Planiranje pogona EES-a

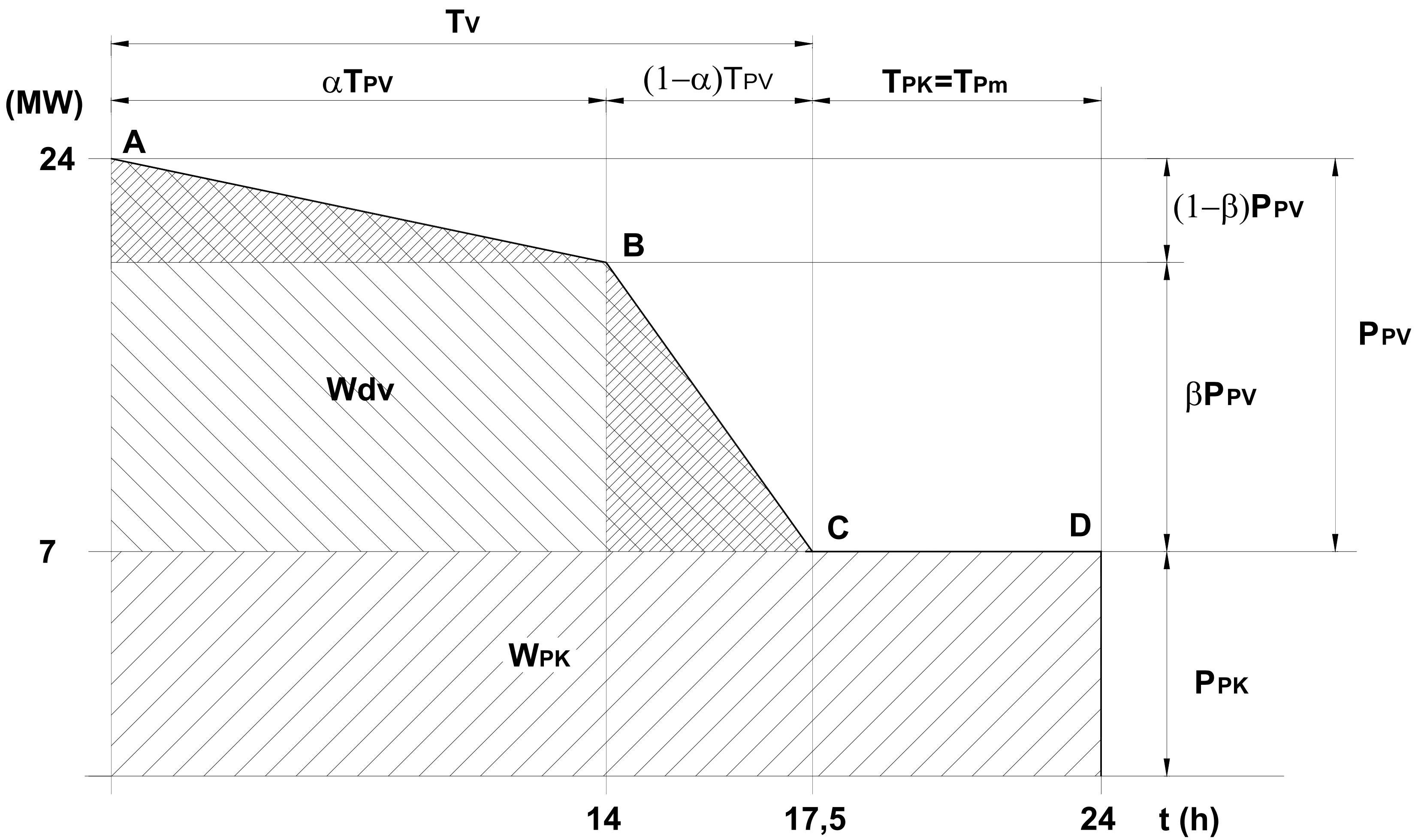
Auditorne vježbe

prof. dr. sc. Igor Kuzle

Hrvoje Pandžić

Zadatak 1

Na slici je prikazana krivulja trajanja opterećenja aproksimirana s tri pravca.



Zadatak 1

Vršna maksimalna snaga: $P_{pm} = 24\ \text{MW}$

Vršna varijabilna snaga: $P_{pv} = 17\ \text{MW}$

Vršna konstantna snaga: $P_{pk} = P_{pm} - P_{pv} = 7\ \text{MW}$

Vrijeme trajanja varijabilnog dijela snage: $T_v = 17{,}5\ \text{h}$

Koeficijenti: $\alpha = 0{,}8$ $\quad \beta = 0{,}65$

a) Izvesti analitičke izraze koji vrijede za snage u pojedinim trenucima tijekom dana.

b) Izvesti izraze za ukupno utrošenu energiju do pojedinih trenutaka vremena tijekom dana.

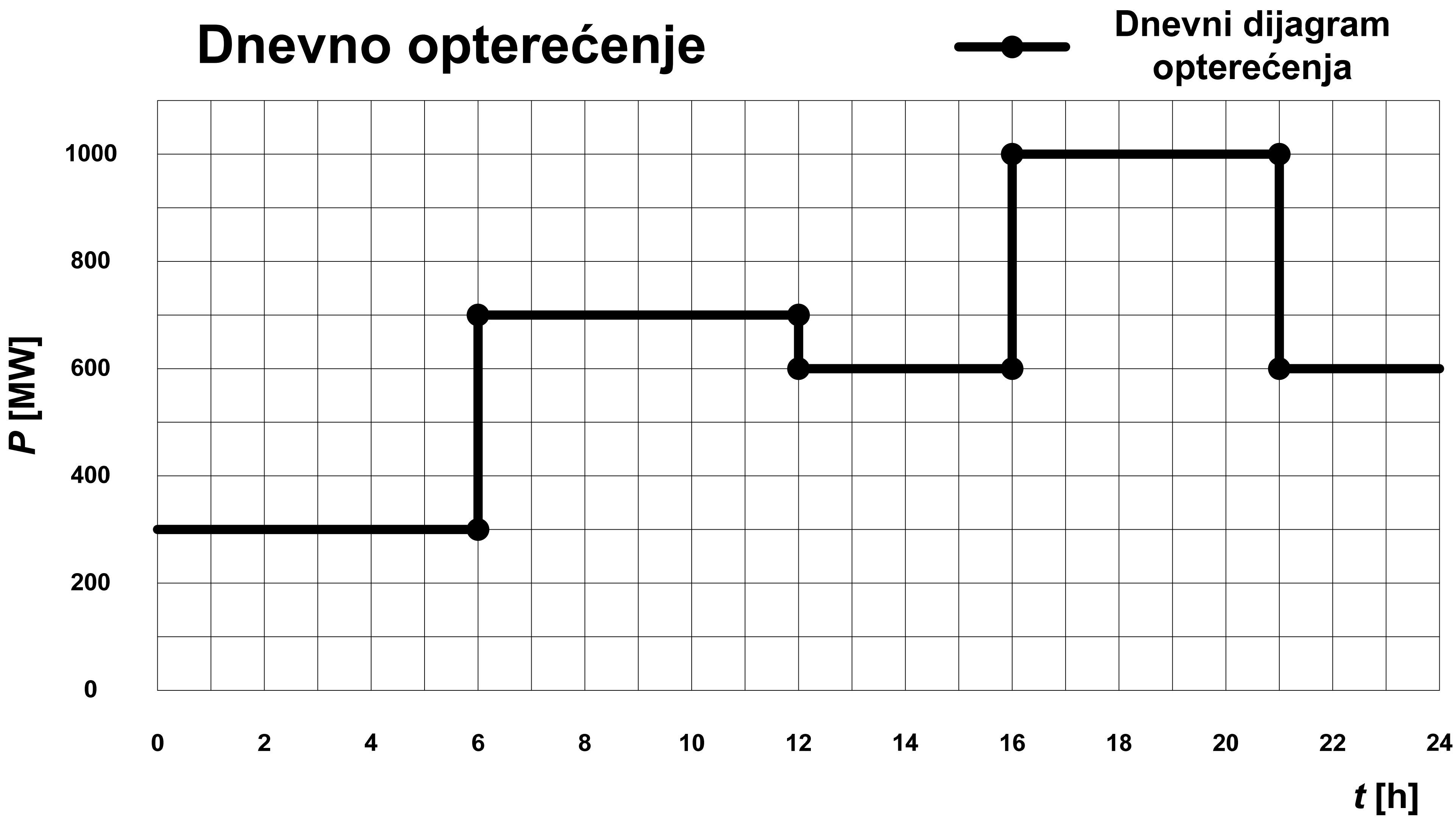
c) Izračunati utrošenu energiju do karakterističnih trenutaka:

$t_1 = \alpha T_v = 14\ \text{h}$ $\qquad t_2 = T_v = 17{,}5\ \text{h}$ $\qquad t_3 = T = 24\ \text{h}$

Zadatak 2

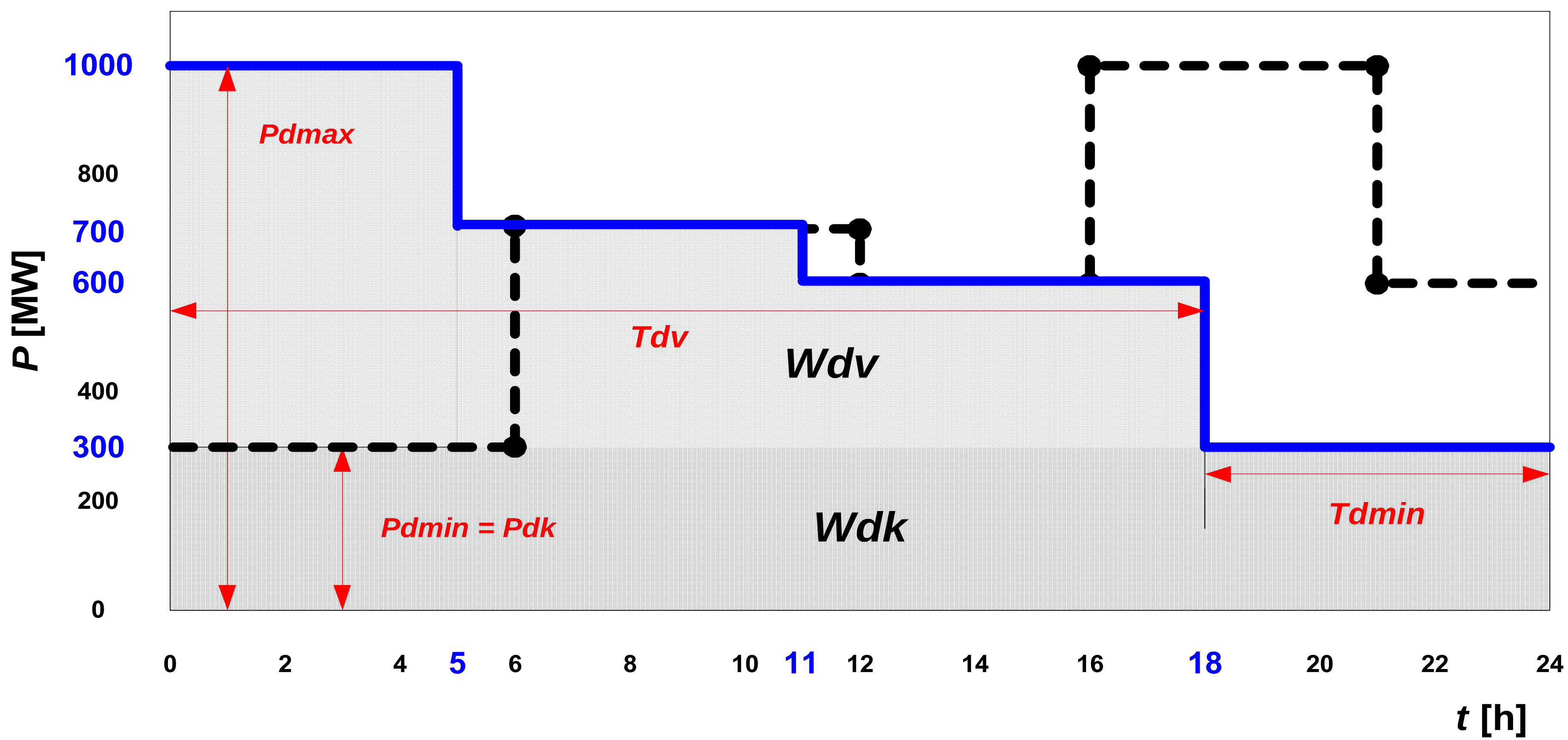
Za dnevni dijagram opterećenja na slici odrediti minimalnu i maksimalnu snagu ($P_{dmin} = P_{dk}$ i P_{dmax}). Izračunati ukupnu dnevno potrošenu energiju (W_d), faktor opterećenja (m_d), odnos minimalne i maksimalne snage (P_{dmin}/P_{dmax}) te vrijeme iskorištenja maksimalne snage (T_{dmax}). Potrebno je nacrtati dnevnu krivulju trajanja opterećenja, uz uvjet da prikazuje istu utrošenu energiju kao i u slučaju dnevnog dijagrama opterećenja.

Zadatak 2


Dnevno opterećenje
Dnevni dijagram opterećenja
1000
800
600
400
200
0
P [MW]
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
t [h]

Zadatak 2

Dnevno opterećenje



Dnevni dijagram opterećenja

Dnevna krivulja trajanja opterećenja

Zadatak 3

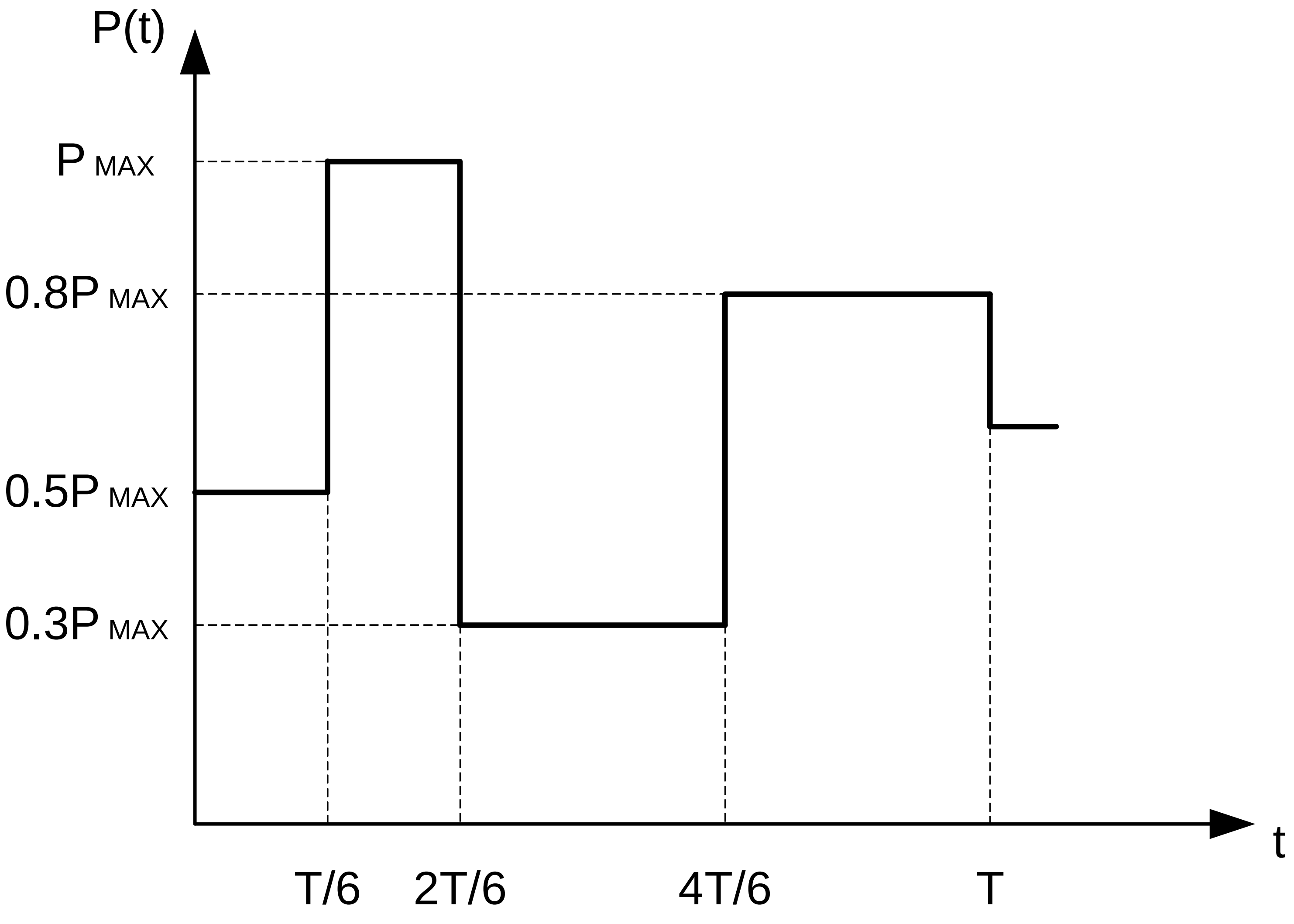
Na slici je prikazan kronološki godišnji dijagram opterećenja elektrane čija je nominalna snaga jednaka maksimalnoj i instaliranoj snazi. Potrebno je:

a) Izračunati ekvivalentno vrijeme trajanja maksimalnog opterećenja i vrijeme iskorištenja instalirane snage.

b) Nacrtati uređeni godišnji dijagram opterećenja (krivulju trajanja opterećenja).

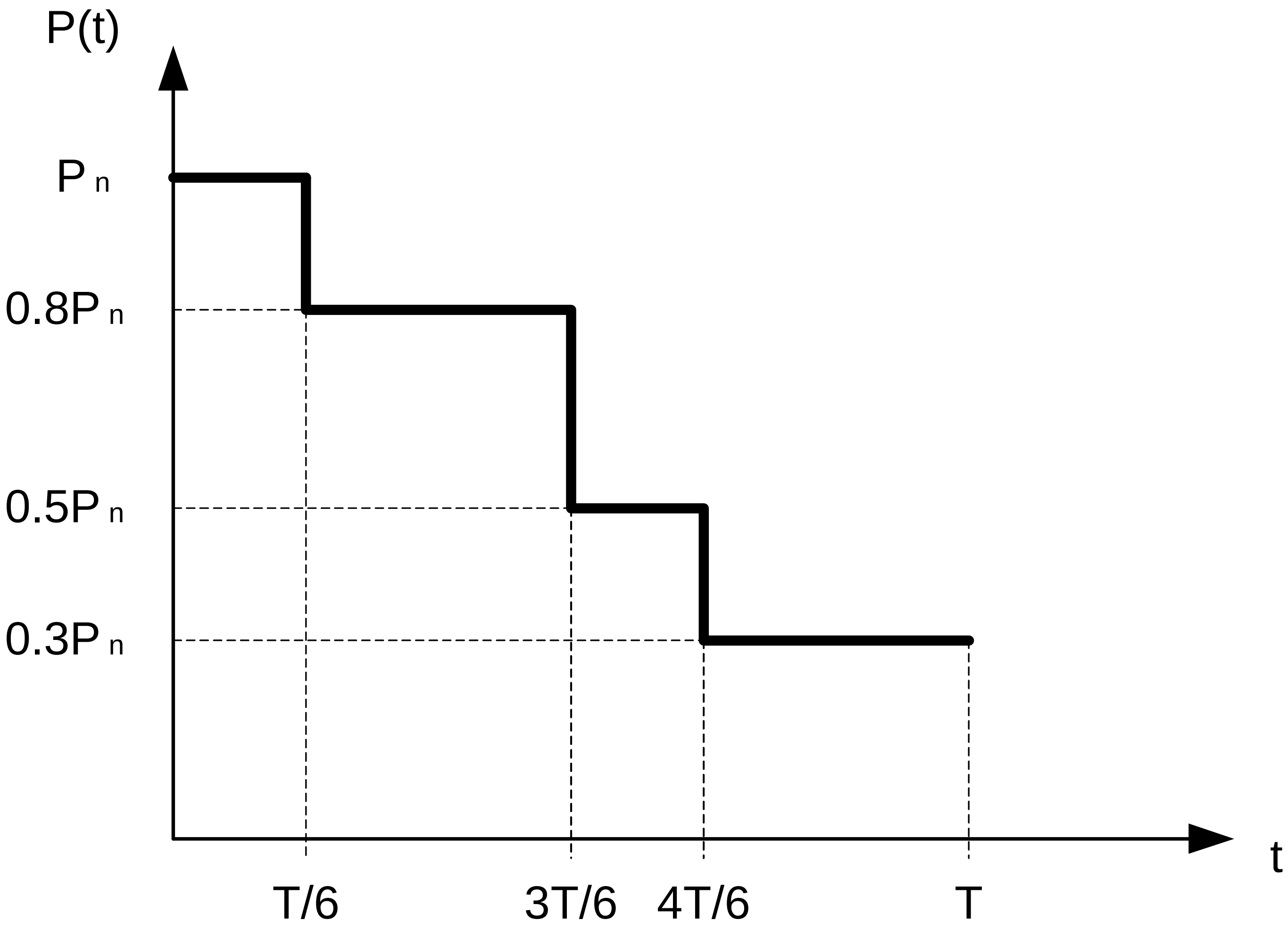
c) Izračunati faktor opterećenja, faktor neravnomjernosti opterećenja i faktor iskorištenja instalirane snage.

Zadatak 3



Zadatak 3

Krivulja trajanja opterećenja:



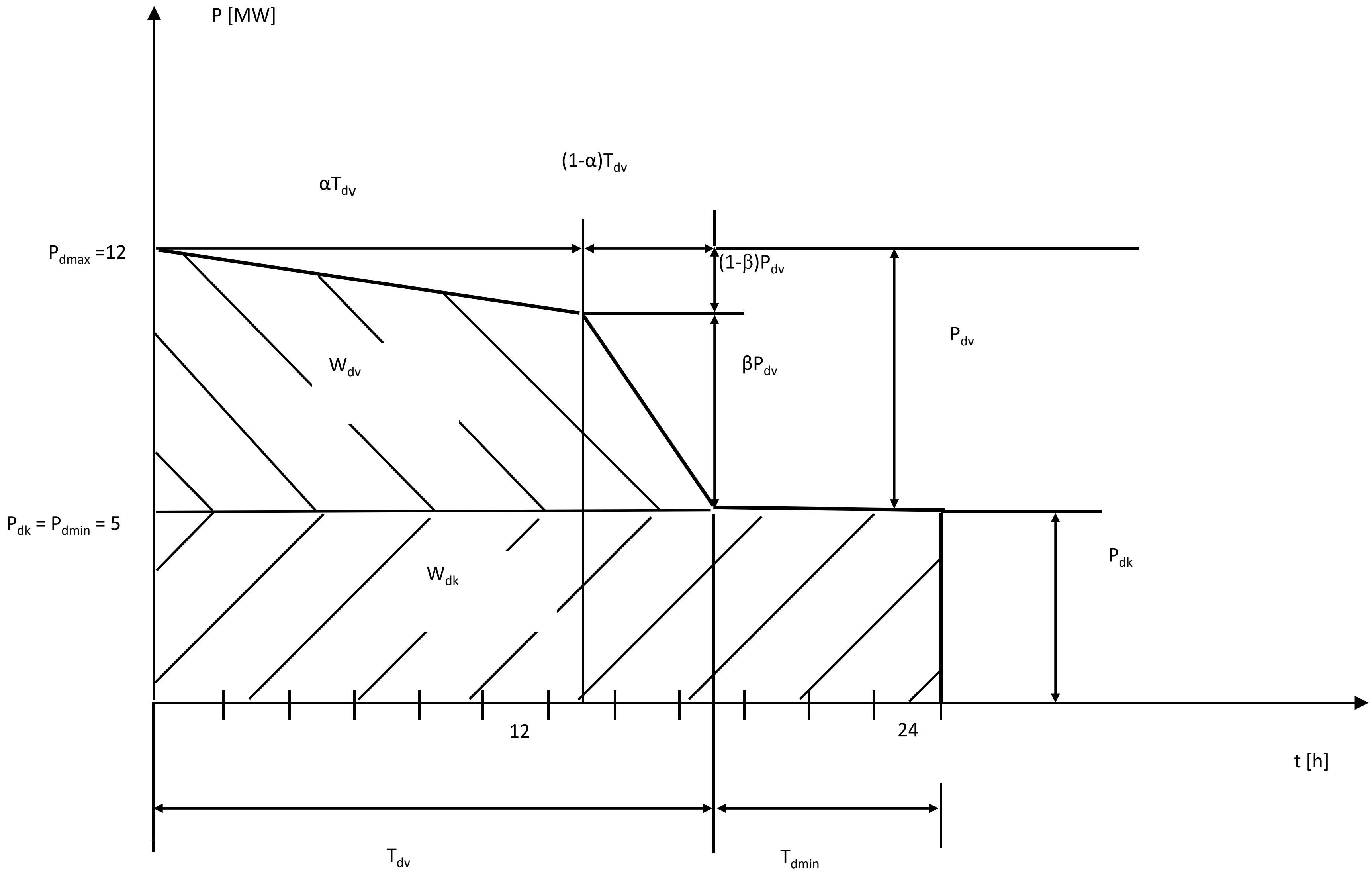
Zadatak 4

Dnevni dijagram opterećenja EES-a ima minimalno (konstantno) opterećenje $P_{dmin} = P_{dk} = 5$ MW i maksimalno opterećenje $P_{dmax} = 12$ MW. Dijagram je aproksimiran dnevnom krivuljom opterećenja s tri pravca, prema slici. Vrijeme trajanja minimalnog opterećenja je $T_{dmin} = 7$ h, a faktor opterećenja iznosi $m_d = 0{,}75$. Potrebno je:

a) Odrediti koeficijente ($\alpha + \beta$) kao funkciju poznatih veličina (m_a, P_{dmin}/P_{dmax} i T_{dv}) i brojčano.

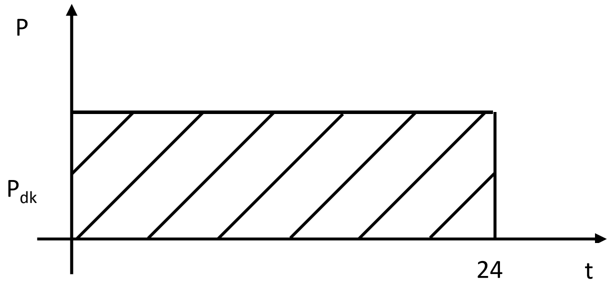
b) Navesti područje vrijednosti za faktore α i β te prikazati karakteristične slučajeve.

Zadatak 4

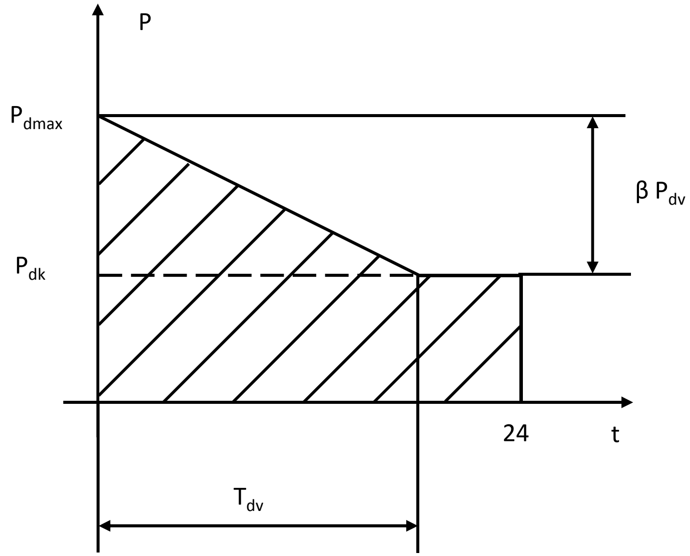


P [MW]
αT_dv
(1-α)T_dv
P_dmax =12
(1-β)P_dv
P_dv
W_dv
βP_dv
P_dk = P_dmin = 5
W_dk
P_dk
12
24
t [h]
T_dv
T_dmin

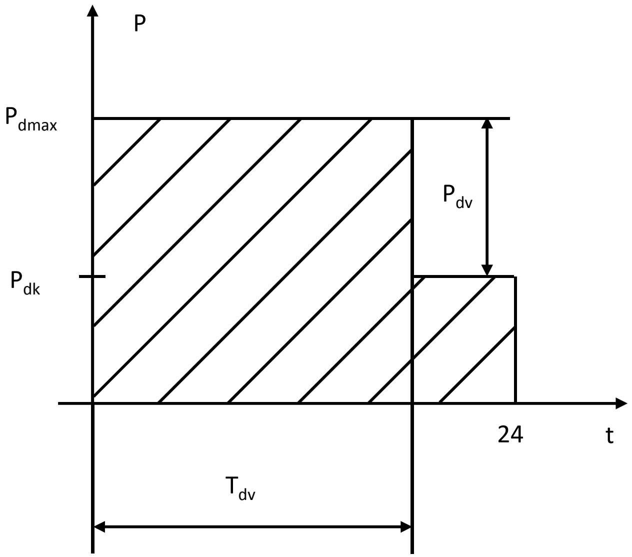
Zadatak 4



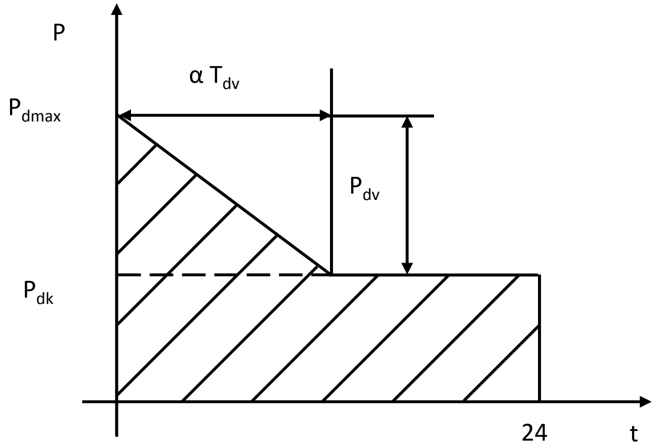
P
P_{dk}
24
t



P
P_{dmax}
$\beta\ P_{dv}$
P_{dk}
24
t
T_{dv}



P
P_{dmax}
P_{dv}
P_{dk}
24
t
T_{dv}



P
$\alpha\ T_{dv}$
P_{dmax}
P_{dv}
P_{dk}
24
t

Zadatak 5

U elektroenergetskom sustavu s termoelektranom i protočnom hidroelektranom postoji dnevni gubitak energije u obliku preljeva u iznosu od 1000 MWh. Zbroj snaga tehničkih minimuma termoelektrane i protočne hidroelektrane iznosi 400 MW.

Zadatak 5

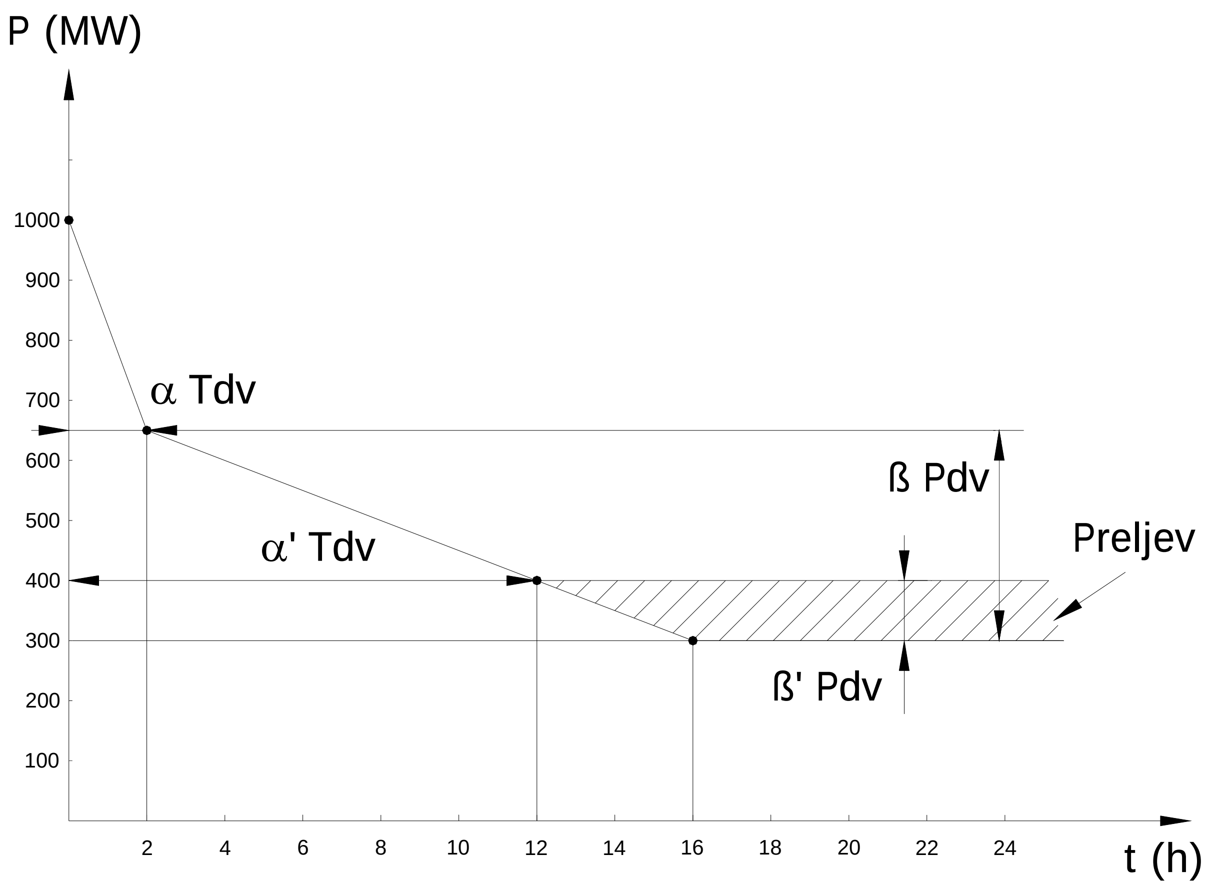
Poznati su sljedeći podaci o dnevnoj krivulji trajanja opterećenja u sustavu:

- maksimalno dnevno opterećenje P_{dmax} = 1000 MW
- minimalno dnevno opterećenje (konstantna dnevna djelatna snaga) P_{dmin} = 300 MW
- trajanje varijabilne dnevne djelatne snage T_{dv} = 16 h
- koeficijent β = 0,5
- zbroj tehničkih minimuma TE i raspoloživih snaga protočnih HE je $\sum P_{t\min TE} + \sum P_{dHE} = 400\ \mathrm{MW}$
- dnevni gubitak energije W_{dg} = 1000 MWh

Zadatak 5

Potrebno je:

- odrediti iznos proizvedene varijabilne energije
- nacrtati dnevnu krivulju trajanja opterećenja



Planiranje pogona EES-a

Auditorne vježbe

prof. dr. sc. Igor Kuzle

Hrvoje Pandžić

Zadatak 1

Potrošnja električne energije na području elektroenergetskog sustava u razdoblju 2004.-2010. godine slijedila je zakon promjene po logaritamskom pravcu. Ostvarene potrošnje u navedenom razdoblju iznosile su:

Godina	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$W(t)$ [Gwh]	9750	10042	10544	11282	11507	12197	12624

Izračunajte koeficijente *a* i *b* te potrošnju električne energije koja se može očekivati u 2013. godini.

Zadatak 2

Ostvarena godišnja potrošnja električne energije u razdoblju 2006.-2010. godine prikazana je u tablici. Potrebno je:

a) Aproksimirati ovisnost ostvarene potrošnje logaritamskim pravcem i metodom najmanjeg zbroja kvadrata odstupanja odrediti parametre modela a i b te srednju godišnju stopu porasta potrošnje p_{sr}.

b) Predvidjeti potrošnju u 2015. i 2020. godini.

Godina	2006	2007	2008	2009	2010
$W(t)$ [Gwh]	10	12	16	22	30

Zadatak 3

Ostvarena godišnja potrošnja električne energije u razdoblju 2006.-20100. godine prikazana je u tablici. Potrebno je:

a) Aproksimirati ovisnost ostvarene potrošnje logaritamskom parabolom i metodom najmanjeg zbroja kvadrata odstupanja odrediti parametre modela a i b te srednju godišnju stopu porasta potrošnje p_{sr}.

b) Predvidjeti potrošnju u 2015. i 2020. godini.

c) Usporediti rezultate s prethodnim zadatkom.

Godina	2006	2007	2008	2009	2010
$W(t)$ [Gwh]	10	12	16	22	30

Zadatak 4

Ako se u modelu prognoze godišnje potrošnje električne energije po logaritamskom pravcu shodno razvoju funkcije $e\^p_{sr}$ u Taylorov red izvrši zamjena $1 + p_{sr} = e\^p_{sr}$ dobije se eksponencijalni model oblika $W_g = W_0\ e\^(p_{sr}t)$. Naći razliku u predviđanju potrošnje električne energije primjenom eksponencijalnog oblika umjesto logaritamske parabole pri udvostručenju potrošnje za 10, odnosno za 20 godina.

Planiranje pogona EES-a

Auditorne vježbe

prof. dr. sc. Igor Kuzle

Hrvoje Pandžić

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Zadatak 1:

Uređeni godišnji dijagram opterećenja agregata u parnoj TE zadan je u tablici. Funkcija troškova goriva ima oblik:

$$C = 0{,}002 \cdot P_g^2 + 9 \cdot P_g + 180 \ \frac{\text{Eur}}{\text{h}}$$

j	T_j (h)	P_{gj} (MW)
1	1760	250
2	3000	200
3	1500	180
4	1500	150
5	1000	130

a) izvesti izraz za srednje godišnje troškove pogona termoagregata

b) izračunati srednju godišnju snagu termoagregata i srednje godišnje troškove pogona termoagregata

Rješenje a):

Ukupni godišnji troškovi pogona termoagregata:

$$C_T = \sum_j C_j \cdot T_j = \sum_j \left(\alpha \cdot P_g^2 + \beta \cdot P_g + \gamma \right) \cdot T_j$$

Srednja godišnja snaga termoagregata (općenito):

$$P_{g,sr} = \frac{1}{T} \int_0^T P_g(t) dt$$

Srednja godišnja snaga termoagregata (u slučaju zadanih diskretnih vrijednosti):

$$P_{g,sr} = \frac{1}{T} \sum_j P_{gj} \cdot T_j$$

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Rješenje a):

Efektivna godišnja snaga termoagregata (općenito):

$$P_{g,ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T P_g^2(t)\,dt}$$

Efektivna godišnja snaga termoagregata (u slučaju zadanih diskretnih vrijednosti):

$$P_{g,ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_j P_{gj}^2 \cdot T_j}$$

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Rješenje a):

Faktor oblika dijagrama opterećenja:

$$m = \frac{P_{g,ef}}{P_{g,sr}}$$

Srednja godišnja vrijednost funkcije troškova pogona termoagregata:

$$C_{sr} = \frac{C_T}{T} = \alpha \cdot m^2 \cdot P_g^2 + \beta \cdot P_g + \gamma$$

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Rješenje b):

$$P_{g,sr} = \frac{1}{T}\sum_{j=1}^{5} P_{gj} \cdot T_j = 190,07\ \mathrm{MW}$$

$$P_{g,ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{j=1}^{5} P_{gj}^2 \cdot T_j} = 193,87\ \mathrm{MW}$$

$$m = \frac{P_{g,ef}}{P_{g,sr}} = 1,02$$

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Rješenje b):

Srednji godišnji satni troškovi pogona termoagregata iznose:

$$C_{sr} = \frac{C_T}{T} = \alpha \cdot m^2 \cdot P_g^2 + \beta \cdot P_g + \gamma = 1965,8 \ \frac{\mathrm{Eur}}{\mathrm{h}}$$

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Zadatak 2:

Za termoagregat eksperimentalno su određeni troškovi pogona agregata pri različitim snagama. Za aproksimaciju funkcije troškova koristi se kvadratni oblik:

$$C = \alpha \cdot P_g^2 + \beta \cdot P_g + \gamma \ \frac{\text{Eur}}{\text{h}}$$

i	C_i (Eur/h)	P_{gi} (MW)
1	1100	100
2	1580	150
3	2060	200

Metodom najmanjih kvadrata odrediti koeficijente kvadratne krivulje kojom se aproksimiraju troškovi pogona termoagregata.

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Rješenje:

Funkcija sume kvadrata odstupanja eksperimentalno određenih troškova pogona od kvadratne krivulje:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \left[C_i - \left(\alpha \cdot P_g^2 + \beta \cdot P_g + \gamma \right) \right]^2 \Rightarrow \text{min.}$$

Funkciju *F* potrebno je diferencirati po *α*, *β* i *γ* te izjednačiti derivacije s nulom.

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Rješenje:

Diferenciranjem po α dobije se:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{n} 2 \cdot \left[C_i - \left(\alpha \cdot P_g^2 + \beta \cdot P_g + \gamma \right) \right] \cdot \left(-P_g^2 \right) = 0$$

Nakon sređivanja:

$$\sum_{i=1}^{n} C_i \cdot P_g^2 = \alpha \cdot \sum_{i=1}^{n} P_g^4 + \beta \cdot \sum_{i=1}^{n} P_g^3 + \gamma \cdot \sum_{i=1}^{n} P_g^2$$

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Rješenje:

Diferenciranjem po β dobije se:

$$\frac{\partial F}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n} 2 \cdot \left[C_i - \left(\alpha \cdot P_g^2 + \beta \cdot P_g + \gamma \right) \right] \cdot \left(-P_g \right) = 0$$

Nakon sređivanja:

$$\sum_{i=1}^{n} C_i \cdot P_g = \alpha \cdot \sum_{i=1}^{n} P_g^3 + \beta \cdot \sum_{i=1}^{n} P_g^2 + \gamma \cdot \sum_{i=1}^{n} P_g$$

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

<u>Rješenje:</u>

Diferenciranjem po γ dobije se:

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma} = \sum_{i=1}^{n} 2 \cdot \left[C_i - \left(\alpha \cdot P_g^2 + \beta \cdot P_g + \gamma \right) \right] \cdot (-1) = 0$$

Nakon sređivanja:

$$\sum_{i=1}^{n} C_i = \alpha \cdot \sum_{i=1}^{n} P_g^2 + \beta \cdot \sum_{i=1}^{n} P_g + \gamma \cdot n$$

Energetsko eksploatacijske značajke parnih termoelektrana

Rješenje:

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti dobije se linearni sustav tri jednadžbe s tri nepoznanice:

$$4740 = 72500 \cdot \alpha + 450 \cdot \beta + 3 \cdot \gamma$$

$$759000 = 12,375 \cdot 10^6 \cdot \alpha + 72500 \cdot \beta + 450 \cdot \gamma$$

$$1,2895 \cdot 10^8 = 2.20625 \cdot 10^9 \cdot \alpha + 12,375 \cdot 10^6 \cdot \beta + 72500 \cdot \gamma$$

Konačno rješenje:

$$\alpha = 0,002 \ \frac{\text{Eur}}{(\text{MW})^2\text{h}} \qquad \beta = 9 \ \frac{\text{Eur}}{\text{MWh}} \qquad \gamma = 180 \ \frac{\text{Eur}}{\text{h}}$$

Ciljevi pogona EES-a

U dereguliranom sustavu:

- Proizvođači:
  - maksimizacija profita
  - ispunjenje ugovorene isporuke
  - privlačenje novih kupaca
- OPS:
  - ispunjenje ugovora vezanih za prijenos električne energije
  - maksimizacija profita
- Operator sustava
  - sigurnost i pouzdanost cjelokupnog sustava

Radnje vezane za kratkoročno planiranje pogona EES-a

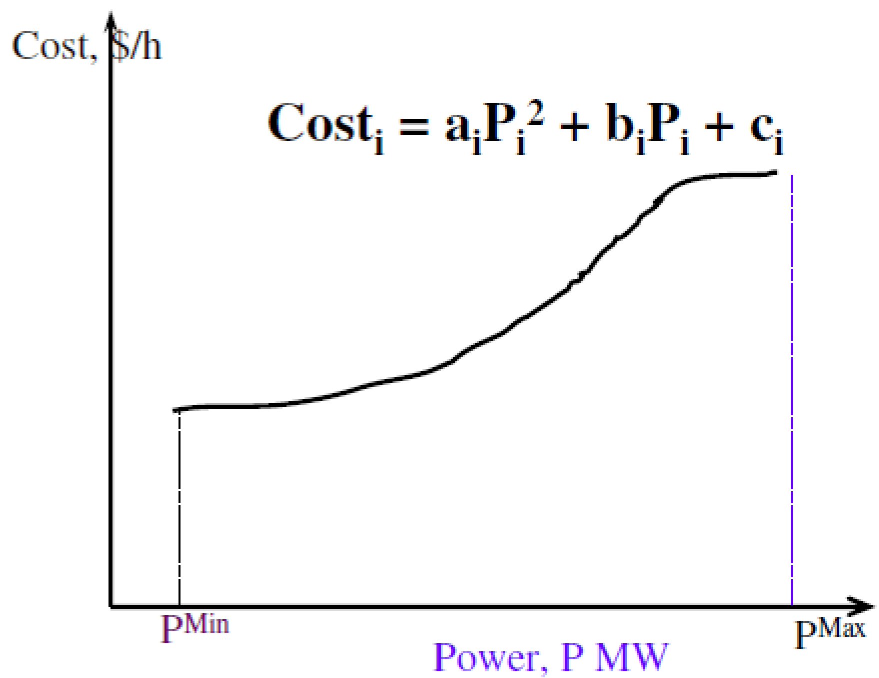
1 dan do 1 tjedan:

- Load Forecast – predviđanje opterećenja
- Unit Commitment – određivanje pogonskog stanja elektrana (TE)
- Hydro Scheduling – raspored pogona hidroelektrana

5 min do 1 sat:

- Economic Load Dispatch – ekonomska raspodjela opterećenja (koja elektrana će koliko proizvoditi)
- Optimal Power Flow – simuliranje i određivanje optimalnih tokova snaga u svrhu smanjenja gubitaka i povećanja sigurnosti opskrbe

Koliko košta proizvodnja električne energije?



Ekonomska raspodjela opterećenja

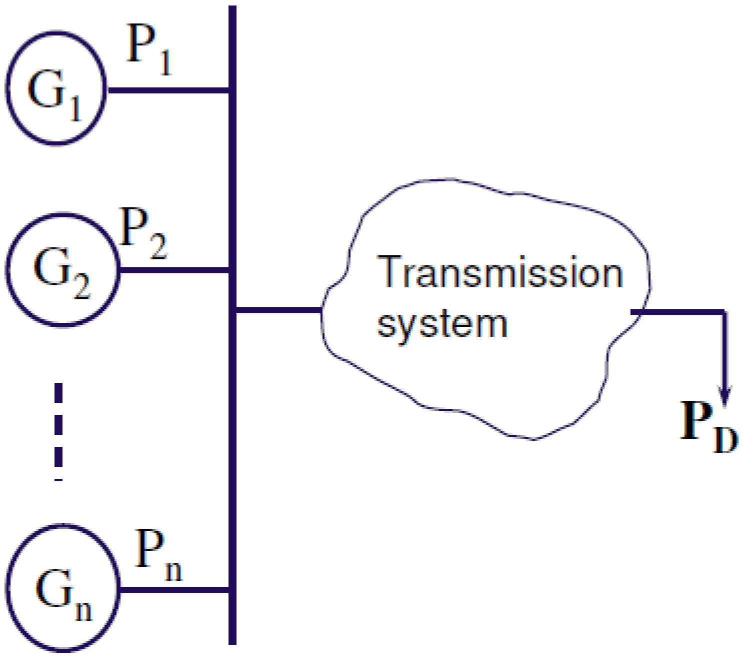
Tko treba koliko proizvoditi?

Osnovni zahtjev:

$$P_1 + P_2 + \ldots + P_n = P_{demand} + P_{loss}$$

Potrebno je minimizirati ukupne troškove:

$$C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$



Ekonomska raspodjela opterećenja

- Funkcija cilja je minimizacija troškova proizvodnje:

$$\text{Minimize} \quad C(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i$$

- Ograničenja:
  - Proizvodni kapaciteti

$$P_i^{\min} \le P_i \le P_i^{\max}$$

  - Jednakost proizvodnje i potrošnje

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = P_{demand} + P_{loss}$$

Općenita struktura optimizacijskog problema

- Funkcija cilja je minimizacija troškova proizvodnje:

$$\text{Minimize} \quad f(x)$$

- Subject to:

$$g(x) \le b$$
$$h(x) = c$$
$$x \ge 0$$

- Lagrangeova funkcija:

$$F(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T \left[c - h(x)\right] + \mu^T \left[g(x) - b\right]$$

Karusch-Kuhn-Tuckerovi uvjeti optimalnosti

a) $\frac{\partial F}{\partial x_i} = 0 \quad \forall i = 1, \ldots, n$

b) $\frac{\partial F}{\partial \lambda_j} = 0 \quad \forall j = 1, \ldots, m$

c) $\mu_k \left[g_k(x) - b_k \right] = 0 \quad \forall k = 1, \ldots, r$

d) $\mu_k \geq 0 \quad \forall k = 1, \ldots, r$

e) $x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \ldots, n$

UVJETI KOMPLEMENTARNOSTI

značи sljedeće:
ako je μ≠0 -> g(x)-b=0
ako je g(x)-b≠0 -> μ=0

Ukratko:
Ignoriraj ograničenje ukoliko je μ=0, a koristi ga ukoliko je μ≠0!

Ekonomska raspodjela opterećenja uz zanemarenje gubitaka

- Funkcija cilja je minimizacija troškova proizvodnje:

$$\text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^{n} C_i(P_i)$$

- Uz ograničenja:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = P_{demand} \qquad : \lambda$$

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \Rightarrow P_i - P_i^{\max} \leq 0 \qquad : \gamma$$

$$P_i^{\min} - P_i \leq 0 \qquad : \mu$$

Ekonomska raspodjela opterećenja uz zanemarenje gubitaka

- Lagrangeova funkcija:

$$
\begin{aligned}
F(P,\lambda,\mu,\gamma) &= \sum_{i=1}^{n} C_i(P_i) + \lambda\left[P_{demand} - \sum_{i=1}^{n} P_i\right] + \\
&+\mu_1\left[P_1^{\min} - P_1\right] + \gamma_1\left[P_1 - P_1^{\max}\right] + \\
&+\mu_2\left[P_2^{\min} - P_2\right] + \gamma_2\left[P_2 - P_2^{\max}\right] + \\
&+\ldots+ \\
&+\mu_n\left[P_n^{\min} - P_n\right] + \gamma_n\left[P_n - P_n^{\max}\right]
\end{aligned}
$$

Ekonomska raspodjela opterećenja uz zanemarenje gubitaka

- Karusch-Kuhn-Tuckerovi uvjeti:

$$\frac{\partial F}{\partial P_i} = 0 \Rightarrow \frac{dC_i(P_i)}{dP_i} - \lambda - \mu_i + \gamma_i = 0 \quad \forall i = 1,\dots,n$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow P_{demand} - \sum_{i=1}^{n} P_i = 0$$

$$\mu_1 \left[P_1^{\min} - P_1 \right] = 0 \qquad \gamma_1 \left[P_1 - P_1^{\max} \right] = 0$$

$$\mu_2 \left[P_2^{\min} - P_2 \right] = 0 \qquad \gamma_2 \left[P_2 - P_2^{\max} \right] = 0$$

$$\dots$$

$$\mu_n \left[P_n^{\min} - P_n \right] = 0 \qquad \gamma_n \left[P_n - P_n^{\max} \right] = 0$$

$$\mu_i \geq 0$$

$$\gamma_i \geq 0$$

Ekonomska raspodjela opterećenja uz zanemarenje gubitaka

- Što predstavljaju dualne varijable?
  - λ marginalni trošak (trošak sustava da bi povisio proizvodnju za 1 MW)
  - μ promjena u marginalnom trošku agregata u slučaju da radi na donjoj granici
  - γ promjena u marginalnom trošku agregata u slučaju da radi na gornjoj granici

Primjer

	Agregat 1	Agregat 2
P_{min}	100 MW	50 MW
P_{max}	500 MW	250 MW
Krivulja troškova	AP^2+BP+C	
A	1,0	3,4
B	8,5	25,5
C	5,0	9,0

- Opterećenje sustava: 700 MW

Rješenje bez ograničenja snage

- Lagrangeova jednadžba:

$$F = \left(P_1^2 + 8,5P_1 + 5\right) + \left(3,4P_2^2 + 25,5P_2 + 9\right) + \lambda\left[700 - P_1 - P_2\right]$$

- KKT:

$$\frac{\partial F}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow 2P_1 + 8,5 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial P_2} = 0 \Rightarrow 6,8P_2 + 25,5 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow P_1 + P_2 - 700 = 0$$

Rješenje bez ograničenja snage

- Rješenje:

$$P_1 = 542,841 \text{ MW}$$
$$P_2 = 157,159 \text{ MW}$$
$$\lambda = 1094,18 \text{ Eur/MW}$$

- Ukupna cijena iznosi 387 288,5 Eur

- S obzirom da agregati nisu ograničeni vrijedi:

$$\frac{dC_1(P_1)}{dP_1} = \frac{dC_2(P_2)}{dP_2} = \lambda$$

Rješenje uključujući ograničenja snage

- Lagrangeova jednadžba:

$$F = \left(P_1^2 + 8,5P_1 + 5\right) + \left(3,4P_2^2 + 25,5P_2 + 9\right) + \lambda\left[700 - P_1 - P_2\right] + \gamma_1\left[P_1 - 500\right]$$

- KKT:

$$\frac{\partial F}{\partial P_1} = 0 \Rightarrow 2P_1 + 8,5 - \lambda + \gamma = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial P_2} = 0 \Rightarrow 6,8P_2 + 25,5 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow P_1 + P_2 - 700 = 0$$

$$\gamma_1\left(P_1 - 500\right) = 0$$

Rješenje uključujući ograničenja snage

- Rješenje:

$$P_1 = 500\ \text{MW}$$

$$P_2 = 200\ \text{MW}$$

$$\lambda = 1385,5\ \text{Eur/MW}$$

$$\gamma_1 = 377\ \text{Eur/MW}$$

- Ukupna cijena iznosi 395 364 Eur (povećanje 2,1%)

Ekonomska raspodjela opterećenja uzimajući u obzir gubitke

- Funkcija cilja je minimizacija troškova proizvodnje:

$$\text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^{n} C_i(P_i)$$

- Uz ograničenja:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i - P_{loss} - P_{demand} = 0 \qquad : \lambda$$

$$P_i^{\min} \le P_i \le P_i^{\max} \Rightarrow P_i - P_i^{\max} \le 0 \qquad : \gamma$$

$$P_i^{\min} - P_i \le 0 \qquad : \mu$$

Ekonomska raspodjela opterećenja uzimajući u obzir gubitke

- Lagrangeova funkcija:

$$F(P,\lambda)=\sum_{i=1}^{n}C_i(P_i)+\lambda\left[P_{demand}+P_{loss}(P_1,P_2,\ldots,P_n)-\sum_{i=1}^{n}P_i\right]$$

- Parcijalna derivacija se izjednačava s nulom:

$$\frac{\partial F}{\partial P_i}=\frac{dC_i}{dP_i}-\lambda\left[1-\frac{\partial P_{loss}}{\partial P_i}\right]=0$$

- Na kraju se dobije:

$$\left(\frac{1}{1-\dfrac{\partial P_{loss}}{\partial P_i}}\right)\frac{\partial C_i}{\partial P_i}=\lambda$$

Ekonomska raspodjela opterećenja uzimajući u obzir gubitke

- $\dfrac{\partial P_{loss}}{\partial P_i}$ je inkrementalni gubitak na sabirnici *i*

- $pf_i = \dfrac{1}{1 - \dfrac{\partial P_{loss}}{\partial P_i}}$ je penalizirajući faktor na sabirnici *i*

- Uvjet optimalnosti se može zapisati kao:

$$pf_i \cdot \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \quad \forall i = 1, \ldots, n$$

Ekonomska raspodjela opterećenja uzimajući u obzir gubitke

- Ukoliko se povećanjem snage u sabirnici *i* gubici povećaju:
  - inkrementalni gubici > 0
  - penalizirajući faktor > 1
- Ukoliko se povećanjem snage u sabirnici *i* gubici smanje:
  - inkrementalni gubici < 0
  - penalizirajući faktor < 1

Primjer

	Agregat 1	Agregat 2
P_{min}	100 MW	50 MW
P_{max}	500 MW	250 MW
Krivulja troškova	AP^2+BP+C	
A	1,0	3,4
B	8,5	25,5
C	5,0	9,0

$$P_{loss} = 0,00009 \cdot P_1^2 + 0,00003 \cdot P_2^2$$

- Opterećenje sustava: 700 MW

Rješenje bez ograničenja snage

- Iz zadane funkcije gubitaka dobije se:

$$\frac{\partial P_{loss}}{\partial P_1} = 0,00018 \cdot P_1 \Rightarrow pf_1 = \frac{1}{1-0,00018 \cdot P_1}$$

$$\frac{\partial P_{loss}}{\partial P_2} = 0,00006 \cdot P_2 \Rightarrow pf_2 = \frac{1}{1-0,00006 \cdot P_2}$$

$$\lambda = pf_1 \cdot \frac{\partial C_1}{\partial P_1} = pf_1 \cdot \left(2P_1 + 8,5\right) = \frac{1}{1-0,00018 \cdot P_1} \cdot \left(2P_1 + 8,5\right)$$

$$\lambda = pf_2 \cdot \frac{\partial C_2}{\partial P_2} = pf_2 \cdot \left(6,8P_2 + 25,5\right) = \frac{1}{1-0,00006 \cdot P_2} \cdot \left(6,8P_2 + 25,5\right)$$

Rješenje bez ograničenja snage

- Iz prethodna dva retka se izraze snage:

$$P_1 = \frac{\lambda - 8,5}{2 + 0,00018 \cdot \lambda}$$

$$P_2 = \frac{\lambda - 25,5}{6,8 + 0,00006 \cdot \lambda}$$

- Numeričkom metodom se u ovisnosti o λ traži rješenje unutar dozvoljenog odstupanja

Rješenje bez ograničenja snage

λ	P_1	P_2	P_{loss}	$P_1+P_2-P_{loss}-P_{demand}$
1200	537,68 MW	170,91 MW	26,90 MW	-18,31 MW
1240	553,93 MW	176,67 MW	28,55 MW	2,05 MW
1236	552,31 MW	176,09 MW	28,38 MW	0,02 MW

Rješenje bez ograničenja snage

- Rješenje:

$$P_1 = 552{,}31\ \text{MW}$$

$$P_2 = 176{,}09\ \text{MW}$$

$$\mathrm{P}_{loss} = 28{,}38\ \text{MW}$$

$$\lambda = 1236\ \text{Eur/MW}$$

- Ukupna cijena iznosi 419 671,4 Eur

Rješenje uključujući ograničenja snage

- Budući da P_1 prelazi maksimalnu snagu 500 MW, dodajemo ograničenje:

$$P_1 \leq 500 \text{ MW}$$

- Odnosno, postavljamo P_1 = 500 MW
- Lagrangeova funkcija sada izgleda:

$$F(P,\lambda,\gamma) = \sum_{i=1}^{n} C_i(P_i) + \lambda\left[P_{demand} + P_{loss}(P_1, P_2, ..., P_n) - \sum_{i=1}^{n} P_i\right] - \gamma_1\left[P_1 - 500\right]$$

- Parcijalna derivacija:

$$\frac{\partial F}{\partial P_1} = \frac{dC_1}{dP_1} - \lambda\left[1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_1}\right] + \gamma_1 = 0$$

Rješenje uključujući ograničenja snage

- Odakle se dobiva:

$$\frac{dC_1}{dP_1}+\gamma_1=\lambda\left[1-\frac{\partial P_{loss}}{\partial P_1}\right]\Rightarrow\lambda=\frac{1}{1-\frac{\partial P_{loss}}{\partial P_1}}\cdot\left(\frac{dC_1}{dP_1}+\gamma_1\right)$$

- Nakon uvrštavanja:

$$\lambda=\frac{1}{1-0,09}\cdot\left(1008,5+\gamma_1\right)=\frac{1008,5+\gamma_1}{0,91}$$

$$\gamma_1=0,91\cdot\lambda-1008,5$$

Rješenje uključujući ograničenja snage

- Iz zadane funkcije gubitaka dobije se:

$$\frac{\partial P_{loss}}{\partial P_2} = 0,00006 \cdot P_2 \Rightarrow pf_2 = \frac{1}{1 - 0,00006 \cdot P_2}$$

- Imamo:

$$\lambda = pf_2 \cdot \frac{\partial C_2}{\partial P_2} = pf_2 \cdot (6,8P_2 + 25,5) = \frac{1}{1 - 0,00006 \cdot P_2} \cdot (6,8P_2 + 25,5)$$

- Odakle je: $P_2 = \dfrac{\lambda - 25,5}{6,8 + 0,00006 \cdot \lambda}$

- Gubici iznose: $P_{loss} = 22,5 + 0,00003 \cdot P_2^2$

Rješenje uključujući ograničenja snage

λ	P_1	P_2	P_{loss}	$P_1+P_2-P_{loss}-P_{demand}$
1400	500 MW	199,67 MW	23,70 MW	-24,03 MW
1500	500 MW	214,01 MW	23,87 MW	-9,86 MW
1600	500 MW	228,32 MW	24,06 MW	4,26 MW
1590	500 MW	226,89 MW	24,04 MW	2,85 MW
1570	500 MW	224,03 MW	24,01 MW	0,02 MW

Rješenje uključujući ograničenja snage

- Rješenje:

$$P_1 = 500 \text{ MW}$$

$$P_2 = 224,03 \text{ MW}$$

$$\mathrm{P}_{loss} = 24,04 \text{ MW}$$

$$\lambda = 1570 \text{ Eur/MWh}$$

$$\gamma_1 = 420,2 \text{ Eur/MWh}$$

- Ukupna cijena iznosi 430 620,9 Eur (povećanje 2,6%)