Završni ispit

1. Zadatak (*6 bodova*)

Neka je zadan $n/1$ sustav s $r = 0$. Vrijednosti su:

	1	2	3	4	5	6	7
t_e	9	8	6	9	1	2	6
d	15	8	26	30	33	11	27

a) Odrediti sve rasporede poslova kojim se prema Mooreovom algoritmu minimizira broj poslova koji kasne.

b) Koje pravilo maksimizira vrijeme čekanja (CT_q)? Objasniti.

2. Zadatak (*7 bodova*)

Dinamičkim programiranjem odrediti optimalan raspored poslova za $n/1$, $r = 0$ problem:

	1	2	3	4
t_e	10	1	5	20
w	2	1	2	1

ako je trošak posla i jednak vremenu boravka posla u sustavu (CT_i) pomnoženom s pripadnim koeficijentom w_i, a cilj je optimizirati ukupan trošak svih poslova. Osim toga, zahtjev je da trebaju biti zadovoljene sljedeće relacije između poslova: $1 \to 4$, $2 \to 3$, pri čemu relacija $i \to j$ znaci da posao j može započeti tek kad je posao i gotov.

3. Zadatak (*6 bodova*)

Razmatra se $n/3$ sustav s $r = 0$. Svi poslovi se na strojevima obavljaju u redoslijedu $M1 \to M2 \to M3$. Vremena obrade su zadana:

	$M1$	$M2$	$M3$
1	10	4	8
2	12	2	6
3	8	2	10
4	7	4	9
5	13	1	1

a) Za svaki stroj odrediti optimalan raspored izvođenja poslova na njemu tako da se minimizira ukupno vrijeme procesiranja svih poslova (M)

b) Nacrtati Ganttov graf za slučaj a)

4. Zadatak (*9 bodova*)

Zadan je *job-shop* sustav s tri stroja: A, B i C. Poslovi J_1 i J_2 dostupni su od trenutka $r = 0$, a posao J_3 od trenutka $r = 3$. Vremena izvođenja su:

	1. operacija	2. operacija	3. operacija
J_1	3 (A)	5 (B)	7 (C)
J_2	7 (A)	6 (C)	4 (B)
J_3	6 (B)	4 (C)	2 (A)

a) Rasporediti poslove prema pravilu LWRK, u slučaju izjednačenja koristiti SPT. Nacrtati pripadni Ganttov dijagram.

b) Napraviti prvu iteraciju *shifting-bottleneck* procedure.

5. Zadatak (*7 bodova*)

Zadan je sustav od dvije serijski povezane radne stanice: $1 \rightarrow 2$. Srednja stopa dolazaka je $r_a = 0.5h^{-1}$, uz $c_a^2 = 2$. Vremena procesiranja su:

Stanica	$t_e[h]$	c_e^2
1	1.6	0.75
2	1.7	2.00

a) Izračunati CT, WIP, TH za svaku stanicu

b) Kako na parametre iz a) utječe povećanje r_a?

c) Ako povećamo stopu na $r_a = 0.55h^{-1}$, na koliko se treba smanjiti c_e^2 stanice koja je usko grlo da CT sustava ostane jednak kao u a)?

ZI 15/16

	1	2	3	4	5	6	7
te	9	8	6	9	1	2	6
d	15	8	26	30	33	11	27

① n/1 sustav, r=Ø

a) MOORE

POREDANI SU PO EDD-u

1.KORAK $B = \{J2, J6, J1, J3, J7, J4, J5\}$ $A = \{\emptyset\}$

Sad gledamo koji posao prvi kasni u nizu. Kad ga pronađemo - stanemo i gledamo koji, do tog posla, najduže traje. Njega stavljamo u A, mičemo iz B i ponavljamo postupak dok niti jedan posao ne kasni.
SEKVENCA : B→A

TRENUTAK KAD POSAO IZLAZI IZ SUSTAVA

	J2	J6	J1
CT	8	10	19
d	8	11	15
OK?	✓	✓	X
te	8	2	9

KASNI

Također i najduže traje pa ga selimo iz B u A!

2.KORAK $B = \{J2, J6, J3, J7, J4, J5\}$ $A = \{J1\}$

	J2	J6	J3	J7	J4
CT	8	10	16	22	31
d	8	11	26	27	30
OK?	✓	✓	✓	✓	X
te	8	2	6	6	9

KASNI i najduže traje ⇒ A

3.KORAK $B = \{J2, J6, J3, J7, J5\}$ $A = \{J1, J4\}$

	J2	J6	J3	J7	J5
CT	8	10	16	22	23
d	8	11	26	27	33
OK?	✓	✓	✓	✓	✓
te	8	2	6	6	1

→ NEMA POSLA KOJI KASNI, POSTUPAK ZAVRŠEN

RASPORED ⇒ (B→A) : J2 - J6 - J3 - J7 - J5 - J1 - J4

ili

J2 - J6 - J3 - J7 - J5 - J4 - J1

OBA POSLA KASNE PA NIJE BITNO KOJI JE PRVI A KOJI DRUGI, STOGA SU SVA MOGUĆA RJEŠENJA REDOSLIJEDA JEDNAKI B → PERMUTACIJA (A)!

DVA MOGUĆA REDOSLJEDA U NAŠEM SLUČAJU!

b) KOJE PRAVILO MAKSIMIZIRA VRIJEME ČEKANJA CT_q?

→ Gledamo npr. prosječan CT_q

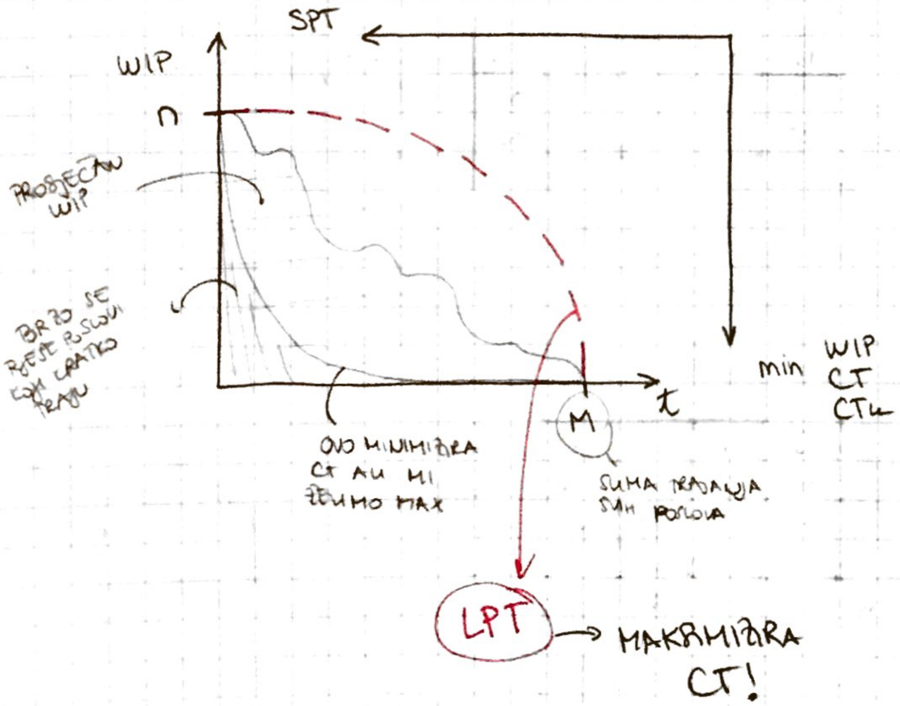
$$\max(CT_q) = \max\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} CT_{qi}\right\} = \max\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(CT_i - t_{ei})\right\} =$$

$$= \max\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} CT_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_{ei}\right\} \Rightarrow \text{LPT}$$

OVAJ DIO OVISI O RASPOREDU PA GA NJEGA ŽELIMO MAKSIMIZIRATI!

OVAJ JE DIO KONST. I NE OVISI O RASPOREDU!

PROSJEČAN CT → ne znamo koje pravilo ga maksimizira, ali znamo koje ga MINIMIZIRA! ⇒ SPT



② $n/1$, $r = \emptyset$, DINAMIČKO PROGRAMIRANJE

TROŠAK POSLA $g(j) = CT_i \cdot w_i$ $(out_i \cdot w_i)$

UVJET: $\boxed{\begin{matrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \end{matrix}}$ → 4 može započeti tek kad je 1 gotov
2 -u-

J	1	2	3	4
t_i	10	1	5	20
w	2	1	2	1

KORAK 1

J	{1}	{2}	~~{3}~~	~~{4}~~
OUT	10	1	~~5~~	~~20~~
j	1	2	~~3~~	~~4~~
RASP	1	2	~~3~~	~~4~~
g(j)	20	1	~~10~~	~~20~~
G(J\j)	0	0	~~0~~	~~0~~
G(J)	20	1	~~10~~	~~20~~

→ <u>ALI</u> OVA DVA POSLA NE MOGU BITI PRVA ZBOG UVJETA !!

4 NE prije 1

3 ne smije ići prije 2!

ovaj se neće dogoditi jer je 1 preduvjet za 4 a nema ga u skupu

ovo se sigurno neće dogoditi jer ne prethode ni 1 ni 2 a preduvjet su

KORAK 2

J	{1,2}		~~{1,3}~~		{1,4}		{2,3}		~~{2,4}~~		~~{3,4}~~	
OUT	11		~~15~~		30		6		~~21~~		~~25~~	
j	1	2	~~1~~	~~3~~	~~1~~	4	~~2~~	3	~~2~~	~~4~~	~~3~~	~~4~~
RASP.	2,1	1,2	~~3,1~~	~~1,3~~	~~4,1~~	1,4	~~3,2~~	2,3	~~4,2~~	~~2,4~~	~~4,3~~	~~3,4~~
g(j)	22	11				30		12				
G(J\j)	1	20				20		1				
G(J)	23				50		13					

neće se dogoditi jer nema 2 prije!

ne može biti zadnji jer bi to značilo da ga 3 prethodi!

neće se dogoditi zbog 3

a ovaj zbog 4

KORAK 3

J	{1,2,3}			{1,2,4}			~~{1,3,4}~~	~~{2,3,4}~~
OUT	16			31				
j	1	~~2~~	3	~~1~~	2	4		
RASP	*1		*3		*2	*4		
g(j)	32		32		31	31		
G(J\j)	13		23		50	23		
G(J)	45			54				

KORAK 4

J	{1,2,3,4}			
OUT	36			
j	~~1~~	~~2~~	3	4
RASP	~~*1~~	~~*2~~	*3	*4
g(j)			72	36
G(J\j)			54	45
G(J)	81			

REDOSLIJED: $\boxed{J2 - J3 - J1 - J4}$

③ $n/3$, $r=\emptyset$ $M1 \rightarrow M2 \rightarrow M3$

	A M1	B M2	C M3
1	10	4	8
2	12	2	6
3	8	2	10
4	7	4	9
5	13	1	1

a) Poslovi se moraju obavljati M1→M2→M3 pa je najoptimalnije rješenje da na svakom stroju imamo isti sekvencu

↳ JOHNSON

ALI Ne postoji Johnson za 3 stroja pa trebamo "modificirati" tablicu

⇒ UVJET ZA n/3 PROBLEM ⇒ SVOJSTVO DOMINACIJE

$\left.\begin{array}{l} \max(M2)=4 \\ \min(M1)=7 \end{array}\right\} \leq$ ✓

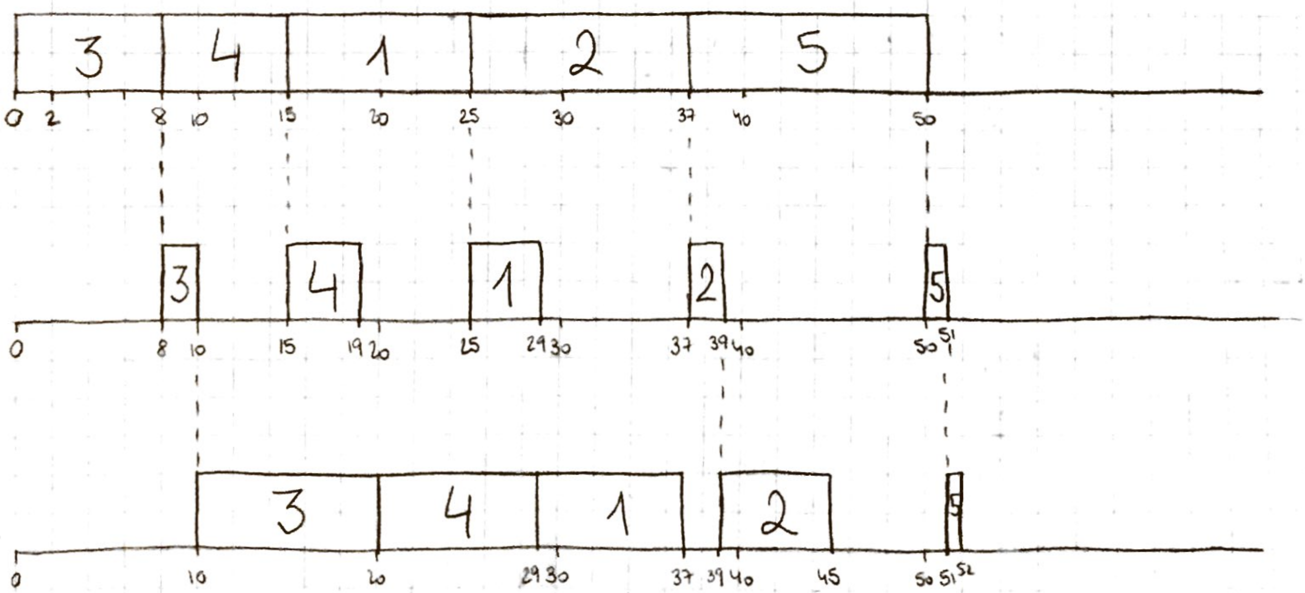
$$\boxed{\begin{array}{c} \max(B) \leq \min(A) \\ \text{ili} \\ \max(B) \leq \min(C) \end{array}}$$

⇒

	M1+M2	M2+M4
1	14	12
2	14	8
3	10	12
4	11	13
5	14	2

3 - 4 - 1 - 2 - 5

a) GANTT ZA a)

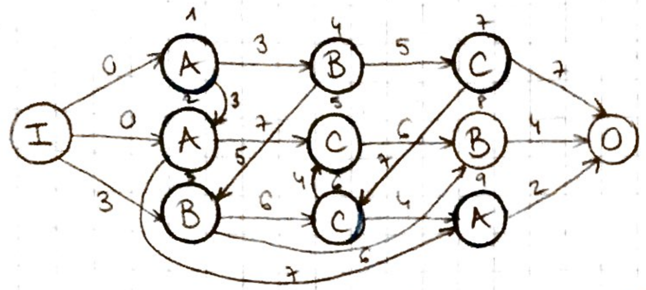


4. J1 i J2 r=∅ , J3 r=3

	OP1	OP2	OP3
J1	3A	5B	7C
J2	7A	6C	4B
J3	6B	4C	2A

a) LWRK (LEAST WORK REMAINING), SPT u slučaju izjednačenja + GANTT

max { VR. KAD ZAVRŠAVA PRETHODNA OPERAC. , VRIJEME KAD STROJ POSTAJE SLOBODAN }



$\boxed{K1}$ $k=\emptyset$ $R(0)=\{\emptyset\}$ $D(0)=\{1,2,3\}$

$\boxed{K2}$ $s^* = \min\{0,0,3\} = \emptyset$

$m^* = \{A\}$

A: operacija 1 : završava za 15 — LWKR
operacija 2 : završava za 17

$\boxed{K3}$ $k=1$ $R(1)=\{1\}$ $D(1)=\{2,3,4\}$

$\boxed{K2}$ $s^* = \min\{\overset{2}{\max}\{0,3\}, \overset{3}{\max}\{3,0\}, \max\{3,\emptyset\}\} = \min\{3,3,3\} = 3$

$m^* = \{A,B\}$

A: op 2 : završava za 20
B: op 3 - 12 } IZJEDNAČENI → SPT → 4 → $t_{e4} < t_{e3}$
op 4 - 12

$\boxed{K3}$ $k=2$ $R(2)=\{1,2,4\}$ $D(2)=\{3,5,7\}$

$\boxed{K2}$ $s^* = \min\{\overset{3}{\max}\{3,8\}, \overset{5}{\max}\{10,0\}, \overset{7}{\max}\{8,0\}\} = \min\{8,10,8\} = 8$

$m^* = \{B,C\}$

B: op. 3 - 12
C: op. 7 - 7

$\boxed{K3}$ $k=3$ $R(3)=\{1,2,4,7,3\}$ $D(3)=\{5,6\}$

$\boxed{K2}$ $s^* = \min\{\overset{5}{\max}\{10,15\}, \overset{6}{\max}\{14,15\}\} = \min\{15,15\} = 15$

$m^* = \{C\}$

C: operacija 5 - završava za 10
operacija 6 - završava za 6

$\boxed{K3}$ $k=4$ $R(4)=\{1,2,4,7,3,6\}$ $D(4)=\{5,9\}$

$\boxed{K2}$ $s^* = \min\{\overset{5}{\max}\{10,19\}, \overset{9}{\max}\{19,3\}\} = \min\{19,19\} = 19$

$m^* = \{A,C\}$ A: op 9 - 2
C: op 5 - 10

$\boxed{K3}$ K = 5 R(5) = {1, 2, 4, 7, 3, 6, 9, 5}

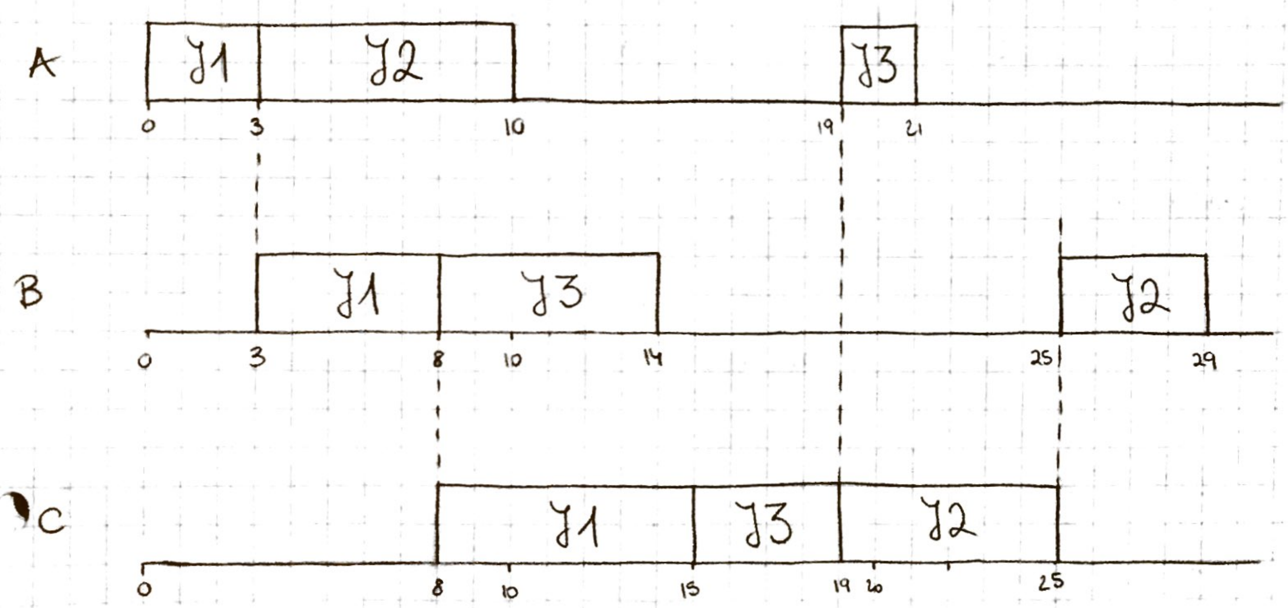
ali ostao samo 8 na B pa smo gotovi

⇒ R(6) = {1, 2, 4, 7, 3, 6, 9, 5, 8}

→ 1, 4, 7 pripadaju u J1 → 1, 2, 9 su A
→ 2, 5, 8 — " — " — J2 → 3, 4, 8 su B
→ 3, 6, 9 — " — " — J3 → 5, 6, 7 su C

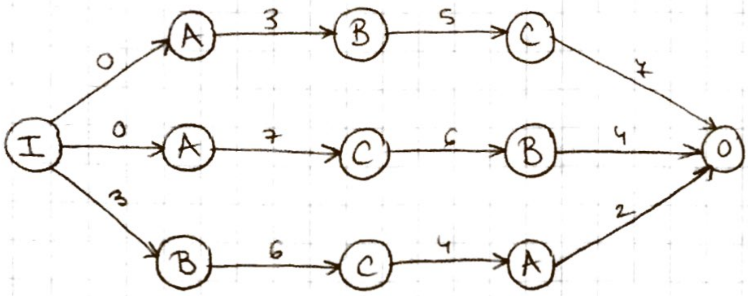
STROJ A : 1 → 2 → 9 ⇒ J1 → J2 → J3
STROJ B : 4 → 3 → 8 ⇒ J1 → J3 → J2
STROJ C : 7 → 6 → 5 ⇒ J1 → J3 → J2

⇒ GANTTOV DIJAGRAM



b) →

b) SHIFTING BOTTLENECK (PRVA ITERACIJA)

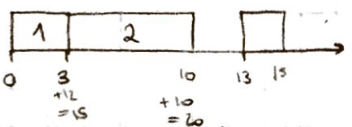


KORAK 1

A	1	2	3
r	0	0	13
te	3	7	2
g	12	10	0

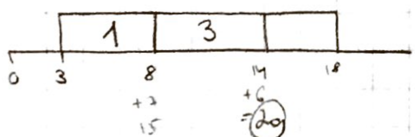
B	1	2	3
r	3	13	3
te	5	4	6
g	7	0	6

C	1	2	3
r	8	7	9
te	7	6	4
g	0	4	2

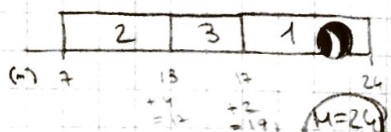


M=20

1 - 2 - 3



M=20

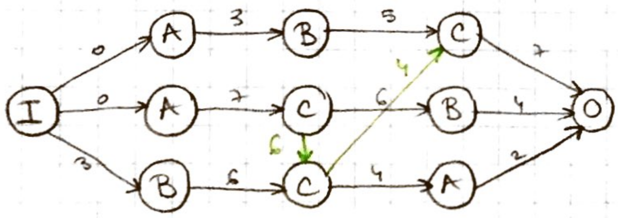


M=24

→ BIRAMO C → 2 - 3 - 1 jer ima najveći M!

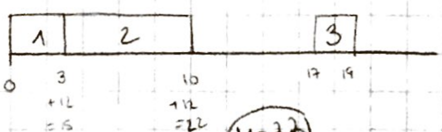
OVO JE ZA ISPIT, U NASTAVKU JE OSTATAK

KORAK 2



A	1	2	3
r	0	0	17
te	3	7	2
g	12	12	0

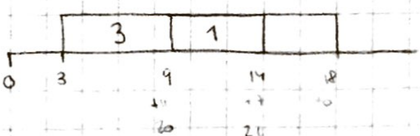
B	1	2	3
r	3	13	3
te	5	4	6
g	7	0	11



M=22

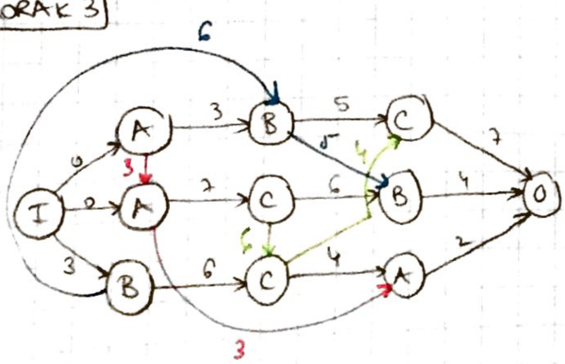
BIRAMO A

1 - 2 - 3

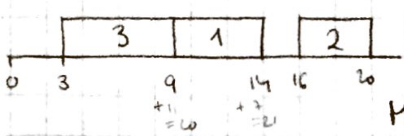


M=21

KORAK 3



B	1	2	3
r	3	16	3
te	5	4	6
g	7	0	11



3 - 1 - 2

M=21