

Prijenos i razdjela električne energije

Auditorne vježbe 1

Prof. dr. sc. Ivica Pavić

Izv. prof. dr. sc. Marko Delimar

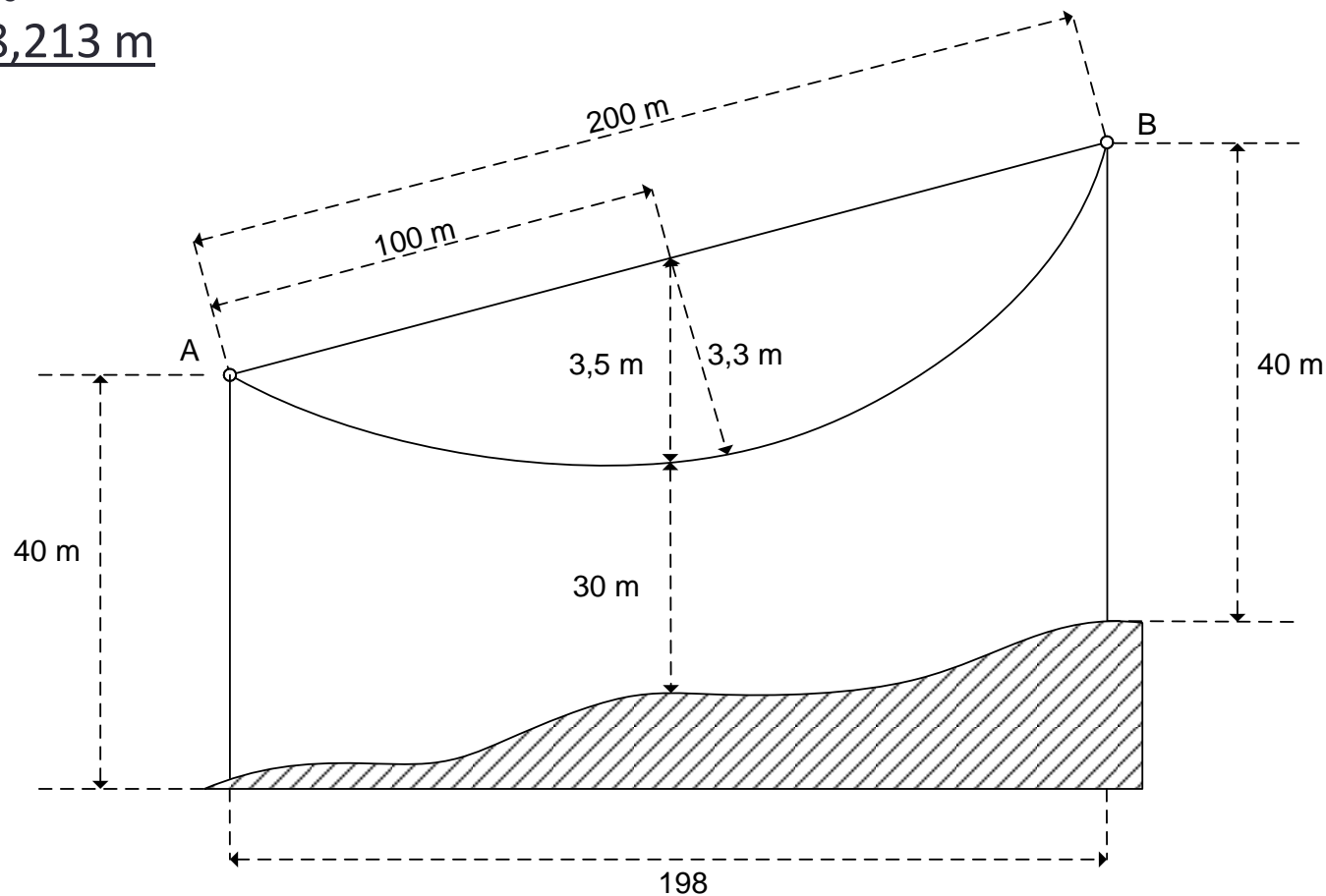
Frano Tomašević, dipl.ing.

Kristina Baranašić, mag.ing.

Zadatci

ZADATAK 1. Korištenjem podataka sa slike odrediti sljedeće vrijednosti:

- a) Raspon (a) = 198 m
- b) Provjes (f) = 3,5 m
- c) Sigurnosnu visinu (h_s) = 30 m
- d) Denivelaciju (h) = 28,213 m



Zadatci

ZADATAK 2. Zadani su sljedeći podatci o AlČe užetu:

nazivni presjek	240/40 mm ²	spec. težina	$3.5 \cdot 10^{-3}$ daN/(m·mm ²)
stvarni presjek	282.58 mm ²	temp.koefic. rastezanja	$1.89 \cdot 10^{-5}$ 1/K
promjer	21.9 mm	modul elastičnosti	$7.7 \cdot 10^4$ N/mm ²
dopušteno naprezanje	110 N/mm ²	$k_{\text{leda}}=1.8$; $\sigma_{\text{max}}=\sigma_d$; $g=10$ m/s ²	

Raspon voda je 200 m.

Odredite:

- Najveći provjes vodiča prema jednadžbi parabole i jednadžbi lančanice
- Duljinu vodiča pri stanju maksimalnog provjesa prema jednadžbi parabole i jednadžbi lančanice
- Postotnu pogrešku približnog proračuna

- temperaturni raspon pri kojem se analizira stanje vodiča je od -20 °C do +40 °C
- maksimalno naprezanje užeta može nastupiti pri temperaturi -5°C (+ led) ili pri temperaturi -20°C.
- temperatura pri kojoj nastupa maksimalno naprezanje se određuje **kriterijem kritičnog raspona**:

$$a_{kr} = \sigma_{\max} \cdot \sqrt{\frac{360 \cdot \beta}{\gamma_z^2 - \gamma_0^2}}$$

- ako je $a > a_{kr} \rightarrow \sigma_{\max}$ nastupa pri -5°C + led
- ako je $a < a_{kr} \rightarrow \sigma_{\max}$ nastupa pri -20°C

- Maksimalni provjes (f_{\max}) može nastupiti pri temperaturi -5°C (+ led) ili pri $+40^{\circ}\text{C}$
- Ta temperatura se određuje **kriterijem kritične temperature**:

$$\vartheta_{kr} = \frac{\sigma_z}{\beta \cdot E} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_z} \right) - 5$$

$$\vartheta_{kr} < 40^{\circ}\text{C} \Rightarrow f_{\max} \text{ kod } +40^{\circ}\text{C}$$

$$\vartheta_{kr} > 40^{\circ}\text{C} \Rightarrow f_{\max} \text{ kod } -5^{\circ}\text{C} + \text{led}$$

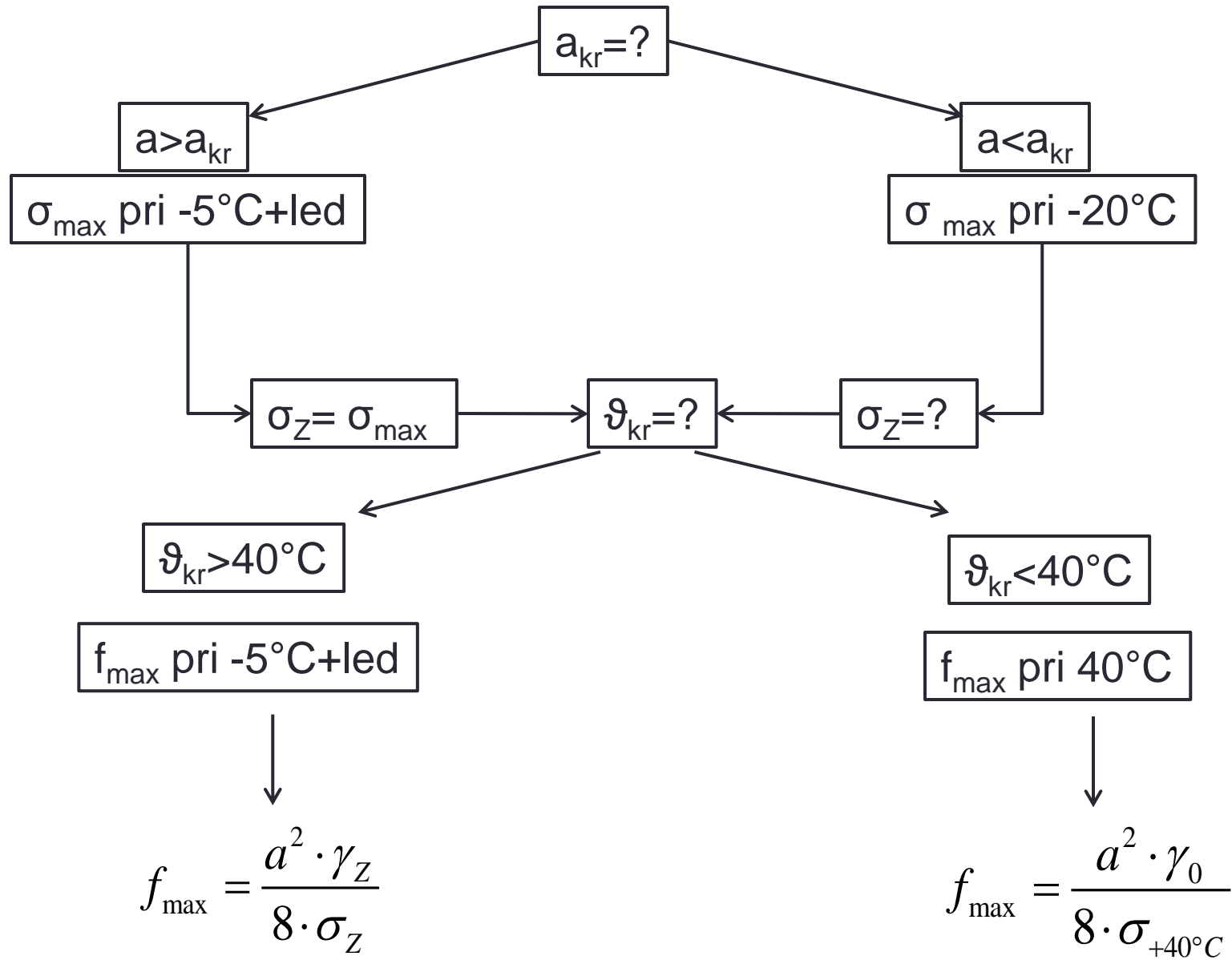
- Ukoliko σ_{\max} nastupa pri $-5^{\circ}\text{C} + \text{led}$ tada je $\sigma_z = \sigma_{\max}$
- Inače je σ_z potrebno odrediti korištenjem jednadžbe stanja.

- Ukoliko f_{\max} nastupa pri -5°C (+ led) :

$$f_{\max} = \frac{a^2 \cdot \gamma_z}{8 \cdot \sigma_z}$$

- Ukoliko f_{\max} nastupa pri $+40^{\circ}\text{C}$:

$$f_{\max} = \frac{a^2 \cdot \gamma_0}{8 \cdot \sigma_{+40^{\circ}\text{C}}}$$



RJEŠENJE:

$$\gamma_0 = 35 \cdot 10^{-3} \text{ N / m} \cdot \text{mm}^2$$

$$\gamma_l = k \cdot \frac{0.18 \cdot \sqrt{d} \cdot g}{A}$$

$$\gamma_Z = \gamma_0 + \gamma_l = 88.657 \cdot 10^{-3} \text{ N / m} \cdot \text{mm}^2$$

$$a_{kr} = \sigma_{\max} \cdot \sqrt{\frac{360 \cdot \beta}{\gamma_Z^2 - \gamma_0^2}} = 111.392 \text{ m}$$

$a > a_{kr}$ \longrightarrow **najveće naprezanje nastupa pri -5°C uz dodatni zimski teret**

$$\vartheta_{kr} = \frac{\sigma_{\max}}{\beta \cdot E} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_Z} \right) - 5$$

$$\vartheta_{kr} = 40.75 \text{ }^\circ\text{C}$$

$\vartheta_{kr} > 40^\circ\text{C}$ \longrightarrow **najveći provjes nastupa pri -5°C uz dodatni zimski teret**

a) Provjes užeta

- korištenjem jednadžbe lančanice:

$$f_{lan} = \frac{\sigma_{\max}}{\gamma_Z} \cdot \left[ch \left(\frac{a \cdot \gamma_Z}{2 \cdot \sigma_{\max}} \right) - 1 \right]$$

$$f_{lan} = 4.0320 \text{ m}$$

- korištenjem jednadžbe parabole:

$$f_{par} = \frac{a^2 \cdot \gamma_Z}{8 \cdot \sigma_{\max}}$$

$$f_{par} = 4.0299 \text{ m}$$

b) Duljina užeta

- korištenjem jednadžbe lančanice:

$$l_{lan} = \frac{2 \cdot \sigma_{\max}}{\gamma_Z} \cdot sh \left(\frac{a \cdot \gamma_Z}{2 \cdot \sigma_{\max}} \right)$$

$$l_{lan} = 200.2166 \text{ m}$$

- korištenjem jednadžbe parabole:

$$l_{par} = a \cdot \left(1 + \frac{a^2 \cdot \gamma_Z^2}{24 \cdot \sigma_{\max}^2} \right)$$

$$l_{par} = 200.2165 \text{ m}$$

c) Postotne pogreške približnog računa

- provjes užeta:

$$\Delta f = \frac{f_{par} - f_{lan}}{f_{lan}} = -0.052\%$$

- duljina užeta:

$$\Delta l = \frac{l_{par} - l_{lan}}{l_{lan}} = -5 \cdot 10^{-5}\%$$

Zadatci

ZADATAK 3. Odredite montažne tablice za AlČe uže. Zadani su sljedeći podatci:

nazivni presjek	240/40 mm ²	spec. težina	3.5 · 10 ⁻³ daN/(m · mm ²)
stvarni presjek	282.58 mm ²	temp.koefic. rastezanja	1.89 · 10 ⁻⁵ 1/K
promjer	21.9 mm	modul elastičnosti	7.7 · 10 ⁴ N/mm ²
dopušteno naprezanje	110 N/mm ²	k _{leda} =1.8; σ _{max} =σ _d ; g=10 m/s ²	

Raspon voda je 170 m.

RJEŠENJE

$$\gamma_0 = 35 \cdot 10^{-3} \text{ N / m} \cdot \text{mm}^2$$

$$\gamma_l = k \cdot \frac{0.18 \cdot \sqrt{d} \cdot g}{A} = 53.657 \text{ N / m} \cdot \text{mm}^2$$

$$\gamma_Z = \gamma_0 + \gamma_l = 88.657 \cdot 10^{-3} \text{ N / m} \cdot \text{mm}^2$$

$$a_{kr} = \sigma_{\max} \cdot \sqrt{\frac{360 \cdot \beta}{\gamma_Z^2 - \gamma_0^2}} = 111.392 \text{ m}$$

$$a > a_{kr} \longrightarrow \text{najveće naprezanje nastupa pri } -5^{\circ}\text{C} \\ \text{uz dodatni zimski teret}$$

Početno stanje:

$$\vartheta_1 = -5^{\circ}\text{C}$$

$$\gamma_1 = \gamma_Z = 88.657 \text{ N/m} \cdot \text{mm}^2$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = 110 \text{ N/mm}^2$$

Iz kritične temperature:

$$\vartheta_{kr} = 40.75^{\circ}\text{C} \longrightarrow \text{najveći provjes nastupa pri } -5^{\circ}\text{C} \\ \vartheta_{kr} > 40^{\circ}\text{C} \text{ uz dodatni zimski teret}$$

- jednađbom stanja zategnutog vodiča je dana funkcionalna ovisnost temperature okoline i naprezanja vodiča:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{E} + \beta \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) = \frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_1^2}{\sigma_1^2} - \frac{\gamma_2^2}{\sigma_2^2} \right)$$

- poznavanjem jednog (početnog) stanja vodiča (σ_1) pri nekoj temperaturi (ϑ_1) moguće je odrediti stanje (σ_2) vodiča pri bilo kojoj drugoj temperaturi (ϑ_2)

- korištenjem jednadžbe stanja:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{E} + \beta \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) = \frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_1^2}{\sigma_1^2} - \frac{\gamma_2^2}{\sigma_2^2} \right)$$

- uvrštavanjem poznatih vrijednosti dobije se:

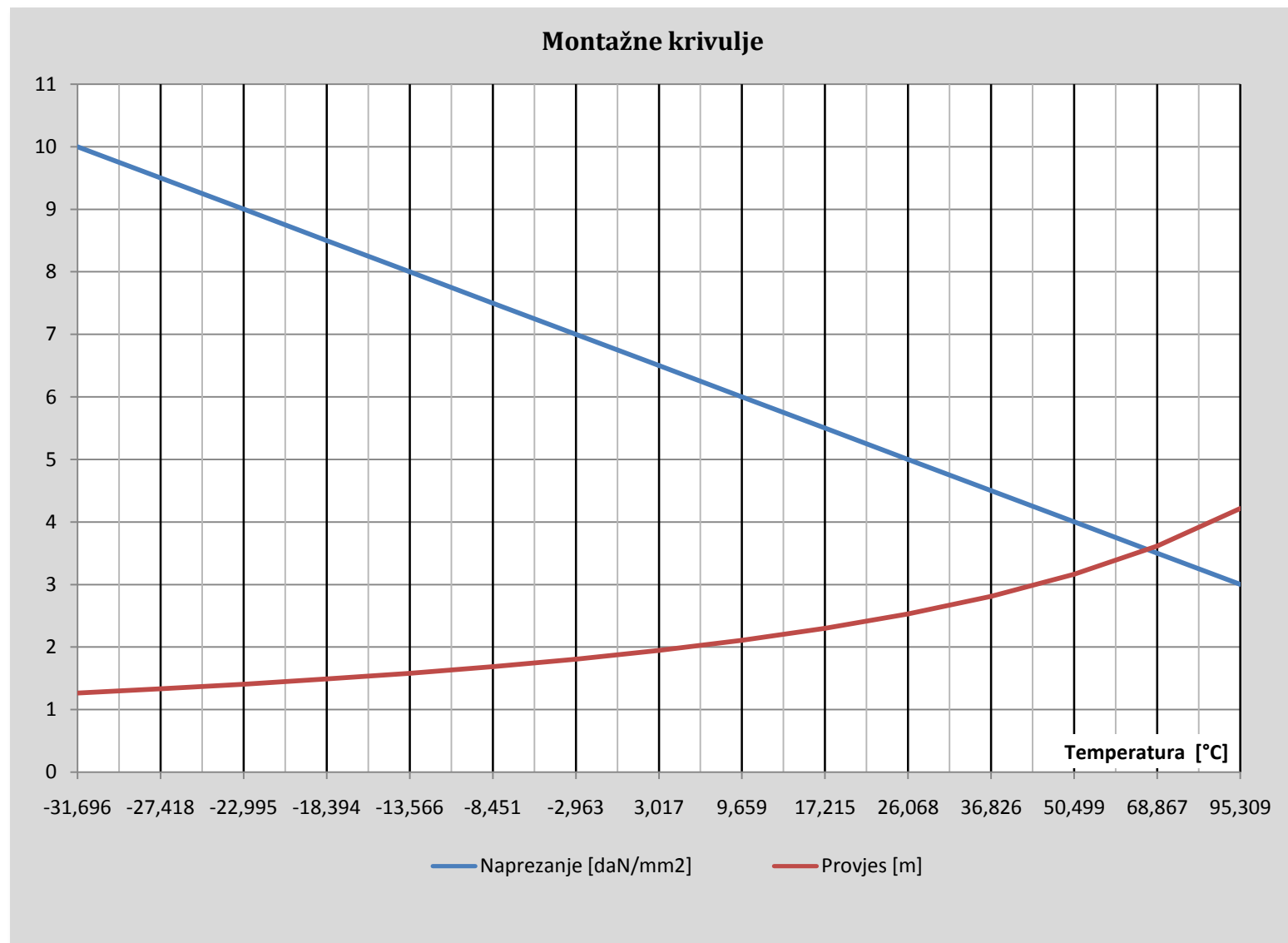
$$\vartheta_2 = \vartheta_1 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\beta \cdot E} + \frac{a^2}{24 \cdot \beta} \cdot \left(\frac{\gamma_2^2}{\sigma_2^2} - \frac{\gamma_1^2}{\sigma_1^2} \right)$$

$$\vartheta_2 = \frac{78047.840}{\sigma_2^2} - 0.687 \cdot \sigma_2 + 29.199$$

Montažne tablice

σ_2 [N/mm ²]	ϑ_2 [°C]	f [m]
100	-31.696	1.264
95	-27.418	1.331
90	-22.995	1.405
85	-18.394	1.488
80	-13.566	1.580
75	-8.451	1.686
70	-2.963	1.806
65	3.017	1.945
60	9.659	2.107
55	17.215	2.299
50	26.068	2.529
45	36.826	2.810
40	50.499	3.161
35	68.867	3.613
30	95.309	4.215

Montažne krivulje:



Zadatci

ZADATAK 4. Izračunajte naprezanje AlČe voda pri temperaturi 10 °C. Zadani su sljedeći podatci:

nazivni presjek	240/40 mm ²	spec. težina	3.5 · 10 ⁻³ daN/(m · mm ²)
stvarni presjek	282.58 mm ²	temp.koefic. rastezanja	1.89 · 10 ⁻⁵ 1/K
promjer	21.9 mm	modul elastičnosti	7.7 · 10 ⁴ N/mm ²
dopušteno naprezanje	110 N/mm ²	k _{leda} =1.8; σ _{max} =σ _d ; g=10 m/s ²	

Raspon voda je 150 m.

RJEŠENJE

$$\gamma_0 = 35 \cdot 10^{-3} \text{ N / m} \cdot \text{mm}^2$$

$$\gamma_l = k \cdot \frac{0.18 \cdot \sqrt{d} \cdot g}{A} = 53.657 \text{ N / m} \cdot \text{mm}^2$$

$$\gamma_z = \gamma_0 + \gamma_z = 88.657 \cdot 10^{-3} \text{ N / m} \cdot \text{mm}^2$$

$$a_{kr} = \sigma_{\max} \cdot \sqrt{\frac{360 \cdot \beta}{\gamma_Z^2 - \gamma_0^2}} = 111.392 \text{ m}$$

$a > a_{kr}$ \longrightarrow **najveće naprezanje nastupa pri -5°C uz dodatni zimski teret**

Početno stanje:

$$\vartheta_1 = -5^\circ\text{C}$$

$$\gamma_1 = \gamma_Z = 88.657 \text{ N/m} \cdot \text{mm}^2$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = 110 \text{ N/mm}^2$$

Uvrštavanjem poznatih podataka u jednadžbu stanja:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{E} + \beta \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) = \frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_1^2}{\sigma_1^2} - \frac{\gamma_2^2}{\sigma_2^2} \right)$$

Dobije se:

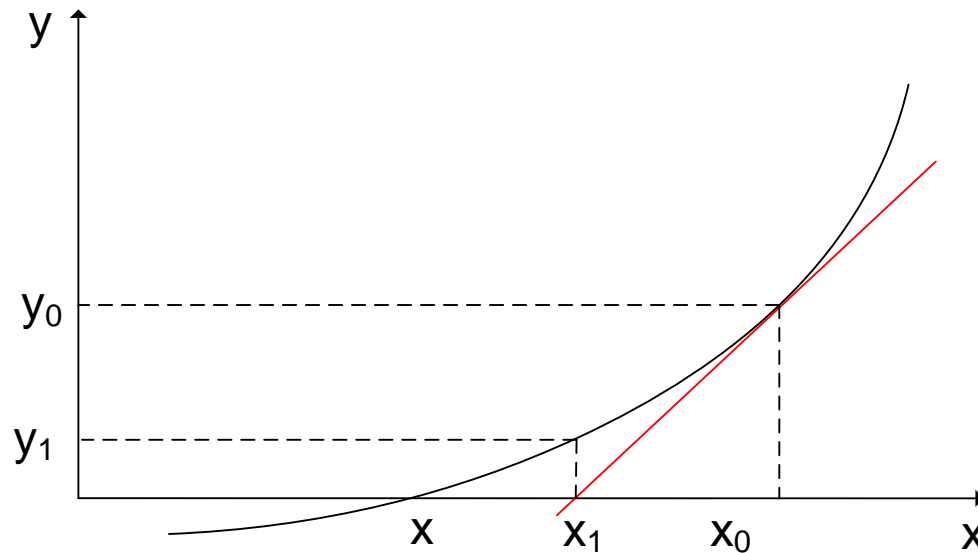
$$\frac{110 - \sigma_2}{77000} + 1.89 \cdot 10^{-5} \cdot (-5 - 10) = \frac{150^2}{24} \cdot \left[\frac{(88.657 \cdot 10^{-3})^2}{110^2} - \frac{(35 \cdot 10^{-3})^2}{\sigma_2^2} \right]$$

Sređivanjem navedenog izraza dobije se:

$$\sigma_2^3 - 41.275 \cdot \sigma_2^2 - 88429.880 = 0$$

NEWTONOVA METODA :

- Približavanje rješenju preko tangenti:



- Postupak rješavanja:

Korak 1. Odabrati proizvoljnu točku na krivulji s koordinatama (x_0, y_0) , te iz nje povući tangentu na krivulju. Jednadžba tangente u toj točki je:

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0) = y'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Korak 2. Odrediti presjecište tangente s osi apsisa čime se dobije nova točka s koordinatama T $(x_1, 0)$. Vrijednost x_1 je moguće izračunati pomoću sljedećeg izraza:

$$y_T - y_0 = y'_0 \cdot (x_T - x_0)$$
$$-y_0 = y'_0 \cdot (x_1 - x_0) \longrightarrow x_1 = x_0 - \frac{y_0}{y'_0}$$

Korak 3. Podizanjem okomice iz te točke se dobije nova točka na krivulji T1(x_1, y_1). Povlačenjem tangente iz T1 je moguće dobiti vrijednost x_2 koja će biti još bliže traženom rješenju(x). Postupak se ponavlja dok se ne dobije vrijednost (x_n) koja će zadovoljavati traženu točnost ε , odnosno dok ne bude ispunjen uvjet da je:

$$\Delta x_n = x_n - x_{n-1} < \varepsilon$$

Primjena Newtonove metode na zadanu jednadžbu:

$$\sigma_2^3 - 41.275 \cdot \sigma_2^2 - 88429.880 = 0$$

, odnosno na jednadžbu:

$$y = x^3 - 41.275 \cdot x^2 - 88429.880$$

ITERATIVNI POSTUPAK:

- Za točnost je odabrana vrijednost $\varepsilon=0.01$.

1. Iteracija: $x_0 = 70$ \longrightarrow **pretpostavljena vrijednost**

$$y_0 = 52322.620$$
$$y' = 3 \cdot x^2 - 82.550 \cdot x$$
$$y'_0 = 8921.5$$
$$x_1 = x_0 - \frac{y_0}{y'_0} = 64.135$$
$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 = -5.865$$

2. Iteracija:

$$y_1 = 5600.117$$

$$y_1' = 7045.550$$

$$x_2 = x_1 - \frac{y_1}{y_1'} = 63.340$$

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 = -0.795$$

3. Iteracija:

$$y_2 = 93.920$$

$$y_2' = 6807.150$$

$$x_3 = x_2 - \frac{y_2}{y_2'} = 63.326$$

$$\Delta x_3 = x_3 - x_2 = -0.014$$

4. Iteracija:

$$y_3 = -1.351$$

$$y'_1 = 6802.986$$

$$x_4 = x_3 - \frac{y_3}{y'_3} = 63.326$$

$$\Delta x_4 = x_4 - x_3 = -0.0002$$

Iz navedenog slijedi da je naprezanje pri temperaturi $\vartheta_2=10\text{ }^{\circ}\text{C}$ jednako:

$$\sigma_2 = 63.326\text{ N} / \text{mm}^2$$

Zadatci

ZADATAK 5. Odredite duljinu užeta pri stanju maksimalnog naprezanja. Zadani su sljedeći podatci o AlČe užetu:

nazivni presjek	360/57 mm ²	spec. težina	$3.5 \cdot 10^{-3}$ daN/(m·mm ²)
stvarni presjek	360.2/57.3 mm ²	temp.koefic. rastezanja	$1.89 \cdot 10^{-5}$ 1/K
promjer	26.6 mm	modul elastičnosti	$7.7 \cdot 10^4$ N/mm ²
dopušteno naprezanje	110 N/mm ²	$k_{\text{leda}}=1.0$; $\sigma_{\text{max}}=\sigma_d$; $g=10$ m/s ²	

Raspon voda je 200 m.

RJEŠENJE

$$\gamma_0 = 34.5 \cdot 10^{-3} \text{ N} / (m \cdot mm^2)$$

$$\gamma_l = k \cdot \frac{0.18 \cdot \sqrt{d} \cdot g}{A}$$

$$\gamma_Z = \gamma_0 + \gamma_l = 56.736 \cdot 10^{-3} \text{ N} / (m \cdot mm^2)$$

$$a_{kr} = \sigma_{\max} \cdot \sqrt{\frac{360 \cdot \beta}{\gamma_Z^2 - \gamma_0^2}} = 201.448 \text{ m}$$

$$a < a_{kr} \quad \longrightarrow \quad \text{najveće naprezanje nastupa pri } -20^\circ\text{C}$$

- stanje za koje se računa duljina užeta: $\vartheta = -20^\circ\text{C}$

$$\gamma = \gamma_0$$

$$\sigma = \sigma_{\max} = 110 \text{ N} / mm^2$$

- korištenjem jednadžbe za proračun duljine užeta po paraboli:

$$l = a \cdot \left(1 + \frac{a^2 \cdot \gamma_0^2}{24 \cdot \sigma_{\max}^2} \right)$$

$$l = 200.033 \text{ m}$$

Zadatci

ZADATAK 6. Odredite i komentirajte uvjete pri kojima nastupa najveći provjes, te u tim uvjetima izračunajte provjes, relativni provjes, duljinu i otpust vodiča za AlČe uža pri rasponu od 200m. Podatci vodiča su:

nazivni presjek	50/8 mm ²	spec. težina	$3.7 \cdot 10^{-3}$ daN/(m·mm ²)
stvarni presjek	48.3/8 mm ²	temp.koefic. rastezanja	$1.89 \cdot 10^{-5}$ 1/K
promjer	9.6 mm	modul elastičnosti	$7.7 \cdot 10^4$ N/mm ²
dopušteno naprezanje	90 N/mm ²	$k_{\text{leda}}=1.0$; $\sigma_{\text{max}}=\sigma_d$; $g=10$ m/s ²	

RJEŠENJE:

- stanje pri kojem nastupa maksimalni provjes je određeno kriterijem kritične temperature:

$$g_{kr} = \frac{\sigma_z}{\beta \cdot E} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_z} \right) - 5$$

- kako bi se kritična temperatura mogla odrediti potrebno je znati naprezanje σ_z . Korištenjem kriterija kritičnog raspona se provjerava da li je $\sigma_z = \sigma_{\max}$.

$$\gamma_0 = 37 \cdot 10^{-3} \text{ N} / (m \cdot mm^2)$$

$$\gamma_l = k \cdot \frac{0.18 \cdot \sqrt{d} \cdot g}{A}$$

$$\gamma_z = \gamma_0 + \gamma_l = 136.060 \cdot 10^{-3} \text{ N} / (m \cdot mm^2)$$

$$a_{kr} = \sigma_{\max} \cdot \sqrt{\frac{360 \cdot \beta}{\gamma_z^2 - \gamma_0^2}} = 56.699 \text{ m}$$

$$a > a_{kr} \longrightarrow \sigma_z = \sigma_{\max}$$

- primjenom kriterija kritične temperature:

$$g_{kr} = \frac{\sigma_{\max}}{\beta \cdot E} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_Z} \right) - 5$$

$$g_{kr} = 40.025 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$g_{kr} > 40 \text{ } ^\circ\text{C} \longrightarrow$$

najveći provjes nastupa pri -5°C uz dodatni zimski teret

- korištenjem jednadžbe parabole:

$$f = \frac{a^2 \cdot \gamma_Z}{8 \cdot \sigma_{\max}}$$

$$f = 7.559 \text{ m}$$

$$\varphi = \frac{f}{a} \cdot 100\%$$

$$\varphi = 3.78 \%$$

- duljina užeta i relativni otpust:

$$l = a \cdot \left(1 + \frac{a^2 \cdot \gamma_z^2}{24 \cdot \sigma_{\max}^2} \right)$$

$$l = 200.762 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{l - a}{a} \cdot 1000 \text{ ‰}$$

$$\lambda = 3.8 \text{ ‰}$$

Zadatci

ZADATAK 7. Zadani su sljedeći podatci o AlČe užetu:

nazivni presjek	240/40 mm ²	spec. težina	$3.5 \cdot 10^{-3}$ daN/(m·mm ²)
stvarni presjek	282.58 mm ²	temp.koefic. rastezanja	$1.89 \cdot 10^{-5}$ 1/K
promjer	21.9 mm	modul elastičnosti	$7.7 \cdot 10^4$ N/mm ²
dopušteno naprezanje	110 N/mm ²	$k_{leda}=2.0$; $\sigma_{max}=\sigma_d$; $g=10$ m/s ²	

- a) Izračunajte najveći provjes vodiča pri rasponu od 200m. Poznato je da je $a > a_{kr}$.
- b) Odredite duljinu i relativni otpust vodiča pri temperaturi $\vartheta = 15$ °C ukoliko je naprezanje pri toj temperaturi $\sigma = 49.668$ N/mm² (uz raspon $a=200$ m)

RJEŠENJE:

a) Iz uvjeta $a > a_{kr}$ slijedi da je $\sigma_{max} = \sigma_{-5} = 110 \text{ N/mm}^2$

$$\gamma_0 = 0.035 \text{ N} / (m \cdot mm^2)$$

$$\gamma_z = \gamma_0 + \gamma_l = \gamma_0 + k_{leda} \cdot 0.18 \cdot \frac{\sqrt{d} \cdot g}{A} \text{ N} / (m \cdot mm^2)$$

$$\gamma_z = 94.6 \cdot 10^{-3} \text{ N} / (m \cdot mm^2)$$

$$\vartheta_{kr.} = \frac{110}{1.89 \cdot 10^{-5} \cdot 7.7 \cdot 10^4} \cdot \left(1 - \frac{0.0350}{0.0946} \right) - 5^\circ \text{C}$$

$$\vartheta_{kr.} = 42.621^\circ \text{C}$$

$\vartheta_{kr.} > 40^\circ \text{C} \longrightarrow$ Najveći provjes nastupa pri -5°C uz dodatni zimski teret

a)

$$f_{\max} = \frac{a^2 \cdot \gamma_Z}{8 \cdot \sigma_{\max}}$$

$$f_{\max} = 4.3 \text{ m}$$

b)

$$l_{15} = a \cdot \left(1 + \frac{a^2 \cdot \gamma_0^2}{24 \cdot \sigma_{15}^2} \right) = 200 \cdot \left(1 + \frac{200^2 \cdot 0.035^2}{24 \cdot 49.668^2} \right)$$

$$l_{15} = 200.166 \text{ m}$$

$$\lambda_{15} = \frac{l_{15} - a}{a} = 0.828 \text{ ‰}$$