

Osnove virtualnih okruženja

Igor S. Pandžić

Detekcija presjeka i sudara

Detekcija presjeka

- ♦ Metode testiranja da li se dva geometrijska elementa sijeku (i gdje se sijeku)
 - Npr. zraka-trokut, zraka-kugla, trokut-trokut
- ♦ Široka primjena
 - Detekcija sudara
 - Odabir (engl. picking)
 - Iscrtavanje praćenjem zrake
 - Odbacivanje po projekcionom volumenu

Detekcija sudara

- ♦ Da li se (složeni) predmeti u sceni sudaraju
 - Gdje se sudaraju?
 - Kako na to reagirati?
- ♦ Metode zasnovane na detekciji presjeka
- ♦ Primjene
 - Navigacija
 - Simulacija vozila, leta
 - Simulacije zasnovane na fizici (npr. simulacija odjeće)
 - Igre
 - Robotika, planiranje putanje itd.



Pregled predavanja

- ♦ Detekcija presjeka
 - Opća pravila detekcije presjeka
 - Presjek zrake sa kuglom, kvadrom, trokutom, poligonom
 - Presjeci obujmica
 - Kugla-kugla, kugla-kvadar, kvadar-kvadar
 - Presjeci obujmica s projekcionim volumenom:
 - Kugla, kvadar
- ♦ Detekcija sudara
 - Aproksimacija predmeta zrakama
 - Hijerarhijska detekcija sudara

Opća pravila računanja presjeka

- ♦ Prvo odbaciti trivijalne slučajeve
- ♦ Ukoliko se koristi više testova/faza, prvo jednostavnije
 - Koristiti rezultate iz prethodne faze
- ♦ Ako se testira jedan element u odnosu na veći broj drugih elemenata, sve što je moguće izračunati u pripremljenoj fazi

Presjek zraka-kugla: matematičko rješenje

- ♦ Kugla polumjera r sa središtem u C : $\|P - C\| - r = 0$
- ♦ Zraka smjera D s ishodištem O : $P(t) = O + tD, t \geq 0$
- ♦ Uvrštavanjem: $\|P(t) - C\| - r = 0 \Rightarrow t^2 + 2tb + c = 0$

$$b = D \cdot (O - C), c = (O - C) \cdot (O - C) - r^2$$

$$t = -b \pm \sqrt{b^2 - c}$$



$$b^2 - c < 0$$

$$b^2 - c = 0$$

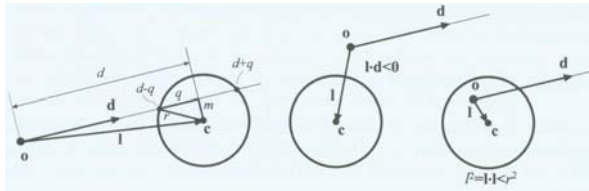
$$b^2 - c > 0$$

Zraka-kugla: optimalno rješenje (1/2)



Zavod za telekomunikacije

- Koriste se jednostavni testovi za odbacivanje



Zraka-kugla: optimalno rješenje (2/2)



Zavod za telekomunikacije

```

RaySphereIntersect(o, d, c, r)
returns ({REJECT, INTERSECT}, t, p)
1: l = c - o
2: d = l · d
3: l² = l · l
4: if (d < 0 and l² > r²) return (REJECT, 0, 0);
5: m² = l² - d²
6: if (m² > r²) return (REJECT, 0, 0);
7: q = √(r² - m²)
8: if (l² > r²) t = d - q
9: else t = d + q
10: return (INTERSECT, t, o + td);
    
```

Presjek zraka-kvadar



Zavod za telekomunikacije

- Metoda krišaka
 - Kvadar je presjek 3 kriške (u, v, w)
 - Zraka siječe krišku u dvije točke $t_i^{\min}, t_i^{\max}, i \in \{u, v, w\}$
 - $t^{\min} = \max(t_u^{\min}, t_v^{\min}, t_w^{\min}), t^{\max} = \min(t_u^{\max}, t_v^{\max}, t_w^{\max})$
 - Ako je $t^{\min} \leq t^{\max}$ zraka siječe kvadar



Presjek zraka-trokut

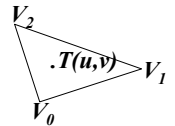


Zavod za telekomunikacije

- Baricentrične koordinate
 - Korisne u raznim interpolacijama unutar trokuta

$$T(u, v) = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2$$

$$u \geq 0, v \geq 0, u + v \leq 1$$



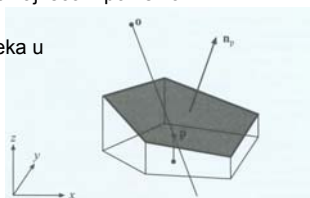
- Zraka $P(t) = O + tD, t \geq 0$
- Uvrštavanjem $P(t) = T(u, v)$ - sustav s 3 nepoznanice

Presjek zraka-poligon



Zavod za telekomunikacije

- Poligon u ravni π
 - Presjek zrake s ravninom
 - Projekcija poligona i točke presjeka u koordinatnu plovu s najvećom površinom projekcije
 - Da li je točka presjeka u 2D poligonu?

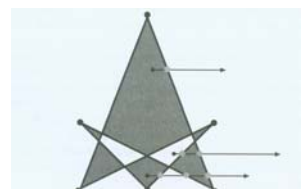


Test točke u poligonu



Zavod za telekomunikacije

- Zraka iz točke u proizvoljnom smjeru presijeca poligon n puta
 - Ako je n neparan broj, točka je u poligonu
 - Ovo važi za sve poligone, uključujući konkavne i samo-presjecajuće

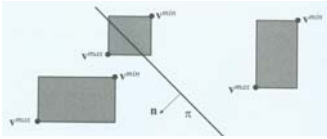


Presjek ravnina-kvadar



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Ako su bilo koja dva vrha kvadra na suprotnim stranama ravnine, presjek
 - Uvrstiti svaki vrh u jednačbu ravnine, dobiva se udaljenost d ; usporediti predznake
- ♦ Jednostavnije: dovoljno je testirati dva vrha na dijagonali najbližoj normalni na ravninu



01/03

OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

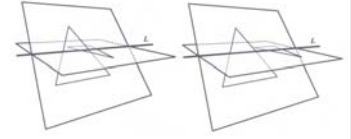
13

Presjek trokut-trokut



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Trokut T_1 u ravnini π_1 , T_2 u π_2
 1. Izračunati udaljenost svih vrhova T_1 do π_2 ; ako su istog predznaka nema presjeka
 2. Isti test za T_2 do π_1
 3. Pravac L je presjek π_1 i π_2 ; pronaći presjeka T_1 i T_2 sa L ; to su intervali I_1 i I_2 ; ako se preklapaju, imamo presjek



01/03

OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

14

Presjeci obujmica



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Obujmice:
 - Kugla
 - Kvadar paralelan s osima (engl. Axis-aligned bounding box, AABB)
 - Općeniti kvadar (engl. Oriented bounding box, OBB)



01/03

OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

15

Presjek kugla-kugla



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Trivijalan test
 - Izračunati udaljenost dvaju središta
 - Usporediti sa zbrojem polumjera

01/03

OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

16

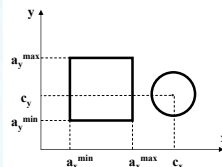
Presjek kugla-kvadar paralelan s osima



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Ideja: usporediti udaljenost središta kugle od kvadra s polumjerom kugle

```
bool SphereAABB.intersect(c, r, A)
returns({OVERLAP, DISJOINT});
1: d = 0
2: for each i in {x, y, z}
3:   if (c_i < a_i^min)
4:     d = d + (c_i - a_i^min)^2;
5:   else if (c_i > a_i^max)
6:     d = d + (c_i - a_i^max)^2;
7: if (d > r^2)
8:   return (DISJOINT);
9: return (OVERLAP);
```



- ♦ Za opći kvadar: prvo transformirati centar kugle u koordinatni sustav kvadra

01/03

OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

17

Presjek kvadar-kvadar, paralelni s osima



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Vrlo brz, jednostavan i često korišten test
- ♦ Gleda se preklapanje po svakoj osi posebno

```
bool AABB.intersect(A, B)
returns({OVERLAP, DISJOINT});
1: for each i in {x, y, z}
2:   if (a_i^min > b_i^max or b_i^min > a_i^max)
3:     return (DISJOINT);
4: return (OVERLAP);
```

01/03

OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

18

Teorem razdvajajuće osi



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Engl. separating axis theorem
- ♦ Za dva konveksna poliedra koji se ne sijeku, postoji ploha koja ih razdvaja i koja je paralelna s jednom od stranica jednoga od poliedara, ili s plohom koju opisuju dva brida, po jedan iz svakog poliedra
- ♦ Projektije poliedara na normalu razdvajajuće plohe se ne preklapaju - to je razdvajajuća os

Presjek kvadar-kvadar (1/2)



Zavod za telekomunikacije

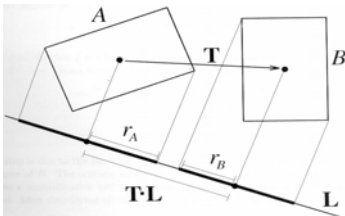
- ♦ Testiraju se potencijalne razdvajajuće osi po teoremu
- ♦ Kandidati su:
 - Osi kvadra A (3)
 - Osi kvadra B (3)
 - Kros-produkti parova osi A i B (9)
- ♦ Testira se ovim redoslijedom
 - Ukoliko nema presjeka, najčešće se ustanovi vrlo brzo
 - Najveći broj operacija ako presjek postoji

Presjek kvadar-kvadar (2/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Kako testirati svaku os?



Nema sudara ako je $T \cdot L > r_A + r_B$

Presjek obujmica-projekcioni volumen (1/2)



Zavod za telekomunikacije

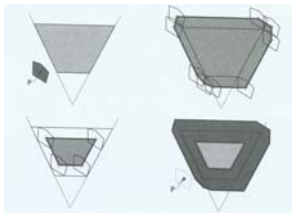
- ♦ Koristi se za odbacivanje po projekcionom volumenu
- ♦ Puni test
 - Vani - odbaci sve
 - Unutra - crtaj sve
 - Presjek - testiraj sljedeću razinu
- ♦ Jednostavni test
 - Vani - odbaci sve
 - Vjerojatno unutra
 - A) crtaj sve (možda previše) ILI
 - B) testiraj sljedeću razinu (možda nepotrebno)

Presjek obujmica-projekcioni volumen (2/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Pojednostavljenje testa
 - Povlačeći obujmicu (općeniti oblik) po vanjskom i unutrašnjem rubu volumena, centar obujmice opisuje nove granice
 - Test se svodi na točku u volumenu

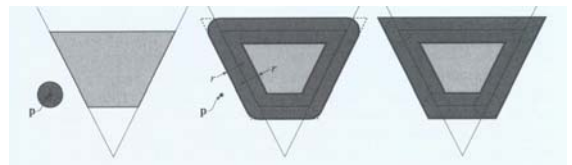


Presjek kugla-projekcioni volumen (1/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Stranice volumena pomaknute za +/-r

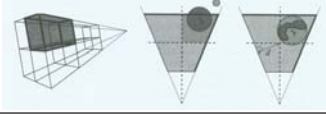


Presjek kugla-projekcioni volumen (2/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Postupak (normale stranica prema van)
 - Za svaku stranicu volumena, izračunati udaljenost d od središta kugle do stranice
 - Ako je $d > r$ za bilo koju stranicu, kugla je vani
 - Ako je $d < -r$ za sve stranice, kugla je unutra
 - U ostalim slučajevima, presijecanje
- ♦ Broj stranica za testiranje može se smanjiti na pola prethodnim testiranjem oktanta



01/03 OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

25

Presjek kvadar-projekcioni volumen



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Slično kao za kuglu, testirati svaku stranicu volumena posebno
 - Koristiti test ravnina-kvadar
- ♦ Druga mogućnost: teorem razdvajajuće osi

01/03 OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

26

Detekcija sudara



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Engl. collision detection
- ♦ Do sada obrađene metode koriste se za detekciju sudara među predmetima u sceni
- ♦ Točni zahtjevi na test ovise o primjeni
 - Preciznost
 - Vrsta i količina podataka
 - Statička ili dinamička detekcija
 - Kvantni efekt



01/03 OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

27

Detekcija sudara: pregled



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Aproksimacija predmeta zrakama
- ♦ Hijerarhijska detekcija sudara

01/03 OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

28

Aproksimacija predmeta zrakama



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Jednostavna i brza metoda
- ♦ Prilično gruba aproksimacija, ali dobri rezultati u praksi
- ♦ Zrake se postavljaju na strateška mjesta na predmetu
- ♦ Traži se presjek zrake sa scenom
 - $d=0$ - predmet dotiče scenu
 - $d>0$ - predmet je iznad scene
 - $d<0$ - predmet ulazi u scenu



01/03 OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

29

Hijerarhijska detekcija sudara



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Svaki predmet je skup poligona
- ♦ Svaki predmet se pretvara u hijerarhiju (stablo) obujmica
- ♦ Testiranje sudara između dva takva predmeta vrši se od vrha hijerarhije
 - Ako se već najviša razina obujmica ne siječe, vrlo brzo ustanovimo da nema sudara



01/03 OVO • Detekcija presjeka i sudara • Igor S. Pandžić

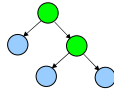
30

Hijerarhija obujmica (1/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Hijerarhija se zapisuje u obliku stabla
 - Grane sadrže obujmice
 - Listovi sadrže geometriju
- ♦ Automatska gradnja hijerarhije
 - Pristup s vrha (engl. top-down approach)
 - Naći obujmicu za sve poligone, to je vrh stabla
 - Podijeliti na dva dijela, za svaki naći obujmicu i dodati u stablo
 - Ponoviti
 - Pristup s dna (engl. bottom-up approach)
 - Poligoni se ubacuju u stablo jedan po jedan, tako da minimalno uvećaju ukupnu obujmicu

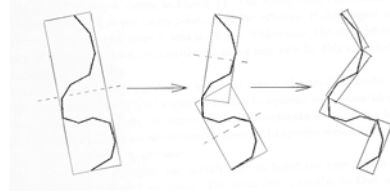


Hijerarhija obujmica (2/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Mogu se koristiti razne vrste obujmica
- ♦ Primjer: hijerarhija orijentiranih kvadara (engl. OBB-tree)

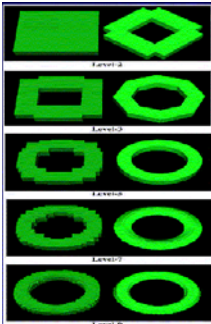


Hijerarhija kvadara - primjer torusa



Zavod za telekomunikacije

Kvadar
paralelan s
osima
(AABB)



Orijentirani
kvadar
(OBB)

Hijerarhija kugli



Zavod za telekomunikacije



Test sudara dviju hijerarhija



Zavod za telekomunikacije

```

FindFirstHitCD(A, B)
returns ({TRUE, FALSE});
1: if(not overlap(ABV, BBV)) return FALSE;
2: else if(isLeaf(A))
3:   if(isLeaf(B))
4:     for each triangle pair TA ∈ Ac and TB ∈ Bc
5:       if(overlap(TA, TB)) return TRUE;
6:   else
7:     for each child CB ∈ Bc
8:       FindFirstHitCD(A, CB)
9:   else
10:    for each child CA ∈ Ac
11:      FindFirstHitCD(CA, B)
12: return FALSE;
    
```

Za više detalja



Zavod za telekomunikacije

- ♦ <http://www.cs.unc.edu/~geom/collide/>
- ♦ *Real-Time Rendering*, T. Möller, E. Haines, A K Peters
- ♦ www.realtimerendering.com
- ♦ www.magic-software.com
- ♦ *Graphics Gems*, www.graphicsgems.org