

PRIJENOS I DISTRIBUCIJA ELEKTRIČNE ENERGIJE

**4. ELEKTRIČNI PARAMETRI
ELEKTROENERGETSKIH VODOVA**

dr.sc. Vitomir Komen, dipl.ing.el.

4. ELEKTRIČNI PARAMETRI ELEKTROENERGETSKIH VODOVA

- 4.1 PARMETRI ELEKTROENERGETSKIH VODOVA
- 4.2 DEJAVNI OPOR EE VODA
- 4.3 INDUKTIVITET EE VODA
- 4.4 KAPACITET EE VODA
- 4.5 OMVOD EE VODA

4.1 PARAMETRI, KONSTANTE ELEKTROENERGETSKIH VODOVA

- PARAMETRI VODA - KARAKTERISTIČNE EL. VELIĆINE KOJIMA SE KARAKTERIZIRAJU EL. PRILIKE NA VODU U SVAKOM POGONSKOM STANJU
- PARAMETRI VODA
 - $f(t)$ $U = f(t), I = f(t)$ VALNI OBLIK U, I
 - f (frekvencija)
- KONSTANTE VODA - KONSTANTNI PARAMETRI VODA UZ PRETPOSTAVKE:
 - $U = f(t), I = f(t)$ SINUSOIDALNO VREMENSKI PROMJENJIVE VELIĆINE
 - $U : I$ JE LINEARAN
 - $f = 50 \text{ Hz} = \text{const.}$

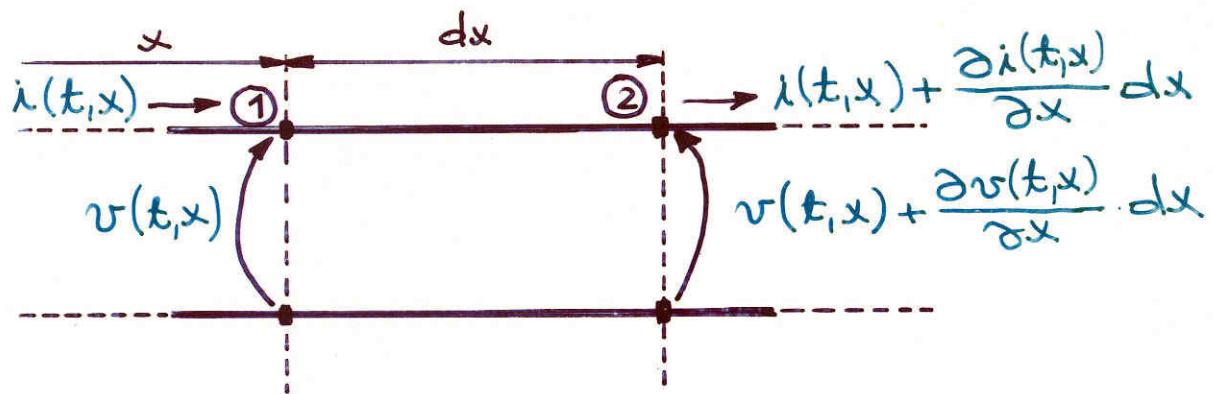
PARAMETRI, KONSTANTE EL. EN. VODOVA :

1. DJELATNI OTPOR VODA $R_1 [\Omega/m]$
 - PRI PROTJEĆANJU STRUJE KROZ VODIČ NASTOJU GUBICI SNAGE
 - UČINAK DЈELATNOG OTPORA VODA JE POSTOJANJE RAZLICE NAPONA (PODA NAPONA) NA VODIČU JEDINIČNE DUŠINE IZNOSA $R_1 \cdot i(t,x)$
2. INDUKTIVITET VODA $L_1 [H/m]$
 - PRI PROTJEĆANJU STRUJE KROZ VODIČE, U VODIČIMA I OKO NJIH SE FORMIRA MAGNETSKO POSE - INDUKTIVITET L
 - UČINAK INDUKTIVITETA VODA JE POSTOJANJE RAZLICE NAPONA NA VODIČU JEDINIČNE DUŠINE, IZNOSA $L_1 \frac{\partial i(t,x)}{\partial t}$
3. KAPACITET VODA $C_1 [F/m]$
 - PRI PROTJEĆANJU STRUJE KROZ VODIČE OKO VODIČA SE FORMIRA VREMENSKI PROMJENJIVO ELEKTRIČNO POSE - KAPACITET C (NAKUPSENI NABOJ q PO 1 m VODA / $v(t,x)$)
 - UČINAK KAPACITETA VODA JE POSTOJANJE POPREČNE, POMAĆNE STRUJE IZNOSA $C_1 \frac{\partial v(t,x)}{\partial t}$
4. ODVOD VODA $G_1 [S/m]$
 - KAO POSLEDICA NESDVRŠENOSTI ISOLACIJE IZMEĐU VODIČA I UZEMLJENIH DIJELOVA ILI IZMEĐU VODIČA AKO SU POD RAZLIČITIM NAPONOM, TEĆE STRUJA KROZ ISOLACIJU IZNOSA $G_1 \cdot v(t,x)$

$R_1 \quad \left. \right\}$ UČINAK JE RAZLICA NAPONA NA JEDINIČNOJ
 $L_1 \quad \left. \right\}$ DUŠINI VODA

$C_1 \quad \left. \right\}$ UČINAK JE POPREČNA STRUJA KROZ ISOLACIJU
 $G_1 \quad \left. \right\}$

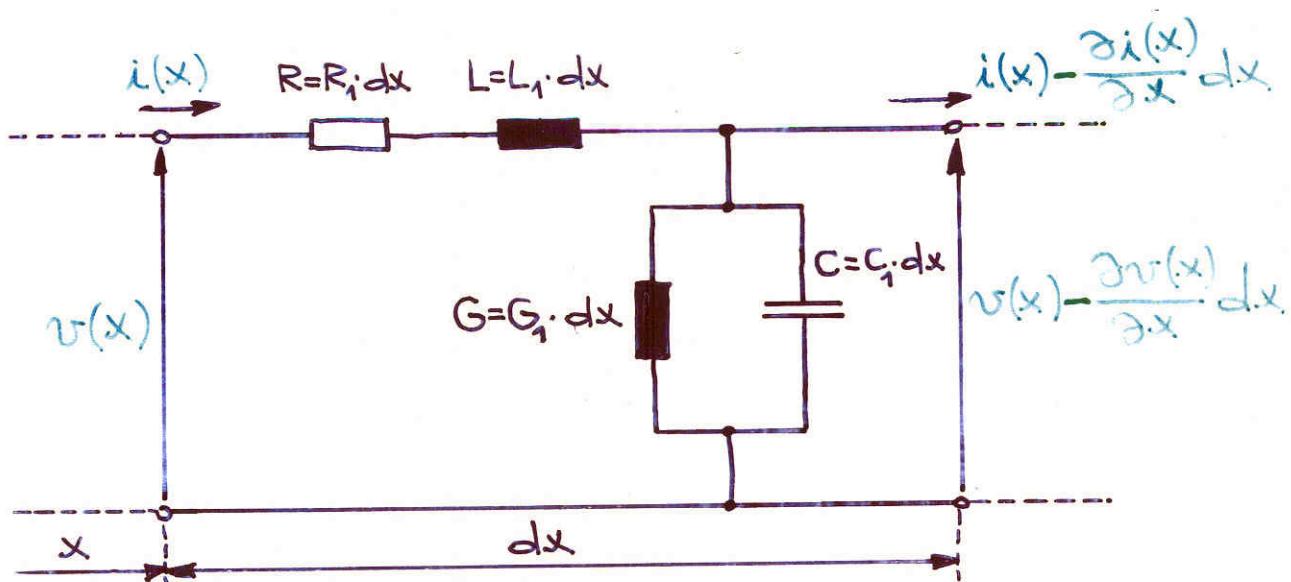
MODEL JEDINICNE, ELEMENTARNE DUBINE VODA:



$$-\frac{\partial v(t, x)}{\partial x} = L_1 \frac{\partial i(t, x)}{\partial t} + R_1 \cdot i(t, x)$$

$$-\frac{\partial i(t, x)}{\partial x} = C_1 \frac{\partial v(t, x)}{\partial t} + G_1 \cdot v(t, x)$$

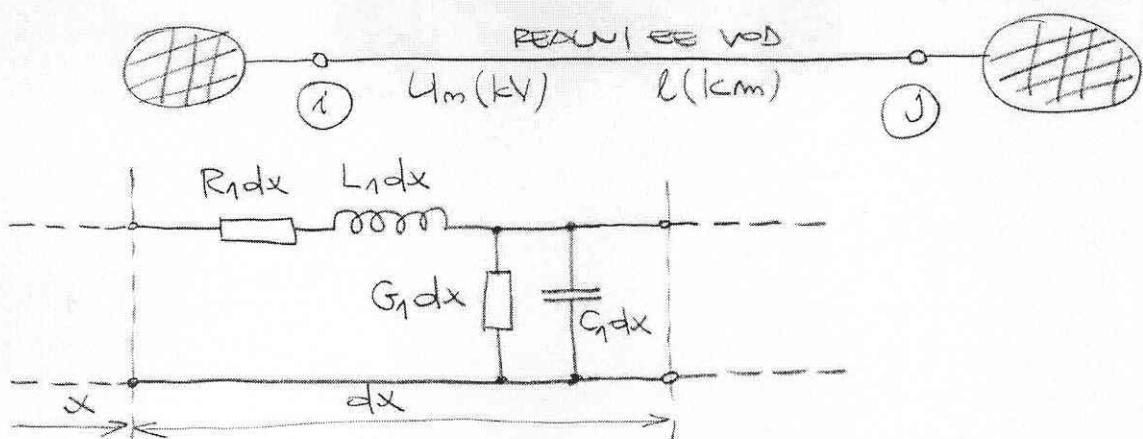
TELEGRAFSKE, ILI
VALNE JEDNAĐEŽBE
(JEDNAĐEŽBE
DUGOG VODA)



MODELJ EL. EN. VODOVA

- SA RASPODJEŠENIM PARAMETRIMA.
- SA KONCENTRIRANIM PARAMETRIMA.

KONSTANTE (PARAMETRI) ELEKTROENERGETSKIH VODA



- OSNOVNE KONSTANTE: JEDINICE KONSTANTE EE VODA

- R_1 (Ω/km) JEDINICI DJELOVNI OTPOR
- L_1 (H/km) JEDINICI INDUKTIVITET
- C_1 (F/km) JEDINICI KAPACITET
- G_1 (S/km) JEDINICI ODMOD

ODREZIVANE JEDINICE KONSTANTE EE VODA

- PROIZVODOM
- Mjerendem

- IZVEDENE KONSTANTE (JEDINICE)

$$X_1 = \omega L_1 \text{ (s/km)} \quad \begin{array}{l} \text{JEDINICA REAKANCIJA} \\ \text{JEDINICI UZDUŽNI INDUKTIVNI OTPOR} \end{array}$$

$$B_1 = \omega C_1 \text{ (s/km)} \quad \begin{array}{l} \text{JEDINICA SUSCEPTANCija} \\ \text{JEDINICA SPEKTRONA KAPACITNA VODNOST} \end{array}$$

$$\vec{Z}_1 = R_1 + jX_1 \text{ (\Omega/km)} \quad \begin{array}{l} \text{JEDINICA IMPEDANCIJA} \\ \text{JEDINICI UZDUŽNI PRAVUDNI OTPOR} \end{array}$$

$$\vec{Y}_1 = G_1 + jB_1 \text{ (s/km)} \quad \begin{array}{l} \text{JEDINICA ADMITANCIJA} \\ \text{JEDINICA SPEKTRONA PRAVUDNA VODNOST} \end{array}$$

$$\vec{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{\vec{Z}_1 \vec{Y}_1} \text{ (1/km)} \quad \begin{array}{l} \text{VODNA KONSTANTA ILI} \\ \text{KONSTANTA PRODIRENJA} \\ \alpha - \text{KONSTANTA GUŠENJA} \quad \beta - \text{FAZNA KONSTANTA} \end{array}$$

$$\vec{Z}_C = \sqrt{\frac{\vec{Z}_1}{\vec{Y}_1}} \text{ (\Omega)} \quad \vec{Z}_C = \frac{\vec{Z}_1}{\vec{\gamma}} = \frac{\vec{Y}_1}{\vec{\gamma}} \text{ (\Omega)} \quad \begin{array}{l} \text{KARAKTERISTIČNA} \\ \text{IMPEDANCIJA} \end{array}$$

$$Z_V = \sqrt{\frac{\vec{Z}_1}{\vec{Y}_1}} \text{ (\Omega)} \quad \text{VODNI OTPOR EE VODA}$$

$$v = \frac{\omega}{\beta} \text{ (km/s)} \quad \text{VODNA BRZINA} \quad \begin{array}{l} \text{IDEALNI VOD} \quad v = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} \\ \text{REALNI VOD} \quad v \leq 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} \end{array}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \text{ (km)} \quad \text{VODNA DULJINA} \quad \begin{array}{l} \text{IDEALNI VOD} \quad \lambda = 6000 \text{ km} \\ \text{REALNI VOD} \quad \lambda \leq 6000 \text{ km} \end{array}$$

BEZINA
SPEEDOSTI

- APSOLUTNE KONSTANTE EE VOLJOVA:

$$R(\Omega) \quad X(\Omega)$$

$$G(s) \quad B(s)$$

$$\vec{Z} = R + jX(\Omega) \quad \vec{Y} = G + jB(s)$$

$$\vec{\gamma} = \vec{Y} \cdot \vec{l} = \sqrt{\vec{Z} \cdot \vec{Y}}$$

ODREĐIVANJE OSNOVNIH KONSTANTI EE VOLJOVA

1. Mjerjenje konstanti (parametara) na reznim ee voljima

- pokus premač i kružni spektar

2. proračun konstanti ee voljova

a) dielektrični otpor $R_1 [\Omega/\text{km}]$

$$R_1 = k \cdot R_{01} [\Omega/\text{km}] \quad R_{01} [\Omega/\text{km}] - \text{jedinični dielektrični otpor voda pri } = \text{stavbi}$$

b) induktivitet $L_1 [\text{nH/km}]$

$$L_1 = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{D_m}{D_s} [\text{nH/km}] \quad \begin{array}{l} \text{METODA SG4} \\ \text{METODA SREDNJIH} \\ \text{GEOMETRIJSKIH VREDNOSTI} \end{array}$$

$D_m (\text{m})$ - medijarna sredna geometrijska udaljenost poteze

$D_s (\text{m})$ - vlastita sredna geometrijska udaljenost jedne poteze

c) kapacitet $C_1 [\text{F/km}]$

$$C_1 = \frac{1}{18 \cdot 10^6} \ln \frac{D_m}{D_{ss}} [\text{F/km}] \quad \text{METODA SG4}$$

d) odvod $G_1 [\text{s/km}]$

nadzemni vodovi
kabelna vodova

$$G_1 = 0,1 \cdot 10^{-6} [\text{s/km}]$$

$$G_1 = 0,005 \cdot \omega C_1 [\text{s/km}]$$

PROČAĆUN KONSTANTI TE VOLJOVĀ - OPĆENITO

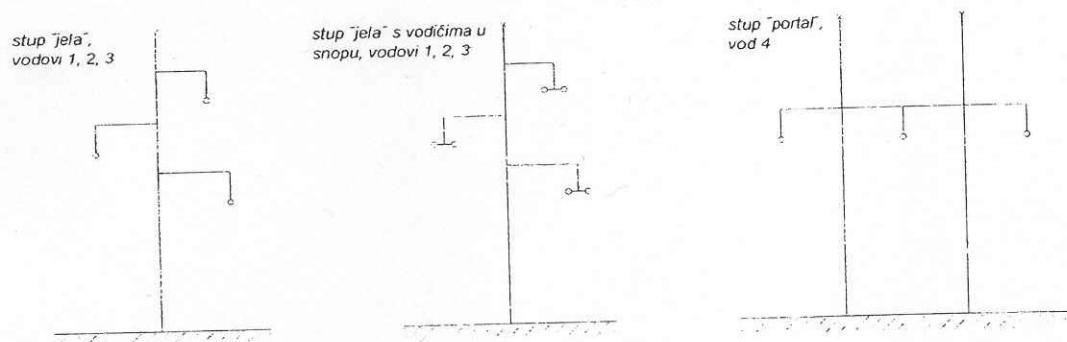
- UPORABA PROGRAMSKIH POKETA - ELEKTRONIČKA RACUNALICA
- CIG : za odrediti te vod odrediti
 - uzdužnu impedanciju u direktnom (inverznom) sustavu
 - uzdužnu impedanciju u nultom sustavu
 - poprečnu admittanciju u direktnom (inverznom) sustavu
 - poprečnu admittanciju u nultom sustavu
- Redoslijed računanja uzdužne impedancije:
 1. odredjivanje matrice uzdužnih impedancija voda
 2. redukcija (izdvajanje) zadnjih vrsta i slijedujućih smjera vodiča
 3. odredjivanje matrice ekvivalentnih reznih impedancija
 4. postupnoj ekvivalentnih transformacija odredjivane matrice simetričnih komponenti
- Redoslijed računanja poprečne admittancije
 1. odredjivanje matrice potencijalnih kotačenjata
 2. redukcija (izdvajanje) zadnjih vrsta i smjera vodiča
 3. inverzna inverzna matrica ekvivalentnih reznih susceptancija
 4. odredjivanje matrice ekvivalentnih reznih susceptancija
 5. odredjivanje matrice simetričnih komponenti

Tablični pregled konstanti izgrađenih karakterističnih vodova 110 kV na području R. Hrvatske

U mreži RH glavni reprezentant vodova 110 kV je jednostruka "jela", koja je u odnosu na "porta!" zastupljena u omjeru približno 10:1 (orientacijski podaci). Dvostruki su vodovi još manje zastupljeni (u odnosu na duljinu trase) dok su najmanje zastupljeni vodovi u snopu.

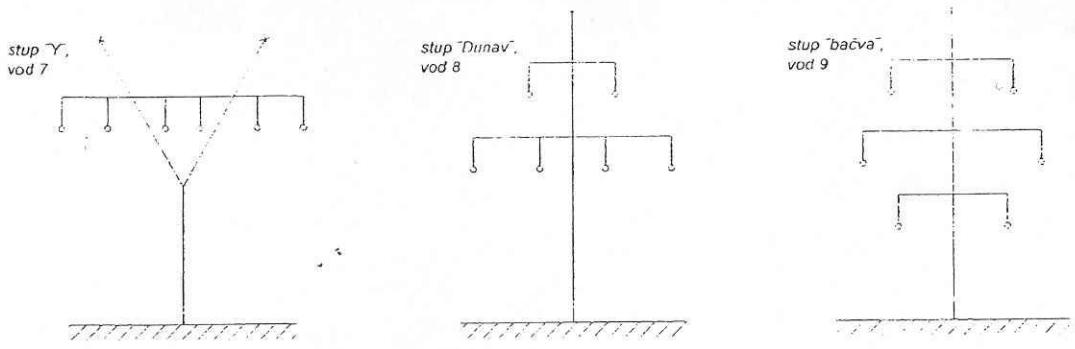
Nadzemni trofazni vodovi sa stupovima tipa "jela" susreću se s presjekom vodiča Al/Č-240/40 mm² (60 %), vodičima Al/Č-150/25 mm² (35 %), dok se ostatak od 5 % odnosi na druge presjeke i materijale.

U najvećem broju slučajeva reprezentira ih nosivi stup sljedećih dimenzija glave i stupa: duljine konzola su 2.5, 3.0 i 3.5 m s razmakom između konzola 2.2 m i visinom vrha 3.0 m. Veće dimenzije susrećemo kod stupova s vodičima u snopu.



Slika 3.6 Silueta stupova vodova 110 kV s jednom trojkom vodiča

U tablicama 3.6 i 3.7 dat je pregled konstanti izgrađenih karakterističnih vodova u RH, s pripadnim slikama glave stupova iz kojeg se vidi da se u mreži 110 kV RH susreću karakteristični vodovi navedeni pod brojem 1-10. Pri tom su vodovi 1-6 jednostruki, a 6-9 dvostruki. Konačno je pod brojem 10 u tablici naveden primjer paralelnih vodova sa stupovima "jela". Tablica 3.5 sadrži jedinične direktnе (inverzne) i nulte konstante za karakteristične vodove 110 kV u RH, dok se tablice 3.6 i 3.7 odnose na dvostrukе odnosno paralelne vodove, s nešto širim prikazom konstanti za jednu trojku, međusobni utjecaj i dvostruki vod. Prikaz rezultata odnosi se na neprepletene vodove, s podacima za specifični otpor zemlje $\rho=50 \Omega\text{m}$ (ravničarski tereni), $100 \Omega\text{m}$ (priječazni tereni) i $200 \Omega\text{m}$ (kraški tereni), obuhvativši time moguće varijacije u iznosima specifičnog otpora tla.



Slika 3.7 Silueta stupova vodova 110 kV sa dvije trojke vodiča

Tablica 3.5 Jedinične direktne (inverzne) i nulte konstante u (Ω/km) odnosno ($\mu S/km$) za karakteristične jednostrukе vodove 110 kV

Red. broj	Materijal i presjek vodiča i zaštitne užadi	Specifični otpor zemlje	Direktne konstante			Nulte konstante		
			(m)	r_d	x_d	b_d	r_o	x_o
1	3x150/25	50	0,194	0,421	2,71	0,405	1,274	1,68
	Al/Č+1x50 ČII	100	0,194	0,421	2,71	0,416	1,334	1,68
	Stup "jela"	200	0,194	0,421	2,71	0,427	1,394	1,68
2	3x240/40	50	0,120	0,406	2,81	0,330	1,259	1,72
	Al/Č+1x50 ČII	100	0,120	0,406	2,81	0,341	1,319	1,72
	Stup "jela"	200	0,120	0,406	2,81	0,352	1,379	1,72
3	3x240/40+1x95/55	50	0,120	0,406	2,81	0,310	1,013	1,66
	AlMg1E/Č	100	0,120	0,406	2,81	0,320	1,041	1,66
	Stup "jela"	200	0,120	0,406	2,81	0,329	1,068	1,66
4	3x240/40	50	0,120	0,413	2,79	0,394	1,189	1,91
	Al/Č+2x50 ČII	100	0,120	0,413	2,79	0,413	1,242	1,91
	Stup "portal"	200	0,120	0,413	2,79	0,434	1,293	1,91
5	3x2x240/40Al/Č+1 20/70	50	0,060	0,299	3,79	0,225	0,889	1,93
	AlMg1E/Č	100	0,060	0,299	3,79	0,233	0,916	1,93
	Stup "jela"	200	0,060	0,299	3,79	0,240	0,942	1,93
6	3x2x360/57 Al/Č	50	0,041	0,282	4,03	0,275	0,954	1,99
	1x126 Alw	100	0,041	0,282	4,03	0,291	0,991	1,99
	Stup "jela"	200	0,041	0,282	4,03	0,307	1,027	1,99

I, konačno, tablica 3.8 sadrži parametre neovisne o duljini voda: valni otpor Z_v , konstantu prodiranja γ , valnu brzinu v i valnu duljinu λ .

Vodovi broj 10 predstavljaju jednostrukе vodove tipa "jela" s međusobnim udaljenostima trasa od 50 m.

Tablica 3.6 Jedinične nulte konstante u (Ω/km) odnosno ($\mu S/km$) za karakteristične dvostrukе i paralelne vodove 110 kV

Red. broj	Materijal i presjek vodiča i zaštitne užadi	Specifični otpor zemlje	Jedna trojka			Međusobni utjecaj			Dvostruki vod		
			(m)	r	x	b	r	x	b	r	x
7	2x3x240/40 Al/Č +2x50 ČII	50	0,36	1,22	1,80	0,23	0,67	-0,35	0,30	0,94	2,90
		100	0,37	1,28	1,80	0,25	0,72	-0,35	0,31	1,00	2,90
		200	0,39	1,33	1,80	0,27	0,77	-0,35	0,33	1,05	2,90
8	2x3x240/40 Al/Č +1x50 ČII	50	0,32	1,30	1,72	0,20	0,77	-0,46	0,26	1,04	2,51
		100	0,33	1,36	1,72	0,21	0,83	-0,46	0,27	1,10	2,51
		200	0,34	1,42	1,72	0,22	0,89	-0,46	0,28	1,16	2,51
9	2x3x240/40 Al/Č +1x95/55 Al/Č	50	0,30	1,04	1,77	0,19	0,56	-0,62	0,24	0,80	2,31
		100	0,31	1,06	1,77	0,19	0,59	-0,62	0,25	0,83	2,31
		200	0,32	1,09	1,77	0,20	0,61	-0,62	0,26	0,85	2,31
10	2x(3x240/40 Al/Č +1x95/55 Al/Č)	50	0,28	0,96	1,70	0,13	0,20	-0,04	0,20	0,58	3,32
		100	0,28	0,98	1,70	0,13	0,22	-0,04	0,21	0,60	3,32
		200	0,29	0,99	1,70	0,14	0,23	-0,04	0,22	0,61	3,32

Tablica 3.7 Jedinične direktne (inverzne) i nulte konstante u (Ω/km) odnosno ($\mu S/km$) za karakteristične dvostrukе i paralelne vodove 110 kV

Red. broj	Materijal i presjek vodiča i zaštitne užadi	Jedna trojka			Međusobni utjecaj			Dvostruki vod		
		r	x	b	r	x	b	r	x	b
7	2x3x240/40 Al/Č +2x50 ČII	0,12	0,41	2,82	0,01	-0,01	0,06	0,06	0,20	5,76
8	2x3x240/40 Al/Č +1x50 ČII	0,12	0,39	2,94	0,00	0,00	0,00	0,06	0,20	5,88
9	2x3x240/40 Al/Č +1x95/55 Al/Č	0,12	0,40	2,85	0,00	0,02	-0,11	0,06	0,21	5,49
10	2x(3x240/40 Al/Č +1x95/55 Al/Č)	0,12	0,41	2,81	0,00	0,00	0,00	0,06	0,20	5,63

Tablica 3.8 Parametri neovisni o duljini voda; valni otpor Z_v , konstanta prodiranja γ , valna brzina V i valna duljina λ za karakteristične vodove 110 kV

Red. broj	Materijal i presjek vodiča i zaštitne užadi	Parametri neovisni o duljini vodiča			
		Z_v [Ω]	γ [l/km]	V [km/s]	λ [km]
1	3x150/25 Al/Č +1x50 ČII	414,1	$1,12 \times 10^{-3}$	287000	5740
2	3x240/40 Al/Č +1x50 ČII	387,8	$1,09 \times 10^{-3}$	290800	5816
3	3x240/40 Al/Č +1x95/55 AlMg1Č	387,9	$1,09 \times 10^{-3}$	291100	5822
4	3x240/40 Al/Č +2x50 ČII	392,6	$1,09 \times 10^{-3}$	290100	5801
5	3x2x240/40 Al/Č +1x120/70 AlMg1Č	283,6	$1,08 \times 10^{-3}$	293700	5874
6	3x2x360/57 Al/Č +1x126 Alw	265,9	$1,07 \times 10^{-3}$	294200	5884
7	2x3x240/40 Al/Č +2x50 ČII	190,6	$1,10 \times 10^{-3}$	289200	5784
8	2x3x240/40 Al/Č +1x50 ČII	186,0	$1,09 \times 10^{-3}$	290300	5807
9	2x3x240/40 Al/Č +1x95/55 Al/Č	199,6	$1,10 \times 10^{-3}$	289700	5793
10	2x(3x150/25 Al/Č) +2x(1x95/55 Al/Č)	193,9	$1,09 \times 10^{-3}$	291000	5819

4.2 DJELATNI OTPOR VODA

- DjeLATNI OTPOR VODA JE ODREĐEN GUBITKOM SNAGE ILI PADOM NAPONA KAD VODOM TEĆE STRUJA OD 1(A) =.
- PAD NAPONA PRI PROTJEĆANJU ISTOŠMIJERNE STRUJE JE PROPORCIJALAN JAKOSTI STRUJE, A KONSTANTA PROPORCIJALNOSTI JE DJELATNI OTPOR

$$\Delta V = R_o \cdot I \quad R_o = \frac{\Delta V}{I} = \frac{\Delta P}{I^2} = \rho \frac{l}{\delta} = \frac{l}{\chi \rho}$$

R_o = DjeLATNI OTPOR VODA PRI ISTOŠMIJERNOJ STRUJI
 ρ [$\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$] = SPECIFIČNI OTPOR MATERIJALA VODIČA
 PRI 20°C

$\chi = 1/\rho$ [$\text{m}/\Omega \text{ mm}^2$] = SPECIFIČNA VODSIVOST MATERIJALA
 VODIČA PRI 20°C

MATERIAL	ρ [$\Omega \text{ mm}^2/\text{km}$] KOD 20°C	χ [$\text{m}/\Omega \text{ mm}^2$] KOD 20°C	$\Delta \rho$ [$\Omega \text{ mm}^2/\text{km}^\circ\text{C}$]
BAKAR	17,86	56	0,068
ALUMINIJ	28	35	0,11

TEMPERATURNA OVISNOST OTPORA

$$t = -20^\circ\text{C} \quad \rho_{-20} = 24 \Omega \text{ mm}^2/\text{km}$$

$$t = +100^\circ\text{C} \quad \rho_{+100} = 35 \Omega \text{ mm}^2/\text{km}$$

DJELATNI OTPOR VODA PRI IZMjeničnoj STRUJI

$$R_t = k_R \cdot R_0$$

$$k_R = k_s + k_b + k_k$$

k_s - FAKTOR USLJED SKIN EFEKTA
 k_b - FAKTOR USLJED EFEKTA BLIZINE
 k_k - FAKTOR USLJED KONSTRUKTIVnih
 IZVEDBI VODA (KABELI)

$$k_R = f(\text{MATERIJALA}, \text{FREKVENCIJE}, \text{IZVEDBE VODA})$$

FAKTOR k_s - Povećanje otpora uslijed skin efekta

$$R_t - R_0 = \frac{0,823 \cdot 10^{-3}}{10 R_0} - \frac{5,42 \cdot 10^{-6}}{(10 R_0)^3} \quad [\Omega/\text{km}]$$

- ZA TOČNO RAČUNANJE R
 - Kod nadzemnih vodova $k_R = k_s$
 - Kod kabela $k_R = k_s + k_b + k_k$

- ZA NADZEMNE VODOVE i $f = 50 \text{ Hz}$

$$k_R \hat{=} 1 \quad R_t \hat{=} R_0$$

4.3 INDUKTIVITET VODA

- INDUKTIVITET VODA

PROMJENA JAKOSTI STRUJE \rightarrow PROMJENA MAGNETSKOG POLJA \rightarrow INDUCIRA NAPON - INDUKTIVNI PAD NAPONA

INDUKTIVNI PAD NAPON - ZA SINUSOIDALNE U, I PREDSTAVLJAN SA INDUKTIVNOM REAKTANCIJOM

- RAZLIKUJEMO

- SAMOINDUKTIVITETE - INDUKTIVITETE

(STACIONARNA I URAYNOTEŽENA POGONSKA STANJA)

- MEĐUINDUKTIVITETE (NESIMETRIČNA POGONSKA STANJA)

- INDUKTIVITET VODA

- JEDNOFAZNI VOD - INDUKTIVITET KRUGA VODIĆA -

PORATNI VODIĆ

- TRIFAZNI VOD - INDUKTIVITET FAZNOG VODIĆA -
INDUKTIVITET FAZE

OPĆENITO :

$$\Psi_L(t) = L \cdot i(t)$$

$$L = \frac{\Psi_L(t)}{i(t)}$$

Ψ_L - ULANČENI MAGNETSKI TOK

$L = \text{komst.}$ $L \neq f(t)$

$$U_L(t) = \frac{d\Psi_L(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$

AKO SU U, I SINUSOIDALNE VELIČINE :

$$\vec{\Psi}_L = L \cdot \vec{I} \quad L = \frac{\vec{\Psi}_L}{\vec{I}}$$

$$\vec{V} = j\omega L \vec{I} = jX_L \vec{I}$$

METODOLOGIJA RAČUNANJA INDUKTIVITETA :

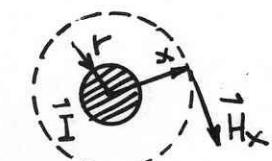
1. ODABIR VODIĆA ZA KOJI RAČUNAMO L
2. OGREDE SE MAGNETSKI TOKOVI ŠTO IH PROIZVODE STRUJE U POJEDINIM VODIĆIMA I TO SAMO ONA DIO KOJI JE ULANČEN SA STRUJOM U PRIMATRANOM VODIĆU
3. UZ PRETPOSTAVKU $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = \text{komst.}$ ($\mu_{\text{zraka}} = \mu_0$, ZA VODIĆE $\mu_r = 1$) JE $B \propto H$ PA SE PRIMENJUJE PRINCIJ SUPERPOZICIJE - UKUPNI ULANČENI TOK JE ZBROJ PARCIJALNIH ULANČENIH TOKova
4. INDUKTIVITET VODIĆA = UKUPNI ULANČENI TOK / JAKOST STRUJE U VODIĆU

ULANČENI TOK, INDUKTIVITET HOMOGENOG CILINDRIČNOG VODIČA

ULANČENI TOK CILINDRIČNOG VODIČA SE SASTOJI OD:

- ULANČENOG TOKA IZVAN VODIČA KOJI ULANČAVA CIJELU STRUJU I $\Psi_V \rightarrow L_V$
- ULANČENOG TOKA UNUTAR VODIČA KOJI NE ULANČAVA CIJELU STRUJU I $\Psi_U \rightarrow L_U$

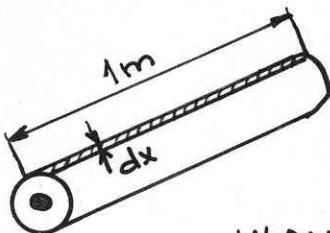
ULANČENI TOK IZVAN VODIČA



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{I} \quad \vec{H}_x = \frac{\vec{I}}{2\pi x} [A/m]$$

$$\vec{B}_x = \mu_0 \mu_r \vec{H}_x = \frac{\mu_0 \vec{I}}{2\pi x} [T]$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T/m \quad \mu_r = 1$$



MAGNETSKI TOK KROZ JEDINIČNU POVRSINU

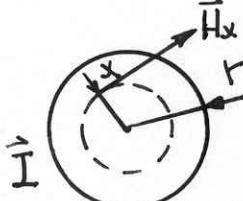
$$d\Psi_V = \vec{B}_x \cdot dx \cdot 1 = \frac{\mu_0 \vec{I}}{2\pi} \frac{dx}{x}$$

$$\vec{\Psi}_V = \int_r^x d\Psi_V = \frac{\mu_0 \vec{I}}{2\pi} \int_r^x \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 \vec{I}}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{r}\right)$$

$$\vec{\Psi}_V = 2 \cdot 10^{-7} \vec{I} \ln\left(\frac{x}{r}\right)$$

$$L_V = \frac{\vec{\Psi}_V}{\vec{I}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{r}\right) = 2 \cdot 10^{-7} \ln\left(\frac{x}{r}\right)$$

ULANČENI TOK UNUTAR VODIČA



UZ PREPOSTAVKU JEDNOLIKE GUSTOĆE STRUJE U VODIČU

$$\frac{\vec{I}_x}{\vec{I}} = \frac{x^2 \pi}{r^2 \pi} = \frac{x^2}{r^2}$$

$$\vec{H}_x = \frac{\vec{I}_x}{2\pi x} = \vec{I} \frac{x^2}{r^2} \frac{1}{2\pi x} = \frac{\vec{I}}{2\pi r^2} x$$

$$\vec{B}_x = \mu \cdot \vec{H}_x = \frac{\vec{I} \mu_0 \mu_r}{2r^2 \pi} x$$

$$d\Psi_U = \vec{B}_x \cdot dx \cdot 1 = \frac{\mu_0 \mu_r}{2r^2 \pi} \vec{I} \times dx$$

$$d\Psi_U = \frac{x^2}{r^2} d\vec{\phi} \quad \text{ZATO ŠTO ULANČUJE SAMO DIO STRUJE I}$$

$$\vec{\Psi}_U = \int_{x=0}^r \frac{\mu_0 \mu_r}{2r^2 \pi} \vec{I} \frac{x^2}{r^2} x dx = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{\vec{I}}{r^4} \int_{x=0}^r x^3 dx$$

$$\vec{\Psi}_U = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{\vec{I}}{r^4} \frac{r^4}{4} = \frac{\mu_0 \mu_r}{8\pi} \vec{I} = \frac{\mu}{8\pi} \vec{I} = 2 \cdot 10^{-7} \mu_r \frac{\vec{I}}{4}$$

$$L_u = \frac{\bar{\Psi}_u}{I} = \frac{M}{8\pi} = \frac{\mu_0 M_r}{8\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{M_r}{4}$$

UKUPNI ULANČENI TOK VODIĆA:

$$\bar{\Psi} = \bar{\Psi}_v + \bar{\Psi}_u = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{r}\right) + \frac{\mu_0 M_r}{8\pi} I$$

$$\bar{\Psi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{x}{r}\right) + \frac{M_r}{4} \right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln \frac{x}{r} + \frac{M_r}{4} \right)$$

INDUKTIVITET CIJINDRIČNOG VODIĆA

$$L = \frac{\bar{\Psi}}{I} = L_v + L_u = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{x}{r} + \frac{M_r}{4} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{x}{r} + \frac{M_r}{4} \right)$$

UKUPNI ULANČENI TOK

$$\bar{\Psi} = \bar{\Psi}_v + \bar{\Psi}_u = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln \frac{x}{r} + \frac{M_r}{4} \right)$$

ZA NEFEROMAGNETSKE MATERIJALE VODIĆA $M_r = 1$

$$\bar{\Psi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln \frac{x}{r} + \frac{1}{4} \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln \frac{x}{r} + \ln e^{0,25} \right)$$

$$\bar{\Psi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln x - \ln r + \ln e^{0,25} \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln x - \ln \frac{r}{e^{0,25}} \right)$$

$$\bar{\Psi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln x - \ln r' \right)$$

$$r' = \frac{r}{e^{0,25}} = 0,7788 r$$

$$r' = r \cdot e^{-0,25}$$

$$\bar{\Psi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{x}{r'}$$

r' - REDUCIRANI RADIUS
REDUCED POLYMER

$$\text{Za } M_r = 1$$

$$r' = r \cdot e^{-0,25} = 0,7788 r$$

$$\text{Za } M_r \neq 1$$

$$r' = r \cdot e^{-M_r/4}$$

$$\bar{\Psi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{x}{r'}$$



VODIĆ (r) \Rightarrow ŠUPSI VODIĆ (r')

Iako je ukupni obuhvatni magn. tok

vodić polimer je r' ima isti obuhvat kao izvod

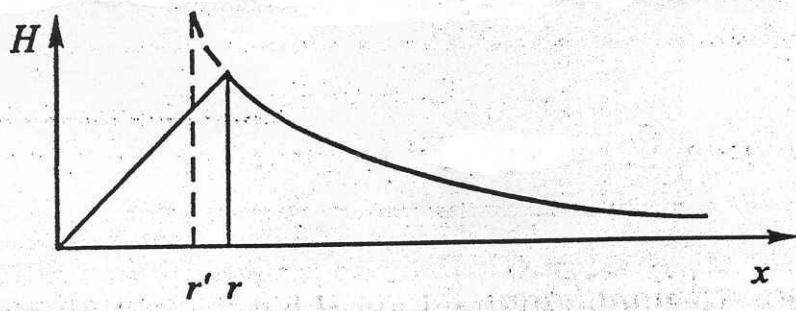
za obuhvatni tok izvan vodića ali vodić polimer je r' .

UZ KAKU STAVU $\bar{\Psi}$

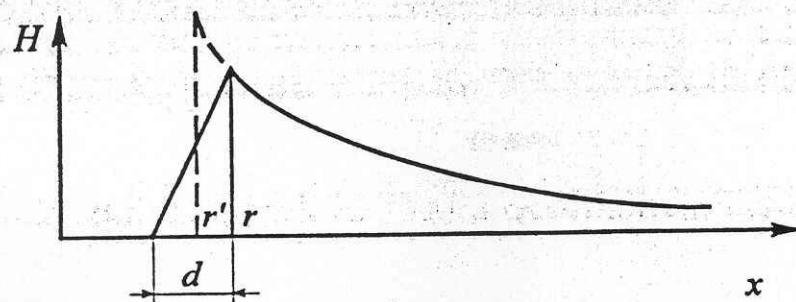
OBUHVATNI MAGN. TOK PUNOG VODIĆA POLIMEROA r

= OBUHVATNI MAGN. TOK ŠUPSTEG VODIĆA POLIMEROA TEKUĆE SREDINKE POLIMEROA r'

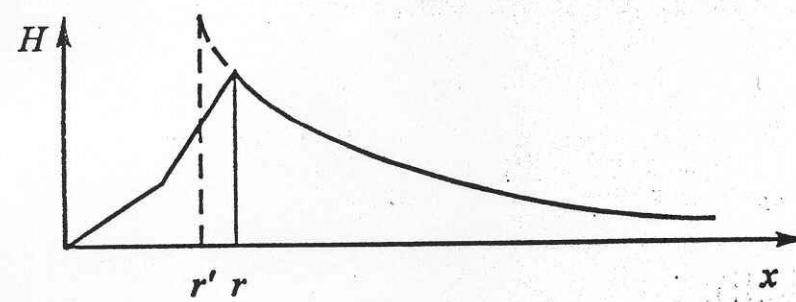
r' = REDUCIRANI PUNI MOER



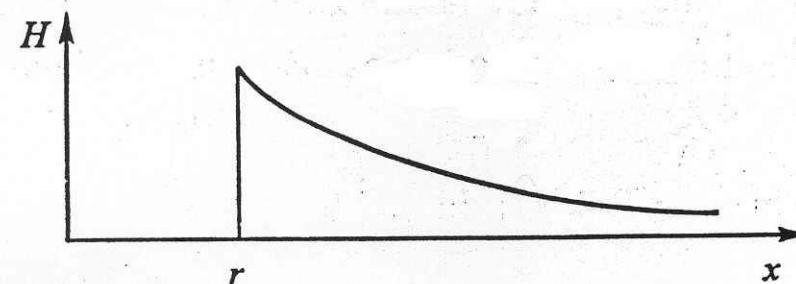
Homogeni puni vodič
 $r' = 0,7788 r$



Šuplji vodič
 $d = \text{debljina stijenke}$



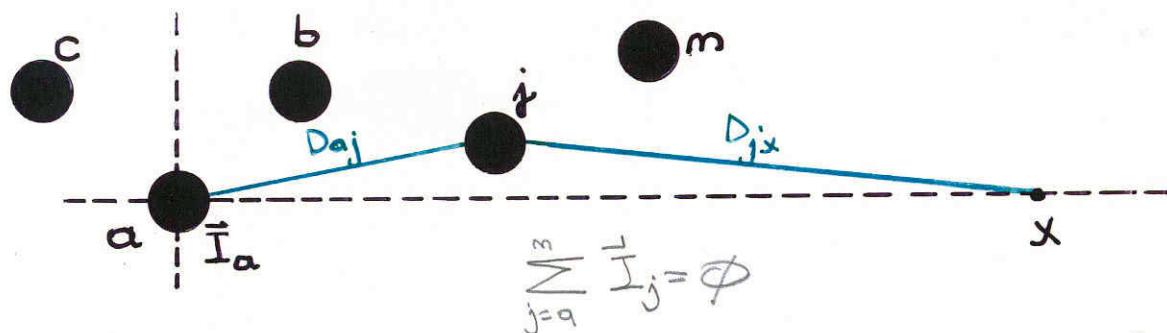
Nehomogeno uže



Cijev tanke stijenke
 $r' = r$

Magnetsko polje vodiča raznih presjeka

ULANČENI TOKOVI, INDUKTIVITET SUSTAVU OD
M PARALELNIH VODIČA



ULANČENI TOK JEDNOG VODIČA PROJEĆEANOG STRUJOM \vec{I}_a

$$\vec{\Psi} = \frac{\mu_0 \vec{I}_a}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{ax}}{r_a} + \frac{l_r}{4} \right) = \frac{\mu_0 \vec{I}_a}{2\pi} \ln \frac{D_{ax}}{r_a}$$

ULANČENI TOK VODIČA a U SUSTAVU OD M
PARALELNIH VODIČA

UDIČ VODIČA j (UZ PRETPOSTAVKU SVE OSTALE STRUJE SU ϕ)

$$\vec{\Psi}_{aj} = \frac{\mu_0 \vec{I}_j}{2\pi} \ln \frac{D_{jx}}{D_{aj}}$$

$$\vec{\Psi}_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\vec{I}_a \ln \frac{D_{ax}}{r_a} + \vec{I}_b \ln \frac{D_{bx}}{D_{ab}} + \vec{I}_c \ln \frac{D_{cx}}{D_{ac}} + \dots + \vec{I}_m \ln \frac{D_{mx}}{D_{am}} \right]$$

$$\vec{\Psi}_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\vec{I}_a \ln \frac{1}{r_a} + \vec{I}_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + \vec{I}_m \ln \frac{1}{D_{am}} + \vec{I}_a \ln D_{ax} + \vec{I}_b \ln D_{bx} + \dots + \vec{I}_m \ln D_{mx} \right]$$

UZ PRETPOSTAVKU
(SIM. 3 f SUSTAV) $\sum_{j=a}^m \vec{I}_j = \phi$ $\vec{I}_a + \vec{I}_b + \dots + \vec{I}_m = \phi$

$$\vec{I}_m = -\vec{I}_a - \vec{I}_b - \vec{I}_c - \dots - \vec{I}_{m-1}$$

$$\begin{aligned} \vec{\Psi}_a = & \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\vec{I}_a \ln \frac{1}{r_a} + \vec{I}_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + \vec{I}_m \ln \frac{1}{D_{am}} + \vec{I}_a \ln D_{ax} + \right. \\ & + \vec{I}_b \ln D_{bx} + \dots + \vec{I}_{m-1} \ln D_{(m-1)x} - \vec{I}_a \ln D_{mx} - \vec{I}_b \ln D_{mx} - \\ & \left. - \dots - \vec{I}_{m-1} \ln D_{mx} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{\Psi}_a = & \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\vec{I}_a \ln \frac{1}{r_a} + \vec{I}_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + \vec{I}_m \ln \frac{1}{D_{am}} + \right. \\ & + \vec{I}_a \ln \frac{D_{ax}}{D_{mx}} + \vec{I}_b \ln \frac{D_{bx}}{D_{mx}} + \dots + \vec{I}_{m-1} \ln \frac{D_{(m-1)x}}{D_{mx}} \left. \right] \end{aligned}$$

UZ PRETPOSTAVKU $x \rightarrow \infty$: $D_{ax} = D_{bx} = \dots = D_{mx}$

$$\text{PA JE } \frac{D_{ax}}{D_{mx}} = \frac{D_{bx}}{D_{mx}} = \dots = \frac{D_{(m-1)x}}{D_{mx}} = 1$$

$$\vec{\Psi}_a = \frac{M_0}{2\pi} \left(\vec{I}_a \ln \frac{1}{r_a'} + \vec{I}_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \vec{I}_c \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + \vec{I}_m \ln \frac{1}{D_{am}} \right)$$

$$r_a' \triangleq D_{aa}$$

$$\vec{\Psi}_a = \frac{M_0}{2\pi} \sum_{j=a}^m \vec{I}_j \ln \frac{1}{D_{aj}}$$

SLIČNE RELACIJE SE MOGU NAPISATI ZA VODIČE b, c, \dots, m

$$\vec{\Psi}_b = \frac{M_0}{2\pi} \left(\vec{I}_a \ln \frac{1}{D_{ba}} + \vec{I}_b \ln \frac{1}{r_b'} + \dots + \vec{I}_m \ln \frac{1}{D_{bm}} \right)$$

$$r_b' \triangleq D_{bb}$$

$$\vec{\Psi}_b = \frac{M_0}{2\pi} \sum_{j=a}^m \vec{I}_j \ln \frac{1}{D_{bj}}$$

=====

$$\vec{\Psi}_m = \frac{M_0}{2\pi} \left(\vec{I}_a \ln \frac{1}{D_{ma}} + \vec{I}_b \ln \frac{1}{D_{mb}} + \dots + \vec{I}_m \ln \frac{1}{r_m'} \right)$$

$$r_m' \triangleq D_{mm}$$

$$\vec{\Psi}_m = \frac{M_0}{2\pi} \sum_{j=a}^m \vec{I}_j \ln \frac{1}{D_{mj}}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{\Psi}_a \\ \vec{\Psi}_b \\ \vec{\Psi}_c \\ \vdots \\ \vec{\Psi}_m \end{bmatrix} = \frac{M_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{D_{aa}} & \ln \frac{1}{D_{ab}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{am}} \\ \ln \frac{1}{D_{ba}} & \ln \frac{1}{D_{bb}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{bm}} \\ \ln \frac{1}{D_{ca}} & \ln \frac{1}{D_{cb}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{cm}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{1}{D_{ma}} & \ln \frac{1}{D_{mb}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{mm}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{I}_a \\ \vec{I}_b \\ \vec{I}_c \\ \vdots \\ \vec{I}_m \end{bmatrix}$$

$D_{aa}, D_{bb}, \dots, D_{mm}$ REDUKCIJSKI POLUMERI VODIČA a, b, \dots, m

$$\begin{bmatrix} \vec{\Psi}_a \\ \vec{\Psi}_b \\ \vec{\Psi}_c \\ \vdots \\ \vec{\Psi}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & \dots & L_{am} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & \dots & L_{bm} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & \dots & L_{cm} \\ \hline & & & & \\ L_{ma} & L_{mb} & L_{mc} & \dots & L_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{I}_a \\ \vec{I}_b \\ \vec{I}_c \\ \vdots \\ \vec{I}_m \end{bmatrix}$$

$$[\vec{\Psi}] = [L] [\vec{I}]$$

$[L]$ MATRICA PARCIJALNIH INDUKTIVITETA

L_{ii} VLASTNI INDUKTIVitet SAMOINDUKTIViteti

$$L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{r_i}$$

$$r' = r'_a = r'_b = \dots = r'_m \quad \text{VODIČI ISPOG PRESJEKA}$$

L_{ik} MEDIJINDUKTIVitet
 $i \neq k$

$$L_{ik} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{ik}}$$

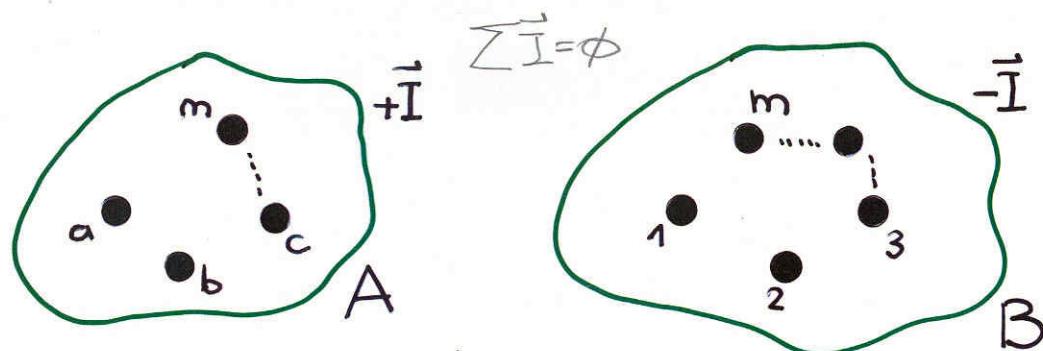
SUSTAV od m vodiča \rightarrow INDUKTIVitet ZAMKE

SUSTAV od tri vodiča - JEDNOFASNI PRIMZ

INDUKTIVitet jednog faznog vodiča = BEZNECKI

INDUKTIVitet = INDUKTIVitet direktnog slikeva

METODA SREDNJIH GEOMETRIJSKIH UDALJENOSTI (SGU METODA) ZA ODREĐIVANJE Ψ I L



$$\sum_{j=a}^m \vec{I}_j = \vec{I}$$

$$\vec{I}_j = \frac{\vec{I}}{m}$$

$$\sum_{k=1}^m \vec{I}_k = -\vec{I}$$

$$\vec{I}_k = -\frac{\vec{I}}{m}$$

ULANČENI TOK VODIĆA U GRUPE A
→ ČINE GA SVE STRUJE GRUPE A I GRUPE B

$$\vec{\Psi}_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\sum_{j=a}^m \vec{I}_j \ln \frac{1}{D_{aj}} + \sum_{k=1}^m \vec{I}_k \ln \frac{1}{D_{ak}} \right)$$

$$\vec{\Psi}_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\vec{I}}{n} \sum_{j=a}^m \ln \frac{1}{D_{aj}} - \frac{\vec{I}}{m} \sum_{k=1}^m \ln \frac{1}{D_{ak}} \right)$$

$$\vec{\Psi}_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\frac{\vec{I}}{n} \left(\ln \frac{1}{D_{aa}} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{an}} \right) - \frac{\vec{I}}{m} \left(\ln \frac{1}{D_{a1}} + \ln \frac{1}{D_{a2}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{am}} \right) \right]$$

$$\vec{\Psi}_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \vec{I} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{a1} D_{a2} \dots D_{an}}}{\sqrt[n]{D_{aa} D_{ab} \dots D_{an}}}$$

ISTE IZRAZE MOŽEMO NAPISATI ZA ULANČENI TOK VODIĆA
 b, c, \dots, n U GRUPI A :

$$\vec{\Psi}_b = \frac{\mu_0}{2\pi} \vec{I} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{b1} D_{b2} \dots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} D_{bb} \dots D_{bn}}}$$

$$\vec{\Psi}_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \vec{I} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{m1} D_{m2} \dots D_{mm}}}{\sqrt[n]{D_{ma} D_{mb} \dots D_{mm}}}$$

UKUPNI ULANČENI TOK GRUPE A

$$\vec{\Psi}_A = \frac{1}{m} (\vec{\Psi}_a + \vec{\Psi}_b + \dots + \vec{\Psi}_m)$$

$$\vec{\Psi}_A = \frac{\mu_0}{2\pi} \vec{I} \ln \frac{\sqrt{D_{aa} D_{a2} \dots D_{am} D_{b1} D_{b2} \dots D_{bm} \dots D_{m1} D_{m2} \dots D_{mm}}}{\sqrt[n^2]{D_{aa} D_{ab} \dots D_{an} D_{ba} D_{bb} \dots D_{bn} \dots D_{ma} D_{mb} \dots D_{mm}}}$$

$$\vec{\Psi}_A = \frac{\mu_0}{2\pi} \vec{I} \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \vec{I} \ln \frac{D_m}{D_s}$$

$$L_A = \frac{\vec{\Psi}_A}{\vec{I}} \quad L_A = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s}$$

$L_A [H/m]$

D_m - MEDUSOBNA SGU

SREDNJA GEOMETRIJSKA UDALJENOST VODIČA OD OSTALIH VODIČA

D_s - VLASTITA SGU

SREDNJA GEOMETRIJSKA VRJEDNOST SVIH MEDUSOBNIH UDALJENOSTI PREDZNOG SKUPA

D_s - REDUKOVANI VLASTITI SGU (U SMISLU t')

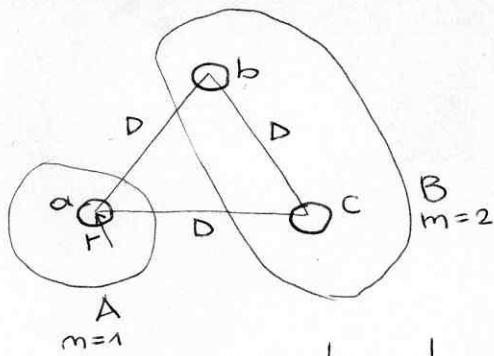
D_{ss} - STVARNI VLASTITI SGU (U SMISLU t)

SKUPINA A JE SKUPINA m PARALELNIH VODIČA PA JE INDUKTIVITET JEDNOG VODIČA SKUPINE A m-PUTA VEĆI.

METODA SGU: onosudjana određivanje

- INDUKTIVITET JEDNE GRUPE VODIČA
- REDUKOVANI PREDMETNI VODIČ PREDZNOG PRESEKA, UŽETO I VODIČ U SMISLU
- POGONSKA INDUKTIVITET TRIFAZNIH PROČIŠĆENIH VODIČA

PRIMJER: INDUKTIVITET TRIFAZNOG SIMETRIČNOG VODIĆA



$$L_A = L_a = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s}$$

$$D_m = \sqrt[2]{D_{ab} \cdot D_{ac}} = \sqrt[2]{D \cdot D} = D$$

$$D_s = D_{aa} = r'$$

$$L_A = L_a = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r'}$$

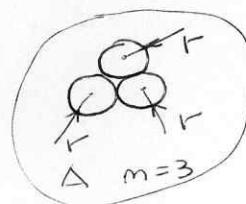
$$L_a = L_b = L_c$$

PRIMJER: D_s - REDUCIRANI VLASTITI SGI VODIĆA



HOMOGENI
VODIĆ

$$D_s = 0,7788 r$$

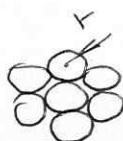


UŽE OD
TRI VODIĆA
 $m=3$

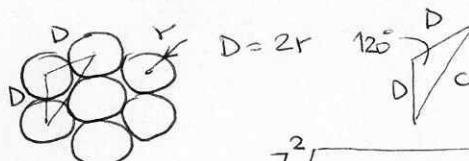
$$D_s = \sqrt[3]{(r^2 \cdot 2r \cdot 2r)^3} = \sqrt[3]{r \cdot e^{-0.25} \cdot 4r^2}$$

$$D_s = r \sqrt[3]{4 \cdot e^{-0.25}} = 1,4605 r$$

$$D_s = 0,677 R \quad R - \text{polimjer mješta}$$



UŽE OD
SEĐAM VODIĆA
 $m=7$



$$D = 2r \quad 120^\circ \quad D/c$$

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ \\ c^2 &= D^2 + D^2 - 2D^2 \cos 120^\circ \\ c^2 &= 2D^2 (1 - \cos 120^\circ) \\ c &= D\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$D_s = \sqrt[7]{[(2r)^3 (2r\sqrt{3})^2 \cdot 4r]^6 \cdot (2r)^6 \cdot (r^1)^7}$$

$$D_s = 2,1767 r \hat{=} 2,18 r$$

$$D_s = 0,726 R \quad R - \text{polimjer mješta}$$

Ako je $A = 7r^2\pi$ stvarni presek mješta

$$D_s = 0,465 \sqrt{A}$$

UŽE $m=19$ VODIĆA

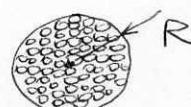
$$D_s = 0,758 R$$

UŽE $m=37$ VODIĆA

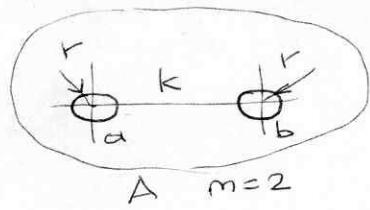
$$D_s = 0,768 R$$

UŽE $m=61$ VODIĆA

$$D_s = 0,7788 R$$



PRIMER 1 D_s - REPRODUCIRANI VLASTITI SGI VODIČA VODOVIA
S VIŠE VODIČA U SNOPI

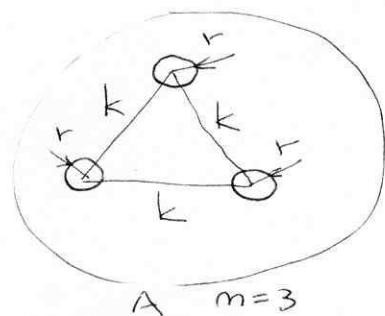


VODIČ S DVA
VODIČA U SNOPI

$$D_s = \sqrt[m^2]{D_{aa} D_{ab} D_{bb}} = \sqrt[4]{r' k r' k}$$

$$D_s = \sqrt[4]{(r')^2 (k)^2} = \sqrt{r' k}$$

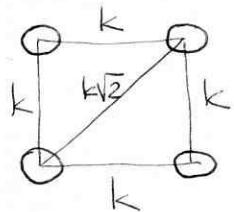
$$D_s = \sqrt{r' k} \quad r' = e^{-0.25} \quad r = 0.7788r$$



VODIČ S TRI
VODIČA U SNOPI

$$D_s = \sqrt[3^2]{r' k r' k r' k} = \sqrt[9]{(r')^3 k^6}$$

$$D_s = \sqrt[3]{r' k^2}$$



VODIČ S ČETVERI
VODIČA U SNOPI

$$D_s = \sqrt[4^2]{(r' k^2 k \sqrt{2})^4} = \sqrt[4]{r' k^3 \sqrt{2}}$$

$$D_s = \sqrt[4]{r' k^3 \sqrt{2}}$$

VODIČ S m VODIČA
U SNOPI

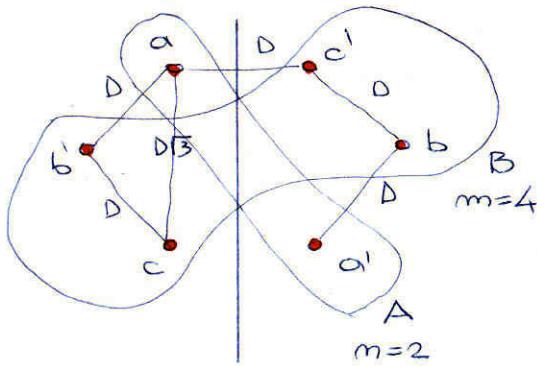
$$D_s = \sqrt[m]{m \cdot r' R^{m-1}}$$

R - polunijes snopa vodiča
(ekvivalentni polunijes)

m - broj vodiča M snopu

r' - težnicačani polunijes jednog
vodiča M snopu

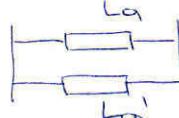
PRIMER: INDUKTIVITET DVOSTRUKOG SIMETRIČNOG VODA



$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s}$$

$$D_m = \sqrt[4]{2} \sqrt{[D^2 (D\sqrt{3})^2]^2} = \sqrt[4]{D^4 \cdot 3} = D\sqrt[4]{3}$$

$$D_s = \sqrt[2]{(r')^2 (2D)^2} = \sqrt{2r'D}$$

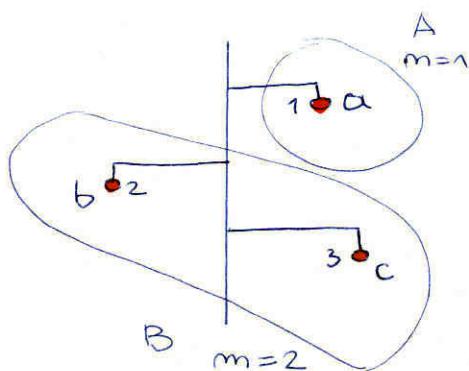


$$L_A = 2L_A$$

$$L_A = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2r'D}}$$

$$L_{A'} = 2L_A$$

PRIMER: NESIMETRIČNI TRAFODZNI VOD



$$L_A = L_{A'} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_{m_A}}{D_{s_A}}$$

$$D_{m_A} = \sqrt[2]{1} \sqrt{D_{12} \cdot D_{13}}$$

$$D_{s_A} = \sqrt[1]{r'_1} = r'_1$$

$$L_A = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{12} D_{13}}}{r'_1}$$

$$L_B = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{12} D_{23}}}{r'_1}$$

$$L_C = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{13} D_{23}}}{r'_1}$$

PREPLET VODA

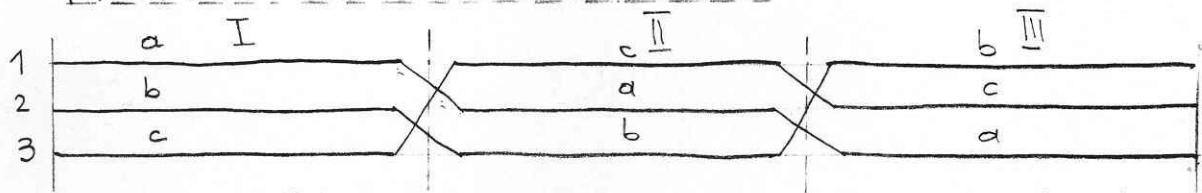
- SIMETRIČAN VOD (VODIĆI ISTOG PRESJELICA U VRHNOVIMA ISTOSTRANIČNOG TRAKUTA)
 - TRI FАЗНА VODIĆA IMaju ISTI INDUKTIVITET

- NESIMETRIČAN VOD

- FАЗNI VODIĆI IMaju NEJEDNAKE INDUKTIVITETE
 $L_a \neq L_b \neq L_c$ $X_a \neq X_b \neq X_c$ $\Delta V_a \neq \Delta V_b \neq \Delta V_c$

- ELEKTRIČNA SIMETRIJA GEOMETRIJSKI NESIMETRIČNIH VODOVA
 PREPLET VODA — KONSTRUKCIJSKI RADUAT ($l > 50\text{km}$, $h > 100\text{m}$)

PREPLET JEDNOSTRUKOG VODA



1,2,3 položaj vodice na stupu

$$l_I = l_{II} = l_{III}$$

$$L_{aI} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{12} D_{13}}}{r_1}$$

$$L_{aII} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{21} D_{23}}}{r_1}$$

$$L_{aIII} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{13} D_{23}}}{r_1}$$

$$L_a = \frac{1}{3} (L_{aI} + L_{aII} + L_{aIII})$$

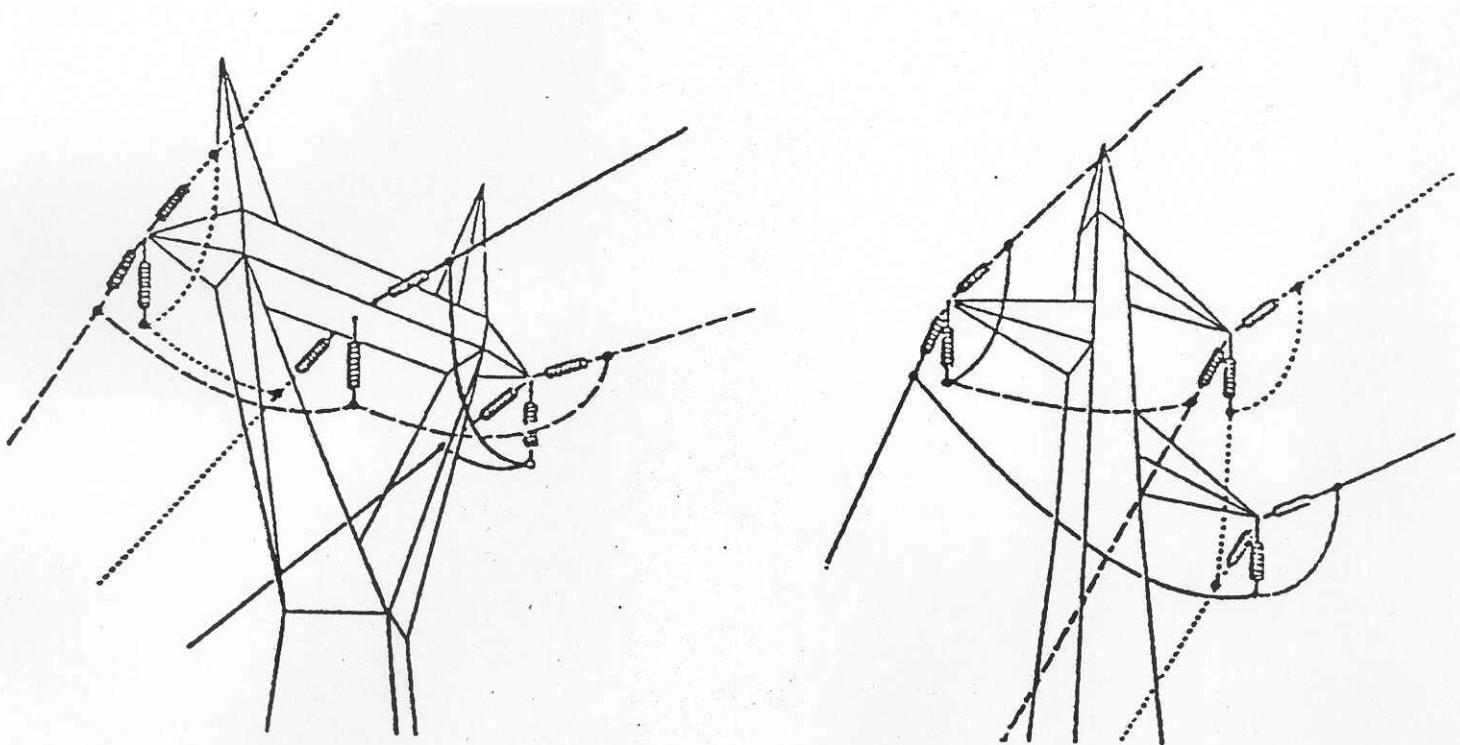
$$L_a = L_b = L_c = L_1$$

$$L_1 = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{\sqrt{D_{12} D_{13}}}{r_1} + \ln \frac{\sqrt{D_{21} D_{23}}}{r_1} + \ln \frac{\sqrt{D_{13} D_{23}}}{r_1} \right)$$

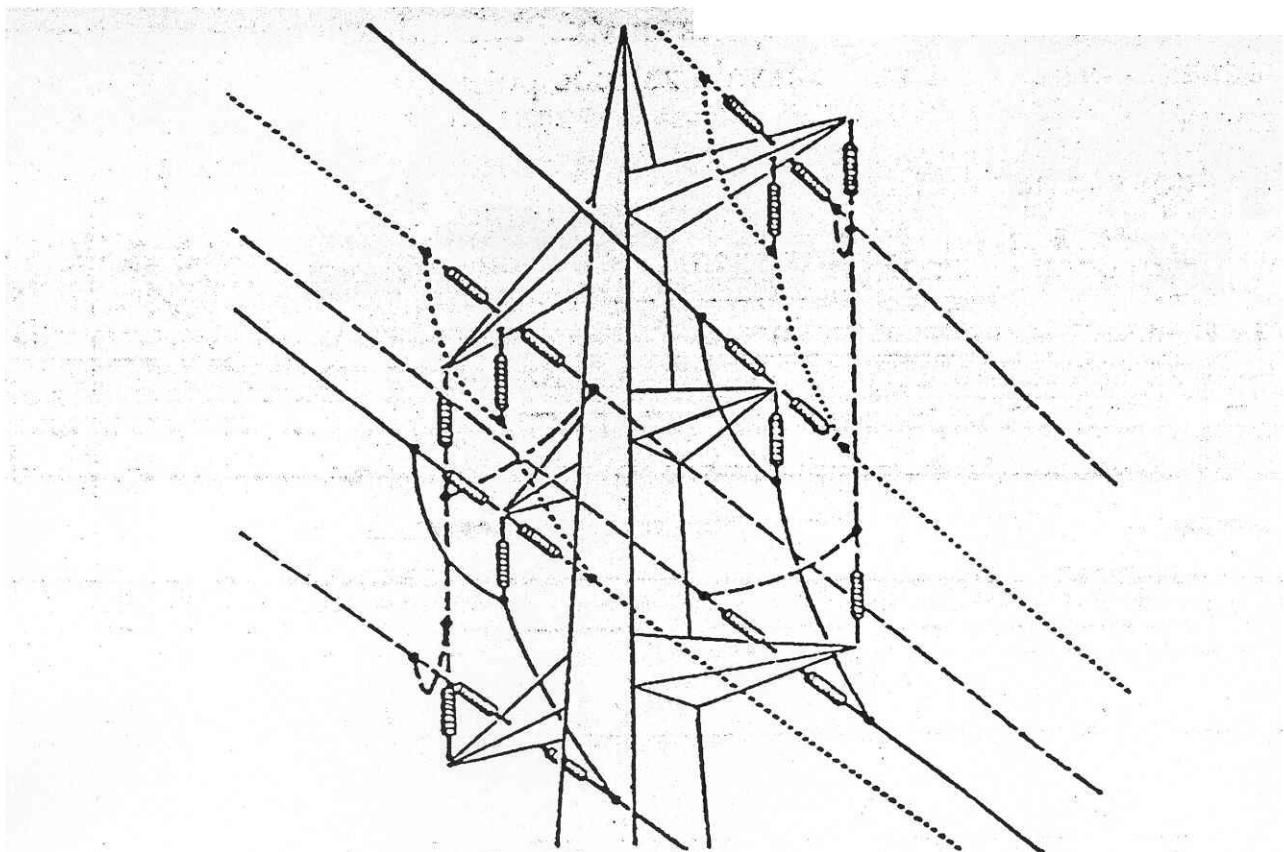
$$L_1 = \frac{2}{3} \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{12}^2 D_{13}^2 D_{23}^2}}{(r_1)^3} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}}{r_1}$$

$$L_{1\text{prep}} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}$$



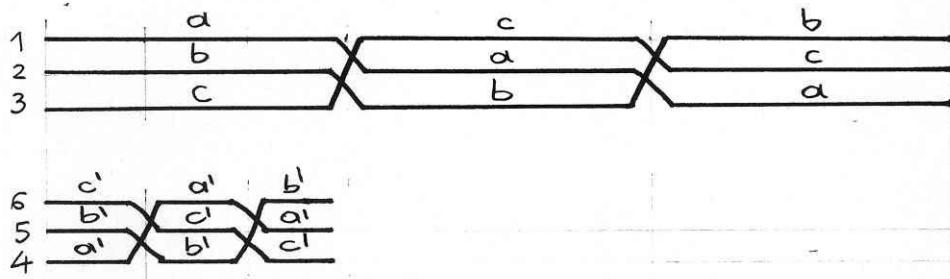
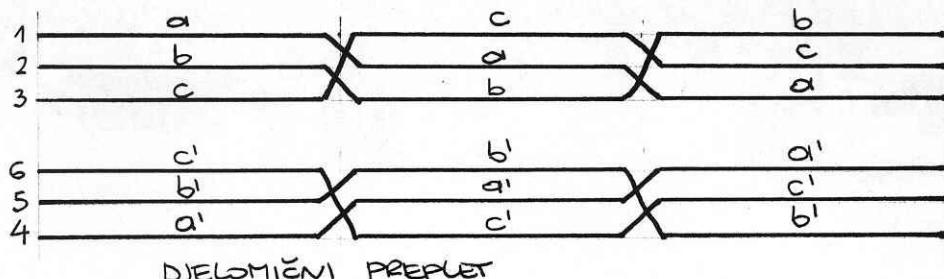
Preplitanje kod nekih jednostavnih vodova



Preplitanje nekih dvostrukih vodova

PРЕПЛЕТ ДВОСТРУКОГ ВОДА

$a_0 1$
 $b_0 2$
 $c_0 3$ -
 4° a'
 5° b'
 6° c'



DJELOMIČNI PREPLET

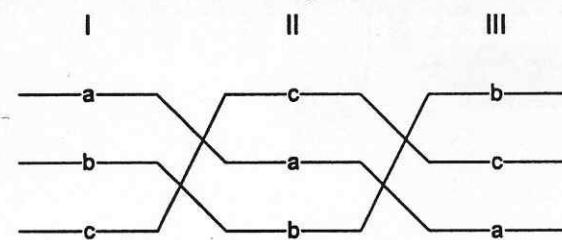
- НА ИДУЋИМ ФАЗНОМ ВОДИЋА ИДЕСАЈ 1. ДРУГА ТРОЈКА

POTPUNI PREPLET -

$$L_a = L_b = L_c = L_1 = 2 \cdot 10^7 \text{ m} \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}} / r!$$

Preplet voda

$$\text{Uvedimo oznaku } Z_m = \frac{1}{3} (Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ac}) \quad (27)$$



Iz slike je vidljivo da je:

$$\begin{aligned} Z_{ab}^I &= Z_{ac}^{II} = Z_{bc}^{III} \\ Z_{ac}^I &= Z_{bc}^{II} = Z_{ab}^{III} \\ Z_{bc}^I &= Z_{ab}^{II} = Z_{ac}^{III} \end{aligned} \quad (28)$$

Također vrijedi da je:

$$\begin{aligned} Z_{ab} &= \frac{1}{3} (Z_{ab}^I + Z_{ab}^{II} + Z_{ab}^{III}) \\ Z_{bc} &= \frac{1}{3} (Z_{bc}^I + Z_{bc}^{II} + Z_{bc}^{III}) \\ Z_{ac} &= \frac{1}{3} (Z_{ac}^I + Z_{ac}^{II} + Z_{ac}^{III}) \end{aligned} \quad (29)$$

Iz (28) i (29) slijedi:

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ac} = Z_m \quad (30)$$

UTJECAJ ZEMLJE PRI PRORAČUNU

INDUKTIVITETA

Zemlja kao povratni vodič

Ako trofaznim vodovima teku struje nultog redoslijeda, tj. struje jednake u svakoj fazi, one se moraju zatvoriti kroz zemlju i kroz dozemnu užad. Uz pretpostavku da nema dozemnih užeta povratni vodič je samo zemlja.

Carson je 1926. g. izradio postupak koji se temelji na pretpostavci da povratna nulta struja kroz zemlju protječe zamišljenim vodičem, paralelnim s vodičima voda, a prolazi ispod površine zemlje udaljen od njih za D_e i ima reducirani geometrijski polumjer 1m. Tako se mogu koristiti izvodi za proračun induktiviteta.

Na temelju velikog broja pokusnih mjerjenja Carson je došao do slijedećih izraza za induktivitet (Sl. 5.16):

$$L_{ii-z} = 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{2h_i}{r} + 2Q + \ln \frac{r}{r'} \right) \left| \frac{H}{m} \right| \quad 5-47$$

$$L_{ik-z} = 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{D'_{ik}}{D_{ik}} + 2Q \right) \left| \frac{H}{m} \right| \quad 5-48$$

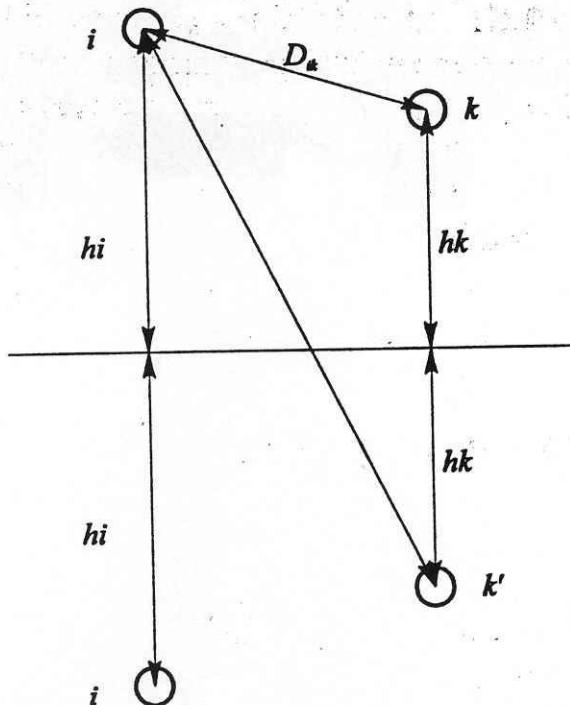
i za djelatni otpor:

$$R_{ii-z} = R + 2\mu f P \left| \frac{\Omega}{m} \right| \quad 5-49$$

$$R_{ik-z} = 2\mu f P \left| \frac{\Omega}{m} \right| \quad 5-50$$

gdje je:

$$\begin{aligned} P = & \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3\sqrt{2}} \lambda \cos \Theta + \frac{\lambda^2}{16} \cos 2\Theta \left(0,6728 + \ln \frac{2}{\lambda} \right) + \\ & + \frac{\lambda^2}{16} \Theta \sin 2\Theta + \frac{\lambda^2}{45\sqrt{2}} \cos 3\Theta - \frac{\pi \lambda^2}{1536} \cos 4\Theta + \dots \end{aligned} \quad 5-51$$



Sl. 5-16 - Udaljenosti uz izraze 5-47 i 5-48

$$5-52 \quad Q = -0,0386 + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\lambda} + \frac{\lambda}{3\sqrt{2}} \cos \Theta - \frac{\pi \lambda^2}{64} \cos 2\Theta + \frac{\lambda^3}{45\sqrt{2}} \cos 3\Theta - \frac{\lambda^4}{384} \sin 4\Theta - \frac{\lambda^4}{384} \cos 4\Theta \left(\ln \frac{2}{\lambda} + 1,0895 \right) + \dots$$

Pri tome je za korekturu vlastite impedancije:

$$5-53 \quad \lambda = 1,6\pi h_i \sqrt{\kappa \mu f} \quad \Theta = 0$$

a za korekturu međusobne impedancije:

$$5-54 \quad \lambda = 1,6\pi \frac{D'_{ik}}{2} \sqrt{\kappa \mu f} \quad \Theta = \arccos \frac{h_i + h_k}{D'_{ik}}$$

Za izvedene nadzemne vodove $\lambda \leq 0,2$ i θ je malo, pa je dovoljno uzeti:

$$5-55 \quad P = \frac{\pi}{8}$$

$$5-56 \quad Q = -0,0386 + \frac{1}{2} \lambda \ln \frac{2}{\lambda} = \frac{1}{2} \ln \frac{1,854}{\lambda}$$

Uvrstimo ove izraze u 4-47 i 4-48, i dobit ćemo:

$$\begin{aligned}
 L_{ii-z} &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{2h_i}{r} + \ln \frac{1,854}{\lambda} \right) + L_u = \\
 &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{2h_i \cdot 1,854}{r \cdot 1,6\pi h_i \sqrt{\kappa\mu f}} \right) + L_u = \\
 &= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_e^2}{r} + L_u \left| \frac{H}{m} \right|
 \end{aligned} \tag{5-57}$$

$$D_e^2 = \frac{2h_i \cdot 1,854}{1,6\pi h_i \sqrt{\kappa\mu f}} = 658 \sqrt{\frac{\rho}{f}} |m| \tag{5-58}$$

$$\begin{aligned}
 L_{ik-z} &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{D'_{ik}}{D_{ik}} + \ln \frac{1,854}{\lambda} \right) = \\
 &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{D'_{ik}}{D_{ik}} + \ln \frac{1,854 \cdot 2}{1,6\pi D'_{ik} \sqrt{\kappa\mu f}} \right) = \\
 &= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D'_{ik} \cdot 1,854 \cdot 2}{D_{ik} \cdot 1,6\pi D'_{ik} \sqrt{\kappa\mu f}} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{658}{D_{ik}} \sqrt{\frac{\rho}{f}} = \\
 &= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_e^2}{D_{ik}} \left| \frac{H}{m} \right|
 \end{aligned} \tag{5-59}$$

Izrazi za djelatne otpore glase:

$$R_{ii-z} = R_1 + R_E = R_1 + 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} f \frac{\pi}{8} = R_1 + \pi^2 f \cdot 10^{-7} \left| \frac{\Omega}{m} \right| \tag{5-60}$$

$$R_{ik-z} = 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\pi}{8} = \pi^2 f \cdot 10^{-7} \left| \frac{\Omega}{m} \right| \tag{5-61}$$

gdje je:

f = frekvencija u Hz

ρ = specifični otpor zemlje, u Ωm , a ovisi o vrsti tla, npr.:

morska voda	1 Ωm	suh krupni šljunak	1000 Ωm
močvara	30 Ωm	kamenjar	3000 Ωm
zemlja	100 Ωm		

R_1 = jedinični djelatni otpor vodiča.

Sada možemo napisati izraze za vlastite i međusobne impendancije vodiča s utjecajem zemlje:

$$\bar{Z}_{ii-z} = R_1 + \pi^2 f \cdot 10^{-4} + j\omega \left(2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{658}{r} \sqrt{\frac{\rho}{f}} + L_u \right) =$$

5-62

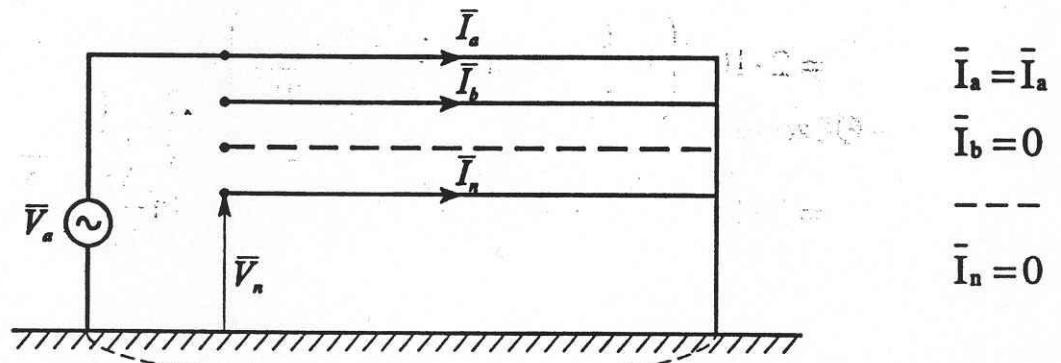
$$= R_1 + 0,05 + j \left(0,1445 \log \frac{658}{r} \sqrt{\frac{\rho}{f}} + 0,0157 \right) \left| \frac{\Omega}{\text{km}} \right|$$

5-63

$$\bar{Z}_{ik-z} = 0,05 + j 0,1445 \log \frac{658}{D_{ik}} \sqrt{\frac{\rho}{f}} \left| \frac{\Omega}{\text{km}} \right|$$

Dobivene impedancije vodiča možemo sređeno prikazati kao uzdužnu jediničnu matricu $[\bar{Z}_1]$ vodiča, koja uzima u obzir zemlju kao povratni vodič.

Na Sl. 5.17 prikazano je značenje matrice impedancije vodiča:



Sl. 5.17 - Računanje stupca a

$$\bar{V}_a = \bar{Z}_{aa-z} \bar{I}_a \quad \bar{Z}_{aa-z} = \frac{\bar{V}_a}{\bar{I}_a}$$

5-64

$$\bar{V}_b = \bar{Z}_{ba-z} \bar{I}_a \quad \bar{Z}_{ba-z} = \frac{\bar{V}_b}{\bar{I}_a}$$

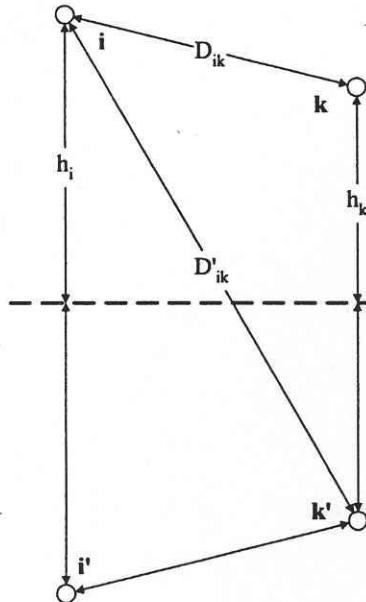
$$\bar{V}_n = \bar{Z}_{na-z} \bar{I}_a \quad \bar{Z}_{na-z} = \frac{\bar{V}_n}{\bar{I}_a}$$

Ponovimo postupak za sve ostale vodiče. Dobit ćemo sve stupce matrice.

Proračun konstanti voda – općenito

Zbog struja nulte komponente koje se kod trofaznih vodova zatvaraju kroz zemlju i dozemnu užad, prilikom proračuna konstanti voda treba uzeti u obzir i utjecaj zemlje. Utjecaj zemlje može se uzeti u obzir pomoću Carsonovih eksperimentalnih formula koje prepostavljaju da povratna nulta struja teče kroz zemlju zamišljenim vodičem paralelnim s vodičima voda koji prolazi ispod površine zemlje na udaljenosti D_e od voda i ima reducirani geometrijski radius 1 metar.

Induktivitet:



$$L_{ii-z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\ln \frac{2h_i}{r} + 2Q + \ln \frac{r}{r'} \right) \text{ H/m} \quad (1)$$

$$L_{ik-z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\ln \frac{D'_{ik}}{D_{ik}} + 2Q \right) \text{ H/m} \quad (2)$$

Otpor:

$$R_{ii-z} = R + 2\mu f P \text{ } \Omega/\text{m} \quad (3)$$

$$R_{ik-z} = 2\mu f P \text{ } \Omega/\text{m} \quad (4)$$

P, Q – Carsonove konstante

Iz (1) i (2) može se napisati:

$$L_{ii-z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\ln \frac{2h_i}{r} + \ln \frac{D_e^2}{2h_i} + \ln \frac{r}{r'} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{D_e^2}{r'} \text{ H/m} \quad (5)$$

$$L_{ik-z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\ln \frac{D'_{ik}}{D_{ik}} + \ln \frac{D_e^2}{D'_{ik}} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_e^2}{D_{ik}} \text{ H/m} \quad (6)$$

Iz (3) i (4):

$$R_{ii-z} = R + 4.9348 \times 10^{-5} \approx R + 5 \times 10^{-5} \text{ } \Omega/\text{m} \quad (7)$$

$$R_{ik-z} = 4.9348 \times 10^{-5} \approx 5 \times 10^{-5} \text{ } \Omega/\text{m} \quad (8)$$

$$D_e^2 = 93\sqrt{\rho} \quad (9)$$

ρ - specifični otpor tla (zemlja 100 Ωm , šljunak 1000 Ωm)

Iz (5) do (9) slijede:

$$Z_{ii-z} = R + 5 \times 10^{-5} + j \cdot 2\pi f \cdot 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{93\sqrt{\rho}}{r'} \quad \Omega/m \quad (10)$$

$$Z_{ik-z} = 5 \times 10^{-5} + j \cdot 2\pi f \cdot 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{93\sqrt{\rho}}{D_{ik}} \quad \Omega/m \quad (11)$$

koje nakon sređivanja poprimaju oblik:

$$Z_{ii-z} = R + 0.05 + j0.0628 \ln \frac{93\sqrt{\rho}}{r'} \quad \Omega/km \quad (12)$$

$$Z_{ik-z} = 0.05 + j0.0628 \ln \frac{93\sqrt{\rho}}{D_{ik}} \quad \Omega/km \quad (13)$$

Pomoću izraza (12) i (13) "punimo" matricu vodiča. U (14) dan je primjer za vod sa tri fazna vodiča i dva zaštitna užeta:

$$\begin{bmatrix} Z^{vod} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ap} & Z_{aq} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bp} & Z_{bq} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cp} & Z_{cq} \\ Z_{pa} & Z_{pb} & Z_{pc} & Z_{pp} & Z_{pq} \\ Z_{qa} & Z_{qb} & Z_{qc} & Z_{qp} & Z_{qq} \end{bmatrix} \quad (14)$$

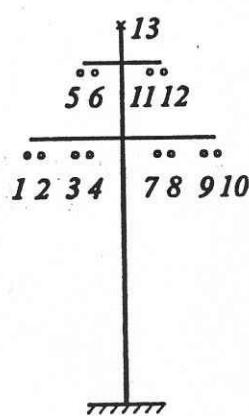
Pošto se radi o jediničnim vrijednostima impedancija, možemo analogno izrazu 3.8 odnose napona, struja i impedancija vodiča izraziti matričnom jednadžbom:

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{\text{vodiča}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1^{\text{vodiča}} \\ \bar{I}^{\text{vodiča}} \end{bmatrix}$$

5-6.

Matrica $\begin{bmatrix} \bar{Z}_1^{\text{vodiča}} \end{bmatrix}$ ima onoliko redaka i stupaca koliko vod iča (dozemna užad, vodiči u snopu), pa je računanje s ovakovim matricama nemoguće. Zato je potrebno da iz matrice $\begin{bmatrix} \bar{Z}_1^{\text{vodiča}} \end{bmatrix}$ izračunamo matricu nadomjesnih faznih vodiča $\begin{bmatrix} \bar{Z}_1^{\text{abc}} \end{bmatrix}$.

Na Sl. 5.18 prikazan je proces transformacije matrice $\begin{bmatrix} \bar{Z}_1^{\text{vodiča}} \end{bmatrix}$.



	1	2	...	13
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

$[\bar{Z}_1^{\text{vodiča}}] =$

Nakon vezivanja vodiča u snop:

	1	2	...	7
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

$[\bar{Z}_1^{\text{abc,abc,p}}] =$

Nakon eliminacije vodiča 13:

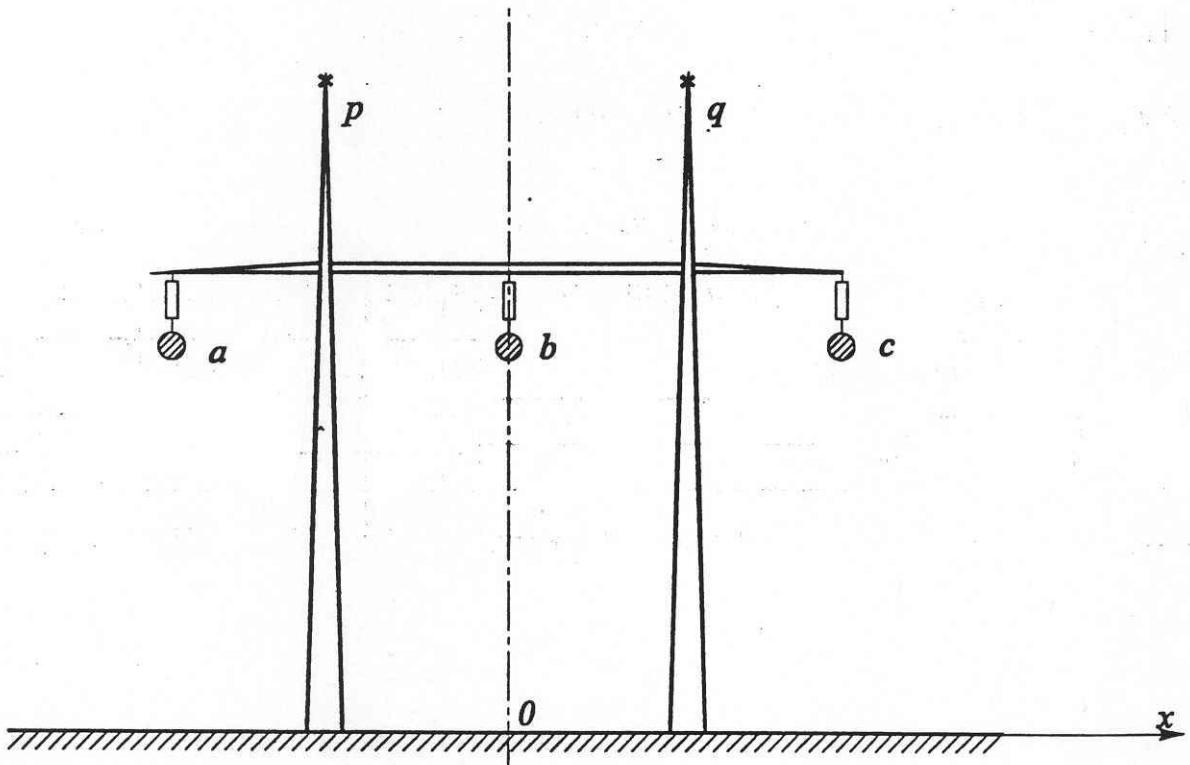
	1	6
1		
6		

$[\bar{Z}_1^{\text{abc,abc}}] =$

Sl. 5.18 - Transformacija matrice dvostrukog voda

Izdvajanje dozemnog užeta

Imamo vod s dva dozemna užeta, p i q, prema Sl. 5.19. Matrica impendancije vodiča imat će 5 redaka i 5 stupaca. Prema općem izrazu 5-65 napišimo jednadžbe 5-66. Vrijednosti pojedinih članova matrice $[\bar{Z}]$ određuju se prema 5-62 i 5-63, pa je time zemlja već uzeta u obzir. Indeks z izostavljen je zbog preglednosti:



Sl. 5.19 - Portal sa dva dozemna užeta

5-66

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} & \bar{Z}_{ap} & \bar{Z}_{aq} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} & \bar{Z}_{bp} & \bar{Z}_{bq} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} & \bar{Z}_{cp} & \bar{Z}_{cq} \\ \bar{Z}_{pa} & \bar{Z}_{pb} & \bar{Z}_{pc} & \bar{Z}_{pp} & \bar{Z}_{pq} \\ \bar{Z}_{qa} & \bar{Z}_{qb} & \bar{Z}_{qc} & \bar{Z}_{qp} & \bar{Z}_{qq} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \\ \bar{I}_p \\ \bar{I}_q \end{bmatrix}$$

ili skraćeno:

5-67

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{abc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}^I & \bar{Z}^{II} \\ \bar{Z}^{III} & \bar{Z}^{IV} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}^{abc} \\ \bar{I}^{pq} \end{bmatrix}$$

Dozemna užeta su uzemljena, pa je napon na njima jednak nuli. To nam omogućuje da se riješimo redaka i stupaca dozemnih užeta blok-transformacijom:

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{abc} \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{Z}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}^{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Z}^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}^{pq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{Z}^{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}^{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Z}^{IV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}^{pq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \bar{I}^{pq} \end{bmatrix} &= -[\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}] [\bar{I}^{abc}] \end{aligned}$$

5-68

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{abc} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{Z}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}^{abc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{Z}^{II} \end{bmatrix} [\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}] [\bar{I}^{abc}] \\ -\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{abc} \end{bmatrix} &= \left([\bar{Z}^I] - [\bar{Z}^{II}] [\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}] \right) [\bar{I}^{abc}] \end{aligned}$$

Konačno se matrica koja uzima u obzir osim zemlje još i dozemnu užad dobiva po izrazu:

$$[\bar{Z}] = [\bar{Z}^I] - [\bar{Z}^{II}] [\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}]$$

5-69

i ima onoliko redaka i stupaca koliko je faznih vodiča (3 u slučaju voda sa Sl. 5.19).

Primjer

Za neprepleteni vod sa Sl. 5.19 treba izračunati matricu impedancije vodiča. To je vod 220 kV kV Podgorica - Albanija dužine 20,91 km Al/Č 360/60 + 2 x Fe 50,

Broj	Vodič	Omski otpor Ω/km	Promjer mm	X m	Y m
1	a	0,0802	26,2	-6,6	12,46
2	b	0,0802	26,2	0	12,46
3	c	0,0802	26,6	6,6	12,46
4	p	3,020	9,0	-4,592	18,8
5	q	3,020	9,0	4,592	18,8

	a	b	c	p	q
a	0,13+j0,79	0,05+j0,38	0,05+j0,34	0,05+j0,38	0,05+j0,34
b	0,05+j0,38	0,13+j0,79	0,05+j0,38	0,05+j0,37	0,05+j0,37
c	0,05+j0,34	0,05+j0,38	0,13+j0,79	0,05+j0,34	0,05+j0,38
p	0,05+j0,38	0,05+j0,37	0,05+j0,34	3,07+j0,86	0,05+j0,36
q	0,05+j0,34	0,05+j0,37	0,05+j0,38	0,05+j0,36	3,07+j0,86

|Ω/km|

Nakon eliminiranja dozemnih užeta dobili smo matricu nadomjesnih faznih vodiča:

	a	b	c
a	0,19+j0,74	0,12+j0,33	0,11+j0,20
b	0,12+j0,33	0,19+j0,74	0,12+j0,33
c	0,11+j0,20	0,12+j0,33	0,19+j0,74

|Ω/km|

Izdvajanje užeta

Matrične strujno/naponske jednadžbe imaju oblik:

$$\frac{d}{dx}[V] = [Z_1][I] \quad (15)$$

odnosno:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (16)$$

Matrica $[Z^{vod}]$ ima onoliko redaka i stupaca koliko vodiča (žica) ima na stupu. Za proračune nam trebaju samo fazni vodiči pa matricu $[Z^{vod}]$ treba transformirati (reducirati) u matricu ekvivalentnih faznih vodiča $[Z^e]$. U dalnjem je tekstu dan primjer za vod sa tri fazna vodiča i dva zaštitna užeta:

Matricu vodiča (14) možemo podijeliti na četiri dijela:

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ap} & Z_{aq} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bp} & Z_{bq} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cp} & Z_{cq} \\ Z_{pa} & Z_{pb} & Z_{pc} & Z_{pp} & Z_{pq} \\ Z_{qa} & Z_{qb} & Z_{qc} & Z_{qp} & Z_{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \\ Z_{pa} & Z_{pb} & Z_{pc} \\ Z_{qa} & Z_{qb} & Z_{qc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{ap} & Z_{aq} \\ Z_{bp} & Z_{bq} \\ Z_{cp} & Z_{cq} \\ Z_{pp} & Z_{pq} \\ Z_{qp} & Z_{qq} \end{bmatrix} \quad (17)$$

što je uobičajeno pisati u obliku:

$$\begin{bmatrix} Z^{vod} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_I & Z_{II} \\ Z_{III} & Z_{IV} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Želimo dobiti takvu matricu ekvivalentnih faznih vodiča $[Z^e]$ da vrijedi:

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z^e] [I^{abc}] \quad (19)$$

Pri tome polazimo od slijedeće pretpostavke:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_p = 0 \\ V_q = 0 \end{bmatrix} = [Z^{vod}] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_p \\ I_q \end{bmatrix} \quad (20)$$

Matričnu jednadžbu (20) možemo razdvojiti na (21) i (22):

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z_I] [I^{abc}] + [Z_{II}] [I^{pq}] \quad (21)$$

$$\frac{d}{dx} [0] = [Z_{III}] [I^{abc}] + [Z_{IV}] [I^{pq}] \quad (22)$$

Iz (22) slijedi da je

$$[I^{pq}] = -[Z_{IV}]^{-1} [Z_{III}] [I^{abc}] \quad (23)$$

Kada (23) možemo vratiti u (21) dobivamo:

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z_I] [I^{abc}] - [Z_{II}] [Z_{IV}]^{-1} [Z_{III}] [I^{abc}] \quad (24)$$

Nakon sređivanja (24) dobivamo

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [[Z_I] - [Z_{II}][Z_{IV}]^{-1}[Z_{III}]] [I^{abc}] \quad (25)$$

Iz (25) slijedi izraz za ekvivalentnu maticu faznih vodiča:

$$[Z^e] = [Z_I] - [Z_{II}][Z_{IV}]^{-1}[Z_{III}] \quad (26)$$

Napomena:

Kod vodiča u snopu imali bismo još više elemenata u $[Z^{vod}]$, ali obično se u tom slučaju umjesto vodiča u snopu uzima "ekvivalentni" vodič.

Pogonska impedancija

Pretpostavimo da su svi vodovi u mreži simetrični, te da je mreža simetrično opterećena. Pošto generatori proizvode simetrične EMS-e kroz mrežu će, a tako i kroz vodove, teći simetrična struja. To znači da će struja teći samo kroz vodiče faza i da kroz zemlju i dozemnu užad neće biti struje.

Račun proveden jednadžbama vodiča ili jednadžbama nadomjesnih faznih vodiča mora dati isti rezultat.

Sustav jednadžbi glasi: *jednadžbe vodiča*

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{abc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}^I & \bar{Z}^{II} \\ \bar{Z}^{III} & \bar{Z}^{IV} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}^{abc} \\ 0 \end{bmatrix}$$

5-75

što daje:

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}^{abc} \end{bmatrix}$$

5-76

a sustav jednadžbi nadomjesnih vodiča:

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}^{abc} \end{bmatrix}$$

5-77

Budući da se radi o simetriranom vodu, moramo u oba slučaja računati s prosječnim međusobnim impedancijama.

Matrica $[\bar{Z}^I]$ iz jednadžbe 5-76 i matrica $[\bar{Z}^{abc}]$ iz jednadžbe 5-77 nisu jednake. Međutim za ovaj posebni pogonski slučaj moraju dati iste rezultate:

Iz 5-76:

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ a^2 \bar{V}_a \\ a \bar{V}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s^v & \bar{Z}_m^v & \bar{Z}_m^v \\ \bar{Z}_m^v & \bar{Z}_s^v & \bar{Z}_m^v \\ \bar{Z}_m^v & \bar{Z}_m^v & \bar{Z}_s^v \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ a^2 \bar{I}_a \\ a \bar{I}_a \end{bmatrix}$$

5-78

$$-\frac{d}{dx} \bar{V}_a = \bar{Z}_s^v \bar{I}_a + a^2 \bar{Z}_m^v \bar{I}_a + a \bar{Z}_m^v \bar{I}_a = (\bar{Z}_s^v - \bar{Z}_m^v) \bar{I}_a$$

5-79

a jednadžba 5-77:

$$5-80 \quad -\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ a^2 \bar{V}_a \\ a \bar{V}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s^e & \bar{Z}_m^e & \bar{Z}_m^e \\ \bar{Z}_m^e & \bar{Z}_s^e & \bar{Z}_m^e \\ \bar{Z}_m^e & \bar{Z}_m^e & \bar{Z}_s^e \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ a^2 \bar{I}_a \\ a \bar{I}_a \end{bmatrix}$$

$$5-81 \quad -\frac{d}{dx} \bar{V}_a = \bar{Z}_s^e \bar{I}_a + a^2 \bar{Z}_m^e \bar{I}_a + a \bar{Z}_m^e \bar{I}_a = (\bar{Z}_s^e - \bar{Z}_m^e) \bar{I}_a$$

gdje je:

\bar{Z}_s^v , \bar{Z}_m^v = vlastita i međusobna impedancija vodiča

\bar{Z}_s^e , \bar{Z}_m^e = vlastita i međusobna impedancija ekvivalentnih faznih vodiča.

Iz jednakosti napona i struja u jednadžbama 5-79 i 5-81 proizlazi jednakost:

$$5-82 \quad (\bar{Z}_s^v - \bar{Z}_m^v) = (\bar{Z}_s^e - \bar{Z}_m^e) = \bar{Z}_1$$

\bar{Z}_1 je pogonska impedancija i analogno tome pogonski induktivitet. Upravo ovaj pogonski induktivitet računali smo uvijek kada nam je s pomoću opće formule za ulančeni tok uspjelo izračunati induktivitet.

Primjer

Pretpostavimo da je vod sa Sl. 5.19 prepletен и izračunajmo pogonsku impedanciju.

$$\bar{Z}_s^v = 0,13 + j 0,79$$

$$\bar{Z}_m^v = \frac{1}{3} (0,05 + j 0,38 + 0,5 + j 0,34 + 0,05 + j 0,38) = 0,05 + j 0,37$$

$$\bar{Z}_1 = 0,13 + j 0,79 - 0,05 - j 0,37 = 0,08 + j 0,42 \quad |\Omega/\text{km}|$$

$$\bar{Z}_s^e = 0,19 + j 0,74$$

$$\bar{Z}_m^e = \frac{1}{3} (0,12 + j 0,33 + 0,11 + j 0,29 + 0,12 + j 0,33) = 0,11 + j 0,32$$

$$\bar{Z}_1 = 0,19 + j 0,74 - 0,11 - j 0,32 = 0,08 + j 0,42 \quad |\Omega/\text{km}|$$

Računanje pogonske impedancije / SIMETRIČAN SUSTAV/

Prepostavimo da su svi vodovi i sva opterećenja simetrična. Tada možemo prepostaviti da kroz zemlju i dozemnu užad ne teku struje te jednadžba (20) poprima oblik:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_I & Z_{II} \\ Z_{III} & Z_{IV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Iz (31) slijedi

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z_I] [I^{abc}] \quad (32)$$

Napomena:

Usporedimo jednadžbe (32) i (19). Jednadžba (32) vrijedi samo u slučaju simetričnog pogona. Jednadžba (19) općenita je jednadžba nadomjesnih vodiča. Matrica $[Z_I]$ iz (32) i matrica $[Z^e]$ iz (19) nisu jednake. Za simetričan pogonski slučaj ove matrice daju iste rezultate.

Vod je simetriran pa su sve vlastite (33) i međusobne (27) impedancije jednake:

$$Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = Z_s \quad (33)$$

Napišimo još jednom jednadžbu (32):

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ a^2 V_a \\ a V_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ a^2 I_a \\ a I_a \end{bmatrix} \quad (34)$$

Iz (34) je vidljivo da je

$$\frac{d}{dx} V_a = Z_s I_a + a^2 Z_m I_a + a Z_m I_a = (Z_s - Z_m) I_a \quad (35)$$

Pa je pogonska impedancija iz (35) jednaka

$$Z_1 = Z_s - Z_m \quad Z_1 = Z_d \quad (36)$$

Vratimo se sada korak nazad i napišimo jednadžbu (19) za prepletenu vod:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ a^2 V_a \\ a V_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s^e & Z_m^e & Z_m^e \\ Z_m^e & Z_s^e & Z_m^e \\ Z_m^e & Z_m^e & Z_s^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ a^2 I_a \\ a I_a \end{bmatrix} \quad (37)$$

Iz (37) je vidljivo da je

$$(\alpha^2 + \alpha) = -1$$

$$\frac{d}{dx} V_a = Z_s^e I_a + \alpha^2 Z_m^e I_a + \alpha Z_m^e I_a = (Z_s^e - Z_m^e) I_a \quad (38)$$

pa je pogonska impedancija iz (38) jednaka

$$Z_1 = Z_s^e - Z_m^e \quad (39)$$

Napomena:

Pogonska impedancija $Z_1 = Z_s - Z_m = Z_s^e - Z_m^e$, ali $Z_s \neq Z_s^e$ i $Z_m \neq Z_m^e$.

Računanje impedancija nadomjesnih sustava

/NESIMETRIČNI SUSTAV /

Polazimo od jednadžbe (19):

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z^e] [I^{abc}]$$

$$[\vec{A}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

Znamo da vrijede transformacije:

$$[V^{abc}] = [\mathbf{A}] [V^{012}]$$

$$[I^{abc}] = [\mathbf{A}] [I^{012}]$$

$$[\vec{A}]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$(41)$$

Ako (40) i (41) uvrstimo u (19):

$$\frac{d}{dx} [\mathbf{A}] [V^{012}] = [Z^e] [\mathbf{A}] [I^{012}] \quad (42)$$

Jednadžbu (42) s lijeva pomnožimo s $[\mathbf{A}]^{-1}$ i dobivamo:

$$\frac{d}{dx} [V^{012}] = [\mathbf{A}]^{-1} [Z^e] [\mathbf{A}] [I^{012}] \quad (43)$$

odnosno

$$\frac{d}{dx} [V^{012}] = [Z^{012}] [I^{012}] \quad (44)$$

pri čemu je $[Z^{012}]$ matrica impedancije za simetrične komponente:

$$[Z^{012}] = [\mathbf{A}]^{-1} [Z^e] [\mathbf{A}] \quad (45)$$

$$[Z^{012}] = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

Z_{00} - Nula= IMPEDANCIA VODA

Z_{11} - DIREKNA IMPEDANCIA VODA

Z_{22} - INVERZNA IMPEDANCIA VODA

$Z_{01}, Z_{02}, Z_{12}, Z_{10}, Z_{20}, Z_{21}$ - MEDIJARNE
IMPEDANCNE SUSTAV

Matrica impedancije za simetrične komponente za simetričan slučaj:

$$[Z^{012}] = \begin{bmatrix} Z_{00} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{22} \end{bmatrix} \quad Z_{01}=Z_{10}=Z_{02}=Z_{20}=Z_{12}=Z_{21}=\phi \quad (46)$$

U simetričnom je slučaju matricu (46) moguće dobiti i direktnim računanjem:

$$[Z^{012}] = \begin{bmatrix} Z_s + 2Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_s - Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_s - Z_m \end{bmatrix} \quad Z_{11} = Z_{22} = Z_s - Z_m = Z_s^e - Z_m^e$$

$Z_s \neq Z_s^e \quad (47) \quad Z_m \neq Z_m^e$

$$Z_{\infty} = Z_s^e + 2Z_m^e = Z_s + 2Z_m$$

Općenita matrica impedancije za simetrične komponente:

$$\begin{bmatrix} Z^{012} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (48)$$

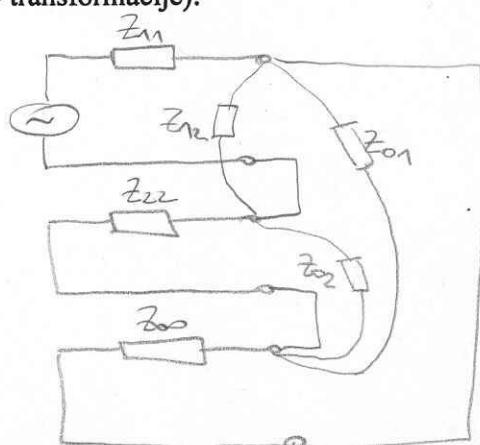
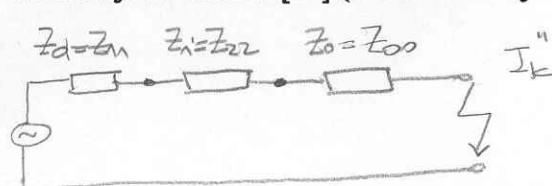
Iznos izvandijagonalnih članova matrice $[Z^{012}]$ ovisi o izvedbi voda i o tome da li je vod simetrian ili ne.

Faktor nesimetrije definiran je izrazom:

$$N = \left| \frac{Z_{01}}{Z_{00}} \right| \quad (49)$$

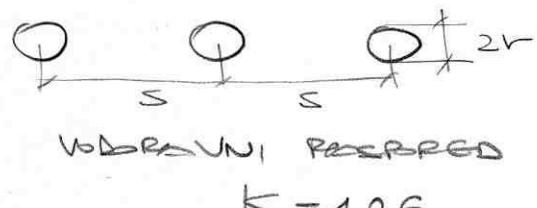
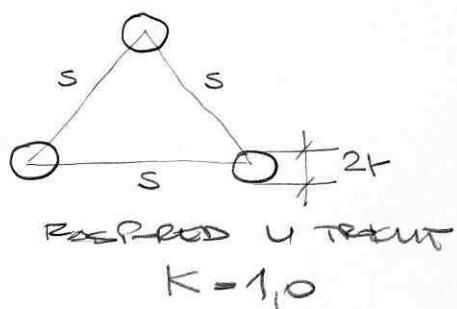
Napomena:

Ako je kod prepletenih matrica voditi računa o simetričnosti, može se uvođenjem simetriiranje na matrici $[Z^{vd}]$ (tzv. simetriiranje prije blok -transformacije) ili kasnije na matrici $[Z^e]$ (tzv. simetriiranje nakon blok - transformacije).



INDUKTIVITET TE KABELA

- PRASADIN INDUKTIVITET TE KABELA
 - ISN POSTUPCI KAO I ZA NADREZNE VODOVE
Mizarsase = M_0
- KOD JEZMOZILNIH KABELA PREDSTAVLJENI SMOJ
VJEZDOVIM NO INDUKTIVITET
- PRIMER : INDUKTIVITET XLPE TE KABELA



$$L = 9,05 + 9,2 \ln \frac{K \cdot s}{r} \quad [\text{nH/km}]$$

$s [\text{mm}] \qquad \qquad + [\text{mm}]$

$$X = 2\pi f \frac{L}{1000} \quad [\omega/\text{km}]$$

$L [\text{nH/km}]$
 $f [\text{Hz}]$

4.4 KAPACITET VODA

- KAPACITET VODA

U IZMENIČNIM EL. EN. KRUGOVIMA $u(t) = f(t)$ JE VREMENSKI PROGRESIV \rightarrow NABOJ NA VODIČIMA SE VREMENSKI Mjenja $dq/dt \rightarrow$ IZMEDU ELEKRODA NA KAJIMA JE NAPON $U(t)$ TEĆE STRUJA $i(t) = dq/dt$ KAPACITIVNA STRUJA NABIJANJA ILI POMAĆNA STRUJA (TEĆE I KAD VOD NIJE OPTEREDEN)

$$Q = C \cdot U$$

$$C = Q/U \quad C = \frac{\Delta Q}{\Delta U} \quad \left[\frac{\Delta S}{\Delta U} = F \right]$$

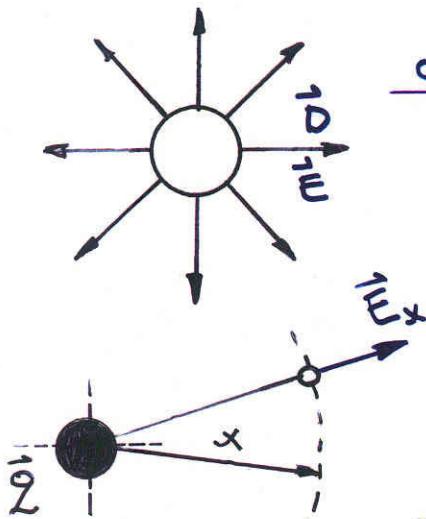
KAPACITET C JE UZROČNIK STRUJA NABIJANJA

- KOD EL. EN. VODOVA $C = \text{konstanta}$ jer je DIELEKTRIČNOST $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r = \text{konst.}$ $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ [F/m]}$
 $\epsilon = \text{konst} \Rightarrow D \propto E \quad D = \epsilon_0 \epsilon_r E$
- TOČAN PRORAČUN KAPACITETA C SE OSNIVA NA TEORIJI ELEKTROSTATIČKOG POLJA - C OVISI O STVARNOM RASPREDJELJIVOM NABOJU NA ELEKRODAMA

METODOLOGIJA RAČUNANJA KAPACITETA C

OSNIVA SE NA ODREĐIVANJU NAPONA IZMEĐU ELEKRODA (PRIMJENJUJE SE ZAKON SUPERPOZICIJE JER JE DNE) I TO UZ PRETPOSTAVKE:

- ČITAV NABOJ SE NALAZI NA POKRŠINI VODIČA, PA JE ZATO UNUTAR VODIČA $E = \vec{0}$, $D = \vec{0}$
- NABOJI NA VODIČIMA SU JEDNOLIKO RASPODIJEŠENI NA POKRŠINI
- VODIČI SU PUNI, OKRUGLI, RAVNI I VEOMA DUGAČKI
- NA DUGIM VODIČIMA OD 1m NEMA PADA NAPONA DUŽ VODIČA, PA JE SLIKA EL. POLJA U SVIM PROSECIIMA ISTA.



OKRUGLI CILINDRIČNI VODIČ

$$\text{GAUSS: } \int \vec{D} d\vec{A} = \vec{q}$$

$$\int \vec{D} d\vec{A} = D \cdot 2\pi x \cdot l = \vec{q}$$

$$l = 1 \text{ m}$$

$$\vec{D}_x = \frac{\vec{q}}{2\pi x} \quad [\text{C/m}^2]$$

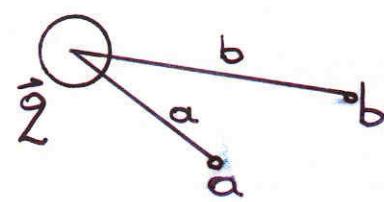
GUSTODA EL. POLJA
GUSTODA EL. TOKA

$$\text{JAKOST EL. POLJA: } \vec{E}_x = \frac{\vec{D}_x}{\epsilon_0} \quad \vec{E}_x = \frac{\vec{q}}{2\pi \epsilon_0 x} \quad \vec{E} [\text{V/m}]$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ [F/m]} \quad \text{DIELEKTRIČNOST VAKUUMA}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{q}}{2\pi \epsilon_0 x} = 36\pi \cdot 10^9 \frac{\vec{q}}{2\pi x} = 18 \cdot 10^9 \frac{\vec{q}}{x} \quad [\text{V/m}]$$

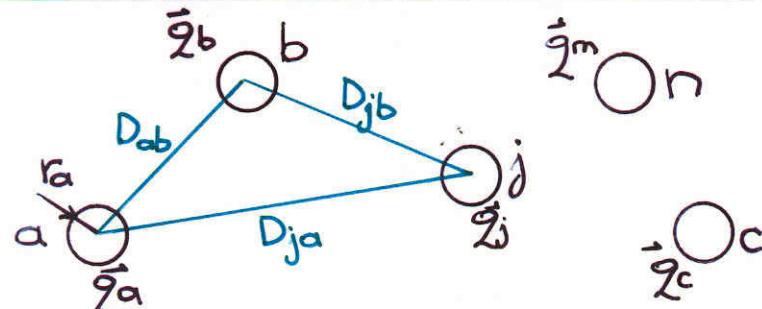
RAZLIKA POTENCIJALA - NAPON IZMEĐU DVIJU TOČAKA :



$$\vec{U}_{ab} = \int_a^b \vec{E}_x dx = 18 \cdot 10^9 \frac{\vec{q}}{2\pi\epsilon} \ln \frac{b}{a} [V]$$

$$\vec{U}_{ab} = \frac{\vec{q}}{2\pi\epsilon} \ln \frac{b}{a}$$

SUSTAV OD m PARALELNIH VODIČA



ZATVORENI SUSTAV
BEZ UTEČAJA ZEMJE

$$\sum_{j=a}^m \vec{q}_j = \phi$$

RAZLIKA POTENCIJALA - NAPON IZMEĐU VODIČA a i b.

- SUPERPOZICIJA modela NABOJA \vec{q}_a DO \vec{q}_m

$$\vec{U}_{ab}(a) = \frac{\vec{q}_a}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{ab}}{r_a}$$

$$\vec{U}_{ab}(b) = \frac{\vec{q}_b}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_b}{D_{ab}}$$

$$\vec{U}_{ab}(j) = \frac{\vec{q}_j}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{jb}}{D_{ja}}$$

$$\vec{U}_{ab}(m) = \frac{\vec{q}_m}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{mb}}{D_{ma}}$$

KOMPONENTA uslijed NABOJA \vec{q}_j
na vodiču j

$$\vec{U}_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\vec{q}_a \ln \frac{D_{ab}}{r_a} + \vec{q}_b \ln \frac{r_b}{D_{ab}} + \vec{q}_c \ln \frac{D_{cb}}{D_{ca}} + \dots + \vec{q}_j \ln \frac{D_{jb}}{D_{ja}} + \dots + \vec{q}_m \ln \frac{D_{mb}}{D_{ma}} \right)$$

$$\vec{U}_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{j=a}^m \vec{q}_j \ln \frac{D_{jb}}{D_{ja}}$$

$$D_{aa} = r_a$$

$$D_{bb} = r_b$$

SLIČNO SE ODREĐUJU RAZLIKE POTENCIJALA $U_{ac}, U_{ad}, \dots, U_{am}$

$$\vec{U}_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{j=a}^3 \vec{q}_j \ln \frac{D_{jb}}{D_{ja}}$$

$$D_{aa} = r_a \quad D_{bb} = r_b$$

$$D_{jj} = r_j$$

$$\vec{U}_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{j=a}^3 \vec{q}_j \ln \frac{D_{jc}}{D_{ja}}$$

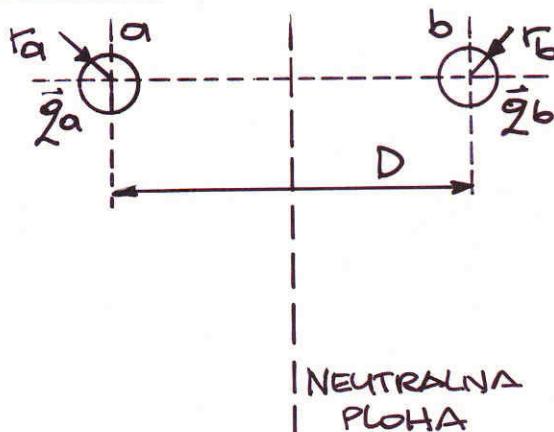
SUSTAV OD $(n-1)$
NEZAVISNIH
JEDNODŽBII

$$\vec{U}_{ad} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{j=a}^3 \vec{q}_j \ln \frac{D_{jd}}{D_{ja}}$$

$$\vec{U}_{am} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{j=a}^m \vec{q}_j \ln \frac{D_{jm}}{D_{ja}}$$

$$\sum_{j=a}^m \vec{q}_j = \phi$$

PRIMJER 1: VOD SA DVA VODIČA - JEDNOFAZNI VOD



ODREDITI:
 C_{ab} KAPACITET IZMEĐU VODIČA
 C_a KAPACITET VODIČA a PREMA
 NEUTRALNOJ PLOHI

$$\vec{q}_a = \vec{z} \quad \sum_{j=a}^b \vec{q}_j = \phi \quad \vec{q}_a + \vec{q}_b = \phi$$

$$D_{aa} = r_a \quad D_{bb} = r_b$$

$$\vec{U}_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{j=a}^b \vec{q}_j \ln \frac{D_{jb}}{D_{ja}} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\vec{q}_a \ln \frac{D_{ab}}{D_{aa}} + \vec{q}_b \ln \frac{D_{bb}}{D_{ba}} \right)$$

$$\vec{U}_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\vec{z} \ln \frac{D}{r_a} - \vec{z} \ln \frac{r_b}{D} \right) = \frac{\vec{z}}{2\pi\epsilon} \left(\ln \frac{D}{r_a} - \ln \frac{r_b}{D} \right)$$

$$\vec{U}_{ab} = \frac{\vec{z}}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D^2}{r_a \cdot r_b} \quad [V]$$

KAPACITET IZMEĐU VODIČA a i b C_{ab}

$$C_{ab} = \frac{\vec{q}_a}{\vec{U}_{ab}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D^2}{r_a \cdot r_b}}$$

$$r_a = r_b = r$$

$$C_{ab} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D^2}{r^2}} = \frac{\pi \cdot \epsilon}{\ln \frac{D}{r}}$$

$$\epsilon = \epsilon_0$$

$$C_{ab} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D^2}{r_a r_b}}$$

$$r_a = r_b = r$$

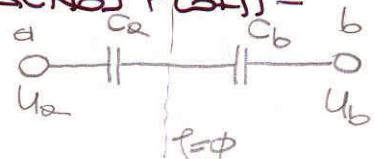
$$\epsilon = \epsilon_0$$

$$C_{ab} = \frac{1}{36 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}} \quad [F]$$

KAPACITET VODIČA A PREMA NEUTRALNOJ PLOHI C_a

POTENCIJAL VODIČA A PREMA NEUTRALNOJ PLOHI - ZEMJI

$$\vec{U}_a = \frac{1}{2} \vec{U}_{ab} = \frac{1}{2} \frac{\vec{q}}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D^2}{r_a r_b}$$



$$r_a = r_b = r$$

$$\epsilon = \epsilon_0$$

$$\vec{U}_a = \frac{1}{2} \frac{\vec{q}}{2\pi \frac{1}{36\pi 10^9}} \ln \frac{D^2}{r^2} = 18 \cdot 10^9 \frac{\vec{q}}{2} \ln \frac{D}{r}$$

$$C_a = \frac{\vec{q}_a}{\vec{U}_a} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}} \quad [F/m]$$

$$C_a = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{r}} \quad [F/m]$$

$$C_{ab} = C_{lk} = \frac{C_a C_b}{C_a + C_b} = \frac{1}{2} C_a = \frac{1}{2} C_b$$

PRIMJER 2.

TROFAZNI VOD SA SIMETRIČNIM RASPOREDOM VODIČA

ODREDITI: KAPACITET FAZNOG VODIČA A PREMA NEUTRALNOJ PLOHI (ZEMJI) C_a
 $C_a = \vec{q}_a / \vec{U}_a$

ZATVORENI SUSTAV:

$$\sum_{j=a}^c \vec{q}_j = \phi \quad \vec{q}_a + \vec{q}_b + \vec{q}_c = \phi$$

$$D_{aa} = D_{bb} = D_{cc} = r$$

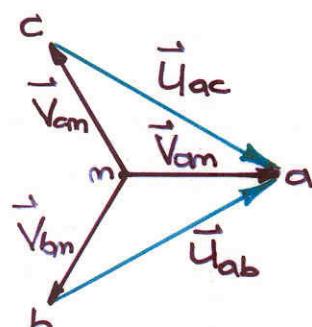
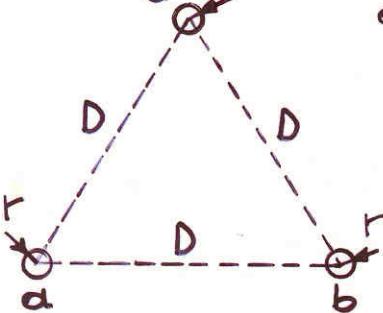
$$\vec{U}_{ab} + \vec{U}_{ac} = 3 \vec{V}_{am}$$

$$D_{ab} = D_{bc} = D_{ac} = D$$

$$\vec{V}_a = \vec{V}_{am} = \frac{1}{3} (\vec{U}_{ab} + \vec{U}_{ac})$$

$$\vec{U}_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{j=a}^c \vec{q}_j \ln \frac{D_{jb}}{D_{ja}}$$

$$\vec{U}_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\vec{q}_a \ln \frac{D}{r} + \vec{q}_b \ln \frac{r}{D} + \vec{q}_c \ln \frac{D}{r} \right)$$



TROFAZNI
SIMETRIČNI
SLISTAV

$$\vec{U}_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{j=a}^c \vec{q}_j \ln \frac{D_{jc}}{D_{ja}}$$

$$\vec{U}_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\vec{q}_a \ln \frac{D}{r} + \vec{q}_b \ln \frac{D}{D} + \vec{q}_c \ln \frac{r}{D} \right)$$

$$\vec{U}_{ab} + \vec{U}_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2 \vec{q}_a \ln \frac{D}{r} + \underbrace{(\vec{q}_b + \vec{q}_c)}_{-\vec{q}_a} \ln \frac{r}{D} \right)$$

$$\vec{U}_{ab} + \vec{U}_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} 3 \vec{q}_a \ln \frac{D}{r}$$

$$\vec{V}_a = \vec{V}_{am} = \frac{1}{3} (\vec{U}_{ab} + \vec{U}_{ac}) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \vec{q}_a \ln \frac{D}{r}$$

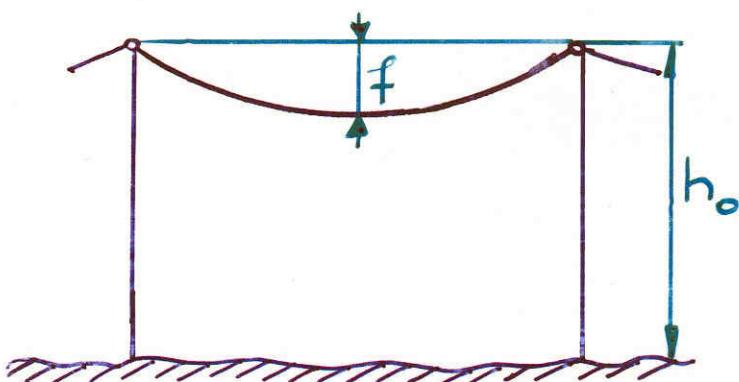
KAPACITET FAZNOG VODIČA a

$$C_a = \frac{\vec{q}_a}{\vec{V}_a} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{r}} \quad [F/m]$$

POGONSKI KAPACITET

$$C_a = C_b = C_c = C_1 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{r}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}} \quad [F/m]$$

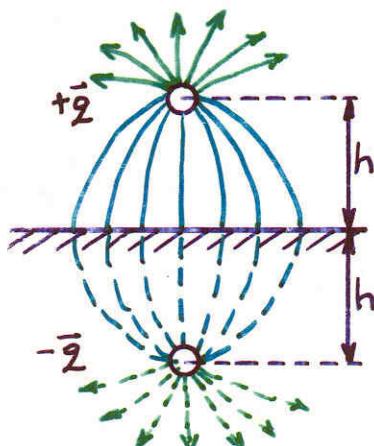
UTJECAJ ZEMLJE NA KAPACITET VODA



ZEMLJA - RAVNA
- BESKONAČNE
POVRŠINE
- BESKONĀDNE
VODJIVOSTI

VISINA VODIĆA IZNAD
ZEMLJE: $h_v = h_0 - 0,7f$

h_0 - VISINA OYJESİŠTA

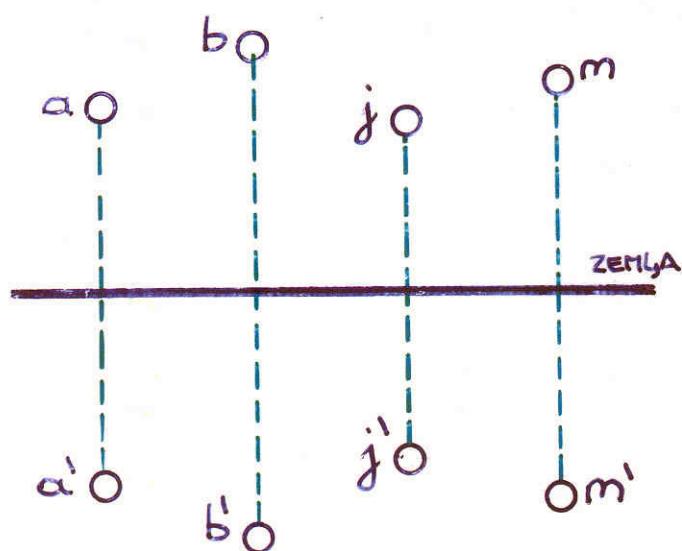


JEDAN VODIĆ S POKRATNIM PUTEM
KROZ ZEMLJU

Površina zemlje - ekvipotencijalna
ploha

UTJECAJ ZEMLJE - METODA ZRCALJENJA

SUSTAV OD m VODIĆA IZNAD ZEMLJE



$$\begin{aligned}\vec{Q}_a &= -\vec{Q}'_a \\ \vec{Q}_b &= -\vec{Q}'_b \\ \vec{Q}_j &= -\vec{Q}'_j \\ \vec{Q}_m &= -\vec{Q}'_m\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{Q}_j &= -\vec{Q}'_j \\ D_{a'j} &= D_{aj} \\ D_{a'j'} &= D_{aj'}\end{aligned}$$

NAPON $\vec{U}_{aa'}$

$$\vec{U}_{aa'} = 2 \vec{V}_a = 18 \cdot 10^9 \left(\sum_{j=a}^m \vec{Q}_j \ln \frac{D_{aj}}{D_{aj}} + \sum_{j=a'}^{m'} \vec{Q}'_j \ln \frac{D_{aj'}}{D_{aj'}} \right)$$

$$\vec{U}_{aa'} = 2 \vec{V}_a = 18 \cdot 10^9 \cdot 2 \sum_{j=a}^m \vec{Q}_j \ln \frac{D_{aj}}{D_{aj}}$$

$$\vec{V}_a = \frac{1}{2} \vec{U}_{aa'} = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^m \vec{Q}_j \ln \frac{D_{aj}}{D_{aj}}$$

NAPON VODIĆA PREMA ZEMLJI

$$\bar{V}_a = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^m \bar{Q}_j \ln \frac{D_{aj}}{D_{aj}}$$

$$\bar{V}_b = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=b}^m \bar{Q}_j \ln \frac{D_{bj}}{D_{bj}}$$

$$\bar{V}_m = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=m}^m \bar{Q}_j \ln \frac{D_{mj}}{D_{mj}}$$

$D_{aa}, D_{bb} \dots D_{mm}$

- RADIJUSI VODIĆA
- SVARNI VLASTITI SGR VODIĆA

$D_{ab}, D_{a'b}, D_{a'b} \dots$

MEĐUSOBNE VREDNOSTI
VODIĆA I ZRCALNIH
SLIKA

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \vdots \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} = 18 \cdot 10^9 \begin{bmatrix} \ln \frac{D_{aa}}{D_{aa}} & \ln \frac{D_{ab}}{D_{ab}} & \dots & \ln \frac{D_{am}}{D_{am}} \\ \ln \frac{D_{ba}}{D_{ba}} & \ln \frac{D_{bb}}{D_{bb}} & \dots & \ln \frac{D_{bm}}{D_{bm}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{ma}}{D_{ma}} & \ln \frac{D_{mb}}{D_{mb}} & \dots & \ln \frac{D_{mm}}{D_{mm}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Q}_a \\ \bar{Q}_b \\ \vdots \\ \bar{Q}_m \end{bmatrix}$$

$$[\bar{V}] = [P] \cdot [\bar{Q}]$$

[P]

MATRICA
POTENCIJALNIH
KOEFICIJENATA

$$[P] = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{bmatrix} = 18 \cdot 10^9 \quad]$$

AKO SU VODIĆI ISTOG PROMJERA (RADIJUSA)

$$P_{ii} = 18 \cdot 10^9 \ln \frac{2h_i}{r} \quad \left[\frac{V_m}{As} \right]$$

VLASTITI POTENCIJALNI KOEFICIJENTI

$$P_{ik} = 18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_{ik}}{D_{ik}} \quad \left[\frac{V_m}{As} \right]$$

MEĐUSOBNI POTENCIJALNI KOEFICIJENTI

[P] REALNA, REGULARNA, SIMETRICKA, KVADRATNA
MATRICA

$$[\vec{V}] = [P][\vec{Q}]$$

$$[\vec{Q}] = [P]^{-1} [\vec{V}]$$

$$[\vec{Q}] = [K] [\vec{V}]$$

$$[K] = [P]^{-1}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1m} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{m1} & K_{m2} & \dots & K_{mm} \end{bmatrix}$$

MATRICA KAPACITIVNIH
KOEFICIENATA

$$[\vec{Q}] = [K][\vec{V}] / j\omega$$

$$j\omega [\vec{Q}] = j\omega [K][\vec{V}]$$

$$[\vec{I}] = j[B][\vec{V}]$$

$$[B] = \omega [K]$$

MATRICA KAPACITIVNIH
SUSCEPTANCIIA

$$[B]^{-1} = \frac{1}{\omega} [P]$$

MATRICA KAPACITIVNIH KOEFICIJENATA ZA SIMETRIČNE KOMPONENTE

$$[K] = [P]^{-1}$$

$$P_{ii} = 18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_{ii}'}{D_{ii}}$$

$$P_{ij} = 18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_{ij}'}{D_{ij}}$$

$$[K^{012}] = [A]^{-1} [K] [A]$$

PREPLETENI VOD

$$[K^{012}] = \begin{bmatrix} K_{00} & 0 & 0 \\ 0 & K_{11} & 0 \\ 0 & 0 & K_{22} \end{bmatrix}$$

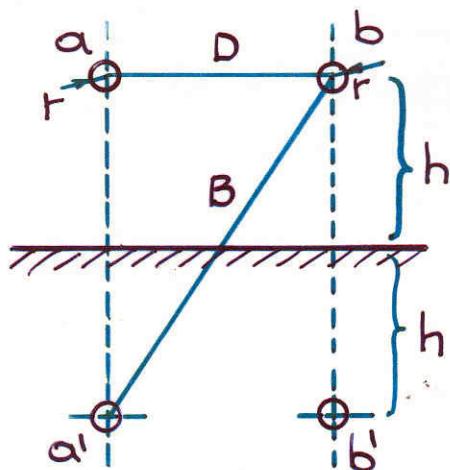
NEPREPLETENI VOD

$$[K^{012}] = \begin{bmatrix} K_{00} & K_{01} & K_{02} \\ K_{10} & K_{11} & K_{12} \\ K_{20} & K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

MATRICA KAPACITIVNA SUSCEPTANCIJA ZA SIMETRIČNE KOMPONENTE

$$[B^{012}] = j\omega [K^{012}]$$

PRIMJER: KAPACITET JEDNOFAZNOG VODA



$$\vec{Q}_b = -\vec{Q}_a$$

$$D_{aa'} = 2h$$

$$D_{b'a} = B$$

$$D_{aa} = r$$

$$D_{ba} = D$$

$$\vec{V}_a = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=0}^m \vec{Q}_j \ln \frac{D_{aj}}{D_{aj}}$$

$$\vec{V}_a = 18 \cdot 10^9 \left(\vec{Q}_a \ln \frac{D_{aa}}{D_{aa}} + \vec{Q}_b \ln \frac{D_{ab}}{D_{ab}} \right)$$

$$\vec{V}_a = 18 \cdot 10^9 \left(\vec{Q}_a \ln \frac{2h}{r} - \vec{Q}_a \ln \frac{B}{D} \right)$$

$$\vec{V}_a = 18 \cdot 10^9 \vec{Q}_a \ln \frac{2h \cdot D}{r \cdot B}$$

$$\vec{V}_a = 18 \cdot 10^9 \vec{Q}_a \ln \left(\frac{D}{r} \frac{2h}{B} \right)$$

KAPACITET FAZNOG VODIĆA A PREMA ZEMJI

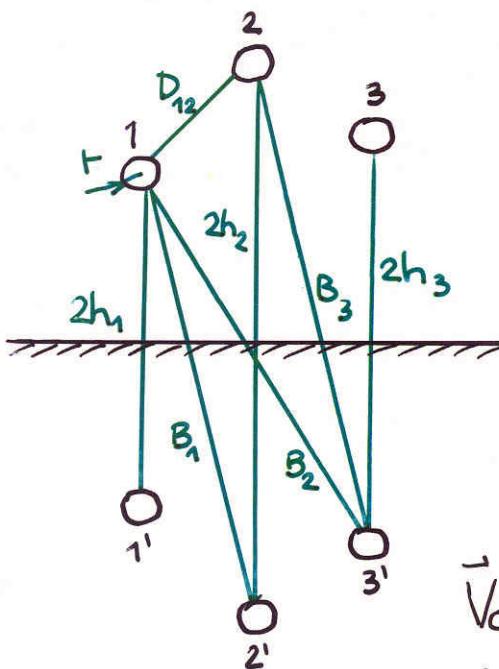
$$C_a = \frac{\vec{Q}_a}{\vec{V}_a} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \left(\frac{D}{r} \frac{2h}{B} \right)} \quad [\text{F/m}]$$

$$\frac{2h}{B} \lesssim 1$$

PA SE C NEZNATNO POVEĆAVA ZBOG UTJECAJA ZEMJE, A ČESTO SE ZANEMARUJE

PRIMJER:

POGONSKI KAPACITET TROFACNOG
PREPLIETENOG VODA S UTJECAJEM ZENIJE



$$C_a = \frac{Q_a}{V_a}$$

$$\vec{Q}_a + \vec{Q}_b + \vec{Q}_c = 0$$

$$H = \sqrt[3]{h_1 h_2 h_3}$$

$$D = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}$$

$$B = \sqrt[3]{B_1 B_2 B_3}$$

$$D_{aa} = D_{bb} = D_{cc} = r$$

$$\bar{V}_a = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^m \vec{Q}_j \ln \frac{D_{aj}}{D_{aj}}$$

PREPLIETENI VOD - NAPONI PO
DIONICAMA

$$\bar{V}_{aI} = 18 \cdot 10^9 \left(Q_a \ln \frac{2h_1}{r} + Q_b \ln \frac{B_1}{D_{12}} + Q_c \ln \frac{B_2}{D_{13}} \right)$$

$$\bar{V}_{aII} = 18 \cdot 10^9 \left(Q_a \ln \frac{2h_2}{r} + Q_b \ln \frac{B_3}{D_{23}} + Q_c \ln \frac{B_1}{D_{12}} \right)$$

$$\bar{V}_{aIII} = 18 \cdot 10^9 \left(Q_a \ln \frac{2h_3}{r} + Q_b \ln \frac{B_2}{D_{12}} + Q_c \ln \frac{B_3}{D_{23}} \right)$$

SREDNJA ARITMETIČKA VRIJEDNOST NAPONA:

$$V_a = \frac{1}{3} (\bar{V}_{aI} + \bar{V}_{aII} + \bar{V}_{aIII})$$

$$V_a = 18 \cdot 10^9 \left(Q_a \ln \frac{\sqrt[3]{h_1 h_2 h_3}}{r} + Q_b \ln \frac{\sqrt[3]{B_1 B_2 B_3}}{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{13}}} + Q_c \ln \frac{\sqrt[3]{B_1 B_2 B_3}}{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{13}}} \right)$$

$$V_a = 18 \cdot 10^9 \left(Q_a \ln \frac{2h}{r} + Q_b \ln \frac{B}{D} + Q_c \ln \frac{B}{D} \right)$$

$$V_a = 18 \cdot 10^9 \left(Q_a \ln \frac{2h}{r} - Q_a \ln \frac{B}{D} \right) = 18 \cdot 10^9 Q_a \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B}$$

$$C_a = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B}} [F/m]$$

$$\frac{2h}{B} \quad \text{UTJECAJ ZENIJE}$$

METODA SGU ZA RAČUNANJE KAPACITETA VODA

KAPACITET C I INDUKTIVITET VODA POVEZANI SU
RELACIONIM:

$$C = \frac{1}{L_1 C_1} \quad C = \text{BEZINA SVJETLOSTI}$$

$$C = 3 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}$$

$$L_1 \cdot C_1 = \frac{1}{c^2}$$

$$L_1 = L_1 \text{ VANJSKO}$$

VANJSKI POGONSKI
INDUKTIVITET

$$L_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_{ss}} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_{ss}}$$

$$C_1 = \frac{1}{c^2 L_1} = \frac{1}{9 \cdot 10^{16} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_{ss}}}$$

$$C_1 = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_m}{D_{ss}}} \text{ [F/m]}$$

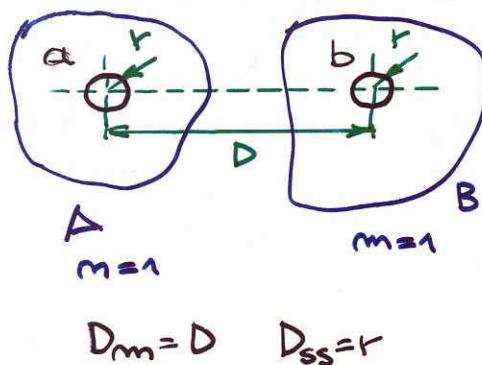
D_m - MEDUSOBNA SGU

D_{ss} - VLASTITA SGU

- VRIJEDNOST KOJA SE DOBIVA PO ISTOM IZRazu
KAO I ZA D_s SAMO SE UZIMAJU U OBZIR PUNI,
Δ NE PREDUGRONI POLYMJERI VODIČA

PRIMJER:

KAPACITET JEDNOFASNOG VODA
BEZ UVEĆAJA ZEMJE - METODA SGU



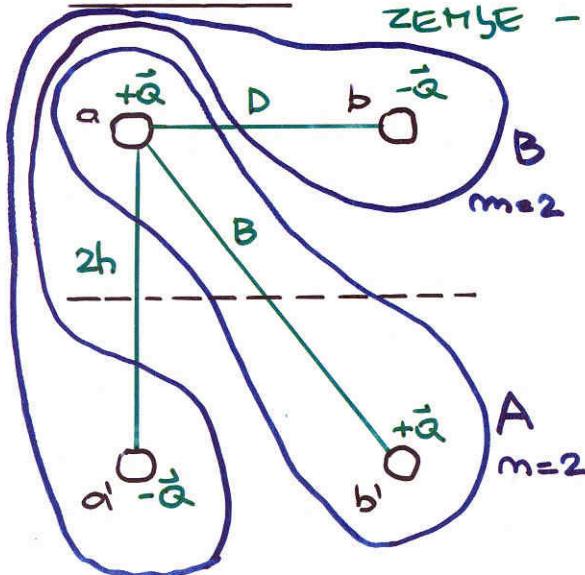
$$\vec{Q}_a + \vec{Q}_b = 0 \quad Q_a = Q \quad Q_b = -Q$$

$$D_{m1} = D_{b1} = r$$

$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_m}{D_{ss}}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}} \quad [\text{F/m}]$$

PRIMJER:

KAPACITET JEDNOFASNOG VODA SA UVEĆAJEM
ZEMJE - METODA SGU POGANSKI KAPACITET



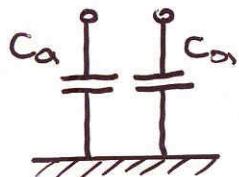
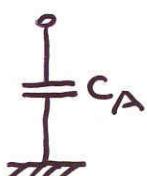
$$Q_a = Q_b = Q \quad Q_b = Q'_a = -Q$$

$$D_m = \sqrt[4]{(D \cdot 2h)^2} = \sqrt{D \cdot 2h}$$

$$D_{ss} = \sqrt[4]{(r \cdot B)^2} = \sqrt{r \cdot B}$$

$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_m}{D_{ss}}}$$

$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \sqrt{\frac{D \cdot 2h}{r \cdot B}}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \frac{1}{2} \ln \frac{D \cdot 2h}{r \cdot B}}$$



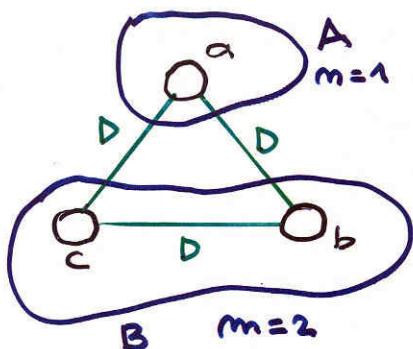
$$C_D = C_A + C_B = 2C_A$$

$$C_A = \frac{1}{2} C_D$$

$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B}} \quad [\text{F/m}]$$

PRIMER:

KAPACITET VODIĆA TROFAZNOG
SIMETRIČNOS VODA - MENIĆA SG4



$$D_{mm} = \sqrt[2]{D \cdot D} = D$$

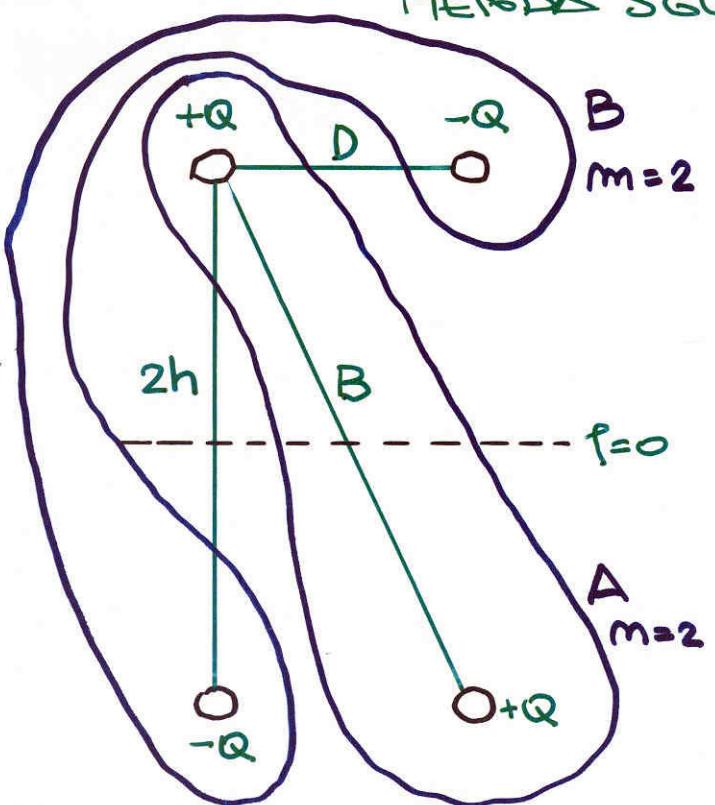
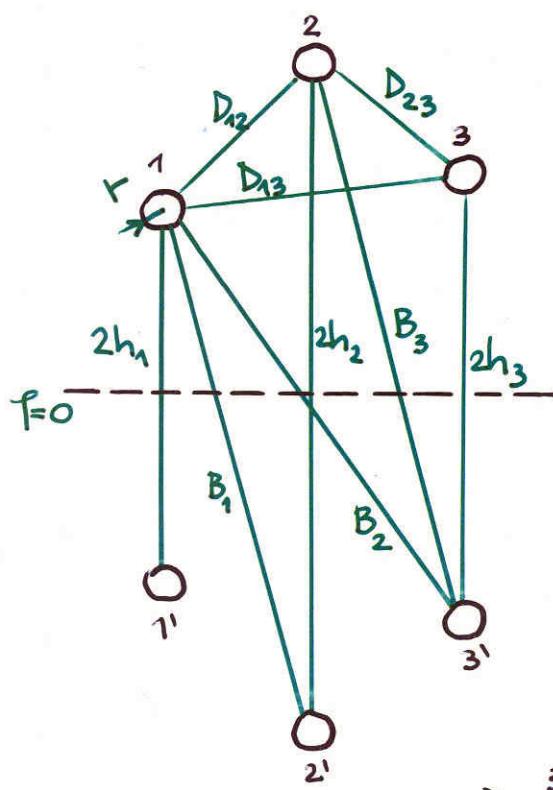
$$D_{ss} = r$$

$$C_a = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_{mm}}{D_{ss}}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}} [F/m]$$

PRIMJER :

POGONSKI KAPACITET TROFАЗNOG
PREPLIETENOG VODA

METODA SGU



$$D = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}$$

$$h = \sqrt[3]{h_1 h_2 h_3}$$

$$B = \sqrt{D^2 + 4h^2}$$

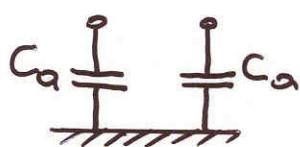
POGONSKI KAPACITET

$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_m}{D_{ss}}}$$

$$D_m = \sqrt[4]{(D \cdot 2h)^2} = \sqrt{D \cdot 2h}$$

$$D_{ss} = \sqrt[4]{(r \cdot B)^2} = \sqrt{r \cdot B}$$

$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \sqrt{\frac{D \cdot 2h}{r \cdot B}}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \frac{1}{2} \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B}}$$



$$C_A = C_a + C_a = 2C_a$$

$$C_a = \frac{1}{2} C_A = C_1$$

$$C_1 = \frac{1}{2} C_A = C_a = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B}}$$

PARCIJALNI KAPACITETI

NABOJ NA VODIČU U SUSTAVU OD m vodiča:

$$\vec{Q}_a = C_{aa} \vec{V}_a + C_{ab} (\vec{V}_a - \vec{V}_b) + \dots + C_{am} (\vec{V}_a - \vec{V}_m)$$

$$\vec{Q}_m = C_{ma} (\vec{V}_m - \vec{V}_a) + C_{mb} (\vec{V}_m - \vec{V}_b) + \dots + C_{mm} \vec{V}_m$$

SREDENIM JEDNAČŽBI:

$$\vec{Q}_o = (C_{aa} + C_{ab} + \dots + C_{am}) \vec{V}_a - C_{ab} \vec{V}_b - \dots - C_{am} \vec{V}_m$$

$$\vec{Q}_m = -C_{ma} \vec{V}_a - C_{mb} \vec{V}_b + \dots + (C_{ma} + C_{mb} + \dots + C_{mm}) \vec{V}_m$$

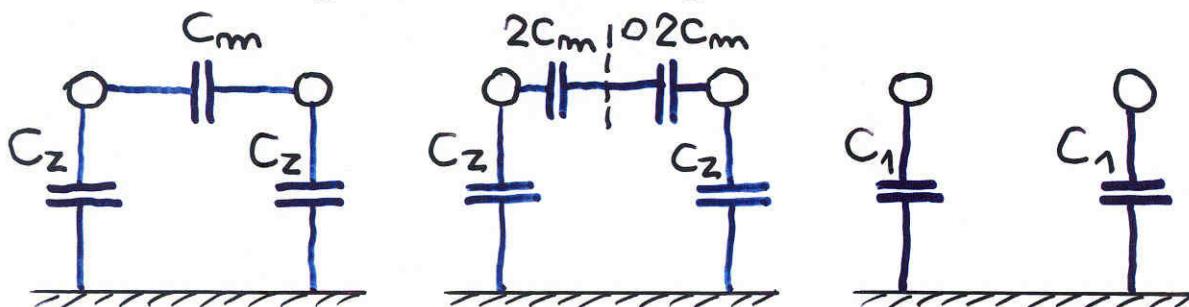
C_{ii} C_{ij}	DOZEMNI KAPACITET MEDUSOBNI KAPACITET	}	PARCIJALNI KAPACITETI
----------------------	--	---	--------------------------

C_z C_m	JEDNAKI DOZEMNI KAPACITETI JEDNAKI MEDUSOBNI KAPACITETI	}	SIMETRIČNI VODOVI
----------------	--	---	----------------------

SIMETRIČNI VODOVI : IZ PARCIJALNIH KAPACITETA MOŽETE IZRAČUNATI POGONSKI KAPACITET

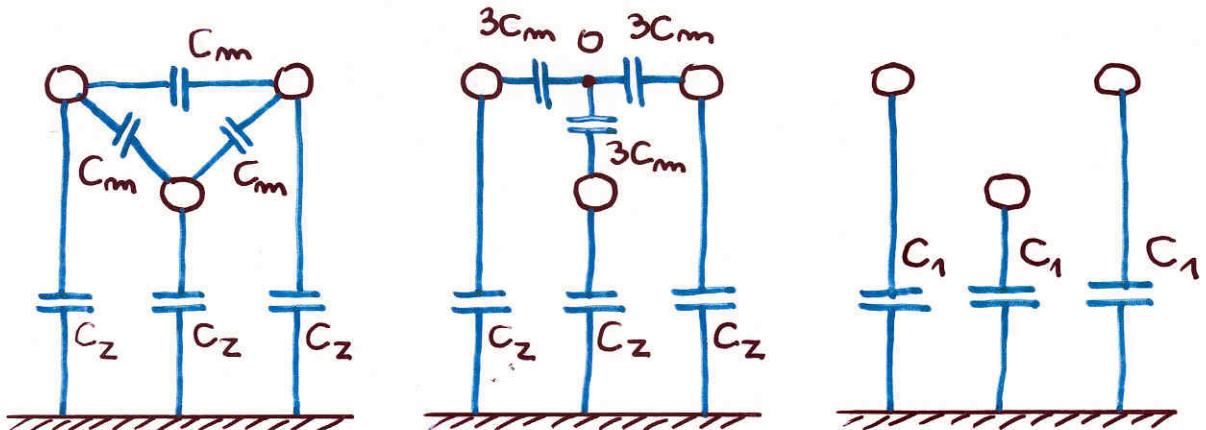
$$C_{zz} = C_z \quad C_{jj} = C_m$$

- POGONSKI KAPACITET VODA OD DVA VODIČA
JEDNAKO UPORJENA OD ZEMLJE



Pogonski kapacitet vodiča $C_1 = 2C_m + C_z$

• POGONSKI KAPACITET TROFOZNOG
SMETRIČNOS VODA



POGONSKI KAPACITET

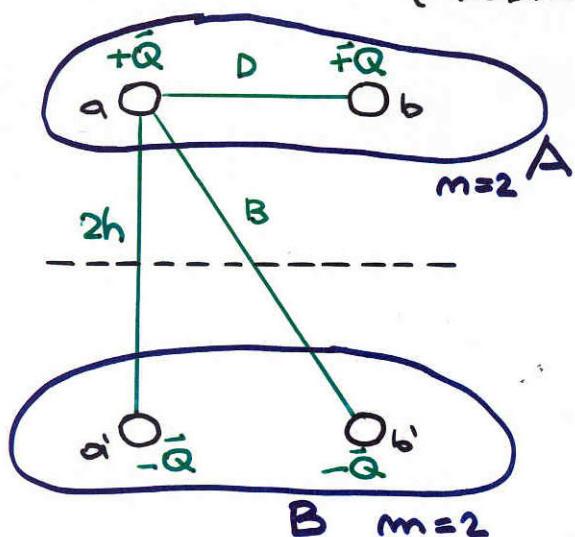
$$C_{ab} = C_{bc} = C_{ca} = C_m$$

$$C_{aa} = C_{bb} = C_{cc} = C_z$$

$$C_1 = 3 C_m + C_z$$

PRIMJER :

DOZEMNI KAPACITET JEDNOFOZNOG VODA
 S DVA VODIĆA)



MENJAČ SGU

$$D_{mm} = \sqrt[4]{(2hB)^2} = \sqrt{2hB}$$

$$D_{ss} = \sqrt[4]{(rD)^2} = \sqrt{rD}$$

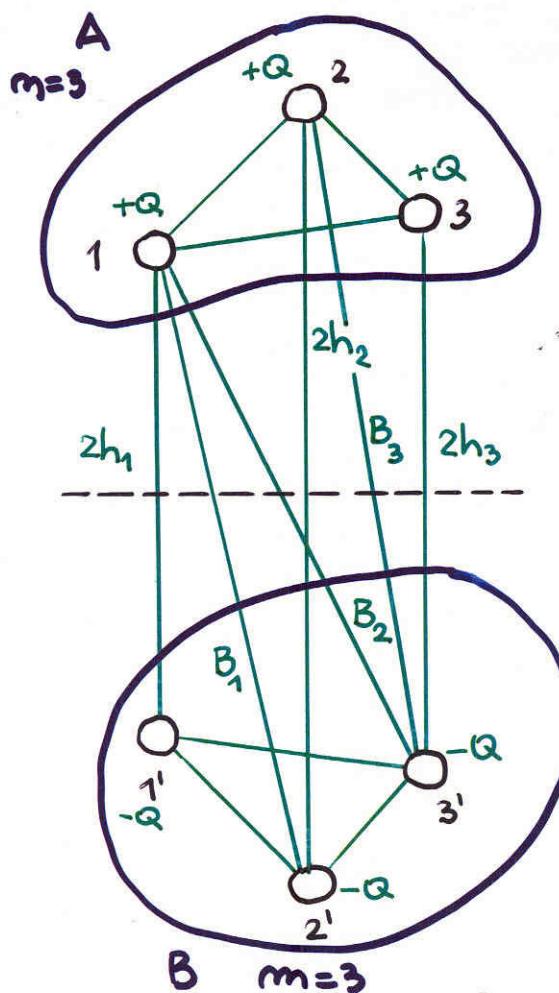
$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_{mm}}{D_{ss}}}$$

$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \sqrt{\frac{2hB}{rD}}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \frac{1}{2} \ln \frac{2hB}{rD}}$$

$$C_z = \frac{1}{2} C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{2hB}{rD}} [F/m]$$

PRIMER:

DOZEMNI KAPACITET PREPLETENOG
TROFZNOG VODA BEZ ZASITNOG
VODICA



$$h = \sqrt[3]{h_1 h_2 h_3} \quad D = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}$$

$$B = \sqrt[3]{B_1 B_2 B_3}$$

DOZEMNI KAPACITET JEDNOG VODICA

$$C_z = C_o = \frac{1}{3} C_A$$

$$D_m = \sqrt[9]{2h_1 B_1 B_2 2h_2 B_1 B_3 2h_3 B_2 B_3}$$

$$= \sqrt[9]{2^3 h^3 B^6} = \sqrt[3]{2h B^2}$$

$$D_{ss} = \sqrt[9]{r D_{12} D_{13} r D_{21} D_{23} r D_{31} D_{32}}$$

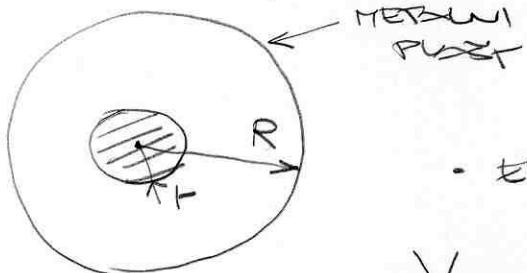
$$= \sqrt[9]{r^3 D^6} = \sqrt[3]{r D^2}$$

$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \sqrt[3]{\frac{2hB^2}{rD^2}}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \frac{1}{3} \ln \frac{2hB^2}{rD^2}}$$

$$C_z = \frac{1}{3} C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{2hB^2}{rD^2}} \quad [\text{F/m}]$$

KAPACITET EE KABELA

JEDNOŠLNI KABELI



ZAKRIVENI PROŠLNI KABELI

- metalni plast je međusobno
- $\epsilon_{r\text{zol.}} \neq 1$
- el. polje - prostor od r do R

$$V_a = \frac{18 \cdot 10^9}{\epsilon_r} Q_a \ln \frac{R}{r} \quad [\text{V}]$$

$$C_a = \frac{\epsilon_r}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{R}{r}} \quad [\text{F/m}]$$

za XLPE kabele $\epsilon_r = 2,3$

4.5 ODVOD VODA

ODVOD VODA - POSLEDICA NESAVRŠENOSTI IZOLACIJE
ODVOD VODA SE DEFINIRA:

$$a) G_1 = \frac{\Delta P}{\sqrt{2}} [S/m]$$

ΔP = GUBICI SNAGE

$$b) G_1 = \frac{\Delta I_r}{V} [S/m]$$

ΔI_r = DJELATNA KOMPONENTA POPREČNE STRUJE

ODVOD VODA

$$G_1 = G_o + G_d$$

G_o - KOMPONENTA USLJED ODVOĐENJA IZOLACIJE

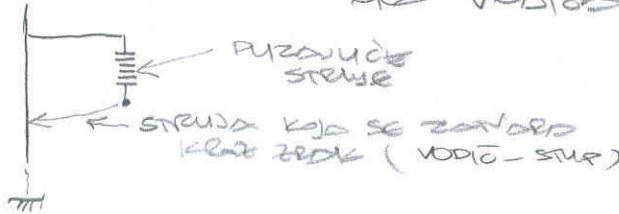
G_d - KOMPONENTA USLJED GUBITAKA U IZOLACIJI KOD IZMJENIČNE POLARIZACIJE (KORONA)

ODVOD VODA - U NORMALNIM PRILIKAMA

- ZA NADZEMNE VODOVE $G_1 = 0,1 \cdot 10^{-6} [S/km]$

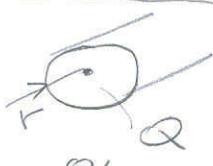
- ZA EL. EN. KABELE $G_1 = 0,005 \cdot \omega C_1 [S/km]$

KORONA - TINJAVO IZBJSUJE RADI IONIZACIJE ZRAKA
OKO VODIĆA



KRITIČNI NAPON

ODREĐIVANJE KRITIČNOG NAPONA



- VODIĆ DO DUG, NAPROJ U OSI VODIĆA

- EL. POJC USLJED NAPONJA Q : $E = \frac{Q}{2\pi r \epsilon_0}$

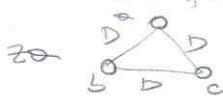
$$C = Q/V$$

$$E = \frac{Q}{2\pi r} \cdot \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} = 18 \cdot 10^9 \frac{Q}{F} = 18 \cdot 10^9 \frac{V \cdot C}{F} [V/m]$$

$$E = \frac{Q}{2\pi r} \cdot 36\pi \cdot 10^9 = 18 \cdot 10^9 \frac{Q}{F} = 18 \cdot 10^9 \frac{V \cdot C}{F} [V/m]$$

- PROBOJNA DINSTOĆA ZRAKA $E_2 = 25 \text{ kV/cm}$, ZA SVIHO $E_2 = 30 \text{ kV/cm}$
- Tjemena vrednost je učestni el. poljs zraka $E_2 = 30 \text{ kV/cm}$

$$\sqrt{3} \frac{30}{\sqrt{2}} = 18 \cdot 10^9 \frac{\sqrt{3} V_{kr} C}{r} \Rightarrow U_{kr} = \frac{\sqrt{3} 21,1 \cdot r}{18 \cdot 10^9 C} = \frac{36,5 \cdot r}{18 \cdot 10^9 C} [\text{kV}]$$



$$C = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{F}}$$

$$U_{kr} = \frac{36,5 \cdot r}{18 \cdot 10^9} \cdot 18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}$$

$$U_{kr} = 36,5 \cdot r \cdot \ln \frac{D}{F} [\text{kV}]$$

$r \rightarrow U_{kr} \rightarrow$ - snopovi vodića ($L \downarrow, C \uparrow$)

LITERATURA:

1. Maava, Kras Ožegović:

ELEKTRICNS ENERGETSKE TREZE I,
FESB SPUT