

PRIJENOS I DISTRIBUCIJA ELEKTRIČNE ENERGIJE

5. PREGLED TEORIJE PRIJENOSA ELEKTRIČNE ENERGIJE

dr.sc. Vitomir Komen, dipl.ing.el.

5.

PREGLED TEORIJE PRIJENOSA

5.1 PRIJENOSNE JEDNADŽBE

5.2 IDEALNI VOD

5.3 REALNI VOD



Prilike na dugom vodu

PRIJENOSNE JEDNADŽBE

KARAKTERISTIČNE VELIČINE VODA

TELEGRAFSKE JEDNADŽBE

OPĆE RJEŠENJE PRIJENOSNIH JEDNADŽBI

PRVI OBLIK PRIJENOSNIH JEDNADŽBI

DRUGI OBLIK PRIJENOSNIH JEDNADŽBI

TREĆI OBLIK PRIJENOSNIH JEDNADŽBI

PRIJENOSNE JEDNADŽBE

OSNOVNE KONSTANTE VODA:

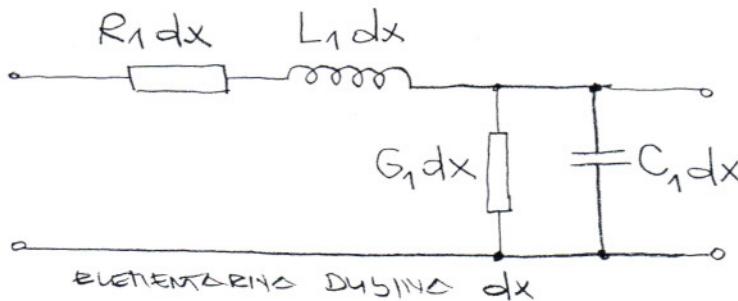
- | | |
|-----------------------------------|--------------|
| 1. JEDINIČNI DJELOVATNI OTOR VODA | R_1 [Ω/km] |
| 2. JEDINIČNI INDUKTIVITET VODA | L_1 [H/km] |
| 3. JEDINIČNI KAPACITET VODA | C_1 [F/km] |
| 4. JEDINIČNI ODVOD VODA | G_1 [S/km] |

REALNI VOD : $R_1 \neq 0$ $L_1 \neq 0$ $C_1 \neq 0$ $G_1 \neq 0$

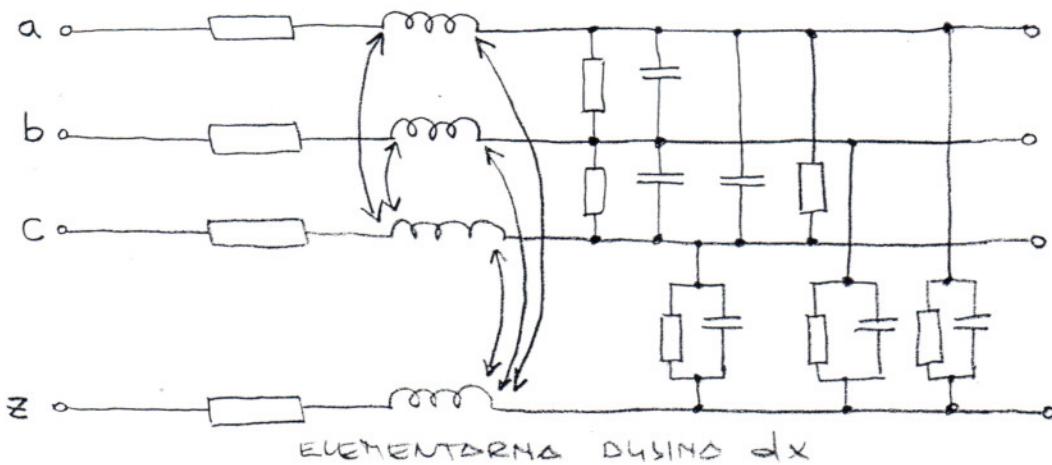
IDEALNI VOD : $R_1 = 0$ $G_1 = 0$ $L_1 \neq 0$ $C_1 \neq 0$
VOD BEZ GURBITAČA

OSNOVNE KONSTANTE VODA SU KONTINUIRANO
RAZDIJELJENE UZDUŽ VODE - VOD DJELIMO NA
ELEMENTARNE DUBINE VODA dx :

a) JEDNOFAZNI PRIKAZ ELEMENTARNE DUBINE VODA dx -
za simetrične trofazne vodove i simetrične
p-gonske slučajeve



b) TROFAZNI PRIKAZ ELEMENTARNE DUBINE VODA dx -
za nesimetrične trofazne vodove i/ili nesimetrične
p-gonske slučajeve



Izvedene konstante voda

JEDINICA IMPEDANCIJA VODA (UZDUŽNI PRIVIDNI OTPOR)

$$\vec{Z}_1 = R_1 + jX_1 \quad [\Omega/km]$$

$$X_1 = \omega L_1 = 2\pi f L_1 \quad [\Omega/km] \quad \text{JEDINICA REAKANCIA} \\ (\text{UZDUŽNI INDUKTIVNI OTPOR})$$

JEDINICA ADMITANCIA VODA (POPRIJEĆNA PRIVIDNA VODSIVOST)

$$\vec{Y}_1 = G_1 + jB_1 \quad [S/km]$$

$$B_1 = \omega C_1 = 2\pi f C_1 \quad [S/km] \quad \text{JEDINICA SUSCEPTANCIA} \\ (\text{POPRIJEĆNA KAPACITIVNA VODSIVOST})$$

KONSTANTA PRODIRANJA - VALNA KONSTANTA

$$\vec{\gamma} = \sqrt{\vec{Z}_1 \vec{Y}_1} \quad [^1/km] \quad \text{DUBINA PRODIRANJA}$$

$$\vec{\gamma} = \alpha + j\beta \quad \alpha - \text{KONSTANTA GUŠENJA (PRIGUŠENJA)} \\ \beta - FASNA KONSTANTA$$

KARAKTERISTIČNA IMPEDANCIJA

$$\vec{Z}_c = \sqrt{\vec{Z}_1 / \vec{Y}_1} \quad [\Omega]$$

$$\vec{Z}_c = \sqrt{\frac{\vec{Z}_1}{\vec{Y}_1}} = \frac{\vec{Z}_1}{\vec{\gamma}} = \frac{\vec{\gamma}}{\vec{Y}_1} \quad [\Omega]$$

$$\vec{Z}_V = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} \quad [\Omega]$$

VALNI OTPOR JE VOLNA

KONSTANTE VODA - ZA DUBINU VODA ($[km]$)

- DUBINNI OTPOR VODA (REZISTENCIJA) $R = R_1 \cdot l \quad [\Omega]$
- INDUKTIVNI OTPOR VODA (REAKANCIA) $X = X_1 \cdot l \quad [\Omega]$
- DJELATNI ODVOD VODA (KONDUKTANCIA) $G = G_1 \cdot l \quad [S]$
- KAPACITIVNA VODSIVOST VODA (SUSCEPTANCIA) $B = B_1 \cdot l \quad [S]$
- PRIVIDNI OTPOR VODA (IMPEDANCIJA) $\vec{Z} = R + jX \quad [\Omega]$
- PRIVIDNA VODSIVOST VODA (ADMITANCIA) $\vec{Y} = G + jB \quad [S]$

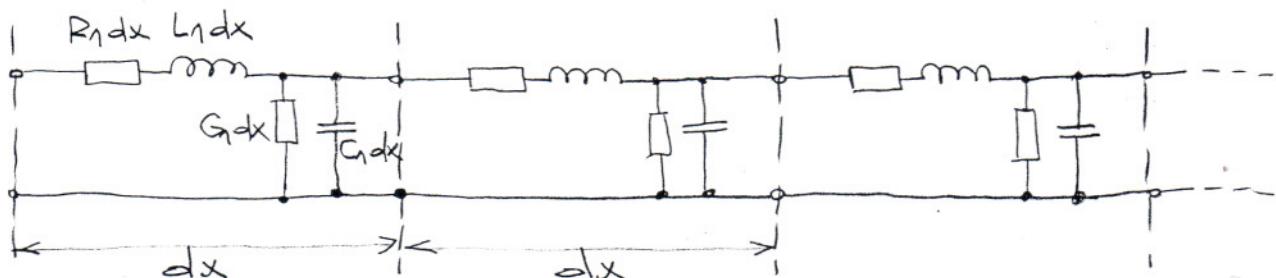
KONSTANTA PRODIRANJA ZA DUBINU VODA ($[km]$)

$$\vec{\Theta} = \vec{\gamma} \cdot l = \sqrt{\vec{Z} \cdot \vec{Y}}$$

$$v = \frac{\omega}{\beta} \quad [km/s] \quad \text{VALNA BRZINA}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad [km] \quad \text{VALNA DUBINA}$$

VOD DULJINE l [km] može se prekazati kao
LADAC ELEMENTARNIH DIELLOVA VODA DULJINE dx :



RASPREDJENOST KONSTANTI TE VODA PO JEDNOM DULJINE UVEĆUJE
STRUJNE I NAPONEKE PRILIKE DULJ VODA PO PSEBNIM FORMULAMA.

TELEGRAFSKE JEDNAČBE

DA BI DOBILI KAKO FORMULE VRIOSE
POTREBNO JE RIJEŠITI DIFERENCIJSNE
JEDNAČBE KAKO SE RADI IZ ODMAGA

- KIRCHHOFFOVOG ZAKONA PRIMJENJENOG NA DIFERENCIJALNI VODA.
- STRUJA I NAPON NA VODU MUDRJUJU SE UZDUŽ VODA!

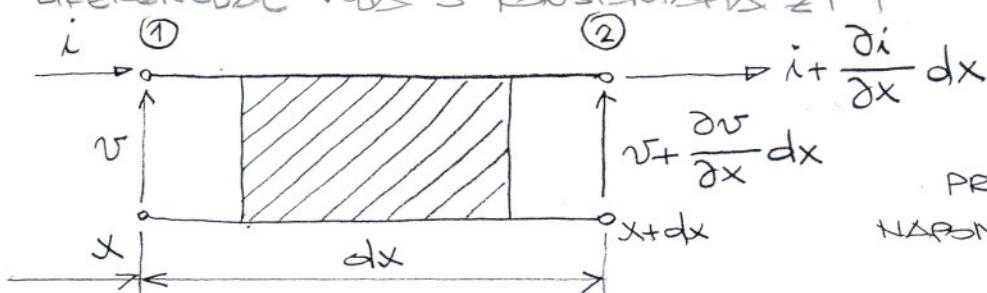
TOKOM VREMENA:

$$i = f(t, x)$$

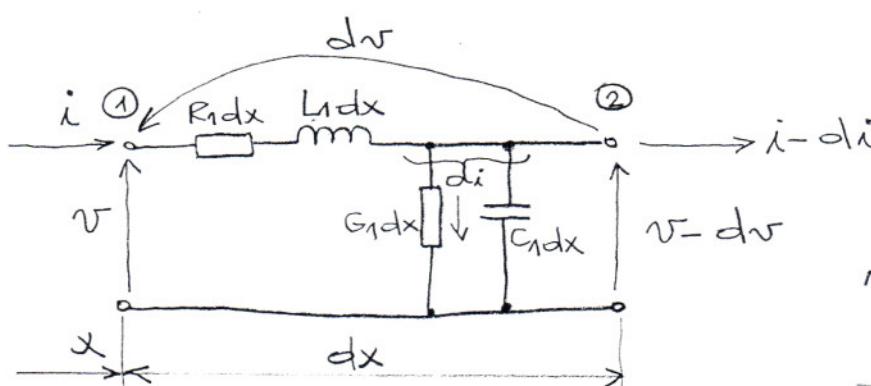
$$v = f(t, x)$$

PRILIKE NA ELEMENTARNOM DIELLU VODA DULJINE dx :

DIFERENCIJAL VODA S KONSTANTAMA ≥ 1



PROVJENE STRUJE I
NAPONA - ANALITIČKI



PROVJENE STRUJE I
NAPONA - FIZIKALNO

$$v + \frac{\partial v}{\partial x} dx = v - dv$$

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} dx = i - di$$

$$\underline{z}_1 = R_1 + j\omega L_1$$

$$\underline{y}_1 = G_1 + j\omega C_1$$

$$dv = i R_1 dx + L_1 \frac{\partial i}{\partial x} dx$$

$$di = v G_1 dx + C_1 \frac{\partial v}{\partial x} dx$$

$$v + \frac{\partial v}{\partial x} dx = v - dv = v - i R_1 dx - L_1 \frac{\partial i}{\partial t} dx$$

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} dx = i - di = i - v G_1 dx - C_1 \frac{\partial v}{\partial t} dx$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = R_1 i + L_1 \frac{\partial i}{\partial t} \quad (1.)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G_1 v + C_1 \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.)$$

TELEGRAFSKE
JEDNADŽBE

SIMBOLIČKA DOMENA - SIMBOLIČKI RAČUN

IZMENJIVNE PROFASNE SINUSOIDALNE STRUJE
KONSTANTNE FREKVENCije

$$v = Re (\sqrt{2} V e^{j(\omega t + \phi)}) \quad \vec{V} = V \vec{I}$$

$$\vec{Z} = R + jX = Z \vec{I}$$

$$i = f(x, t) = i(x) \sin(\omega t + \phi_i)$$

$$v = f(x, t) = v(x) \sin(\omega t + \phi_v)$$

$$\vec{I}(x) = I(x) e^{j\omega t} e^{j\phi_i}$$

$$\vec{V}(x) = V(x) e^{j\omega t} e^{j\phi_v}$$

TELEGRAFSKE JEDNADŽBE U SIMBOLIČKOJ DOMENI:

$$-\frac{d\vec{V}}{dx} = R_1 \vec{I} + j\omega L_1 \vec{I} = \vec{Z}_1 \vec{I} \quad (3.)$$

$$-\frac{d\vec{I}}{dx} = G_1 \vec{V} + j\omega C_1 \vec{V} = \vec{Y}_1 \vec{V} \quad (4.)$$

RJEŠENJEM TELEGRAFSKIH JEDNADŽBI DIBIĆU SE
PRIJENOSNE JEDNADŽBE.

OPĆE RJEŠENJE PRIJEMOSNIH JEDNADŽBI

TELEGRAFSKTE JEDNADŽBE

$$\frac{d\vec{V}}{dx} = -\vec{Z}_1 \vec{I} \quad (5.)$$

$$\frac{d\vec{I}}{dx} = -\vec{Y}_1 \vec{V} \quad (6.)$$

DIFERENCIROJMO (5.) I (6.) PO X

$$\frac{d^2\vec{V}}{dx^2} = -\vec{Z}_1 \frac{d\vec{I}}{dx} \xrightarrow{(6.)} \frac{d^2\vec{V}}{dx^2} = \vec{Z}_1 \vec{Y}_1 \vec{V} = \gamma^2 \vec{V} \quad (7.)$$

$$\frac{d^2\vec{I}}{dx^2} = -\vec{Y}_1 \frac{d\vec{V}}{dx} \xrightarrow{(5.)} \frac{d^2\vec{I}}{dx^2} = \vec{Y}_1 \vec{Z}_1 \vec{I} = \gamma^2 \vec{I} \quad (8.)$$

$$\gamma = \sqrt{\vec{Z}_1 \vec{Y}_1} = L + j\beta \quad [1/km] \quad \text{VALNA KONSTANTA VODA}$$

SUSTAV DIFERENCIJALNIH JEDNADŽBI II REDA

OPĆE RJEŠENJE OVIH JEDNADŽBI (7) I (8) : VALNA JEDNADŽBA

$$\vec{V} = \vec{A}_1 e^{-\gamma x} + \vec{A}_2 e^{\gamma x} = \vec{A}_1 e^{-(L+j\beta)x} + \vec{A}_2 e^{(L+j\beta)x} \quad (9.)$$

$$\vec{I} = \vec{B}_1 e^{-\gamma x} + \vec{B}_2 e^{\gamma x} = \vec{B}_1 e^{-(L+j\beta)x} + \vec{B}_2 e^{(L+j\beta)x} \quad (10.)$$

PRIJEMOSNE JEDNADŽBE - OPĆI OBLIK

- (9.) • STRUJA I NAPON U VODI NASTAJU SUPERPOZICIJOM DVAJU VALOVA KOJI SE GIBAJU U SUPROTNIM SMJEROVIMA.
- U REALNOM VODI TI SU VALOVI PRIGUŠENI.
- ZA REALNI NADZEMNI VOD BRZINA KRETANJA VALOVA JE Približno jednaka brzini svjetlosti c, a kod kabela je brzina oko c/2.

$$\vec{V} = \vec{A}_1 e^{-\gamma x} + \vec{A}_2 e^{\gamma x}$$

$$\begin{aligned} \vec{V} e^{j\omega t} &= \vec{A}_1 e^{-\gamma x} e^{j\omega t} + \vec{A}_2 e^{\gamma x} e^{j\omega t} \\ &= \vec{A}_1 e^{(-L-j\beta)x} e^{j\omega t} + \vec{A}_2 e^{(L+j\beta)x} e^{j\omega t} \\ &= \vec{A}_1 e^{-Lx} e^{j(\omega t - \beta x)} + \vec{A}_2 e^{Lx} e^{j(\omega t + \beta x)} \end{aligned}$$

$$\vec{A}_1 = A_1 \sqrt{2} e^{j\pi/4}$$

$$\vec{A}_2 = A_2 \sqrt{2} e^{j3\pi/4}$$

$$\vec{V} e^{j\omega t} = \underbrace{A_1 \sqrt{2} e^{j\sqrt{\lambda_1} t} e^{-Lx} e^{j(\omega t - \beta x)}}_{\vec{V}_1(x,t)} + \underbrace{A_2 \sqrt{2} e^{j\sqrt{\lambda_2} t} e^{Lx} e^{j(\omega t + \beta x)}}_{\vec{V}_2(x,t)}$$

$$\vec{V}_1(x,t) = A_1 \sqrt{2} e^{j\sqrt{\lambda_1} t} e^{-Lx} e^{j(\omega t - \beta x)} \\ = A_1 \sqrt{2} e^{-Lx} e^{j(\omega t - \beta x + \sqrt{\lambda_1} t)}$$

$$v_1(t) = A_1 \sqrt{2} e^{-Lx} \underbrace{\sin(\omega t - \beta x + \sqrt{\lambda_1} t)}_{\text{VAL KOJI SE GIBA OD } x=0 \text{ DO NESEG MJESTO } x \text{ NA VODI}}$$

BRZINA VOLJE: $\sin(\omega t - \beta x + \sqrt{\lambda_1} t) = \text{konst.}$

$$\omega t - \beta x = \text{konst.}$$

$$\omega t = \beta x$$

$$x = \frac{\omega}{\beta} t \quad \frac{\omega}{\beta} = \text{BRZINA VOLJE} = v$$

AKO NEMA PRIGUŠENJA NA VODI $L=0$ (IDEALNI VOD)

$$\frac{\omega}{\beta} = c \quad \text{BRZINA SVJETLOSTI}$$

$$\vec{\gamma} = L + j\beta = j\beta \quad \text{IDEALNI VOD } L=0 \quad R_1=0 \quad G_1=0$$

$$\vec{\gamma} = \sqrt{Z_1} \vec{V}_1 = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)} = j\omega \sqrt{L_1 C_1}$$

$$j\beta = j\omega \sqrt{L_1 C_1} \quad \frac{\omega}{\beta} = c \rightarrow \beta = \frac{\omega}{c}$$

$$\frac{\omega}{c} = \omega \sqrt{L_1 C_1}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

VAL NAPONA $\vec{V}_1(x,A)$ SE GIBA U SMERU OSI X BRZINOM SVJETLOSTI C.

ZA ODREĐIVANJE KONSTANTI A_1, A_2, B_1, B_2 IZ SPREG RJEŠENJA PRIJEDOŠNILA JEDNAĐEZBI, MORAJU BITI POZNATI POČETNI UVJETI, NPR. POZNATE TEKUĆINE PRILIKE NA POČETKU ILI NA KRAJU VODE.

PRVI OBLIK PRIDENOŠNIH JEDNAĐEŽBI

Poznati napon i struja \vec{V}, \vec{I} početak mreže
tj. za $x=0$ poznati \vec{V}_1, \vec{I}_1

opći oblik pridenošnih jednađežbi (9.) i (10.)

$$\begin{aligned}\vec{V} &= \vec{A}_1 e^{-\gamma x} + \vec{A}_2 e^{\gamma x} \\ \vec{I} &= \vec{B}_1 e^{-\gamma x} + \vec{B}_2 e^{\gamma x}\end{aligned}$$

diferenciramo po x / d/dx i usporedimo sa (5.) i (6.)

$$\frac{d\vec{V}}{dx} = -\gamma \vec{A}_1 e^{-\gamma x} + \gamma \vec{A}_2 e^{\gamma x} = -\vec{Z}_1 \vec{I} \quad / : \gamma$$

$$\frac{d\vec{I}}{dx} = -\gamma \vec{B}_1 e^{-\gamma x} + \gamma \vec{B}_2 e^{\gamma x} = -\vec{Y}_1 \vec{V} \quad / : \gamma$$

$$\vec{A}_1 e^{-\gamma x} - \vec{A}_2 e^{\gamma x} = \frac{\vec{Z}_1}{\gamma} \vec{I}$$

$$\vec{B}_1 e^{-\gamma x} - \vec{B}_2 e^{\gamma x} = \frac{\vec{Y}_1}{\gamma} \vec{V}$$

$$\text{uz } x=0, \vec{V}=\vec{V}_1, \vec{I}=\vec{I}_1$$

$$\frac{\vec{Z}_1}{\gamma} = \frac{\vec{Y}_1}{\gamma} = \vec{Z}_c$$

KARAKTERISTIČNA
IMPEDANCIJA

$$\vec{A}_1 - \vec{A}_2 = \vec{Z}_c \cdot \vec{I}_1 \quad (11.)$$

$$\vec{B}_1 - \vec{B}_2 = \frac{1}{\vec{Z}_c} \vec{V}_1 \quad (12.)$$

Ako u (9.) i (10.) uverimo se $x=0, \vec{V}=\vec{V}_1, \vec{I}=\vec{I}_1$

$$\vec{V}_1 = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \quad (13.)$$

$$\vec{I}_1 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad (14.)$$

rješavanjem po dva para jednađežbi (11)(12)(13)(14)
dobivemo $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{B}_1, \vec{B}_2$

$$(11.) + (13.)$$

$$\vec{A}_1 = \frac{1}{2} (\vec{V}_1 + \vec{Z}_c \vec{I}_1)$$

$$(13.) - (11.)$$

$$\vec{A}_2 = \frac{1}{2} (\vec{V}_1 - \vec{Z}_c \vec{I}_1)$$

$$(12.) + (14.)$$

$$\vec{B}_1 = \frac{1}{2} (\vec{I}_1 + \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c})$$

$$(14.) - (12.)$$

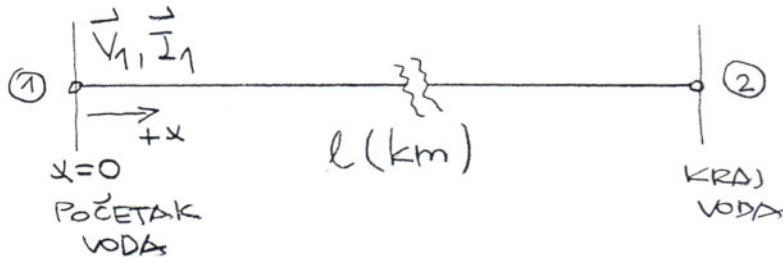
$$\vec{B}_2 = \frac{1}{2} (\vec{I}_1 - \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c})$$

KAD KONSTANTE $\vec{A}_1, \vec{B}_1, \vec{A}_2, \vec{B}_2$ UVRSTIMO U OPĆI OBLIK PRIJENOSNIH JEDNADŽBI (9.), (10), DOBIJEMO:

$$\vec{V} = \frac{1}{2} (\vec{V}_1 + \vec{Z}_c \vec{I}_1) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\vec{V}_1 - \vec{Z}_c \vec{I}_1) e^{\gamma x}$$

$$\vec{I} = \frac{1}{2} (\vec{I}_1 + \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\vec{I}_1 - \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}) e^{\gamma x}$$

I.A OBLIK PRIJENOSNIH JEDNADŽBI

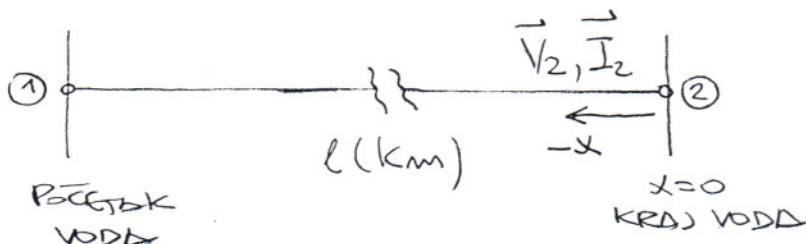


ZADANE ELEKTRIČNE PRILIKE NA POČETKU VODA $x=0$
 \vec{V}_1, \vec{I}_1

$$\vec{V} = \frac{1}{2} (\vec{V}_1 + \vec{Z}_c \vec{I}_1) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\vec{V}_1 - \vec{Z}_c \vec{I}_1) e^{\gamma x} \quad (15.)$$

$$\vec{I} = \frac{1}{2} (\vec{I}_1 + \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\vec{I}_1 - \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}) e^{\gamma x}$$

I.B OBLIK PRIJENOSNIH JEDNADŽBI



ZADANE ELEKTRIČNE PRILIKE NA KRAJU VODA $x=0$
 \vec{V}_2, \vec{I}_2

$$\vec{V} = \frac{1}{2} (\vec{V}_2 + \vec{Z}_c \vec{I}_2) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\vec{V}_2 - \vec{Z}_c \vec{I}_2) e^{\gamma x} \quad (16.)$$

$$\vec{I} = \frac{1}{2} (\vec{I}_2 + \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c}) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\vec{I}_2 - \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c}) e^{\gamma x}$$

DRUGI OBLIK PRIJENOSNIH JEDNAĐEŽBI

IZLJEĆIVANjem \vec{V}_1 , $\vec{Z}_c \vec{I}_1$ U JEDNAĐEŽBI (15.) za \vec{V} ,

ODNOSNO \vec{I}_1 , \vec{V}_1/\vec{Z}_c U JEDNAĐEŽBI (15.) za \vec{I} DOBIJEMO

$$\begin{aligned}\vec{V} &= \frac{1}{2} (\vec{V}_1 + \vec{Z}_c \vec{I}_1) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\vec{V}_1 - \vec{Z}_c \vec{I}_1) e^{\gamma x} \\ &= \frac{1}{2} \vec{V}_1 (e^{-\gamma x} + e^{\gamma x}) + \frac{1}{2} \vec{Z}_c \vec{I}_1 (e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{I} &= \frac{1}{2} (\vec{I}_1 + \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\vec{I}_1 - \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}) e^{\gamma x} \\ &= \frac{1}{2} \vec{I}_1 (e^{-\gamma x} + e^{\gamma x}) + \frac{1}{2} \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c} (e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})\end{aligned}$$

$$\vec{V} = \vec{V}_1 \frac{e^{-\gamma x} + e^{\gamma x}}{2} - \vec{Z}_c \vec{I}_1 \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 \frac{e^{-\gamma x} + e^{\gamma x}}{2} - \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c} \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}$$

EUKLIOVE FORMULE

$$\frac{e^{+\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} = \operatorname{ch} \gamma x \quad \frac{e^{+\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} = \operatorname{sh} \gamma x$$

II. A OBLIK PRIJENOSNIH JEDNAĐEŽBI

ZADANE EL. PRILIKE NA POČETKU VODA $x=0$, \vec{V}_1, \vec{I}_1

$$\vec{V} = \vec{V}_1 \operatorname{ch} \gamma x - \vec{Z}_c \vec{I}_1 \operatorname{sh} \gamma x$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 \operatorname{ch} \gamma x - \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma x$$

II. B OBLIK PRIJENOSNIH JEDNAĐEŽBI

ZADANE EL. PRILIKE NA KRAJU VODA $x=0$, \vec{V}_2, \vec{I}_2

$$\vec{V} = \vec{V}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \vec{Z}_c \vec{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x$$

$$\vec{I} = \vec{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma x$$

TREĆI OBLIK PRIJENOSNIH JEDNADŽBI

AKO SU PONATE EL. PRILIKE NA JEDNOM KRAJU VODA
 A TRAŽIMO PRILIKE NA DRUGOM KRAJU VODA (ZADANO NA
 POČETKU Δ RACIJALO NA KRAJU VODA ILI OBURNUTO), ONDA
 $x = l$

KARAKTERISTIČNU IMPEDANCIJU \vec{Z}_c IZRAZIMO POMENU Θ

$$\vec{Z}_c = \sqrt{\frac{\vec{Z}_1}{\vec{Y}_1}} = \frac{\vec{Z}_1}{\vec{Y}} = \frac{\vec{Y}}{\vec{Y}_1} = \frac{\vec{Z}}{\Theta} = \frac{\Theta}{\vec{Y}}$$

$$\Theta = \vec{Y} \cdot l$$

III. A OBLIK PRIJENOSNIH JEDNADŽBI

ZADANE EL. PRILIKE NA POČETKU VODA $x=0$, \vec{V}_1, \vec{I}_1

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_1 \operatorname{ch} \Theta - \vec{I}_1 \vec{Z} \frac{\operatorname{sh} \Theta}{\Theta}$$

$$\vec{I}_2 = \vec{I}_1 \operatorname{ch} \Theta - \vec{V}_1 \vec{Y} \frac{\operatorname{sh} \Theta}{\Theta}$$

III. B OBLIK PRIJENOSNIH JEDNADŽBI

ZADANE EL. PRILIKE NA KRAJU VODA $x=0$, \vec{V}_2, \vec{I}_2

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 \operatorname{ch} \Theta + \vec{I}_2 \vec{Z} \frac{\operatorname{sh} \Theta}{\Theta}$$

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_2 \operatorname{ch} \Theta + \vec{V}_2 \vec{Y} \frac{\operatorname{sh} \Theta}{\Theta}$$

PRIMJENA PRIJEMOSNIH JEDNADŽBI NA RAZLIČITE
POGANSKE SITUACIJE

$$\vec{V} = \vec{V}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \vec{Z}_c \vec{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x$$

$$\vec{I} = \vec{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma x$$

a) VOD JE U PRAZNOM HODU (PH)

$$\begin{array}{c} \textcircled{1} \\ | \quad \quad \quad | \\ \vec{V}_1 = ? \\ \vec{I}_1 = ? \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \textcircled{2} \\ | \quad \quad \quad | \\ \vec{V}_2 = \phi \\ \vec{I}_2 = \phi \end{array}$$

$$\text{IMPEDANCIJA VODA: } \vec{Z}_0 = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \vec{Z}_c \operatorname{cth} \gamma x$$

$$\vec{Z}_0 = |\vec{Z}_0| \angle \Theta_0$$

$$|\vec{Z}_0| = f(x) \quad \Theta_0 = f(x)$$

b) VOD JE U KRAĆKOM SPREU (KS)

$$\begin{array}{c} \textcircled{1} \\ | \quad \quad \quad | \\ \vec{V}_1 = ? \\ \vec{I}_1 = ? \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \textcircled{2} \\ | \quad \quad \quad | \\ \vec{V}_2 = \phi \\ \vec{I}_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \vec{V} = \vec{Z}_c \vec{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x \\ \vec{I} = \vec{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x \end{array}$$

$$\text{IMPEDANCIJA VODA: } \vec{Z}_k = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \vec{Z}_c \operatorname{tgh} \gamma x$$

$$\vec{Z}_k = |\vec{Z}_k| \angle \Theta_k$$

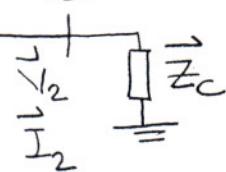
$$|\vec{Z}_k| = f(x) \quad \Theta_k = f(x)$$

c) VOD JE OPTEREDEN KARAKTERISTIČNOM IMPEDANCIJOM \vec{Z}_c

①

$$\begin{matrix} \vec{V}_1 \\ \vec{I}_1 \end{matrix}$$

②



$$\vec{I}_2 = \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c}$$

$$\vec{V} = \vec{V}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \vec{Z}_c \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma x =$$

$$\vec{V}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \vec{V}_2 \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma x = \vec{V}_2 e^{\gamma x}$$

$$\vec{I} = \vec{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \frac{\vec{I}_2 \vec{Z}_c}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma x =$$

$$= \vec{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \vec{I}_2 \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma x = \vec{I}_2 e^{\gamma x}$$

Impedančna voda: $\vec{Z} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \frac{\vec{V}_2}{\vec{I}_2} = \vec{Z}_c = |\vec{Z}_c| \angle \Theta_c$

$$|\vec{Z}_c| = \text{konst.} \quad \Theta_c = \text{konst.}$$

5.2 IDEALNI VOD

PRILIKE NA IDEALNO M VODU

PRAZNI HOD

KRATKI SPOJ

REFLEKSIJA INA VODU

PRIRODNA SNAGA.

IDEALNI VOD

IDEALNI VOD = VOD BEZ GUBITAKA
= VOD KOJI NEIMA PRIGUŠENJA

$$R_1 = \emptyset \\ G_1 = \emptyset$$

$$\vec{\gamma} = \omega + j\beta = \sqrt{\vec{Z}_1 \cdot \vec{Y}_1} = \sqrt{j\omega L_1 j\omega C_1} = j\omega \sqrt{L_1 C_1} = j\beta$$

$$\beta = \omega \sqrt{L_1 C_1} \quad \beta - \text{FАЗНА КОНСТАНТД}$$

КАКВО ЈЕ: $L_1 C_1 = \frac{1}{c^2}$

c - БРЗИНА СВЈЕТЛОСТИ
300.000 km/s

$$\text{ЗА } f = 50 \text{ Hz: } \beta = \omega \sqrt{L_1 C_1} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{300.000} = \frac{2\pi \cdot 50}{300.000}$$

$$\omega = \frac{\omega}{\beta} [\text{km/s}]$$

$$\beta = \frac{2\pi}{6000}$$

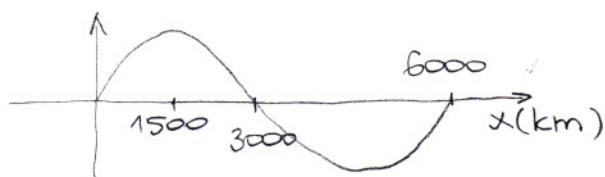
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{\beta}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = 6000 \text{ km}$$

ДУŽINA ВОДА

IDEALNI НАДЗЕМНИ ВОД



- ДУЖИНА ВОДА ЗА $f = 50 \text{ Hz}$
- ИZNOS $\lambda = 6000 \text{ km}$
- БРЗИНА РАСПРОСТРАНУДА ВОДА (ФАЗНА БРЗИНА) УРДУЖ ВОДА ЈЕ ЈЕДНАКА БРЗИНИ СВЈЕТЛОСТИ c

КARAKTERISTИЧНА IMPEDANCIJA IDEALNOG VODA:

$$\vec{Z}_c = \sqrt{\frac{\vec{Z}_1}{\vec{Y}_1}} = \sqrt{\frac{j\omega L_1}{j\omega C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = Z_V$$

$$Z_V = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} [\Omega]$$

Z_V - ВАЛИЧНИ ОТПОР ВОДА
- ЗА НАДЗЕМНЕ ВОДОВЕ $Z_V = 400 \Omega$

АКС У ЕУЛЕРОВЕ ФОРМУЛЕ УВРЕСТИМО $\vec{\gamma} = j\beta$:

$$\operatorname{ch} \vec{\gamma} x = \operatorname{ch} j\beta x = \cos \beta x$$

$$\operatorname{sh} \vec{\gamma} x = \operatorname{sh} j\beta x = j \sin \beta x$$

II. OBLIK ПРИЈЕНОСНИХ ЈЕДНАДŽБИ ЗА IDEALNI VOD

$$\vec{V} = \vec{V}_2 \operatorname{ch} \vec{\gamma} x + \vec{Z}_c \vec{I}_2 \operatorname{sh} \vec{\gamma} x$$

$$\vec{I} = \vec{I}_2 \operatorname{ch} \vec{\gamma} x + \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \vec{\gamma} x$$

$$\vec{V} = \vec{V}_2 \cos \beta x + j \vec{Z}_V \vec{I}_2 \sin \beta x$$

$$\vec{I} = \vec{I}_2 \cos \beta x + j \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_V} \sin \beta x$$

$$\vec{V} = \vec{V}_1 \operatorname{ch} \vec{\gamma} x - \frac{1}{Z_C} \vec{I}_1 \operatorname{sh} \vec{\gamma} x$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 \operatorname{ch} \vec{\gamma} x - \frac{\vec{V}_1}{Z_C} \operatorname{sh} \vec{\gamma} x$$

$$\vec{V} = \vec{V}_1 \cos \beta x - j \frac{1}{Z_V} \vec{I}_1 \sin \beta x$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 \cos \beta x - j \frac{\vec{V}_1}{Z_V} \sin \beta x$$

a) PRAZNI HOD NA IDEALNOM VODU



$$I_2 = \emptyset$$

$$\vec{V}_o = \vec{V}_2 \cos \beta x$$

$$\vec{I}_o = j \frac{\vec{V}_2}{Z_V} \sin \beta x$$

IMPEDANCIJA VODA:

$$\vec{Z}_o = \frac{\vec{V}_o}{\vec{I}_o} = -j Z_V \operatorname{ctg} \beta x$$

NAPON \vec{V}_o I STRUJD \vec{I}_o Mjenjaju se prostorno $f(x)$, VREMENSKI $f(t)$ - STRUJE I NAPONI TVORE STOJNE VALOVE

$$\vec{V}_o = \vec{V}_2 \cos \beta x = \vec{V}_2 \cos \frac{2\pi}{6000} x$$

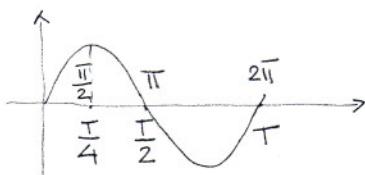
$$\vec{I}_o = j \frac{\vec{V}_2}{Z_V} \sin \beta x = j \frac{\vec{V}_2}{Z_V} \sin \frac{2\pi}{6000} x$$

PROSTORNA RASPREDJELA
NAPONA I STRUJE

$$\vec{V}_o(x, t) = \vec{V}_o e^{j\omega t}$$

$$\vec{I}_o(x, t) = \vec{I}_o e^{j\omega t}$$

VREMENSKA DOMENA -
VREMENSKA RASPREDJELA



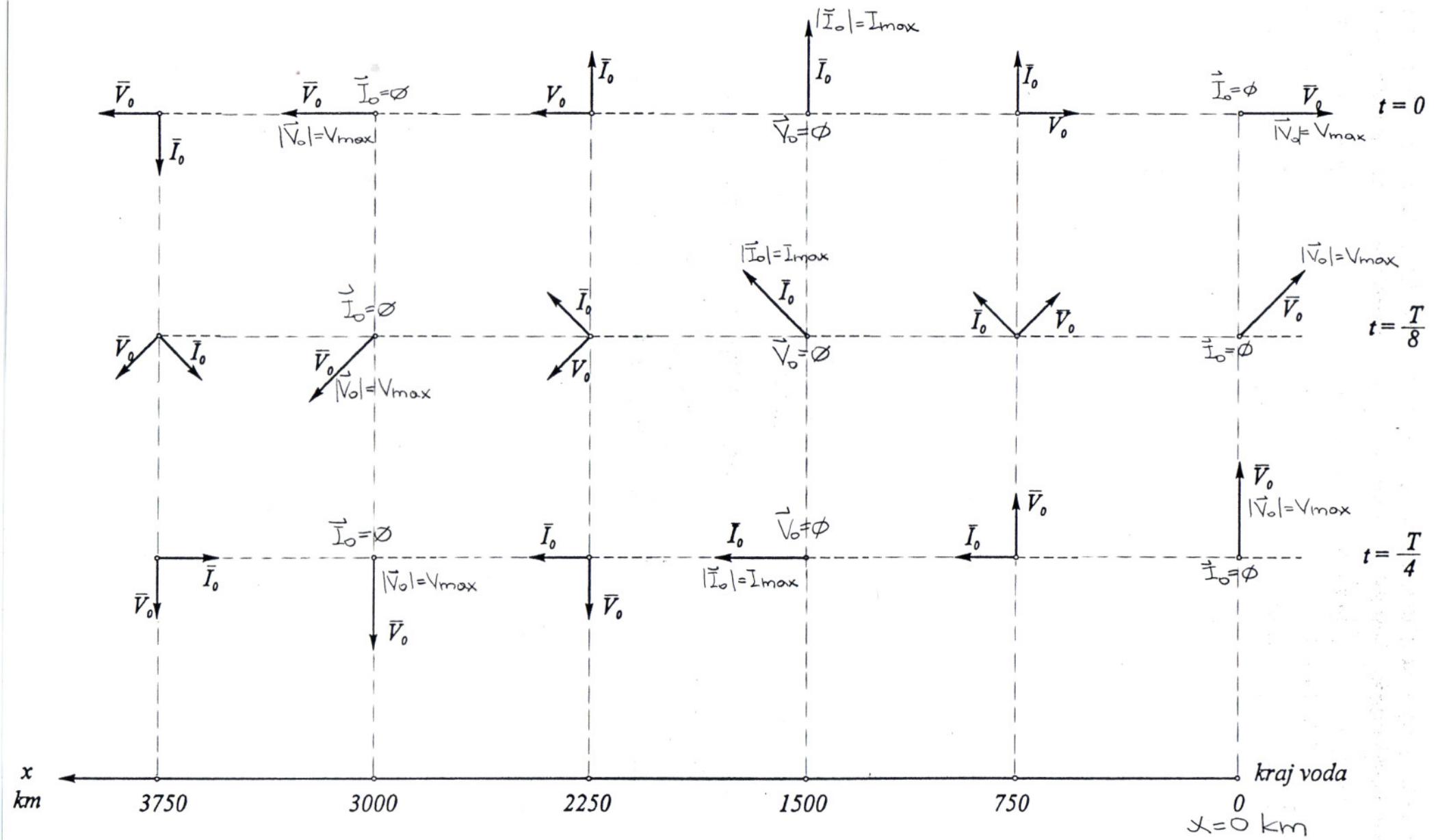
$$\omega t = 2\pi f t$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms}$$

$$\frac{T}{4} = 5 \text{ ms} \quad \frac{T}{8} = 2,5 \text{ ms}$$

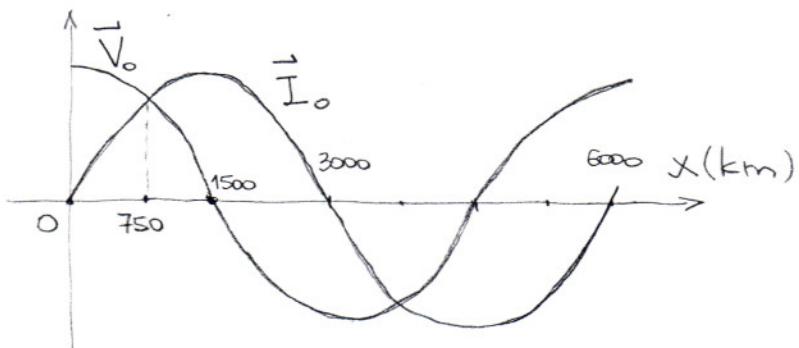
$$\text{za } t = \frac{T}{8} \rightarrow \omega t = 2\pi f \frac{T}{8} = 2\pi f \frac{\frac{1}{50}}{8} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{za } t = \frac{T}{4} \rightarrow \omega t = 2\pi f \frac{T}{4} = 2\pi f \frac{\frac{1}{50}}{4} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$



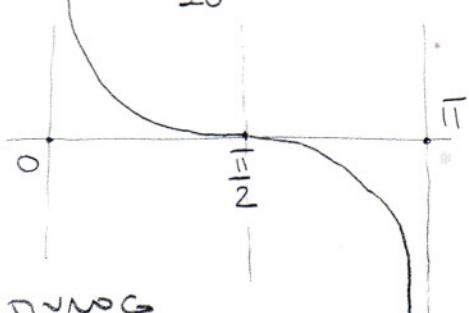
Vektori napona i struje uzduž idealnog voda u praznom hodu

PROSTORNA PROMJENA NAPONCA I STRUJE



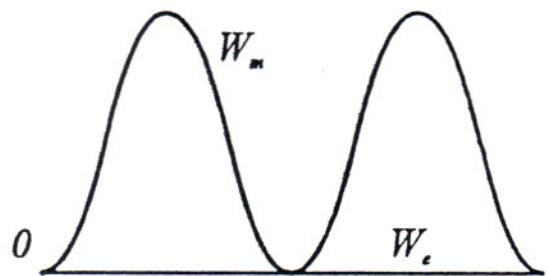
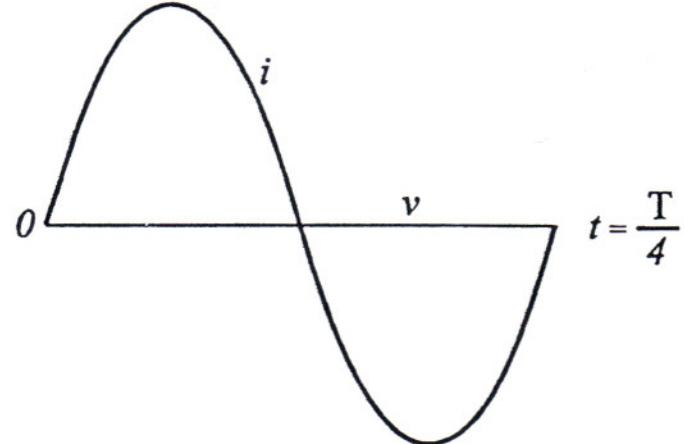
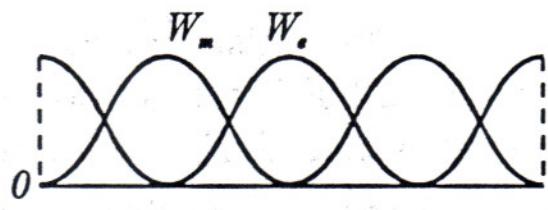
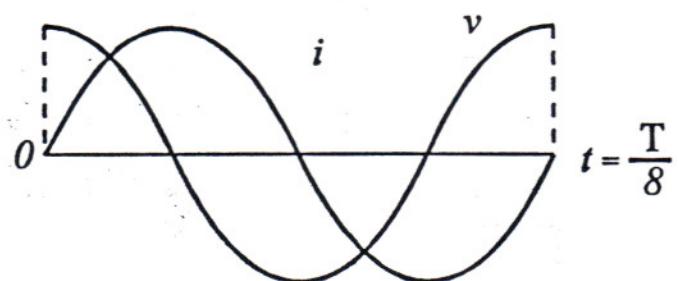
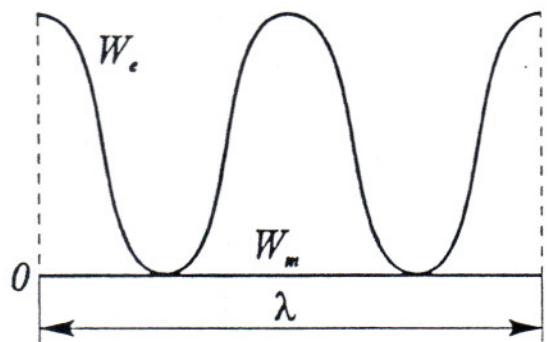
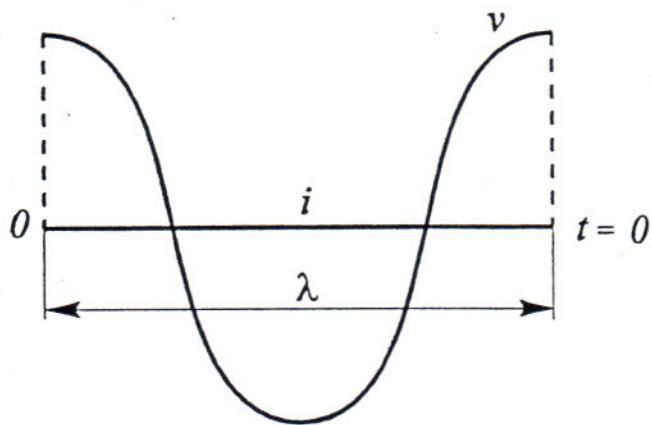
IMPEDANCIJA VODA

$$\vec{Z}_0 = \frac{\vec{V}_0}{\vec{I}_0} = -j Z_0 \operatorname{ctg} \beta x$$



IMPEDANCIJA VODA \vec{Z}_0

- OD 0 km DO 1500 km JE CAPACITIVNOG KARAKTERA; U TOM INTERVALU OD BESKONACNE VRJEDNOSTI PADA NA NULY
- OD 1500 km DO 3000 km JE INDUKTIVNOG KARAKTERA, I RASTE OD NULE DO BESKONACNE VRJEDNOSTI



Momentalne vrijednosti napona i struje i razmjena energije uzduž voda u praznom hodu

$$W_e = \frac{CU^2}{2}$$

$$W_e \sim U^2$$

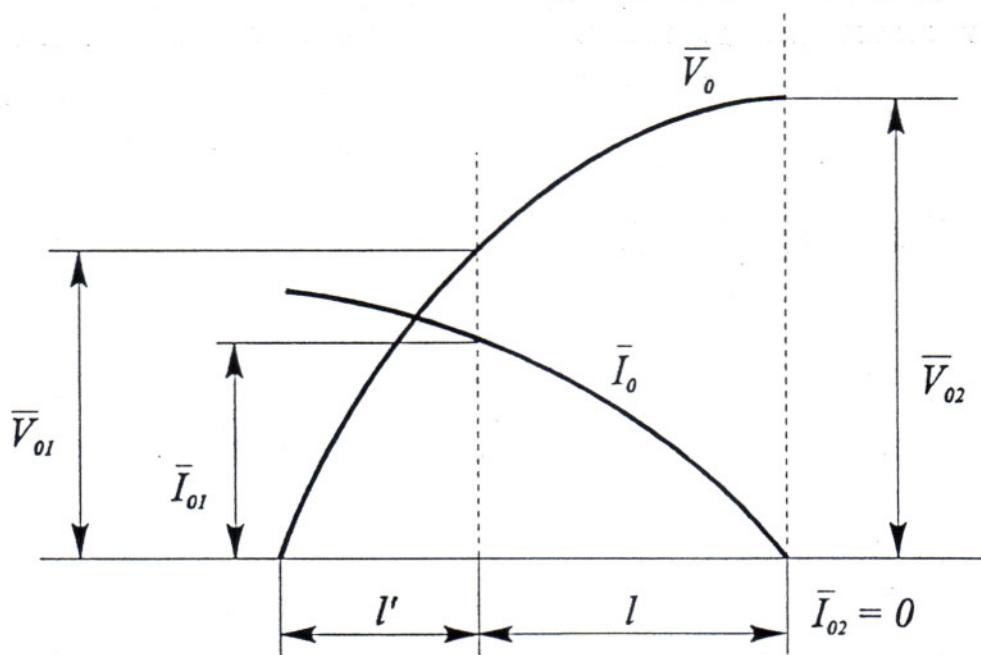
ENERGIJA ELEKTRIČNOG
PLOČA

$$W_m = \frac{LI^2}{2}$$

$$W_m \sim I^2$$

ENERGIJA MAGNETSKOG
POLJA

FERANTIJEV EFEKT (UČINKA)



Efektivne vrijednosti struje i napona na vodu $l < 1500$ km u praznom hodu

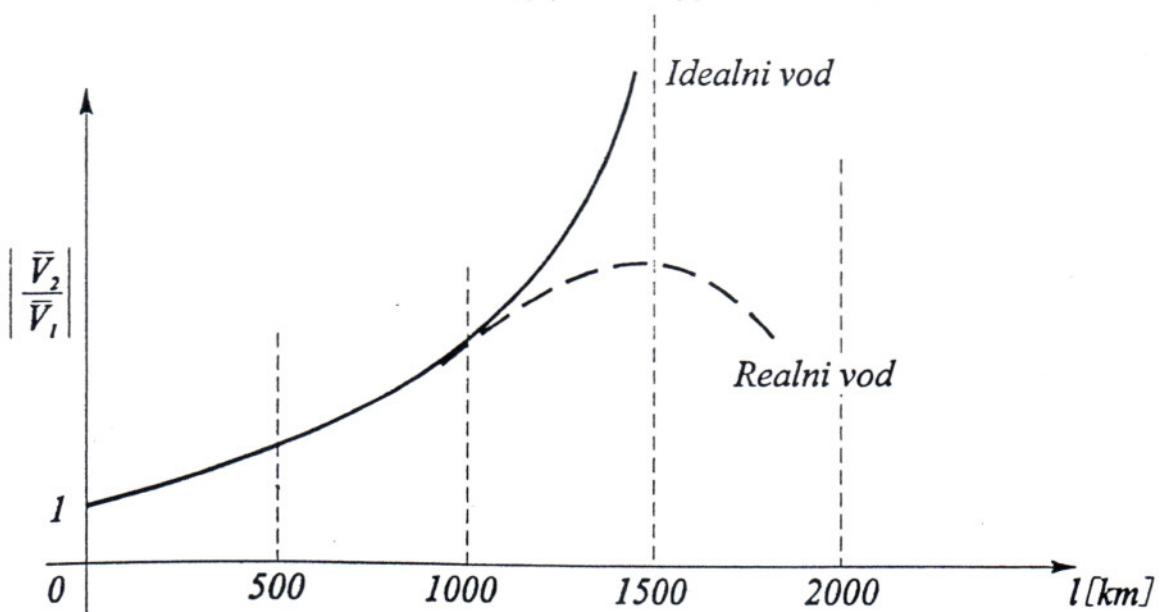
Ako je vod dug $l < 1500$ km i napajan naponom \bar{V}_{01} , uzimat će iz izvora, u skladu s ranijim razmatranjem, kapacitivnu struju \bar{I}_{01} . Ujedno vidimo da je napon na kraju \bar{V}_{02} povećan, odnosno da je:

$$\frac{|\bar{V}_{02}|}{|\bar{V}_{01}|} > 1 \quad \text{NPR. } x = 1000 \text{ km}$$

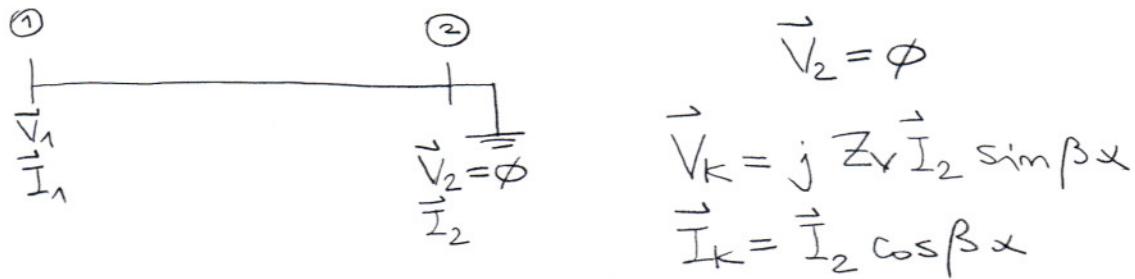
$$\bar{V}_{01} = \bar{V}_{02} \cos \frac{\pi}{3} = \bar{V}_{02} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{|\bar{V}_{02}|}{|\bar{V}_{01}|} = 2$$

Ovo povećanje napona na kraju voda u praznom hodu naziva se Ferrantijevim učinkom.



b) KRATKI SPOJ NA IDEALNOM VODU



$$\vec{V}_2 = \phi$$

$$\vec{V}_k = j Z_v \vec{I}_2 \sin \beta_x$$

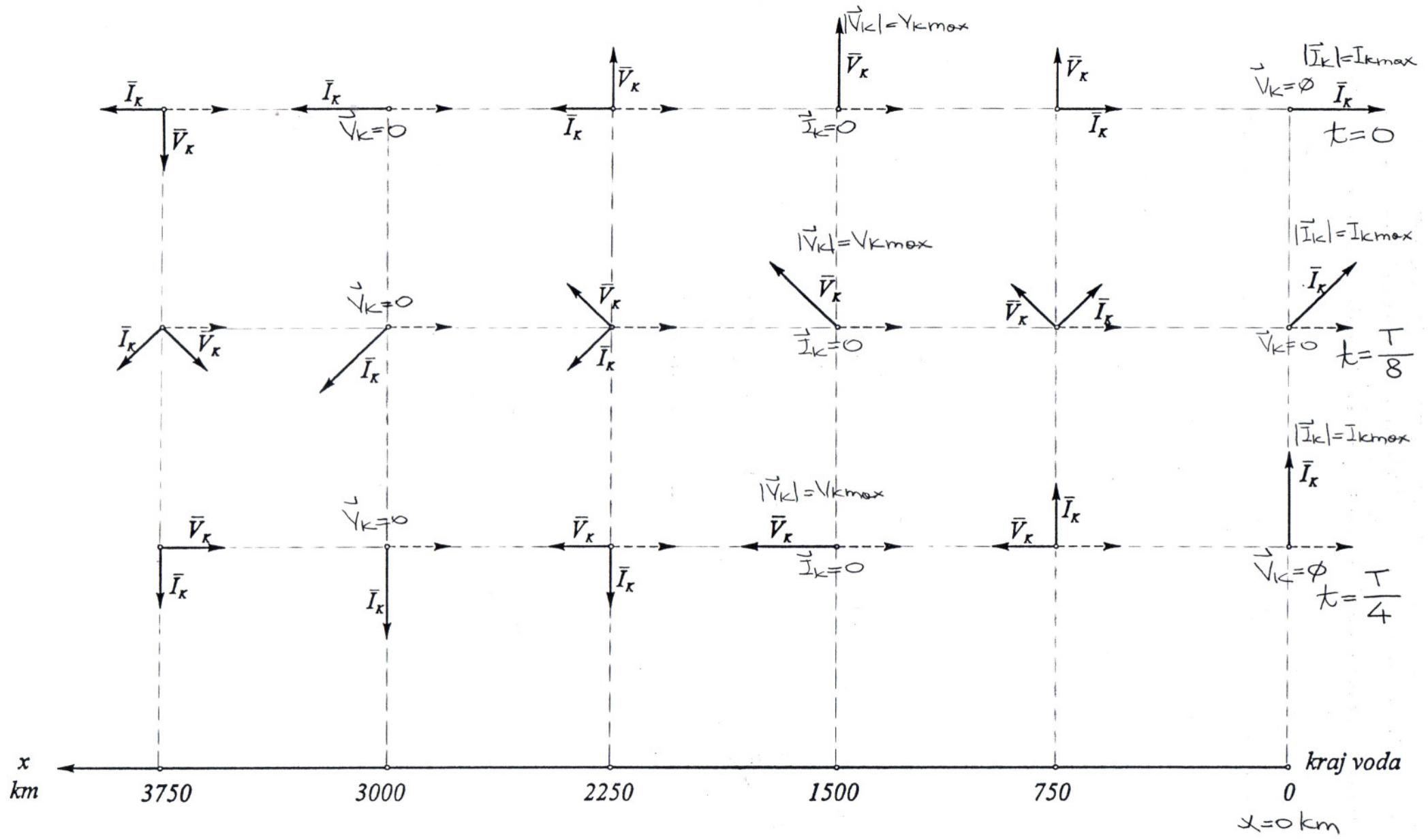
$$\vec{I}_k = \vec{I}_2 \cos \beta_x$$

IMPEDANSA VODA:

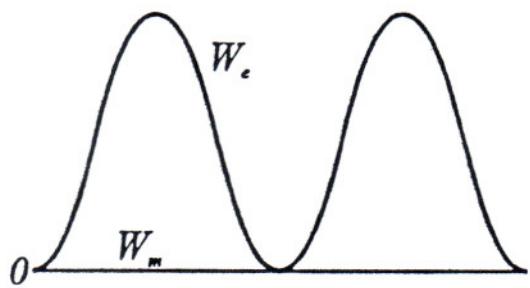
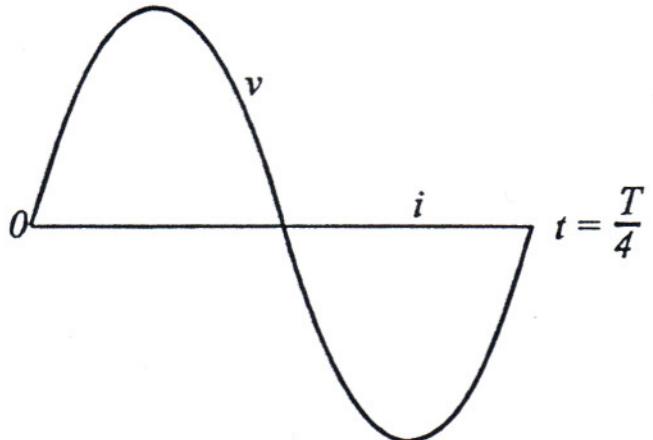
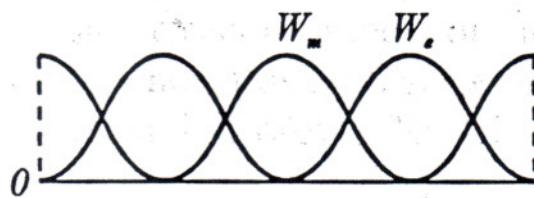
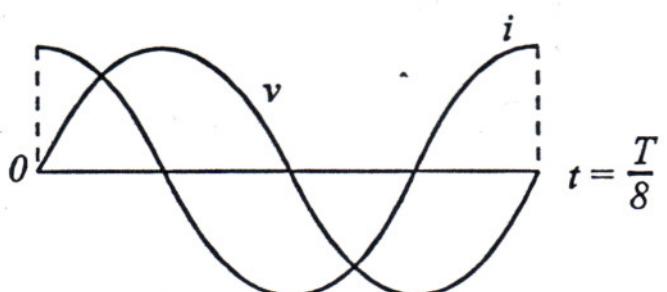
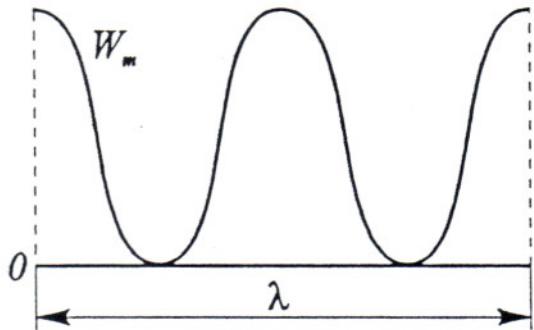
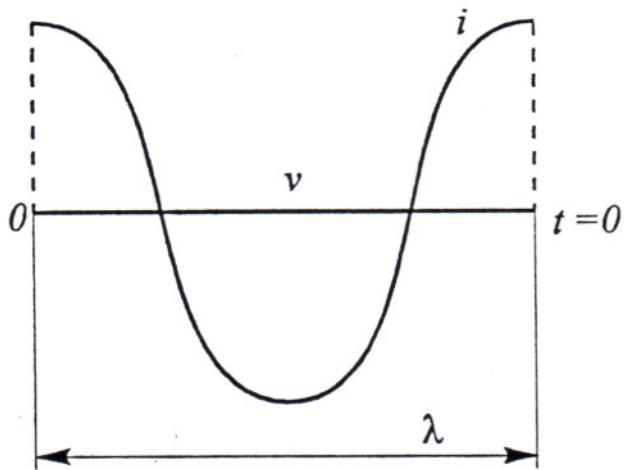
$$Z_k = \frac{\vec{V}_k}{\vec{I}_k} = j Z_v \tan \beta_x$$

- OD 0 DO 1500 km JE KAPACITIVNOG KORAKERA

- OD 1500 km DO 3000 km JE IMPUNKTUVNOG KORAKERA



Vektori napona i struje uzduž idealnog voda u kratkom spoju



Momentalne vrijednosti napona i struje i razmjena energije uzduž voda u kratkom spoju

$$W_e \sim U^2$$

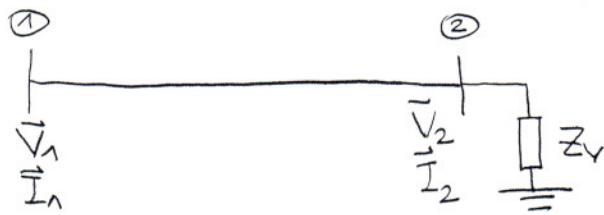
$$W_m \sim I^2$$

c) IDEALNI VOD OPTEREDEN VALNIM otporom voda Z_v

VOD JE KRAJ OPTEREDEN POTROŠACEM KOJEMU JE otpor JEDNAK VALNOM otporu voda Z_v

$$Z_v = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} = \sqrt{\frac{j\omega L_1}{j\omega C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} [\Omega] \quad \sqrt{L_1 C_1} = \frac{1}{C}$$

Z_v - valni otpor voda, za nadzemne vodove $Z_v = 400 \Omega$



$$\vec{V}_2 = Z_v \vec{I}_2$$

$$\vec{I}_2 = \frac{\vec{V}_2}{Z_v}$$

PRIENOSNE JESENĐE:

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \vec{V}_2 \cos \beta x + j Z_v \vec{I}_2 \sin \beta x = \vec{V}_2 \cos \beta x + j Z_v \frac{\vec{V}_2}{Z_v} \sin \beta x \\ &= \vec{V}_2 \cos \beta x + j \vec{V}_2 \sin \beta x = \vec{V}_2 e^{j\beta x} \\ \vec{I} &= \vec{I}_2 \cos \beta x + j \frac{\vec{V}_2}{Z_v} \sin \beta x = \vec{I}_2 \cos \beta x + j \frac{\vec{I}_2 Z_v}{Z_v} \sin \beta x \\ &= \vec{I}_2 \cos \beta x + j \vec{I}_2 \sin \beta x = \vec{I}_2 e^{j\beta x} \end{aligned}$$

OIJER NAPONA I STRUJE U BILO KOJOJ TOČCI VODA

$$\frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \frac{\vec{V}_2 e^{j\beta x}}{\vec{I}_2 e^{j\beta x}} = \frac{\vec{V}_2}{\vec{I}_2} = Z_v$$

ZAKLJUČAK:

- NAPON JE KONSTANTAN DUŽ CIJELOG VODA $|V| = \text{konst.}$
- STRUJA JE KONSTANTNA DUŽ CIJELOG VODA $|I| = \text{konst.}$
- NAPON I STRUJA SU U Fazi DUŽ CIJELOG VODA
 $\frac{\vec{V}}{\vec{I}} = Z_v = \text{konst.}$ NEMA PREJEMOSA JELOVE SNAGE.
- EFEKTIVNE VRIJEDNOSTI NAPONA I STRUJE NE OVISE O X
 (DUŽINI VODA)

$$V_{ef}, I_{ef} \neq f(x)$$

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \vec{V}_2 e^{j\beta x} = \vec{V}_2 (\cos \beta x + j \sin \beta x) \\ |e^{j\beta x}| &= 1 \end{aligned}$$

VOD OPTEREDEN VALNIM otporom voda Z_v -

- PRENOŠI SE SNAGA KOJU NAZIVAMO PRIRODNA SNAGA P_{mat}

PRIRODNA SNAGE PREJENOSA P_{mat}

$$P_{mat} = 3V \cdot I = 3V \frac{V}{Z_V} = 3 \frac{V^2}{Z_V} [\text{MW}]$$

$$P_{mat} = 3VI = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} \frac{U/\sqrt{3}}{Z_Y} = \frac{U^2}{Z_Y} [\text{MW}]$$

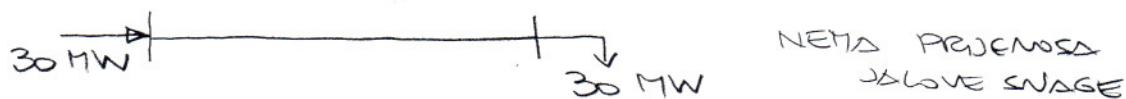
$U [\text{kV}]$ LINIJSKI NAPON

PRIMJER: NADZEMNI VOD $U = 100 \text{ kV}$ $Z_V = 400 \Omega$

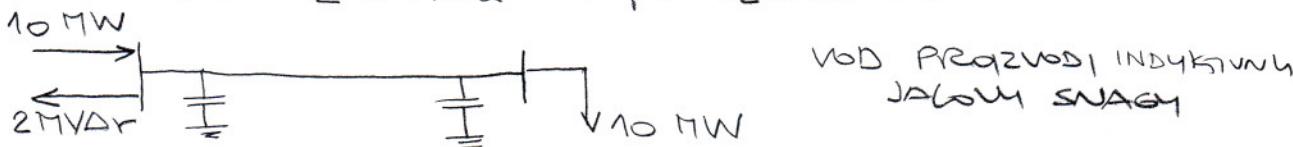
$$P_{mat} = \frac{U^2}{Z_V} = \frac{100^2}{400} = \frac{10000}{400} \approx 30 \text{ MW}$$

IDEALAN VOD

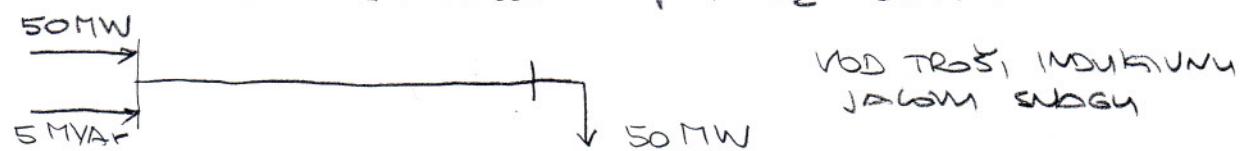
a) OPTEREDENJE $P_2 = P_{mat} = 30 \text{ MW}$



b) OPTEREDENJE $P_2 < P_{mat}$ npr. $P_2 = 10 \text{ MW}$



c) OPTEREDENJE $P_2 > P_{mat}$ npr. $P_2 = 50 \text{ MW}$



POVEĆANJE PRIRODNE SNAGE VODA P_{mat}

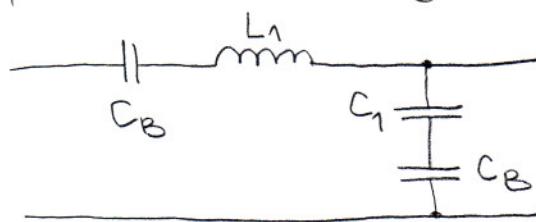
- SMANJENJEM VALNOG OTPORA Z_V

$$Z_V = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$$

- PRIMJENA VODIČA U. SNOPU

$$\sqrt{L_1 C_1} = \frac{1}{C}$$

- PRIKUĆENJE KONCENTRIRANIH UZDUŽNIH I POPREČNIH KONDENSATORSKIH BATERIJA



$$\vec{Z}_1 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_B}$$

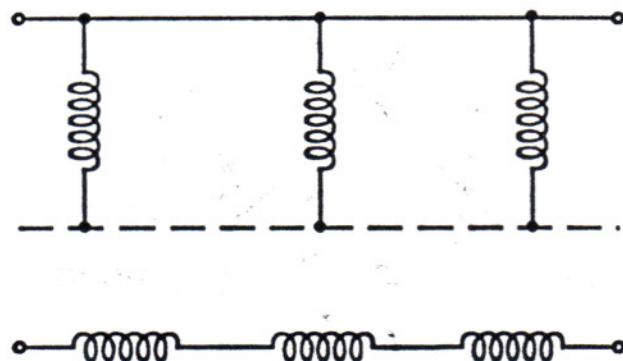
$$\vec{Y}_1 = j\omega C_1 + j\omega C_B$$

- SINKRONI KOMPENZATORI

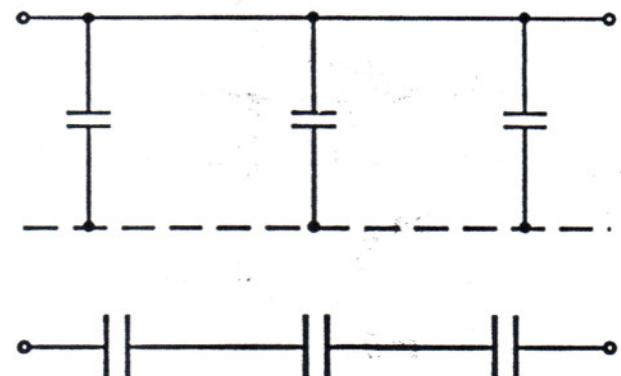
- FACTS uređaji

Uz određeni napon voda, na prirodnu snagu se može utjecati jedino promjenom valnog otpora. Npr. primjenom vodiča u snopu smanjujemo induktivitet, a povećavamo kapacitet (mora ostati zadovoljeno $L_1C_1 = 1/c^2$), pa se time povećava prirodna snaga. U širim se granicama može utjecati na prirodnu snagu priključenjem koncentriranih kapaciteta i induktiviteta prema Sl.

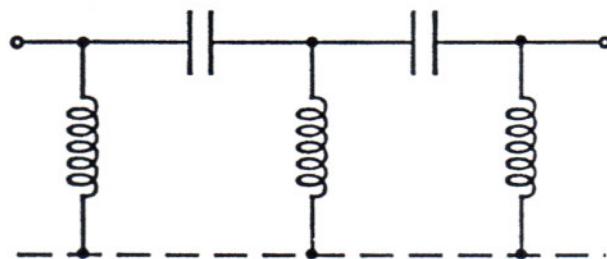
Teoretski je moguće postići potpunu kompenzaciju hladnih konstanti prema Sl. uz dovoljno gusti raspored pravilno dimenzioniranih koncentriranih uzdužnih (serijskih) kondenzatora i popriječnih (paralelnih) prigušnica. Ovakav vod se u pogonu ponaša kao da se njime prenosi istosmjerna struja.



a) Smanjenje P_{nat}

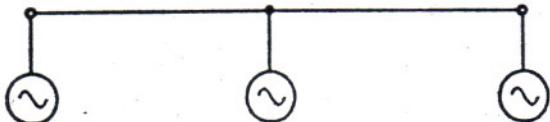


a) Povećanje P_{nat}

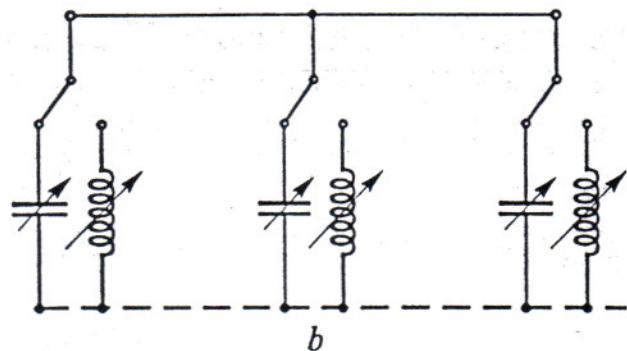


c) Kompenziranje L i C voda

Mijenjanje prirodne snage voda



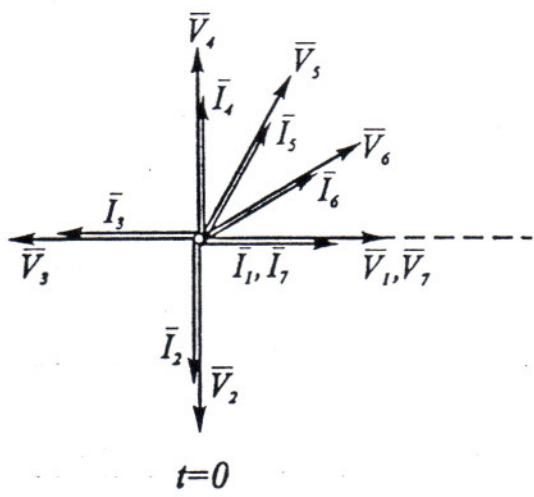
a



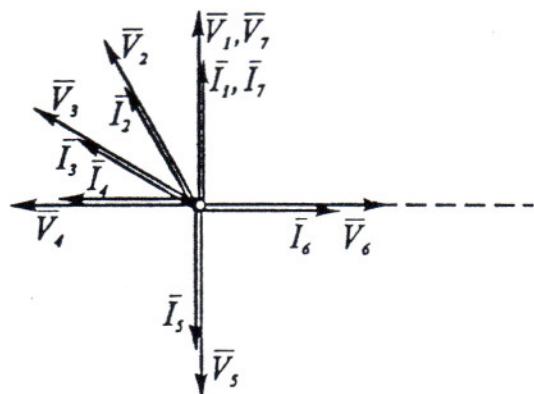
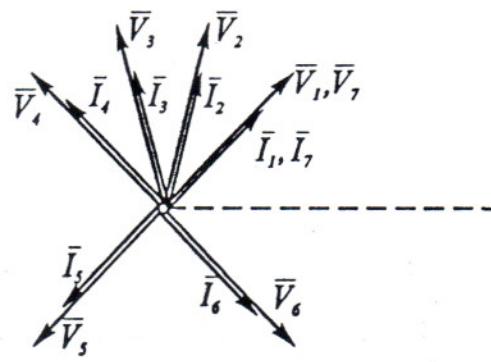
b

Mogućnosti sinkronog kompenzatora

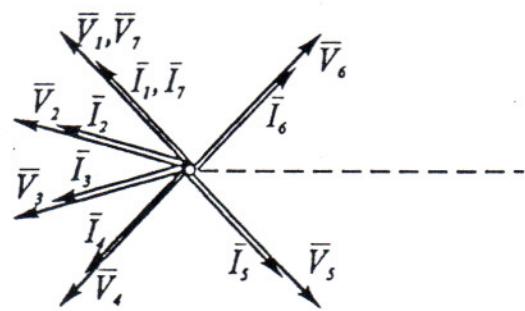
Sljedeci prikazi prikazane su prilike uzduž voda kod prijenosa prirodnom snagom.



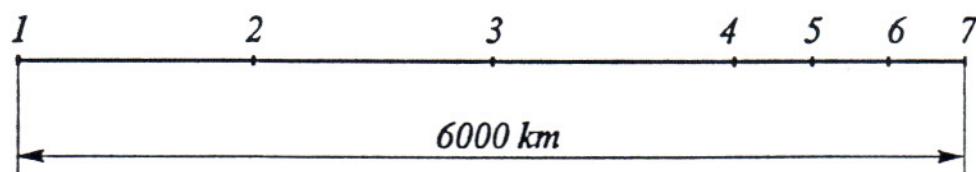
$$t = \frac{\pi}{8}$$



$$t = \frac{\pi}{4}$$



$$t = \frac{3\pi}{8}$$



Refleksija na vodu

Matematski gledano stojni val može egzistirati samo kod superpozicije dvaju putujućih valova koji se kreću u suprotnim smjerovima. To vrijedi i za slučajeve praznog hoda i kratkog spoja. U razmatranje ćemo uzeti jednadžbe Ib, jer tu još nije izgubljen uvid u valni karakter napona i struje.

Za idealni vod ove jednadžbe glase:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \frac{1}{2}(\bar{V}_2 + Z_v \bar{I}_2) e^{j\beta_0 x} + \frac{1}{2}(\bar{V}_2 - Z_v \bar{I}_2) e^{-j\beta_0 x} \\ \bar{I} &= \frac{1}{2} \left(\bar{I}_2 + \frac{\bar{V}_2}{Z_v} \right) e^{j\beta_0 x} + \frac{1}{2} \left(\bar{I}_2 - \frac{\bar{V}_2}{Z_v} \right) e^{-j\beta_0 x}\end{aligned}\quad (25.)$$

U praznom hodu je $\bar{I}_2 = 0$, pa je:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \frac{1}{2} \bar{V}_2 e^{j\beta_0 x} + \frac{1}{2} \bar{V}_2 e^{-j\beta_0 x} \\ \bar{I} &= \frac{1}{2} \frac{\bar{V}_2}{Z_v} e^{j\beta_0 x} - \frac{1}{2} \frac{\bar{V}_2}{Z_v} e^{-j\beta_0 x}\end{aligned}\quad (26.)$$

Val koji se kreće od početka voda prema kraju (polazni val) označit ćemo s \rightarrow , a od kraja prema početku (povratni val) s \leftarrow . Jednadžbe moraju biti zadovoljene i za kraj voda:

$$\begin{aligned}\bar{V}_2 &= \bar{V}_{\rightarrow} + \bar{V}_{\leftarrow} & \bar{V}_{\rightarrow} &= \bar{V}_{\leftarrow} \\ 0 &= \bar{I}_{\rightarrow} + \bar{I}_{\leftarrow} & \bar{I}_{\rightarrow} &= -\bar{I}_{\leftarrow}\end{aligned}$$

Povratni val nastaje refleksijom polaznog vala, tako što se kod praznog hoda na otvorenom kraju voda val napona reflektira u punoj vrijednosti s istim predznakom, a val struje reflektira se u punoj vrijednosti s negativnim predznakom.

Za kratki spoj je $\bar{V}_2 = 0$, pa je:

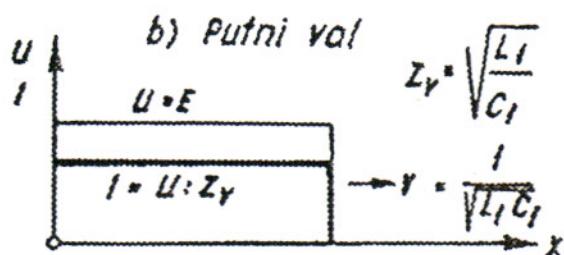
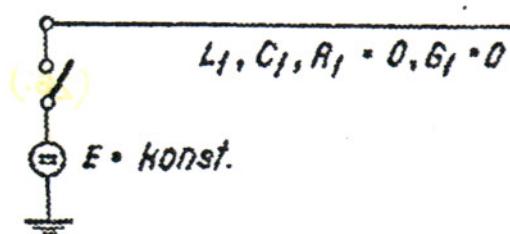
$$\begin{aligned}\bar{V} &= \frac{1}{2} Z_v I_2 e^{j\beta_0 x} - \frac{1}{2} Z_v \bar{I}_2 e^{-j\beta_0 x} \\ \bar{I} &= \frac{1}{2} \bar{I}_2 e^{j\beta_0 x} + \frac{1}{2} \bar{I}_2 e^{-j\beta_0 x}\end{aligned}\quad (27.)$$

Jednadžbe (27.) moraju zadovoljavati i kraj voda, pa je uz ranije usvojene oznake za polazni i povratni val:

$$\begin{aligned}0 &= \bar{V}_{\rightarrow} + \bar{V}_{\leftarrow} & \bar{V}_{\rightarrow} &= -\bar{V}_{\leftarrow} \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_{\rightarrow} + \bar{I}_{\leftarrow} & \bar{I}_{\rightarrow} &= \bar{I}_{\leftarrow}\end{aligned}$$

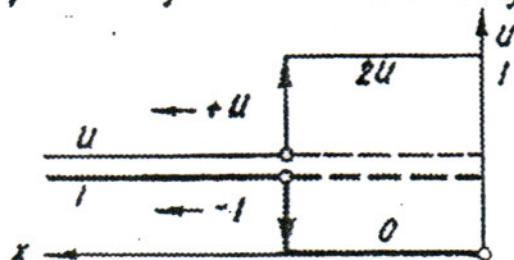
(F1)

a) Shema

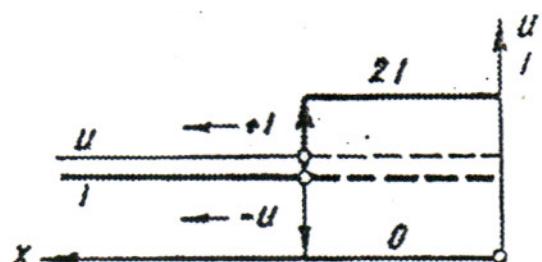


Nadz. vod: $V = 300\ 000 \text{ km/sek}$
Kabel: $v \approx 150\ 000 \text{ km/sek}$

c) Refleksija na otvorenom kraju



d) Refleksija na kratkom spoju



(F2)

(F3)

5.3

REALNI VOD

UTJECAJ RIG NA KARAKTERISTIČNE
VELIČINE

KARAKTERISTIČNA POGONSKA STANJA

Zbivanja u karakterističnim slučajevima promatrali smo, radi jasnoće, na idealnom vodu.

Djelatni odvod G_1 realnog voda je u normalnom pogonskom stanju uvijek zanemarivo malen. Djelatni otpor R_1 je kod vodova presjeka 95 mm^2 Al otprilike jednak induktivnom otporu X_1 , da bi kod 500 mm^2 Al iznosio svega oko 20%, a kod 1000 mm^2 svega oko 10 % od X_1 . Prema tome se može zaključiti da spoznaje stečene na idealnom vodu u velikoj mjeri vrijede i za realni vod.

U ovom poglavlju razmatrat će se zbivanja na realnom vodu.

Utjecaj R i G na karakteristične veličine

Uvedimo još pomoćne konstante:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{G}{\omega C} \quad \operatorname{tg}\varepsilon = \frac{R}{\omega L}$$

Kut δ definira gubitke u izolaciji, a kut ε definira gubitke u vodiču voda. Ako su kutovi gubitaka različiti od nule, iznosi konstanti γ , α i β će povećavaju. Rastavljanjem valne konstante na realni i imaginarni dio prema (3) i svođenjem na faznu konstantu idealnog voda β_0 dobije se:

$$\frac{\beta}{\beta_0} = \left[\frac{1 + \cos(\beta + \varepsilon)}{2 \cos \delta \cos \varepsilon} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\alpha}{\beta_0} = \left[\frac{1 - \cos(\delta + \varepsilon)}{2 \cos \delta \cos \varepsilon} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{|\beta|}{\beta_0} = (\cos \beta \cos \varepsilon)^{\frac{1}{2}}$$

Prijušnom konstantom se definira doseg vala na vodu:

$$d = \frac{1}{\alpha} |\beta_0|.$$

Amplituda polaznog vala opadne na duljini d na 0,366-ti dio.

Karakteristična impedancija se može također izraziti kroz valnu impedanciju i kutove gubitaka:

$$\bar{Z}_e = \left(\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C} \right)^{\frac{1}{2}} = |\bar{Z}_e| e^{j\phi}$$

$$|\bar{Z}_e| = Z_v \left(\frac{\cos \delta}{\cos \varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\phi = \frac{1}{2}(\delta - \varepsilon)$$

Fazna brzina je brzina gibanja određenog mesta na valu, npr. amplitude, uzduž voda. Ona iznosi:

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\lambda}{T}$$

Pošto kod realnog voda β nije linearno ovisna o frekvenciji kao β_0 kod idealnog voda, fazna brzina vala na realnom vodu ovisit će o frekvenciji, odnosno valovi različitih frekvencija će imati različite brzine. To dovodi do izobličenja svih nesinusoidnih valova na realnom vodu, osim u posebnom slučaju voda bez izobličenja.

Doseg vala i duljina vala su u odnosu:

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{\beta}{2\pi\alpha} = \frac{1}{2\pi} \operatorname{ctg} \left(\frac{\delta + \varepsilon}{2} \right)$$

Doseg vala je veći od duljine vala, ako su gubici maleni, ali može postati manji od duljine vala, ako gubici poprime veće iznose.

U Tablici 1. dani su iznosi karakterističnih veličina za neke izgrađene energetske vodove.

Karakteristična pogonska stanja

Opet ćemo koristiti IIb oblik prijenosnih jednadžbi, ali za realni vod prema formulama

Za prazni hod $\bar{I}_2 = 0$, pa jednadžbe (18.) glase:

$$\bar{V} = \bar{V}_2 \operatorname{ch} \gamma x$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma x$$

Impedancija praznog hoda sada iznosi:

$$\bar{Z}_0 = \bar{Z}_c \operatorname{cth} \gamma x$$

Za kratki spoj $\bar{V}_2 = 0$. Jednadžbe prelaze u oblik:

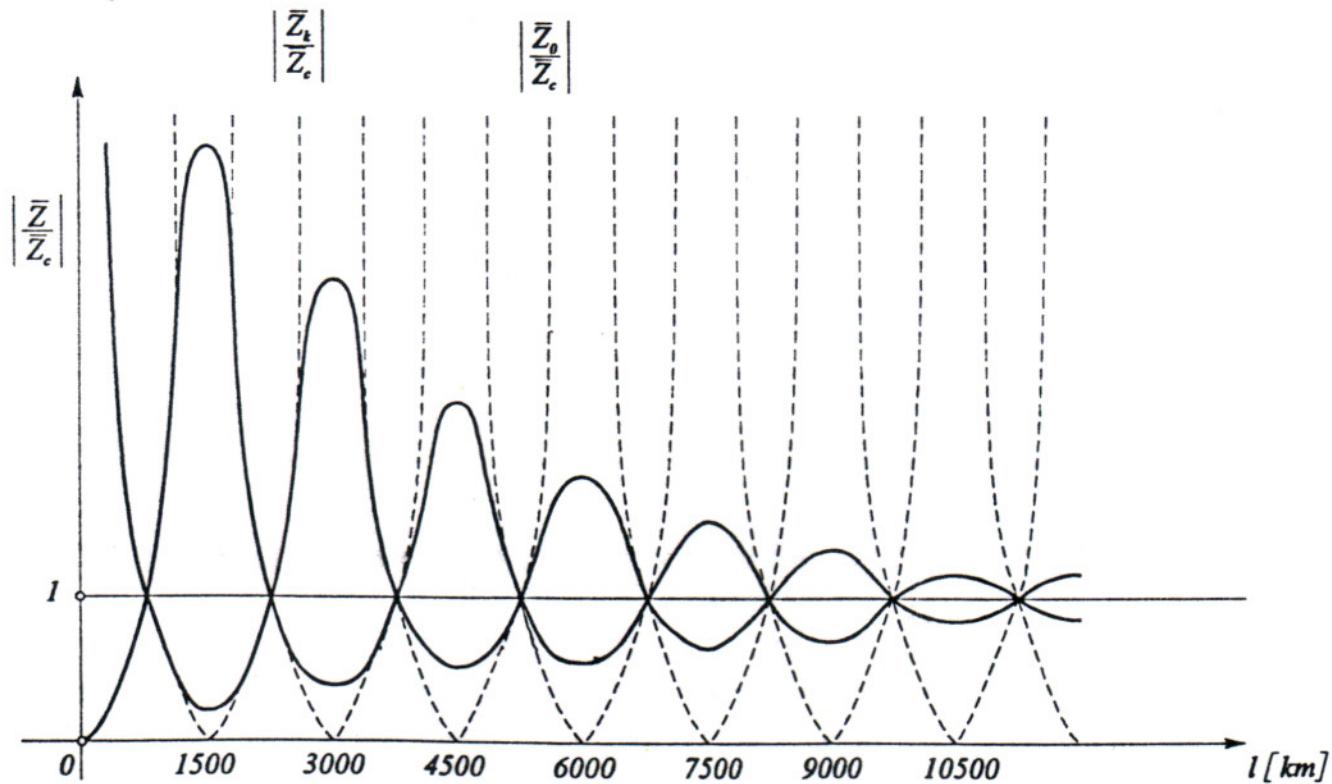
$$\bar{V} = \bar{Z}_c \bar{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x$$

$$\bar{I} = \bar{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x$$

Impedancija kratkog spoja sada iznosi:

$$\bar{Z}_k = \bar{Z}_c \operatorname{th} \gamma x$$

Na Sl. 16 prikazana je normirana impedancija $|\bar{Z}_0 / \bar{Z}_c|$ praznog hoda i $|\bar{Z}_k / \bar{Z}_c|$ kratkog spoja dugog voda u ovisnosti o duljini voda.



Sl. 16 - Normirane impedancije dugog voda za $\delta = 0, \varepsilon = 9^\circ$

	R, mΩ/km	L, mH/km	G, μS/km	C, nF/km	β_0 , 1/km	$\frac{\alpha}{\beta_0}$	$\frac{\beta}{\beta_0}$	$\frac{1/\gamma}{\beta_0}$	d km	Z _v Ω
700 kV dalekovod	11,7	0,91	0,1	12,2	0,001046	0,033522	1,000027	1,000589	28513	273,112
380 kV dalekovod	19	0,84	0,1	13,2	0,001046	0,048069	1,000286	1,002312	19897	252,262
220 kV dalekovod	82	1,34	0,1	8,6	0,001066	0,115604	1,003069	1,009709	8116	394,733
110 kV kabel	119	0,42	0,2	225	0,003052	0,172202	1,174728	1,160573	1902	43,204
35 kV kabel	149	0,37	1,0	320	0,003416	0,565298	1,143152	1,275288	518	34,003
10 kV dalekovod	435	1,12	0,1	10,5	0,001077	0,5608501	1,276901	1,276901	1656	326,599

Tablica 1 - Karakteristične veličine nekih tipičnih kabela i dalekovoda.

Kod prijenosa prirodnog snagom (vod opterećen impedancijom \bar{Z}_c) jednadžbe (18.) prelaze u oblik:

$$\bar{V} = \bar{V}_2 (\operatorname{ch} \gamma x + \operatorname{sh} \gamma x) = \bar{V}_2 e^{\gamma x}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_2 (\operatorname{ch} \gamma x + \operatorname{sh} \gamma x) = \bar{I}_2 e^{\gamma x}$$

Napon i struja uzduž voda su u fazi. Nema refleksije. Impedancija je konstantna uzduž voda. Postoji samo polazni val struje i polazni val napona, ali prigušeni radi konstante α .

Na Sl. 16 pravac $|\bar{Z}/\bar{Z}_c| = 1$ predstavlja normiranu ulaznu impedanciju voda opterećenog prirodnom snagom.

Zbog gubitaka, a njih vod uvijek ima, sve se manje mijenja ulazna impedancija kako vod postaje dulji i nestaje razlike između praznog hoda i kratkog spoja. Ako je vod duži od $3d$, ulazna impedancija je praktički jednak karakterističnoj impedanciji, bez obzira na pogonsko stanje. Za energetske vodove koji su mnogo kraći od 1500 km ova razmatranja imaju čisto teoretski značaj.

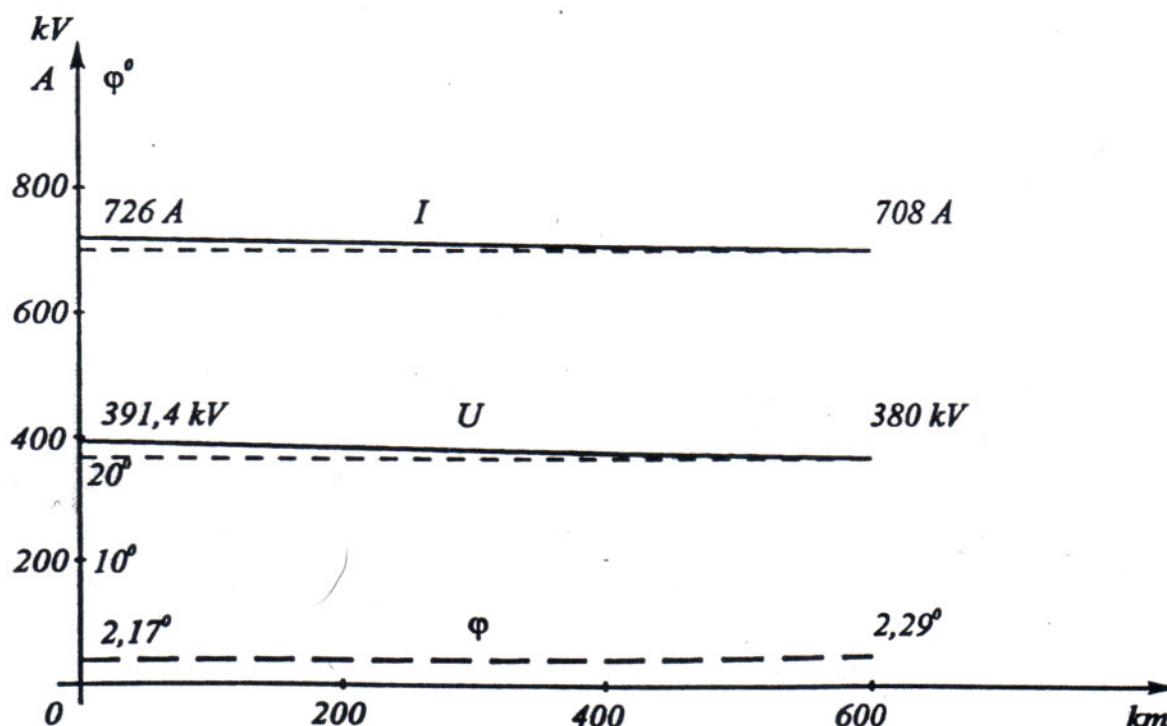
Teoretski značaj, u većini slučajeva, ima i prijenos prirodne snage. Tokovi snaga u mreži podložni su velikim dnevnim i sezonskim promjenama, pa je trajni prijenos neke konstantne djelatne snage iluzoran. Također se obično ne može izbjegći prijenos izvjesne reaktivne snage. Stanovito prilagođenje parametara voda snazi koja se prenosi, a s težnjom da se postigne prijenos prirodne snage, vrši se samo u sasvim iznimnim slučajevima prijenosa na velike udaljenosti (veleprijenos). Koncentrirani kapaciteti i induktiviteti (uzdužni i popriječni), te sinkroni kompezatori, koji su u poglavljiju navedeni kao sredstva za promjenu parametara vodova, primjenjuju se češće radi postizanja drugih učinaka, kao što su poboljšanje statičke i dinamičke stabilnosti, smanjenje gubitaka, poboljšanje naponskih prilika, nadomjestak reaktivne snage itd.

Primjenom oblika IIa ili IIb prijenosnih jednadžbi (izrazi) mogu se, uz poznate podatke o vodu i zadane podatke o naponu i struji, na jednom od krajeva promatrati prilike uzduž voda. Tako se mogu dobiti vrijednosti napona i struje na bilo kojem dijelu voda, kao i fazni kut među njima.

Tijekom pedesetih godina ovog stoljeća započela je gradnja visokonaponske mreže u Švedskoj, koja je izrazito prijenosnog karaktera, tj. građena je za prijenos električne energije iz hidroelektrana na sjeveru u potrošačka središta na jugu. Nazivni napon vodova je 380 kV, tada najviši primijenjeni napon na svijetu. Danas od sjevera do juga Švedske postoji 9 vodova napona 380 kV, koji na jugu ulaze u više čvorišta tamo razgranate 380 kV mreže koja još prihvata proizvodnju iz 4 nuklearne elektrane ukupne snage oko 9000 MW. Dužine vodova kreću se do nekih 600 km, a to su vodovi koji se mogu smatrati vrlo dugima. Stoga su prikladni za razmatranje prilika uzduž njih. Mogućih pogonskih slučajeva ima beskonačno mnogo.

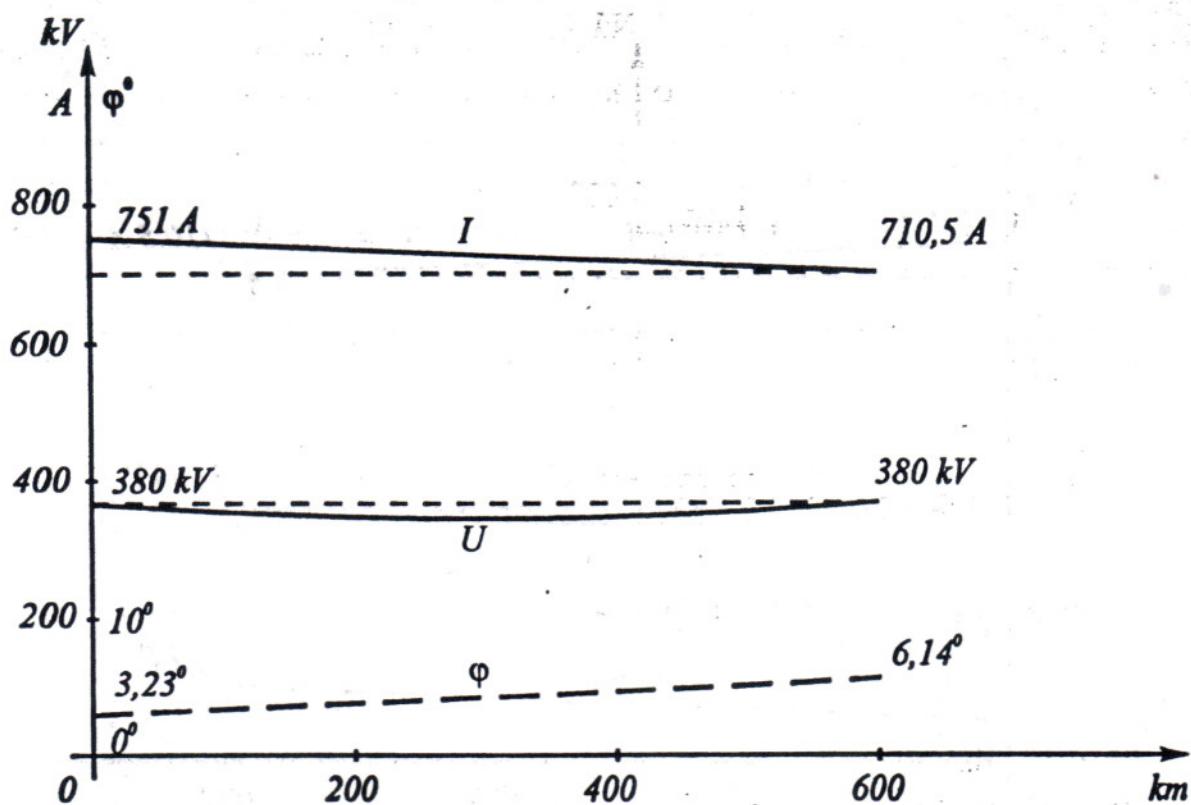
Na slijedećim slikama prikazana su 4 pogonska slučaja preuzeta upravo iz studija koje su prethodile osnivanju švedske prijenosne mreže. Treba uzeti u obzir da se radi o realnom, a ne idealnom vodu (vidi poglavlje). Grafovi prikazuju napon U i struju I uzduž voda i oni su prihvatljivi za normalne pogonske prilike. Zanimljiv je, međutim, fazni kut ϕ između napona i struje. Odabran je vod napona 380 kV s dva vodiča u snopu po fazi, a dužine 600 km. U koordinatnim sustavima ishodište se odnosi na početak voda (sjever Švedske), a vod završava negdje na jugu Švedske.

Na Sl. 17a grafički je prikazan pogonski slučaj gdje se prenosi djelatna snaga od 465 MW, koja odgovara prirodnoj snazi P_{nat} . Pošto je vod realan, pojavljuju se male razlike napona i struje uspoređujući te veličine na početku i kraju voda. Fazni kut između napona i struje je beznačajan i gotovo konstantan.



Sl. 17a - Prijenos prirodne snage realnim vodom napona 380 kV

Na Sl. 17b prikazan je pogonski slučaj s prijenosom iste snage kao u prethodnom slučaju, ali uz dodatni uvjet da naponi na početku i na kraju voda budu jednaki nazivnom, tj. 380 kV. Vidi se da napon uzduž voda više nije ravna crta, a fazni kut je znatno povećan, makar još uvijek razmjerno beznačajan.



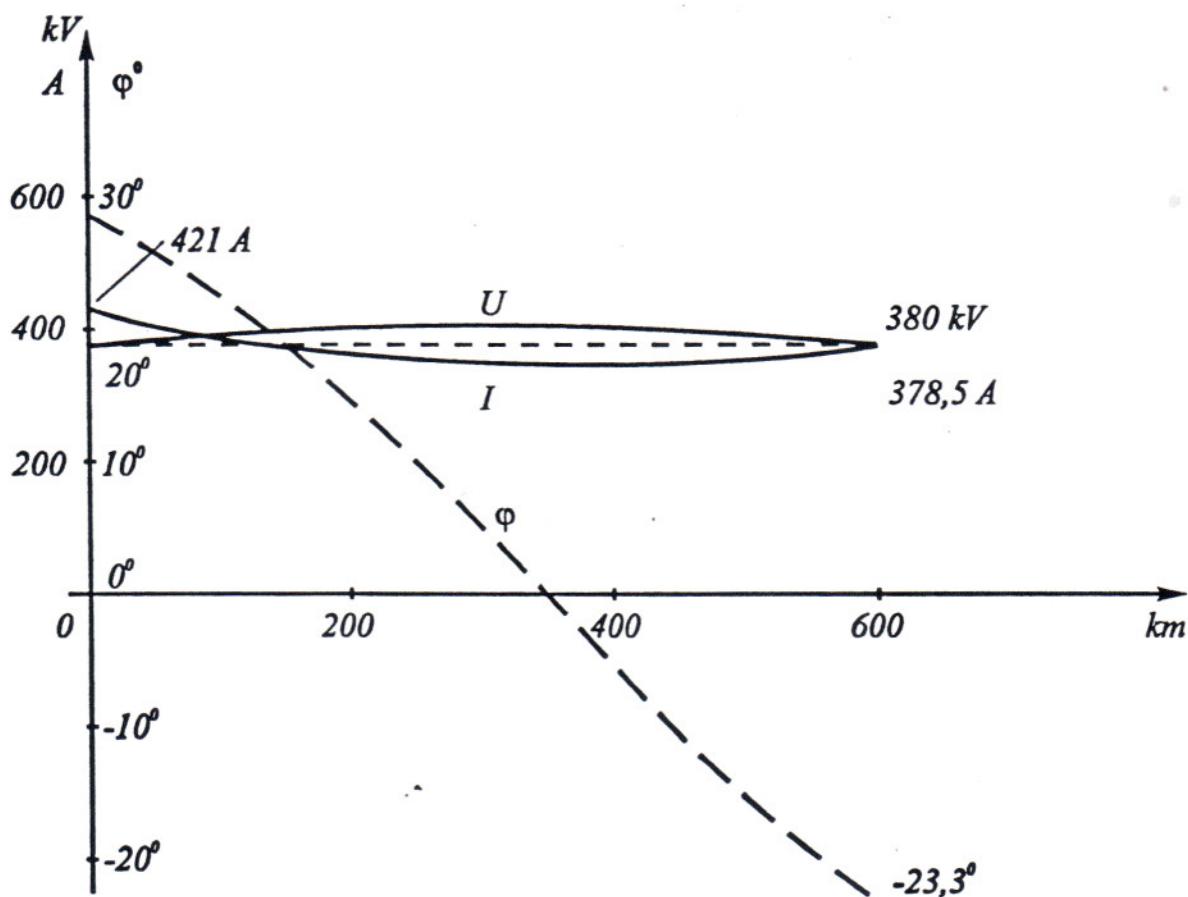
Sl. 17b - Prijenos prirodne snage realnim vodom napona 380 kV, uz uvjet da je napon jednak na početku i na kraju

Prilik se bitno mijenjaju ako se djelatna snaga koja se prenosi bitno razlikuje od prirodne snage.

Na Sl. 17c prikazan je pogonski slučaj kad se prenosi samo polovina djelatne snage (232,5 MW) od one u prethodnim slučajevima, uz dodatni zahtjev da napon na početku i na kraju voda bude jednak nazivnom (380 kV). Vidi se da ni struja ni napon uzduž voda nisu jednaki. U sredini voda napon je najviši. Koristeći napon, struju i fazni kut kako su navedeni može se zaključiti da promatrani vod za uredan pogon uz zadane uvjete (djelatna snaga i napon) na početku zahtijeva kapacitivnu reaktivnu snagu od 130 Mvar, a na kraju kapacitivnu reaktivnu snagu od 99 Mvar. Otprilike na sredini voda nema prijenosa reaktivne snage i tamo reaktivna snaga mijenja smjer (prolaz krivulje ϕ kroz vrijednost nula).

Navedeni iznos kapacitivne reaktivne snage na početku voda moraju namiriti generatori u elektranama tako da snize uzbudu, što je nepovoljno sa stajališta statičke i dinamičke stabilnosti. O tome više u poglavljiju . Osim toga treba provjeriti mogu li generatori uopće raditi u tom režimu s obzirom na njihove karakteristike. Kapacitivnu reaktivnu snagu koju promatrani vod zahtijeva na

kraju mora tamošnja mreža, koja može sadržati i elektrane, namiriti svojim viškovima induktivne reaktivne snage, ako je to moguće. U protivnom slučaju će makar dio kapacitivne reaktivne snage koju vod zahtijeva morati biti kompenziran popriječnim prigušnicama na jednom od krajeva, ili na oba kraja voda.

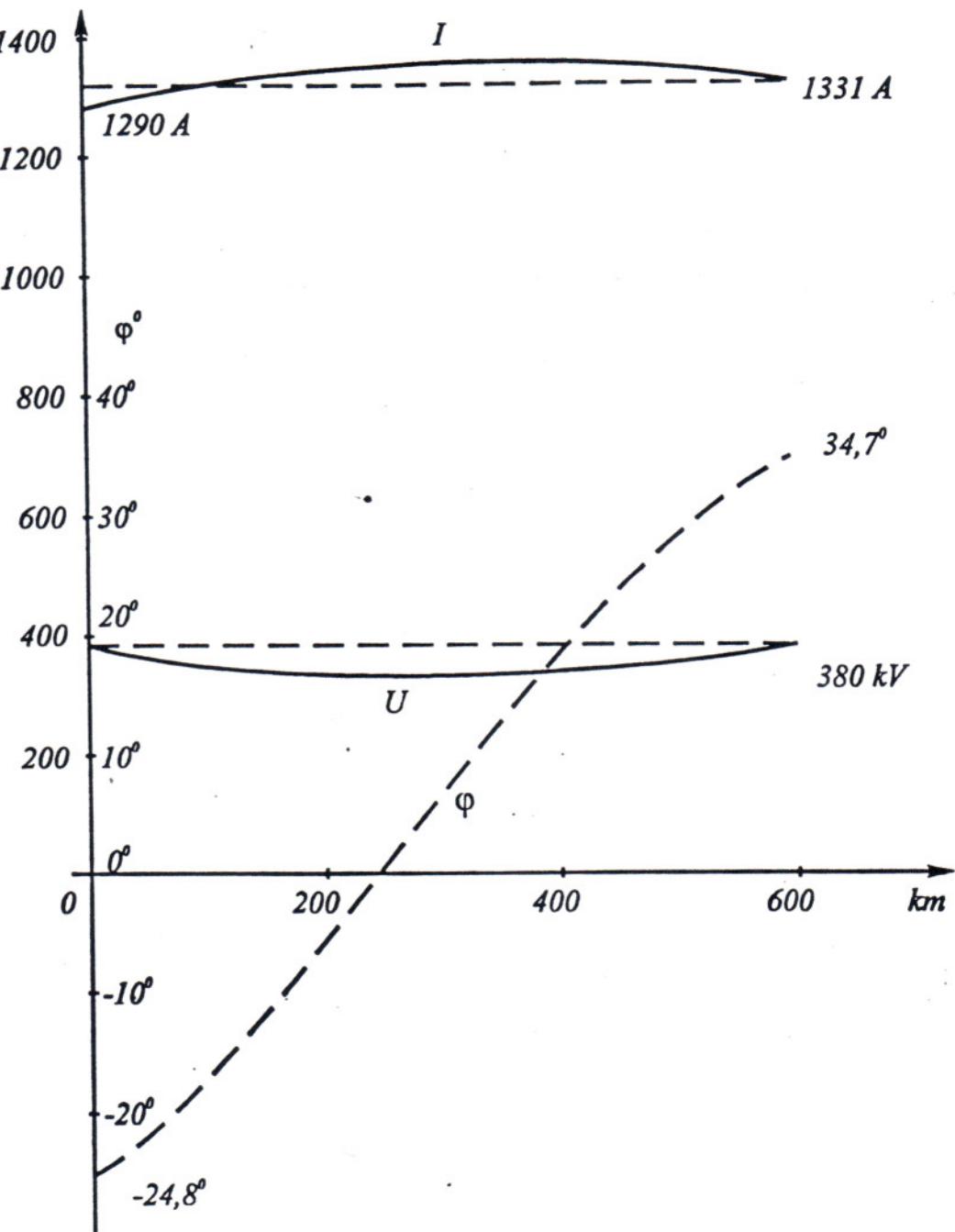


Sl. 17c - Prijenos djelatne snage manje od prirodne vodom napona 380 kV, uz uvjet da je napon jednak na početku i na kraju

Na Sl. 17d prikazane su prilike na istom vodu ako se prenosi djelatna snaga od 697,5 MW, što je 50 % više od prirodne snage, uz uvjet da je napon na početku i na kraju jednak nazivnom. U tom pogonskom slučaju je napon približno na sredini voda najniži, a struja najveća. Na tom mjestu također nema prijenosa reaktivne snage. Iz podataka o naponu, struji i faznom kutu može se izračunati da promatrani vod na početku zahtijeva 356 Mvar induktivne reaktivne snage, a na kraju 499 Mvar induktivne reaktivne snage. Ta se reaktivna snaga dobiva bilo iz sustava na početku i sustava na kraju koji su tim vodom povezani, ili pak djelomičnom kompenzacijom parametara voda na odgovarajući način.

Za djelomičnu kompenzaciju dugih vodova napona 380 kV primjenjuju se u Švedskoj serijski kondenzatori.

Pogonski slučajevi prikazani na Sl. 17c i 17d pokazuju da se kod prijenosa snaga koje su različite od prirodne javljaju značajne poteškoće glede reaktivne snage ako se žele ostvariti normalne naponske prilike.



Sl. 17d - Prijenos djelatne snage veće od prirodne vodom napona 380 kV uz uvjet da je napon jednak na početku i na kraju

Problem se može ublažiti tako da se dozvole stanovite razlike vrijednosti napona na početku i na kraju voda.

Ekstremni slučaj je prazni hod dugog voda do kojeg makar kratkotrajno dolazi pri njegovom uključivanju, pošto je teško postići uključivanje na oba kraja istovremeno. Već je bilo govora o Ferantijevom učinku (Sl. 8). Pri uključenju na samo jednom kraju dugi vod zahtijeva značajnu količinu kapacitivne reaktivne snage, a pošto je uljučivanje trenutno, mreža će to osjetiti kao udar. Tako nastala smetnja ispoljiti će se to manje što je mreža jača, tj. što je veća snaga sinkronih generatora u pogonu. Vod treba uključivati na strani gdje je mreža jača, a potom se uključuje i druga strana, po potrebi uz sinkronizaciju povezanih sustava. U praksi su zapažene poteškoće pri uključivanju 380 kV vodova dužine svega oko 200 km.

Literatura:

1. Morača, Karlo OŽEGOVIC':
EVALUACIJE ENERGETIKE MREŽE I,
FESB Split