RAZDJELNE MREŽE I INSTALACIJE

Auditorne vježbe

Primjer predviđanja opterećenja na razini razdjelne transformatorske stanice

U transformatorskoj stanici 1TS330, S_n = 630 kVA, TS 10/0.4 kV, mjerenjima opterećenja u više uzastopnih godina zabilježeni su iznosi vršne snage dani tablicom 1:

Tablica 1. Mjereno opterećenje 1TS330

Godina	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
S [kVA]	65	69	72	103	131	157	194	270	333	386
s [p.u]	0.103	0.110	0.114	0.163	0.208	0.249	0.308	0.429	0.529	0.613

Za predviđanje opterećenja na raspolaganju su sljedeći modeli razvoja opterećenja:

Gompertz-ov: $$S(t) = S_z \cdot e^{-b \cdot a^t} \tag{1}$$

logistički: $$S(t) = \frac{S_z}{1 + e^{b - a \cdot t}} \tag{2}$$

polinom trećeg stupnja: $$S(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d \tag{3}$$

Koristeći sedam (7) posljednjih izmjerenih vrijednosti potrebno je odrediti parametre modela, izračunati faktor korelacije pojedinog modela, te odabrati najbolji model i izvesti predviđanje opterećenja za razdoblje od narednih 5 godina. Godina u kojoj se izvodi predviđanje je 1999. godina, a za snagu u zasićenju (opterećenje u dalekoj budućnosti) pretpostavlja se da je iznosom jednaka instaliranoj snazi razdjelne stanice ($S_z = S_n$).

Rješenje:

Budući da se u obzir uzima samo 7 posljednjih godina, potrebno je prirediti podatke kako je predočeno tablicom 2:

Tablica 2. Priprema podataka

t	1	2	3	4	5	6	7
s(t) [p.u]	0.163	0.208	0.249	0.308	0.429	0.529	0.613

Radi jednostavnosti račun se provodi s jediničnim vrijednostima, gdje je $s(t) = S(t)/S_n$ i $s_z = 1$ p.u.

Parametri modela općenito se pronalaze metodom najmanjih kvadrata, odnosno zadovoljavanjem uvjeta

$$E = \sum_{t=1}^{N} [s(t) - s_m(t)]^2 \rightarrow min \qquad \text{za Gompertz-ov i logistički model} \tag{4}$$

odnosno zadovoljavanjem uvjeta

$$E = \sum_{t=1}^{N} [s(t) - s_m(t)]^2 + \sum [s(H) - s_m(H)]^2 \rightarrow min \qquad \text{za polinom trećeg stupnja} \tag{5}$$

gdje je

s(t) - izmjereno opterećenje u godini *t*

$s_m(t)$ - opterećenje u godini *t* izračunato matematičkim modelom

s(H) - pretpostavljeno opterećenje u zasićenju (opterećenje horizontne godine)

$s_m(H)$ - opterećenje u zasićenju izračunato modelom.

Horizontna godina H i opterećenje u horizontnoj godini služe stabilizaciji prilagođavanja polinoma trećeg stupnja poznatim podacima. Horizontna se godina odabire dovoljno daleko u budućnosti (obično 15 godina u budućnost od posljednje godine mjerenja) kada se sa sigurnošću može pretpostavljati da je nastupilo zasićenje. Opterećenje u horizontnoj godini najčešće se pretpostavlja na temelju iskustva (u ovom primjeru *s(H) = sz = 1 p.u*).

Izrazi za izračunavanje parametara matematičkog modela određuju se deriviranjem izraza (4) odnosno izraza (5) po pojedinom parametru, koji se sada tretiraju kao nepoznanice, te izjednačavanjem dobivenih derivacija s nulom:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0 \qquad \frac{\partial E}{\partial b} = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial E}{\partial c} = 0 \qquad \frac{\partial E}{\partial d} = 0 \tag{7}$$

Iz izraza (6) slijede izrazi za parametre Gompertz-ovog modela:

$$a_G = e^{\frac{\left(\sum_{t=1}^{N} t\right)\cdot\left[\sum_{t=1}^{N} ln\left(ln\frac{1}{s(t)}\right)\right]-N\cdot\left[\sum_{t=1}^{N} t\cdot ln\left(ln\frac{1}{s(t)}\right)\right]}{\left(\sum_{t=1}^{N} t\right)^2-N\cdot\sum_{t=1}^{N} t^2}}$$

$$b_G = e^{\frac{\left(\sum_{t=1}^{N} t\right)\cdot\left[\sum_{t=1}^{N} t\cdot ln\left(ln\frac{1}{s(t)}\right)\right]-\left(\sum_{t=1}^{N} t^2\right)\cdot\left[\sum_{t=1}^{N} ln\left(ln\frac{1}{s(t)}\right)\right]}{\left(\sum_{t=1}^{N} t\right)^2-N\cdot\sum_{t=1}^{N} t^2}} \qquad (8)$$

i logističkog modela:

$$a_L = \frac{\left(\sum_{t=1}^{N} t\right)\cdot\left[\sum_{t=1}^{N} ln\left(\frac{1}{s(t)}-1\right)\right]-N\cdot\left[\sum_{t=1}^{N} t\cdot ln\left(\frac{1}{s(t)}-1\right)\right]}{\left(\sum_{t=1}^{N} t\right)^2-N\cdot\sum_{t=1}^{N} t^2}$$

$$b_L = \frac{\left(\sum_{t=1}^{N} t\right)\cdot\left[\sum_{t=1}^{N} t\cdot ln\left(\frac{1}{s(t)}-1\right)\right]-\left(\sum_{t=1}^{N} t^2\right)\cdot\left[\sum_{t=1}^{N} ln\left(\frac{1}{s(t)}-1\right)\right]}{\left(\sum_{t=1}^{N} t\right)^2-N\cdot\sum_{t=1}^{N} t^2} \qquad (9),$$

dok iz izraza (6) i (7) zajedno slijedi matrična jednadžba za izračunavanje parametara polinoma trećeg stupnja:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \left(P^T \cdot P\right)^{-1} \cdot P^T \cdot \begin{bmatrix} s(1) \\ s(2) \\ \vdots \\ s(N-1) \\ s(N) \\ s(H) \end{bmatrix} \qquad (10),$$

gdje je P matrica potencija za $t = 1,2, \ldots ,N$ i T oznaka transponiranja matrice:

$$P = \begin{bmatrix} 1^3 & 1^2 & 1 & 1 \\ 2^3 & 2^2 & 2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (N-1)^3 & (N-1)^2 & N-1 & 1 \\ N^3 & N^2 & N & 1 \\ H^3 & H^2 & H & 1 \end{bmatrix} \qquad (11).$$

Uzimajući u obzir vrijednosti iz tablice 2 ($N=7$), te sve navedene pretpostavke ($s_z = s(H) = 1$ $p.u$, $H = 7+15 = 22$) za parametre pojedinih modela dobiju se vrijednosti navedene u tablici 3:

Tablica 3. Parametri matematičkog modela

Gompertz-ov model	$a_G = 0.800$	$b_G = 2.509$	-	-

Logistički model	a_L = 0.358	b_L = 2.087	-	-
Polinom trećeg stupnja	a = -0.0005	b = 0.0140	c = -0.0044	d = 0.1557

Ocjena kvalitete korelacije modela i podataka o opterećenju iz prošlosti, kao i usporedba modelâ obično se izvodi na temelju faktora korelacije:

$$k_r = \sqrt{1 - \frac{\sum_{t=1}^{N} \left[s(t) - s_m(t) \right]^2}{\sum_{t=1}^{N} \left[s(t) - \bar{s} \right]^2}} \qquad (12),$$

gdje se srednja vrijednost opterećenja računa prema izrazu:

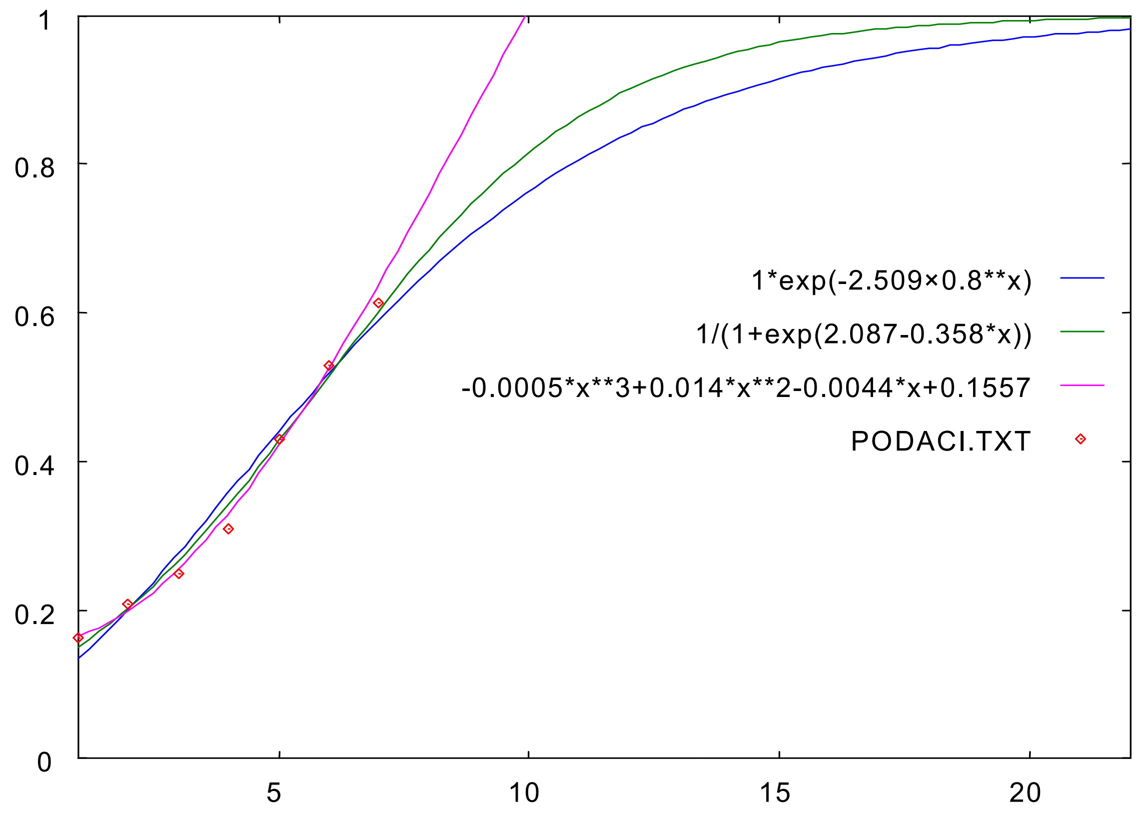
$$\bar{s} = \frac{\sum_{t=1}^{N} s(t)}{N} \qquad (13).$$

Faktori korelacije izračunati prema izrazu (12) za ovaj su primjer predočeni tablicom 4:

Tablica 4. Faktor korelacije matematičkog modela

	Gompertz-ov model	Logistički model	Polinom trećeg stupnja
k_r	0.986	0.994	0.996

Prije nego li se donese zaključak koji će se model odabrati kao najbolji za predviđanje, dobro je pogledati grafički prikaz pronađenih modela i podataka o izmjerenom opterećenju za posljednjih 7 godina (slika 1).



Slika 1. Grafički prikaz matematičkih modelâ i izmjerenog opterećenja

Iz grafičkog je prikaza vidljivo da polinom trećeg stupnja, iako se dobro prilagođava podacima iz prošlosti o čemu svjedoči i najbolji faktor korelacije, ne izvodi dobro i produljenje (ekstrapolaciju) u budućnost. Stoga, polinom trećeg stupnja nije najbolji model za izvođenje predviđanja u ovom primjeru unatoč najboljem faktoru korelacije. Od preostala dva modela za predviđanje se odabire logistički model, ne samo zato što mu je faktor korelacije bolji već i stoga jer daje optimističnije predviđanje budućeg opterećenja.

Konačno, predviđanje se izvodi prema logističkom modelu:

$$s(t) = \frac{1}{1 + e^{2.087 - 0.358 \cdot t}} \quad [\text{p.u}] \tag{14}$$

ili

$$S(t) = \frac{630}{1 + e^{2.087 - 0.358 \cdot t}} \quad [\text{kVA}] \tag{15}$$

Rezultati predviđanja za razdoblje od narednih 5 godina predočeni su tablicom 5:

Tablica 5. Predviđeno opterećenje 1TS330

t	8	9	10	11	12
Godina	1999	2000	2001	2002	2003

s [p.u]	0.684	0.755	0.815	0.863	0.900
S [kVA]	431	476	513	544	567

Pitanja za razmišljanje:

1. Kakav je utjecaj broja poznatih podataka iz prošlosti na određivanje parametara modela, tj. da li bi se modeli značajnije promijenili kad bi se u obzir uzelo svih 10 podataka iz prošlosti (izmjereno opterećenje za svih 10 godina) ili primjerice manje od 7 podataka iz prošlosti?
2. Kakav je utjecaj podataka iz prošlosti na određivanje modela s obzirom na to iz kojeg se dijela prošlosti podaci uzimaju, npr. uzme li se u obzir najranijih 5 godina, posljednjih 5 godina ili 5 godina "iz sredine"?