

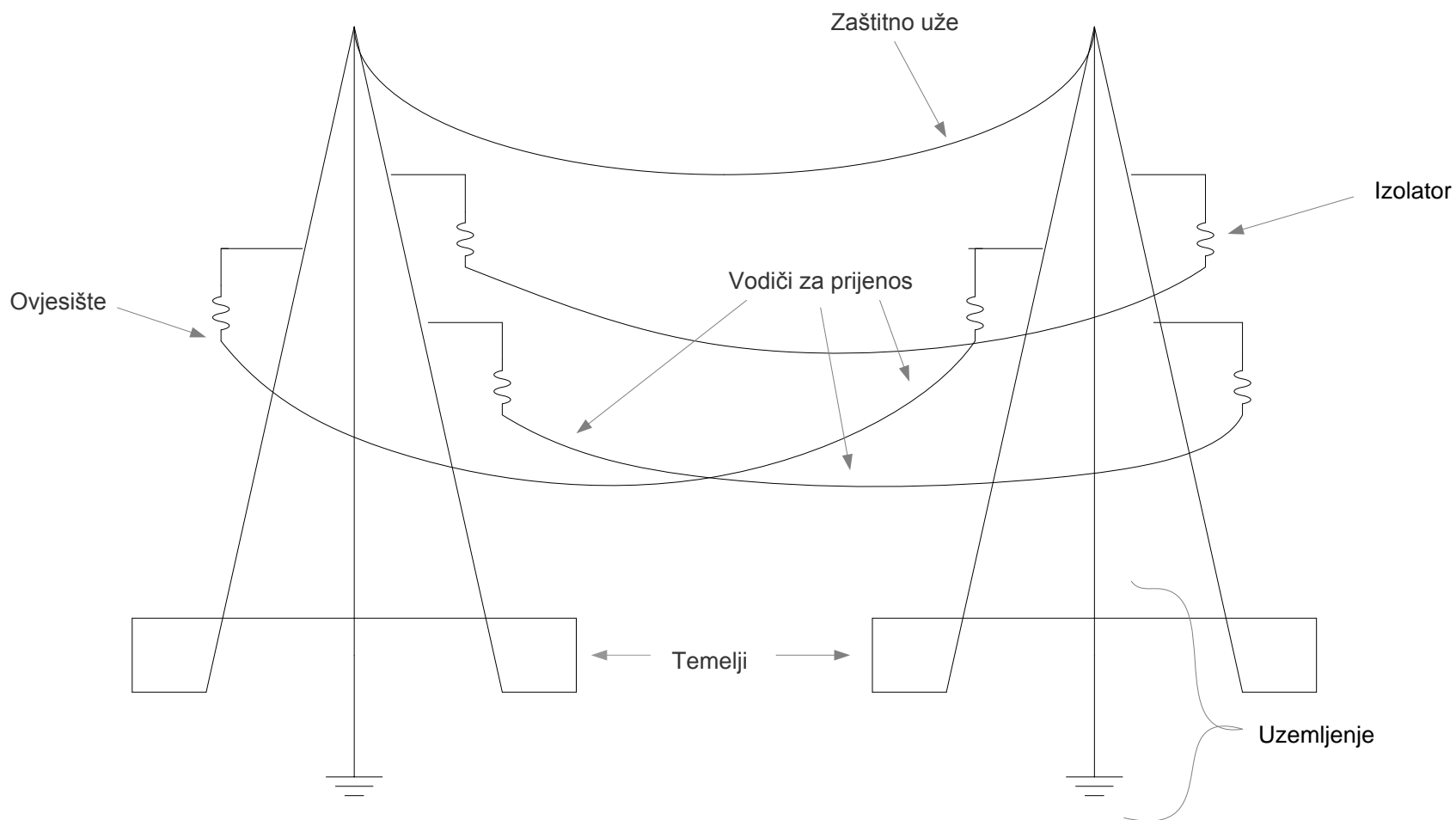
Nadzemni vodovi

Nadzemni vodovi se mogu podijeliti prema:

- nazivnom naponu voda
- broju strujnih krugova (trojki)
- materijalu i konstrukciji vodiča
- materijalu i konstrukciji stupa

Osnovni dijelovi nadzemnih vodova:

- temelji
- stupovi
- izolatori
- vodiči za prijenos
- spojni, ovjesni, zaštitni pribor
- zaštitno uže i uzemljenje



Slika 2.1 Osnovni dijelovi nadzemnih vodova

Temelji

Imaju mehaničku funkciju i funkciju uzemljenja. Prenose sile sa stupova na tlo. U njih se ugrađuje uzemljivač. Mogu biti od **armiranog** ili **ne armiranog betona**. Nalaze se na dubini do 5-6 m , posebno kod zateznih stupova.

Stupovi

Nose vodiče. Opterećeni su mehanički.

Podjela stupova po funkciji:

- Nosni (nosni izolatori) – viši od zateznih
- Zatezni (zatezni izolatori) – nakon svaka 3-4 nosna stupa, širi od nosnih zbog većih sila
- Rasteretni
- Krajnji – zadnji stup na oba kraja voda (obično rasteretni)
- Preponski – nije jednako nategnut s obje strane zbog promjene presjeka ili promjene maksimalno dozvoljenog naprezanja (σ) , često rasteretni (prijelaz željezničkih pruga, plovnih rijeka, autocesta...)
- Međustup – nosni stup umetnut u preponsko otponsko-polje da bi vodiči dobili potrebnu visinu
- Križišni – kad se dva voda križaju
- Prepletni stupovi – preplitanje faza za postizanje simetrije faza

Podjela stupova po položaju:

- Linijski – nalaze se u ravnom djelu vertikalne projekcije trase
- Kutni – nalaze se na mjestu loma vertikalne projekcije trase (npr. zatezni, rasteretni)

Materijali koji se koriste za izradu stupova:

- Drvo – za niže napone, mala težina, brza ugradnja, jeftino, manja trajnost
- Čelik – čelično rešetkasti stupovi, manja korozija
- Beton – ima ga manje nego čelika, velika trajnost

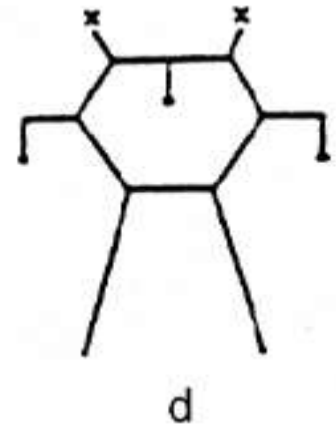
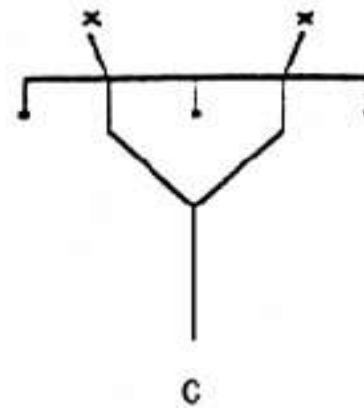
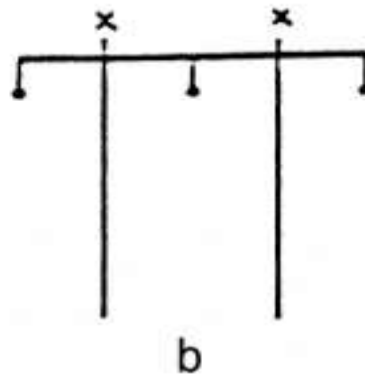
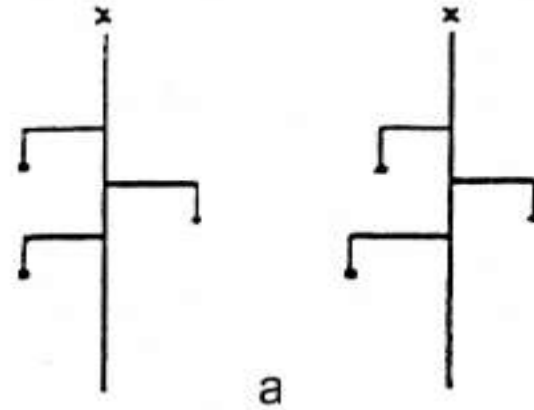
Najčešći izgled glave stupa kod jednostrukih prijenosnih vodova (jedna trojka)

a – jela

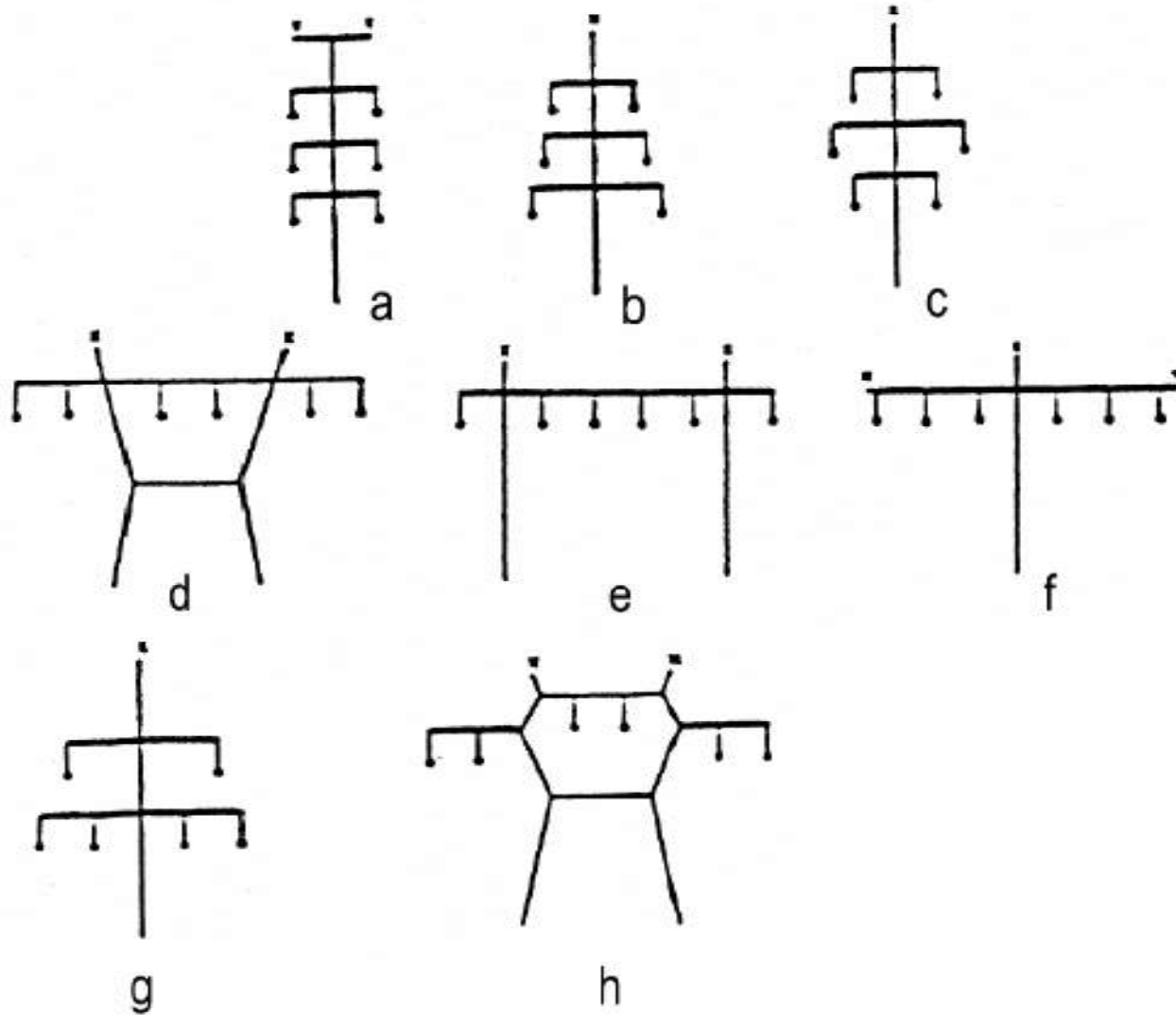
b – portal

c – Y-stup

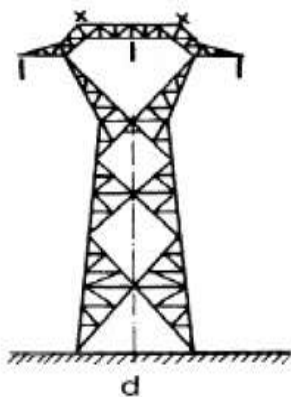
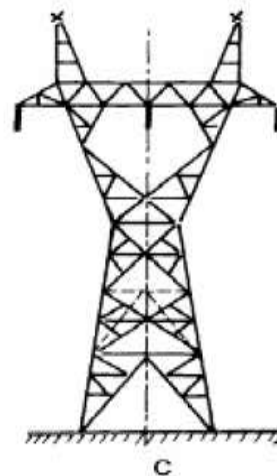
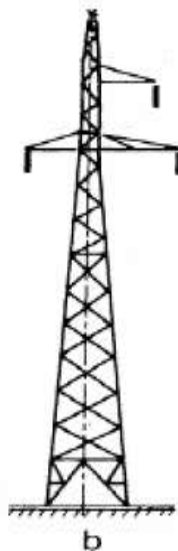
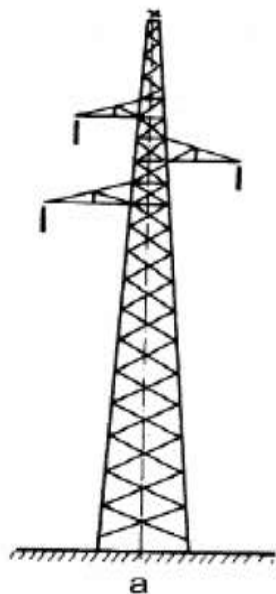
d - mačka



Najčešći rasporedi vodiča na dvostrukom prijenosnom vodu (stupovi s dvije trojke)



Čelično-rešetkasti noseći jednostruki stupovi s elementima od kutnog profilnog čelika



- a – jela
- b – modificirana jela
- c – Y-stup
- d - mačka

Vodiči

Vode električnu struju i jedini su aktivni dio voda. **Opterećeni su termički i na vlak.**

Zahtjevi na vodiče:

- Dobra električna vodljivost
- Velika mehanička čvrstoća
- Dobra mogućnost obrade
- Otpornost protiv korozije, oštećenja, starenja
- Niska cijena

Materijali:

- Bakar (Cu) – najbolja vodljivost, najmanji specifični otpor, najbolji vodič ali skup, rijetko se koristi za nadzemne vodove
- Aluminij (Al) – danas prevladava kao materijal za izradu vodiča za nadzemne vodove, dva puta manja vodljivost od Cu, ali puno lakši, osjetljiv na mehanička oštećenja (sklon rastezanju i pucanju) i lako korodira
- Čelik (Če) – loša električna svojstva, ali dobra mehanička svojstva i zato se koristi u kombinaciji s drugim materijalima

Materijali

- Al/Če – nije legura, vodič s jezgrom od čelika i perifernim žicama od aluminija, struja zbog skin efekta ne prolazi kroz čelik
- Aldrej – slitina aluminija s malim dodacima mangana, silicija i željeza
- Alumoweld (SAD) – čelične žice obložene aluminijem, pletene u užu i na svaku žicu nanesen sloj aluminija

	El. vodljivost $\left[S / m \cdot 10^6 \right]$	Spec. masa $\gamma \left[kg / m^3 \cdot 10^3 \right]$	Prek. čvrst. $\sigma_p \left[daN / mm^2 \right]$
bakar	56	8,9	40
aluminij	34,8	2,7	17-19
bronza (Cu, Sn, Si)	48-18	8,56-8,9	50-70
aldrej (Al, Mn, Si, Fe)	30	2,7	30
čelik (pocinčani)	7-8	7,8	40-150
bakar – čelik		8,25	60-108
alučel (6:1)		3,45	17/120
aldrej - čelik		3,45	30/120

Tablica 2.1 Usporedba materijala za vodiče

Izvedba vodiča:

Vodič u obliku žice samo na vodovima niskog napona za male presjeke i male raspone. Standardni oblik za vodiče električnih vodova je uže. Prednost pred žicom je njihova gibljivost.

Broj žica u užetu : $n = 3 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1$
gdje je x broj slojeva.

Izolatori

Izolatori imaju dvostruku ulogu:

- električki izoliraju vodiče od stupa
- mehanički drže vodiče u određenom položaju

Opterećeni su električki i mehanički, a kod pojave električnog luka i **termički**.

Klasični materijal za izolator je **porculan**.

Novi materijali - **staklo, silikonska guma** (imaju svoje prednosti ispred porculana – npr. oštećenja stakla su vidljiva, silikonska guma je elastična)

Izolatori se sastoje od izolacijskih tijela i od metalnih dijelova

Po načinu kako nose vodič dijele se na **potporne (zvonaste) i ovjesne (lančane ili štapne) izolatore**.

Izolatori

Zahtjevi koji se postavljaju na izolatore:

- električna čvrstoća na preskok
- električna čvrstoća na proboj
- mehanička čvrstoća
- otpornost na atmosferske utjecaje
- otpornost na promjenu temperature
- trajnost
- sigurnost od prekida
- ekonomičnost i lako održavanje

Izvedbe izolatorov

♦ Potporni

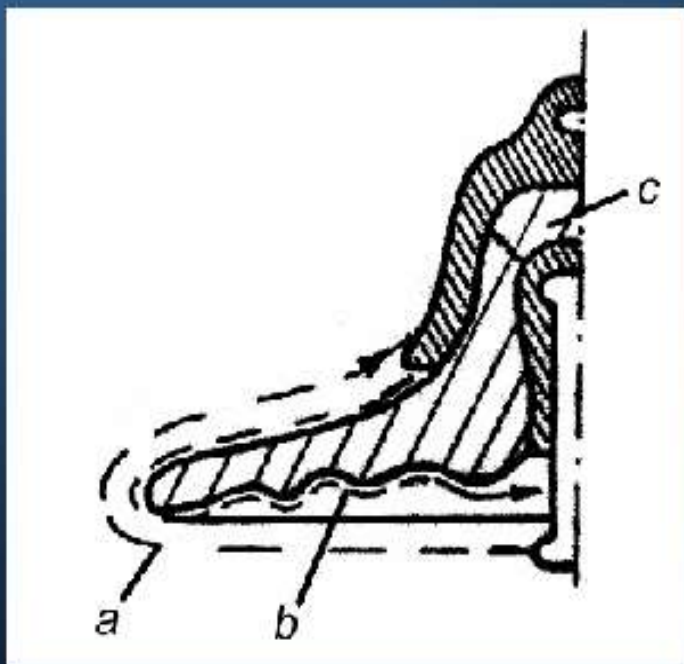


♦ Ovjesni

- kapasti
- masivni
- štapni

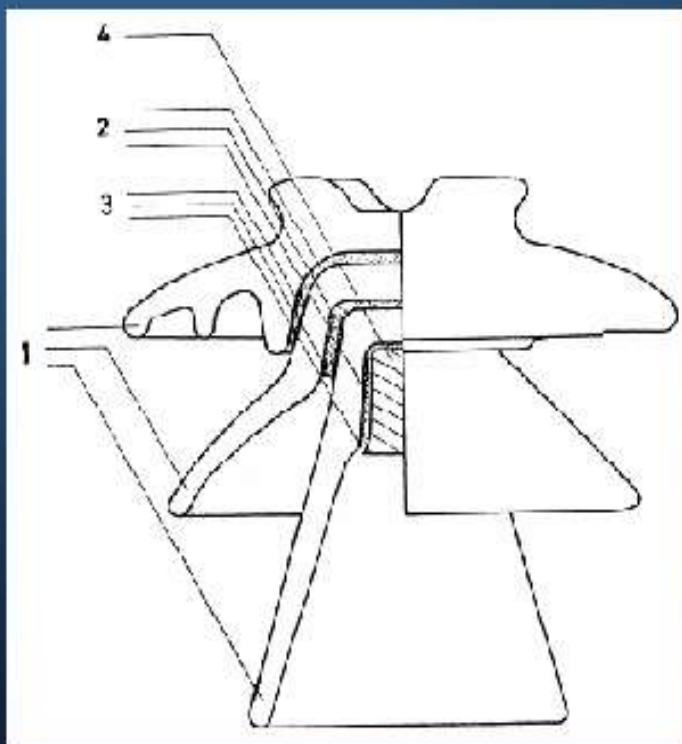


Dimenzioniranje izolatorov



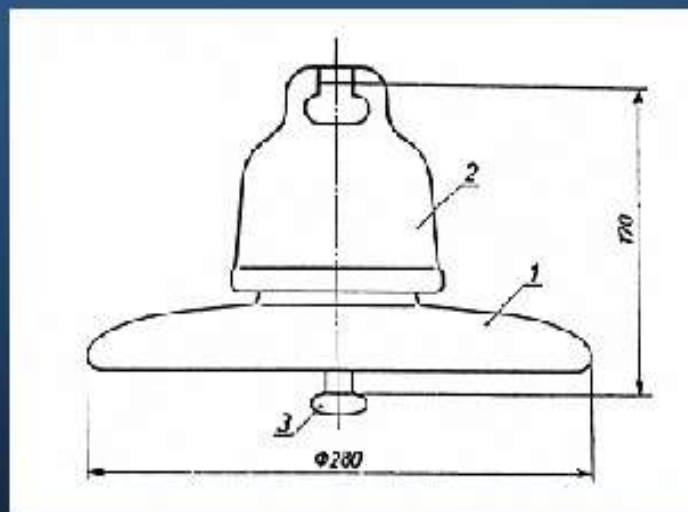
- a) preskočna staza
- b) strujna (klizna) staza
(staza puzajućih struja)
- c) probojna staza

Potporni izolatori



1. *porculanski dio izolatora*
2. *cementna masa*
3. *sloj pijeska*
4. *mjesto montaže s nosačem izolatora*

Dijelovi kapastog izolatora



- ♦ 1 – keramički dio
- ♦ 2 – kapa
- ♦ 3 – batić

Pribor

Opterećen je **termički** (uslijed prolaza struje), a često i **mehanički**.

Pribor se dijeli na:

- Spojni - ima funkciju da omogući prolaz električne struje
- Ovjesni - mehanički povezuju vodič i izolatore sa stupom
- Zaštitni - obavlja razne zaštitne funkcije, kao što su zaštita od vibracija, otklanjanje električnog luka od vodiča i izolatora, promjena izgleda električnog polja (homogenizacija)...

Zaštitno uže

Štiti vod od udara groma

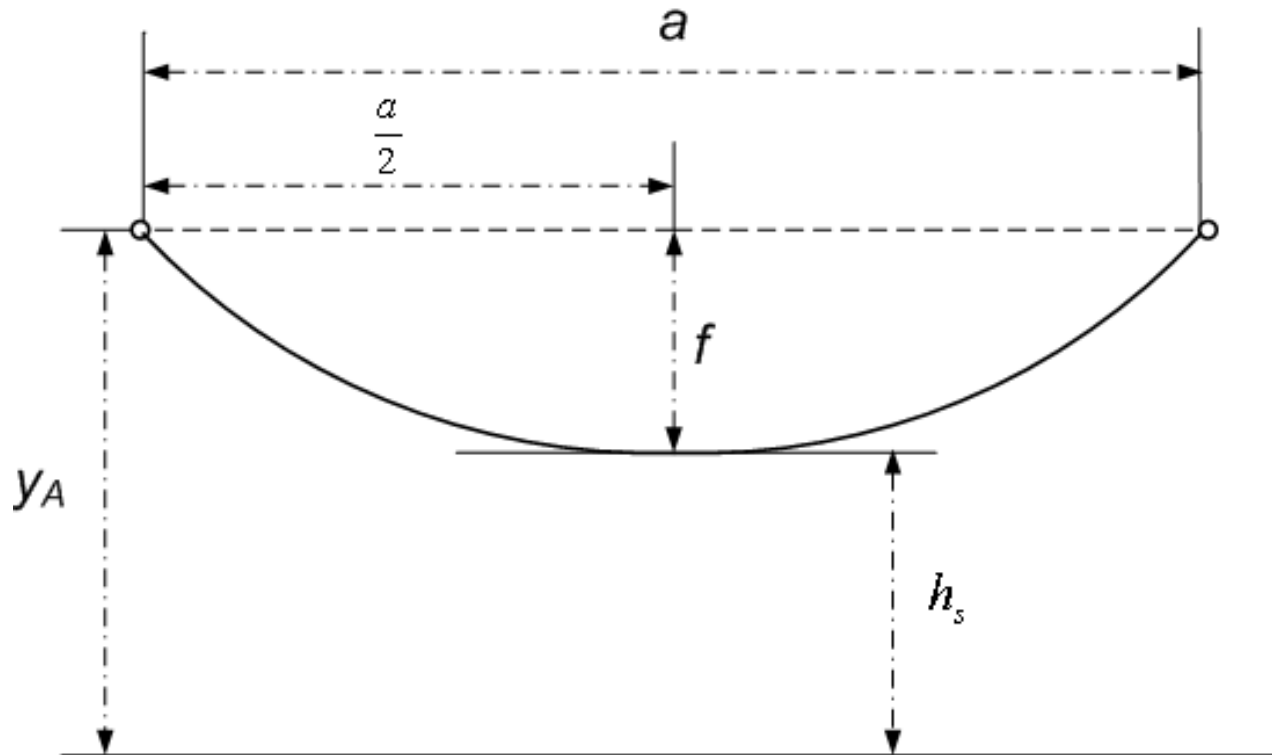
Mora osigurati dovoljno nisku nultu impedanciju voda radi urednog rada zaštite od jednopolnih kvarova.

Nalazi se na vrhu stupa, uzemljeno je, gromobranska zaštita.

Služi i za prijenos informacija, pa se u zaštitnu užad ugrađuju optički kabeli (telefonija, Internet).

Optički kabeli nisu pod naponom, pa na njih ne djeluje elektromagnetsko polje.

Definicija parametara za mehanički proračun



Vodič zbog težine zauzima položaj lančanice.

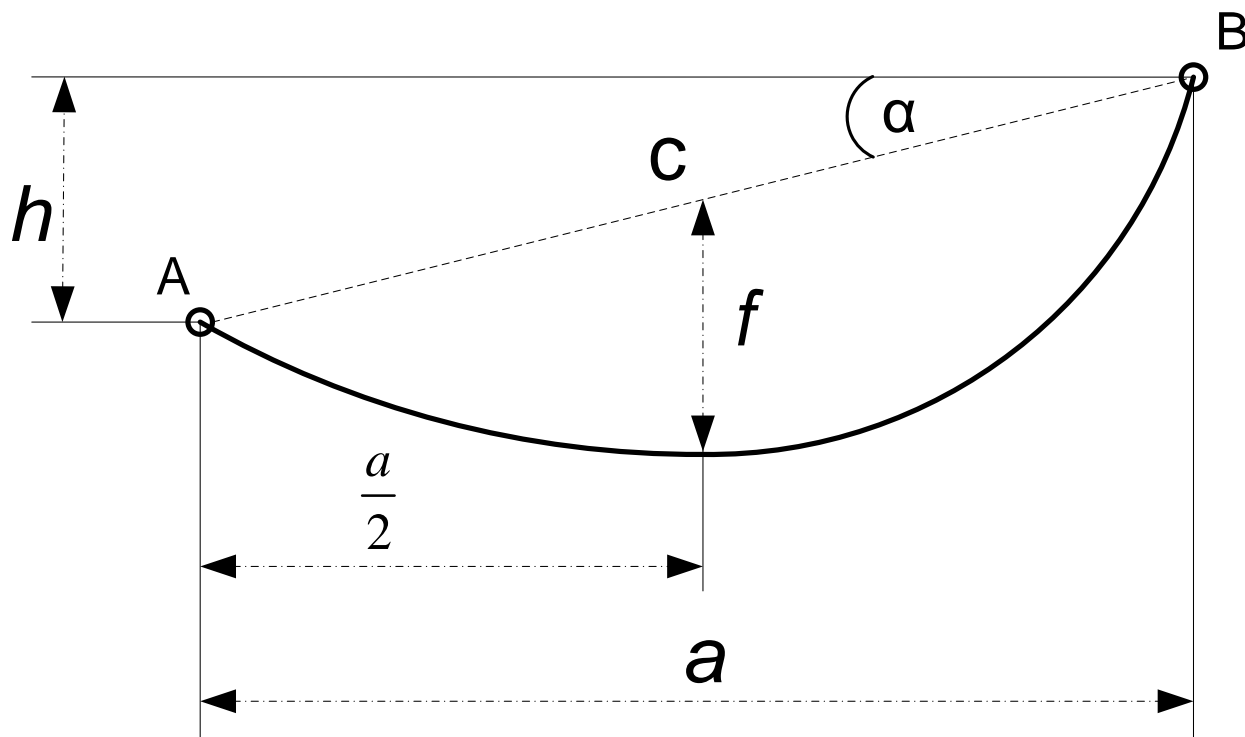
A,B – ovjesišta y_A [m] – visina ovjesišta

a [m] – raspon = horizontalni razmak između ovjesišta

f [m] – provjes = okomiti razmak između sredine raspona i užeta,

h_s [m] – sigurnosna visina, definira se pri maksimalnom provjesu

Kosi raspon



h [m] – denivelacija = visinska razlika ovjesišta

Temperatura

Propisane temperature koje se koriste za mehanički proračun vodiča dalekovoda:

- a) Minimalna -20°C
- b) Maksimalna $+40^{\circ}\text{C}$
- c) Temperatura pri kojoj dolazi do pojave dodatnog tereta na dalekovodu -5°C

Promjenom temperature dolazi do promjene naprezanja

- mijenja se duljina užeta (l) – relativni otpust (λ)
- mijenja se provjes vodiča (f) – relativni provjes (φ)

Naprezanje

U normalnom pogonu uže je opterećeno **vlačnom silom**

- dimenzioniranje na **vlačno (zatezno) naprezanje**
- računa se u sredini raspona
- zbog određivanja mehaničke čvrstoće uže se ispituje na kidanje

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\sigma \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad - \text{zatezno naprezanje}$$

$$F [N] \quad - \text{vlačna sila}$$

$$A [mm^2] \quad - \text{presjek užeta}$$

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\lambda \quad - \text{relativno produljenje (rastezanje)}$$

$$\Delta l \quad - \text{produljenje užeta}$$

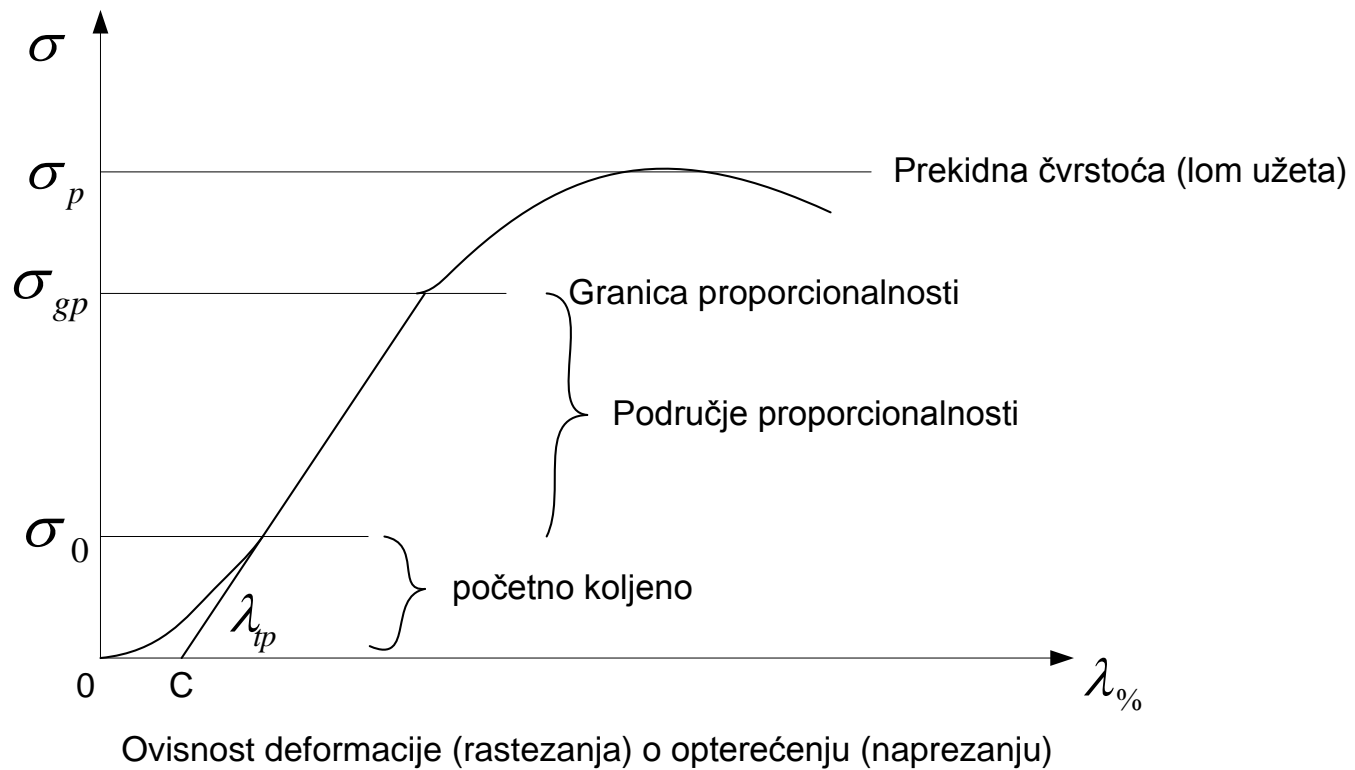
$$l \quad - \text{duljina užeta}$$

Imamo dva tipa rastezanja :

- 1. elastično rastezanje** λ_e koje nestaje nakon prestanka djelovanja
- 2. trajno rastezanje** λ_t koje ostaje trajno nakon prestanka djelovanja sile

Omjer naprezanja i rastezanja u slučaju elastičnog rastezanja (λ_e) naziva se **modul elastičnosti** :

$$E = \frac{\sigma}{\lambda} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

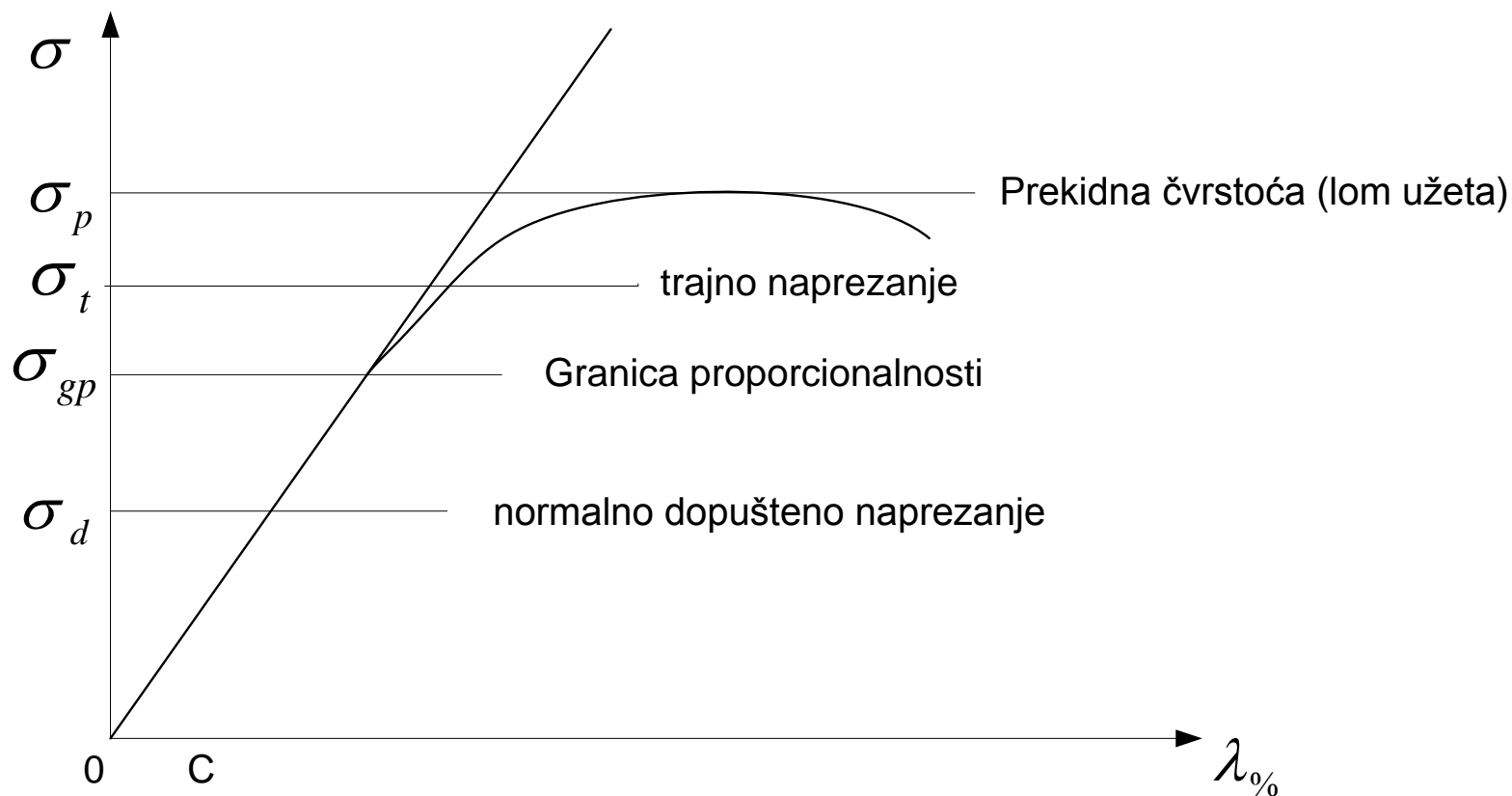


Ako dođe do rasterećenja u području proporcionalnosti krivulja se vraća u C što znači da je uže pretrpjelo trajno rastezanje λ_{tp}

Ako se pređe granica proporcionalnosti dolazi do trajnog rastezanja i nakon rasterećenja krivulja se ne vraća u C.

Prekidna čvrstoća (σ_p) – najveće naprezanje koje uže može izdržati jednu minutu, a da ne dođe do loma užeta.

Da izbjegnemo početno koljeno u karakteristici užad se prije montaže podvrgava prednaprezanju najvećim pogonskim naprezanjem



Ovisnost rastezanja o naprezanju za prednapregnuto uže

$\bar{\sigma}_t$ – iznimno dopušteno naprezanje (vodič mora izdržati godinu dana pri -5°C s ledom)
 $\bar{\sigma}_d \leq 40\% \bar{\sigma}_p$ (normalno dozvoljeno naprezanje)
 $\bar{\sigma}_{\max} \leq \bar{\sigma}_d$ gdje je $\bar{\sigma}_{\max}$ maksimalno radno naprezanje i nastupa kod temperature -20°C za raspone koji su manji od kritičnog raspona, odnosno kod temperature -5°C s normalnim dodatnim teretom za raspone veće od kritičnog raspona

Sile koje djeluju na vodiče dalekovoda

- a) Vertikalne sile
- b) Horizontalne sile

a) **Vertikalne sile – vlastita težina vodiča**

$$G_0 \left[\frac{daN}{m} \right] \quad - \text{vlastita težina vodiča po jedinici duljine}$$

$$\gamma_0 = \frac{G_0}{A} \left[\frac{daN}{m \cdot mm^2} \right] \quad - \text{specifična težina užeta (reducirana vlastita težina vodiča)}$$

$$A \left[mm^2 \right] \quad - \text{presjek užeta}$$

Dodatni teret (opterećenje)

Dodatni teret - inje, snijeg ili led

Razlikujemo **normalni** i **iznimni dodatni teret**.

Normalni dodatni teret služi u proračunima za kontrolu vrijednosti dopuštenog normalnog naprezanja (σ_d) i definira se kao najveći teret u razdoblju od 5 god.

Po propisima za normalni dodatni teret vrijedi:

$$G_{l0} = 0.18 \cdot \sqrt{d} \left[\frac{daN}{m} \right] \quad d \text{ [mm]} - \text{promjer vodiča}$$

Iznimni dodatni teret služi za kontrolu iznimnog naprezanja (σ_i) i definira se na temelju statistike kao najveći teret u razdoblju od 20 godina.

Po propisima za iznimni dodatni teret vrijedi:

$$G_l = k \cdot G_{l0} \left[\frac{daN}{m} \right] \quad k - \text{faktor dodatnog tereta (vrijednosti 1, 1.6, 2.5, 4)}$$

Specifična težina zaleđenog vodiča :

$$\gamma_z = \gamma_l + \gamma_0$$

b) Horizontalne sile - vjetar

Utvrdjivanje brzine vjetra odnosno odgovarajućeg tlaka određuje se prema maksimalnom tlaku vjetra koji se pojavljuje prosječno svakih 5 godina na promatranom području.

Sila vjetra na elemente voda računa se prema:

$$P = A_{vj} \cdot p \cdot c_v \cdot \sin \alpha$$

gdje je : $P [N]$ - horizontalna sila vjetra na promatrani element dalekovoda

$A_{vj} [m^2]$ - površina promatranog elementa

$p \left[\frac{daN}{m^2} \right]$ - tlak vjetra

C_v - koeficijent djelovanja vjetra, za vodiče $c_v = 1$

$\alpha [^\circ]$ - kut pod kojim vjetar djeluje na promatrani element

Tlak vjetra se određuje prema: $p = \frac{v^2}{16} \left[\frac{daN}{m^2} \right]$

gdje je : $v \left[\frac{m}{s} \right]$ - brzina vjetra

Ovisnost tlaka vjetra o visini nadzemnog voda

- podaci o maksimalnim brzinama vjetra dobivaju se na temelju mjerenja
- za proračun sile vjetra uzima se prva veća vrijednost iz tablice definirane "Pravilnikom o tehničkim normativima za izgradnju nadzemnih elektroenergetskih vodova nazivnog napona od 1 kV do 400 kV“

Visinska zona voda	Tlak vjetra (N/m ²)				
Osnovna visinska zona od 0 do 40 m iznad zemlje	600	750	900	1100	1300
Dijelovi voda u zoni između 40 i 80 m iznad zemlje	750	900	1100	1300	1500
Vod visine do 15 m iznad zemlje	500	600	750	900	1100

npr. za brzinu vjetra od 150 km/h (41.67 m/s) dobije se tlak vjetra $p = 108.51 \text{ daN/m}^2$, što znači da se za proračun sile vjetra uzima vrijednost 110 daN/m²

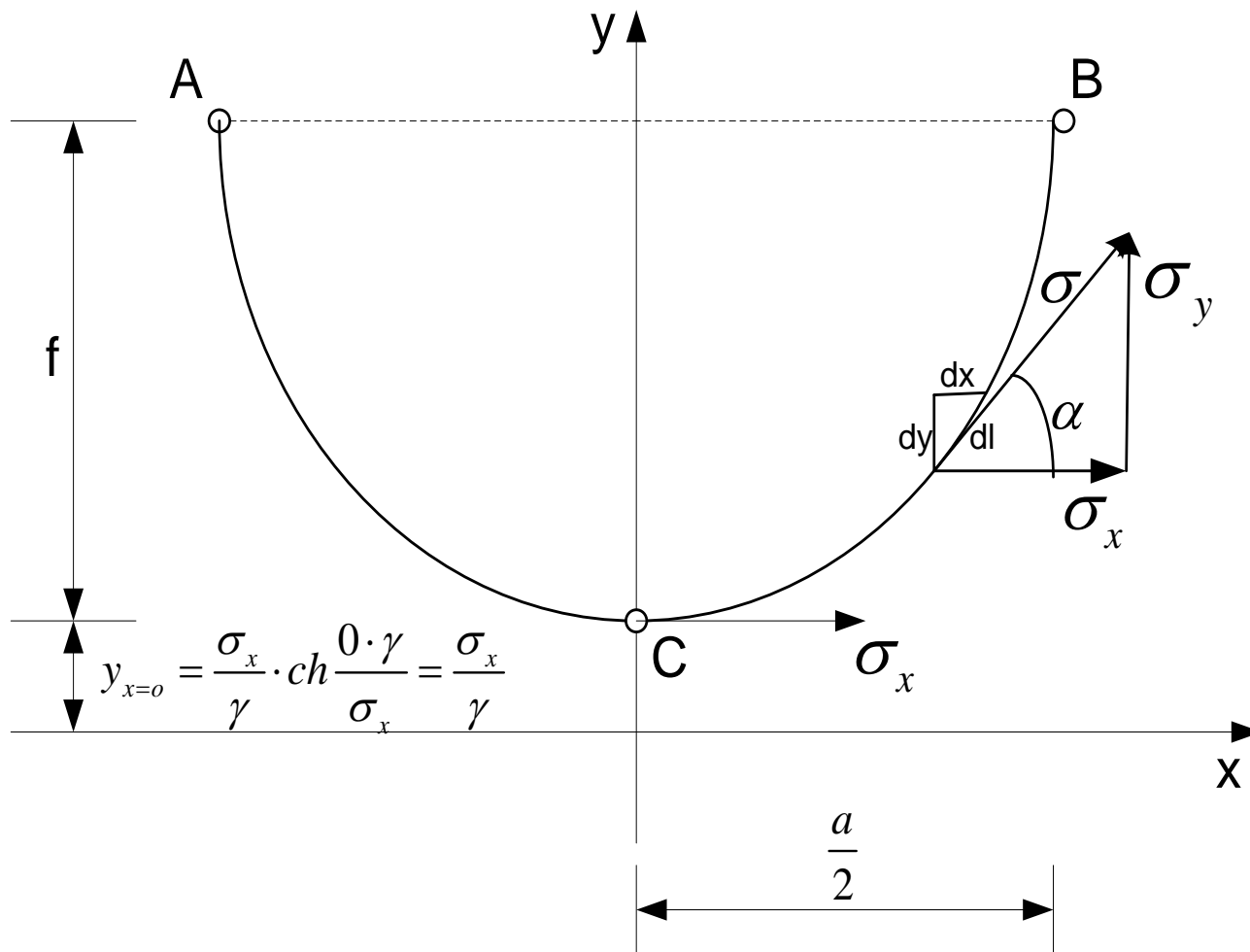
Mehanički proračun vodiča

Pretpostavke za mehanički proračun vodiča:

1. Raspon (a) je horizontalan (ovjesišta su na istoj visini)
2. Vodič je potpuno gibak, elastičan i homogen
3. Ovjesišta su fiksna (ne uzima se u obzir utjecaj nosnih i zateznih izolatorskih lanaca)
4. Opterećenje (vlastita težina i dodatni teret) orijentirano je vertikalno prema dolje
5. Opterećenje je ravnomjerno raspoređeno po duljini užeta
6. Smjer vjetra je vodoravan, a sila je okomita na silu težine vodiča

Proračun provjesa

Homogeno i elastično uže, opterećeno teretom ravnomjerno po duljini zauzima oblik lančanice.



Slika 4.1 Horizontalna i vertikalna naprezanja užeta u horizontalnom rasponu

Izvod jednadžbe lančanice:

Horizontalna komponenta naprezanja - konstantna (nema prirasta horizontalnog opterećenja).

Vertikalna komponenta je linearna funkcija duljine užeta :

$$d\sigma_y = \gamma \cdot dl$$

$$\sigma_y = l \cdot \gamma$$

Rezultantno naprezanje $\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$

Položaj užeta u promatranoj točki $\frac{dx}{dy} = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

Prirast duljine užeta $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2}$

određuje ujedno i prirast vertikalnog opterećenja : $d\sigma_y = \gamma \cdot dl = \gamma \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}$

Slijedi : $dx^2 + dy^2 = \left(\frac{d\sigma_y}{\gamma} \right)^2$

$$dx^2 = \left(\frac{d\sigma_y}{\gamma} \right)^2 - dx^2 \cdot \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2}$$

Supstitucijom $\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = shZ$ i sređivanjem prethodne jednačbe dobivamo: $dx = \frac{\sigma_x}{\gamma} \cdot dZ$

Integriranjem od $Z_1=0$ ($x=0$) do $Z_2 = Arsh \frac{\gamma \cdot l}{\sigma_x} = Arsh \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ ($x=x$) dobijemo:

$$x = \frac{\sigma_x}{\gamma} \cdot Arsh \frac{\gamma \cdot l}{\sigma_x}$$

Slijedi da je **duljina užeta** u polurasponu ($X = \frac{a}{2}$) : $l = \frac{\sigma_x}{\gamma} \cdot sh \frac{x \cdot \gamma}{\sigma_x}$

Ukupna duljina užeta : $L = 2l$ ali ćemo je označavati s malim l

Deriviranjem jednačbe za duljinu vodiča u polurasponu dobijemo:

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = ch \frac{x \cdot \gamma}{\sigma_x} \cdot dx$$

iz čega slijedi: $dy^2 = \sqrt{dl^2 - dx^2} = sh \frac{x \cdot \gamma}{\sigma_x} \cdot dx$

Integriranjem po varijabli x dobivamo jednadžbu lančanice:

$$y = \int sh \frac{x \cdot \gamma}{\sigma_x} dx = \frac{\sigma_x}{\gamma} \cdot ch \frac{x \cdot \gamma}{\sigma_x}$$

Jednadžba lančanice:

$$y = \frac{\sigma_x}{\gamma} \cdot ch \frac{x \cdot \gamma}{\sigma_x}$$

Razvojem jednadžbe lančanice u red hiperboličkih funkcija

$$y = \frac{\sigma}{\gamma} \cdot \left[1 + \frac{1}{2!} \cdot \left(\frac{x}{\frac{\sigma}{\gamma}} \right)^2 + \frac{1}{4!} \cdot \left(\frac{x}{\frac{\sigma}{\gamma}} \right)^4 + \dots \right] \approx \frac{\sigma}{\gamma} \cdot \left[1 + \frac{1}{2!} \cdot \left(\frac{x}{\frac{\sigma}{\gamma}} \right)^2 \right]$$

i nakon zanemarenja dobivamo jednadžbu parabole. Znači jednadžbu lančanice možemo nadomjestiti parabolom i pri tome nećemo napraviti veliku grešku.

Provjes užeta po lančanici:
$$f = Y_A - \frac{\sigma}{\gamma} = \frac{\sigma}{\gamma} \cdot ch \frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \sigma} - \frac{\sigma}{\gamma} = \frac{\sigma}{\gamma} \cdot \left(ch \frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \sigma} - 1 \right)$$

Razvijemo jednadžbu provjesa u red:

$$f = \frac{\sigma}{\gamma} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2!} \cdot \left(\frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \sigma} \right)^2 + \frac{1}{4!} \cdot \left(\frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \sigma} \right)^4 + \dots \right) - 1 \right] \approx \frac{\sigma}{\gamma} \cdot \left[1 + \frac{1}{2!} \cdot \left(\frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \sigma} \right)^2 - 1 \right]$$

I nakon zanemarenja dobijemo **jednadžbu provjesa po paraboli**:
$$f = \frac{a^2 \cdot \gamma}{8 \cdot \sigma}$$

Razlika točne (po lančanici) i približne (po paraboli) formule provjesa je manja od 5% za raspone $a \leq 400\text{m}$.

Relativni provjes
$$\varphi = \frac{f}{a} \cdot 100\%$$

Za $a \leq 400\text{m}$ $\varphi = 2 \div 3 \%$

Duljina vodiča :

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}} dx \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{\sigma}{x} \cdot ch \left(\frac{x \cdot \gamma}{\sigma} \right) \right) = sh \left(\frac{x \cdot \gamma}{\sigma} \right)$$

$$l = 2 \cdot \int_0^{\frac{a}{2}} \sqrt{1 + sh \left(\frac{x \cdot \gamma}{\sigma} \right)^2} dx = 2 \cdot \frac{\sigma}{\gamma} \cdot sh \left(\frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \sigma} \right)$$

$$l = 2 \cdot \frac{\sigma}{\gamma} \cdot sh \frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \sigma} = 2 \cdot \frac{\sigma}{\gamma} \cdot \left[\frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \sigma} + \frac{1}{3!} \cdot \left(\frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \sigma} \right)^3 + \dots \right] \approx a + \frac{a^3 \cdot \gamma^2}{24 \cdot \sigma^2}$$

Relativni otpust:

$$\lambda = \frac{l - a}{a} \cdot 1000\text{‰}$$

$$l - a = \frac{a^3 \cdot \gamma^2}{24 \cdot \sigma^2}$$

$$\lambda = \frac{a^3 \cdot \gamma^2}{24 \cdot \sigma^2} \cdot 1000\text{‰}$$

Za raspone $a \leq 400\text{m}$ $\lambda = 1 \div 2\text{‰}$

Jednadžba stanja

Do sada smo promatrali položaj užeta samo u stacionarnom stanju pri određenoj temperaturi i opterećenju. No mehanički proračun uključuje i razmatranje promjene stanja.

S porastom temperature uže se rasteže, provjes se povećava, a njegovo naprezanje se smanjuje.

Sa smanjenjem temperature uže se steže, provjes se smanjuje, a njegovo naprezanje se povećava.

Znači, promjena temperature $\Delta \vartheta$ uzrokuje promjenu duljine Δl , promjenu provjesa Δf , promjenu naprezanja $\Delta \sigma$.

Duljina užeta poslije promjene:

$$l_2 = l_1 \cdot [1 + \beta \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)] + l_1 \cdot [1 + \beta \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)] \cdot \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E}$$

$\beta \left[\frac{1}{^\circ\text{C}} \right]$ - toplinski koeficijent rastezanja užeta

$$l \approx a \cdot \left(1 + \frac{a^2 \cdot \gamma^2}{24 \cdot \sigma^2} \right)$$

$$a \cdot \left(1 + \frac{a^2 \cdot \gamma_2^2}{24 \cdot \sigma_2^2} \right) = a \cdot \left(1 + \frac{a^2 \cdot \gamma_1^2}{24 \cdot \sigma_1^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E} \right) \cdot (1 + \beta \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1))$$

$$1 + \frac{a^2 \cdot \gamma_2^2}{24 \cdot \sigma_2^2} = \left(1 + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E} + \frac{a^2 \cdot \gamma_1^2}{24 \cdot \sigma_1^2} + \underbrace{\frac{a^2 \cdot \gamma_1^2}{24 \cdot \sigma_1^2} \cdot \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E}}_{\text{zanemarivo}} \right) \cdot (1 + \beta \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1))$$

$$1 + \frac{a^2 \cdot \gamma_2^2}{24 \cdot \sigma_2^2} = 1 + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E} + \frac{a^2 \cdot \gamma_1^2}{24 \cdot \sigma_1^2} + \beta \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) + \underbrace{\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E} \cdot \beta \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}_{\text{zanemarivo}} + \underbrace{\frac{a^2 \cdot \gamma_1^2}{24 \cdot \sigma_1^2} \cdot \beta \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}_{\text{zanemarivo}}$$

Jednadžba stanja vodiča:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{E} + \beta \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) = \frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_1^2}{\sigma_1^2} - \frac{\gamma_2^2}{\sigma_2^2} \right)$$

Ako znamo σ_1 na nekoj ϑ_1 možemo odrediti σ_2 pri bilo kojoj ϑ_2

Primjer

Najnepovoljnije stanje $\sigma_1 = \sigma_{\max}$ se javlja pri

- 1) $-5^\circ\text{C} + \text{led}$
- 2) -20°C

1) $\vartheta_1 = -5^\circ\text{C}$

$$\gamma_1 = \gamma_z$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max}$$

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_2}{E} + \beta \cdot (-5 - \vartheta_2) = \frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_z^2}{\sigma_{\max}^2} - \frac{\gamma_2^2}{\sigma_2^2} \right)$$

2) $\vartheta_1 = -20^\circ\text{C}$

$$\gamma_1 = \gamma_0$$

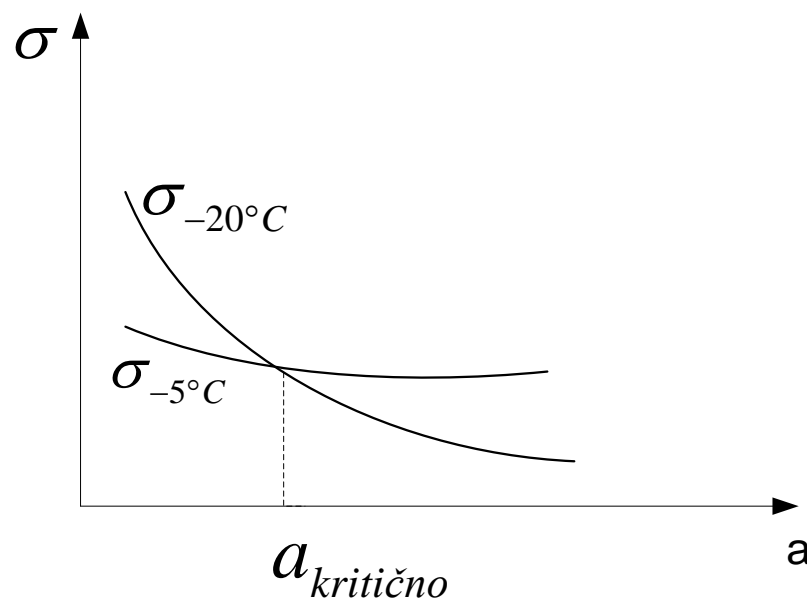
$$\sigma_1 = \sigma_{\max}$$

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_2}{E} + \beta \cdot (-20 - \vartheta_2) = \frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_0^2}{\sigma_{\max}^2} - \frac{\gamma_2^2}{\sigma_2^2} \right)$$

Kritični raspon

Kritični raspon je raspon kod kojeg je naprezanje pri -20°C i -5°C s ledom jednako maksimalnom naprezanju.

Što je raspon a veći, naprezanje σ više ovisi o težini vodiča γ



Slika 4.2 Kriterij kritičnog raspona

Stanje 1 $\sigma_1 = \sigma_{\max}, \vartheta_1 = -20^{\circ}\text{C}, \gamma_1 = \gamma_0$

Stanje 2 $\sigma_2 = \sigma_{\max}, \vartheta_2 = -5^{\circ}\text{C}, \gamma_2 = \gamma_z$

Ubacimo u jednađbu stanja
$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\max}}{E} + \beta \cdot (-20 + 5) = \frac{a_{kr}^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_0^2}{\sigma_{\max}^2} - \frac{\gamma_z^2}{\sigma_{\max}^2} \right)$$

$$-15 \cdot \beta = \frac{a_{kr}^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_0^2 - \gamma_z^2}{\sigma_{\max}^2} \right)$$

Kritični raspon:
$$a_{kr} = \sigma_{\max} \cdot \sqrt{\frac{360 \cdot \beta}{\gamma_z^2 - \gamma_0^2}}$$

Ako je $a > a_{kr} \Rightarrow \sigma_{\max}$ nastupa pri $-5^{\circ}\text{C} + \text{led}$

Ako je $a < a_{kr} \Rightarrow \sigma_{\max}$ nastupa pri -20°C

Maksimalni provjes f_{\max} se javlja kod $+40^{\circ}\text{C}$
ili $-5^{\circ}\text{C} + \text{led}$

Kriterij kritične temperature

Temperatura kod koje je provjes bez dodatnog tereta jednak provjesu zaleđenog vodiča.

$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{a^2 \cdot \gamma_1}{8 \cdot \sigma_1} = \frac{a^2 \cdot \gamma_2}{8 \cdot \sigma_2} \Rightarrow \sigma_2 = \sigma_1 \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

Za slučaj da je $a > a_{kr} \Rightarrow \sigma_{\max}$ nastupa pri $-5^{\circ}\text{C} + \text{led}$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max}, \vartheta_1 = -5^{\circ}\text{C}, \gamma_1 = \gamma_z$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_z} = \sigma_{\max} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_z}$$

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_2}{E} + \beta \cdot (-5 - \vartheta_{kr}) = \frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_z^2}{\sigma_{\max}^2} - \frac{\gamma_0^2}{\sigma_2^2} \right)$$

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\max} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_z}}{E} + \beta \cdot (-5 - \vartheta_{kr}) = \frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma_z^2}{\sigma_{\max}^2} - \frac{\gamma_0^2}{\sigma_{\max}^2 \cdot \frac{\gamma_0^2}{\gamma_z^2}} \right)$$

=0

$$\vartheta_{kr} = \frac{\sigma_{\max}}{\beta \cdot E} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_z} \right) - 5$$

$$\vartheta_{kr} < 40^\circ\text{C} \Rightarrow f_{\max} \text{ kod } +40^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_{kr} > 40^\circ\text{C} \Rightarrow f_{\max} \text{ kod } -5^\circ\text{C} + \text{led}$$

Jedinični induktivitet voda L₁

Induktivitet je svojstvo petlje da se opire promjeni struje kroz petlju. Svaka promjena struje izaziva promjenu ulančenog toka, koja inducira napon suprotnog smjera -

Lenzovo pravilo:

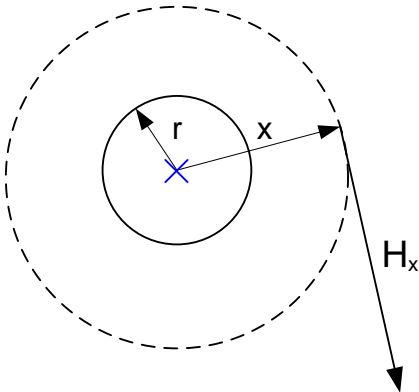
$$e = -L \cdot \frac{di}{dt} \quad \psi = L \cdot I$$

$$e = -\frac{d\psi}{dt} \quad \psi - \text{ukupni obuhvaćeni magnetski tok,}$$

tok što ga stvaraju sve struje

$$e = -N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

Magnetsko polje na udaljenosti x slijedi iz zakona protjecanja $\oint_l H dl = I$



smjer magn. polja određen
pravilom desne ruke

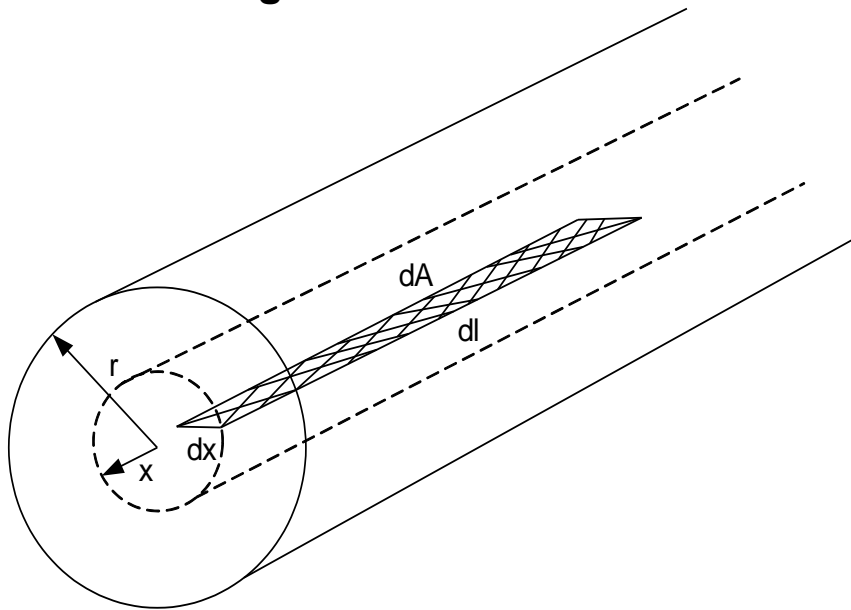
$$H_x = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot x} \left[\frac{A}{m} \right]$$

Gustoća magnetskog toka $B_x = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_x$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$$

$$B_x = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot x} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{x} \left[\frac{Vs}{Am} \cdot \frac{A}{m} = \frac{Vs}{m^2} = \frac{Wb}{m^2} = T \right]$$

Obuhvaćeni magnetski tok unutar vodiča



$$dA = dx \cdot dl = dx$$

$dl = 1 \rightarrow$ *promatramo jediničnu
duljinu jer nas zanima
jedinični induktivitet*

$$d\phi = B_x \cdot dA$$

$$d\phi = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I_x}{x} \cdot dA$$

Odnos dijela struje na mjestu x i ukupne struje dan je izrazom: $\frac{I_x}{I} = \frac{x^2 \cdot \pi}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow I_x = I \cdot \frac{x^2}{r^2}$

$$d\phi = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot \frac{x^2}{r^2}}{x} \cdot dA = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot x}{r^2} \cdot dA$$

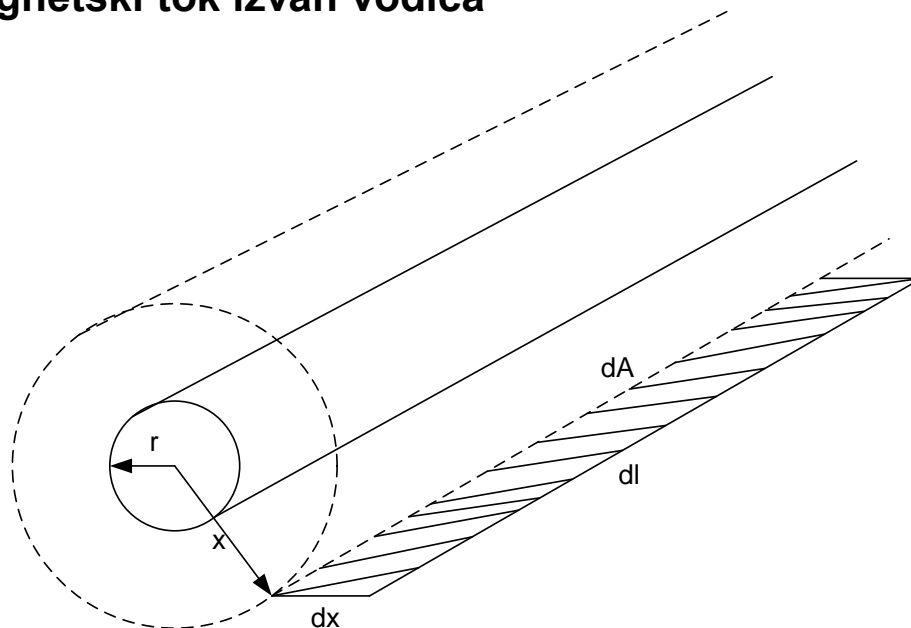
Tok obuhvaća samo dio struje I : $d\psi = d\phi \cdot \frac{x^2}{r^2}$

$$\psi_u = \int_0^r d\psi = \int_0^r 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot x}{r^2} \cdot dx \cdot \frac{x^2}{r^2} = 2 \cdot 10^{-7} \int_0^r \frac{I \cdot x^3}{r^4} \cdot dx = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{r^4} \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^r$$

$$\psi_u = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{4}$$

Obuhvaćeni magnetski tok unutar vodiča ovisi samo o struji, a ne o radijusu.

Obuhvaćeni magnetski tok izvan vodiča



$$d\phi = B \cdot dA = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{x} \cdot dx$$

$$d\psi = d\phi$$

$$\psi_v = \int_r^x 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{x} \cdot dx = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \int_r^x \frac{dx}{x} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln x \bigg|_r^x = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot (\ln x - \ln r)$$

$$\psi_v = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{x}{r}$$

Ukupni obuhvaćeni magnetski tok

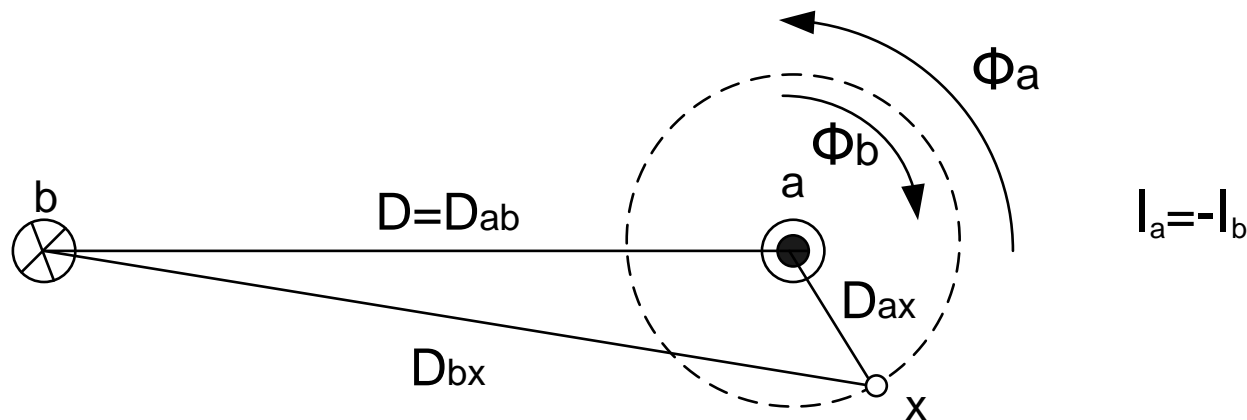
$$\begin{aligned}\psi_{uk} &= \psi_u + \psi_v = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{4} + 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{x}{r} = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \left(\ln \frac{x}{r} + \frac{1}{4} \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \left(\ln \frac{x}{r} + \ln e^{\frac{1}{4}} \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{x}{r \cdot e^{-\frac{1}{4}}}\end{aligned}$$

Ukupni obuhvaćeni magnetski tok jednog vodiča: $\psi = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{x}{r'}$

gdje je:

$$r' = \underbrace{0,7788}_{e^{-\frac{1}{4}}} \cdot r \quad \text{reducirani radijus vodiča i vrijedi samo za puni homogeni vodič}$$

Slučaj dvaju paralelnih vodiča



Ukupni tok koji stvaraju struje u oba vodiča ulančen s vodičem **a** u odnosu na točku **x**, dobije se po principu superpozicije kao zbroj ulančanog toka koji stvara struja I_a u vodiču **a** (ψ_{aa}) i dijela toka stvorenog strujom I_b u vodiču **b**, ulančanog sa strujom vodiča **a** (ψ_{ab}).

Obuhvaćeni magnetski tok što ga stvara vodič **a** u točki **x**: $\psi_{aa} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D_{ax}}{r'}$

Obuhvaćeni magnetski tok što ga stvara struja vodiča **b** u točki **x**:

$$\psi_{ab} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_b \cdot \int_D^{D_{bx}} \frac{dx}{x} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_b \cdot \ln \frac{D_{bx}}{D} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D_{bx}}{D}$$

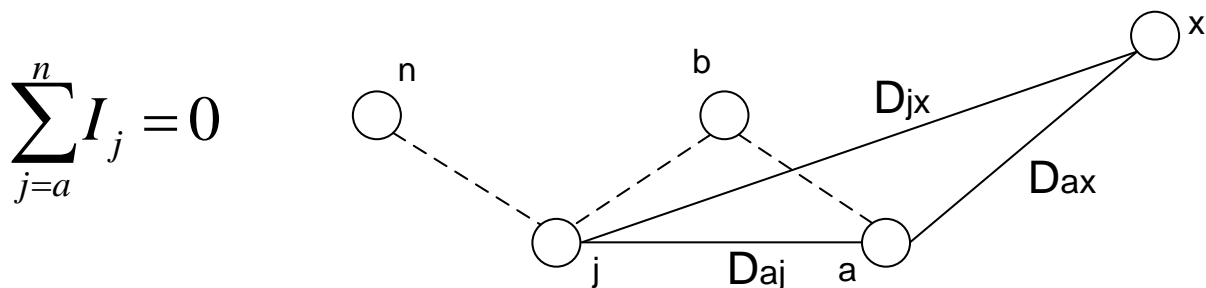
Ukupni obuhvaćeni magnetski tok vodiča **a**:

$$\begin{aligned} \psi_a &= \underbrace{\psi_{aa}}_{\text{vlastiti}} + \underbrace{\psi_{ab}}_{\substack{\text{ulaščani} \\ \text{od struje } I_b}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \left(\ln \frac{D_{ax}}{r'} - \ln \frac{D_{bx}}{D} \right) \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \left(\ln \left(\frac{D}{r'} \cdot \frac{D_{ax}}{D_{bx}} \right) \right) \end{aligned}$$

Uz pretpostavku da $x \rightarrow \infty \Rightarrow D_{ax} \cong D_{bx}$ slijedi da je: $\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D}{r'}$

$$L_a = \frac{\psi_a}{I_a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r'}$$

Slučaj n paralelnih vodiča



$$\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{D_{jx}}{D_{aj}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln D_{jx} + \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}} \right)$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow D_{ax} = D_{bx} = \dots D_{jx} = \dots = D_{nx}$$

$$\sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln D_{jx} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln D_{jx} \cdot \sum_{j=a}^n I_j = 0$$

Ukupni magnetski tok obuhvaćen vodičem **a**: $\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}}$

Isto tako vrijedi i zaostale vodiče: $\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}}$

$$\psi_b = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{bj}}$$

\vdots

$$\psi_n = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{nj}}$$

$\psi = L \cdot I \Rightarrow L = \frac{\psi}{I}$, da bi dobili L treba izračunati ukupni
obuhvaćeni magnetski tok ψ jer struje znamo

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \overbrace{\ln \frac{1}{D_{aa}}}^{\text{vlastiti induktivitet vodiča}} & \ln \frac{1}{D_{ab}} & \dots & \overbrace{\ln \frac{1}{D_{an}}}^{\text{međusobni induktivitet vodiča}} \\ \ln \frac{1}{D_{ba}} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ \ln \frac{1}{D_{na}} & \dots & \dots & \ln \frac{1}{D_{nn}} \end{bmatrix}}_{\text{matrica parcijalnih induktiviteta (simetrična)}} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

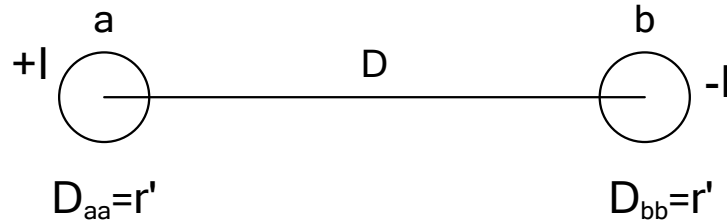
Matrica parcijalnih induktiviteta – daje vezu između ulančenog toka svakog pojedinog vodiča i struje kroz svaki vodič cijelog strujnog kruga

$$D_{aa} = D_{bb} = \dots = r' \Rightarrow \text{udaljenost vodiča od samih sebe}$$

$$L_{ii} = \frac{\psi_{ii}}{I_i} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{1}{D_{ii}} \Rightarrow \text{vlastiti induktivitet}$$

$$L_{ij} = \frac{\psi_{ij}}{I_j} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{1}{D_{ij}} \Rightarrow \text{međui induktivitet}$$

Primjer za dva vodiča



$$I_a = I$$

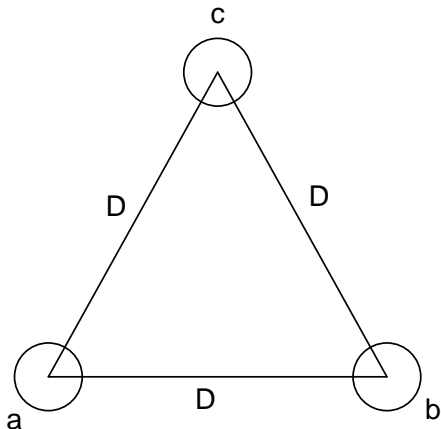
$$I_b = -I$$

$$D_{aa} = D_{bb} = r'$$

$$D_{ab} = D$$

$$\begin{aligned}\psi_a &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{ab}} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I \cdot \ln \frac{1}{r'} - I \cdot \ln \frac{1}{D} \right) \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{D}{r'}\end{aligned}$$

Primjer za simetrični trofazni vod



$$\sum_{j=a}^c I_j = 0 \quad I_b + I_c = -I_a$$

$$\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^c I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[I_a \cdot \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c \cdot \ln \frac{1}{D_{ac}} \right]$$

$$\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[I_a \cdot \ln \frac{1}{r'} + \underbrace{(I_b + I_c)}_{-I_a} \cdot \ln \frac{1}{D} \right] = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \left[\ln \frac{1}{r'} - \ln \frac{1}{D} \right] = \underbrace{2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D}{r'}}_{\text{ista formula kao za dva vodiča}}$$

Simetrični trofazni sustav možemo promatrati kao jednofazni.

Zadatak 1.

Odredi induktivitete polaznog i povratnog vodiča a i b polumjera $r_a = 13,6$ mm, odnosno $r_b = 17,5$ mm. Međusobna udaljenost vodiča je $D = 2$ m.

$$\begin{aligned}\psi_a &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^b I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{ab}} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{r_a} - I_a \cdot \ln \frac{1}{D} \right) \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D}{r_a},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi_b &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^b I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{bj}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{D_{ba}} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{bb}} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_b \cdot \ln \frac{1}{r_b} - I_b \cdot \ln \frac{1}{D} \right) \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_b \cdot \ln \frac{D}{r_b},\end{aligned}$$

$$L_a = \frac{\Psi_a}{I_a} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{2000}{0.7788 \cdot 13.6} = 0.00105 \frac{H}{km} = 1.05 \frac{mH}{km}$$

$$L_b = \frac{\Psi_b}{I_b} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{2000}{0.7788 \cdot 17.5} = 0.000998 \frac{H}{km} = 0.998 \frac{mH}{km}$$

Zadatak 2.

Odredi induktivitet faznog vodiča simetričnog trofaznog voda Al/Če 240/40. Reducirani radijus faznih vodiča iznosi $r' = 9 \text{ mm}$, a međusobna udaljenost vodiča je $D = 5,5 \text{ m}$.

$$\overline{I_a} + \overline{I_b} + \overline{I_c} = 0$$

$$\begin{aligned}\psi_a &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^c I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c \cdot \ln \frac{1}{D_{ac}} \right) = \\ &2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{r_a'} - (I_b + I_c) \cdot \ln \frac{1}{D} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D}{r_a'}\end{aligned}$$

$$L_a = \frac{\Psi_a}{I_a} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{5500}{9} = 0.00128 \frac{H}{km} = 1.28 \frac{mH}{km}$$

$$L_a = L_b = L_c = L_1 \quad \text{pogonski induktivitet}$$

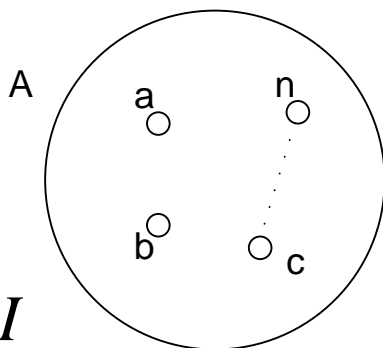
$$X_1 = \omega \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 0.00128 = 0.402 \frac{\Omega}{km}$$

Metoda srednjih geometrijskih udaljenosti (SGU metoda)

Uvjet za metodu SGU: $\sum I = 0$

Podjela vodiča u dvije grupe: grupa A - polazni vodiči, grupa B – povratni vodiči
Formira se petlja i primjenom SGU metode može se izračunati induktivitet obje grupe vodiča

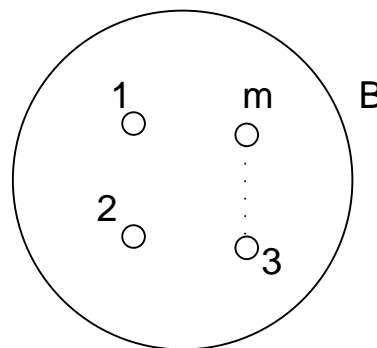
n polaznih vodiča



$$\sum_{j=a}^n I_j = +I$$

$$I_j = \frac{I}{n}$$

m povratnih vodiča



$$\sum_{k=1}^m I_k = -I$$

$$I_k = \frac{-I}{m}$$

Obuhvatni tok grupe vodiča A:

$$\psi_a (\text{ulančeni tok vodiča a}) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}} + \sum_{k=1}^m I_k \cdot \ln \frac{1}{D_{ak}} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_a &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\frac{I}{n} \cdot \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{aj}} - \frac{I}{m} \cdot \sum_{k=1}^m \ln \frac{1}{D_{ak}} \right] \\ \psi_b &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\frac{I}{n} \cdot \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{bj}} - \frac{I}{m} \cdot \sum_{k=1}^m \ln \frac{1}{D_{bk}} \right] \\ &\vdots \\ \psi_n &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\frac{I}{n} \cdot \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{nj}} - \frac{I}{m} \cdot \sum_{k=1}^m \ln \frac{1}{D_{mk}} \right] \end{aligned} \right\} \text{vodiči grupe A}$$

$$\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\frac{I}{n} \cdot \left(\ln \frac{1}{D_{aa}} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{an}} \right) - \frac{I}{m} \cdot \left(\ln \frac{1}{D_{a1}} + \ln \frac{1}{D_{a2}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{am}} \right) \right]$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_a &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{\sqrt[m]{D_{a1} \cdot D_{a2} \cdot D_{a3} \cdot \dots \cdot D_{am}}}{\sqrt[n]{D_{aa} \cdot D_{ab} \cdot \dots \cdot D_{an}}} \\ \psi_b &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{\sqrt[m]{D_{b1} \cdot D_{b2} \cdot D_{b3} \cdot \dots \cdot D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} \cdot D_{bb} \cdot \dots \cdot D_{bn}}} \\ &\vdots \\ \psi_n &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{\sqrt[m]{D_{n1} \cdot D_{n2} \cdot D_{n3} \cdot \dots \cdot D_{nm}}}{\sqrt[n]{D_{na} \cdot D_{nb} \cdot \dots \cdot D_{nn}}} \end{aligned} \right\} \text{ulančeni tokovi vodiča grupe A}$$

Srednji ulančeni tok grupe A

(zbroj svih ulančanih vodiča podijeljen s brojem vodiča):

$$\psi_A = \frac{1}{n} \cdot (\psi_a + \psi_b + \dots + \psi_n)$$

$$\psi_A = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{\sqrt[m \cdot n]{(D_{a1} \cdot D_{a2} \cdot \dots \cdot D_{am}) \cdot (D_{b1} \cdot D_{b2} \cdot \dots \cdot D_{bm}) \cdot \dots \cdot (D_{n1} \cdot D_{n2} \cdot \dots \cdot D_{nm})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa} \cdot D_{ab} \cdot \dots \cdot D_{an}) \cdot (D_{ba} \cdot D_{bb} \cdot \dots \cdot D_{bn}) \cdot \dots \cdot (D_{na} \cdot D_{nb} \cdot \dots \cdot D_{nn})}}$$

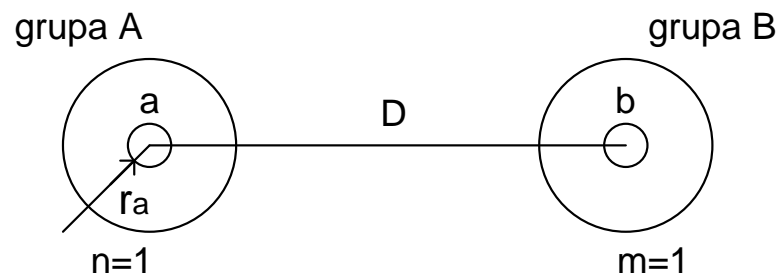
$$\psi_A = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{D_m}{D_s}$$

$$L_A = \frac{\psi_A}{I} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} \left[\frac{H}{m} \right]$$

gdje je: D_m - međusobna srednja geometrijska udaljenost vodiča grupe A i B

D_s - vlastita srednja geometrijska udaljenost vodiča grupe A

Primjer – dva vodiča

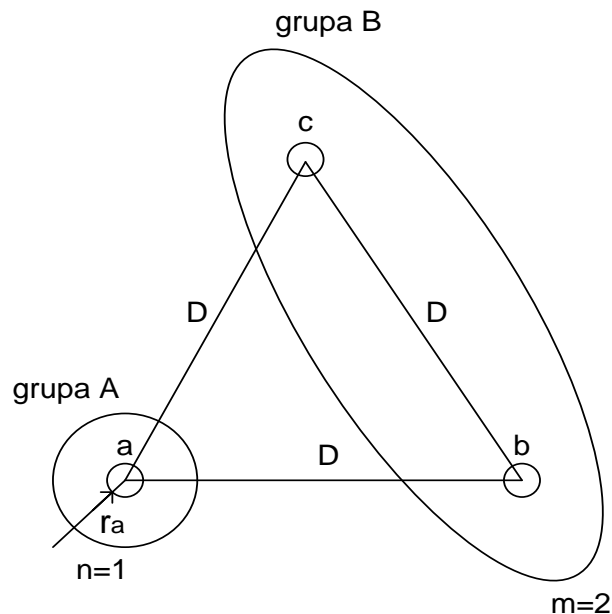


$$D_m = D_{ab} = D$$

$$D_s = D_{aa} = D_{bb} = r'$$

$$L_A = L_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r'}$$

Primjer – simetrični trofazni vod



$$D_{ab} = D_{ac} = D_{bc} = D$$

$$D_{aa} = D_{bb} = D_{cc} = r'$$

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

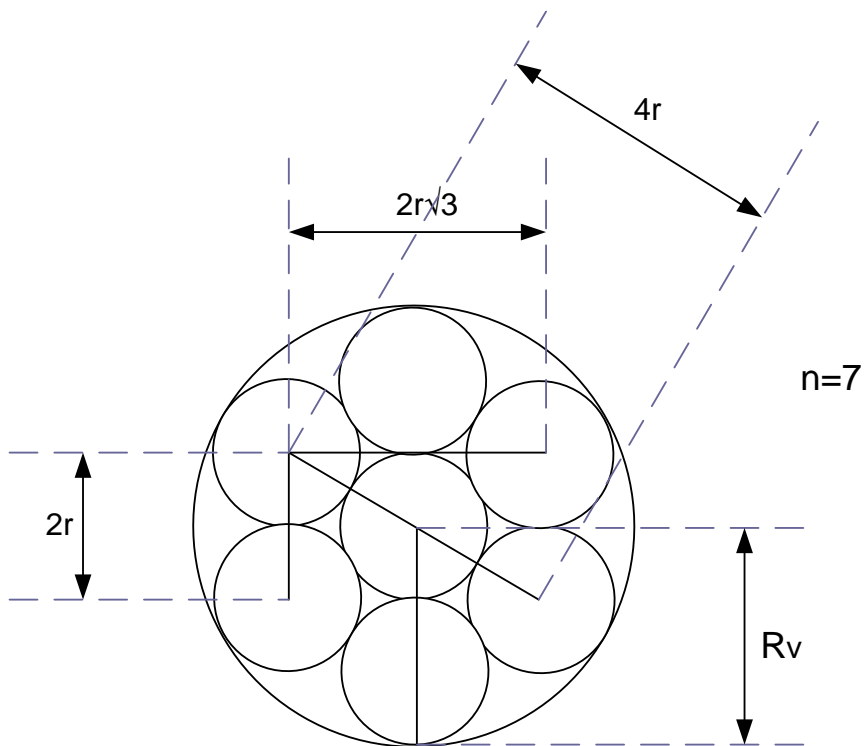
$$D_s = D_{aa} = r' = 0,7788 \cdot r$$

$$D_m = \sqrt[1.2]{D_{ab} \cdot D_{ac}} = \sqrt[2]{D^2} = D$$

$$L_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r'}$$

$L_a = L_b = L_c \rightarrow$ jer je simetrični trofazni vod

Vlastita SGU užeta



$$D_s = \sqrt[49]{\left[(2r)^3 \cdot (2r\sqrt{3})^2 \cdot 4r \right]^6 \cdot (2r)^6 \cdot (r')^7}$$

$$= 2,1767 \cdot r$$

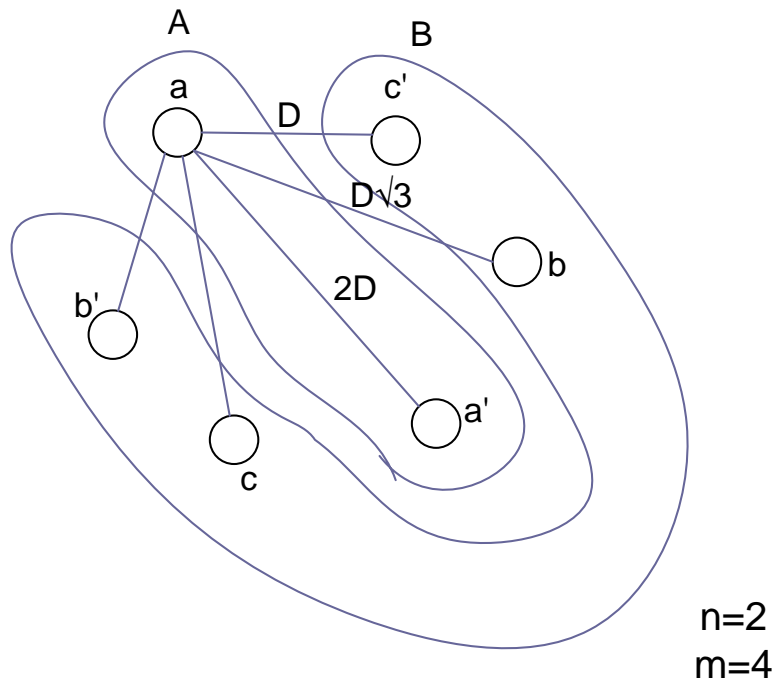
za $n=7$ $D_s = 0,726 \cdot R_v$

za $n=19$ $D_s = 0,758 \cdot R_v$

za $n=37$ $D_s = 0,768 \cdot R_v$

za $n>61$ $D_s = 0,7788 \cdot R_v$
 homogeni vodič

Primjer – dvostruki simetrični vod



$$D_m = \sqrt[2.4]{\left[D^2 \cdot (D\sqrt{3})^2 \right]^2} = \sqrt[4]{3} \cdot D$$

$$D_s = \sqrt[4]{(r' \cdot 2D)^2} = \sqrt{2 \cdot r' \cdot D}$$

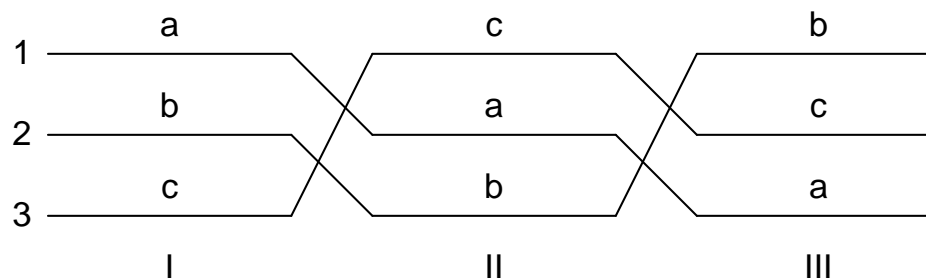
$$L_1 = L_{1A} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s}$$

$$= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[4]{3} \cdot D}{\sqrt{2 \cdot r' \cdot D}} \left[\frac{H}{m} \right]$$

$$L_{1a} = 2 \cdot L_{1A}$$

Preplet voda (simetriranje voda)

Ako su osi triju vodiča trofaznog voda smještene u vrhovima istostraničnog trokuta, kažemo da je vod simetričan, te će sva tri vodiča, ako im je presjek isti, imati isti induktivitet. Međutim, konstrukcijom vodova se ta simetrija rijetko postiže. Pojedini vodiči istog voda tada imaju različite induktivitete, pa zbog toga i različite reaktancije. Različiti padovi napona u pojedinim fazama dovode u pogonu do izobličenja zvijezde napona i do pogonskih poteškoća. Zbog toga se konstrukcijski osigurava električna simetrija vodova, koji su geometrijski nesimetrični, **cikličkom zamjenom položaja vodiča** na stupu, odnosno **preplitanjem**.



1,2,3 - položaj vodiča na stupu

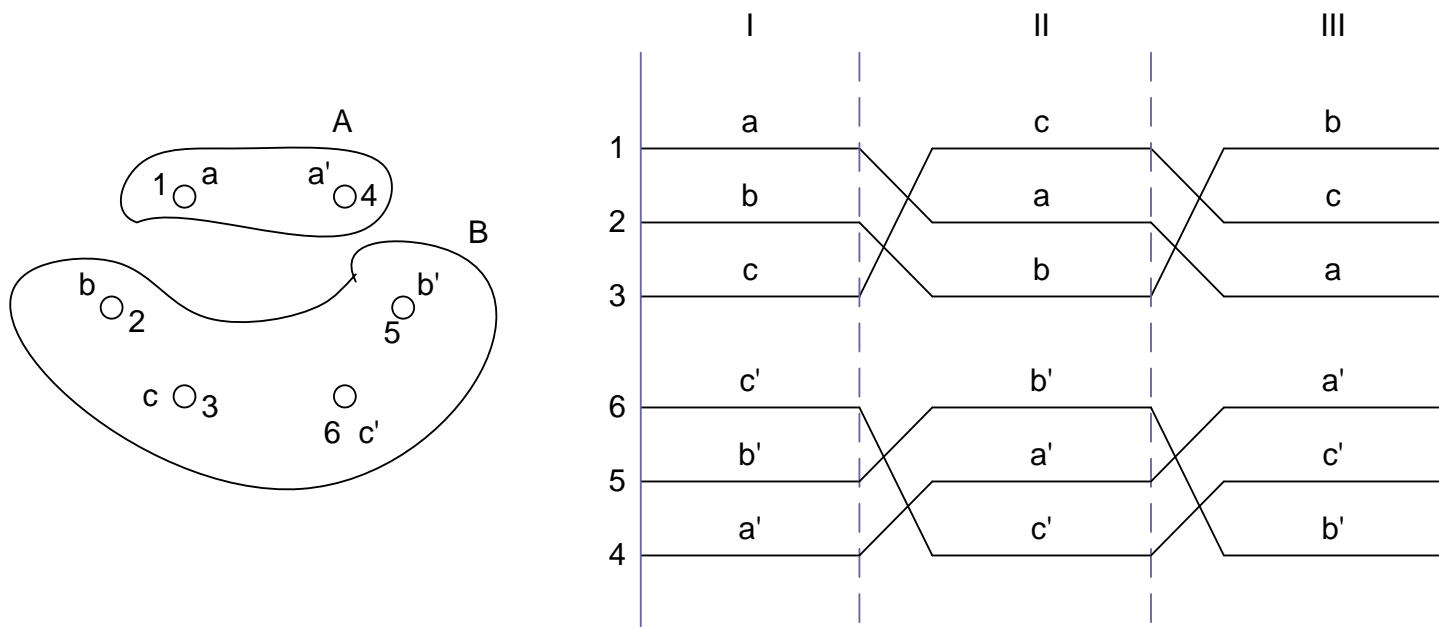
a,b,c – oznake faze

$$\left. \begin{aligned} L_{1aI} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{12} \cdot D_{13}}}{r'} \\ L_{1aII} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{12} \cdot D_{23}}}{r'} \\ L_{1aIII} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{13} \cdot D_{23}}}{r'} \end{aligned} \right\} L_{1a} = \frac{1}{3} \cdot (L_{1aI} + L_{1aII} + L_{1aIII})$$

$$L_{1a} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{12}^2 \cdot D_{13}^2 \cdot D_{23}^2}}{r'^3}$$

$$\begin{aligned} \text{Induktivitet nesimetričnog prepletenog voda} \rightarrow L_{1a} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{23}}}{r'} \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} \end{aligned}$$

Preplet dvostrukog nesimetričnog voda



$$L_{AI} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[8]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{15} \cdot D_{16} \cdot D_{24} \cdot D_{34} \cdot D_{45} \cdot D_{46}}}{\sqrt[4]{(r' \cdot D_{14})^2}}$$

$$L_{AII} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[8]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{24} \cdot D_{26} \cdot D_{15} \cdot D_{35} \cdot D_{45} \cdot D_{56}}}{\sqrt[4]{(r' \cdot D_{25})^2}}$$

$$L_{AIII} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[8]{D_{13} \cdot D_{23} \cdot D_{34} \cdot D_{35} \cdot D_{16} \cdot D_{26} \cdot D_{46} \cdot D_{56}}}{\sqrt[4]{(r' \cdot D_{36})^2}}$$

$$\begin{array}{ccccc}
D_{12} = D_{45} = d_1 & D_{23} = D_{56} = d_3 & D_{24} = D_{15} = d_5 & D_{25} = d_7 & D_{36} = d_9 \\
D_{13} = D_{46} = d_2 & D_{14} = d_4 & D_{16} = D_{34} = d_6 & D_{26} = D_{35} = d_8 &
\end{array}$$

$$L_A = \frac{1}{3} \cdot (L_{AI} + L_{AII} + L_{AIII})$$

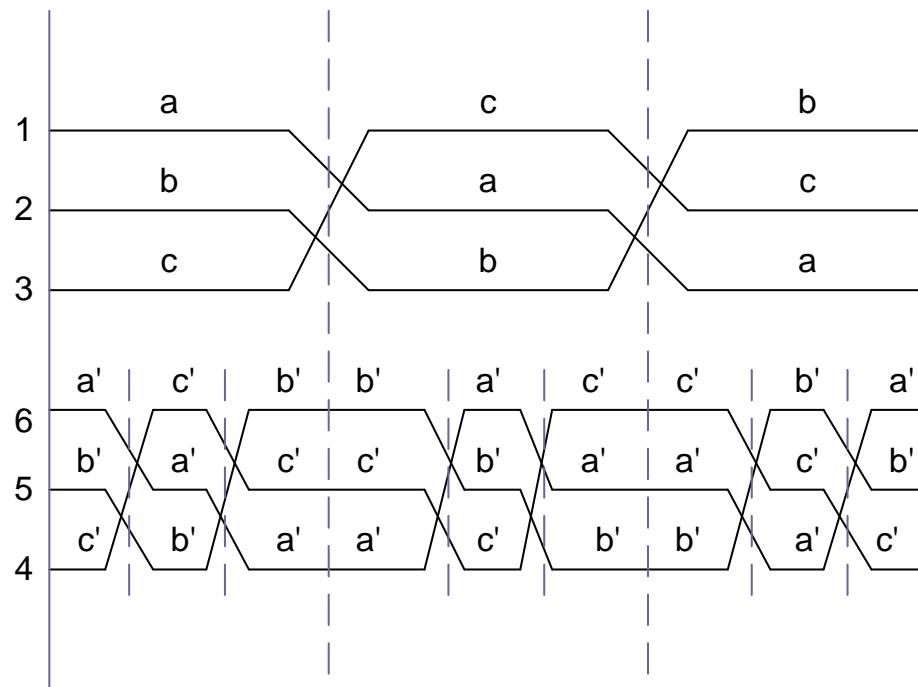
$$L_A = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\ln \frac{\sqrt[8]{d_1^4 \cdot d_2^4 \cdot d_3^4}}{\sqrt[4]{r'^6}} + \ln \frac{\sqrt[8]{d_5^4 \cdot d_6^4 \cdot d_8^4}}{\sqrt[4]{d_4^2 \cdot d_7^2 \cdot d_9^2}} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\ln \frac{\sqrt{d_1 \cdot d_2 \cdot d_3}}{\sqrt{r'^3}} + \ln \frac{\sqrt{d_5 \cdot d_6 \cdot d_8}}{\sqrt{d_4 \cdot d_7 \cdot d_9}} \right]$$

$$L_A = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\ln \frac{\sqrt[6]{d_1 \cdot d_2 \cdot d_3}}{\sqrt{r'}} + \ln \frac{\sqrt[6]{d_5 \cdot d_6 \cdot d_8}}{\sqrt[6]{d_4 \cdot d_7 \cdot d_9}} \right]$$

$$\begin{array}{ccc}
L_a = 2 \cdot L_A = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[3]{d_1 \cdot d_2 \cdot d_3}}{r'} & + & 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[3]{d_5 \cdot d_6 \cdot d_8}}{\sqrt[3]{d_4 \cdot d_7 \cdot d_9}} \\
\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{induktivitet jedne trojke}} & & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{utjecaj druge trojke na prvu}}
\end{array}$$

Potpuni preplet



$$L_a = 2 \cdot L_A = 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot (L_{AI} + L_{AII} + \dots + L_{AIX})$$

$$L_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{23}}}{r'}$$

Zadatak 3.

Odredi pogonsku reaktanciju jednostrukog trofaznog voda s horizontalnim rasporedom vodiča (portal) za slučaj:

a) neprepletenog voda

b) prepletenog voda

Radijus faznih vodiča iznosi $r = 13.3 \text{ mm}$, a međusobna udaljenost vodiča je $D = 6,6 \text{ m}$.

a) neprepleteni vod

$$D_s = r' = 0.7788 \cdot 13.3 = 10.36 \text{ mm}$$

$$D_{m,a} = \sqrt[1.2]{D \cdot 2D} = D\sqrt{2} = 6.6 \cdot \sqrt{2} = 9.33 \text{ m} , \quad D_{m,b} = \sqrt[1.2]{D \cdot D} = D = 6.6 \text{ m} , \quad D_{m,c} = D_{m,a}$$

$$L_a = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{D_{m,a}}{D_s} = 1.36 \frac{\text{mH}}{\text{km}} , \quad L_b = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{D_{m,b}}{D_s} = 1.29 \frac{\text{mH}}{\text{km}} , \quad L_c = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{D_{m,c}}{D_s} = 1.36 \frac{\text{mH}}{\text{km}}$$

$$X_a = \omega \cdot L_a = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_a = 0.427 \frac{\Omega}{\text{km}} , \quad X_b = \omega \cdot L_b = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_b = 0.405 \frac{\Omega}{\text{km}} , \quad X_c = X_a$$

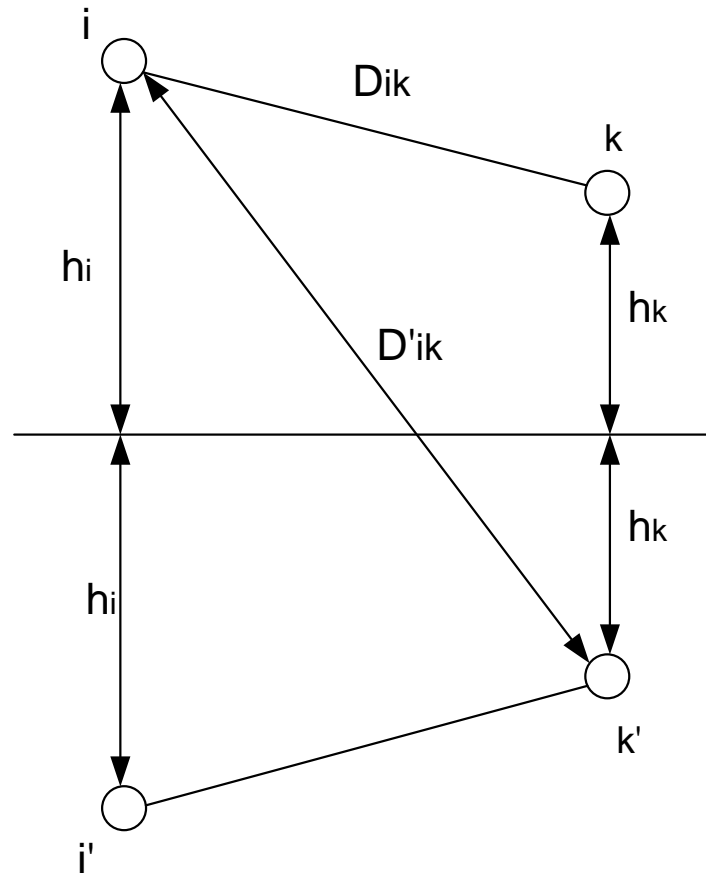
$$\text{Srednja vrijednost : } X_1 = \frac{X_a + X_b + X_c}{3} = 0.42 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

a) prepleteni vod

$$\begin{aligned} L_1 &= 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{D_m}{D_S} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{\sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}}{r'} = \\ &= 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{\sqrt[3]{D \cdot 2D \cdot D}}{r'} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{6.6 \cdot \sqrt[3]{2}}{0.7788 \cdot 13.3 \cdot 10^{-3}} = 1.34 \frac{mH}{km} \\ X_1 &= 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1.34 \cdot 10^{-3} = 0.42 \frac{\Omega}{km} \end{aligned}$$

Proračun induktiviteta s utjecajem zemlje (Carsonov izvod)

Carson (1926.) - postupak koji se temelji na pretpostavci da povratna nulta struja kroz zemlju protječe zamišljenim vodičem, paralelnim s vodičima voda, ispod površine zemlje udaljenim od njih za D_e i ima reducirani geometrijski polumjer 1m. Time je omogućeno korištenje izvoda za proračun induktiviteta.



$$\begin{bmatrix} \psi_i \\ \psi_k \\ \psi_{i'} \\ \psi_{k'} \end{bmatrix} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{r'} & \ln \frac{1}{D_{ik}} & \ln \frac{1}{2 \cdot h_i} & \ln \frac{1}{D'_{ik}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_i \\ I_k \\ -I_i \\ -I_k \end{bmatrix}$$

$$\psi_i = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[I_i \cdot \ln \frac{2 \cdot h_i}{r'} + I_k \cdot \ln \frac{D'_{ik}}{D_{ik}} \right]$$

$$L_{ii-z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\ln \frac{2 \cdot h_i}{r'} + 2 \cdot Q \right]$$

$$L_{ik-z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\ln \frac{D'_{ik}}{D_{ik}} + 2 \cdot Q' \right]$$

$$R_{ii-z} = R + 2 \cdot \mu \cdot f \cdot P$$

$$R_{ik-z} = 2 \cdot \mu \cdot f \cdot P$$

$$2 \cdot Q = \ln \frac{D_e^2}{2 \cdot h_i}$$

$$2 \cdot Q' = \ln \frac{D_e^2}{D_{ik}'}$$

$$D_e^2 = 658 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f}} = 93 \cdot \sqrt{\rho} \quad \rho [\Omega m] - \text{specifični odpor tla}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$\mu = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$$

$$P = \frac{\pi}{8}$$

$$2 \cdot \mu \cdot f \cdot P = 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot \frac{\pi}{8} = 0,05 \cdot 10^{-3}$$

$$Z_{ii-z} = R + 0,05 \cdot 10^{-3} + j 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{658 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{r'} \left[\frac{\Omega}{m} \right]$$

$$Z_{ik-z} = 0,05 \cdot 10^{-3} + j 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{658 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{D_{ik}} \left[\frac{\Omega}{m} \right]$$

Matrični proračun konstanti voda

Vlastita i međusobna impedancija vodiča s utjecajem zemlje za $f=50$ Hz:

$$Z_{ii-z} = R + 0,05 + j0,0628 \cdot \ln \frac{93 \cdot \sqrt{\rho}}{r'} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

$$Z_{ik-z} = 0,05 + j0,0628 \cdot \ln \frac{93 \cdot \sqrt{\rho}}{D_{ik}} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

$$\left[Z^{vod} \right] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ap} & Z_{aq} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bp} & Z_{bq} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cp} & Z_{cq} \\ Z_{pa} & Z_{pb} & Z_{pc} & Z_{pp} & Z_{pq} \\ Z_{qa} & Z_{qb} & Z_{qc} & Z_{qp} & Z_{qq} \end{bmatrix}$$

Izdvajanje dozemnog užeta

Matrični prikaz Ohmovog zakona za trofazni sustav:

$$\frac{d}{dx}[V] = [Z] [I]$$

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Izdvajanje dozemnog užeta

$$\begin{bmatrix} Z^{vod} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ap} & Z_{aq} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bp} & Z_{bq} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cp} & Z_{cq} \\ Z_{pa} & Z_{pb} & Z_{pc} & Z_{pp} & Z_{pq} \\ Z_{qa} & Z_{qb} & Z_{qc} & Z_{qp} & Z_{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z_{ap} & Z_{aq} \\ Z_{bp} & Z_{bq} \\ Z_{cp} & Z_{cq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Z_{pa} & Z_{pb} & Z_{pc} \\ Z_{qa} & Z_{qb} & Z_{qc} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Z_{pp} & Z_{pq} \\ Z_{qp} & Z_{qq} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z^{vod} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_I & Z_{II} \\ Z_{III} & Z_{IV} \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z^e] [I^{abc}]$$

Matrica ekvivalentnih faznih vodiča

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_p = 0 \\ V_q = 0 \end{bmatrix} = [Z^{vod}] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_p \\ I_q \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z_I] [I^{abc}] + [Z_{II}] [I^{pq}]$$

$$\frac{d}{dx} [0] = [Z_{III}] [I^{abc}] + [Z_{IV}] [I^{pq}]$$

$$[I^{pq}] = -[Z_{IV}]^{-1} [Z_{III}] [I^{abc}]$$

Matrica ekvivalentnih faznih vodiča

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z_I] [I^{abc}] - [Z_{II}] [Z_{IV}]^{-1} [Z_{III}] [I^{abc}]$$

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = \left[[Z_I] - [Z_{II}] [Z_{IV}]^{-1} [Z_{III}] \right] [I^{abc}]$$

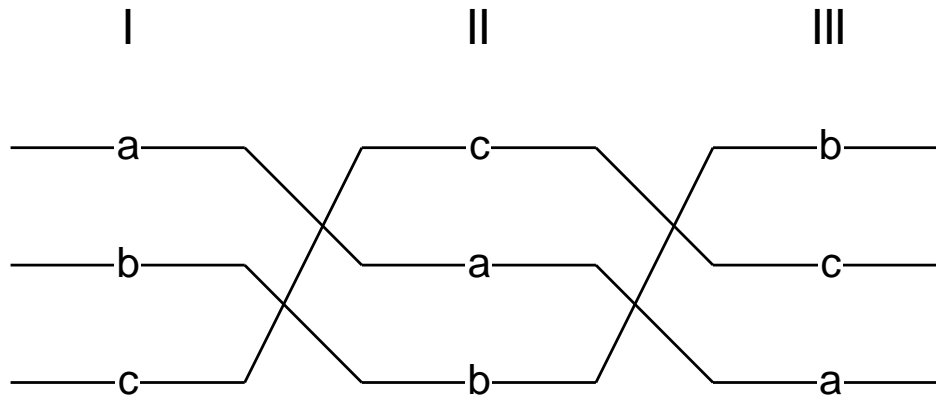
Postupak tzv. blok-transformacije

$$[Z^e] = [Z_I] - [Z_{II}] [Z_{IV}]^{-1} [Z_{III}]$$

Vodiči u snopu → duplo više elemenata ili "ekvivalentni" vodič

Preplet voda

$$Z_m = \frac{1}{3}(Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ac})$$



$$Z_{ab}^I = Z_{ac}^{II} = Z_{bc}^{III}$$

$$Z_{ac}^I = Z_{bc}^{II} = Z_{ab}^{III}$$

$$Z_{bc}^I = Z_{ab}^{II} = Z_{ac}^{III}$$

$$Z_{ab} = \frac{1}{3}(Z_{ab}^I + Z_{ab}^{II} + Z_{ab}^{III})$$

$$Z_{bc} = \frac{1}{3}(Z_{bc}^I + Z_{bc}^{II} + Z_{bc}^{III})$$

$$Z_{ac} = \frac{1}{3}(Z_{ac}^I + Z_{ac}^{II} + Z_{ac}^{III})$$

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ac} = Z_m$$

Pogonska (direktna) impedancija

Simetrični sustav → kroz zemlju i dozemnu užad ne teku struje

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_I & Z_{II} \\ Z_{III} & Z_{IV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z_I] [I^{abc}]$$

Pogonska (direktna) impedancija

Za simetrirani vod:

$$Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = Z_s$$

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ a^2 V_a \\ a V_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ a^2 I_a \\ a I_a \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dx} V_a = Z_s I_a + a^2 Z_m I_a + a Z_m I_a = (Z_s - Z_m) I_a$$

$$Z_1 = Z_s - Z_m$$

Pogonska (direktna) impedancija

Za simetriranu matricu ekvivalentnih faznih vodiča:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_a \\ a^2 V_a \\ a V_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s^e & Z_m^e & Z_m^e \\ Z_m^e & Z_s^e & Z_m^e \\ Z_m^e & Z_m^e & Z_s^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ a^2 I_a \\ a I_a \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dx} V_a = Z_s^e I_a + a^2 Z_m^e I_a + a Z_m^e I_a = (Z_s^e - Z_m^e) I_a$$

$$Z_1 = Z_s^e - Z_m^e$$

$$Z_1 = Z_s - Z_m = Z_s^e - Z_m^e$$

pri čemu je: $Z_s \neq Z_s^e$ $Z_m \neq Z_m^e$

Impedancije nadomjesnih sustava

$$\frac{d}{dx} [V^{abc}] = [Z^e] [I^{abc}]$$

$$[V^{abc}] = [\mathbf{A}] [V^{012}]$$

$$[I^{abc}] = [\mathbf{A}] [I^{012}]$$

$$\frac{d}{dx} [\mathbf{A}] [V^{012}] = [Z^e] [\mathbf{A}] [I^{012}]$$

$$\frac{d}{dx} [V^{012}] = [\mathbf{A}]^{-1} [Z^e] [\mathbf{A}] [I^{012}]$$

Impedancije nadomjesnih sustava

$$\frac{d}{dx} [V^{012}] = [Z^{012}] [I^{012}]$$

$$[Z^{012}] = [\mathbf{A}]^{-1} [Z^e] [\mathbf{A}]$$

Za simetrirani vod:

$$[Z^{012}] = \begin{bmatrix} Z_{00} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{22} \end{bmatrix}$$

Impedancije nadomjesnih sustava

Iznosi impedancija nadomjesnih sustava za simetrirani vod:

$$[Z^{012}] = \begin{bmatrix} Z_s + 2Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_s - Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_s - Z_m \end{bmatrix}$$

Za nesimetrirani vod (općeniti slučaj):

$$[Z^{012}] = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

Impedancije nadomjesnih sustava

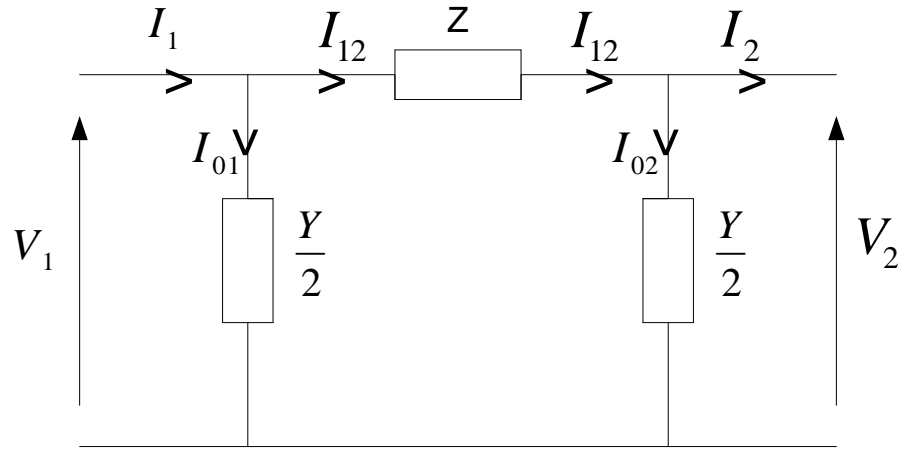
Iznosi vandijagonalnih članova matrice ovise o izvedbi voda (izgled glave stupa, simetriranje)

Faktor nesimetrije:

$$N = \left| \frac{Z_{01}}{Z_{00}} \right|$$

Za određivanje impedancija nadomjesnih sustava kod prepletenog voda simetriranje se može napraviti na polaznoj matrici voda (simetriranje prije blok-transformacije) ili na matrici ekvivalentnih faznih vodiča (simetriranje nakon blok-transformacije)

Konstante voda (R,L,C,G)



Slika 5.1 Osnovni model voda – π model

I_1, V_1 - fazna struja i fazni napon na početku voda

I_2, V_2 - fazna struja i fazni napon na kraju voda

I_{12} - struja kroz uzdužnu granu

I_{01}, I_{02} - struje kroz poprečne grane

$$Z = R + jX = R_1 \cdot l + jX_1 \cdot l$$

$$Y = G + jB = G_1 \cdot l + jB_1 \cdot l$$

Jedinični djelatni otpor voda R_1

Jedinični djelatni otpor voda R_1 se definira kao pad napona ΔU ili gubitak snage ΔP po jedinici duljine voda ako vodičem teče istosmjerna struja od 1A.

$$R_1 = \frac{\Delta U}{I} = \frac{\Delta P}{I^2} = \frac{\rho}{q} \left[\frac{\Omega}{m} \right]$$

$\rho [\Omega m]$ - specifični otpor vodiča

$q [m^2]$ - presjek vodiča

Otpor se povećava prolaskom izmjenične struje. Osnovna razlika istosmjerne i izmjenične struje je **skin efekt**. On se javlja kod izmjenične struje jer ona teče uz rub vodiča.

Skin efekt

Za beskonačni, debeli plošni vodič, gustoća struje se smanjuje eksponencijalno. Dubina na kojoj je gustoća struje $1/e$ gustoće na površini zove se dubina prodiranja. Dubina prodiranja za aluminij pri 50 Hz je 11.6 mm, a za bakar 9.6 mm.

Za okrugli vodič gustoća struje se računa rješavanjem Besselove diferencijalne jednačbe:

$$\frac{d^2 J}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ}{dr} = j\omega\mu\rho J \qquad I = J \cdot ds$$

Gdje je J gustoća struje, ω kružna frekvencija, μ permeabilnost, a ρ specifični otpor materijala.

Gustoća struje u okruglom vodiču dana je Besselovim krivuljama nultog reda:

$$J(r) = J_S \frac{J_0(\sqrt{-2j}r/d)}{J_0(\sqrt{-2j}R/d)} \qquad d = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}}$$

Gdje je J_S gustoća struje na površini vodiča, R polumjer vodiča, a d dubina prodiranja. Integriranjem gornje jednačbe dobije se struja koja teče kroz vodič:

$$I = -\frac{2\pi R d J_S}{\sqrt{-2j}} \frac{J'_0(\sqrt{-2j}R/d)}{J_0(\sqrt{-2j}R/d)}$$

Skin efekt

Konačno se dobije koeficijent povećanja otpora zbog skin efekta:

$$R_{\approx} = \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\sqrt{-2j\rho d\pi}} \frac{J_0(\sqrt{-2jR/d})}{J'_0(\sqrt{-2jR/d})} \right] \approx R_{\approx} \left(1 + \frac{(2f\mu)^2}{192 \cdot R_{\approx}^2} - \frac{(2f\mu)^4}{46080 \cdot R_{\approx}^4} \right)$$

Primjer:

Vodič AlČe 240/50 mm

Istosmjerni djelatni otpor $R_0 = 0.1187 \, \Omega/\text{km}$

$$R_1 = R_0 + \frac{\pi^2}{3} 10^{-8} \frac{f^2}{R_0} - \frac{4\pi^4}{45} 10^{-16} \frac{f^4}{R_0^3} \quad [\Omega/\text{km}]$$

$$R_1 = 0.1187 + \frac{3.14159^2}{3} 10^{-8} \frac{50^2}{0.1187} - \frac{4 \cdot 3.14159^4}{45} 10^{-16} \frac{50^4}{0.1187^3}$$

$$R_1 = 0.1194 \, \Omega/\text{km}$$

Skin efekt je izraženiji kod masivnih vodiča u odnosu na višežične, a ovisi također o broju žica i njihovim promjerima. Kao ilustracija se može reći da kod višežičnih vodiča i frekvencije 50 Hz skin efekt iznosi od cca 0,1% za 16 mm², preko cca 0,5% za 150 mm², do skoro 2% za presjeke od 300 mm²

Također, zbog potiskivanja struje na površinu vodiča manji je utjecaj većeg otpora čelične jezgre AlČe vodiča.

Na veličinu otpora utječu gubici. Gubici u vodiču potječu od vlastite struje i induciranih struja koja nastaje zbog toka struje susjednih vodiča. Osim gubitaka u vodiču, gubici nastaju i u vodljivim konstrukcijskim elementima. Slijedi da je:

$$R_1 = k_R \cdot R_{01}$$

$$k_R = k_S \cdot k_B \cdot k_K$$

k_R – faktor gubitaka

k_S – faktor skin efekta

k_B – faktor blizinskog efekta

k_K – faktor konstrukcijskih elemenata

R_{01} – jedinični otpor pri istosmjernoj struji

Kod nadzemnih vodova k_B i k_K zanemarujemo.

Otpor vodiča povećava se s temperaturom. Povećanje temperature za 25°C uzrokuje povećanje otpora za 10%.

$$\rho_\vartheta = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20^\circ))$$

ρ_0 – specifični otpor pri 20°C

Jedinična vodljivost voda G_1

Odvod G definiramo kao odnos gubitaka po jedinici duljine voda prema kvadratu napona, ili kao odnos djelatne komponente poprečne struje po jedinici duljine prema naponu:

$$G_1 = \frac{\Delta I_r}{V} = \frac{\Delta P}{V^2} \left[\frac{S}{km} \right]$$

G_1 nastaje zbog nesavršene izolacije voda. Sastoji se od dva dijela:

$$G_1 = G_0 + G_d \left[\frac{S}{km} \right]$$

G_0 – strujno vođenje izolacije

G_d – gubici u izolaciji zbog izmjenične polarizacije

U normalnim prilikama možemo uzeti da je

za nadzemne vodove $G_1 = 0,1 \cdot 10^{-6} \left[\frac{S}{km} \right]$

za kabele $G_1 = 0,005 \cdot \omega \cdot C_1 \left[\frac{S}{km} \right]$

Korona

Kada jakost električnog polja oko vodiča prekorači električnu čvrstoću zraka dolazi do električnog izbijanja, gubitaka energije i povećanja odvoda i tu pojavu zovemo **korona**.

Pri temperaturi 25°C i tlaku od 0,1 MPa dolazi do **korone** kod jakosti električnog polja od

$E_z = 30 \frac{kV}{cm}$ što predstavlja električnu čvrstoću zraka.

Pri idealnim uvjetima (25°C i 0,1 MPa = 1 bar) vrijedi: $E_{oko\ vodiča} < E_z - nema\ korone$

$E_{oko\ vodiča} > E_z - nastupa\ korone$

Korona: - tinjavo izbijanje oko vodiča (čuje se pucketanje)

- plavičaste (modre) boje
- osjeti se miris ozona

Kritični napon

Kritični napon je pogonski napon pri kojem jakost električnog polja oko vodiča taman dosegne vrijednost električne čvrstoće zraka, odnosno kod kojeg dolazi do korone.

Da pojednostavimo račun kritičnog napona pretpostavimo:

- beskonačno dugi, glatki okrugli vodič
- jednako nabijen
- nema drugih utjecaja



$$D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E$$

E – jakost električnog polja

D – gustoća električnog polja

ε_0 – dielektrična konstanta vakuma

ε_r – dielektrična konstanta sredstva

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \left[\frac{F}{m} \right]$$

$$\varepsilon_r = 1 \text{ za } zrak$$

$$D = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot l} \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

$$\text{za } l = 1 m$$

$$E = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot l} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot l} \cdot 36 \cdot \pi \cdot 10^9 = 18 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{r}$$

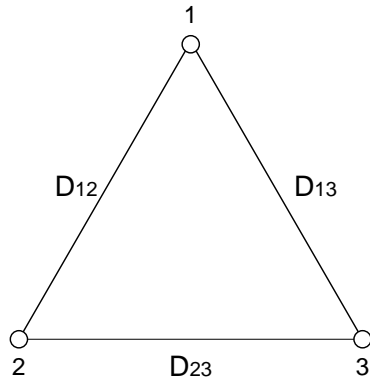
$$Q = C \cdot V$$

$$E = 18 \cdot 10^9 \cdot \frac{C \cdot V}{r} \left[\frac{V}{m} \right]$$

$$E_Z = \sqrt{3} \cdot \frac{30}{\sqrt{2}} = 18 \cdot 10^9 \frac{U_{KR} \cdot C}{r}$$

$$U_{KR} = \frac{\sqrt{3} \cdot 21,2 \cdot r}{18 \cdot 10^9 \cdot C} = \frac{36,5 \cdot r}{18 \cdot 10^9 \cdot C} [kV]$$

U 3-f sustavu vrijedi $C = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{D}{r}}$ gdje je D srednja geometrijska udaljenost vodiča.



$$D = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{23}}$$

$$U_{KR} = \frac{36,5 \cdot r}{18 \cdot 10^9} \cdot 18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r} = 36,5 \cdot r \cdot \ln \frac{D}{r}$$

Izraz za kritični napon korigiramo faktorima m i ρ gdje je: $m \leq 1$ faktor hrapavosti vodiča
 ρ relativna gustoća zraka

$$U_{KR} = \left(36,5 \cdot r \cdot \ln \frac{D}{r} \right) \cdot \rho \cdot m$$

Jedinični induktivitet voda L₁

Induktivitet je svojstvo petlje da se opire promjeni struje kroz petlju. Svaka promjena struje izaziva promjenu ulančenog toka, koja inducira napon suprotnog smjera =>

Lenzovo pravilo:

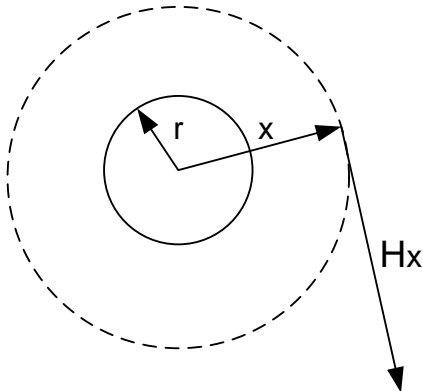
$$e = -L \cdot \frac{di}{dt} \quad \psi = L \cdot I$$

$$e = -\frac{d\psi}{dt} \quad \psi - \text{ukupni obuhvaćeni magnetski tok,}$$

tok što ga stvaraju sve struje

$$e = -N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

Magnetsko polje na udaljenosti x slijedi iz zakona protjecanja $\oint_l H dl = I$:



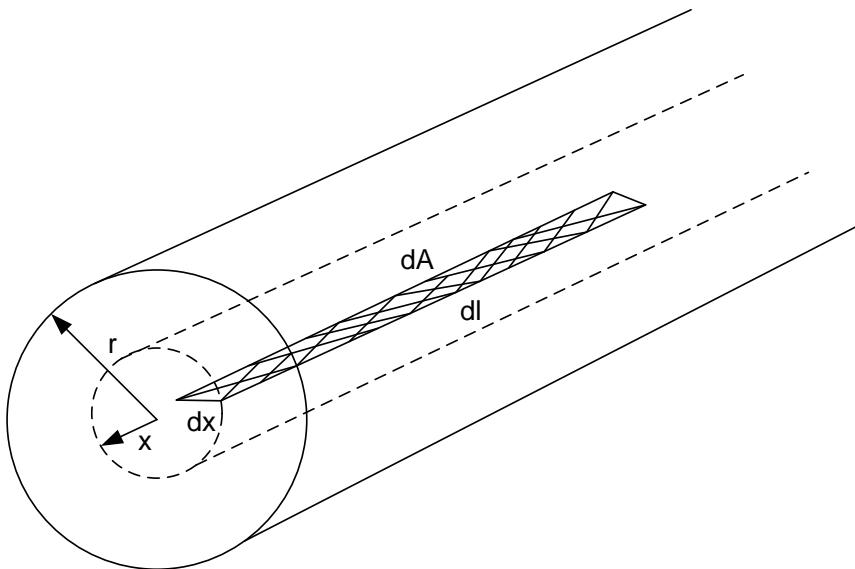
$$H_x = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot x} \left[\frac{A}{m} \right]$$

Gustoća magnetskog toka $B_x = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_x$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$$

$$B_x = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot x} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{x} \left[\frac{Vs}{Am} \cdot \frac{A}{m} = \frac{Vs}{m^2} = \frac{Wb}{m^2} = T \right]$$

Obuhvaćeni magnetski tok unutar vodiča



$$dA = dx \cdot dl = dx$$

$dl = 1 \rightarrow$ *promatramo jediničnu
duljinu jer nas zanima
jedinični induktivitet*

$$d\phi = B_x \cdot dA$$

$$d\phi = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I_x}{x} \cdot dA$$

Odnos djela struje na mjestu x i ukupne struje dan je izrazom: $\frac{I_x}{I} = \frac{x^2 \cdot \pi}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow I_x = I \cdot \frac{x^2}{r^2}$

$$d\phi = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot \frac{x^2}{r^2}}{x} \cdot dA = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot x}{r^2} \cdot dA$$

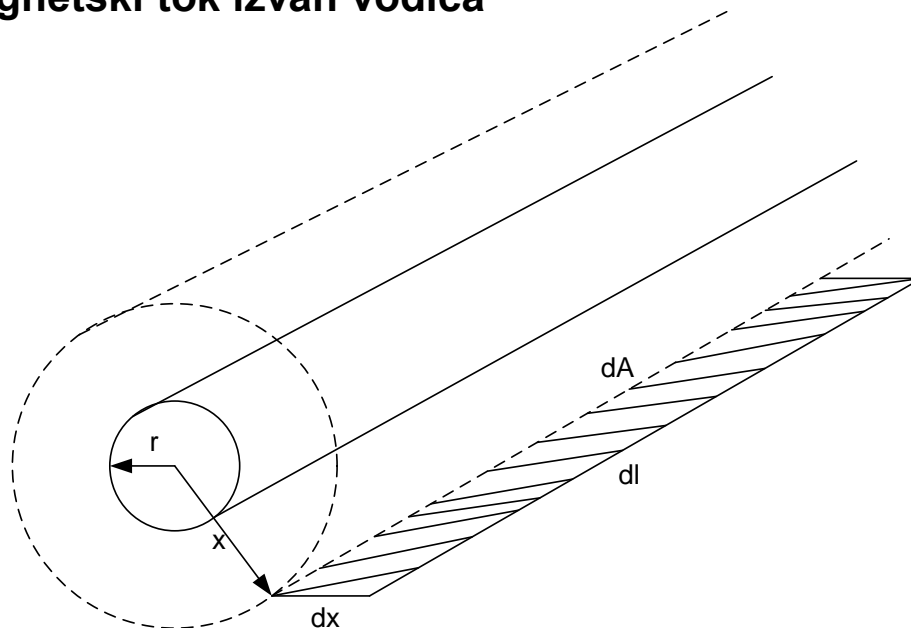
$$d\psi = d\phi \cdot \frac{x^2}{r^2}$$

$$\psi_U = \int_0^r d\psi = \int_0^r 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot x}{r^2} \cdot dx \cdot \frac{x^2}{r^2} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot x^3}{r^4} \cdot dx = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{r^4} \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^r$$

$$\psi_U = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{4}$$

Vidimo da obuhvaćeni magnetski tok unutar vodiča ovisi samoo struji, a ne o radijusu.

Obuhvaćeni magnetski tok izvan vodiča



$$d\phi = B \cdot dA = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{x} \cdot dx \quad d\psi = d\phi$$

$$\psi_V = \int_r^x 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{x} \cdot dx = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \int_r^x \frac{dx}{x} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln x \Big|_r^x = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot (\ln x - \ln r)$$

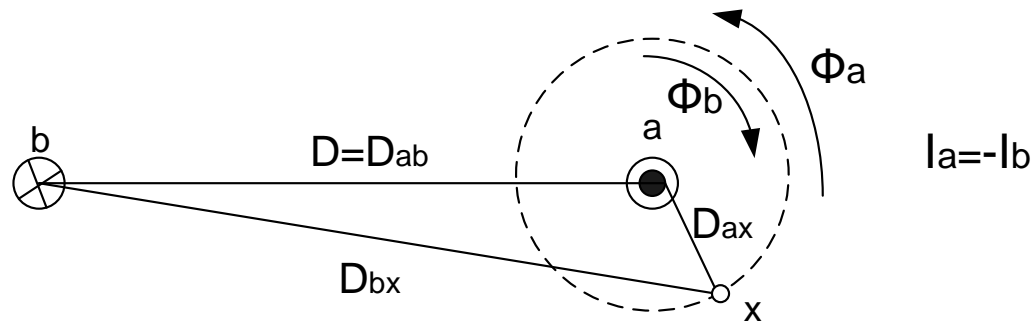
$$\psi_V = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{x}{r}$$

Ukupni obuhvaćeni magnetski tok

$$\begin{aligned}\psi_{UK} &= \psi_U + \psi_V = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{4} + 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{x}{r} = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \left(\ln \frac{x}{r} + \frac{1}{4} \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \left(\ln \frac{x}{r} + \ln e^{\frac{1}{4}} \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{x}{r \cdot e^{-\frac{1}{4}}}\end{aligned}$$

Induktivitet jednog vodiča $\psi = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{x}{r'}$ gdje je $r' = \underbrace{0,7788}_{e^{-\frac{1}{4}}} \cdot r$
reducirani radijus vodiča i vrijedi samo za puni homogeni vodič.

Slučaj dvaju paralelnih vodiča



Slika 5.6 Slučaj dvaju paralelnih vodiča

Ukupni tok koji stvaraju struje u oba vodiča ulančen s vodičem a u odnosu na točku x, dobije se po principu superpozicije kao zbroj ulančanog toka koji stvara struja I_a u vodiču a (ψ_{aa}) i dijela toka stvorenog strujom I_b u vodiču b, ulančanog sa strujom vodiča a (ψ_{ab}) .

Obuhvaćeni magnetski tok što ga stvara vodič a u točki x : $\psi_{aa} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D_{ax}}{r'}$

Obuhvaćeni magnetski tok što ga stvaraju zajedno a i b u točki x:

$$\psi_{ab} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_b \cdot \int_D^{D_{bx}} \frac{dx}{x} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_b \cdot \ln \frac{D_{bx}}{D} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D_{bx}}{D}$$

Ukupni obuhvaćeni magnetski tok vodiča a:

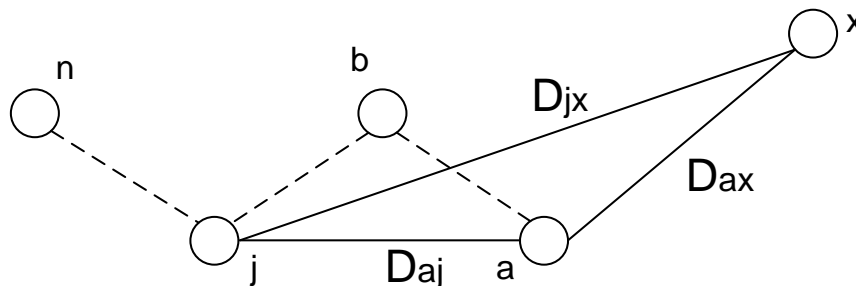
$$\begin{aligned} \psi_a &= \underbrace{\psi_{aa}}_{\text{vlastiti}} + \underbrace{\psi_{ab}}_{\substack{\text{ulančani} \\ \text{od struje } I_b}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \left(\ln \frac{D_{ax}}{r'} - \ln \frac{D_{bx}}{D} \right) \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \left(\ln \left(\frac{D}{r'} \cdot \frac{D_{ax}}{D_{bx}} \right) \right) \end{aligned}$$

Uz pretpostavku da $x \rightarrow \infty \Rightarrow D_{ax} \cong D_{bx}$ slijedi da je: $\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D}{r'}$

$$L_a = \frac{\psi_a}{I_a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r'}$$

Slučaj n paralelnih vodiča

$$\sum_{j=a}^n I_j = 0$$



$$\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{D_{jx}}{D_{aj}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln D_{jx} + \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}} \right)$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow D_{ax} = D_{bx} = \dots D_{jx} = \dots = D_{nx}$$

$$\sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln D_{jx} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \ln D_{jx} \cdot \sum_{j=a}^n I_j = 0$$

Ukupni magnetski tok obuhvaćen vodičem a:
$$\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}}$$

Isto tako vrijedi i zaostale vodiče:

$$\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}}$$

$$\psi_b = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{bj}}$$

$$\vdots$$

$$\psi_n = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{nj}}$$

$\psi = L \cdot I \Rightarrow L = \frac{\psi}{I}$ da bi dobili L treba izračunati ukupni
obuhvaćeni magnetski tok ψ jer struje znamo

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} = 2 \cdot 10^{-7} \underbrace{\begin{bmatrix} \overbrace{\ln \frac{1}{D_{aa}}}^{\text{vlastiti induktivitet vodiča}} & \ln \frac{1}{D_{ab}} & \dots & \overbrace{\ln \frac{1}{D_{an}}}^{\text{međusobni induktivitet vodiča}} \\ \ln \frac{1}{D_{ba}} & \vdots & & \vdots \\ \ln \frac{1}{D_{na}} & \dots & \dots & \ln \frac{1}{D_{nn}} \end{bmatrix}}_{\text{matrica parcijalnih induktiviteta (simetrična)}} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

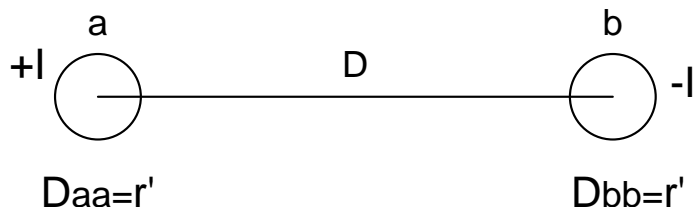
Matrica parcijalnih induktiviteta – u toj matrici svaki pojedini element kaže koliko ukupno ulančanog toka u vodiču a potječe od npr. vodiča b, c ...

$$D_{aa} = D_{bb} = \dots = r' \Rightarrow \text{udaljenost vodiča od samih sebe}$$

$$L_{ii} = \frac{\psi_{ii}}{I_i} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{1}{D_{ii}} \Rightarrow \text{vlastiti induktivitet}$$

$$L_{ij} = \frac{\psi_{ij}}{I_j} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{1}{D_{ij}} \Rightarrow \text{međui induktivitet}$$

Primjer za dva vodiča



Slika 5.8 Primjer za dva vodiča

$$I_a = I$$

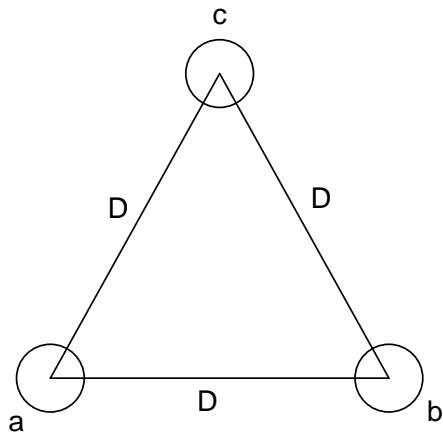
$$I_b = -I$$

$$D_{aa} = D_{bb} = r'$$

$$D_{ab} = D$$

$$\begin{aligned}\psi_a &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^n I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{ab}} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I \cdot \ln \frac{1}{r'} - I \cdot \ln \frac{1}{D} \right) \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{D}{r'}\end{aligned}$$

Primjer za simetrični trofazni vod



$$\sum_{j=a}^c I_j = 0 \qquad I_b + I_c = -I_a$$

Slika 5.9 primjer za simetrični trofazni vod

$$\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \sum_{j=a}^c I_j \cdot \ln \frac{1}{D_{aj}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[I_a \cdot \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c \cdot \ln \frac{1}{D_{ac}} \right]$$

$$\psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left[I_a \cdot \ln \frac{1}{r'} + \underbrace{(I_b + I_c)}_{-I_a} \cdot \ln \frac{1}{D} \right] = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \left[\ln \frac{1}{r'} - \ln \frac{1}{D} \right] = \underbrace{2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D}{r'}}_{\text{ista formula kao za dva vodiča}}$$

Simetrični trofazni sustav možemo promatrati kao jednofazni.

Jedinični kapacitet voda C_1

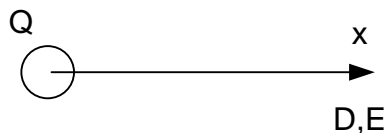
Kapacitet voda je svojstvo voda da uz određeni napon može na sebe primiti određenu količinu električnog naboja.

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta U} \left[\frac{C}{V} = \frac{As}{V} = F \right]$$

Električno polje u prostoru nastaje djelovanjem naboja svih vodiča, a naboj svakog vodiča nastaje utjecajem svih ostalih vodiča.

Napon je razlika potencijala.

Jedna ekvipotencijalna ploha izabire se za referentnu i prema njoj se određuju naponi svih ostalih vodiča

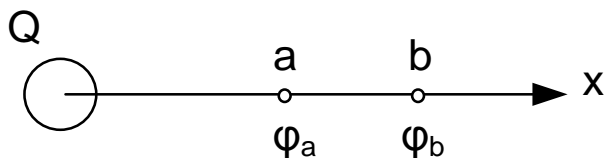


Uslijed djelovanja naboja Q na vodiču na udaljenosti x od vodiča gustoća električnog toka iznosi:

$$D = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot x \cdot l} \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

Jakost električnog polja (po jedinici duljine):

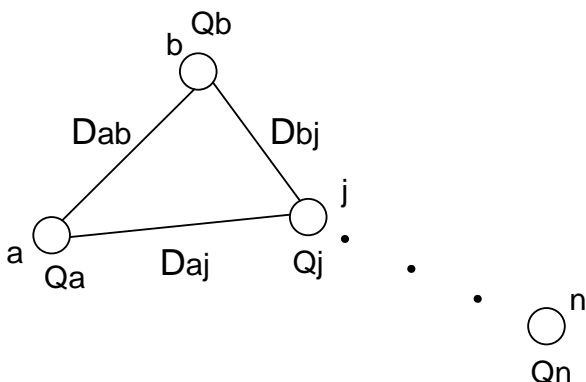
$$E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot x} \cdot 36 \cdot \pi \cdot 10^9 = (\text{uz } l=1) = 18 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{x} \left[\frac{V}{m} \right]$$



Razlika napona između a i b iznosi:

$$U_{ab} = - \int_b^a E \cdot dx = 18 \cdot 10^9 \cdot Q \cdot \ln \frac{b}{a} [V]$$

Kapacitet za n vodiča



Neka je zadan sustav od n vodiča, uz uvjet da je sustav zatvoren, tj. da je

$$\sum_{j=a}^n Q_j = 0$$

što znači da dovoljno daleko od sustava nema vodljivih tijela.

Pretpostavke za proračun kapaciteta za n vodiča:

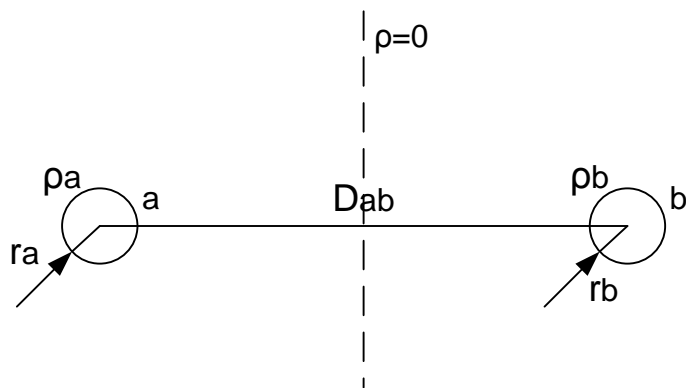
- Naboj je na površini vodiča, polje u vodiču jednako je nuli
- Vodič je homogen, naboj jednoliko raspoređen duž vodiča
- Jakost električnog polja duž voda se ne mijenja

$$U_{ab(j)} = 18 \cdot 10^9 \cdot Q_j \cdot \ln \frac{D_{bj}}{D_{aj}}$$

$$\left. \begin{aligned} U_{ab} &= 18 \cdot 10^9 \cdot \sum_{j=a}^n Q_j \cdot \ln \frac{D_{bj}}{D_{aj}} \\ U_{ac} &= 18 \cdot 10^9 \cdot \sum_{j=a}^n Q_j \cdot \ln \frac{D_{cj}}{D_{aj}} \\ &\vdots \\ U_{an} &= 18 \cdot 10^9 \cdot \sum_{j=a}^n Q_j \cdot \ln \frac{D_{nj}}{D_{aj}} \end{aligned} \right\} n-1 \text{ jednadžba}$$

$$\sum_{j=a}^n Q_j = 0$$

Primjer za dva vodiča (dvofazni vod)



Slika 6.14 Dvofazni vod

$$\sum_{j=a}^b Q_j = 0$$

$$Q_a = -Q_b = Q$$

$$D_{aa} = D_{bb} = r$$

$$D_{ab} = D_{ba} = D$$

$$U_{ab} = 18 \cdot 10^9 \cdot \sum_{j=a}^n Q_j \cdot \ln \frac{D_{bj}}{D_{aj}}$$

$$U_{ab} = 18 \cdot 10^9 \cdot \left(Q_a \cdot \ln \frac{D_{ba}}{D_{aa}} + Q_b \cdot \ln \frac{D_{bb}}{D_{ab}} \right)$$

$$= 18 \cdot 10^9 \cdot \left(Q \cdot \ln \frac{D}{r} - Q \cdot \ln \frac{r}{D} \right)$$

$$= 18 \cdot 10^9 \cdot Q \cdot 2 \cdot \ln \frac{D}{r}$$

$$U_{ab} = 36 \cdot 10^9 \cdot Q \cdot \ln \frac{D}{r}$$

$$C_a = \frac{Q_a}{U_a}$$

$$\left. \begin{array}{l} U_{ab} = \rho_a - \rho_b \\ \rho_a = -\rho_b = \rho \end{array} \right\} U_{ab} = 2 \cdot \rho$$

$$U_a = \rho_a = \frac{U_{ab}}{2} \ ; \ U_b = -\frac{U_{ab}}{2}$$

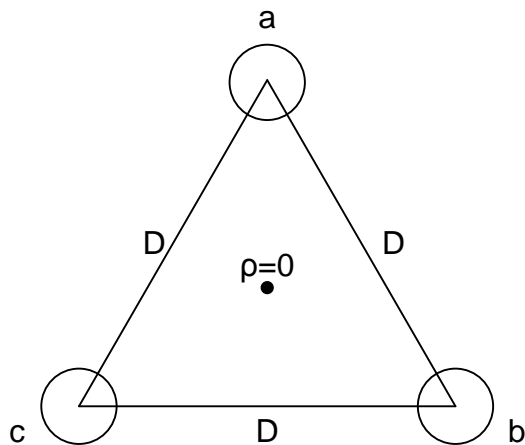
$$C_a = \frac{Q_a}{18 \cdot 10^9 \cdot Q \cdot \ln \frac{D}{r}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{D}{r}}$$

$$C_a = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{D}{r}} \left[\frac{F}{m} \right]$$

$$C_b = C_a$$

$$C_{uk} = \frac{C_a \cdot C_b}{C_a + C_b} = \frac{C_a^2}{2 \cdot C_a} = \frac{C_a}{2}$$

Kapacitet za trofazni vod (simetrični, ali u praksi obično nesimetrični)



Slika 6.15 Trofazni vod

$$D_{ab} = D_{bc} = D_{ac} = D$$

$$D_{aa} = D_{bb} = D_{cc} = r$$

$$Q_a + Q_b + Q_c = 0$$

$$Q_a = -Q_b - Q_c$$

$$\ln 1 = 0$$

$$U_{ab} = 18 \cdot 10^9 \cdot \left(Q_a \cdot \ln \frac{D_{ba}}{D_{aa}} + Q_b \cdot \ln \frac{D_{bb}}{D_{ab}} + Q_c \cdot \ln \frac{D_{bc}}{D_{ac}} \right)$$

$$U_{ac} = 18 \cdot 10^9 \cdot \left(Q_a \cdot \ln \frac{D_{ca}}{D_{aa}} + Q_b \cdot \ln \frac{D_{cb}}{D_{ab}} + Q_c \cdot \ln \frac{D_{cc}}{D_{ac}} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{ab} &= 18 \cdot 10^9 \cdot ((Q_a - Q_b)) \cdot \ln \frac{D}{r} \\ U_{ac} &= 18 \cdot 10^9 \cdot (Q_a - Q_c) \cdot \ln \frac{D}{r} \end{aligned} \right\} +$$

$$U_{ab} + U_{ac} = 18 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{D}{r} \cdot (Q_a - Q_b + Q_a - Q_c)$$

$$\underbrace{U_{ab} + U_{ac}}_{\cancel{3}U_a} = 18 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{D}{r} \cdot \cancel{3}Q_a$$

$$C_a = \frac{Q_a}{U_a} = \frac{Q_a}{18 \cdot 10^9 \cdot Q_a \cdot \ln \frac{D}{r}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{D}{r}}$$

$$C_a = C_b = C_c \rightarrow \text{kapaciteti po fazi}$$

Nesimetrični trofazni vod

Za nesimetrične vodove primjenjuje se metoda SGU (srednja geometrijska udaljenost):

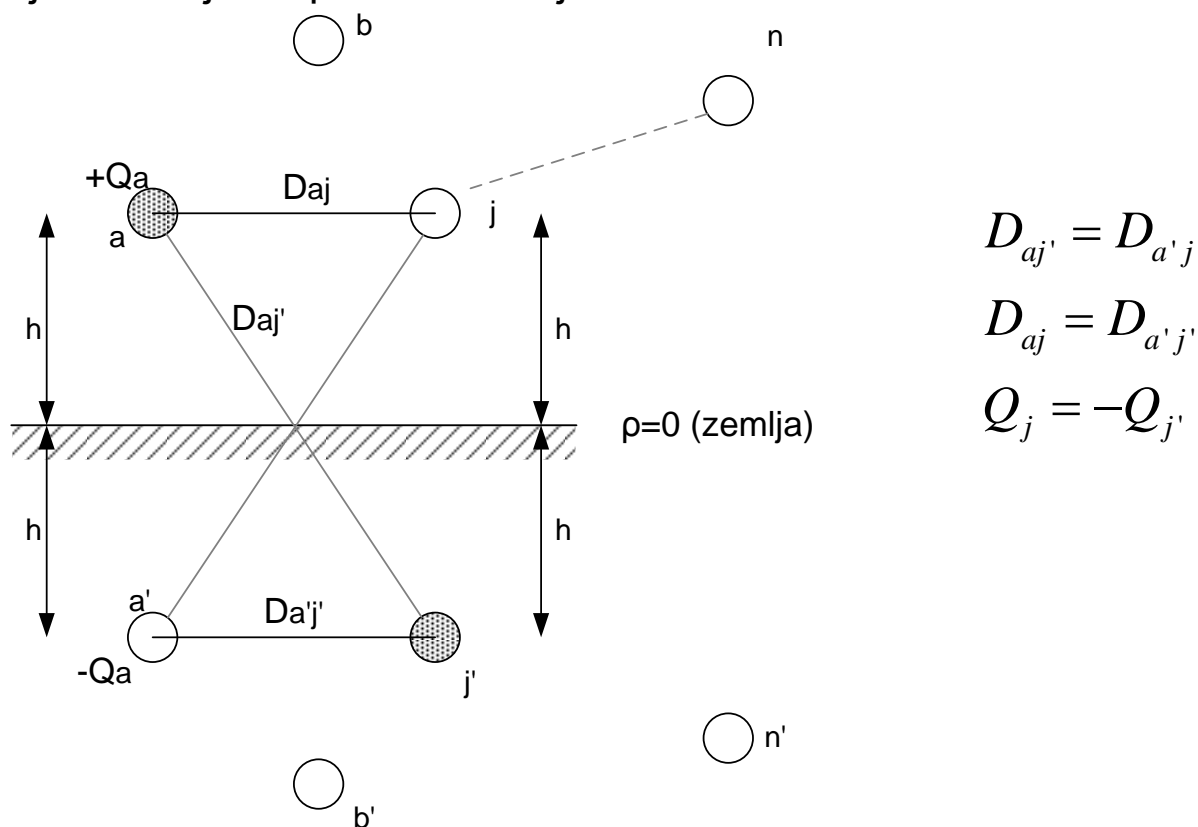
$$C_1 = C_a = C_b = C_c = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{D_m}{D_{ss}}}$$

međusobna SGU vodiča $D_m = \sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}$

vlastita SGU vodiča $D_{ss} = r$

Kapacitet s utjecajem zemlje

Pri proračunu moramo uzeti u obzir inducirani naboj na površini zemlje koji se metodom zrcalnih slika odslikava na istoj visini ispod površine zemlje sa suprotnim predznakom. Postupak zrcaljenja nam pomaže da u račun uključimo zemlju bez potrebe za određivanjem naboja na površini zemlje.



Slika 6.16 Kapacitet s utjecajem zemlje

$$\begin{aligned}
U_{aa'} &= 18 \cdot 10^9 \cdot \left(\sum_{j=a}^n Q_j \cdot \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}} + \sum_{j'=a'}^{n'} Q_{j'} \cdot \ln \frac{D_{a'j'}}{D_{aj'}} \right) \\
&= 18 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot \sum_{j=a}^n Q_j \cdot \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}} \\
&= 18 \cdot 10^9 \cdot \cancel{2} \cdot \sum_{j=a}^n Q_j \cdot \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}} = \cancel{2} \cdot U_a
\end{aligned}$$

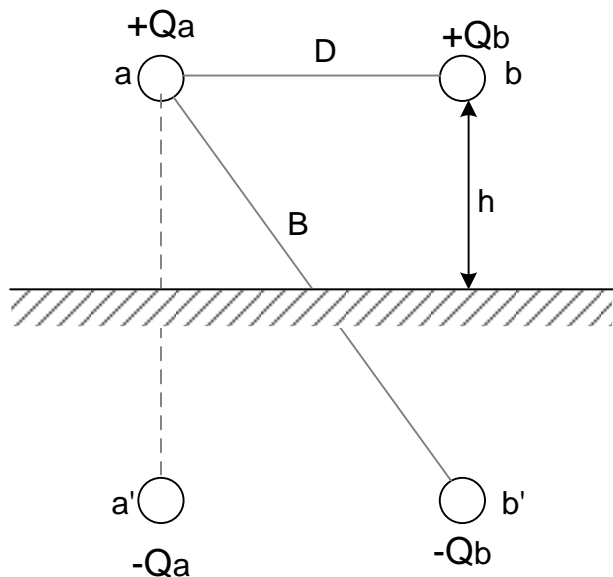
$$U_b = 18 \cdot 10^9 \cdot \sum_{j=a}^n Q_j \cdot \ln \frac{D_{b'j}}{D_{bj}}$$

⋮

$$U_n = 18 \cdot 10^9 \cdot \sum_{j=a}^n Q_j \cdot \ln \frac{D_{n'j}}{D_{nj}}$$

$$\sum_{j=a}^n Q_j + \sum_{j'=a'}^{n'} Q_{j'} = 0$$

Primjer za dva vodiča



Slika 6.17 Primjer za dva vodiča

$$Q_a = -Q_b = Q$$

$$D_{aa'} = Q_{bb'} = 2 \cdot h$$

$$D_{ab'} = Q_{a'b} = B$$

$$D_{ab} = D_{a'b'} = D$$

$$U_a = 18 \cdot 10^9 \cdot \left(Q_a \cdot \ln \frac{D_{a'a}}{D_{aa}} + Q_b \cdot \ln \frac{D_{a'b}}{D_{ab}} \right)$$

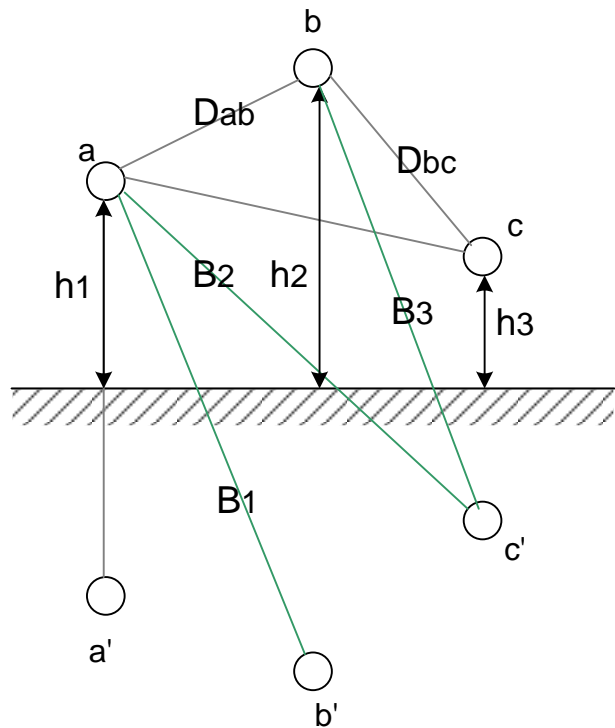
$$= 18 \cdot 10^9 \cdot Q_a \cdot \ln \left(\frac{D}{r} \cdot \frac{2 \cdot h}{B} \right)$$

$$C_a = \frac{Q_a}{U_a} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \cdot \ln \left(\frac{D}{r} \cdot \frac{2 \cdot h}{B} \right)}$$

za $\frac{2 \cdot h}{B} < 1 \Rightarrow$ zemlja utječe na povećanje kapaciteta

za $\frac{2 \cdot h}{B} \rightarrow 1 \Rightarrow$ utjecaj zemlje nestaje

Primjer za trofazni vod (nesimetrični slučaj)



Slika 6.18

$$D = \sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}$$

$$h = \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3}$$

$$B = \sqrt[3]{B_1 \cdot B_2 \cdot B_3}$$

kapacitet po fazi voda $C_a = C_b = C_c = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \cdot \ln \left(\frac{D}{r} \cdot \frac{2 \cdot h}{B} \right)}$

$$\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ \vdots \\ U_d \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \ln \frac{D_{a'a}}{D_{aa}} & \ln \frac{D_{a'b}}{D_{ab}} & \dots & \ln \frac{D_{a'n}}{D_{an}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n'a}}{D_{na}} & \dots & \dots & \ln \frac{D_{n'n}}{D_{nn}} \end{bmatrix}}_{\substack{\text{matrica potencijalnih koeficijenata } [P] \\ - \text{ realna, kvadratna, simetrična}}} \cdot \begin{bmatrix} Q_a \\ Q_b \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix}$$

$P_{ii} = 18 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{D_{i'i}}{D_{ii}} \rightarrow \text{dijagonalni elementi}$
 $P_{ik} = 18 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{D_{i'k}}{D_{ik}} \rightarrow \text{vandijagonalni elementi}$

Inverzijom $[P]$ matrice dobijemo matricu kapacitivnih koeficijenata $[K]$

$$\begin{bmatrix} Q_a \\ Q_b \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = [P^{-1}] \cdot \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ \vdots \\ U_d \end{bmatrix} \rightarrow [Q] = [K] \cdot [U]$$

$$[K] = \begin{bmatrix} + & - & - & - \\ - & + & - & - \\ - & - & + & - \\ - & - & - & + \end{bmatrix}$$

$$[P^{vod}] = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & P_{ac} & P_{ap} & P_{aq} \\ P_{ba} & P_{bb} & P_{bc} & P_{bp} & P_{bq} \\ P_{ca} & P_{cb} & P_{cc} & P_{cp} & P_{cq} \\ P_{pa} & P_{pb} & P_{pc} & P_{pp} & P_{pq} \\ P_{qa} & P_{qb} & P_{qc} & P_{qp} & P_{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [P_I] & [P_{II}] \\ [P_{III}] & [P_{IV}] \end{bmatrix}$$

Izdvajanje užeta se vrši na isti način kao i kod izdvajanja užeta kod uzdužne impedancije.

$$[P^e] = [P_I] - [P_{II}] [P_{IV}]^{-1} [P_{III}]$$

Matrica susceptancija se dobije množenjem matrice kapacitivnih koeficijenata s kružnom frekvencijom.

$$[B^{abc}] = 2\pi f [P^e]^{-1}$$

I konačno

$$[B^{012}] = [A]^{-1} [B^{abc}] [A]$$

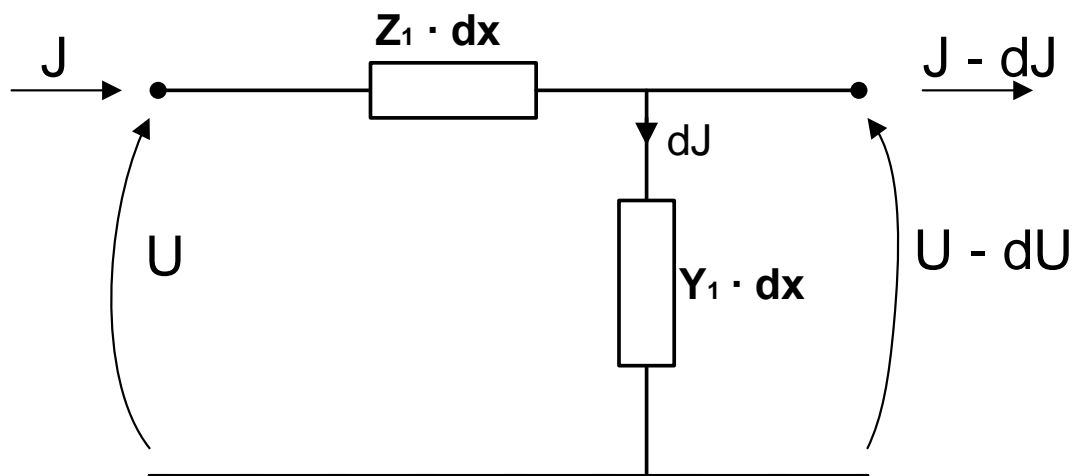
Napomena: ako je vod prepleten treba provesti simetriranje na isti način kao i kod proračuna uzdužne impedancije.

UVOD

Raspodjeljenost konstanti prijenosnog voda po jedinici duljine uvjetuje strujne i naponske prilike duž voda po posebnim formulama.

Da bi dobili koje formule vrijede potrebno je riješiti diferencijalne jednadžbe koje se izvađaju iz Ohmovog i Kirchhoffovog zakona primijenjenog na diferencijalu voda.

Prijenosne jednadžbe



Diferencijal voda s konstantama Z i Y

$$Z_1 = R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1$$

$$Y_1 = G_1 + j \cdot \omega \cdot C_1$$

$$-dU = J \cdot Z_1 \cdot dx$$

$$-dJ = U \cdot Y_1 \cdot dx$$

$$\begin{array}{l} \frac{dU}{dx} = -J \cdot Z_1 \\ \frac{dJ}{dx} = -U \cdot Y_1 \end{array} \quad \Bigg/ \quad dx$$

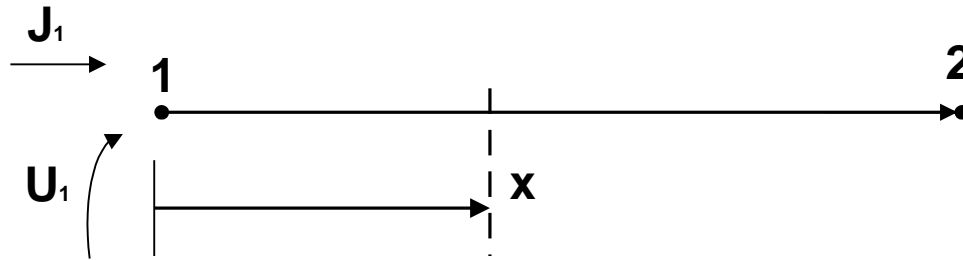
$$\frac{d^2U}{dx^2} = -Z_1 \cdot \frac{dJ}{dx}$$

$$\frac{d^2J}{dx^2} = -Y_1 \cdot \frac{dU}{dx}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d^2U}{dx^2} = Z_1 \cdot Y_1 \cdot U \\ \frac{d^2J}{dx^2} = Z_1 \cdot Y_1 \cdot J \end{array} \right\}$$

**Rješenje ovog sustava diferencijalnih
jednadžbi II reda daje
valna jednažba**

I. oblik



$$U = \frac{1}{2} (U_1 + Z_1 \cdot J_1) \cdot e^{-x} + \frac{1}{2} (U_1 - Z_1 \cdot J_1) \cdot e^{x}$$

$$J = \frac{1}{2} \left(J_1 + \frac{U_1}{Z_c} \right) \cdot e^{-x} + \frac{1}{2} \left(J_1 - \frac{U_1}{Z_c} \right) \cdot e^{x}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} \quad [\Omega] \quad \text{Karakteristična impedancija}$$

(kompleksni broj)

$$= \sqrt{Z_1 \cdot Y_1} \quad [1/km] \quad \text{Dubina prodiranja}$$

(kompleksni broj)

II. oblik

$$U = \frac{1}{2} \cdot U_1 \cdot e^{-x} + \frac{1}{2} \cdot U_1 \cdot e^{+x} + \frac{1}{2} \cdot Z_c \cdot J_1 \cdot e^{-x} - \frac{1}{2} \cdot Z_c \cdot J_1 \cdot e^{+x}$$

$$U = U_1 \cdot \cosh x - Z_c \cdot J_1 \cdot \sinh x$$

$$J = J_1 \cdot \cosh x - \frac{U_1}{Z_c} \cdot \sinh x$$

Ako uvrstimo $X=\ell$

$$U_2 = U_1 \cdot \cosh \ell - Z_c \cdot J_1 \cdot \sinh \ell$$

$$J_2 = J_1 \cdot \cosh \ell - \frac{U_1}{Z_c} \cdot \sinh \ell$$

Ako uvrstimo $X=-\ell$

$$U_1 = U_2 \cdot \cosh \ell + Z_c \cdot J_2 \cdot \sinh \ell$$

$$J_1 = J_2 \cdot \cosh \ell + \frac{U_2}{Z_c} \cdot \sinh \ell$$

III. oblik

Ako ℓ naznačimo sa $\ell = \theta = \sqrt{Z_1 \cdot Y_1} \cdot \ell = \sqrt{Z \cdot Y}$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_1 \cdot \ell}{Y_1 \cdot \ell}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \frac{\theta}{Y} = \frac{Z}{\theta}$$

$$U_1 = U_2 \cdot \text{ch}\theta + J_2 \cdot Z \frac{\text{sh}\theta}{\theta}$$

$$J_1 = J_2 \cdot \text{ch}\theta + U_2 \cdot Y \frac{\text{sh}\theta}{\theta}$$

Primjer:

Zadano: $Z_1 = 0.46 \angle 60^\circ \Omega/\text{km}$; $Y_1 = 3 \cdot 10^{-6} \angle -90^\circ \text{S}/\text{km}$; $\ell = 600 \text{ km}$

Rješenje:
$$= \sqrt{Z_1 \cdot Y_1} = \sqrt{0.46 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} \angle 75^\circ = 1.176 \cdot 10^{-3} \angle 75^\circ$$

$$\cdot \ell = 1.176 \cdot 10^{-3} \cdot 600 \angle 75^\circ = 0.706 \angle 75^\circ = 0.1828 + j 0.6822 = a + jb$$

$$\begin{aligned} \text{ch}(a + jb) &= \text{cha} \text{ch}(jb) + \text{sha} \text{sh}(jb) \\ &= \text{cha} \cos b + j \text{sha} \sin b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sh}(a + jb) &= \text{sha} \text{ch}(jb) + \text{cha} \text{sh}(jb) \\ &= \text{sha} \cos b + j \text{cha} \sin b \end{aligned}$$

$$\text{sh } a = \text{sh } 0.1828 = 0.1838$$

$$\text{ch } a = \text{ch } 0.1828 = 1.0167$$

$$\sin b = \sin (0.6822) = 0.6305$$

$$\cos b = \cos (0.6822) = 0.7762$$

$$\text{sh} (\cdot \ell) = 0.1838 \cdot 0.7762 + j 1.0167 \cdot 0.6305 = 0.1462 + j 0.642 = 0.65 \angle 77^\circ$$

$$\text{ch} (\cdot \ell) = 1.0167 \cdot 0.7762 + j 0.1838 \cdot 0.6305 = 0.80 \angle 8.2^\circ$$

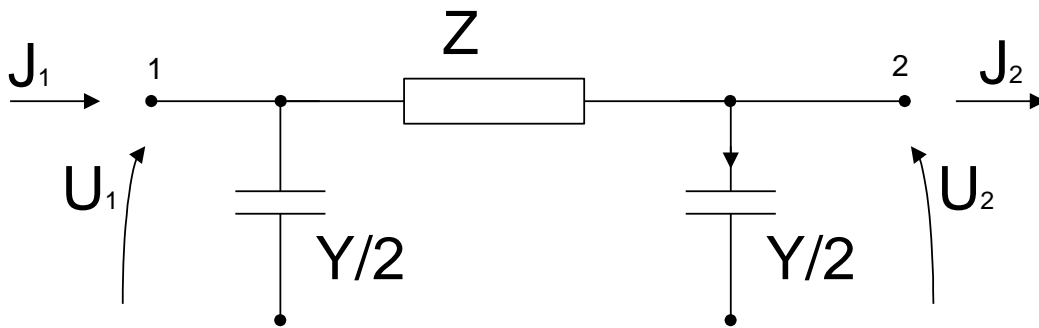
$$Z_c = \sqrt{\frac{0.46 \angle 60^\circ}{3 \cdot 10^{-6} \angle 90^\circ}} = 392 \angle -15^\circ$$

$$U_1 = U_2 \cdot 0.80 \angle 8.2^\circ + J_2 \cdot 392 \angle -15^\circ \cdot 0.65 \angle 77.5^\circ$$

$$= U_2 \cdot 0.80 \angle 8.2^\circ + J_2 \cdot 257.8 \angle 62.5^\circ \text{ kV}$$

$$J_1 = J_2 \cdot 0.80 \angle 8.2^\circ + U_2 \cdot 0.00167 \angle 92.5^\circ \text{ kA}$$

!!! Za U_2 uvrstiti fazni napon



$$I_{12} = I_2 + U_2 \cdot \frac{Y}{2}$$

$$\Delta U = I_{12} \cdot Z$$

$$U_1 = U_2 + \Delta U$$

$$J_1 = I_{12} + U_1 \cdot \frac{Y}{2}$$

$$U_1 = U_2 + I_{12} \cdot Z = U_2 + (I_2 + U_2 \cdot \frac{Y}{2}) \cdot Z$$

$$= U_2 \cdot (1 + \frac{YZ}{2}) + I_2 \cdot Z$$

$$I_1 = I_2 + U_2 \cdot \frac{Y}{2} + U_1 \cdot \frac{Y}{2} = I_2 + U_2 \cdot \frac{Y}{2} + [U_2 (1 + \frac{YZ}{2}) + I_2 \cdot Z] \cdot \frac{Y}{2}$$

$$= I_2 (1 + \frac{YZ}{2}) + U_2 \cdot \frac{Y}{2} [1 + (1 + \frac{YZ}{2})] = I_2 \cdot (1 + \frac{YZ}{2}) + U_2 \cdot \frac{Y}{2} (2 + \frac{YZ}{2})$$

$$\frac{YZ}{2} = \frac{0.46 \angle 60^\circ \cdot 600 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 600 \angle 90^\circ}{2} = 0.2484 \angle 150^\circ$$

$$1 + \frac{YZ}{2} = 1 - 0.21512 + j0.1242 = 0.78488 + j0.1242 = 0.7946 \angle 9^\circ$$

$$2 + \frac{YZ}{2} = 1.78448 + j0.1242 = 1.7888 \angle 9.98^\circ$$

$$Z = 0.46 \cdot 600 = 276 \, \Omega \angle 60^\circ$$

$$\frac{Y}{2} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 600}{2} = 0.9 \cdot 10^{-3} \, S \angle 90^\circ$$

$$\left(2 + \frac{YZ}{2}\right) \cdot \frac{Y}{2} = 1.78886 \angle 3.98^\circ \cdot 0.9 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ = 0.00161 \angle 93.98^\circ$$

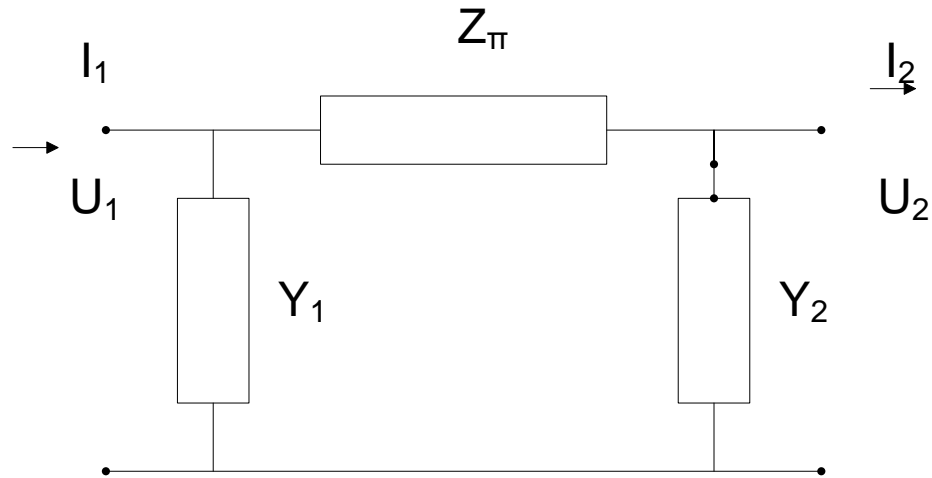
$$U_1 = U_2 \cdot 0.7946 \angle 9^\circ + I_2 \cdot 276 \angle 60^\circ$$

$$I_1 = I_2 \cdot 0.7946 \angle 9^\circ + U_2 \cdot 0.00161 \angle 93.98^\circ$$

PI -SCHEME

$$U_1 = U_2 \cdot ch(\gamma l) + I_2 \cdot Z_c \cdot sh(\gamma l)$$

$$I_1 = I_2 \cdot ch(\gamma l) + \frac{U_2}{Z_c} \cdot sh(\gamma l)$$



PI –SHEMA

$$I_{12} = I_2 + U_2 \cdot Y_2$$

$$U_1 = U_2 + \Delta U = U_2 + (I_2 + U_2 \cdot Y_2) \cdot Z_\pi$$

$$U_1 = U_2(1 + Z_\pi \cdot Y_2) + I_2 \cdot Z_\pi$$

$$I_1 = I_2 + U_2 \cdot Y_2 + U_1 Y_1$$

$$I_1 = I_2 + U_2 \cdot Y_2 [U_2(1 + Y_2 \cdot Z_\pi) + I_2 \cdot Z_\pi] Y_1$$

$$I_1 = I_2 \frac{1 + Z_\pi \cdot Y_1}{1 + Y_2 \cdot Z_\pi} + U_2 \left[Y_2 + Y_1 \frac{1 + Y_2 \cdot Z_\pi}{1 + Y_2 \cdot Z_\pi} \right]$$

$$Z_\pi = Z_c \cdot sh(\gamma l)$$

PI SHEMA

- Uz iste strujne i naponske prilike vrijedi:

$$Y_1 = Y_2 = Y_\pi - \text{zbog simetričnosti}$$

$$1 + Y_1 \cdot Z_\pi = 1 + Y_2 \cdot Z_\pi = ch(\gamma l)$$

$$\frac{sh(\gamma l)}{Z_c} = Y_\pi [1 + 1 + Y_\pi \cdot Z_\pi] = Y_\pi [2 + Y_\pi \cdot Z_\pi]$$

$$\frac{sh(\gamma l)}{Z_c} = Y_\pi [1 + ch(\gamma l)]$$

PI - SHEMA

- Slijedi:

$$Y_{\pi} = \frac{1}{Z_c} \cdot \frac{sh(\gamma l)}{1 + ch(\gamma l)}$$

$$\gamma = \sqrt{Z_1 \cdot Y_1} \quad \gamma = \alpha + j\beta \quad [1/km]$$

α – konstanta prigušenja

β – fazna konstanta

PI SHEMA

$$\gamma l = \theta = \sqrt{Z \cdot Y} - \text{bez dimenzija}$$

$$\operatorname{ch} \theta = 1 + 2 \cdot \operatorname{sh}^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\operatorname{sh} \theta = 2 \cdot \operatorname{sh} \frac{\theta}{2} \cdot \operatorname{ch} \frac{\theta}{2}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} = \frac{Z}{\theta} = \frac{\theta}{Y}$$

$$Z_\pi = Z_c \cdot \operatorname{sh} \theta = Z \cdot \frac{\operatorname{sh} \theta}{\theta}$$

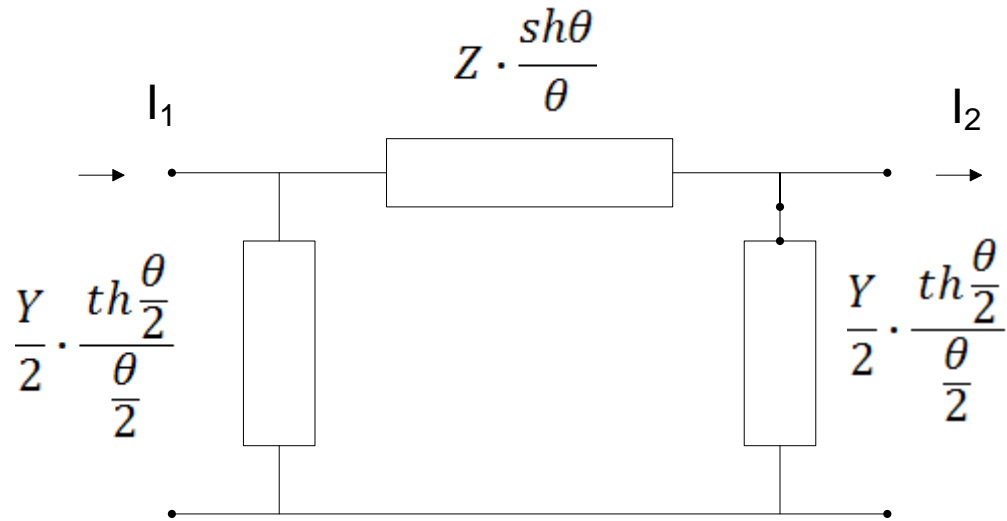
PI SHEMA

$$Y_{\pi} = \frac{Y}{\theta} \cdot \frac{2 \cdot sh \frac{\theta}{2} \cdot ch \frac{\theta}{2}}{1 + 1 + 2 \cdot sh^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$Y_{\pi} = \frac{Y}{\theta} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot sh \frac{\theta}{2} \cdot ch \frac{\theta}{2}}{\cancel{2} + \cancel{2} \cdot ch^2 \frac{\theta}{2} - \cancel{2}}$$

$$Y_{\pi} = \frac{Y}{2} \cdot \frac{th \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}}$$

PI - SHEMA



$$\frac{sh\theta}{\theta} = 1 + \frac{\theta^2}{3!} + \frac{\theta^4}{5!} + \dots$$

$$\theta^2 = Z \cdot Y$$

$$ch\theta = 1 + \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \dots$$

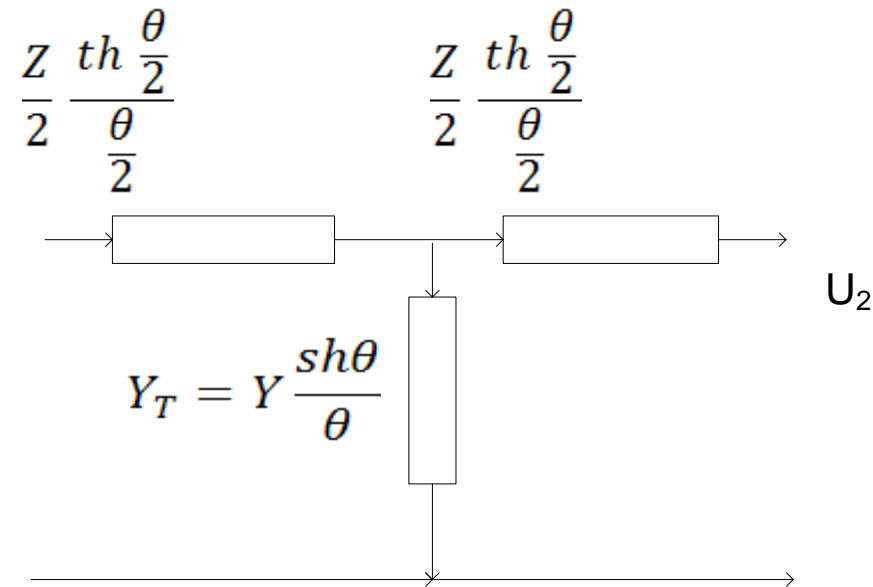
$$\frac{th\frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} = 1 - \frac{\theta^2}{12} + \dots$$

T - SHEMA

$$\frac{Z_T}{2} = Z_c \frac{ch(\gamma l) - 1}{sh(\gamma l)} = \frac{Z}{2} \frac{th \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}}$$

$$Y_T = \frac{1}{Z_c} sh(\gamma l)$$

$$Y_T = Y \frac{sh\theta}{\theta}$$



$$U_n = 380 \text{ kV}$$

PRIMJER

Vod Zagreb – Ernestinovo
3x2x490/65 AČ + 2x120 Alumovel

$$l = 245 \text{ km}$$

$$U_n = 380 \text{ kV}$$

$$R_1 = 0,0295 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$X_1 = 0,328 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$G_1 = 0$$

$$(C_1 = 11.077 \cdot 10^{-9} \text{ F}/\text{km})$$

$$B_1 = 0,348 \cdot 10^{-5} \text{ S}/\text{km}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} = \sqrt{\frac{0.0295 + j0.328}{j0.348 \cdot 10^{-5}}} = \sqrt{\frac{0.32932 \angle 84.86^\circ}{j0.348 \cdot 10^{-5} \angle 90^\circ}}$$

$$= 307.62 \angle -2.57^\circ \Omega$$

$$\gamma = \sqrt{Z_1 \cdot Y_1} = \sqrt{0.32932 \angle 84.86^\circ \cdot 0.348 \cdot 10^{-5} \angle 90^\circ}$$

$$= 1.07053 \cdot 10^{-3} \angle 87.43^\circ$$

$$\theta = \gamma \cdot l = 0.26228 \angle 87.43^\circ$$

$$\cosh \theta = 1 + \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^6}{6!} + \dots$$

$$\cosh \theta - 1 = \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^6}{6!} + \dots$$

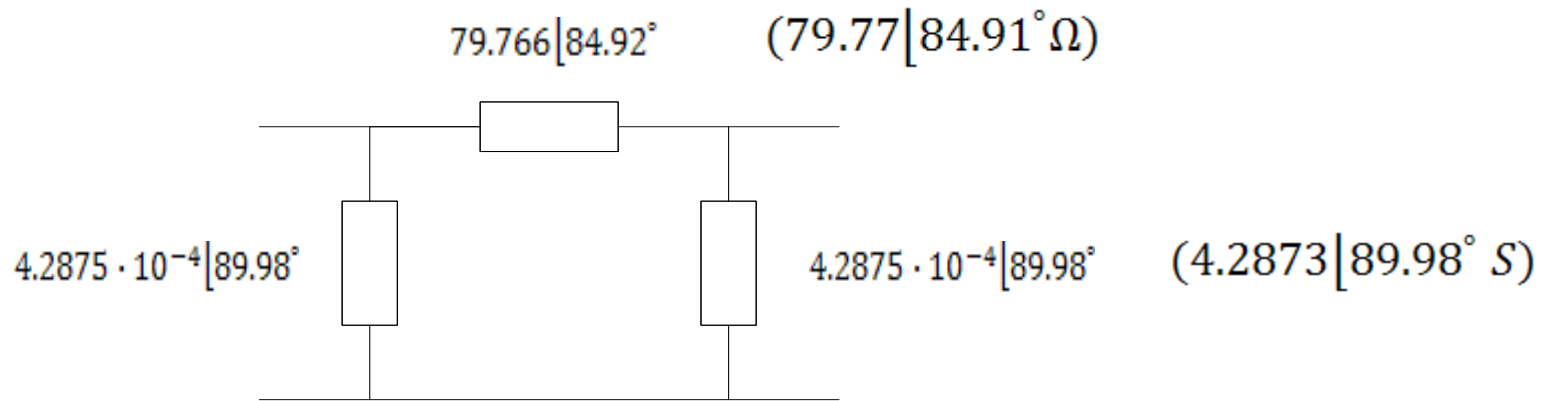
$$= \frac{0.0688 \angle 174.86^\circ}{2} + \frac{0.00473 \angle 379.72^\circ}{2} + \dots$$

$$\begin{aligned}
sh\theta &= \theta + \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \dots = \\
&= 0.26228 \angle 87.43^\circ + \frac{0.01804 \angle 262.39^\circ}{6} \dots = \\
&= j0.26202 + 0.01176 - 0.0004 - j0.00298 \dots = \\
&= 0.0113623 + j0.25905 = \mathbf{0.2593 \angle 87.488^\circ}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{Z_c} \cdot \frac{ch\theta - 1}{sh\theta} &= \frac{1 \cdot 0.0342}{307.623 \cdot 0.2593} \angle 174.9 + 2.57 - 87.488 \\
&= 4.2875 \cdot 10^{-4} \angle 89.98^\circ
\end{aligned}$$

$$\theta^2 = 0.0688 \angle 179.86 \quad \text{iz dijagrama: } \frac{sh\theta}{\theta} \rightarrow 0.9887 \angle 0.05^\circ$$

$$\frac{th\frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} \rightarrow 1.0057 \angle -0.02^\circ$$

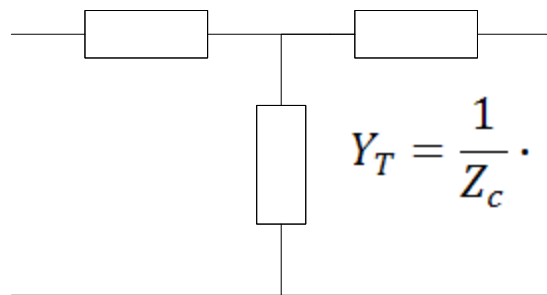


Iz Dijagrama

$$Z_\pi = 0.32932 [84.86 \cdot 245 \cdot 0.9887 [0.05 = 79.77 [84.91^\circ \Omega$$

$$\begin{aligned} \frac{Y_\pi}{2} &= B_1 \cdot l/2 \cdot \frac{th \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} \\ &= 0.348 \cdot 10^{-5} \left[90^\circ \cdot 245/2 \cdot 1.0057 [-0.02 \right. \\ &= 4.2873 [89.98^\circ S \end{aligned}$$

$$\frac{Z_T}{2} = Z_c \cdot \frac{ch\theta - 1}{sh\theta} \quad 40.5735 \angle 84.84^\circ \Omega$$

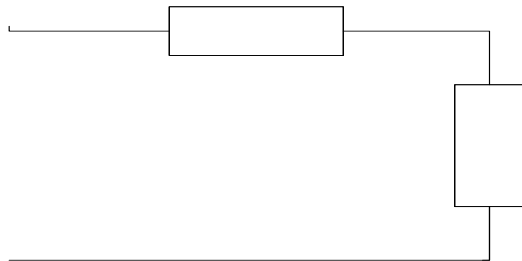


$$Y_T = \frac{1}{Z_c} \cdot sh\theta = 8.42915 \cdot 10^{-4} \angle 90.058^\circ S$$

$$Y_T = \frac{Z_T}{2} = \frac{Z}{2} \cdot \frac{th\frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} = 40.5735 \angle 84.84^\circ \Omega$$

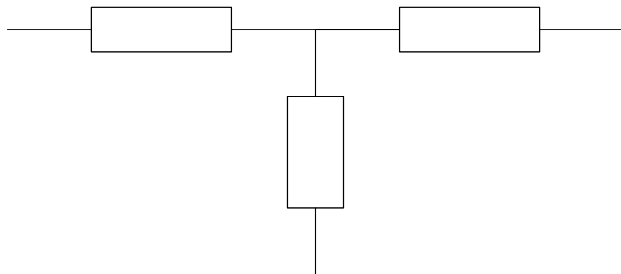
$$Y \cdot \frac{sh\theta}{\theta} = 8.42915 \cdot 10^{-4} \angle 90.058^\circ S$$

PRAZNI HOD kod T-sheme



$$Z_0 = 40.5735 \left[84.842 + \frac{1}{8.42915 \cdot 10^4} \right] - 90.058 = 3.64766 + j40.4092 \\ - 1.20094 - j1.18636 \cdot 10^3 = 2.44672 - j1.14595 \cdot 10^3 \\ = 1.1459526 \cdot 10^3 \angle -89.8776$$

KRATKI SPOJ kod T - sheme



$$Z_k = \frac{Z_T}{2} + \frac{\frac{Z_T}{2} \cdot \frac{1}{Y_T}}{\frac{Z_T}{2} + \frac{1}{Y_T}} =$$

$$= 40.5735 \left[84.842 + \frac{40.5735 \cdot \frac{1}{8.42915 \cdot 10^{-4}} \angle 84.842 - 90.058}{1.1459526 \cdot 10^3 \angle -89.8776} \right] =$$

$$= 3.64766 + j40.4092 + 3.908 + j41.822 = 7.5556 + j82.2312$$

$$\begin{aligned}
Z_c &= \sqrt{Z_0 \cdot Z_k} \\
&= \sqrt{1.1459526 \cdot 10^3 [-89.8776 \cdot 82.577589] 84.7502634} \\
&= \mathbf{307.62 [-2.56]}
\end{aligned}$$

$$Z_0 = \frac{Z_T}{2} + \frac{1}{Y_T} = Z_c \cdot \frac{ch\theta - 1}{sh\theta} + \frac{Z_c}{sh\theta} = \frac{Z_c}{sh\theta} (ch\theta - 1 + 1) = Z_c \cdot cth\theta$$

$$Z_k = \frac{Z_T}{2} + \frac{\frac{Z_T}{2} \cdot \frac{1}{Y_T}}{\frac{Z_T}{2} + \frac{1}{Y_T}} = Z_c \frac{ch\theta - 1}{sh\theta} + \frac{Z_c \frac{ch\theta - 1}{sh\theta} \cdot \frac{Z_c}{sh\theta}}{Z_c cth\theta} =$$

$$= Z_c \frac{ch\theta - 1}{sh\theta} + Z_c \frac{ch\theta - 1}{sh^2\theta} \cdot \frac{sh\theta}{ch\theta} = \frac{Z_c}{sh\theta} \left(ch\theta - 1 + \frac{ch\theta - 1}{ch\theta} \right) =$$

$$= \frac{Z_c}{sh\theta} \left[\frac{ch^2\theta - 1}{ch\theta} \right] = Z_c \frac{sh^2\theta}{sh\theta \cdot ch\theta} = Z_c th\theta$$

$$Z_c = \sqrt{Z_0 \cdot Z_k} = \sqrt{Z_c \cdot cth\theta \cdot Z_c \cdot th\theta} = Z_c$$