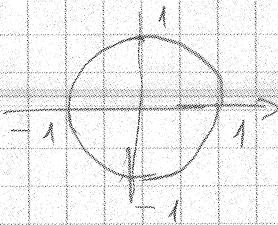
4

UAM

$$\omega_1 = \frac{\omega_d + \omega_g}{2}$$

$$\omega_0 > \omega_g$$

$$\omega_{NP} = \frac{\omega_g - \omega_d}{2}$$



$$u_1(t) = U_m \cos(\omega_m t) \cos\left(\frac{\omega_d + \omega_g}{2} t\right)$$

$$= \frac{1}{2} U_m \left[\cos\left(\omega_m + \frac{\omega_d + \omega_g}{2}\right) t + \cos\left(\omega_m - \frac{\omega_d + \omega_g}{2}\right) t \right]$$

$$u_2(t) = \frac{U_m}{2} \cos\left[\left(\omega_m + \frac{\omega_d + \omega_g}{2}\right) t\right]$$

$$u_3(t) = \frac{U_m}{2} \cos\left[\left(\omega_m - \frac{\omega_g - \omega_d}{2}\right) t\right] \cos(\omega_0 t)$$

$$= \frac{U_m}{4} \left[\cos\left[\left(\omega_m - \frac{\omega_g - \omega_d}{2} - \omega_0\right) t\right] + \cos\left[\left(\omega_m + \frac{\omega_g - \omega_d}{2} + \omega_0\right) t\right] \right]$$

$$u_4(t) = U_m \cos(\omega_m t) \sin\left(\frac{\omega_d + \omega_g}{2} t\right) =$$

$$= \frac{U_m}{2} \left[\sin\left(\left(\frac{\omega_d + \omega_g}{2} - \omega_m\right) t\right) + \sin\left(\right) \right]$$

$$u_5(t) = \frac{U_m}{2} \left[\sin\left(\left(\frac{\omega_d + \omega_g}{2} - \omega_m\right) t\right) \right]$$

$$u_6(t) = \frac{U_m}{2} \left\{ \sin\left[\left(\frac{\omega_d + \omega_g}{2} - \omega_m\right) t\right] \right\} \cdot \sin(\omega_0 t)$$

$$= \frac{U_m}{4} \left[\cos\left[\left(\omega_m - \frac{\omega_g - \omega_d}{2} - \omega_0\right) t\right] + \cos\left[\left(\omega_m + \frac{\omega_g - \omega_d}{2} + \omega_0\right) t\right] \right]$$

$$u_7(t) = \frac{U_m}{2} \cos\left[\left(\omega_m - \frac{\omega_g - \omega_d}{2} - \omega_0\right) t\right]$$