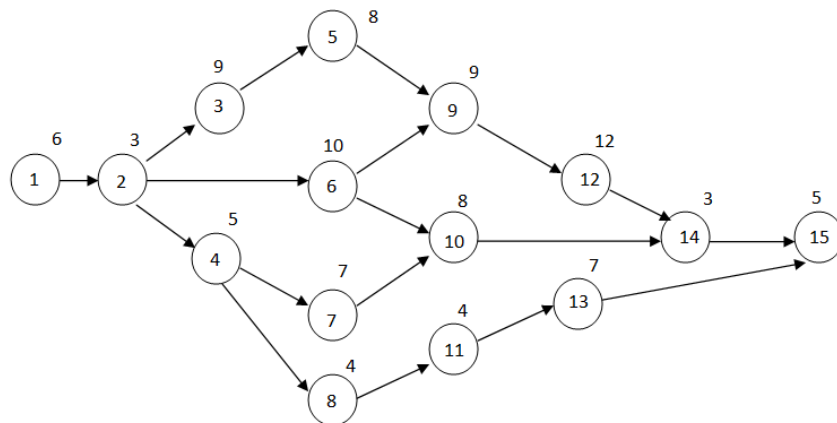


## 1. domaća zadaća - rješenja

### 1. Zadatak

Sastavljanje nekog proizvoda odvija se na proizvodnoj liniji. Sastavljanje se sastoji od 15 zadataka s dijagramom povezanosti prikazanom na slici 1. Vrijeme trajanja pojedinog zadatka u sekundama prikazano je na slici uz svaki zadatak. Neka je željena izlazna stopa 2 proizvoda u minuti i neka na jednoj stanici radi jedan radnik.

- Koji je najmanji broj stanica kojim se može ostvariti željena izlazna stopa? Balansirati liniju za taj broj stanica primjenom algoritma predloženog na predavanju. Odrediti gubitke balansiranja.
- Da li postoji raspored zadataka po stanicama kojim se ostvaruje veća propusnost u odnosu na a), uz jednu liniju i isti broj stanica?



Slika 1:

Rjesenje:

$$a) TH = \frac{2}{60} s^{-1} = \frac{1}{30} s^{-1}$$

$$T_0 = 100s$$

$$r_b = TH \Rightarrow N_{min} = \lceil T_0 \cdot r_b \rceil = 4$$

Poslovi se dodjeljuju redom prema broju prethodnika. Ako postoji više kandidata za stanicu odabire se onaj s najdužim trajanjem ili onaj s najvećim brojem operacija koje se mogu obaviti nakon njega ili po nekoj drugoj heuristici.

Stanica 1: poslovi 1, 2, 6, 3 - ukupno trajanje 28s

Stanica 2: poslovi 4, 5, 9, 7 - ukupno trajanje 29s

Stanica 3: poslovi 12, 10, 11, 8 - ukupno trajanje 28s

Stanica 4: poslovi 13, 14, 15 - ukupno trajanje 15s

Ostvarena izlazna stopa je  $\frac{1}{29} s^{-1}$ . Gubitci balansiranja jednaki su  $(1 + 0 + 1 + 14) / (4 \cdot 29) * 100\% = 13.79\%$

- b) Maksimalna propusnost uz 4 stanice bila bi da obrada u svakoj stanici traje 25s, ali to se za ovaj primjer ne može postići uz poštovanje redoslijeda između operacija. Može se postići vrijeme obrade na najsporijoj stanici od 26s. Takvo rješenje je: stanica 1: poslovi 1, 2, 3, 5 - 26s, stanica 2: poslovi 4, 6, 7, 8 - 26s, stanica 3: poslovi 9, 11, 13 - 25s i stanica 4: poslovi 10, 13, 14, 15 - 23s

## 2. Zadatak

Proizvodni sustav sastoji se od dvije stanice s jednim poslužiteljem povezane u seriju. Pretpostavka je da postoji beskonačno mnogo mjesta u redu ispred svake stanice. Karakteristike stanica su:

	stanica 1	stanica 2
$t_0$	11min	11min
$c_0$	0.5	0.5
$m_f$	7h	5h
$m_r$	1.5h	0.5h
$c_r$	0.75	0.5

- a) Koja je stanica prema iskoristivosti usko grlo?
- b) Da li sustav može dugoročno održati razinu proizvodnje od 35 proizvoda u 8h?
- c) Neka proizvodi dolaze u sustav u jednakim vremenskim razmacima. Ako je prosječno vrijeme boravka na prvoj stanici jednako 2h i 7 min, koliki je vremenski razmak između dolaska dva predmeta na ulazu?
- d) Za vrijednosti iz c) odrediti prosječan broj predmeta u sustavu

Rješenje:

$$a) A_1 = \frac{m_{f1}}{m_{f1} + m_{r1}} = 0.8235, t_{e1} = \frac{t_{01}}{A_1} = 13.366min = 0.223h$$

$$A_2 = \frac{m_{f2}}{m_{f2} + m_{r2}} = 0.909, t_{e2} = \frac{t_{02}}{A_2} = 12.101min = 0.202h$$

$$u_1 = r_{a1} \cdot t_{e1}$$

$$u_2 = r_{a2} \cdot t_{e2}$$

Usko grlo je stanica koja ima najveću iskoristivost. Budući da je  $r_{a1} = r_{a2}$  i  $t_{e1} > t_{e2}$ , usko grlo je prva stanica.

$$b) r_a = \frac{35}{8}h^{-1} = 4.375h^{-1}$$

Budući da za zadanu ulaznu stopu vrijedi  $u_1 < 1$  i  $u_2 < 1$ , sustav može održavati zadanu razinu proizvodnje tj. neće doći do nagomilavanja u sustavu.

$$c) CT_1 = 2.117h$$

Koeficijenti varijabilnosti poslužitelja:

$$c_{e1}^2 = c_{01}^2 + (1 + c_{r1}^2)A_1(1 - A_1)\frac{m_{r1}}{t_{01}} = 0.5^2 + (1 + 0.75^2)0.8235(1 - 0.8235)\frac{1.5 \cdot 60}{11} = 2.108$$

$$c_{e2}^2 = c_{02}^2 + (1 + c_{r2}^2)A_2(1 - A_2)\frac{m_{r2}}{t_{02}} = 0.5^2 + (1 + 0.5^2)0.909(1 - 0.909)\frac{0.5 \cdot 60}{11} = 0.532$$

Vrijeme boravka u prvoj stanici:

$$CT_1 = \frac{c_a^2 + c_{e1}^2}{2} \cdot \frac{u_1}{1 - u_1} \cdot t_{e1} + t_{e1} \text{ iz čega slijedi:}$$

$$u_1 = \frac{2(CT_1 - t_{e1})}{(c_a^2 + c_{e1}^2)t_{e1} + 2(CT_1 - t_{e1})} = \frac{2(2.117 - 0.223)}{(0 + 2.108)0.223 + 2(2.117 - 0.223)} = 0.889$$

$$u_1 = \frac{t_{e1}}{t_a} \rightarrow t_a = \frac{t_{e1}}{u_1} = \frac{0.223}{0.889} = 0.251h = 15.05min$$

$$r_a = \frac{1}{t_a} = 3.986h^{-1}$$

d) Varijabilnost izlaza iz prve stanice:

$$c_{d1}^2 = u_1^2 c_{e1}^2 + (1 - u_1^2) c_a^2 = 0.889^2 \cdot 2.108 = 1.666$$

$$c_{a2} = c_{d1}$$

Iskoristivost druge stanice:

$$u_2 = \frac{t_{e2}}{t_a} = \frac{0.202}{0.251} = 0.805$$

Vrijeme boravka u drugoj stanici:

$$CT_2 = \frac{c_{a2}^2 + c_{e2}^2}{2} \cdot \frac{u_2}{1 - u_2} \cdot t_{e2} + t_{e2} = 1.118h:$$

Broj proizvoda u sustavu:

$$WIP = r_a(CT_1 + CT_2) = 3.986(2.117 + 1.118) = 12.895$$

### 3. Zadatak

Sustav s jednim strojem koristi se za obradu predmeta. Predmeti uvijek dolaze u grupama od dva, s eksponencijalnom distribucijom vremena dolaska između grupa sa srednjom vrijednosti  $\lambda$ . Stroj radi na jednom predmetu istovremeno. Vrijeme obrade je eksponencijalno distribuirano sa srednjom vrijednosti  $\mu$ . Potrebno je nacrtati dijagram stanja i napisati jednadžbe balansa ako u sustavu može biti najviše pet predmeta.

Rješenje:

U rješenju se pretpostavlja da je, u slučaju da u sustavu ima 4 i 5 predmeta, ulazak nove grupe u sustav zabranjen. Budući da je  $\lambda$  srednja vrijednost između dolazaka dvije grupe, tada je  $1/\lambda$  srednja vrijednost stope dolazaka. Analogno vrijedi i za vrijeme obrade  $\mu$

Jednadžbe balansa:

$$(p_0) \rightarrow \mu^{-1} p_1 = \lambda^{-1} p_0$$

$$(p_1) \rightarrow \mu^{-1} p_2 = (\mu^{-1} + \lambda^{-1}) p_1$$

$$(p_2) \rightarrow \lambda^{-1} p_0 + \mu^{-1} p_3 = (\mu^{-1} + \lambda^{-1}) p_2$$

$$(p_3) \rightarrow \lambda^{-1} p_1 + \mu^{-1} p_4 = (\mu^{-1} + \lambda^{-1}) p_3$$

$$(p_4) \rightarrow \lambda^{-1} p_2 + \mu^{-1} p_5 = \mu^{-1} p_4$$

$$(p_5) \rightarrow \lambda^{-1} p_3 = \mu^{-1} p_5$$

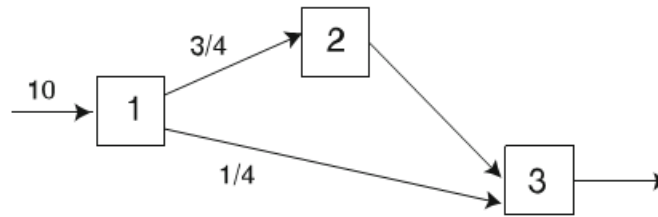
$$(p_6) \rightarrow p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$$

### 4. Zadatak

Za sustav s tri stanice sa slike 2 potrebno je:

a) Odrediti ulaznu stopu u svaku stanicu

b) Odrediti WIP, CT i TH sustava ako je koeficijant varijabilnosti ulazne stope u sustav jednak 1.5, i ako su zadane sljedeće karakteristike stanica:



Slika 2:

stanica	$t_e(i)$	$c_e(i)$
1	0.086	1.3521
2	0.11	0.8264
3	0.08	1.5625

Rješenje:

a)  $\lambda_1 = 10$

$\lambda_2 = 0.75\lambda_1 = 7.5$

$\lambda_3 = 0.25\lambda_1 + \lambda_2 = 10$

b)  $u_1 = \lambda_1 \cdot t_{e1} = 10 \cdot 0.086 = 0.86$

$u_2 = \lambda_2 \cdot t_{e2} = 7.5 \cdot 0.11 = 0.825$

$u_3 = \lambda_3 \cdot t_{e3} = 10 \cdot 0.08 = 0.8$

Koeficijenti ulaza u stanice = ?

Stanica 1:

$c_a(1) = 1.5$

Stanica 2:

$c_d^2(1) = u_1^2 c_{e1}^2 + (1 - u_1^2) c_a^2(1) = 0.86^2 \cdot 1.3521^2 + (1 - 0.86^2) \cdot 1.5^2 = 1.938$

$c_a^2(2) = 0.75 c_d^2(1) + 0.25 = 1.7035$

Stanica 3:

$c_d^2(2) = u_2^2 c_{e2}^2 + (1 - u_2^2) c_a^2(2) = 0.825^2 \cdot 0.8264^2 + (1 - 0.825^2) \cdot 1.7035^2 = 1.01$

$c_a^2(3) = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} c_a^2(2, 3) + \frac{0.25\lambda_1}{\lambda_3} \cdot c_a^2(1, 3) =$

$= \frac{\lambda_2}{\lambda_3} c_d^2(2) + \frac{0.25\lambda_1}{\lambda_3} \cdot (0.25 c_d^2(1) + 0.75) =$

$= \frac{7.5}{10} \cdot 1.01 + \frac{10 \cdot 0.25}{10} (0.25 \cdot 1.938 + 0.75) = 1.066$

Vrijeme boravka u svakoj stanici = ?

$CT_1 = \frac{c_a^2(1) + c_{e1}^2}{2} \cdot \frac{u_1}{1 - u_1} \cdot t_{e1} + t_{e1} =$

$= \frac{1.5^2 + 1.3521^2}{2} \cdot \frac{0.86}{1 - 0.86} \cdot 0.086 + 0.086 = 1.163$

Stanica 2:

$CT_2 = \frac{c_a^2(2) + c_{e2}^2}{2} \cdot \frac{u_2}{1 - u_2} \cdot t_{e2} + t_{e2} =$

$= \frac{1.7035^2 + 0.8264^2}{2} \cdot \frac{0.825}{1 - 0.825} \cdot 0.11 + 0.11 = 0.729$

Stanica 3:

$$\begin{aligned}CT_3 &= \frac{c_a^2(3)+c_{e3}^2}{2} \cdot \frac{u_3}{1-u_3} \cdot t_{e3} + t_{e3} = \\&= \frac{1.066^2+1.5625^2}{2} \cdot \frac{0.8}{0.2} \cdot 0.08 + 0.08 = 0.641\end{aligned}$$

Broj poslova:

$$WIP_1 = \lambda_1 \cdot CT_1 = 11.63$$

$$WIP_2 = \lambda_2 \cdot CT_2 = 5.467$$

$$WIP_3 = \lambda_3 \cdot CT_3 = 6.41$$

$$WIP = WIP_1 + WIP_2 + WIP_3 = 23.507$$

$$CT = \frac{WIP}{TH} = \frac{23.507}{10} = 2.3507$$