Završni ispit iz Procesne automatizacije, ak. g. 2019/2020

Datum: 27. 1. 2020.

Ime i prezime:____________________________JMBAG:__________________________________

Zadatak 1. (*16 bodova*)

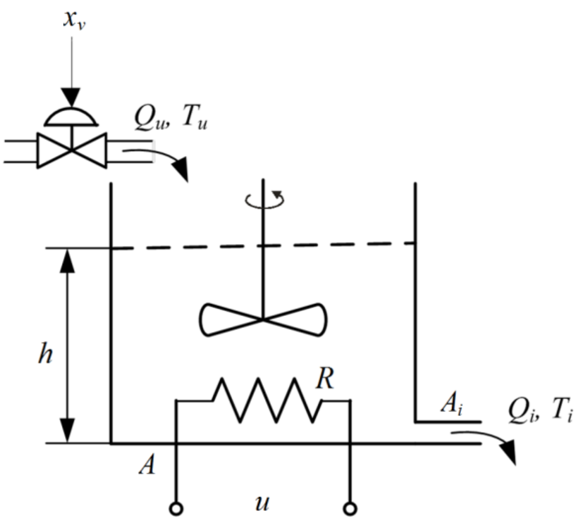
U spremnik konstantnog poprečnog presjeka A, ulijeva se masenim dotokom Q_u voda temperature T_u. U spremniku se, kako je prikazano na Slici 1, nalazi električni grijač toplinske snage P_{el} koji zagrijava vodu u spremniku. Rotirajuća mješalica osigurava jednoliku temperaturu tekućine unutar spremnika. Na dnu spremnika nalazi se otvor površine presjeka A_i kroz koji voda istječe masenim tokom Q_i na temperaturi T_i. Stijenka spremnika izolirana je i zanemarive je debljine. Ulazne su veličine procesa otvorenost ventila x_{vu} i napon grijača u, a izlazne veličine su Q_i i T_i. Sustavom upravljanja potrebno je osigurati da obje izlazne veličine slijede zadane referentne vrijednosti.

a) (*3 boda*) Modelirajte sustav i odredite nelinearni matematički model u prostoru stanja. Volumni protok kroz ventil definiran je sljedećim izrazom:

$$q_u = k_{vu} x_{vu} \sqrt{\Delta P_u}.$$

b) (*4 boda*) Linearizirajte nelinearni model u radnoj točki h_0 = 1 m, T_{i0} = 35 °C i prikažite ga u P-kanoničkoj strukturi s $u_1=\Delta x_{vu}$, $u_2=\Delta u$, $y_1=\Delta Q_i$ i $y_2=\Delta T_i$.

c) (*3 boda*) Projektirajte glavne regulatore R_1 i R_2 I tipa s prigušenjem $\zeta = \sqrt{2}/2$ zanemarujući spregu.



Slika 1. Sustav regulacije protoka i temperature tekućine

Zadano je:

A = 2 m^2	- površina spremnika;	ΔP_u = 1 bar	- razlika tlakova na ventilu;
A_i = 0.02 m^2	- površina presjeka izlazne cijevi;	T_u = 27 °C	- temperatura dotoka;
$k_{vu} = 0.9 \dfrac{m^2}{s\sqrt{bar}}$	- konstanta ventila;	$C = 4181 \dfrac{J}{kg\ K}$	- specifični toplinski kapacitet vode;
g = 9.81 m/s^2	- ubrzanje sile teže;	R = 0.1 Ω	- otpor grijača;
ρ = 1000 kg/m^3	- gustoća vode;		

d) (*3 boda*) Odredite elemente R_{11}, R_{12}, R_{21} i R_{22} MIMO regulatora u P-kanoničkoj strukturi tako da se postigne autonomizacija s obzirom na vlastito gibanje, uz prijenosne funkcije autonomnih otvorenih krugova kao pod c). Nacrtajte blokovsku shemu regulatora.

e) (*3 boda*) Odredite elemente R_{11}, R_{12}, R_{21} i R_{22} MIMO regulatora u V-kanoničkoj strukturi tako da se postigne autonomizacija s obzirom na vlastito gibanje, uz prijenosne funkcije autonomnih otvorenih krugova kao pod c). Nacrtajte blokovsku shemu regulatora.

Rješenje:

a)

$$\begin{cases} A\dfrac{dh}{dt} = q_u - q_i \\[2ex] \rho AC\dfrac{d(hT_i)}{dt} = Q_u C T_u + \dfrac{U^2}{R} - Q_i C T_i \end{cases}$$

...

$$\begin{cases} A\dfrac{dh}{dt} = k_{vu}x_{vu}\sqrt{\Delta P_u} - A_i\sqrt{2gh} \\[2ex] \rho AhC\dfrac{dT_i}{dt} = \rho k_{vu}x_{vu}\sqrt{\Delta P_u}C(T_u - T_i) + \dfrac{U^2}{R} \\[2ex] Q_i = \rho A_i\sqrt{2gh} \end{cases}$$

b) $U_0 = 544.3457$ V

$$G_{11} = \frac{\Delta Q_i}{\Delta x_{vu}} = \frac{0.1993}{s+0.02215}, \qquad G_{12} = \frac{\Delta Q_i}{\Delta u} = 0,$$

$$G_{21} = \frac{\Delta T_i}{\Delta x_{vu}} = \frac{-0.036}{s+0.04429}, \qquad G_{22} = \frac{\Delta T_i}{\Delta u} = \frac{0.001302}{s+0.04429},$$

kao međukorak, $\dfrac{\Delta h}{\Delta x_{vu}} = \dfrac{0.0045}{s+0.02215}$

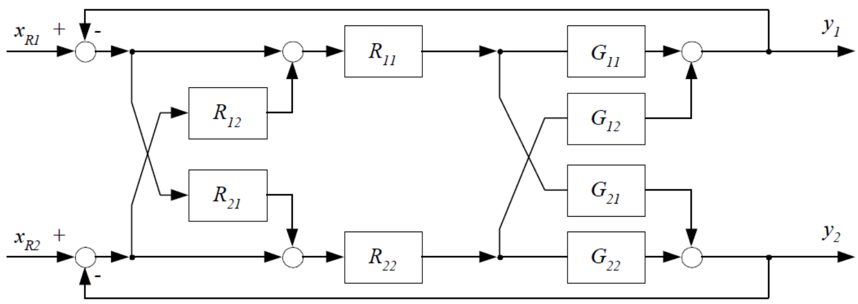
c) $R_{11} = \frac{1}{812.7426s}$, $R_{22} = \frac{1}{1.3272s}$,

d) Kako je proces P-kanonički, regulator V-kanoničke strukture ima jednostavan izraz pa je uputno riješiti prije e) podzadatak, regulator se zatim računa kao:

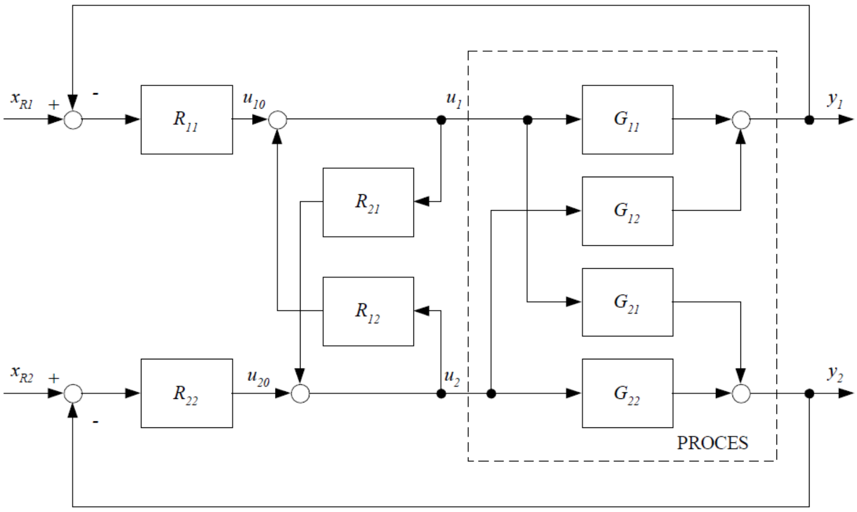
$$\underline{R} = \frac{1}{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}}\begin{bmatrix} G_{22}G_{11}R_1 & -G_{12}G_{22}R_2 \\ -G_{21}G_{11}R_1 & G_{11}G_{22}R_2 \end{bmatrix}$$

uz $R_1 = R_{11}, R_2 = R_{22}$

$R_{11} = \frac{1}{812.7426s}, \quad R_{12} = 0, \quad R_{21} = \frac{0.03402}{s}, R_{22} = \frac{1}{1.3272s},$



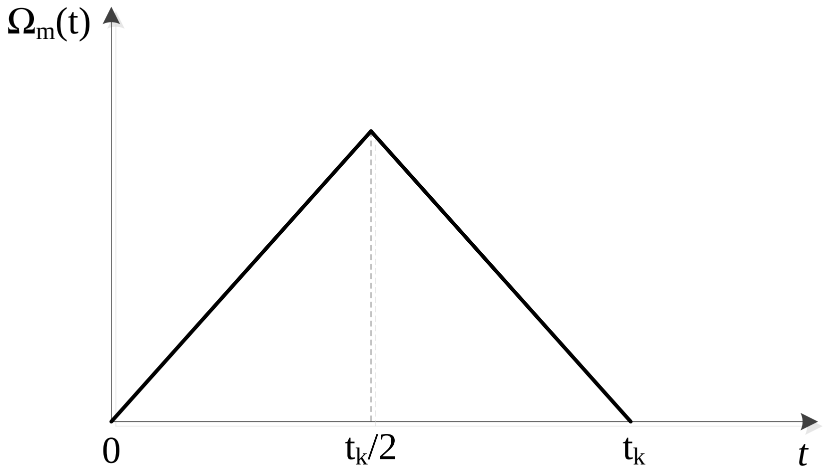
e) $R_{12} = -\frac{G_{12}}{G_{11}} = 0, \quad R_{21} = -\frac{G_{21}}{G_{22}} = -27.65,$ dok su R_{11} i R_{22} kao pod c)



Zadatak 2. *(10 bodova)*

Sustav za obradu aluminijske trake debljine 3 mm sastoji se od odmatača i namatača koji, kada su prazni, imaju jednaki promjer D = 0.4 m. U početku obrade na odmataču se nalazi smotuljak trake tako da je ukupni promjer odmatača jednak 0.8 m, dok je namatač prazan. Na kraju obrade cijeli smotuljak trake nalazi se na namataču. Tijekom obrade brzinom vrtnje pogonskog motora namatača upravlja se po jednostavnom zakonu koji prikazuje Slika 2. Najprije se brzina linearno povećava kutnim ubrzanjem α_m do trenutka $t_k/2$. Nakon toga brzina vrtnje se spušta na nulu kutnim usporenjem od $-\alpha_m$.

Potrebno je odrediti najmanje moguće vrijeme t_k za koje se čitavi smotuljak trake prebaci sa odmatača na namatač, ako se zna da maksimalno dozvoljeno kutno ubrzanje pogonskog motora namatača iznosi α_{m_max}=1 rad/s^2. Prijenosni omjer reduktora pogonskog motora je 10. Pretpostavite da je regulacijom sile napetosti cijelo vrijeme osiguran konstantan iznos sile napetosti trake.



Slika 2. Brzina vrtnje namatača

Rješenje: $t_k = 129{,}44$ s

Zadatak 3. (*14 bodova*)

Zadana je diskretna prijenosna funkcija jednostavnog modela procesa grijanja prostorije (vrijeme uzorkovanja $T = 50$ s):

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.1z^{-2}}{1-0.4z^{-1}}.$$

Pri tome je u upravljačka veličina procesa grijanja prostorije, a y je temperatura prostorije.

a) *(10 bodova)* Potrebno je projektirati GPC algoritam uz duljinu predikcijskog horizonta $N = N_2 - N_1 + 1 = 2$, duljinu upravljačkog horizonta $N_u = 2$ i poznate buduće referentne veličine temperature prostorije $w(k)$. Kriterijska funkcija je:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \left[y(k+j|k) - w(k+j) \right]^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} \left[\Delta u(k+j-1|k) \right]^2 .$$

Težinski faktor λ u kriterijskoj funkciji jednak je 1. Za trenutak početka penaliziranja N_1 odaberite najmanju vrijednost j za koju $\Delta u(k|k)$ ima utjecaja na $y(k+j|k)$. Model procesa je CARIMA model:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) + \frac{C(q^{-1})}{\Delta}e(k).$$

Polinom C modela poremećaja jednak je 1. Algoritam GPC-a potrebno je prikazati u obliku:

$$u(k) = f(w(k+N_1), w(k+N_1+1), \dots, y(k), y(k-1), \dots, u(k-1), \dots).$$

Rješenje:

$$u(k) = 0.01\,w(k+2) + 0.014\,w(k+3) - 0.0383\,y(k) + 0.0143\,y(k-1)$$
$$+ 0.9996\,u(k-1) + 0.0004\,u(k-2) + 0\,u(k-3)$$

b) *(4 boda)* Skicirajte odziv sustava $y(k = 0,\dots,5)$ na skok referentne vrijednosti temperature s 20 na 22°C u trenutku $k = 2$. Pretpostavite da je prije toga bilo uspostavljeno stacionarno stanje (uz $y = w = 20$).

Rješenje:

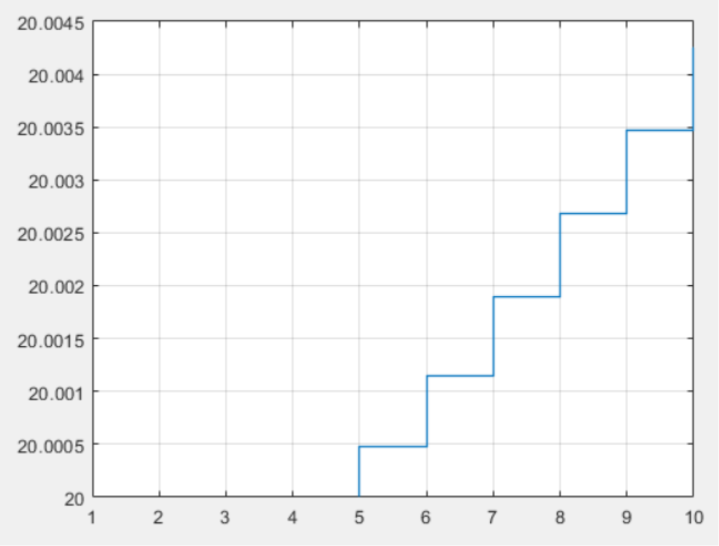
iz prijenosne funkcije: $y(k) = 0.4y(k-1) + 0.01\,u(k-2)$

iz uvjeta za stacionarno stanje:

$y(0) = y(-1) = 20 \rightarrow u(-2) = 1200$

$y(1) = y(0) = 20 \rightarrow u(-1) = 1200$

iz rješenja pod a):
$u(0) = 1200.048 \rightarrow y(2) = 20.00048$
$u(1) = 1200.096 \rightarrow y(3) = 20.00115$
$u(2) = 1200.144 \rightarrow y(4) = 20.00190$
$u(3) = 1200.192 \rightarrow y(5) = 20.00268$



Brojevi su dosta mali zbog tako postavljenog problema. Za isti G i lambda = 10^-4, rješenje bi bilo:

$$u(k) = 33.557\, w(k+2) + 23.4899\, w(k+3) - 90.4966\, y(k) + 33.4497\, y(k-1) + 0.1638\, u(k-1) + 0.8369\, u(k-2) + 0\, u(k-3)$$