

# PRIMJENJENI ELEKTROMAGNETIZAM

ODGOVORI NA PITANJA ZA USNENI ISPIT

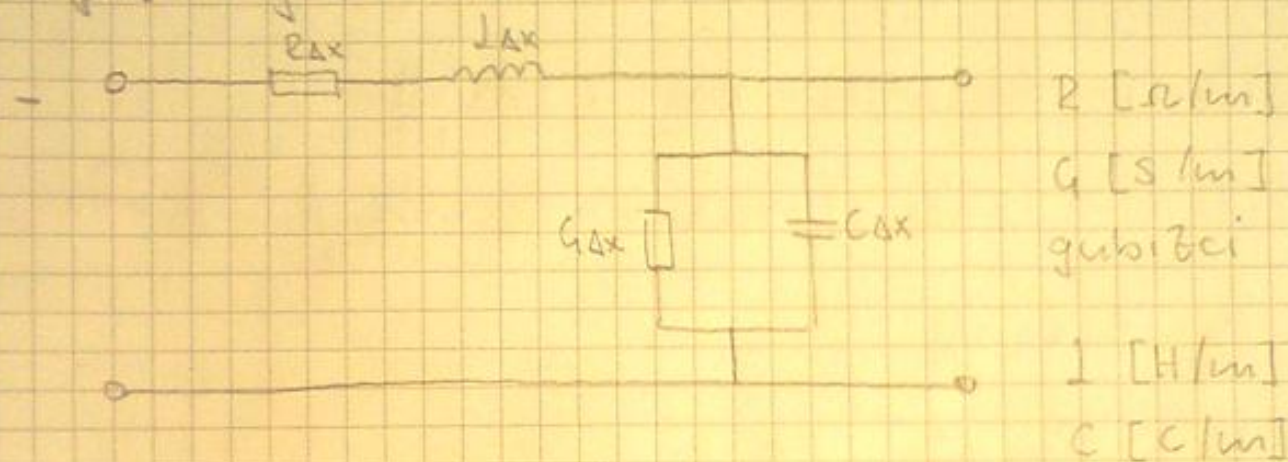
2010/11

FIONA



① Različni izmetu koncentriranih i raspodijeljenih parametara, nacrtavajući shemu linije, približno objašnjavaju pojedinih elemenata

- Koncentrirani parametri: dimenzije puno manje od valne dužine, zanemarujući promjene faze signala





2) Fizikalno objašnjenje fenomena refleksije, jednadžbe struje i napona na odsječku linije

- Refleksija je fenomen koji se javlja pri nailasku vala na diskontinuitet, pri tom se stvaraju stojni val kao superpozicija upadnog i reflektiranog vala, a njegova svojstva ovise o prirodi diskontinuiteta te samom sredstvu kroz koje se val širi (gubici)

$$\begin{aligned} - V(x,t) - V(x+\Delta x,t) &= R\Delta x + L\Delta x \frac{dI}{dt} \\ I(x,t) - I(x+\Delta x,t) &= G\Delta x V + C\Delta x \frac{dV}{dt} \end{aligned} \quad / : \Delta x, \lim_{\Delta x \rightarrow 0}$$

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = R + L \frac{dI}{dt}$$

$$-\frac{\partial I}{\partial x} = G + C \frac{dV}{dt} \quad / \cdot 2$$

$$-\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = G(-R - L \frac{dI}{dt}) + C \frac{d}{dt}(-R - L \frac{dI}{dt})$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = RG + (LG + RC) \frac{dI}{dt} + LC \frac{d^2 I}{dt^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = RG + (LG + RC) \frac{dV}{dt} + LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

prigušni član  
(gubici)

difuzni član

(zamjenom u NF)

valni član

(opisuje širenje vala)



- ③ Valna jednačba za liniju bez gubitaka, oblik rešenja i fizikalna interpretacija.  
Oblik rešenja valne jednačbe za sinusnu pobudu, fizikalna interpretacija

$$\left. \begin{aligned} - \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} &= LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= LC \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \text{Valna jedn. za liniju bez gubitaka}$$

- Rešenje je stojni val - superpozicija inc. i ref. vala koji se šire u suprotnim smerovima

$$\frac{1}{2} \left( z - \frac{x}{v_p} \right) + \frac{1}{2} \left( z + \frac{x}{v_p} \right)$$

$$v_p = \frac{1}{LC}$$

- Sinusna pobuda

$$i(t) = I \cos(\omega t + \phi) = \operatorname{Re} \{ I e^{j(\omega t + \phi)} \}$$

$$V_L = L \frac{di}{dt} = j\omega L I$$

$$Z = Z + j\omega L$$

$$V_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{j\omega C} I$$

$$Y = G + j\omega C$$

$$v(x, t) - v(x + \Delta x, t) = \Delta x i(x, t)$$

$$i(x, t) - i(x + \Delta x, t) = \Delta x v(x, t)$$

$$\div \Delta x \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0}$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = i \quad / \frac{d}{dx}$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = gv$$

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -gi$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = gi$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = gI$$

Vidimo samo promjene u prostoru dok je vrijeme sadržano u  $i$  i  $g$



Rješenje mora biti eksponencijalna funkcija  
→ 2 puta deriviramo i dobijemo to isto

Ponovno stojni val:

$$V = Ae^{+\gamma x} + Be^{-\gamma x}$$

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = \gamma^2 (Ae^{+\gamma x} + Be^{-\gamma x}) = \gamma^2 V$$

$$\gamma = \sqrt{Zg}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

$$I = \frac{A}{Z_0} e^{+\gamma x} - \frac{B}{Z_0} e^{-\gamma x}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \rightarrow \text{Karakteristična imp.}$$

omjer je napona i struje u  
svim jednom smeru - karakteristika  
sustava (linije)

$\gamma$  - Faktor propagacije

$\alpha$  - prigušna konstanta (omjer disipirane snage  
i dvostruke incidentne snage)

$\beta$  - faza konstanta - (promjena faze  
posljedica je konačne brzine  
širenja vala)



## ④ Fizikalna interpretacija faze brzine, grupe brzine i disperzije

- Faza brzina je prividna brzina čačke konstantne faze, ne nosi energiju i može biti veća od brzine svjetlosti

$$v_p = \frac{x}{t} = \lambda f = \frac{\omega}{\beta}$$

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$  → koliki put u valnim dužinama prijeđe val dok mu se faza zatvori za  $2\pi$

$v_p = \frac{c}{\epsilon_r}$  → u dielektriku manja nego u slobodnom prostoru zbog polarizacije

$$\lambda_p = \frac{\lambda}{\epsilon_r}$$

- Grupa brzina - brzina kojom putuje grupa valova odnosi se na spektralne komponente Fourierova reda (raster moguće samo u slučaju linearosti tj.  $\mu, \epsilon$  ne ovise o frekvenciji, moguće samo kod malih razina polja kad više harmonika izostaju)

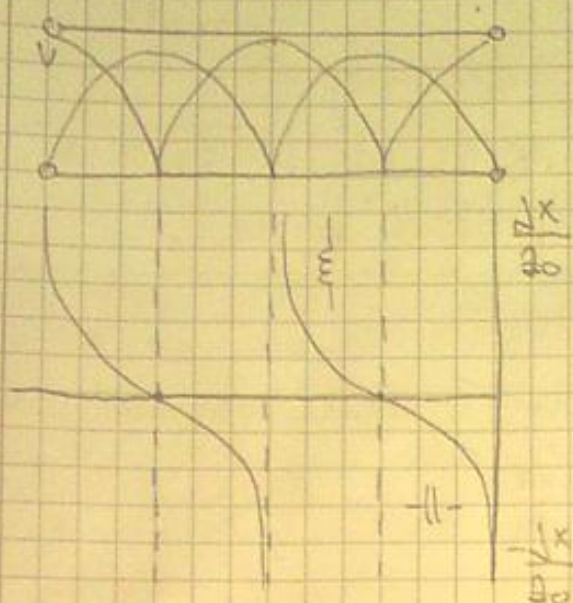
$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_r(\omega) \mu_r(\omega)}$$

U sredstvu bez disperzije sve komponente putuju istom brzinom te je grupna brzina jednaka fazi

- Disperzija - pojava da različite frekvencijske komponente putuju različitim brzinom - valna dužina ovisi o sinjeru - to kao posljedica ima kašnjenje pojedinih komponenti te njihovu pojavljivanje u intervalima susjednih zračaka



## Bez QUBITAKA



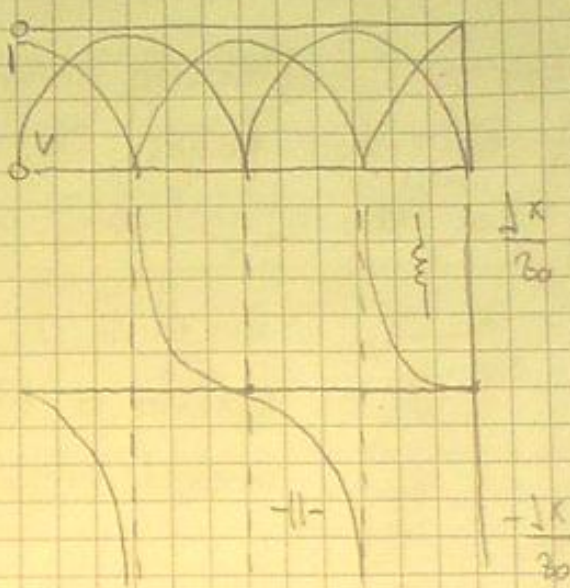
$$2n \frac{\lambda}{4} \rightarrow Z_{ul} = \infty$$

Antirezonanca

$$(2n-1) \frac{\lambda}{4} \rightarrow Z_{ul} = 0$$

Rezonanca

$$Z_{gl} \rightarrow \infty \Rightarrow Z_{ul} = \frac{Z_0^2}{Z_l}$$



$$(2n-1) \frac{\lambda}{4} \rightarrow Z_{ul} = \infty$$

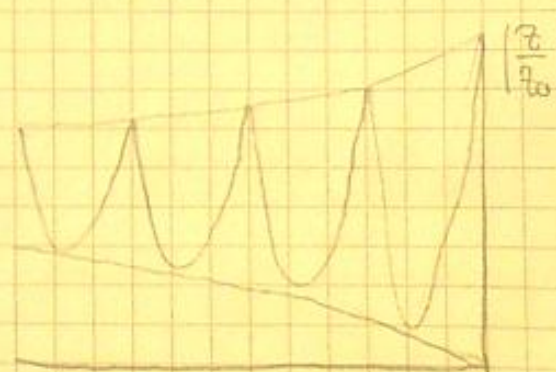
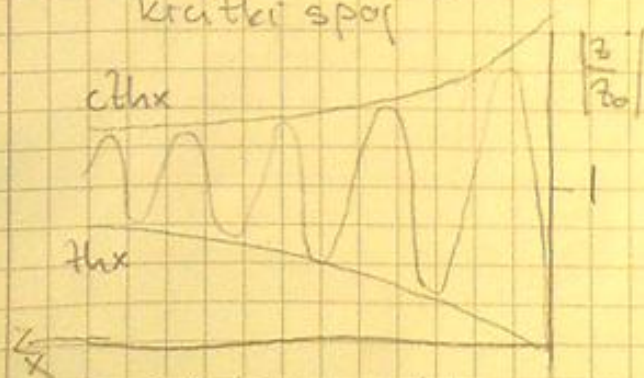
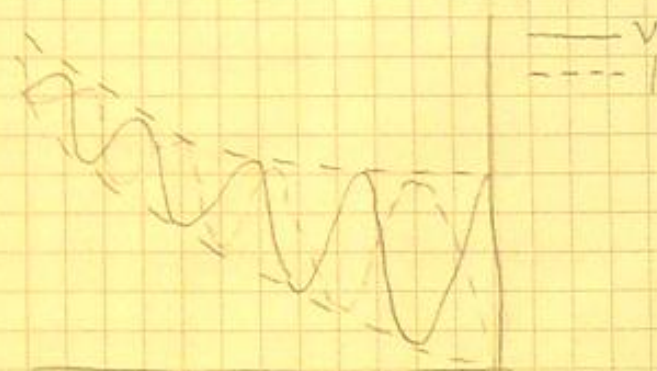
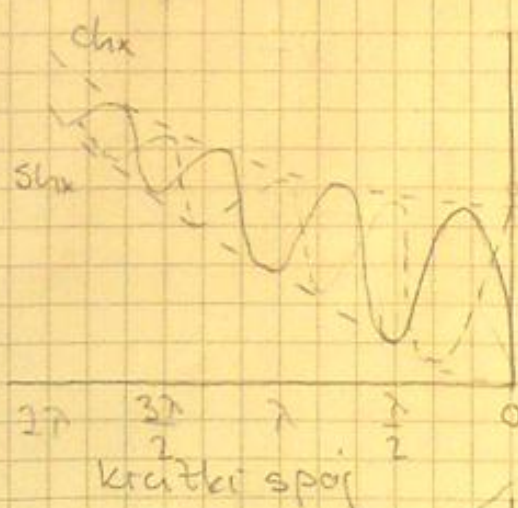
Antirezonanca

$$2n \frac{\lambda}{4} \rightarrow Z_{ul} = 0$$

Rezonanca

- u ekstremima stopnog  
vala impedanca je realna

## Linija s QUBICIMA





⑦ Pojam koeficijenta refleksije, odnosa stojnog vala, Smithov dijagram, princip prilagodjenja

- Koeficijent refleksije omjer je incidentnog i reflektiranog polja. Definiira se za elek polje, a za  $H$  ima istu vrijednost, ali suprotnu fazu

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

→ ne ovisi o vrijednostima  $Z_L$  i  $Z_0$  već samo o njihovom omjeru (normalizirana impedancija)  $z = \frac{Z_L}{Z_0}$

$$\Gamma = \frac{1 - \frac{Z_0}{Z_L}}{1 + \frac{Z_0}{Z_L}}$$

- Odnos stojnog vala omjer je maksimalnog i minimalnog polja na stojnom valu. Poprima vrijednost od 1 do beskonačno, poželjno što manji odnos: 1 znači da nema refleksije

$$\rho = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{I_{\max}}{I_{\min}}$$

KS:  $\Gamma = -1$

$\rho = \infty$

OK:  $\Gamma = 1$

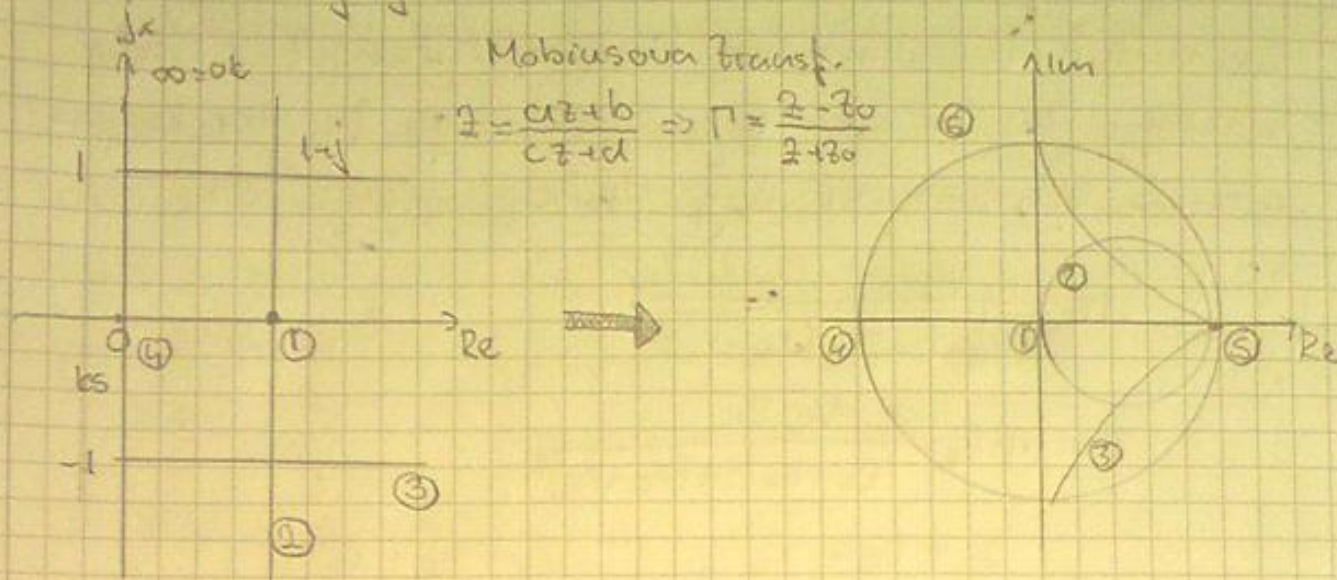
$\rho = \infty$

$Z_L = Z_0$ :  $\Gamma = 0$

$\rho = 1$



## - Smithov dijagram



## Svojstva transformacije:

- pravci se preslikavaju u kružnice
- čuva kutove između krivulja

## Preslikavanje:

- Točka  $1$  se preslikava u središte
- $2$  - pravci konst realnog dijela se preslikavaju u kr. k. d.
- $3$  - krivulje konst imaginarnog dijela
- $4$  -  $ks$
- $5$  -  $ok$
- $6$  -  $\text{Re} = 0 \Rightarrow$  obodna kružnica (imaginarna os)

Dodatno - koncentrične kružnice oko ishodišta

$\rightarrow$  kružnice konst gubljenja ili konst  $S_{VR}$

- pravci iz ishodišta



### -Prilagodjenje

Generator konstantnog napona prenijeće max energiju teretu ako je impedancija tereta konjugatno kompleksna impedanciji generatora

$$I = \frac{V_g}{\sqrt{(R_g + R_L)^2 + (X_g + X_L)^2}}$$

$$P = I^2 R_L = \frac{V_g^2 R_L}{(R_g + R_L)^2 + (X_g + X_L)^2}$$

$$Z_g = R_g + jX_g$$

$$Z_L = R_L + jX_L$$

$$Z_L = R_g - jX_g$$

$$P_{max} = \frac{V_g^2}{4R_g}$$

Princip prilagodjenja statrom:

Stat je kompenzacijski element sastavljen od odjeljaka linije određene dužine zatvorenog reaktornog teretom. Stat se spaja paralelno na glavnu liniju na udaljenosti ( $d_1$ ) od tereta koji želimo prilagoditi. Smisao je eliminiranja stojnog volt izmota generatora i statra, a lijevo od statra imamo stojni volt. Stat i dio linije s teretom predstavljaju novi zatvoreni krug



⑧ Fizikalna interpretacija divergencije i rotora vektorskog polja, pojam elektromagnetskog polja

- Divergencija vektorskog polja jednaka je razlici tokova podijeljenoj s diferencijalnim volumenom

Fizika: izvor ili ponor (sinker) vektorskog polja

$$\phi = \vec{A} \cdot \vec{n} dS$$

$$\nabla \phi = \frac{\Delta \phi}{\Delta V}$$

$$\nabla \phi = \frac{\partial}{\partial x} A_x + \frac{\partial}{\partial y} A_y + \frac{\partial}{\partial z} A_z$$

- Rotor - veličina koja pokazuje kako bi se vrtno propelerčić da ga stavimo u neko polje tj. kako se mijenja polje

To je novo vektorsko polje okomito na promatraćno polje, a iznos ovisi o promjeni promatraćnog polja

$$\nabla \times A = \begin{vmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

- Pojam EM polja

Budući je međusobni utjecaj naboja nepravilno promatrati preko sila uveden je pojam EM polja kojim se nadomjesti utjecaj sveukupne obline na promatraćni naboj

$$E = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{F}{q} \quad \text{za naboj koji miruje}$$

$$F = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \vec{B} \text{ je samo specijalni slučaj } \vec{E} \text{ nastao kao posljedica gibanja naboja}$$



## 9. Jednaciha kontinuiteta, posmačena struja, Maxwellove jednacihe i njihova fizikalna interpretacija

- Jednaciha kontinuiteta direktna je posledica zakona o očuvanju naboga (u svakom izoliranom sistemu algebarska suma naboga je konstantna)

$$\oint \vec{j} \cdot d\vec{s} = - \frac{dQ}{dt} = - \frac{d}{dt} \iiint \rho dV$$

- Ukupna struja koja izlazi iz neke zatvorene površine jednaka je smanjenju naboga unutar volumena omeđenog tom površinom

$$\oint \vec{j} \cdot d\vec{s} = \iiint \nabla \cdot \vec{j} dV \quad \rightarrow \text{Primjena Gaussova teorema}$$

$$\int_V \nabla \cdot \vec{j} dV = - \frac{d}{dt} \int_V \rho dV$$

$$\nabla \cdot \vec{j} + \frac{d\rho}{dt} = 0$$

JEDNADŽBA KONTINUITETA - iznos toka naboga iz zatvorenog konačnog prostora jednak je iznosu smanjenja naboga unutar tog prostora

- Posmačena struja: Kael struja elektrona dođe na ploče kondenzatora, nastavi teći iako ne postoji vodič - to se objašnjava pojavom posmačne struje. Električno polje na ploči kondenzatora djeluje na dielektrik te dolazi do polarizacije, to promjena se prenosi dielektrikom na drugu ploču kondenzatora

$$\text{Posmačna struja} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$



- Maxwellove jednačbe - fizikalna interpretacija

- ① Gaussov zakon za električno polje  
- iz jednačbe kontinuiteta

$$\oint_S \vec{D} \cdot \vec{n} dS = \int_V \rho dV$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

- Prostorna gustoba nabojnog izvor  
je električnog polja

- ② Gaussov zakon za magnetsko polje

$$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

- Silnice magnetskog polja zatvaraju  
se same u sebe - ne postoje  
magnetski unipoli

- ③ Ampereov zakon (+ Maxwellova korekcija)

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left( \vec{J}_s + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \nabla \times \vec{H} \cdot d\vec{S} \rightarrow \text{Primjena Stokesova teorema}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

- Zatacija magnetskog polja  
rezultira promjenjivim ele poljem  
i obratno

- ④ Faradayev zakon

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

- Vremenski promjenjivo mag  
polje stvara promjenjivo ele  
polje



## 10. Frakciorna interpretacija permitivnosti i permeabilnosti, pojam izotropnog i anizotropnog materijala

- relativna permeabilnost i permitivnost pokazuju kako se promijeni gustoca toka u materijalu u odnosu na vakuum

- izotropni materijali imaju istu vrijednost  $\epsilon$  i  $\mu$  za svaki smjer što nije slucaj sa anizotropnim materijalima

- Interpretacija vektora  $D$

Djelovanjem električnog polja na dielektrik dolazi do polarizacije - u atomima se razdvajaju pozitivni i negativni naboji tj. stvaraju se električni dipoli koji su novi izvori polja, pri čemu naboj nije nastao

Kako mjeriti polje u materijalima? - dimenzije antene vrlo su velike u odnosu na dimenzije atoma te antenom mjerimo skupni utjecaj svih protona i elektrona na polje. Usporedimo li izmjereno polje s onim u vakuumu dobijemo  $\epsilon_r$ .

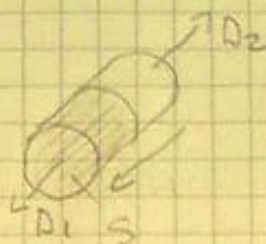
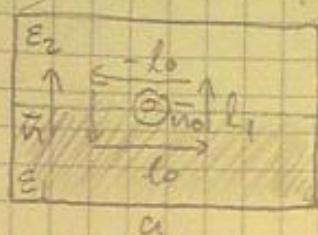
$$D = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \vec{E}$$

$D$  je suma svih polarizacijskih momenta,



⑪ Rubni uvjeti na granici dvaju dielektrika, na granici dielektrika i vodica, pojam PGC i PMC

- Električno polje



$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = \iiint \rho dV$$

$$\lim_{b \rightarrow 0} \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = \lim_{b \rightarrow 0} (\vec{D}_1 \cdot \vec{n} - \vec{D}_2 \cdot \vec{n} + \text{doprinos na pleštima}) \cdot S$$

$$= n (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) S$$

$$\lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ \rho \rightarrow 0}} \iiint \rho dV = \sigma S$$

$$\vec{n} (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \sigma \rightarrow \text{Normalna komponenta}$$

vektora  $\vec{D}$  na granici jednaka je plošnoj gustoći naboja

Pretpostavimo da na granici nema slobodnog naboja:

$$\vec{n} (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{D}_{n1} = \vec{D}_{n2}}$$

$$\epsilon_1 \epsilon_{n1} = \epsilon_2 \epsilon_{n2}$$

$$\epsilon_{n2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \epsilon_{n1}$$

Normalna komponenta  $\epsilon$  diskontinuirana

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{1}{\epsilon_0} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = (a \vec{E}_1 \cdot \vec{l}_0 - a \vec{E}_2 \cdot \vec{l}_0 + \text{doprinos na } b)$$

$$\lim_{b \rightarrow 0} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = a l_0 (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$$

$$l_0 = \vec{n} \times \vec{n}_0$$

$$n_0 [(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \times \vec{n}] = 0$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$$

$$\vec{E}_{2T} = \vec{E}_{1T}$$

Tangencijalna komponenta  $\vec{E}$  je ista na granici



Gle polje na granici dielektrik vodič

- u vodiču nema polja:

$$\vec{n}(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma \quad ; \quad \vec{D}_2 = 0; \quad -\vec{n}\vec{D}_1 = \sigma \quad \text{postoji samo normalna kom}$$

$$\vec{E}_{T1} = \vec{E}_{T2} = 0$$

Magnetsko polje

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\lim_{b \rightarrow 0} \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = (\vec{B}_2 \vec{n} - \vec{B}_1 \vec{n} + \text{doprinos na } b) \\ = (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \vec{n} = 0$$

$$\vec{B}_{n1} = \vec{B}_{n2}$$

$$\mu_1 \vec{H}_{n1} = \mu_2 \vec{H}_{n2}$$

$$\vec{H}_{n2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \vec{H}_{n1} \rightarrow H_n \text{ diskontinuiran}$$

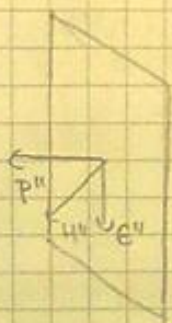
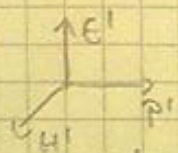
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{s} = 0$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0$$

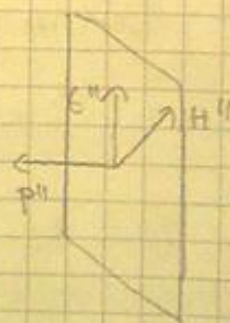
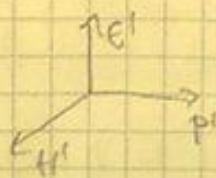
$$H_{T2} = H_{T1}$$

$\rightarrow$  tangencijalna kom.  
mag polja na granici  
je kontinuirana

PEC



PMC





⑫ Vektorske valne jednačice, interpretacija  
rešenja, pojam planarnog vala

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H})$$

$$= -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow \boxed{\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$$

Sinusna pobuda

$$\vec{E} = \text{Re} \{ \vec{E} e^{j(\omega t + e_1)} \}$$

$$\vec{H} = \text{Re} \{ \vec{H} e^{j(\omega t + e_2)} \}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu j\omega \vec{H}$$

$$\Rightarrow \vec{H} = j \frac{1}{\mu\omega} \nabla \times \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon j\omega \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \nabla \times \left( j \frac{1}{\mu\omega} \nabla \times \vec{E} \right)$$

$$\epsilon j\omega \vec{E} = -j \frac{1}{\mu\omega} \nabla^2 \vec{E}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = -\omega^2 \epsilon \mu \vec{E}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = [j\omega \epsilon \mu]^2 \vec{E} = k^2 \vec{E} \quad k = j\omega \epsilon \mu$$

$$\gamma = \alpha + j\beta \rightarrow \text{Linija}$$

$$\gamma = j\alpha - \beta$$

Rešenja vektorske valne jednačice u sredstvu  
bez gubitaka su EM valovi tj. raspodjele  
EM polja u prostoru



3 su možna oblika rešenja vektorske valne jednačine:

①  $Ae^{-\gamma x} = Ae^{-j\beta x} \rightarrow$  Putujući VAL

②  $Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x} \rightarrow$  Stojni VAL

③  $Ae^{-\alpha x} \rightarrow$  EVANESCENTNI VAL

Pojavljuje se pri upadu vala iz gušćeg sredstva u rjeđe (totalna refleksija) energija filtra na granici i ne prenosi se  $\beta=0$

- Planarni val - ako EM val promatramo na velikoj udaljenosti od otkrivanja lokalno ga možemo modelirati planarnim valom - valna fronta je ravna



(13) Proizvod elektromagnetske energije, Poyntingov vektor, valni vektor

- Proizvod. elektromagnetske energije - Poyntingov teorem

$$\nabla(\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{H}(\nabla \times \vec{E}) - \vec{E}(\nabla \times \vec{H})$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla(\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{H} \left( -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) - \vec{E} \left( \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla(\vec{E} \times \vec{H}) = \underbrace{-\vec{J} \cdot \vec{E}}_{\text{gubitci}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\mu H^2) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon E^2)$$

- Poyntingov vektor određuje elektromagnetsku energiju koja ravni val prenosi kroz jedinicu površine fazne ravnine u jedinici vremena u smeru propagacije vala

$$P = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right] \rightarrow \text{gustota snage}$$

- pokazuje smer širenja energije

- Valni vektor  $\vec{k}$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Pokazuje smer promene faze, u izotropnom sredstvu ima isti smer kao P



14) Pojam intrinzične impedancije i pojam impedancije.

Intrinzična impedancija omjer je električnog i magnetskog polja vala koji putuje u jednom smjeru, određena je isključivo svojstvima sredstva kroz koje val propagira.

$$\eta = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} \quad \text{-- određena je odnosom i faznom razlikom } \vec{E} \text{ i } \vec{H}$$

za medij bez gubitaka

$$\eta = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

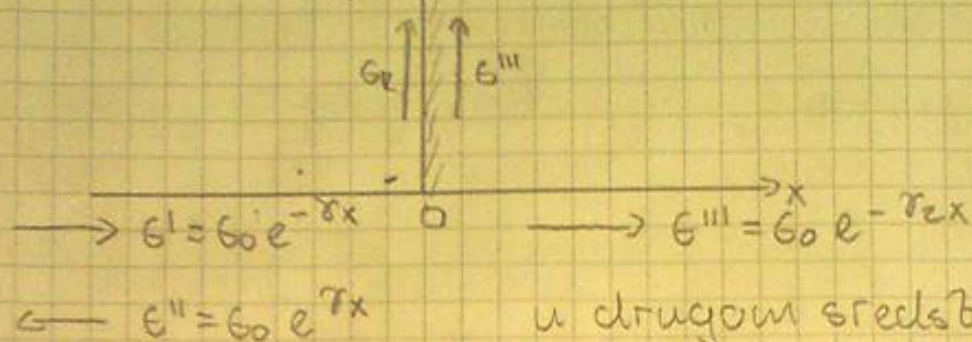
- Impedancija je omjer električnog i magnetskog polja u općenitom slučaju

$$\eta = \eta_1 \frac{\eta_2 + \eta_1 \tanh(\gamma l)}{\eta_1 + \eta_2 \tanh(\gamma l)}$$



15.) Obkroži upad planarnog vala na međi sa i bez gubitaka, dubina prodiranja

①  $\mu_1, \epsilon_1, \sigma_1$  /  $\mu_2, \epsilon_2, \sigma_2$  ②



u drugom sredstvu nema reflektiranog vala jer smatramo da je beskonačno

Za reflektirani val znamo samo da je  $\vec{P}$  okrenuo smjer, a da li će  $\vec{E}$  ili  $\vec{H}$  okrenuti smjer ovisi o svojstvima drugog sredstva (ako val prelazi iz sredstva s većim  $n$  u sredstvo s manjim  $n$  koeficijent refleksije je negativan i  $\vec{E}$  mijenja smjer dok za  $n > 0$  smjer mijenja  $\vec{H}$ )

Uvijek vrijedi:  $\vec{E}^I + \vec{E}^R = \vec{E}^III$

tz.  $\vec{E}_R = \vec{E}^III$  → polje s obje strane granice je jednako

(tangencijalna komponenta elek polja granici prelazi kontinuirano - rubni uvjet)

$P^I = P^R + P^III$  → incidentni snaga dijeli se na reflektiranu i transmitiranu

$$n = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$



U sredstvu bez gubitaka:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \quad H = \frac{E}{\eta} \quad P = \frac{E^2}{2\eta} = \frac{H^2}{2} \eta$$

U sredstvu sa gubitcima:

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0\mu_r}{\sigma + j\omega\epsilon_0\epsilon_r}} = |\eta| e^{j\phi} \quad H = \frac{E}{|\eta|} \quad P = \frac{E^2}{2|\eta|} \cos\phi$$

$\phi$  - faza impedancije - funkcija razlike  $\epsilon$ ,  $\mu$

Dubina prodiranja je dubina na kojoj jakost električnog polja pada na  $\frac{1}{e}$  odnosno 36.8%.

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$$

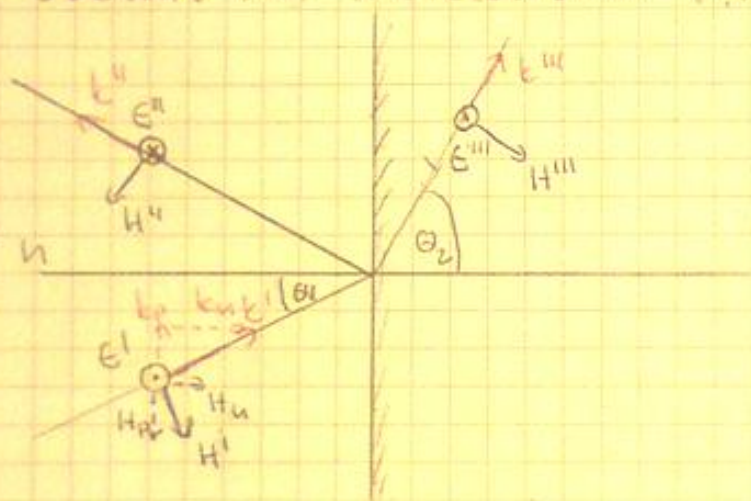


16. Kosi upad planarnog vala na medij bez gubitaka, TE i TM polarizacija

Kad EM val koso upada na granicu dva medija vektori  $\vec{E}$  i  $\vec{H}$  više nisu paralelni s granicom ali ako pretpostavimo linearni sustav val koji upada iz proizvoljnog smjera na granicu možemo dekomponirati na 2 slučaja: (i odvojeno ih predstaviti) TE i TM

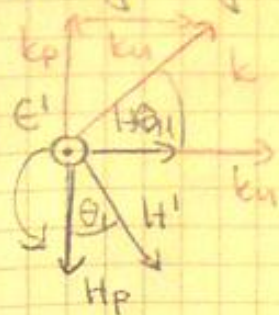
① Transverzalan električni polarizacija

- vektor ele. polja paralelan je s granicom i okomit na incidentnu ravninu



$\vec{k}$  možemo rastaviti na dvije komponente:

- normalna - pridonosi širenju energije preko granice
- tangencijalna - uzrokuje širenje energije paralelno s granicom



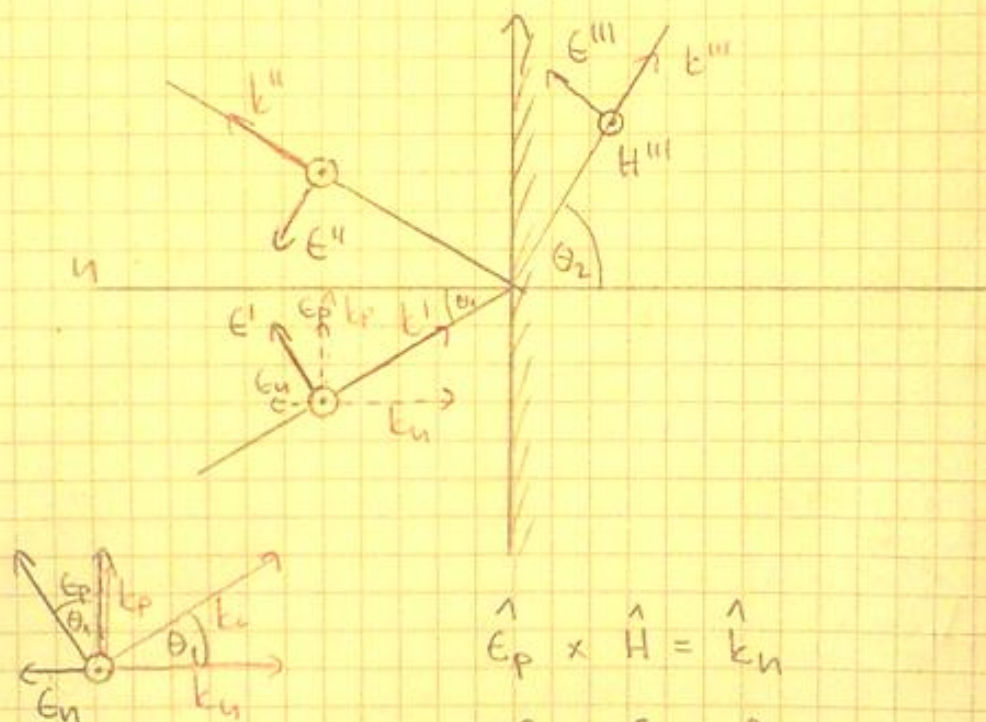
$$\hat{E} \times \hat{H}_p = \hat{k}_n$$



$$Z_n = \frac{E'}{H_p'} = \frac{E'}{H' \cos \theta_1} = \frac{\eta}{\cos \theta_1}$$

$Z_n$  TE je impedancija uvijek veća od  $\eta$   
 - višak energije se nalazi u elek. polju  $\rightarrow$   
 ponuša se kapacitivno

② Transverzalna magnetska polarizacija  
 (H je paralelan s granicom i okomit na  
 incidentnu ravninu)



$$Z_n = \frac{E_p}{H} = \frac{E \cos \theta_1}{H} = \eta \cos \theta_1$$

Impedancija TM uvijek je manja od  $\eta$   
 višak energije nalazi se u magnetskom  
 polju  $\rightarrow$  ponuša se induktivno

REFLEKSIJA I TRANSMISIJA:

Snellov zakon refleksije:  $\theta_1 = \theta_2$

Snellov zakon loma:  $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$

$$\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

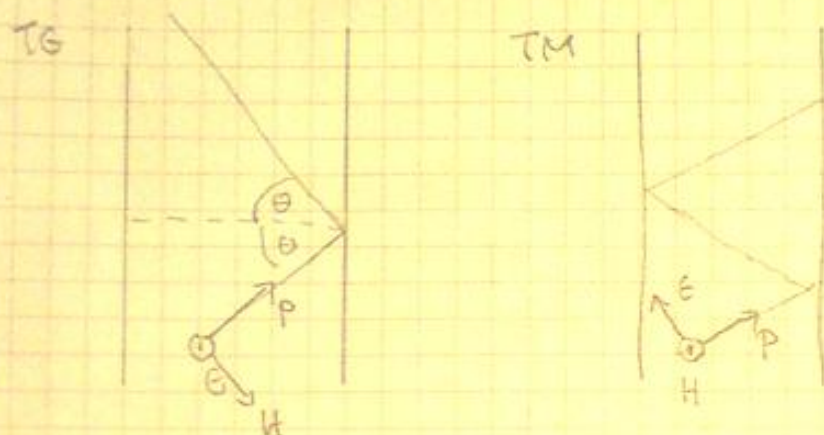
$$\Gamma = 1 + \Gamma$$

$$P_n^i = P_n^r + P_n^t$$



## 17. Vlaknoveč s paralelnim pločama, fizikalna interpretacija širenja vala

- Budući da TEM mod u vlaknovcu ne zadovoljava rubne uvjete, energija je potrebno upućivati pod nekim kutem što rezultira TE ili TM modom ovisno o polarizaciji antene



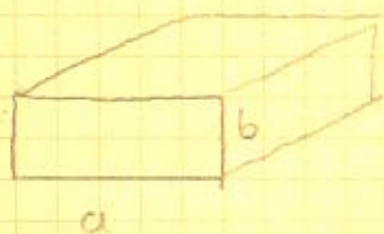
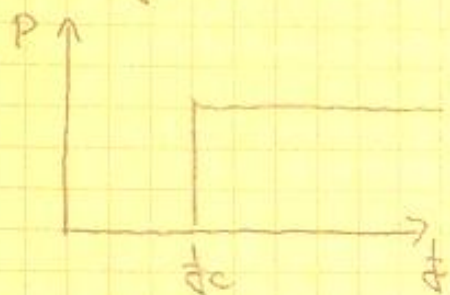
Energija se vlaknovcem prenosi refleksijama od metalnih ploča - normalna komponenta  $\vec{P}$  stvara stajni val u poprečnom smjeru dok paralelna nosi energiju duž vlaknovca

Ovakav vlaknovac može podržati TEM mod ako su ploče beskonačne. Inače se ponaša kao kondenzator



## 18. Pravokutni valovod, impedancija, faktor širenja, fazna i grupna brzina

- Nastao od valovoda s paralelnim pločama, odvajanjem još dviju ploča koje ne mijenjaju svojstva valovoda (teorija odslikavanja)

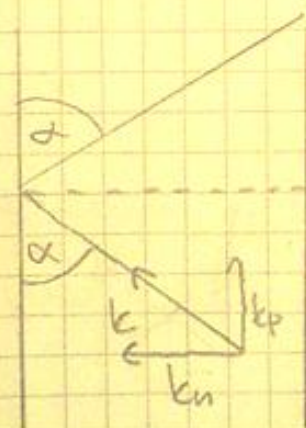


ponaša se kao visobopropusni filter s graničnom frekv.

$$f_c = \frac{V_p}{\lambda_c} = \frac{V_p}{2a}$$

Kako bi valovod vodio energiju stranica mora biti minimalno pola valne duljine

Na taj način osigurava se zadovoljavanje rubnih uvjeta, dakle a i b smjeri mora uvijek biti cijeli broj poluvolova stojnog vala



Zbog refleksije, u valovodu je valna duljina različita od one u slobodnom prostoru

Vrijedi:  $k^2 = k_p^2 + k_n^2$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_p^2} + \frac{1}{\lambda_c^2}$$

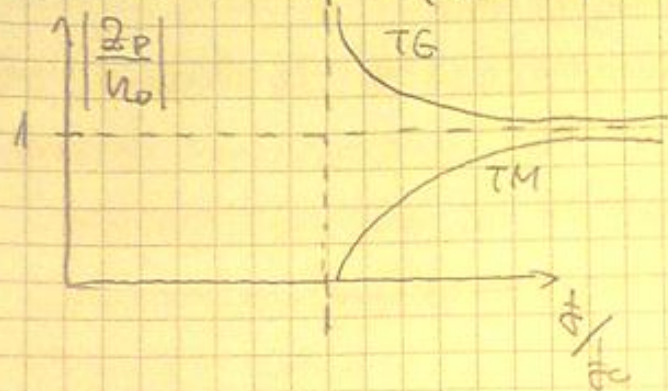
Odnosno  $\lambda_p = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\cos \alpha}$



## Impedancija

$$TE \quad Z_p = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{\eta}{\cos \alpha}$$

$$TM \quad Z = \eta \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = \eta \cos \alpha$$



## Faza brzina

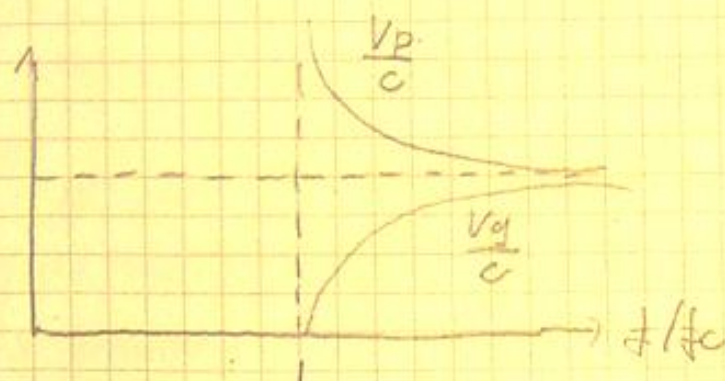
$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{c}{\cos \alpha}$$

- veća nego u slobodnom prostoru
- jednaka za TE i TM - logično

## GRUPNA BRZINA

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} \quad v_g = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = c \cos \alpha$$

- manja nego u slobodnom prostoru

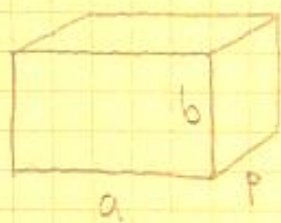
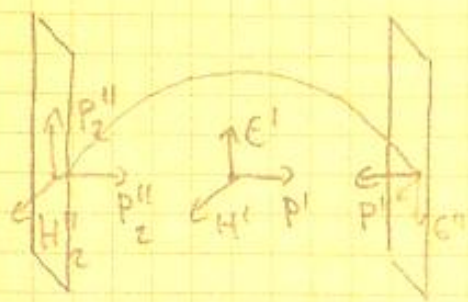


Sva teorija analogna je onoj za kosu upad samo

više ne promatramo  $P_n$  (jer se ne prenosi preko granice) nego  $P_p$ , ako koristite  $\alpha$  umjesto  $\theta$  analogne postaju i



# (19.) Elektromagnetski rezonatori, faktor dobrote, degenerirani modovi, monomodni i multimodni rezonatori



Rezonator - dvije savršene metalne ploče između kojih je stojni val

- zbog neresije dodatno još ploča da napravimo kutiju (svojstva se ne mijenjaju - odslikavanje)

Jednacična rezonatora:

$$\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2$$

To je kvadratna jednadžba, ako je njena diskriminanta jednaka nuli pojavljuju se degenerirani modovi - to su oni modovi koji dijele istu frekvenciju (posljedica višestrukih rješenja kvadratne jednadžbe)

Faktor dobrote omjer je uskladištene energije i disipirane energije po ciklusu

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega}$$

Monomodalni rezonatori su oni koji rezoniraju na samo jednoj frekvenciji dok multimodalni rezoniraju na više frekvencija. To se postiže predimenzioniranjem.



## 20. Širenje vala u dielektričnoj ploči, usporedba prijenosnih struktura

- U dielektričnoj ploči energija se širi fenomenom totalne refleksije. Polje u ploči zadovoljava valnu jednačinu te unutar ploče postoji stojni val u transverzelnom smjeru, putujući val unutar ploče i evanescentno polje van ploče

Razlika između svjetlovoda i vodovoda je evanescentno polje izvan svjetlovoda i to što stjenke nisu metalne pa na njima polje više nije nula

Totalna refleksija -  $\theta_2 = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$

Usporedba:

- ① Dvožična linija - jednostavna implementacija, ali zrači okolo, TEM
- ② Koaksijalna linija - potpuno oklopljena pa ne zrači okolo ali nepraktična za implementaciju, služi za prienos velike snage, gubici rastu s frekvencijom TEM
- ③ Linija s paralelnim pločama - unutra je dielektrik, polje između ploča je homogeno ali se na krajevima rasipa
- ④ Vodovod - velika <sup>(TW, MW)</sup> snaga, manji gubici zbog većeg poprečnog presjeka, visoke frekvencije, TE i TM
- ⑤ Tračasta struktura - TEM, nastala iz koaksijalne nepraktična implementacija



⑥ Mikrotrubasta struktura - nastala iz trske za praktično za implementaciju ali ne za proračun jer ne podržava TEM - moguća simulacija TEM-a na visokim frekvencijama - kvazi TEM

⑦ Fiber - koristi se dielektrik umjesto metala, jer svojstva (vodljivost) materijala ovisi o frekvenciji, na HF izobličeni signali

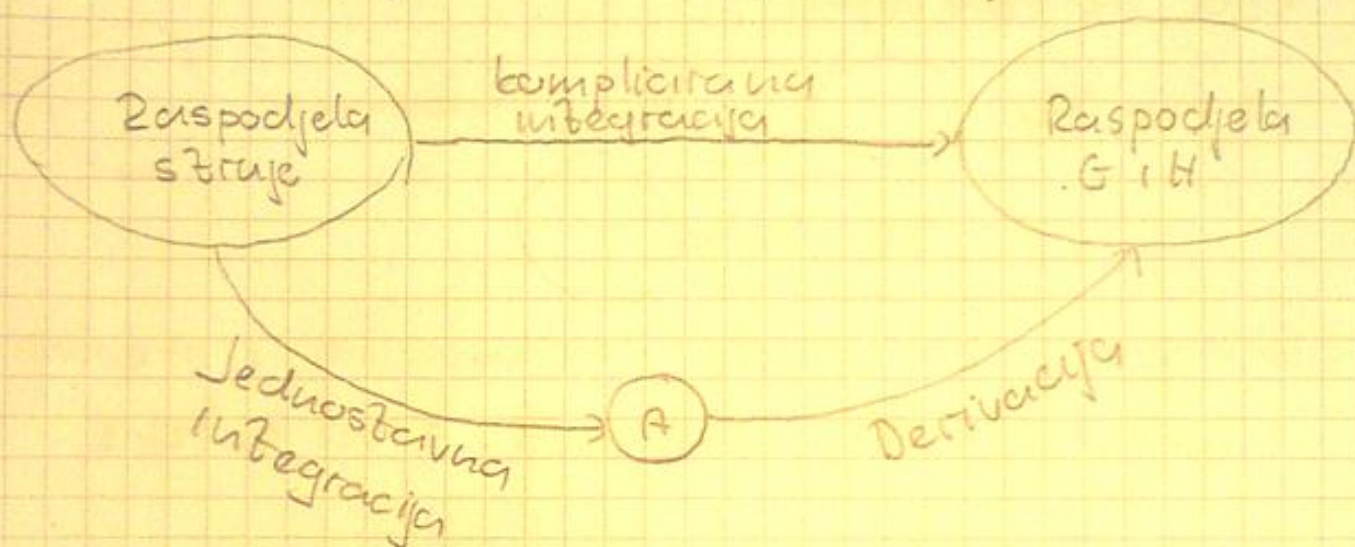


## 21) Vektorski potencijal, zračenje, Hertsov dipol

Vektorski potencijal izmišljen je matematička veličina koja služi za pojednostavljenje proračuna raspodjele električnog i magnetskog polja antene

$$\nabla^2 \vec{G} + k^2 \vec{G} = -\frac{1}{\epsilon_0} (\vec{J}) \rightarrow \text{valna jednačina prestaje biti homogena}$$

$\frac{1}{\epsilon_0} (\vec{J})$  ovisi o geometriji



$$\vec{A} = \text{rot } \vec{B}$$

Zračenje je posljedica promjene brzine naboja u gibanju - potrebna izmjenična struja ili geometrijski izobličen vodič sa istosmjernom strujom to stvara promjenjivo magnetsko polje koje stvara ele. polje...

Hertsov dipol



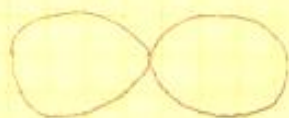
## 22) Parametri antena, antenski niz s 2 zračeća elementa.

Parametri antena:

- Dijagram zračenja - prostorna raspodjela zračne snage - zbog jednostavnije praktične upotrebe daje se u E i H ravnini

- Za Hertzov dipol

E-ravnina

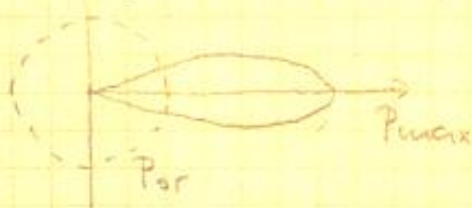


H-ravnina



3D - Torus

- Usmjerenost - omjer maksimalne i srednje snage na nekoj udaljenosti  $r$  od antene



$$D = \frac{P_{max,r}}{P_{0r,r}}$$

- Dobitak -  $G = k \cdot D$  - uzima u obzir disipaciju  $k$  je faktor iskorisćenja antene

$$k = \frac{\text{Izračena snaga}}{\text{Privredena snaga}}$$

Niz sa 2 zračećih elementa



- Oblik dijagrama zračenja posljedica je superpozicije polja pojedinih elemenata odnosno faze razlike među njima

Nizovi antena  $\rightarrow$  suženje dijagrama zračenja (usmjerenanje).