



Osnove virtualnih okruženja

Igor S. Pandžić

Geometrijske transformacije i graf scene

Geometrijske transformacije



- ♦ Homogene koordinate
- ♦ Osnovne transformacije
 - Translacija
 - Rotacija
 - Promjena veličine (scaling)
- ♦ Prikazi rotacije
 - Eulerovi kutovi
 - Quaternion
- ♦ Projekcija



Osnovne transformacije

- ♦ Za svaki vrh u nekom predmetu, transformacija:
 - $P = \langle P_x, P_y, P_z \rangle \rightarrow P' = \langle P'_x, P'_y, P'_z \rangle$
- ♦ Translacija za vektor $T = \langle T_x, T_y, T_z \rangle$
 - $P' = P + T = \langle P_x + T_x, P_y + T_y, P_z + T_z \rangle$
- ♦ Rotacija oko x-osi za kut α (analogno za y i z)
 - $P' = \langle P_x, P_y \cos \alpha - P_z \sin \alpha, P_y \sin \alpha + P_z \cos \alpha \rangle$
- ♦ Promjena veličine faktorom $S = \langle S_x, S_y, S_z \rangle$
 - $P' = P * S = \langle P_x * S_x, P_y * S_y, P_z * S_z \rangle$
- ♦ Sve se ovo može jednostavnije izraziti matričnim računom, ali potrebne su homogene koordinate



Homogene koordinate

- ♦ $P_{3D} = \langle P_x, P_y, P_z \rangle \rightarrow P_{4D} = \langle P_x, P_y, P_z, 1 \rangle$
 - $P_{4D} = \langle P_x, P_y, P_z, w \rangle \rightarrow P_{3D} = \langle P_x/w, P_y/w, P_z/w \rangle$
- ♦ Sve transformacije se izražavaju homogenim matricama (4x4)
 - Transformacija se svodi na množenje točke matricom
 - Sve transformacije se vrše na jednak način
 - Transformacije se jednostavno kombiniraju množenjem matrica



Translacija

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix}$$

$$P' = PT = \begin{bmatrix} P_x & P_y & P_z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x + T_x & P_y + T_y & P_z + T_z & 1 \end{bmatrix}$$



Rotacija

- ♦ Oko osi x

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P' = PR_x$$

- ♦ Oko osi y

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P' = PR_y$$

- ♦ Oko osi z

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P' = PR_z$$

Promjena veličine (scaling)



Zavod za telekomunikacije

$$S(S_x, S_y, S_z) = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P' = PS = \begin{bmatrix} P_x & P_y & P_z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x S_x & P_y S_y & P_z S_z & 1 \end{bmatrix}$$

01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

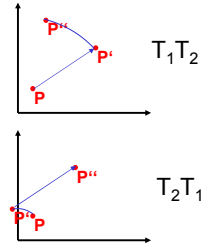
7

Kombinacije transformacija



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Aplikiramo T_1 (translacija), zatim T_2 (rotacija)
- ♦ $P' = PT_1$
- ♦ $P'' = P'T_2 = PT_1T_2 = P(T_1T_2)$
- ♦ Kombinacija $T = T_1T_2$
- ♦ $P'' = PT$
- ♦ Redoslijed je važan!
 - $T_1T_2 \neq T_2T_1$



01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

8

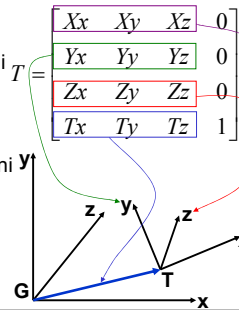
Matrica kao koordinatni sustav (1/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Matrica T definira lokalni koord. sustav

- Prva tri reda su ortonormalni vektori koji čine osi novog sustava
- Zadnji red je translacija sustava u odnosu na globalni sustav G



01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

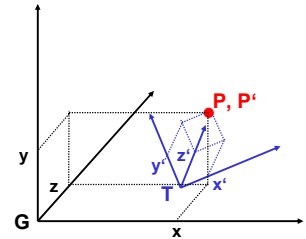
9

Matrica kao koordinatni sustav (2/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ U sustavu T : $P' = [x' \ y' \ z' \ 1]$
- ♦ U sustavu G : $P = [x \ y \ z \ 1]$
- ♦ $P = P'T$
- ♦ $P' = PT^{-1}$



01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

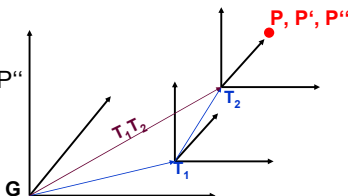
10

Kombinacije transformacija koord. sustava



Zavod za telekomunikacije

- ♦ U sustavu T_1 : $P' = [x' \ y' \ z' \ 1]$
- ♦ U sustavu T_2 : $P'' = [x'' \ y'' \ z'' \ 1]$
- ♦ U sustavu G : $P = [x \ y \ z \ 1]$
- ♦ $P = T_1P'$
- ♦ $P' = T_2P''$
- ♦ $P = T_1T_2P'' = (T_1T_2)P''$
- ♦ $P'' = T_2^{-1}T_1^{-1}P = (T_1T_2)^{-1}P$



01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

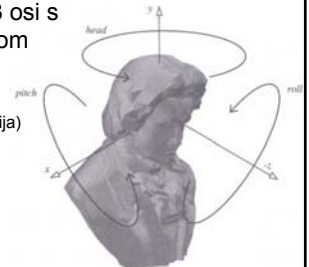
11

Eulerovi kutovi (1/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Način prikaza općenite rotacije pomoću rotacija oko 3 osi s definiranim redoslijedom
 - $R = Rz(r) Rx(p) Ry(h)$
 - h = head, smjer
 - p = pitch (nagib, elevacija)
 - r = roll (okret)



01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

12

Eulerovi kutovi (2/2)



Zavod za telekomunikacije

- Često se koriste radi jednostavnosti i intuitivnosti, no ima problema:
- „Gimbal lock“ (doslovno: blokada kardana)
 - Gubi se stupanj slobode kada je $p = \pm 90^\circ$
- Interpolacija je problematična

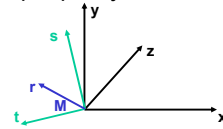
Rotacija oko proizvoljne osi r za kut ϕ



Zavod za telekomunikacije

- Ideja: transformirati os r na os x , rotirati za kut ϕ , vratiti natrag inverznom transformacijom
- Naći transformaciju M koja će r dovesti u os x
- Ukupna transformacija:

$$R_{r,\phi} = MR_x(\phi)M^{-1} = MR_x(\phi)M^T$$
- Jednostavno poopćenje za os izvan ishodišta



Quaternion



Zavod za telekomunikacije

- Kompaktan i efikasan način za prikazivanje i baratanje rotacijama
- U matematici: proširenje kompleksnih brojeva

$$\hat{q} = (q_v, q_w) = (q_x, q_y, q_z, q_w) = iq_x + jq_y + kq_z + q_w$$

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1$$

$$jk = -kj = i$$

$$ki = -ik = j$$

$$ij = -ji = k$$

Prikaz rotacije pomoću quaterniona



Zavod za telekomunikacije

$$\hat{q} = (u_q \sin \phi, \cos \phi)$$

$$\hat{p} = (p_x, p_y, p_z, 1)$$

- u_q je jedinični vektor; p je točka u prostoru
- Izraz $\hat{q}\hat{p}\hat{q}^{-1}$ rotira točku p oko osi u_q za kut 2ϕ
- Množenjem quaterniona dodajemo rotacije
 - Množenje quaterniona je jednostavnije od matrica
- Postoje pretvorbe matrica-quaternion i natrag

Interpolacija orijentacije quaternionima



Zavod za telekomunikacije

- Interpolacija po najkraćem luku konstantnom brzinom
- Interpolacija parametrom t $\hat{r} \rightarrow \hat{q}, t \in [0, 1]$
- Sferna linearna interpolacija (spherical linear interpolation – slerp)

$$\text{slerp}(\hat{r}, \hat{q}, t) = \frac{\sin(\phi(1-t))}{\sin \phi} \hat{q} + \frac{\sin(\phi t)}{\sin \phi} \hat{r}$$

$$\cos \phi = q_x r_x + q_y r_y + q_z r_z + q_w r_w$$



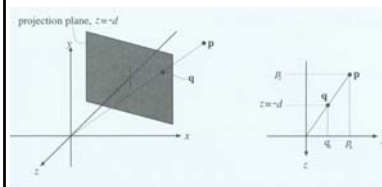
Projekcija



Zavod za telekomunikacije

- Ortografska projekcija na ravninu $z=0$
 - Postavlja z koordinate na 0
- Perspektivna projekcija na $z=-d$

$$P_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$P_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$

Zaključno o transformacijama



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Ovo su osnovni alati
- ♦ Ovdje je dan vrlo kratak pregled
- ♦ Za matrice, quaternione (i gomile drugih stvari) puno materijala u knjigama i na web-u
 - Postoje slobodni programi s izvornim kodom i objašnjenjima
- ♦ Programska sučelja više razine imaju ugrađene funkcije za matrice i quaternione

Za više detalja



Zavod za telekomunikacije

- ♦ **Real-Time Rendering**, T. Möller, E. Haines, A K Peters
- ♦ www.realtimerendering.com
- ♦ **Graphics Gems**, www.graphicsgems.org
- ♦ www.magic-software.com
- ♦ **Scene Graph Rendering**, Dirk Reinert, *OpenSG Forum*, www.opensg.org

Graf scene



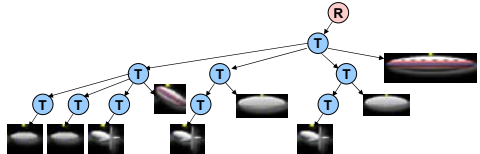
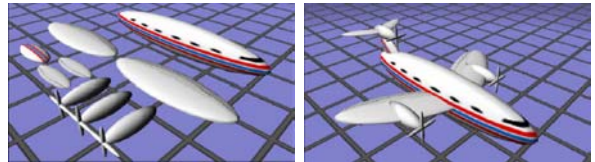
Zavod za telekomunikacije

- ♦ Struktura u koju se sprema virtualna scena na organiziran način
- ♦ Format za zapis obično su u obliku grafa scene
- ♦ Programska sučelja višeg nivoa su organizirana oko grafa scene

Graf scene: primjer



Zavod za telekomunikacije



Prednosti grafa scene



Zavod za telekomunikacije

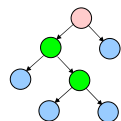
- ♦ Lakša manipulacija dobro organiziranom scenom
- ♦ Omogućava veću brzinu
 - Efikasnije iscrtaavanje (manje promjena stanja, tehnike odabira)
 - Efikasnija detekcija sudara
- ♦ Jednostavan i prilično standardiziran koncept
- ♦ Korištenje dobrog sustava (programskog sučelja) za graf scene olakšava rad
 - Sustav se brine za funkcije niže razine
 - Jednostavno sučelje prema protočnom sustavu

Struktura grafa scene



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Aciklički, usmjereni graf (stablo)
- ♦ Sastoji se od čvorova (nodes)
 - Ishodišni čvor(ovi) – korijen (root node)
 - Unutrašnji čvorovi – grane (branch, internal nodes)
 - Vanjski čvorovi - listovi (leaf nodes)

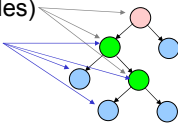


Čvorovi



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Svaki čvor sadrži podatke, ovisno o tipu
- ♦ Osnovni podaci svrstavaju čvorove u graf
- ♦ Čvorovi roditelji (parent nodes)
- ♦ Čvorovi djeca (child nodes)



Korijen (root node)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Služi kao dohvatna točka cijele scene ili dijela scene
 - Neki sustavi dozvoljavaju više od jednog korijena
- ♦ Može sadržavati globalne podatke

Grane (branch nodes, internal nodes)



Zavod za telekomunikacije

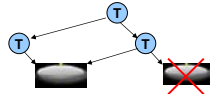
- ♦ Organiziraju scenu u hijerarhiju
- ♦ Sadrže geometrijske transformacije
 - Definiraju lokalne koordinatne sustave
 - Primjer: krila aviona, motor
 - Vrlo praktično za animaciju
- ♦ Više tipova grana za specijalne funkcije

Listovi



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Sadrže sve što se vidi (ili čuje)
 - Uobičajeni skupni naziv: geometrija
- ♦ Mogu biti klonirani
 - Primjer: krila i motori aviona
 - Štedi se memorija
- ♦ Uobičajeni tipovi listova
 - Jednostavna geometrijska tijela (kocka, kugla...)
 - Mreža poligona (engl. polygon mesh, indexed face set)
 - Mreža linija (engl. indexed line set)



Mreža poligona



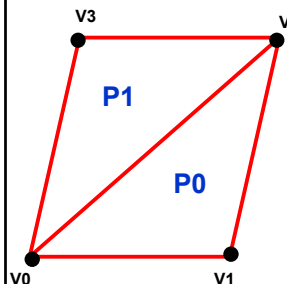
Zavod za telekomunikacije

- ♦ Polygon mesh, indexed face set
- ♦ Uz manje razlike, gotovo svi formati i programska sučelja koriste ovakvu osnovnu strukturu
- ♦ Definiraju se vrhovi i poligoni, te eventualno normale, koordinate texture i boje

Zapis vrhova i trokuta



Zavod za telekomunikacije



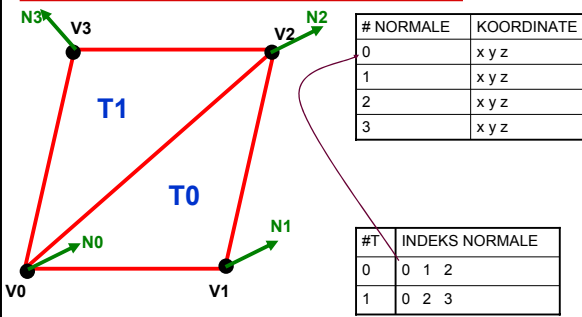
BROJ VRHA	KOORDINATE
0	x y z
1	x y z
2	x y z
3	x y z

#T	INDEKS VRHA
0	0 1 2
1	0 2 3

Zapis normala po vrhu (per vertex) (1/2)



Zavod za telekomunikacije



01/03

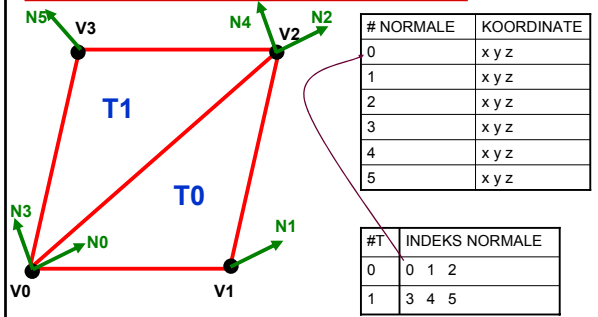
OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

31

Zapis normala po vrhu (2/2)



Zavod za telekomunikacije



01/03

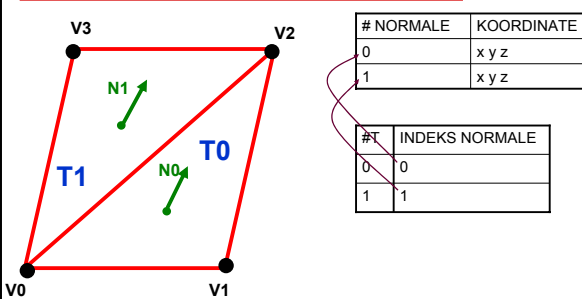
OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

32

Zapis normala po poligonu (per face)



Zavod za telekomunikacije



01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

33

Zapis boja i koordinata teksture



Zavod za telekomunikacije

- Boje su izborne
 - Ako se koristi boja, ona se direktno primjenjuje, bez računanja osvjetljenja
 - Boje se mogu zapisivati po vrhu ili po trokutu
 - Zapis jednak kao za normale
- Koordinate teksture se zapisuju ako postoji tekstura
 - Zapis jednak kao za normale, ali uvijek po vrhu

01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

34

Materijali



Zavod za telekomunikacije

- Dva osnovna načina zapisivanja
- Kao atribut geometrijskog čvora
- Kao poseban čvor s imenom
 - Geometrijski čvor se referira na čvor materijala

01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

35

Tipovi grana



Zavod za telekomunikacije

- Grupa
 - Sadrži jedno ili više čvorova-djece
- Transformacija
 - Grupa s mogućnošću geometrijske transformacije
 - Pomak, rotacija, veličina
- Izbornik (switch)
 - Parametrom se bira jedan od čvorova-djece
- Razina detalja (LOD) (u predavanju o ubrzavanju)
- Pano (billboard) (u predavanju o specijalnim efektima)

01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

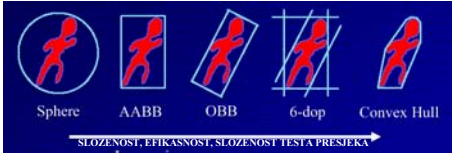
36

Obujmice (engl. bounding volume) (1/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Jednostavan geometrijski oblik koji obuhvaća složeniji geometrijski skup
 - Kvadar poravnat s koordinatnim osima
 - Općeniti kvadar
 - Kugla, elipsoid
 - Razni sustavi - razne izvedbe



01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

37

Obujmice (2/2)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Ukoliko obujmica nije u projekcionom volumenu, sigurno ništa u njoj ne treba crtati
 - Provjera je jednostavnija za obujmicu nego za svaki pojedini element unutar nje
 - Na jednakom principu korisne i kod detekcije sudara/presjeka i u drugim primjenama
- ♦ Sustav prilikom inicijalizacije može izračunati obujmice za sve čvorove
 - Hijerarhija obujmica

01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

38

Prolaz kroz graf scene (engl. traversal)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Standardni rekurzivni postupak za obavljanje neke operacije na svim čvorovima u sceni
 - Iscrtavanje scene
 - Test presjeka/sudara
 - Traženje pojedinog elementa
 - Pojednostavljivanje scene
 - Razne operacije specifične za pojedine primjene

01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

39

Općeniti rekurzivni prolaz (1/2)



Zavod za telekomunikacije

```
process(node, state)
{
    localState = update(node, state); // računanje stanja
    switch (node.type)
    {
        case <XYZ>: // posebna obrada za tip XYZ, npr.
                    // crtanje...
        }
    for (i=0; i < node.numberOfChildren; i++)
    {
        process(node.child[i], localState); // rekurzija
    }
}
```

01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

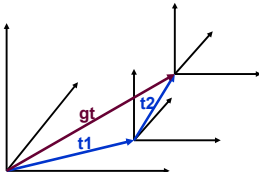
40

Općeniti rekurzivni prolaz (2/2)



Zavod za telekomunikacije

```
update(node, state)
{
    StateType localState;
    localState.gt = state.gt • node.t; // globalna transf.
    // izračun ostalih parametara stanja, brojanika i sl.
    return (localState);
}
```



01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

41

Graf scene i protočni sustav



Zavod za telekomunikacije

- ♦ Protočni sustav radi u neposrednom (immediate) načinu rada
 - Šaljem ti poligon, nacrtaj ga sada!
- ♦ Sustav za upravljanje grafom scene se implementira u aplikacijskoj fazi i služi kao sučelje prema protočnom sustavu
- ♦ Sustav za graf scene radi u zadržanom (retained) načinu rada
 - Ovo je moja scena, crtaj je stalno!
- ♦ Graf scene radi na višoj razini, tj. barata složenijim strukturama

01/03

OVO • Geom. transformacije i graf scene • Igor S. Pandžić

42

- ♦ Da, osim u zaista trivijalnim slučajevima
 - Graf scene je efikasna struktura za zapis scene
- ♦ Da li u programiranju koristiti neki od postojećih programskih sučelja za graf scene?
 - Najčešće omogućuje brži i efikasniji razvoj aplikacije
 - Ako je aplikacija jednostavna ponekad se ne isplati
 - Ako je aplikacija vrlo specifična, možda vlastiti sustav uz direktni pristup protočnom sustavu (puna kontrola)
 - Sustavi za GS su najbolji za kompleksne scene