

# Prijenos i razdjela električne energije

## 2. domaća zadaća

### Prijenosne jednadžbe

by Vedax

**Zadatak:**

Za sljedeća pogonska stanja odredite prilike na vodu i gubitke snage na vodu:

- a) zadano pogonsko stanje (napomena pogonsko stanje može biti na kraju i na početku voda, snaga može biti induktivna i kapacitivna)
- b) prazni hod (pogonski napon je na početku voda)
- c) vod zaključen karakterističnom impedancijom (pogonski napon jena početku voda)

Grafički prikažite raspodjelu napona i struja duž voda za sva pogonska stanja.

- d) Odredite duljinu voda pri kojoj iznos napona na kraju voda u praznom hodu dostiže vrijednost za 5% veću od nazivne.

**Rješenje:**

Ulazni podaci:

Pogonsko stanje zadano na	početku voda
Pogonski napon	410 kV
Pogonska snaga	1571 MVA
Faktor opterećenja	0.950
Vrsta opterećenja	induktivno
Uzdužni jedinični radni otpor	0.019 $\Omega/\text{km}$
Uzdužna jedinična reaktancija	0.298 $\Omega/\text{km}$
Poprečna jedinična susceptancija	3.982 $\mu\Omega/\text{km}$
Dužina	125 km

Prijenosne jednačbe koje će se koristiti u nastavku:

$$V_2 = V_1 \operatorname{ch}(\theta) - I_1 Z \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} \quad (1)$$

$$I_2 = I_1 \operatorname{ch}(\theta) - V_1 Y \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} \quad (2)$$

odnosno:

$$V_1 = V_2 \operatorname{ch}(\theta) + I_2 Z \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} \quad (3)$$

$$I_1 = I_2 \operatorname{ch}(\theta) + V_2 Y \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} \quad (4)$$

Također vrijede relacije:

$$\theta = \gamma l \quad (5)$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \quad (6)$$

$$Y_1 = G_1 + jB_1 \quad (7)$$

$$\gamma = \sqrt{Z_1 Y_1} \quad (8)$$

$$Z = Z_1 l \quad (9)$$

$$Y = Y_1 l \quad (10)$$

$$\theta = \sqrt{ZY} \quad (11)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} \quad (12)$$

$$S = 3VI^* \rightarrow I = \left(\frac{S}{3V}\right)^* \quad (13)$$

$$P = S \cos \varphi \quad (14)$$

$$Q = S \sin \varphi \quad (15)$$

$$S = P + jQ \text{ (ind)} \quad (16)$$

- $R_1$  - jedinični radni otpor
- $X_1$  - jedinična reaktancija
- $Z_1$  - jedinična impedancija
- $G_1$  - jedinični odvod
- $B_1$  - jedinična susceptancija
- $Y_1$  - jedinična admitancija
- $\gamma$  - dubina prodiranja
- $l$  - duljina vodiča
- $Z_c$  - karakteristična impedancija
- $U_1, V_1, I_1$  - linijski napon, fazni napon i struja na početku voda
- $U_2, V_2, I_2$  - linijski napon, fazni napon i struja na kraju voda
- $S, P, Q$  - prividna, radna i jalova snaga
- $\cos \varphi$  - faktor opterećenja

Iz zadanih podataka mogu se odrediti vrijednosti koje su potrebne za daljnje računanje:

$$Z_1 = R_1 + jX_1 = 0.019 + j0.298 \left[ \frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

$$Z = Z_1 l = 2.375 + j37.25 [\Omega]$$

$$Y_1 = 0 + j3.892 \cdot 10^{-6} = j3.982 \left[ \frac{\mu\text{S}}{\text{km}} \right]$$

$$Y = Y_1 l = j497.75 [\mu\text{S}]$$

$$\theta = \sqrt{ZY} = 0.004338661486696 + j0.136235133073287$$

$$\text{ch}(\theta) = 0.990743663263888 + j0.000589253266890$$

$$\text{sh}(\theta) = 0.004298474403555 + j0.135815381323558$$

$$\varphi = \arccos(0.95) = 18.19487234^\circ$$

$$\sin \varphi = 0.3122498999$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} = 273.7019248082104 - j8.716547436858251 [\Omega]$$

Linijski i fazni napon na početku voda za sve slučajeve iznose:

$$U_1 = 410 [\text{kV}]$$

$$V_1 = \frac{410}{\sqrt{3}} = 236.7136104 [\text{kV}]$$

### a) Pogonsko stanje

Najprije se može naći prividna snaga na početku voda:

$$S_1 = |S_1| \cos \varphi + j|S_1| \sin \varphi = 1571 \cdot 0.95 + j1571 \cdot 0.3122498999$$

$$S_1 = 1492.45 + j490.5445927741944 \text{ [MVA]}$$

Nakon toga računa se struja na početku voda:

$$I_1 = \left( \frac{S_1}{3V_1} \right)^* = 2101.625388419651 - j690.7708602138937 \text{ [A]}$$

$$|I_1| = \mathbf{2212.23751 \text{ [A]}}$$

Sada se pomoću prijenosnih jednadžbi mogu odrediti prilike na kraju voda, te iz toga gubici snage za pogonsko stanje voda.

Fazni napon na kraju voda:

$$V_2 = V_1 \operatorname{ch}(\theta) - I_1 Z \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} = 203.9098589 - j76.27489306 \text{ [kV]}$$

Linijski napon na kraju voda:

$$U_2 = \sqrt{3}V_2 = 353.1822358 - j132.1119901 \text{ [kV]}$$

$$|U_2| = \mathbf{377.0825767 \text{ [kV]}}$$

Struja na kraju voda:

$$I_2 = I_1 \operatorname{ch}(\theta) - V_1 Y \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} = 2082.602247 - j800.5988984 \text{ [A]}$$

$$|I_2| = \mathbf{2231.185943 \text{ [A]}}$$

Prividna snaga na kraju voda:

$$S_2 = 3V_2 I_2^* = 1457.186177 + j13.19923436 \text{ [MVA]}$$

Gubici snage na vodu u pogonskom stanju:

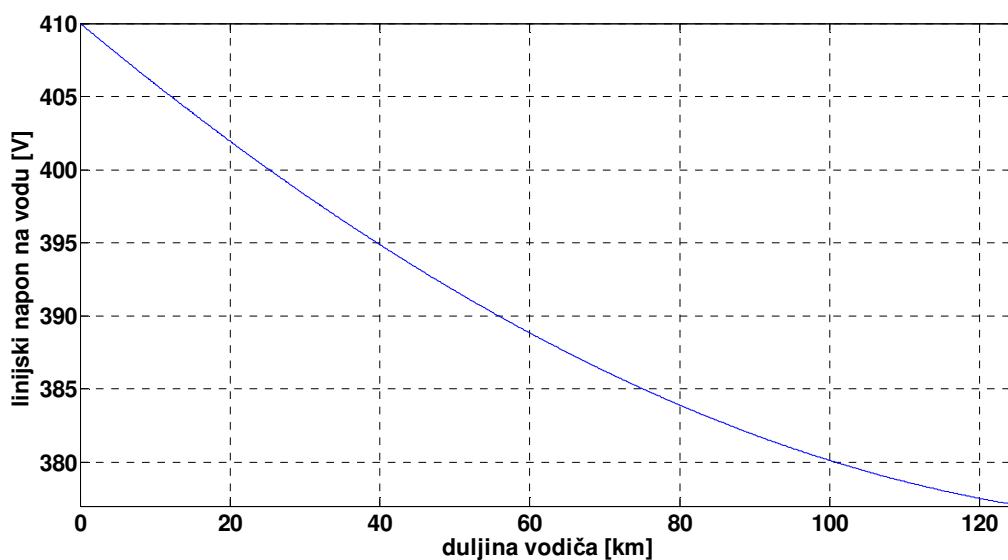
$$\Delta S = S_1 - S_2 = 35.26382301 + j477.3453584 \text{ [MVA]}$$

$$|\Delta S| = \mathbf{478.6461411 \text{ [MVA]}}$$

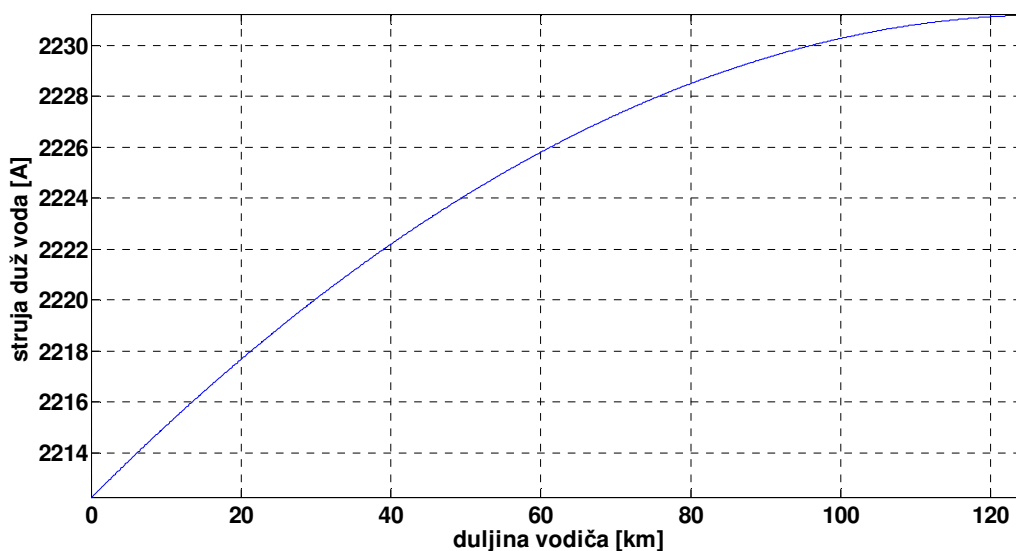
Konačno, svi rezultati prikazani su u tablici:

$ U_1 $ [kV]	$ I_1 $ [A]	$ U_2 $ [kV]	$ I_2 $ [A]	$ \Delta S $ [MVA]
410	2212.2375	377.0826	2231.1859	478.6461

Na slikama 1 i 2 prikazane su raspodjele linijskog napona odnosno struje duž voda za pogonsko stanje.



**Slika 1.** Raspodjela linijskog napona duž voda uz zadano pogonsko stanje



**Slika 2.** Raspodjela struje duž voda uz zadano pogonsko stanje

## **b) Prazni hod**

Kod praznog hoda otvorene su stezaljke na kraju voda pa je struja  $I_{2PH} = 0$  [A]. Samim time je i prividna snaga na kraju voda  $S_{2PH} = 0$ . Iz prijenosnih jednažbi lako se nađe struja praznog hoda:

$$I_{2PH} = I_{1PH} \operatorname{ch}(\theta) - V_{1PH} Y \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} \rightarrow I_{1PH} = \frac{V_{1PH} Y \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta}}{\operatorname{ch}(\theta)}$$

Obzirom da je  $V_{1PH} = V_1 = 236.7136104$  [kV], slijedi:

$$I_{1PH} = \frac{V_{1PH} Y \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta}}{\operatorname{ch}(\theta)} = 0.04712536855 + j118.5578188 \text{ [A]}$$

$$|I_{1PH}| = \mathbf{118.5578282 \text{ [A]}}$$

Nakon toga računa se prividna snaga na početku voda:

$$S_{1PH} = 3V_{1PH}I_{1PH}^* = 0.03346564838 - j84.19274799 \text{ [MVA]}$$

Konačno se pomoću prijenosnih jednažbi odrede fazni i linijski napon na kraju voda te gubici snage na vodu za slučaj praznog hoda:

$$V_{2PH} = V_{1PH} \operatorname{ch}(\theta) - I_{1PH} Z \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} = 238.9250978 - j0.1421027453 \text{ [kV]}$$

$$U_{2PH} = \sqrt{3}V_{2PH} = 413.8304086 - j0.2461291747 \text{ [kV]}$$

$$|U_{2PH}| = \mathbf{413.8304818 \text{ [kV]}}$$

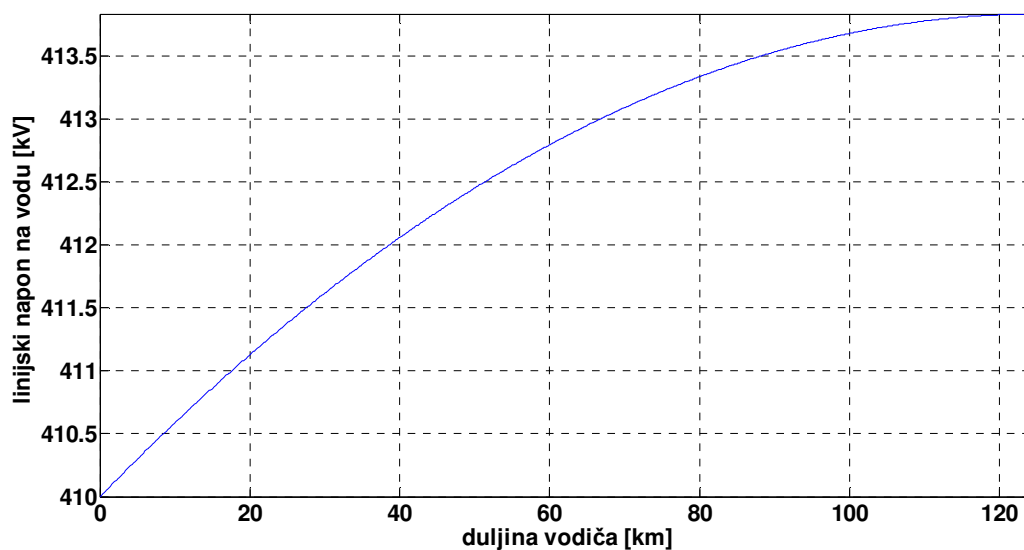
$$\Delta S_{PH} = S_{1PH} - S_{2PH} = S_{1PH}$$

$$|\Delta S_{PH}| = \mathbf{84.19275464 \text{ [MVA]}}$$

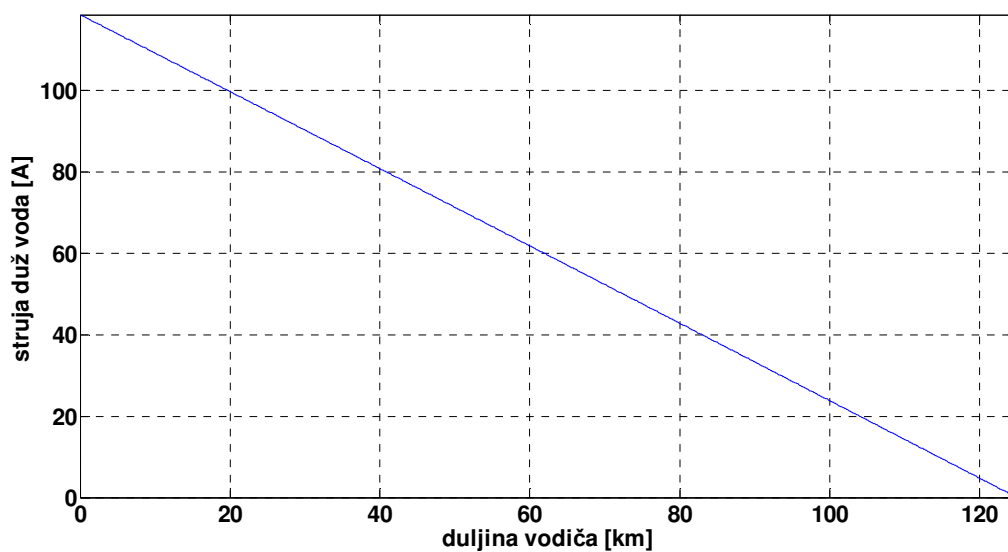
Konačno, svi rezultati prikazani su u tablici:

$ U_{1PH} $ [kV]	$ I_{1PH} $ [A]	$ U_{2PH} $ [kV]	$ I_{2PH} $ [A]	$ \Delta S_{PH} $ [MVA]
410	118.5578	413.8305	0	84.1928

Na slikama 3 i 4 prikazane su raspodjele linijskog napona odnosno struje duž voda za prazni hod.



**Slika 3.** Raspodjela linijskog napona duž voda za prazni hod



**Slika 4.** Raspodjela struje duž voda za prazni hod



### c) Vod zaključen karakterističnom impedancijom

Karakteristična impedancija je

$$Z_c = 273.7019248082104 - j8.716547436858251 [\Omega]$$

Za prilike na kraju voda vrijedi:

$$V_{2Z_c} = I_{2Z_c} Z_c$$

Uvrštavanjem u prijenosne jednadžbe

$$V_{2Z_c} = I_{2Z_c} Z_c = V_{1Z_c} \operatorname{ch}(\theta) - I_{1Z_c} Z \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} \rightarrow I_{2Z_c} = \frac{V_{1Z_c}}{Z_c} \operatorname{ch}(\theta) - I_{1Z_c} \frac{Z}{Z_c} \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta}$$

$$I_{2Z_c} = I_{1Z_c} \operatorname{ch}(\theta) - V_{1Z_c} Y \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta}$$

dobije se

$$I_{1Z_c} = V_{1Z_c} \frac{\frac{\operatorname{ch}(\theta)}{Z_c} + Y \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta}}{\operatorname{ch}(\theta) - \frac{Z}{Z_c} \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta}}$$

Obzirom da je  $V_{1Z_c} = V_1 = 236.7136104$  [kV], slijedi:

$$I_{1Z_c} = 863.9828656 + j27.51514312 [\text{A}]$$

$$|I_{1Z_c}| = \mathbf{864.4208901 [\text{A}]}$$

Nakon toga računa se prividna snaga na početku voda:

$$S_{1Z_c} = 3V_{1Z_c} I_{1Z_c}^* = 613.5495102 - j19.5396266 [\text{MVA}]$$

Sada se pomoću prijenosnih jednadžbi odredi struja te fazni i linijski napon na kraju voda:

$$I_{2Z_c} = I_{1Z_c} \operatorname{ch}(\theta) - V_{1Z_c} Y \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} = 855.9925073 - j89.69087707 [\text{A}]$$

$$|I_{2Z_c}| = \mathbf{860.6785846 [\text{A}]}$$

$$V_{2Z_c} = I_{2Z_c} Z_c = 233.5050021 - j32.00986499 [\text{kV}]$$

$$U_{2Z_c} = \sqrt{3} V_{2Z_c} = 404.4425274 - j55.4427125 [\text{kV}]$$

$$|U_{2Z_c}| = 408.2250021 \text{ [kV]}$$

Prividna snaga na kraju voda:

$$S_{2Z_c} = 3V_{2Z_c}I_{2Z_c}^* = 608.2485752 - j19.37080845 \text{ [MVA]}$$

Gubici snage na vodu:

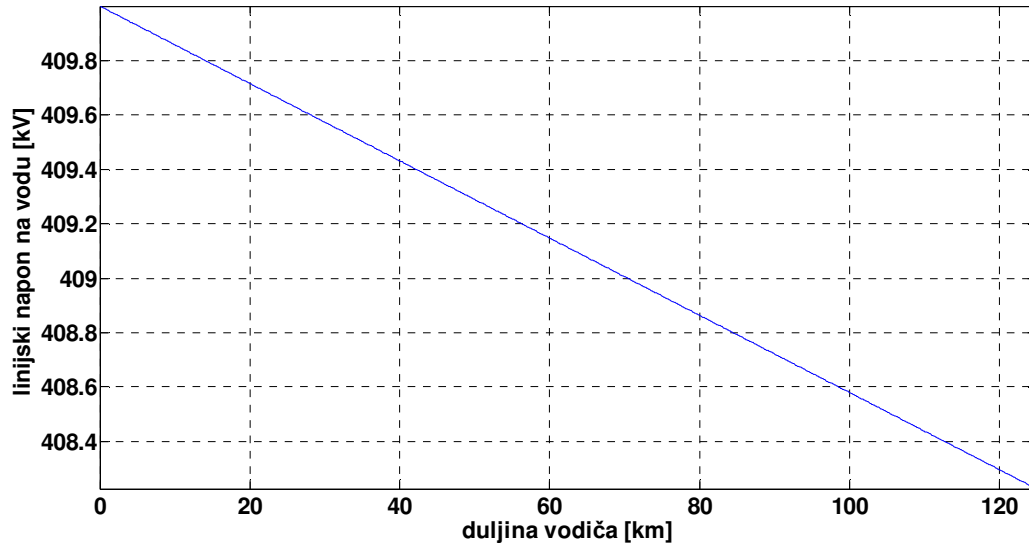
$$\Delta S_{Z_c} = S_{1Z_c} - S_{2Z_c} = 5.300935036 - j0.1688181467 \text{ [MVA]}$$

$$|\Delta S_{Z_c}| = 5.303622519 \text{ [MVA]}$$

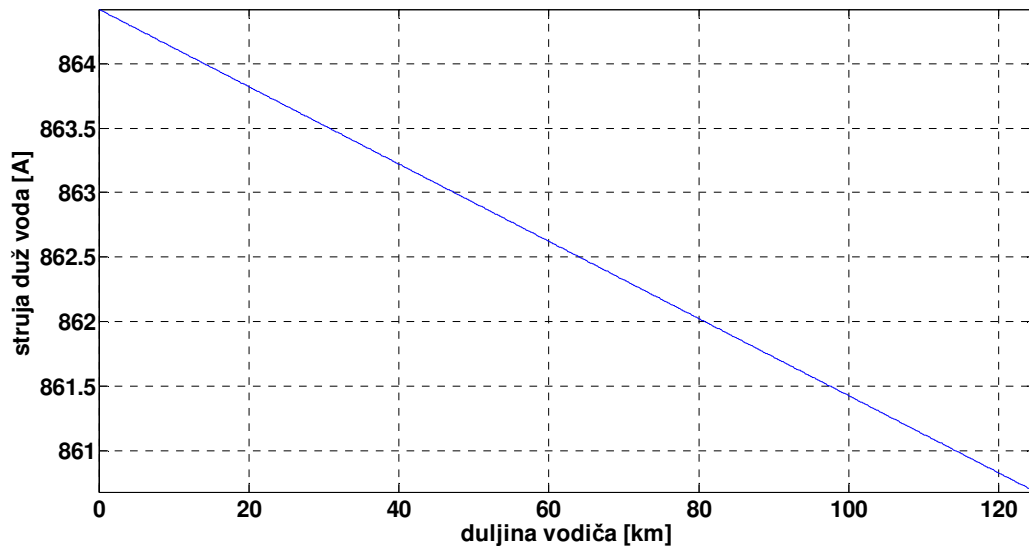
Konačno, svi rezultati prikazani su u tablici:

$ U_{1Z_c}  \text{ [kV]}$	$ I_{1Z_c}  \text{ [A]}$	$ U_{2Z_c}  \text{ [kV]}$	$ I_{2Z_c}  \text{ [A]}$	$ \Delta S_{Z_c}  \text{ [MVA]}$
410	864.4209	408.2250	860.6786	5.3036

Na slikama 5 i 6 prikazane su raspodjele linijskog napona odnosno struje duž voda za slučaj kada je vod zaključenom karakterističnom impedancijom.



**Slika 5.** Raspodjela linijskog napona duž voda za slučaj voda zaključenog karakterističnom impedancijom



**Slika 6.** Raspodjela struje duž voda za slučaj voda zaključenog karakterističnom impedancijom

**d) Duljina voda za 5% veći napon na kraju voda u odnosu na početak voda u praznom hodu**

Na početku voda narinut je napon od 410 kV te se na kraju voda želi dobiti 5% veći napon od nazivnoga, odnosno 430.5 kV. Struja na kraju voda je 0 A. Potrebno je naći duljinu voda.

Vrijedi:

$$U_2 = 1.05U_1 \rightarrow V_2\sqrt{3} = 1.05V_1\sqrt{3} \rightarrow V_2 = 1.05V_1$$

$$V_1 = V_2 \operatorname{ch}(\theta) + I_2 Z \frac{\operatorname{sh}(\theta)}{\theta} = V_2 \operatorname{ch}(\theta)$$

$$V_1 = 1.05V_1 \operatorname{ch}(\theta) \rightarrow \operatorname{ch}(\theta) = \frac{1}{1.05}$$

$$\theta = \operatorname{arch}\left(\frac{1}{1.05}\right)$$

$$\gamma x = \operatorname{arch}\left(\frac{1}{1.05}\right)$$

$$x = \frac{\operatorname{arch}\left(\frac{1}{1.05}\right)}{\gamma}$$

Konačno se dobije:

$$l = |x| = 284.1481 \text{ [km]}$$