Pouzdanost telekomunikacijske mreže

Auditorne vježbe 1

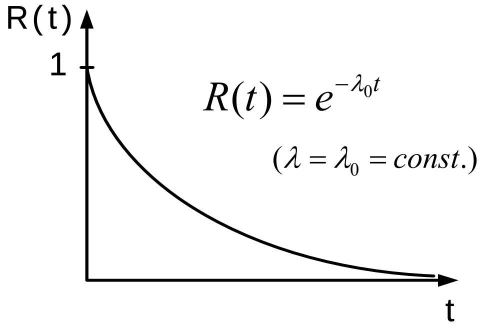
Zadatak 1.

Odredite pouzdanost komponente za 2 godine rada čiji intenzitet kvarova iznosi 2000 FIT-a.

Rješenje:

Funkcija intenziteta kvarova λ(t) opisuje pojavu kvarova. Izražava se u jedinici FIT (Failure In Time) koja označava broj kvarova u 10^9 sati rada.

Pouzdanost *R*(t) je vjerojatnost da sustav ispravno radi u periodu vremena t pod definiranim uvjetima okoline.



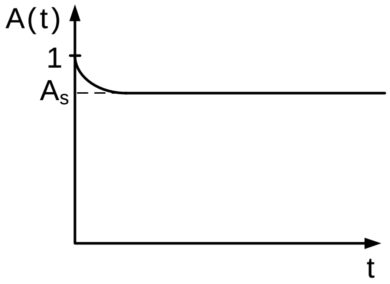
$$\lambda(t) = \lambda = 2000 FIT = 2000 \cdot \frac{1}{10^9 h} = 2 \cdot 10^{-6} h^{-1}$$
$$t = 2 godine = 2 \cdot 365 \cdot 24 h = 17520 h$$
$$R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-2 \cdot 10^{-6} \cdot 17520} = 0,9655$$

Zadatak 2.

Odredite raspoloživost komponente ako su zadani intenzitet kvarova λ = 3000 FIT, i srednje vrijeme do popravka (Mean Time To Repair) MTTR = 25 h.

Rješenje:

Raspoloživost *A*(*t*) je vjerojatnost da sustav ispravno radi u trenutku *t*.



$$A_s = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\frac{1}{MTTR}}{\frac{1}{MTTF} + \frac{1}{MTTR}} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$$

$$MTTF = 1/\lambda = 1/(3000 \cdot 10^{-9}) = 333333h$$
$$A = MTTF/(MTTF + MTTR) = 333333/(333333 + 25) = 0{,}999925$$

Zadatak 3.

Izračunajte raspoloživost serijske strukture od 3 elementa ako je raspoloživost pojedinih elemenata jednaka A_i = 0,95.

Rješenje:

Raspoloživost serijske strukture računamo kao umnožak raspoloživosti pojedinih elemenata serijske strukture prema sljedećoj formuli:

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot ... \cdot A_n$$

(Napomena: na isti način računa se i pouzdanost serijske strukture: $R = R_1 \cdot R_2 \cdot ... \cdot R_n$)

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_i = 0{,}95$$
$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 = A_i^3 = 0{,}95^3 = 0{,}8573$$

Zadatak 4.

Izračunajte raspoloživost paralelne strukture od 3 elementa ako je raspoloživost pojedinih elemenata jednaka Ai = 0,95.

Rješenje:

Raspoloživost paralelne strukture od n elemenata računamo prema sljedećoj formuli:

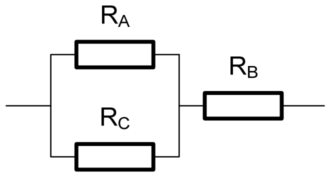
$$A = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - A_i(t)\right]$$

(Napomena: na isti način računa se i pouzdanost paralelne strukture: $R = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - R_i(t)\right]$)

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_i = 0{,}95$$
$$A = 1 - \left[(1 - A_1) \cdot (1 - A_2) \cdot (1 - A_3)\right] = 1 - \left[(1 - A_i)^3\right] = 1 - 0{,}05^3 = 0{,}999875$$

Zadatak 5.

Ako pouzdanosti elemenata A, B i C iznose $R_A = 0.6$, $R_B = 0.8$ i $R_C = 0.7$, odredite pouzdanost strukture sa slike:



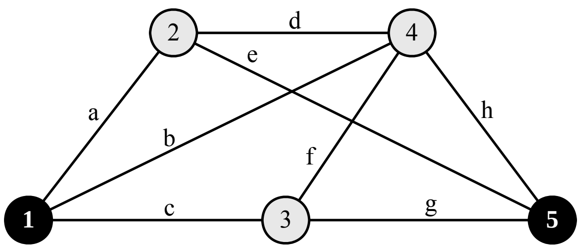
Rješenje:

U ovom zadatku koristit ćemo dekompoziciju – rastavljanje strukture na module koji čine serijsku ili paralelnu strukturu, a čiju pouzdanost (ili raspoloživost) računamo kao u dva prethodna zadatka.
Paralelnu strukturu koju čine elementi A i C promatramo kao jedan modul čiju raspoloživost označavamo s R_{AC}, a element B promatramo kao drugi modul. U tom slučaju imamo serijsku strukturu dva modula čiju raspoloživost računamo kao $R = R_{AC}\,R_B$.

$$R_{AC} = 1 - \left[(1 - R_A) \cdot (1 - R_C)\right] = 1 - \left[(1 - 0{,}6) \cdot (1 - 0{,}7)\right] = 0{,}88$$
$$R = R_{AC} \cdot R_B = 0{,}88 \cdot 0{,}8 = 0{,}704$$

Zadatak 6.

Zadana je jednostavna mreža na slici:



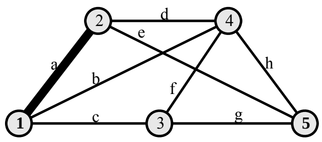
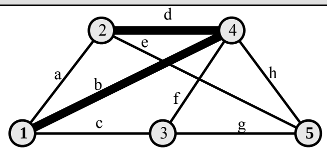
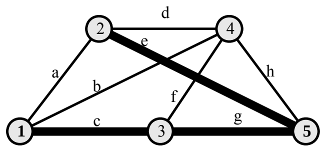
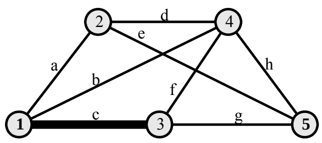
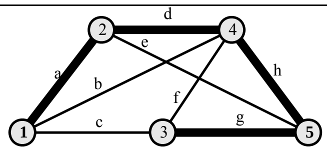
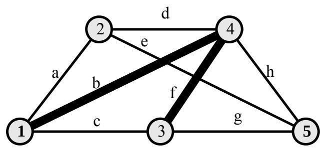
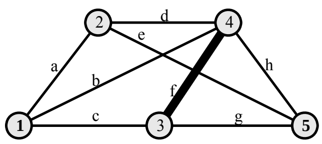
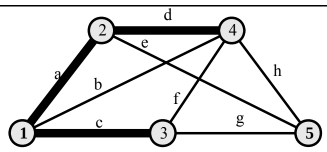
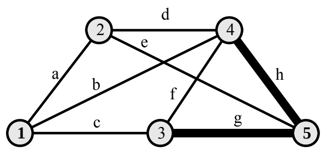
Potrebno je odrediti:

(a) povezanost grafa
(b) koheziju grafa (svi podskupovi čvorova)
(c) promjer grafa i
(d) opseg grafa.

Rješenje:

(a) Povezanost grafa

Povezanost čvorova C_{ij} je jednaka maksimalnom broju nezavisnih puteva između čvorova i i j ili broju grana u minimalnom primarnom rezu između i i j.

Par čvorova	Nezavisni putovi	Povezanost C_{ij}
1-2	 (1)  (2)  (3)	3
1-3	 (1)  (2)  (3)	3
3-4	 (1)  (2)  (3)	3

Povezanost grafa C je najmanji broj grana koje je potrebno ukloniti u grafu da bi graf ostao nepovezan. C je najmanja od povezanosti C_{ij} svih parova čvorova:

$$C = \min_{ij}\left[C_{ij}\right]$$

Za zadani graf postoji $\binom{5}{2} = 10$ parova čvorova te stoga toliko i povezanosti. Međutim, u proračunu povezanosti grafa C je moguće izabrati reprezentativni skup parova čvorova te za njih odrediti povezanost.

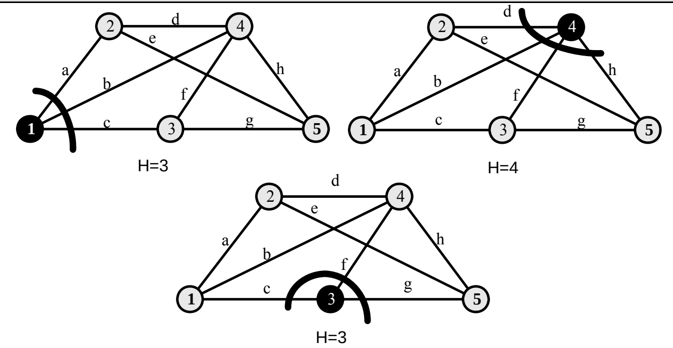
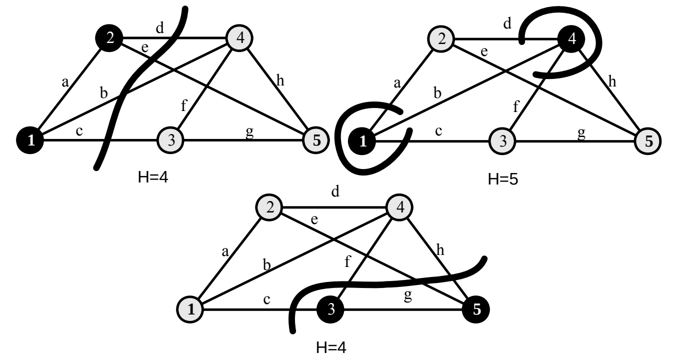
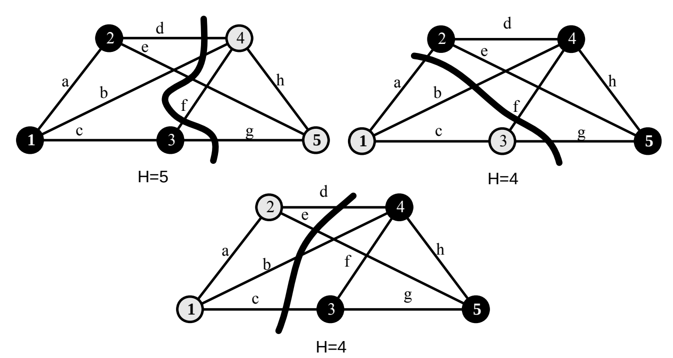
Prema tome je: $C = 3$

(b) Kohezija grafa (svi podskupovi čvorova)

Kohezija grafa $H(m)$ je najmanji broj grana koje treba ukloniti da bi podgraf od m čvorova ostao izoliran. Kohezija grafa predstavlja vitalnost mreže. Što je kohezija veća to je podgraf teže podijeliti u dva nepovezana dijela. Kao jedinstvena mjera se može uzeti:

$$H = \min_{m}\left[H(m)\right]$$

Za zadani graf kohezija iznosi:

Broj čvorova u podgrafu	Reprezentativni rezovi	Kohezija $H(m)$
1		3
2		4
3		4
4	Isto kao i za podskup od jednog čvora	3

Prema tome:

$$H = \min_{m}\left[H(m)\right] = 3$$

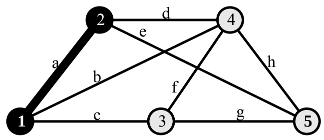
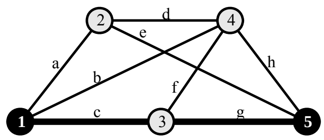
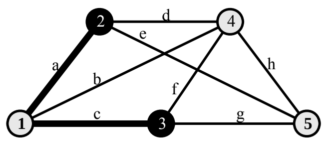
(c) Promjer grafa

Najkraći put ili distanca $D(i,j)$ između čvorova i i j u grafu je put s najmanjim brojem grana između zadanih čvorova.

Promjer grafa K je najveća od svih distanci u grafu:

$$K = \max_{i,j}\left[D(i,j)\right].$$

Za zadani graf je:

Par čvorova	Najkraći put	Distanca $D(i,j)$
1-2		1
1-5		2
2-3		2

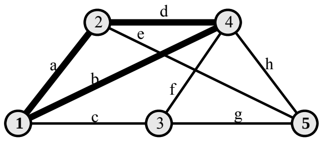
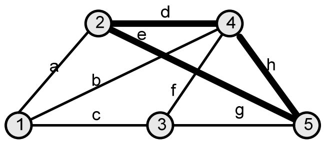
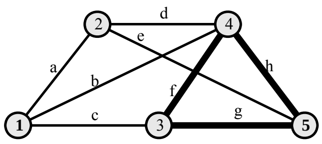
Prema tome, promjer grafa je:

$$K = \max_{i,j}\left[D(i,j)\right] = 2.$$

(d) Opseg grafa

Ciklus je put u grafu s istim početnim i završnim čvorom.
Opseg grafa O je broj grana u najkraćem ciklusu u grafu.

Za zadani graf je:

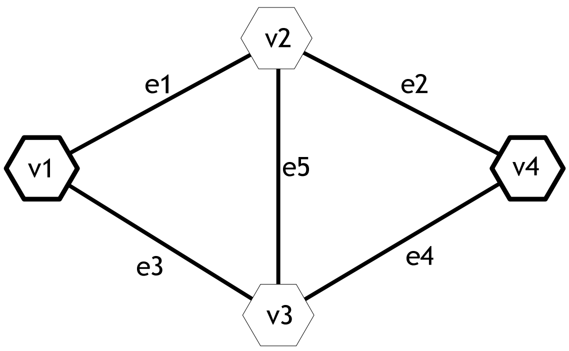
Ciklus #	Najkraći put	Veličina ciklusa
1		3
2		3
3		3

Stoga, opseg grafa je:

$$O = 3 .$$

Zadatak 7.

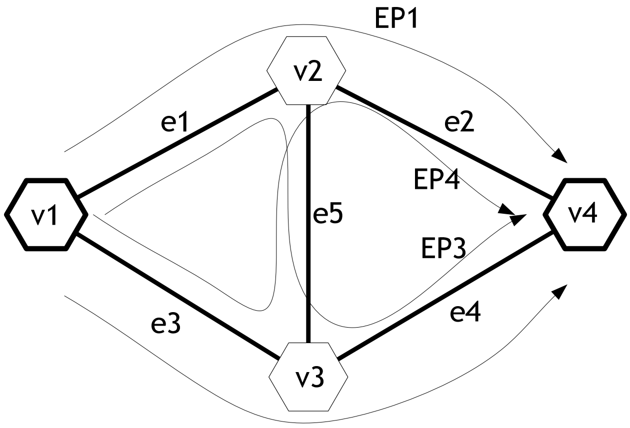
Zadana je jednostavna komunikacijska mreža u kojoj je potrebno odrediti pouzdanost komunikacije između čvorova *v1* i *v4*. Pretpostaviti da su svi čvorovi u mreži idealni te da je pouzdanost svih grana jednaka i da iznosi $R_e = 0.85$. Pouzdanost komunikacije je potrebno odrediti pomoću enumeracije elementarnih puteva. Za dobivanje disjunktnog skupa događaja koristite Abrahamov algoritam.



Rješenje:

Metoda enumeracije primarnih rezova

Budući da su čvorovi mreže idealni, oni se mogu isključiti iz kalkulacije pomoću metode enumeracije elementarnih puteva. Na sljedećoj slici su ti putovi prikazani:



$EP_1 : e_1 e_2 \quad S_1 : \quad e_1 \cdot e_2$

$EP_2 : e_3 e_4 \quad S_2 : \quad e_3 \cdot e_4$

$EP_3 : e_1 e_5 e_4 \quad S_3 : \quad e_1 \cdot e_5 \cdot e_4$

$EP_4 : e_3 e_5 e_2 \quad S_4 : \quad e_3 \cdot e_5 \cdot e_2$

gdje je S_i vjerojatnost ispravnosti elementarnog puta EP_i.

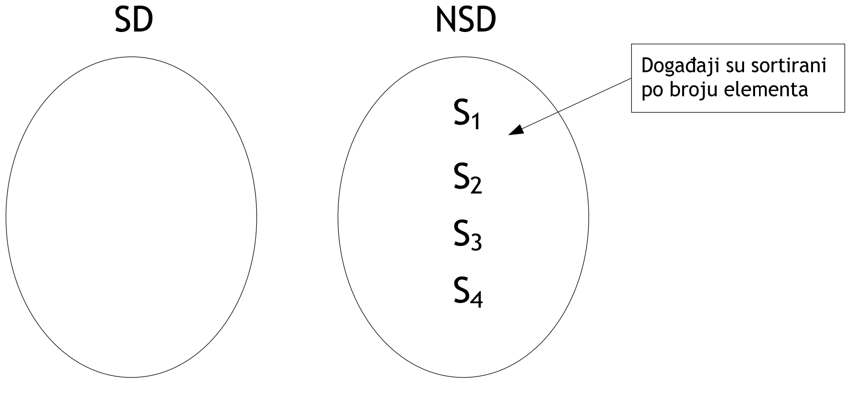
Prema definiciji pouzdanost komunikacije je vjerojatnost da je barem jedan elementarni put ispravan, tj.:

$$R = p\left\{S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4\right\}.$$

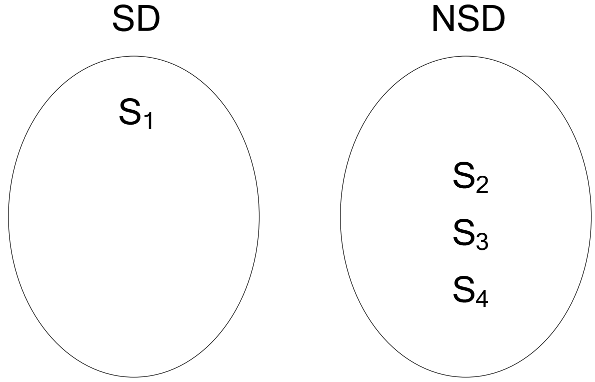
Prethodnu vjerojatnost nije moguće odrediti jednostavnim sumiranjem vjerojatnosti ispravnosti pojedinih elementarnih putova jer ti događaji nisu disjunktni (tj. realizacija jednog elementarnog puta ne isključuje realizaciju drugog elementarnog puta) pa bi prilikom tog sumiranja uključili neke događaje više puta. Stoga je potrebno izvršiti transformaciju skupa nedisjunktnih događaja u skup disjunktnih koje može sumirati s ciljem dobivanja pouzdanosti komunikacije.

Jedan način transformacije je Abrahamov algoritam, čiji detaljni opis možete naći u skripti "Pouzdanost telekomunikacijskih sustava". Ovdje će biti dan opis tog algoritma kroz njegovu primjenu na ovaj problem.

U algoritmu postoje dva skupa događaja, od kojih je jedan skup međusobno disjunktnih događaja (skup *DS*) a drugi skup nedisjunktnih događaja (NDS), koji u ovom slučaju čine događaji S_i. Ovaj slučaj je prikazan na sljedećoj slici.



Abrahamov algoritam je tako zamišljen da se elementi iz NSD skupa prebacuju u SD skup uz određenu transformaciju tako da budu disjunktni sa svim trenutnim članovima SD skupa. U prvom koraku se prebacuje element S1 koji ne doživljava nikakve transformacije budući da je skup SD prazan.



U sljedećem koraku se prebacuje S_2 koji možda doživljava transformaciju s obzirom da u SD se nalazi S_1. Procedura COMPARE(S_i,S_j) koja određuje da li će S2 doživjeti transformaciju prima dva parametra tj. dva događaja i funkcionira na sljedeći način (pretpostavka je da se uspoređuju dva događaja S_i, S_j):

a) Ukoliko postoji barem jedan element tj. varijabla u S_j koja je komplementirana u Si tada su događaji S_i i S_j međusobno disjunktni te nije potrebna transformacija.

b) Ukoliko je analiza u prethodnoj točci pokazala da S_i i S_j nisu međusobno disjunktni tada se formira skup X tako da on sadrži sve elemente tj. varijable koje se nalaze u S_j a ne S_i.

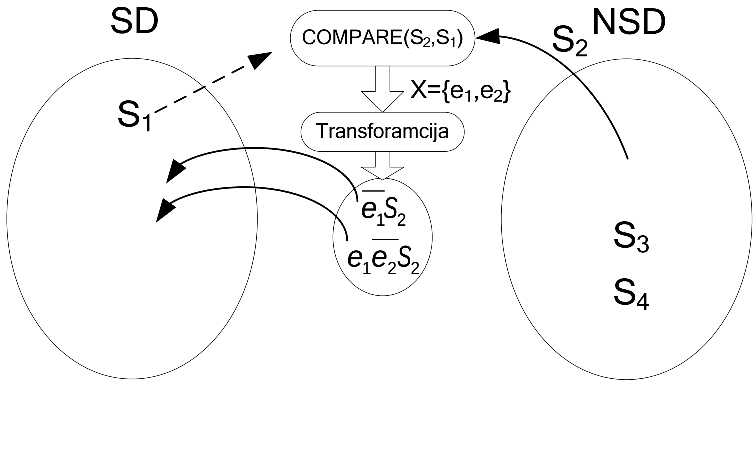
Prema tome procedura COMPARE(S_i,S_j) može vratiti tri tipa rezultata (pretpostavka je se S_i dolazi iz skupa NSD te se uspoređuje s S_j koji se nalazi u skupu SD):

a) Događaji su disjunktni. Transformacija S_i nije potrebna.

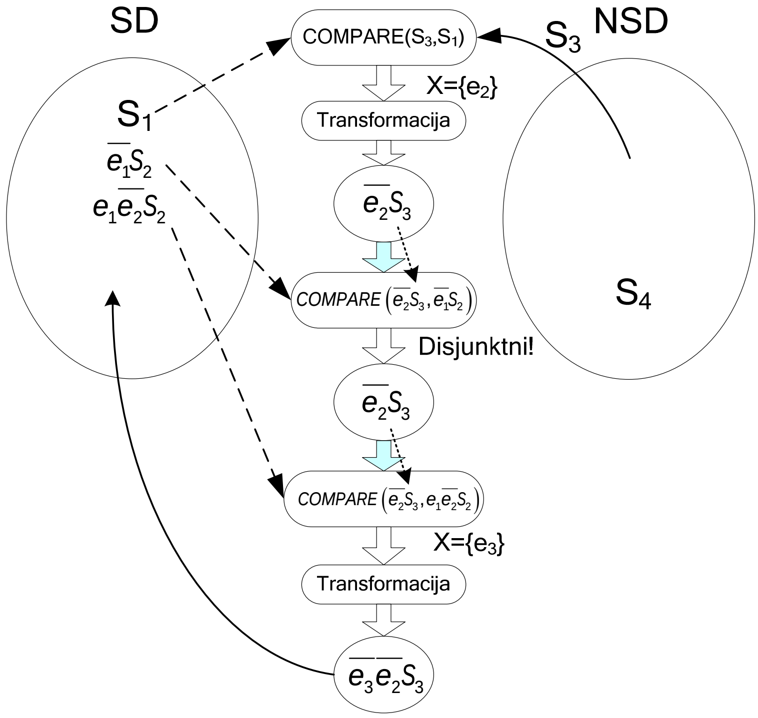
b) $X = \varnothing$, tj. skup elemenata je prazan skup. U tom slučaju događaj S_i treba izbaciti, tj. taj događaj se ne prebacuje u SD skup.

c) $X \neq \varnothing$, tj. skup elemenata nije prazan skup. U tom slučaju događaj S_i treba transformirati na sljedeći način, uz pretpostavku da je skup $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_r\}$: $S_i \;\Rightarrow\; \overline{x_1}S_i, x_1\overline{x_2}S_i, \ldots, x_1x_2\cdots\overline{x_r}S_i$. Vidljivo je da je događaj S_i transformiran u skup događaja koji su disjunktni s S_j.

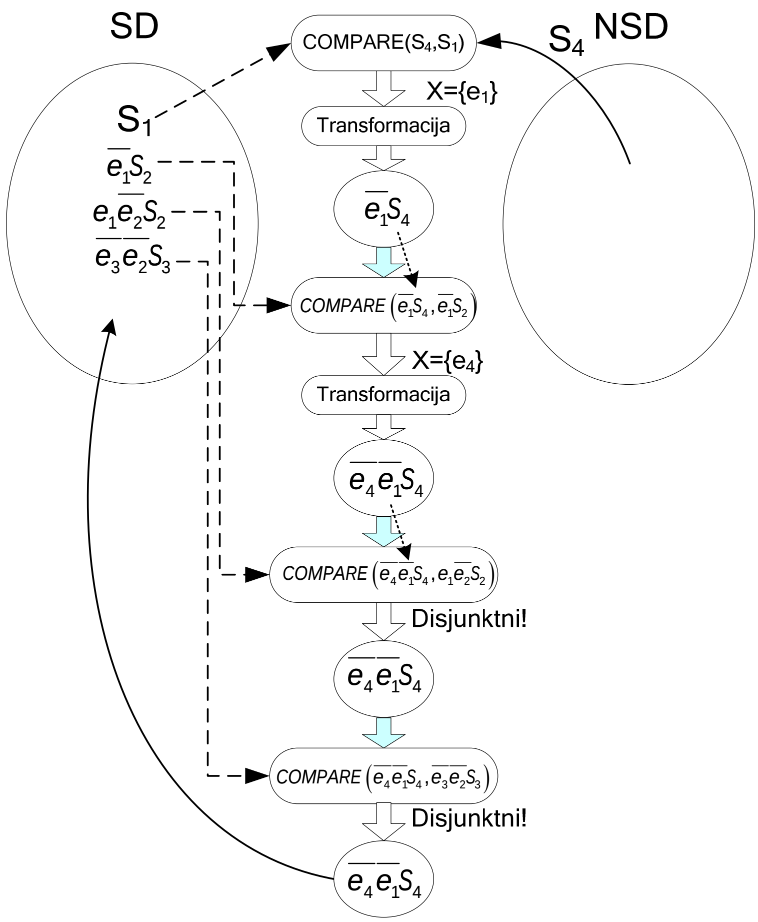
Na sljedećoj slici je prikazana transformacija S_2 nakon usporedbe s S_1.



Sljedeći događaj koji se prebacuje u SD skup je S_3. Na sljedećoj slici je prikazan postupak i rezultat prebacivanja.



U zadnjem koraku se prebacuje događaj S_4.



Prema tome konačan skup disjunktnih događaja je:

SD

$$
\begin{aligned}
S_1 &= e_1 \cdot e_2 \\
\overline{e_1} S_2 &= \overline{e_1} \cdot e_3 \cdot e_4 \\
e_1 \overline{e_2} S_2 &= e_1 \cdot \overline{e_2} \cdot e_3 \cdot e_4 \\
\overline{e_3}\,\overline{e_2} S_3 &= \overline{e_3} \cdot \overline{e_2} \cdot e_1 \cdot e_4 \cdot e_5 \\
\overline{e_4}\,\overline{e_1} S_4 &= \overline{e_4} \cdot \overline{e_1} \cdot e_3 \cdot e_5 \cdot e_2
\end{aligned}
$$

Konačno je moguće odrediti pouzdanost komunikacije sumiranjem vjerojatnosti pojave dobivenih disjunktnih događaja:

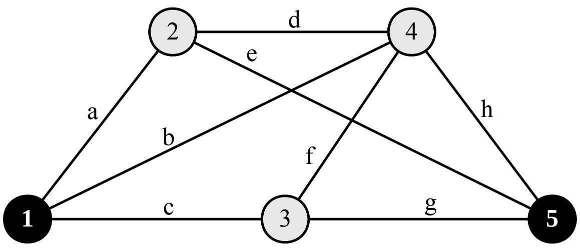
$$R = e_1 \cdot e_2 + \overline{e_1} \cdot e_3 \cdot e_4 + e_1 \cdot \overline{e_2} \cdot e_3 \cdot e_4 + \overline{e_3} \cdot \overline{e_2} \cdot e_1 \cdot e_4 \cdot e_5 + \overline{e_4} \cdot \overline{e_1} \cdot e_3 \cdot e_5 \cdot e_2$$

Kako je $e_i = R_e$ dobiva se da je pouzdanost komunikacije:

$$R = R_e^2 + (1 - R_e) \cdot R_e^2 + (1 - R_e) \cdot R_e^3 + 2 \cdot (1 - R_e)^2 \cdot R_e^3 = 0.950629$$

Zadatak 8.

Zadana je jednostavna mreža na slici.



Nacrtajte poludualni graf zadanog grafa. Izračunajte pouzdanost komunikacije između čvorova 1 i 5 korištenjem metode enumeracije primarnih rezova ako je zadana pouzdanost grana u mreži:

$R_a = 0.6, \quad R_b = 0.5, \quad R_c = 0.3, \quad R_d = 0.6,$

$R_e = 0.6, \quad R_f = 0, \quad R_g = 0, \quad R_h = 0.5.$

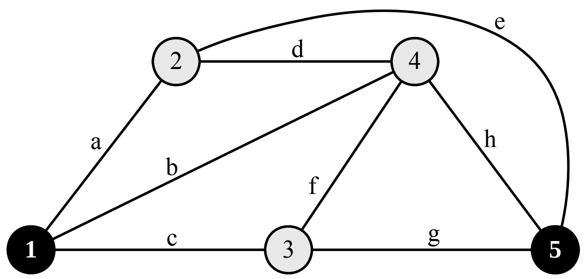
Pretpostavite da su čvorovi u mreži idealni ($R_{čvor} = 1$).

Rješenje:

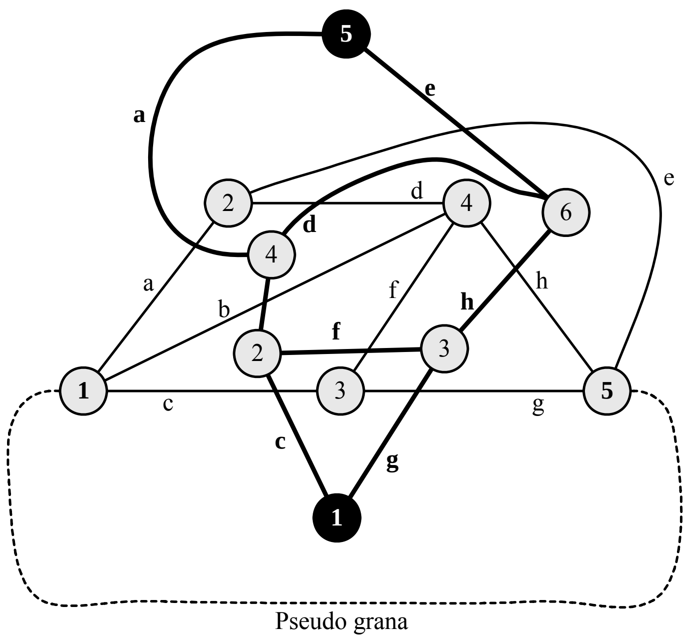
Metoda enumeracije primarnih rezova

Metoda enumeracije primarnih rezova računa vjerojatnost prekida komunikacije odnosno nepouzdanost komunikacije. Međutim, u ovoj metodi se javlja dodatni problem enumeracije primarnih rezova. Oni se mogu odrediti enumeracijom elementarnih putova u poludualnom grafu jer elementarni put u poludualnom grafu odgovara primarnom rezu u originalnom grafu.

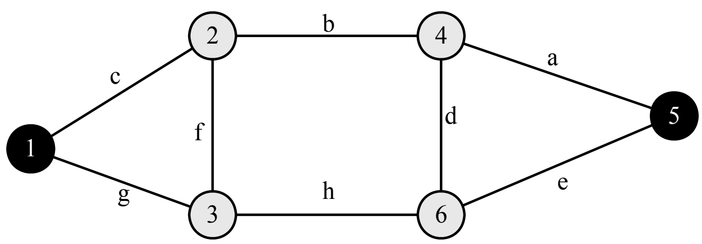
Zadani graf je planaran budući da se može nacrtati u obliku:



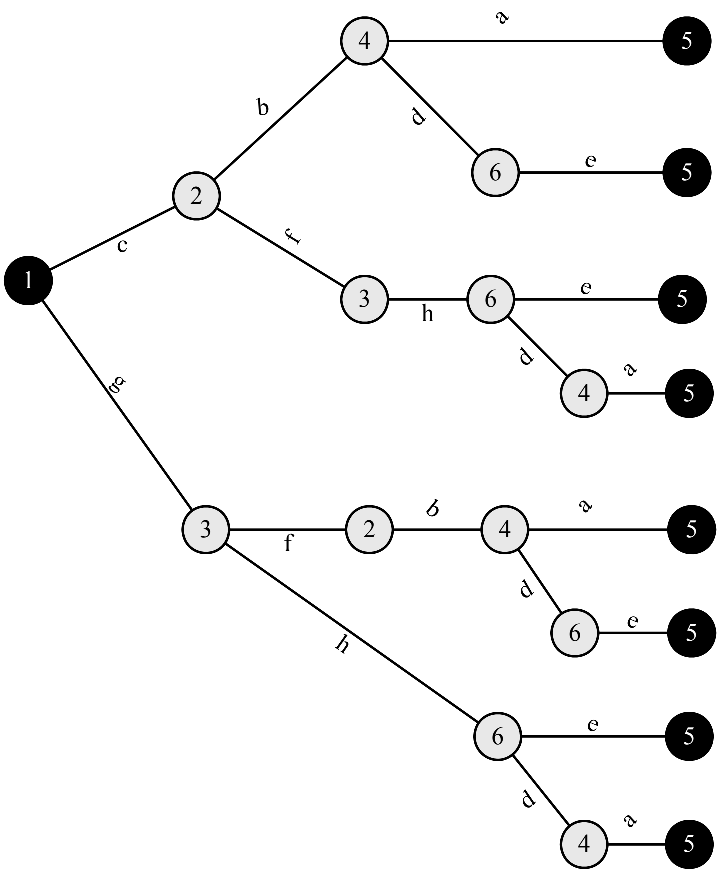
Budući da je zadani graf planaran, moguće je dobiti poludualni graf:



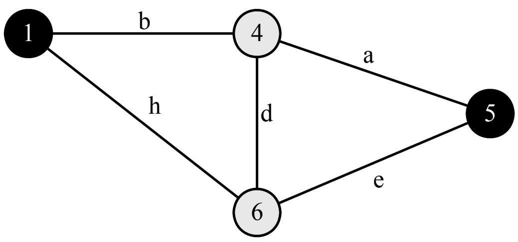
Izgled poludualnog grafa je dan na sljedećoj slici:



Da bi došli do primarnih rezova u početnom grafu, potrebno je naći elementarne putove u poludualnom grafu. To su:



Budući da su u zadatku grane f i g u prekidu, tada se poludualni graf pretvara u jednostavniji oblik:



Stoga, konačni primarni rezovi su:

Rezovi u početnom grafu (elementarni putovi u poludualnom grafu)	Grane
1	b, a
2	h, e
3	b, d, e
4	h, d, a

Kao niti u prethodnom zadatku nepouzdanost nije moguće odrediti jednostavnim sumiranjem vjerojatnosti neispravnosti pojedinih elementarnih putova jer ti događaji nisu disjunktni (tj. realizacija jednog elementarnog puta ne isključuje realizaciju drugog elementarnog puta) pa bi prilikom tog sumiranja uključili neke događaje više puta. Stoga je potrebno izvršiti transformaciju skupa nedisjunktnih događaja u skup disjunktnih koje se može sumirati s ciljem dobivanja pouzdanosti komunikacije. Jedan način transformacije je Abrahamov algoritam, opisan u prethodnom zadatku, a transformacija se može napraviti i korištenjem K-tablice:

abd/ eh	000	001	011	010	110	111	101	100
00					1	1		
01					1	1	1	
11	1	1	1	1	1	1	1	1
10			1		1	1		

Prema tome, nepouzdanost komunikacije između čvorova 1 i 5 je:

$$F_{1,5} = F_e F_h + F_a F_b \overline{F}_e + F_a F_b F_e \overline{F}_h + \overline{F}_a F_b F_d F_e \overline{F}_h + F_a \overline{F}_b F_d \overline{F}_e F_h,$$

$$\left(F_i = 1 - R_i\right)$$

$$F_{1,5} = 0{,}408$$

a pouzdanost je:

$$R_{1,5} = 1 - F_{1,5} = 0{,}592$$