

PRIJENOS I DISTRIBUCIJA ELEKTRIČNE ENERGIJE

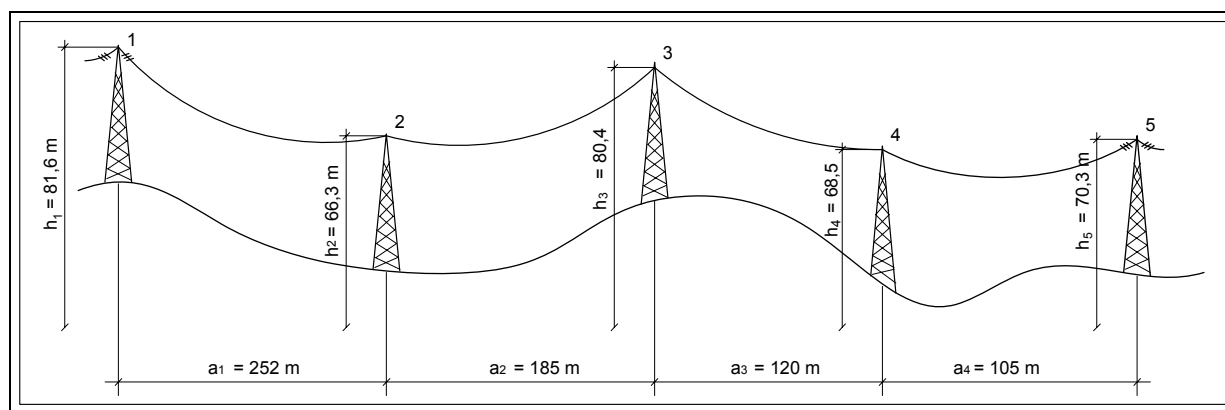
1. KONSTRUKCIJSKI RAD - MEHANIČKI PRORAČUN NADZEMNIH VODOVA

Izračunajte i izradite montažne tablice provjesa i naprezanja vodiča za zatezno polje prikazanog slikom jednog nadzemnog voda nazivnog napona 220 kV.

Vodič: HRN N.C1.351 Al/Fe **360/57**

Maksimalno radno naprezanje (N/mm^2): **100**

Faktor normalnog dodatnog tereta: **1,0**



Slika 1. Zatezno polje

Tablica 1. Podaci vodiča HRN N.C1.351 Al/Fe

Podaci vodiča	Al/Fe - 360/57
Nazivni presjek (mm^2)	360/57
Računski presjek A (mm^2)	417,54
Promjer vodiča d (mm)	26,6
Uzdužna masa m_l (kg/m)	1,471
Modul elastičnosti E (N/mm^2)	77 000
Koeficijent linearnog toplinskog istezanja β ($1/^\circ\text{C}$)	$18,9 \cdot 10^{-6}$
Normalno dozvoljeno naprezanje σ_d (N/mm^2)	110
Iznimno dozvoljeno naprezanje σ_i (N/mm^2)	210

ALGORITAM ZA IZRADU MONTAŽNIH TABLICA PROVJESA I NAPREZANJA ZA ZATEZNO POLJE OD n RASPONA

- VODIČ: HRN N.C1.351 Al/Fe - _____
 Zatezno polje: stup br. _____ - stup br. _____
 Maksimalno radno naprezanje: _____ (N/mm²)
 Faktor normalnog dodatnog tereta k: _____

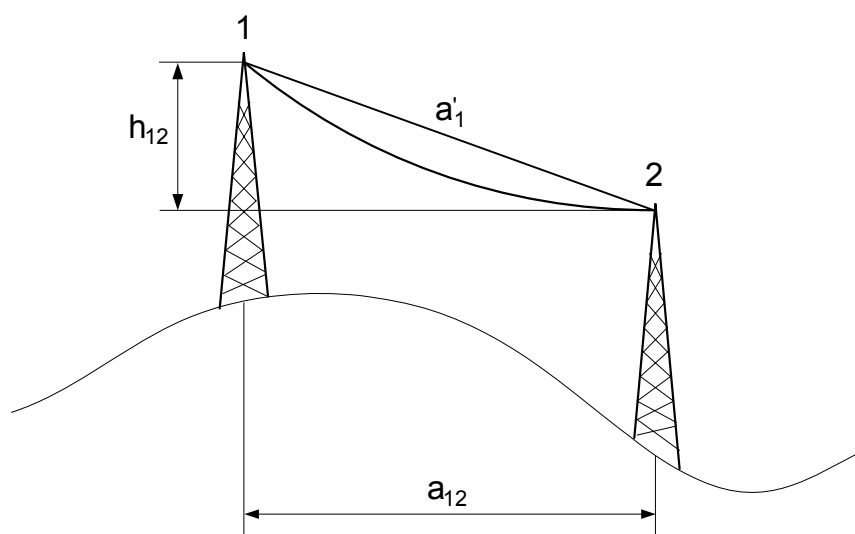
[illegible]

1. PRIKUPLJANJE PODATAKA O VODIČU I SMJEŠTAJU ZATEZNOG POLJA

Vodič	AlFe 360/57
$A =$	$417,54 \text{ mm}^2$
$d =$	$26,6 \text{ mm}$
$m_l =$	$1,471 \text{ kg/m}$
$E =$	77000 N/mm^2
$\beta =$	$18,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
$\sigma_d =$	110 N/mm^2
$\sigma_i =$	210 N/mm^2
$k =$	$1,0$ (faktor normalnog dodatnog tereta)

Profil trase

Iz profila trase određuju se rasponi, denivelacije i spojnice ovjesišta. Veličine koje se određuju definirane se sljedećom slikom.



Slika 2. Raspon, denivelacija, spojnica ovjesišta

Značenje oznaka na slici 2 su sljedeće:

a_{12} – raspon

a_1' – spojnica ovjesišta

h_{12} - denivelacija

RASPONI:

$$a_1 = 252 \text{ m}$$

$$a_2 = 185 \text{ m}$$

$$a_3 = 120 \text{ m}$$

$$a_4 = 105 \text{ m}$$

DENIVELACIJE OVJESIŠTA:

$$h_{12} = h_2 - h_1 = 66,3 - 81,6 = -15,3 \text{ m}$$

$$h_{23} = h_3 - h_2 = 80,4 - 66,3 = 14,1 \text{ m}$$

$$h_{34} = h_4 - h_3 = 68,5 - 80,4 = -11,9 \text{ m}$$

$$h_{45} = h_5 - h_4 = 70,3 - 68,5 = 1,8 \text{ m}$$

SPOJNICE OVJESIŠTA:

$$a'_1 = \sqrt{h_{12}^2 + a_1^2} = \sqrt{(-15,3)^2 + 252^2} = 252,46 \text{ m}$$

$$a'_2 = \sqrt{h_{23}^2 + a_2^2} = \sqrt{14,1^2 + 185^2} = 185,54 \text{ m}$$

$$a'_3 = \sqrt{h_{34}^2 + a_3^2} = \sqrt{(-11,9)^2 + 120^2} = 120,59 \text{ m}$$

$$a'_4 = \sqrt{h_{45}^2 + a_4^2} = \sqrt{1,8^2 + 105^2} = 105,2 \text{ m}$$

2. ODREĐIVANJE DODATNOG TERETA I REDUCIRANE TEŽINE VODIČA

Reducirana težina odnosno specifična težina nezaleđenog vodiča iznosi:

$$g_0 = \frac{G_0}{A} = \frac{m_1 \cdot g}{A} = \frac{1,471 \cdot 9,81}{417,54} = 34,561 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m \cdot mm^2}$$

Reducirana težina leda, uz uvažavanje faktora normalnog dodatnog tereta, koja se stvara na vodiču iznosi:

$$g_l = k \cdot \frac{0,18 \cdot \sqrt{d} \cdot g}{A} = 1,0 \cdot \frac{0,18 \cdot \sqrt{26,6} \cdot 9,81}{417,54} = 21,81 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m \cdot mm^2}$$

Konačno, reducirana težina zaleđenog vodiča jednaka je zbroju reducirane težine nezaleđenog vodiča i reducirane težine leda, odnosno:

$$g_z = g_0 + g_l = 34,561 \cdot 10^{-3} + 21,81 \cdot 10^{-3} = 56,371 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m \cdot mm^2}$$

3. ODABIR MAKSIMALNOG RADNOG NAPREZANJA σ_{\max}

Maksimalno naprezanje vodiča zadano je tekstom zadatka i iznosi:

$$\sigma_{\max} = 100 \frac{N}{mm^2}$$

4. IZRAČUNAVANJE KRITIČNOG RASPONA

Kritični raspon određuje početne uvjete za jednadžbu stanja. Naime, vrijednost idealnog raspona koja će biti određena u sljedećoj točki usporedit će se s kritičnim rasponom te će se moći utvrditi da li je početno stanje -20°C bez dodatnog opterećenja ledom ili -5°C uz dodatno opterećenje ledom.

$$a_k = \sigma_{\max} \sqrt{\frac{360\beta}{g_z^2 - g_0^2}} = 100 \sqrt{\frac{360 \cdot 18,9 \cdot 10^{-6}}{(56,371 \cdot 10^{-3})^2 - (34,561 \cdot 10^{-3})^2}} = 185,223 \text{ m}$$

5. IZRAČUNAVANJE IDEALNOG RASPONA

Da bi mogli odrediti početne uvjete za jednadžbu stanja, kritični raspon potrebno je usporediti s tzv. idealnim rasponom kojim se nadomještaju pojedini rasponi unutar zateznog polja. Denivelacije ovjesišta uzimaju se u obzir korekcijskim faktorom.

$$a_{idealno} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n a_i^3}{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^3}{a_i^2}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^2}{a_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^3}{a_i^2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{252^3 + 185^3 + 120^3 + 105^3}{\frac{252,46^2}{252} + \frac{185,54^2}{185} + \frac{120,59^2}{120} + \frac{105,02^2}{105}} \cdot \frac{\frac{252,46^3}{252^2} + \frac{185,54^3}{185^2} + \frac{120,59^3}{120^2} + \frac{105,02^3}{105^2}}{\frac{252,46^2}{252} + \frac{185,54^2}{185} + \frac{120,59^2}{120} + \frac{105,02^2}{105}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{25220258}{665,225} \cdot \frac{666,846}{665,225}} = 195,1855 \text{ m}$$

6. ODABIR OSNOVNOG STANJA JEDNADŽBE STANJA

$a_{idealno} < a_k \Rightarrow$ početno stanje je **-20°C bez dodatnog opterećenja**

$a_{idealno} > a_k \Rightarrow$ početno stanje je **-5°C uz dodatno opterećenje ledom**

$$a_{idealno} = 195,1855 \text{ m} > a_k = 185,223 \text{ m}$$

Početno stanje definiraju, dakle, sljedeće veličine:

$$\theta_I = -5^\circ\text{C}$$

$$g_I = g_z = 56,371 \cdot 10^{-3} \text{ N/(m} \cdot \text{mm}^2)$$

$$\sigma_I = \sigma_{max} = 100 \text{ N/mm}^2$$

7. IZRAČUN HORIZONTALNOG NAPREZANJA ZA ZATEZNO POLJE ZA ODABRANE TEMPERATURE $\bar{\sigma}_2, \sigma_2$

Obzirom da postoje denivelacije ovjesišta u zateznom polju, računamo nadomjesno maksimalno naprezanje:

$$\bar{\sigma} = \sigma \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^3}{a_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^2}{a_i}} \Rightarrow \sigma = \bar{\sigma} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^2}{a_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^3}{a_i^2}}$$

Za horizontalnu trasu bez denivelacija vrijedi: $\bar{\sigma} = \sigma = \sigma_{max}$

Jednadžba stanja za kosi raspon glasi:

$$\frac{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2}{E} + \beta(g_1 - g_2) = \frac{a_{ideal \ln o}^2}{24} \left(\frac{g_1^2}{\bar{\sigma}_1^2} - \frac{g_2^2}{\bar{\sigma}_2^2} \right)$$

Početno stanje je:

$$\theta_I = -5^\circ\text{C}$$

$$g_I = g_z = 56,371 \cdot 10^{-3} \text{ N/(m} \cdot \text{mm}^2)$$

$$\sigma_I = \sigma_{max} = 100 \text{ N/mm}^2 \quad \Rightarrow \quad \bar{\sigma}_1 = \sigma_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^3}{a_i'^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^2}{a_i'}} = 100,24 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Slijedi izračun nadomjesnih naprezanja $\bar{\sigma}_2$ rješavanjem kubne jednadžbe i potom stvarnog naprezanja σ_2 za temperature od -20°C do 40°C . Uvrštavanjem vrijdnosti početnog stanja u jednadžbu stanja dobivamo:

$$\frac{100,24 - \bar{\sigma}_2}{77000} + 18,9 \cdot 10^{-6} (-5 - g_2) = \frac{195,1855^2}{24} \left(\frac{(56,371 \cdot 10^{-3})^2}{100,24^2} - \frac{(34,561 \cdot 10^{-3})^2}{\bar{\sigma}_2^2} \right)$$

U prethodnoj jednadžbi mijenjamo temperature i određujemo naprezanja $\bar{\sigma}_2$ i σ_2 .

NAPOMENA:

Za sve temperature osim -5°C računamo s reduciranom težinom nezaleđenog vodiča.

U nastavku će se pokazati slijed proračuna naprezanja vodiča za temperaturu -20°C .

1) $\theta_2 = -20^\circ\text{C}$

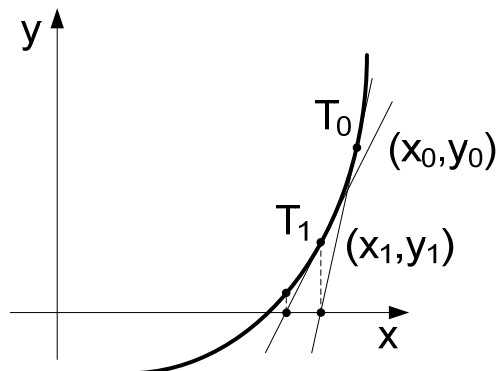
$$\frac{100,24 - \bar{\sigma}_2}{77000} + 18,9 \cdot 10^{-6} (-5 - (-20)) = \frac{195,1855^2}{24} \left(\frac{(56,371 \cdot 10^{-3})^2}{100,24^2} - \frac{(34,561 \cdot 10^{-3})^2}{\bar{\sigma}_2^2} \right)$$

$$\bar{\sigma}_2 + 21,8295 = 38,8406 - \frac{145996,004}{\bar{\sigma}_2^2}$$

$$\bar{\sigma}_2^3 - 83,418 \cdot \bar{\sigma}_2^2 - 145996,004 = 0 \rightarrow \text{KUBNA JEDNADŽBA}$$

DIGRESIJA – RJEŠAVANJE KUBNE JEDNADŽBE METODOM TANGENTE (NEWTONOVA METODA)

1. Odaberemo početnu točku (x_0, y_0) i u njoj povučemo tangentu na zadanu krivulju.



2. Jednadžba tangente u točki (x_0, y_0) glasi:

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0) = y'_0 \cdot (x - x_0)$$

3. Sjecište tog pravca s osi apscisa, daje nam novu točku $T(x_1, 0)$ pa imamo:

$$\begin{aligned} y_T - y_0 &= y'_0 \cdot (x_T - x_0) \\ -y_0 &= y'_0 \cdot (x_1 - x_0) \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_0 - y_0 / y'_0 \end{aligned}$$

4. Iz točke $T_1(x_1, 0)$ dignemo okomicu. Ta okomica siječe krivulju u točki $T_1(x_1, y_1)$. U toj točki vučemo novu tangentu na zadanu krivulju, koja siječe os apscisu u novoj točki $T_2(x_2, 0)$ pa imamo:

$$x_2 = x_1 - y_1 / y'_1 \quad \text{prikazani postupak nastavljamo dalje, odnosno:}$$

$$x_{n+1} = x_n - y_n / y'_n$$

NASTAVAK RJEŠAVANJA ZADATKA

Dakle, ako primijenimo metodu tangente na problem rješavanja kubne jednadžbe dobit ćemo sljedeće izraze:

$$y = f(\bar{\sigma}_2) = \bar{\sigma}_2^3 - 83,418 \cdot \bar{\sigma}_2^2 - 145996,004 = 0$$

$$y = f(x) = x^3 - 83,418 \cdot x^2 - 145996,004 = 0$$

Početnu vrijednost za opisani iterativni postupak određujemo kao prvo pozitivno rješenje $f(x_0)$, odnosno uvrštavamo u kubnu jednadžbu proizvoljne vrijednosti dok ne dobijemo pozitivan rezultat. Nakon što dobijemo pozitivnu vrijednost $f(x_0)$, krećemo u rješavanju kubne jednadžbe prema metodi tangente uz upravo tu vrijednost x_0 .

Tablica 2. Određivanje početne vrijednosti x_0 za iterativni postupak

x	0	50	70	100
f(x)	-145996,004	-229541,004	-211744,204	+19823,996

1. ITERACIJA

$$x_0 = 100$$

$$y_0 = 19823,996$$

$$y' = 3 \cdot x^2 - 166,836 \cdot x$$

$$y'_0 = 3 \cdot x_0^2 - 166,836 \cdot x_0$$

$$y'_0 = 3 \cdot 100^2 - 166,836 \cdot 100 = 13316,4$$

$$x_1 = x_0 - y_0 / y'_0 = 100 - 19823,996 / 13316,4 = 98,5113$$

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 = 98,5113 - 100 = -1,4887$$

Iterativni postupak nastavljamo dok razlika između dvije uzastopne iteracije ne bude manja od $\epsilon = 0,01$.

2. ITERACIJA

$$x_1 = 98,5113$$

$$y_1 = 476,567$$

$$y'_1 = 3 \cdot x_1^2 - 166,836 \cdot x_1$$

$$y'_1 = 3 \cdot 98,5113^2 - 166,836 \cdot 98,5113 = 12678,20$$

$$x_2 = x_1 - y_1 / y'_1 = 98,5113 - 476,567 / 12678,20 = 98,4737$$

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 = 98,4737 - 98,5113 = -0,0376 > \epsilon$$

3. ITERACIJA

$$x_2 = 98,4737$$

$$y_2 = 0,16665$$

$$y'_2 = 3 \cdot x_2^2 - 166,836 \cdot x_2$$

$$y'_2 = 3 \cdot 98,4737^2 - 166,836 \cdot 98,4737 = 12662,25$$

$$x_3 = x_2 - y_2 / y'_2 = 98,4737 - 0,16665 / 12662,25 = 98,47368$$

$$\Delta x_3 = x_3 - x_2 = 98,47368 - 98,4737 = -0,000013 < \epsilon$$

Budući je razlika između 3. i 2. iteracije manja od ϵ , iteracijski postupak se zaustavlja. Dobivena vrijednost odgovara nadomjesnom naprezanju za temperaturu -20°C .

$$\overline{\sigma}_2 = 98,4737 \text{ N/mm}^2$$

Stvarno naprezanje, računamo iz nadomjesnog:

$$\sigma_2 = \overline{\sigma}_2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^2}{a_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{a_i'^3}{a_i^2}} = 98,4737 \frac{665,225}{666,846} = 98,2343 \frac{N}{mm^2}$$

Isti postupak ponavljamo za sve ostale temperature.

Provjes idealnog raspona pri različitim temperaturama računamo iz izraza:

$$f = \frac{a_{idea\ln o}^2 \cdot g_g}{8 \cdot \sigma_g}$$

U prethodnom izrazu g_g označava reduciranu težinu vodiča pri temperaturi g . Kao što je već prije bilo istaknuto, za sve temperature osim -5°C , reducirana težina jednaka je reduciranoj težini nezaleđenog vodiča. Samo za temperaturu -5°C potrebno je računati s reduciranom težinom zaleđenog vodiča.

σ_g označava naprezanje vodiča pri temperaturi g .

Horizontalnu silu za idealni raspon računamo prema izrazu:

$$F_g = \sigma_g \cdot A$$

U nastavku je prikazana tablica s rezultatima proračuna za idealni raspon i to za sve temperature.

Tablica 3. Rezultat proračuna za idealni raspon

g	-20°C	-10°C	0°C	10°C	20°C	30°C	40°C	$-5^\circ\text{C}+\text{LED}$
$\overline{\sigma}_2 \left(\frac{N}{mm^2} \right)$	98,474	87,803	78,191	69,76	62,537	56,457	51,387	100,24
$\sigma_2 \left(\frac{N}{mm^2} \right)$	98,235	87,59	78,002	69,591	62,385	56,32	51,263	100
$f(\text{m})$	1,6754	1,879	2,11	2,365	2,6382	2,9223	3,2106	2,6845
$F_H (\text{N})$	41017,12	36572,23	32568,96	29056,9	26048,41	23515,99	21404,35	41754

8. IZRAČUNAVANJE PROVJESA ZA POJEDINE RASPONE I ODABRANE TEMPERATURE (f, f')

Za horizontalni raspona bez denivelacije provjes se računa prema izrazu:

$$f = \frac{a^2 \cdot g_g}{8 \cdot \sigma_g}$$

Kao i kod idealnog raspona i za stvarne raspone reduciranu težinu i naprezanje moramo uvrstiti u ovisnosti o temperaturi pri kojoj računamo provjes.

Budući da trasa voda nije horizontalna, već postoje razlike u visinama ovjesišta stupova, stvarni raspon f' računamo prema:

$$f' = f \cdot \frac{a'}{a} = \frac{a^2 \cdot g_g}{8 \cdot \sigma_g} \cdot \frac{a'}{a} = \frac{a \cdot a' \cdot g_g}{8 \cdot \sigma_g}$$

U nastavku će biti pokazan proračun provjesa za prvi raspon za sve temperature.

Dakle, raspon br. 1:

$$t = -20^\circ\text{C} \quad f' = \frac{a \cdot a' \cdot g_0}{8 \cdot \sigma_{-20^\circ\text{C}}} = \frac{252 \cdot 252,46 \cdot 34,561 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 98,2352} = 2,7979 \text{ m}$$

$$t = -10^\circ\text{C} \quad f' = \frac{a \cdot a' \cdot g_0}{8 \cdot \sigma_{-10^\circ\text{C}}} = \frac{252 \cdot 252,46 \cdot 34,561 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 87,59} = 3,1379 \text{ m}$$

$$t = 0^\circ\text{C} \quad f' = \frac{a \cdot a' \cdot g_0}{8 \cdot \sigma_{0^\circ\text{C}}} = \frac{252 \cdot 252,46 \cdot 34,561 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 78,002} = 3,5236 \text{ m}$$

$$t = 10^\circ\text{C} \quad f' = \frac{a \cdot a' \cdot g_0}{8 \cdot \sigma_{10^\circ\text{C}}} = \frac{252 \cdot 252,46 \cdot 34,561 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 69,5908} = 3,9495 \text{ m}$$

$$t = 20^\circ\text{C} \quad f' = \frac{a \cdot a' \cdot g_0}{8 \cdot \sigma_{20^\circ\text{C}}} = \frac{252 \cdot 252,46 \cdot 34,561 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 62,3854} = 4,4057 \text{ m}$$

$$t = 30^\circ\text{C} \quad f' = \frac{a \cdot a' \cdot g_0}{8 \cdot \sigma_{30^\circ\text{C}}} = \frac{252 \cdot 252,46 \cdot 34,561 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 56,3203} = 4,8801 \text{ m}$$

$$t = 40^\circ\text{C} \quad f' = \frac{a \cdot a' \cdot g_0}{8 \cdot \sigma_{40^\circ\text{C}}} = \frac{252 \cdot 252,46 \cdot 34,561 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 51,263} = 5,3615 \text{ m}$$

$$t = -5^\circ\text{C} + \text{LED} \quad f' = \frac{a \cdot a' \cdot g_z}{8 \cdot \sigma_{-5^\circ\text{C} + \text{LED}}} = \frac{252 \cdot 252,46 \cdot 56,371 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 100} = 4,4831 \text{ m}$$

Montažna tablica s rezultatima proračuna za sve raspone data je na kraju ovog dokumenta.

9. ODREĐIVANJE KRITIČNE TEMPERATURE

Stanje u kojem će nastupiti najveći provjes određujemo iz kritične temperature. Kritična temperatura određuje se prema sljedećem izrazu:

$$\vartheta_k = \frac{\sigma_z}{\beta \cdot E} \left(1 - \frac{g_0}{g_z} \right) - 5$$

U gornjem izrazu σ_z označava naprezanje zaleđenog vodiča. Ukoliko uspoređivanjem kritičnog raspona i idealnog raspona izade da se najveće naprezanje pojavljuje pri temperaturi -5°C uz dodatno opterećenje ledom tada nam je poznat iznos σ_z jer je upravo jednak maksimalnom naprezanju. Međutim, ako se pokaže da maksimalno naprezanje nastaje pri temperaturi -20°C , tada je potrebno izračunati naprezanje zaleđenog vodiča (σ_z) odnosno naprezanje pri -5°C uz dodatno opterećenje ledom, rješavanjem kubne jednačbe.

Dakle:

$$\vartheta_k = \frac{100}{18,9 \cdot 10^{-6} \cdot 77000} \left(1 - \frac{34,561 \cdot 10^{-3}}{56,371 \cdot 10^{-3}} \right) - 5 = 21,59^\circ\text{C}$$

Ponovno postoje dvije mogućnosti kod kojih nastaje najveći provjes:

- 1) Ako je $\vartheta_k < +40^\circ\text{C}$ -> NAJVEĆI PROVJES NASTAJE PRI $+40^\circ\text{C}$
- 2) Ako je $\vartheta_k > +40^\circ\text{C}$ -> NAJVEĆI PROVJES NASTAJE PRI -5°C UZ LED

Prethodnim proračunom pokazali smo da najveći provjes nastaje pri 40°C što je u skladu i s prije određenom kritičnom temperaturom.

Iznos samog provjesa određujemo prema prethodno navedenom izrazu:

