1 mi 2009. 2. Zad:

Napomena: radi se s masenim protocima, dakle kg/s a ne l/s

Ulazni protok:

$$Q_u = k_u u_v \sqrt{\Delta P} = k_u u_v \sqrt{P_u - P_0 - \rho g h}$$

Izlazni protok:

$$P_0 + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_a + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad v_1 \ll v_2 \to \frac{1}{2}\rho v_1^2 \to 0$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_0 - P_a + \rho g h)}$$

$$Q_i = A_v \cdot \rho \cdot v_2 = A_v \rho \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_0 - P_a + \rho g h)}$$

Ako baš hoćete, ubacite ovaj ρ pod korijen pa dobijete:

$$Q_i = A_v \sqrt{2\rho(P_0 - P_a + \rho g h)}$$

Nelinearna jednadžba za promjenu visine spremnika

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A\rho}(Q_u - Q_i)$$

Iz jednažbe za plin slijedi:

$$P_o V_p = n_p R_p T_p \to P_o = \frac{n_p R_p T_p}{V_p}$$

Volumen plina jednak je ukupnom volumenu spremnika minus volumen vode tekućine ili čega već:

$$V_p = V_o - A \cdot h \to P_o = \frac{n_p R_p T_p}{V_o - Ah}$$

Taj veseli P_o ubacite u protoke, protoke u jednažbu za $\frac{dh}{dt}$ i dobijete onaj fini prvi izraz iz rešenja.

Pošto se radi o adijabatskoj ekspanziji/kompresiji plina, mijenja se i temperatura plina:

$$m_p c_p \cdot \frac{dT_p}{dt} = -P_o \cdot \frac{dV_p}{dt}$$

Izvod ovog ima veze s prvim zakonom termodinamike (dU+dW=dQ) i ima na slajdovima. A i izraz je napisan na ispitu, tako da nema smisla to objašnjavat.

Vrijedi:

$$V_p = V_o - A \cdot h \rightarrow \frac{dV_p}{dt} = -A \cdot \frac{dh}{dt}$$

Pa je:

$$m_p c_p \cdot \frac{dT_p}{dt} = P_o A \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{A n_p R_p T_p}{V_o - Ah} \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{A n_p R_p T_p}{m_p c_p (V_o - Ah)} \cdot \frac{dh}{dt}$$

A ako hoćete da baš bude ko u rješenjima, ok, vrijedi:

$$m_p = n_p \cdot M_p$$

I onda je

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{A R_p T_p}{M_p c_p (V_o - Ah)} \cdot \frac{dh}{dt}$$