Simulacijske metode u izračunu raspoloživosti sustava

Ozren Lapčević
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za telekomunikacije

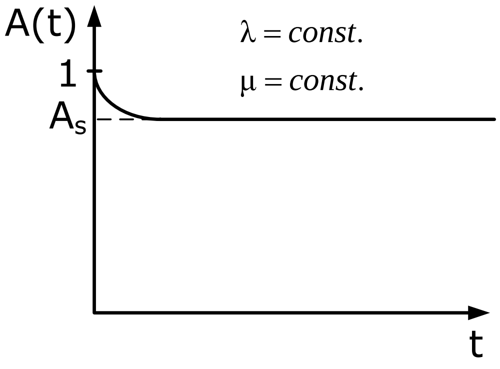
Sadržaj predavanja

- Raspoloživost – analitički pristup
- Raspoloživost – simulacijski pristup
- Usporedba analitičkog i simulacijskog pristupa
- Monte Carlo simulacija
- Primjena Monte Carlo simulacije u proračunu raspoloživosti mreže
- Zadatak

Raspoloživost

- Raspoloživost $A(t)$ je vjerojatnost da sustav ispravno radi u trenutku t.

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t} = A_s + A_{tr}(t)$$

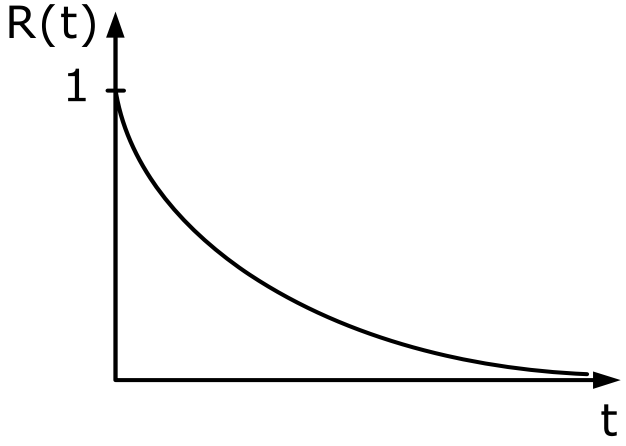


Pouzdanost

- Pouzdanost R(*t*) je vjerojatnost da sustav ispravno radi u periodu vremena *t* pod definiranim uvjetima okoline.

$$R(t) = e^{-\lambda_0 t}$$

$$(\lambda = \lambda_0 = const.)$$



Raspoloživost

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} = A_s + A_{tr}(t)$$

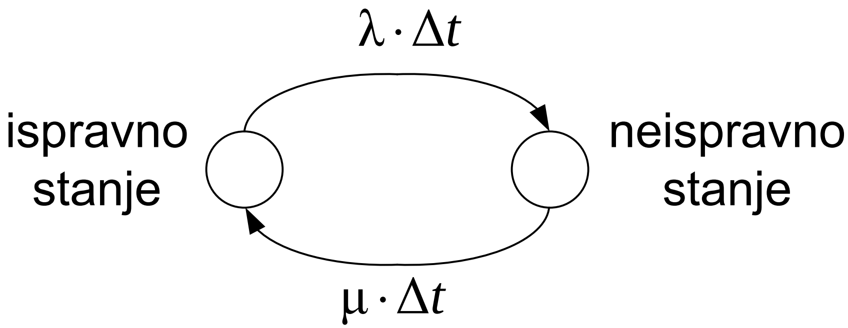
$$A_s = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\frac{1}{MTTR}}{\lambda + \frac{1}{MTTF}} = \frac{1}{\lambda \cdot MTTR + 1}$$

$$A_s = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\frac{1}{MTTR}}{\frac{1}{MTTR} + \frac{1}{MTTF}} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$$

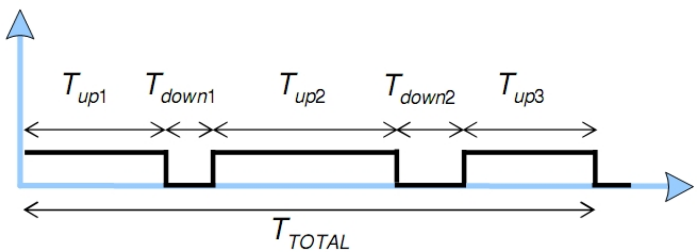
$$U_s = 1 - A_s = \frac{\lambda \cdot MTTR}{\lambda \cdot MTTR + 1} \approx \lambda \cdot MTTR \quad \text{za} \quad \lambda \cdot MTTR << 1$$

Markovljev model raspoloživosti za komponentu (sustav)

Markovljev model raspoloživosti za neredundantnu strukturu



λ – intenzitet kvarova [1/h]
μ - intenzitet popravaka [1/h]



$$A_s = \frac{\sum T_{up}}{T_{TOTAL}}$$

A_s – stacionarna raspoloživost
(steady-state (asymptotic) availability)

Simulacija

- definicija:
  - Simulacija je proces oblikovanja modela stvarnog ili zamišljenog sustava te provođenja eksperimenata nad tim modelom

- model sustava:
  - pretpostavke o sustavu
  - matematički algoritmi i odnosi koji opisuju te pretpostavke

Simulacija sustava

- Jednostavan sustav
  - model može biti predstavljen i riješen analitički:
    - s = v * t [udaljenost = brzina * vrijeme] analitičko rješenje koje predstavlja udaljenost koji prijeđe objekt konstantne brzine u danom periodu vremena
- Složen sustav
  - ne postoji jednostavan matematički model koji bi opisao takav sustav
  - ponašanje sustava može biti procijenjeno simulacijom
  - model je rijetko potpuno istovjetan originalu
    - prihvaćaju se aproksimacije koje bitno ne mijenjaju konačni rezultat

Modeli sustava

- modeli su stvoreni za gotovo svaki sustav koji se može zamisliti
  - tvornice
  - komunikacijske i računalne mreže
  - integrirane krugove
  - zrakoplove (letna dinamika)
  - nacionalne ekonomije
  - socijalne interakcije
  - prometne sustave
  - imaginarne svjetove

Modeli sustava

- model i simulacija su u svakom od navedenih primjera
  - jeftiniji
  - bezopasniji
  - brži
  - općenito praktičniji od eksperimentiranja nad stvarnim sustavom

Vrste simulacija

- općenita podjela ovisno o načinu na koji se varijable koje opisuju stanje sustava mijenjaju
  - diskretne (discrete event simulation, DES)
    - varijable stanja se mijenjaju u određenim vremenskim trenucima
  - kontinuirane (continuous)
    - varijable stanja se mijenjaju kontinuirano, obično kroz funkciju u kojoj je vrijeme varijabla

Vrste simulacija

Simulacija diskretnih događaja

- varijable stanja simulacije mijenjaju se u specifičnim vremenskim točkama
  - vrijeme nije kontinuirano
- varijabla vremena vezana je uz događaje
- vremena između vremenskih točaka (događaja) se zanemaruju
- primjena u simulaciji telekomunikacijskih mreža

Vrste simulacija

Simulacija diskretnih događaja

- Događaji
  - aktivnost koja utječe na promjenu stanja dijela sustava ili cijelog sustava (npr. kvar ili popravak elementa sustava)
  - generiraju ih elementi sustava
  - izvršavanje događaja
    - odmah, u trenutku *t*, ili potaknuto izvršavanjem drugog događaja
  - hijerarhijski uređena struktura (npr. stog) sortirana prema vremenu izvršavanja događaja

Ograničenja simulacija

- model obično sadrži samo detalje koji su relevantni za cilj simulacije
  - pojednostavljen opis stvarnog sustava
- podaci potrebni za opis sustava često su nedostupni (npr. podaci za raspoloživost/pouzdanost)
- simulacija daje aproksimativne rezultate

Usporedba analitičkog i simulacijskog pristupa

- analitički
  - \+ točnost
  - – fleksibilnost
  - – ograničena složenost sustava
- simulacijski
  - \+ fleksibilnost
  - \+ velika složenost sustava
  - – aproksimativni rezultati – pogreška simulacije

Monte Carlo metoda - povijest

- nazvana prema gradu u Monacu zbog *rouletta* (naziv za generator slučajnih brojeva)
- 1944. g. – ime i sustavan razvoj metode
- 19. st. – račun vrijednosti broja π bacanjem igle na slučajan način na ploču s paralelnim ravnim crtama
- 1899. g. – Lord Rayleigh – jednodimenzionalan slučajan hod bez barijera može pružiti približno rješenje paraboličnih diferencijalnih jednadžbi
- 1931. g. – Kolmogorov je pokazao vezu između Markovljevih stohastičkih procesa i nekih integro-diferencijalnih jednadžbi

Monte Carlo metoda - povijest

- 1908. g. – Student (W. S. Gosset)
  - eksperimentalno uzorkovanje kao pomoć u otkriću razdiobe korelacijskog koeficijenta
  - uzorkovanje kao potpora *t*-razdiobe razvijene neutemeljenim i nedovršenim teorijskim razmatranjima
- 2. svjetski rat
  - rad na atomskoj bombi – izravna simulacija problema vezanih uz slučajnu difuziju neutrona u fisijskom materijalu
  - von Neumann i Ulam – počistili i usavršili korištene metode "ruskog rouletta" i "dijeljenja" (splitting)

Monte Carlo simulacija

- tri koraka
  - definiranje mogućeg skupa ulaznih podataka
    - definiraju se PDF funkcije koje opisuju ponašanje sustava ili njegovih dijelova
  - uzorkovanje PDF funkcija
    - uzorkovanje na temelju generiranih slučajnih brojeva
    - iteracija simulacije odgovara jednom uzorkovanju PDF funkcije
    - velik broj iteracija simulacije – milijuni
  - agregacija podataka iz svake iteracije u konačni rezultat

Monte Carlo simulacija
Primjena u proračunu raspoloživosti

- Osnovna ideja:
  - simulirati životni ciklus svakog jednostavnog entiteta u mreži, a time i onih složenijih
  - životni vijek svakog entiteta sastoji se od simulacijskih događaja: kvarova i popravaka

Monte Carlo simulacija
primjena u proračunu raspoloživosti

- Vremena do kvarova (time to failure – TTF) i vremena do popravaka (time to repair – TTR) generiraju se za svaku komponentu u mreži prema funkciji gustoće vjerojatnosti (probability density function – PDF)
- utjecaj generiranog kvara ili popravka promatra se na razini mreže prema modelu raspoloživosti i zaštnim mehanizmima i mehanizmima obnavljanja
- ako generirani kvar ili popravak ima utjecaj na određenu instancu mreže (npr. put između dva čvora), stanje te instance se mijenja
- računaju se kumulativna vremena T_{up} i T_{down} za instancu mreže koja predstavljaju vrijeme koje je instanca provela u ispravnom odnosno neispravnom stanju
- stacionarna raspoloživost i neraspoloživost računaju se prema sljedećim formulama:

$$A = \frac{T_{up}}{T_{up} + T_{down}} \qquad U = \frac{T_{down}}{T_{up} + T_{down}}$$

Monte Carlo simulacija
primjena u proračunu raspoloživosti

- generiranje vremena do kvara/popravka
  - slučajno, prema eksponencijalnoj razdiobi
    - za svaku iteraciju simulacije, generira se slučajan broj prema uniformnoj razdiobi iz intervala [0, 1]
    - na temelju generiranog slučajnog broja, uzorkuje se PDF funkcija i dobiva se vrijeme do kvara/popravka koje odgovara eksponencijalnoj razdiobi – pretvorba uniformne razdiobe u eksponencijalnu
  - generirana vremena do kvara/popravka tretiraju se kao da su proizašla iz promatranja stvarnog sustava!

Monte Carlo simulacija
primjena u proračunu raspoloživosti

- na početku...
  - svi entiteti su u ispravnom stanju
  - generiraju se vremena do kvarova (TTF) za svaki entitet (prema zadanoj distribuciji, npr. eksponencijalna, Rayleighova, Weibullova, ...)
- stog simulacije brine se da se događaji poredaju prema vremenu izvođenja
- događaji
  - predstavljaju promjenu stanja jednostavnih entiteta (iz ispravnog stanja u neispravno stanje i obrnuto)
  - događaji mogu i ne moraju utjecati na promjenu stanja strukture koja se sastoji od entiteta

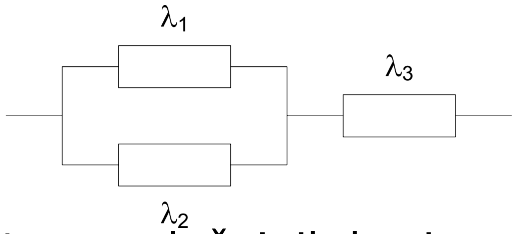
Monte Carlo simulacija

primjena u proračunu raspoloživosti

- izvođenje događaja
  - stanje entiteta se mijenja
  - generira se sljedeći događaj za entitet
    - ako je entitet neispravan, generira se vrijeme do popravka
    - ako je entitet ispravan, generira se vrijeme do kvara
  - proračun stanja promatrane strukture koja sadrži entitet
    - potrebno je ustvrditi da li se stanje strukture promijenilo s promjenom stanja entiteta
      - ako jest, vrijeme od prethodne promjene stanja strukture do “sada” se dodaje varijabli:
        - T_{up} – ako je novo stanje sustava neispravno
        - T_{down} – ako je novo stanje sustava ispravno

Zadatak

Pouzdanost strukture sa slike ($\lambda_1=10^{-6}$, $\lambda_2=5\cdot10^{-6}$, $\lambda_3=5\cdot10^{-7}$ kvarova/sat) određuje se Monte Carlo simulacijom.



Računalo je generatorom slučajnih brojeva (po jednolikoj razdiobi iz intervala [0, 1]) generiralo sljedeća tri niza brojeva:

za element 1: 0.02, 0.98, 0.86, 0.54, 0.36

za element 2: 0.77, 0.18, 0.73, 0.88, 0.34

za element 3: 0.93, 0.44, 0.05, 0.11, 0.51

a) Odredite pet simuliranih vremena ispada strukture pouzdanosti ako pretpostavimo eksponencijalnu razdiobu vremena kvarova.

b) Izračunajte srednje vrijeme do prvog ispada *MTTF* strukture koristeći simulirane podatke.

Zadatak

Generirani slučajni brojevi po elementima:

element 1	**element 2**	**element 3**	**br. iteracije**
0.02	0.77	0.93	1
0.98	0.18	0.44	2
0.86	0.73	0.05	3
0.54	0.88	0.11	4
0.36	0.34	0.51	5

U tablici se nalaze slučajni brojevi iz uniformne razdiobe iz intervala [0, 1]. Kako bismo odredili vremena u kojima nastaju kvarovi elemenata potrebno je vrijednosti iz tablice transformirati koristeći sljedeću formulu (*x* je vrijednost iz tablice, a λ intenzitet kvarova pojedinog elementa):

$t = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-x)$ (slijedi iz $x = 1 - e^{-\lambda_0 t}$)

Zadatak

Vremena kvarova elemenata ($x10^5$[h]):

element 1	element 2	element 3	br. iteracije
0.202	2.939	53.185	1
39.120	0.369	11.596	2
19.661	2.618	1.025	3
7.765	4.240	2.330	4
4.462	0.831	14.267	5

Sljedeći korak je svaku iteraciju simulacije (redak u tablici) sortirati prema vremenima kvarova pojedinih elemenata.

Zadatak

Sortirana vremena kvarova elemenata ($x10^5$[h]) po pojedinim iteracijama:

Iteracija 1

Element	Vrijeme kvara
1	0.202
2	2.939
3	53.185

Iteracija 2

Element	Vrijeme kvara
2	0.369
3	11.596
1	39.120

Iteracija 3

Element	Vrijeme kvara
3	1.025
2	2.618
1	19.661

Iteracija 4

Element	Vrijeme kvara
3	2.330
2	4.240
1	7.765

Iteracija 5

Element	Vrijeme kvara
2	0.831
1	4.462
3	14.267

Sljedeći korak je odrediti trenutak ispada sustava za svaku iteraciju.
Sustav je ispravan ako je ispravan element 3 i još barem jedan element.

Zadatak

Trenutci ispada sustava (x10^5[h]) za svaku iteraciju označeni su crvenom bojom i predstavljaju rješenje a) dijela zadatka:

Iteracija 1

Element	Vrijeme kvara
1	0.202
2	2.939
3	53.185

Iteracija 2

Element	Vrijeme kvara
2	0.369
3	11.596
1	39.120

Iteracija 3

Element	Vrijeme kvara
3	1.025
2	2.618
1	19.661

Iteracija 4

Element	Vrijeme kvara
3	2.330
2	4.240
1	7.765

Iteracija 5

Element	Vrijeme kvara
2	0.831
1	4.462
3	14.267

Zadatak

b) MTTF strukture:

$$MTTF = (2.939 + 11.596 + 1.025 + 2.330 + 4.462)\ 10^{-5}/5$$
$$MTTF = 447\ 040\ h$$