

Rješenja 5., 6. i 7. zadatka sa zadnjih auditornih. Na nekoliko mjesta postoji više solucija kako nastaviti dalje, tu će biti objašnjenja za jedno i drugo.

**Legenda :** 'ass' - solucija asistenta, 'my' - moj način, 'obj' - objašnjenje onoga što slijedi

**5.)** U tablici su prikazane razine prijamne snage mjerene u jednom velikom zatvorenom prostoru. Mjerenja su vršena na frekvenciji od 900 MHz. Neka je referentna udaljenost  $d_0 = 1\text{ m}$  a faktor K se može odrediti iz Friisove formule za tu udaljenost. Potrebno je odrediti:

1) Eksponent prigušenja koji će minimizirati srednju kvadratnu pogrešku mjernih rezultata u odnosu na pretpostavljeni model ( $L=K(d/d_0)^n$ ).

2) Prijamnu snagu na udaljenosti od 150 m uz odašiljačku snagu od 0 dBm.

$d \text{ (m)}$	$1/L = P_{RX}/P_{TX}$ (dB)	$L = P_{TX}/P_{RX}$ (dB)
10	-70	70
20	-75	75
50	-90	90
100	-110	110
300	-125	125

**Zadano:**

$f = 900\text{ MHz}$

$d_0 = 1\text{ m}$

L - model s potencijom i referentnom vrijednosti K (na  $d_0$ )

**Rješenje:**

**1)**

'obj' - Kako je u tablici zadano prigušenje sa  $1/L$  (inace jako bistar pristup --), ovdje postoje 2 solucije kako doći do rješenja. Staviti ću rjesenja na oba načina pa sami birajte što vam se sviđa

**a)** 'ass' - Asistent je ovo rjesio tako da je nastavio modificirati sve dijelove zadataka da odgovaraju predloženom principu u tablici. To uključuje raspis 'modela' u stilu:

$$\frac{1}{L}(\text{dB}) = \frac{1}{K} \left( \frac{d}{d_0} \right)^{-n}$$

Nadalje to se logaritmiri i pritom pretpostavlja da je K logaritmiran u sklopu svoje jednačbe pa se ispred njega na pise  $10\log(K)$  nego samo K i sve skupa se uvrštava u jednačbu za  $F(n)$  - slijedi u nastavku.

**b)** 'my' - Ono što bi trebalo svima biti jasno je da kad su logaritmi u pitanju  $1/L(\text{dB}) = -L(\text{dB})$ , pa je puno logičnije napraviti dodatni stupac u tablici koji ima samo 'L' i jednak je  $-(1/L)$ ... Ništa nije promjenjeno, ništa nije izgubljeno, to je identična stvar napisana kao omjer odaslane/primljene umjesto obratno. No ovaj model sada daleko olakšava nastavak rješavanja jer se originalni model ne mora mijenjati ni modificirati nego ostaje:

$$L(\text{dB}) = K \left( \frac{d}{d_0} \right)^n$$

### **Nastavak rješenja:**

Ideja za minimiziranje srednje kvadratne pogreške sustava je u stvaranju nove funkcije koja će opisivati ono što trebamo u ovisnosti o parametru koji nas zanima. Potom ćemo njenu derivaciju izjednačiti sa nulom da bi dobili naš parametar (derivacija fje služi za pronalazak ekstrema, a nama treba minimum). Fja ide od 1 do 5 jer imamo 5 mjerenja.

### **Funkcija kvadratne pogreške:**

$$F(n) = \sum_{i=1}^5 [L_{mj_i}(d_i) - L_{model}(d_i)]^2$$

$$\frac{dF}{dn} = F'(n)$$

$$K = 20 \log \left( \frac{4\pi d_0}{\lambda} \right) = 32,53 \text{ dB}$$

**a)**

$$\frac{1}{L} = -K - 10n \log \left( \frac{d}{d_0} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dn} &= \sum_{i=1}^5 [L_{mj_i} - (-K - 10n \log(\frac{d}{d_0}))]^2 \\ \frac{dF}{dn} &= \sum_{i=1}^5 2 * \left[ L_{mj_i} + K + 10n \log \left( \frac{d}{d_0} \right) \right] * 10 \log \left( \frac{d}{d_0} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$0 = \sum_{i=1}^5 L_{mj_i} + 5K + 10n \sum_{i=1}^5 \log \left( \frac{d}{d_0} \right)$$

$$n = \frac{-\sum_{i=1}^5 L_{mj_i} - 5K}{10 \sum_{i=1}^5 \log \left( \frac{d}{d_0} \right)} = \frac{470 - 157,65}{84,77} \Rightarrow n = 3.69$$

b)

$$L = K + 10n \log \left( \frac{d}{d_0} \right)$$

$$\frac{dF}{dn} = \sum_{i=1}^5 [L_{mj_i} - (K + 10n \log \left( \frac{d}{d_0} \right))]^2$$

$$\frac{dF}{dn} = \sum_{i=1}^5 2 * \left[ L_{mj_i} - K - 10n \log \left( \frac{d}{d_0} \right) \right] * 10 \log \left( \frac{d}{d_0} \right) = 0$$

$$0 = \sum_{i=1}^5 L_{mj_i} - 5K - 10n \sum_{i=1}^5 \log \left( \frac{d}{d_0} \right)$$

$$n = \frac{\sum_{i=1}^5 L_{mj_i} - 5K}{10 \sum_{i=1}^5 \log \left( \frac{d}{d_0} \right)} = \frac{470 - 157,65}{84,77} \Rightarrow n = 3.69$$

Ako se pitate 'Pa u čemu je razlika, samo par + i -?', razlika je u tome što u ovom načinu se koriste sve poznate formule i metode bez ikakvih modifikacija ili pretvaranja iz ovog-u-ono, dok se u asistentovom načinu mora iz koraka u korak paziti gdje je prebačeno u 1/x i gdje nije, gdje je + a gdje - i na kraju iskoristiti prave vrijednosti da se dobije rezultat...

2)

#### **Nastavak:**

Sad kad imamo 'n', možemo raspisati naš model kao:

$$L = K + 36,9 \log \left( \frac{d}{d_0} \right)$$

Iz čega dobijemo da je prigušenje za d=150m - L = 111.83dB, te koristeći  $P_{TX} = P_{RX} - L$  dobiti da je snaga na prijemu  $P_{TX} = -111.83\text{dBm} / 6.56 * 10^{-12} \text{ mW}$ , odnosno  $P_{TX} = -141.83\text{dB} / 6.56 * 10^{-15} \text{ W}$  ( $P_{RX} = 0 \text{ dBm}$ )

**6.)** U jednom velegradu postoje dva operatera mobilne telefonije, A i B. Operater A ima 380 ćelija sa po 18 kanala u svakoj ćeliji, a operater B ima 410 ćelija sa po 1 kanala u svakoj ćeliji. Ukoliko se zahtijeva vjerojatnost blokiranja 2% te uz pretpostavku da svaki korisnik ostvaruje jedan poziv na sat, trajanju od 3 min, potrebno je odrediti koliki broj korisnika je podržan sa strane operatera A, a koliki od operatera B.

Uputa: Broj korisnika se računa po ćeliji a ukupan broj korisnika se dobije množenjem s brojem ćelija!

**operater A:** 380 ćelija - 18 kanala

**operater B:** 410 ćelija - 16 kanala

$$\lambda = 1 \text{ poziv/h}$$

$$T = 3 \text{ min/poziv}$$

**op. A)**

$$\text{Ponuđeni promet} - A = \lambda * T \rightarrow A = 3/60 = \mathbf{0.05 \text{ erl}}$$

Ukupni promet -  $A_p = \mathbf{11.491 \text{ erl}}$  - Ovo se iscitava iz ErlangB tablice, gdje je % u stupcu, a kanal u retku

$$\text{Broj\_korisnika/ćeliji} = A_p/A = \mathbf{229,82} \quad - \text{ uzima se samo } \mathbf{229} \text{ jer } 0.82 \text{ nije do kraja popunjen okvir}$$

$$\text{Broj\_korisnika\_ukupno} = 229 * 380 = 87020 \text{ korisnika.}$$

**op. B)**

$$\text{Ponuđeni promet} - A = \lambda * T \rightarrow A = 3/60 = \mathbf{0.05 \text{ erl}}$$

$$\text{Ukupni promet} - A_p = \mathbf{9.828 \text{ erl}}$$

$$\text{Broj\_korisnika/ćeliji} = A_p/A = \mathbf{196,56} \quad - \text{ uzima se samo } 192 \text{ jer } 0.56 \text{ nije do kraja popunjen okvir}$$

$$\text{Broj\_korisnika\_ukupno} = 196 * 410 = 80360 \text{ korisnika.}$$

**Zaključak:** Operater A podržava više korisnika nego operater B.

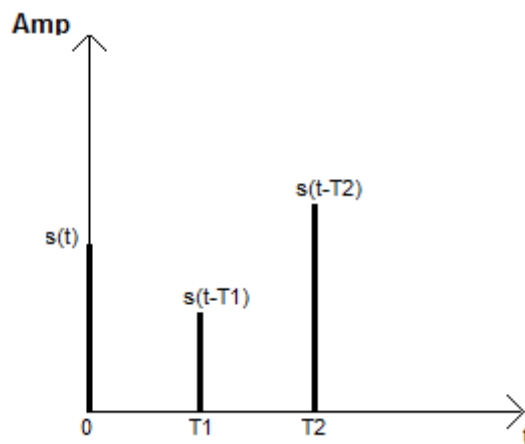
7.) Signal na mjestu prijama sastoji se od tri višestazne komponente (tri staze) plus šum. Signal se može prikazati kao  $r(t) = a_0 s(t) + a_1 s(t - \tau_1) + a_2 s(t - \tau_2) + n(t)$

gdje su  $|a_0/a_1| = |a_2/a_1| = -5\text{dB}$ ,  $\tau_1 = 1\text{ us}$  i  $\tau_2 = 8\text{ us}$  (prva komponenta je vremenska referenca  $\tau_0 = 0\text{ us}$ ). Sveukupna snaga komponenti signala je  $1,2\text{ W}$  (ne računajući šum). Potrebno je odrediti:

- 1) Koja je razlika u duljini između najkraće i najdulje staze?
- 2) Odrediti ekcesno srednje kašnjenje i srednje kvadratno kašnjenje kanala.
- 3) Procijeniti koherencijski pojas.
- 4) Uz koherencijski pojas odrediti selektivnost kanala u odnosu na slijedeće standarde: GSM i DECT.

#### Napomena:

Slika nije u mjerilu, već služi samo kao vizualizacija onoga što je u zadatku, za lakšu orijentaciju...



#### Rješenje:

1) Ovaj dio je prilično intuitivan... Najkraću stazu ima onaj signal koji prvi dođe do MS, najdulju onaj koji zadnji dođe. Imamo vremena kašnjenja zadana.

$$\Delta d = d_{\text{najdulje}} - d_{\text{najkraće}}$$

$$\Delta d = (\tau_2 - \tau_0) * c$$

$$\Delta d = 8 * 10^{-6} \text{ s} * 3 * \frac{10^8 \text{ m}}{\text{s}}$$

$$\Delta d = 2400 \text{ m}$$

#### 2) Formule:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum P_k * \tau_k}{\sum P_k}$$

$$\bar{\tau}^2 = \frac{\sum P_k * \tau_k^2}{\sum P_k}$$

Ove sume idu od 0 (ili 1) do broja mjerenja/signala koja imamo, znači kod nas  $k=[0,2]$ .

'obj' - u zadatku imamo zadanu ukupnu snagu svih signala  $P = 1.2W$  i imamo zadane omjere između amplituda pojedinih signala. Za potrebe izračuna vremena potrebne su nam zasebne snage  $P_0, P_1, P_2$ . Ovdje ponovno postoje 2 solucije kako doći do tih snaga, asistentova koja je po mom mišljenju nepotrebno dugačka i još nepotrebnije komplicirajuća i moja koja je ustvari samo primjena nekih logičnih zaključaka...

'ass' - asistent je ovdje u izračun snaga krenuo sa sljedećim pretpostavkama :

1. Amplitude signala su kvadratno proporcionalne snazi signala ( $P = U^2/R$  sa pretpostavkom  $R = 1\Omega$ )

2. Iz danih omjera u dB se može izračunati konkretni omjer svakog napona ali pritom treba paziti na gore-spomenuti kvadrat pa prebacivanje -5dB nije kao '10log' nego kao '20log'. Izraze se omjeri amplituda preko  $a_0$ , te se sa kvadratima prebace u jedn. za snagu pa se ponovno vraćaju i onda još jednom prebacuju u snage (primjećujete nepotrebnu komplikaciju?)...

'my' - uzimajući u obzir gore navedenu stavku '1.' i znajući što su logaritmi stvarno, možemo iz danih omjera amplituda primjetiti da su to ujedno i omjeri snaga sa istim omjerom (kvadrira se sve, pa se samo pazi kod prebacivanja -5dB da je sada sa '10log', a ne '20log'). Obzirom da nas stvarno zanimaju samo snage a ne amplitude, na ovaj način izbjegnemo 4 prebacivanja iz jednog u drugo i kvadratne jednačbe.

a) 'ass' -

$$\frac{a_0}{a_1} = \frac{a_2}{a_1} = -5dB = 10^{\frac{-5}{20}} = 0.5623$$

$$a_0 = a_2$$

$$a_1 = 1.7783a_0$$

$$P \triangleq a_x^2$$

$$a_0^2 + 3.1623a_0^2 + a_0^2 = 1.2W$$

$$a_0^2 = 0.23245$$

$$a_0 = a_2 = 0.4821$$

$$a_1 = 0.85731$$

$$P_0 = P_2 = 0.2325W$$

$$P_1 = 0.735W$$

b) 'my' -

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} = -5dB = 10^{\frac{-5}{10}} = 0.31623$$

$$P_0 = P_2$$

$$P_1 = 3.1623P_0$$

$$P_0 + 3.1623P_0 + P_0 = 1.2W$$

$$P_0 = P_2 = 0.2325W$$

$$P_1 = 0.735W$$

'obj' - tehnički postupak je isti, ali se izbjegne cijela zamka sa '20log' umjesto '10log' kod amp-snaga prebacivanja i cijela zavrzlama oko prebacivanja iz jednog u drugo 4 puta...

#### **Nastavak Rješenja:**

'obj' - Sad imamo sve snage i sva vremena, neću raspisivati izračun suma jer je to trivijalno, s tim da je donja suma u oba izraza = 1.2W kako je i zadano:

$$\bar{\tau} = 2.1625 \mu s$$

$$\bar{\tau}^2 = 13.0125 \mu s$$

3) Koherencijski pojas se određuje iz formule:

$$B_C = \frac{1}{5 * \tau_{RMS}} = 69.27 kHz$$

$$\tau_{RMS} = \sqrt{(\bar{\tau})^2 - \bar{\tau}^2} = 2.887 \mu s$$

4) E sad dolazi zanimljiv dio (not), naime sada bi mi valjda sami trebali znat da su sirine pojaseva za GSM = 200kHz i DECT = 1,728MHz...

Uglavnom ovdje zaključimo da naš pojas od ~70kHz ne može prenositi niti jedan od ova dva jer je preuzak...

Ako ima kakvih pitanja, pitajte na temi da svi vide i pitanje i odgovor...

Nadam se da će ovo biti od kakve-takve koristi...

SRETNOST NA ISPITU ☺