



Lekcija 3

Istosmjerni motor s nezavisnom uzбудom

Doc.dr.sc. Jasmin Velagić

Elektrotehnički fakultet Sarajevo

Kolegij: Aktuatori

3.1. Istosmjerni motor s nezavisnom uzбудom

- Matematički opis istosmjernog motora s nezavisnom uzбудom slijedi iz jednadžbi dobivenih u prethodnoj lekciji.
- Ako se reakcija armature potpuno kompenzira, navedene jednadžbe za motor s nezavisnom uzбудom postaju:

$$I_u(s) = \frac{1}{N_u} \Theta(s) = \frac{1}{N_u} f_1(\Phi(s)),$$

$$I_a(s) = \frac{1}{L_{au}} \frac{1}{s} (U_a(s) - E(s) - R_{au} I_a(s)),$$

$$E(s) = K_e \Phi(s) \Omega(s)$$

$$\Omega(s) = \frac{1}{J_m s} (M_m(s) - M_t(s)).$$

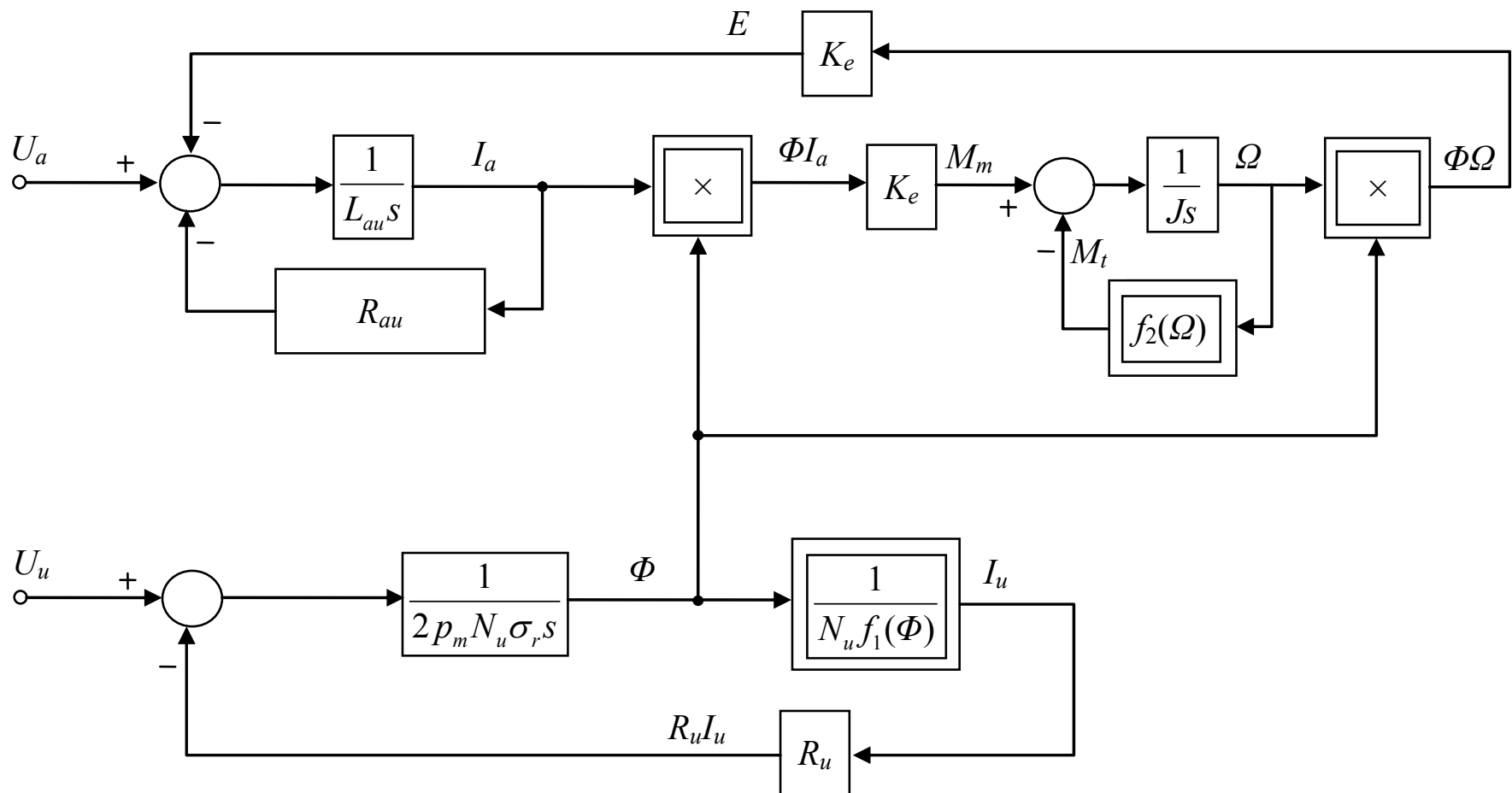
$$M_m(s) = K_e \Phi(s) I_a(s),$$

$$M_t(s) = f_2(\Omega(s)),$$

$$\Phi(s) = \frac{1}{2 p_m N_u \sigma_r s} (U_u(s) - R_u I_u(s)).$$

Shema istosmjernog motora s nezavisnom uzbudom

- Matematički model istosmjernog motora, predstavljen navedenim jednadžbama, prikazan je grafički na sljedećoj slici.



3.2. Statičke karakteristike motora

- Statičke karakteristike istosmjernog motora s nezavisnom uzбудom dobivaju se iz jednadžbi motora, izjednačavajući s nulom derivacije po vremenu.
- Za krug nezavisne uzbude slijedi:

$$U_u = R_u I_u,$$
$$\Phi = \varphi_1(\Theta(t)) = \varphi_1(N_u I_u).$$

- Za stacionarno stanje armaturnog kruga dobiva se:

$$U_a = E + R_{au} I_a.$$

- Moment motora je u stacionarnom stanju jednak momentu tereta:

$$M_m = K_e \Phi I_a = M_t.$$

Statičke karakteristike motora

- Izraz za elektromehaničku karakteristiku:

$$\Omega = \frac{E}{K_e \Phi} = \frac{U_a - R_{au} I_a}{K_e \Phi} = \Omega_0 - \Delta\Omega_i, \quad (*)$$

gdje je: $\Omega_0 = \frac{U_a}{K_e \Phi}$ ugaona brzina vrtnje idealnog praznog hoda [rad/s],

$\Delta\Omega_i = \frac{R_{au}}{K_e \Phi} I_a$ promjena ugaone brzina vrtnje uslijed opterećenja motora [rad/s].

- Ako se u gornji izraz uvrsti izraz za struju, dobiva se jednačba mehaničke karakteristike:

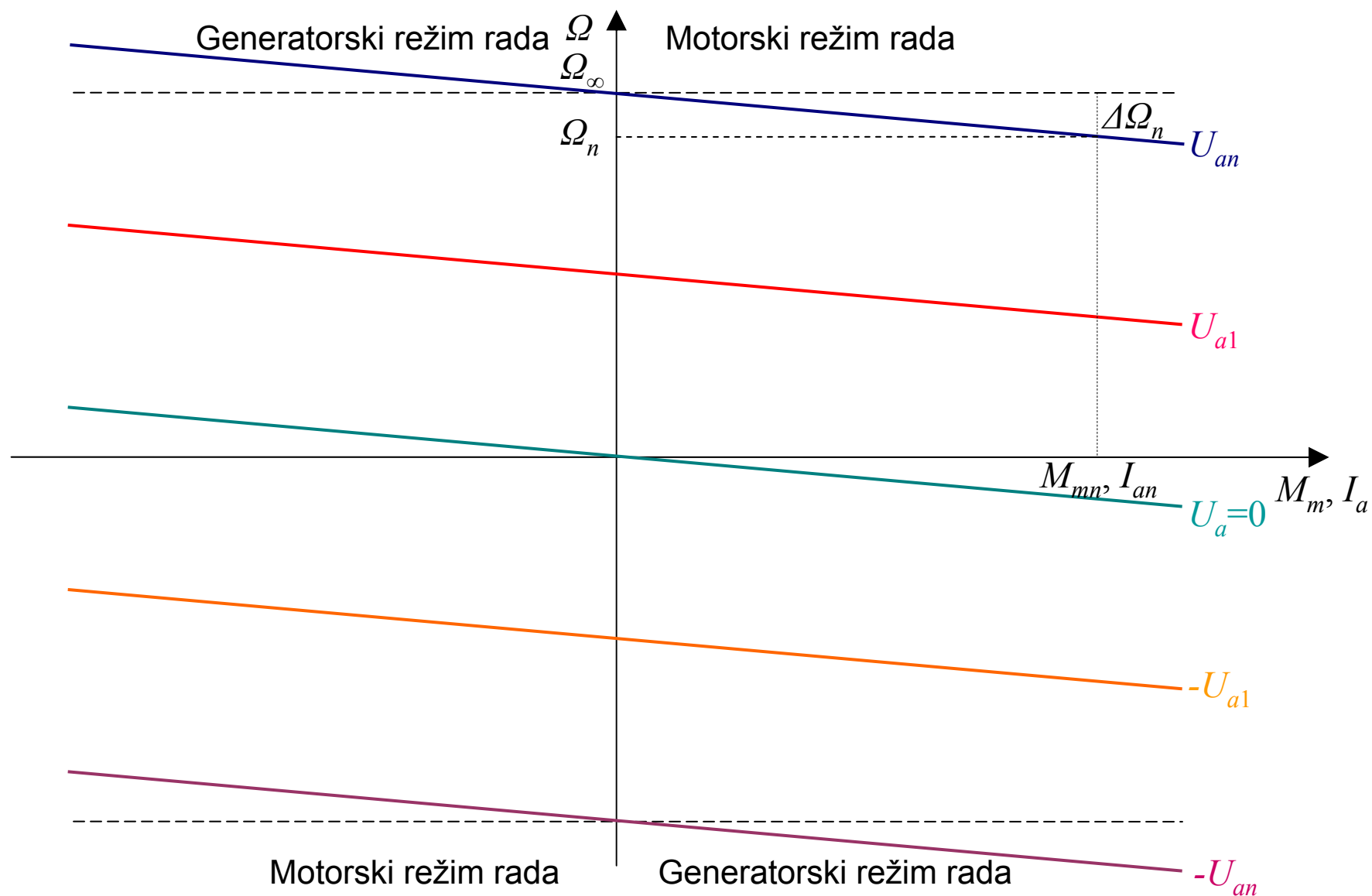
$$\Omega = \frac{U_a}{K_e \Phi} - \frac{R_{au}}{K_e^2 \Phi^2} M_m = \Omega_0 - \Delta\Omega_m, \quad (**)$$

gdje je: $\Delta\Omega_m = \frac{R_{au}}{K_e^2 \Phi^2} M_m$ promjena ugaone brzine vrtnje uslijed djelovanja momenta tereta [rad/s].

Mehaničke karakteristike motora

- Iz jednažbi (*) i (**) vidljivo je da se brzina vrtnje motora Ω može mijenjati promjenom:
 - napona armature U_a ,
 - otpora armature R_{au} ,
 - magnetskog (uzbudnog) toka Φ .
- Ako su otpor armaturnog kruga i magnetski tok konstantni, mehanička karakteristika opisana izrazom (**) ima oblik pravca.
- Idealna mehanička karakteristika paralelna je apscisnoj osi (pravac označen isprekidanom linijom).

Mehaničke karakteristike motora



Mehaničke karakteristike motora

- Zbog djelovanja momenta tereta smanjuje se brzina vrtnje prema jednadžbi (**), a time i protuelektromotorna sila $E=K_e\Phi\Omega$.
- Na ovaj se način povećava struja armature ($U_a=E+R_{au}I_a$), što uzrokuje povećanje momenta motora ($M_m=K_e\Phi I_a$).
- Prema tome, motor na promjenu momenta tereta reagira odgovarajućom promjenom momenta motora i prelazi u novo stacionarno stanje određeno mehaničkom karakteristikom.
- Pri tome je preko protuelektromotorne sile uspostavljena povratna veza unutar samog motora.

Mehaničke karakteristike motora

- Iznos promjene brzine vrtnje proporcionalan je momentu teretu.
- Koeficijent proporcionalnosti određen je za dani stroj otporom armaturnog kruga i tokom prema izrazu (**).
- Promjenom napona napajanja armature mijenja se ugaona brzina vrtnje praznog hoda, tj. mehaničke karakteristike formiraju familiju paralelnih pravaca.
- Karakteristikama u prvom i trećem kvadrantu predstavljen je *motorski režim rada*.
- U ovom režimu istosmjerni stroj pretvara električku u mehaničku energiju, tj. uzima energiju iz izvora.

Mehaničke karakteristike motora

- U motorskom režimu rada razvijeni moment i brzina vrtnje motora su istog smjera.
- Karakteristikama u drugom i četvrtom kvadrantu predstavljen je *generatorski režim rada*.
- U ovom režimu stroj pretvara mehaničku u električku energiju, tj. generira (daje) energiju.
- U generatorskom režimu rada razvijeni moment i brzina vrtnje motora su suprotnog smjera.
- Budući da je uzbudni magnetski tok konstantan, moment motora je proporcionalan struji armature, pa elektromehaničke karakteristike imaju isti oblik kao i mehaničke, samo se mjerilo momenta na apcisnoj osi zamjeni mjerilom struje.

Upravljačka karakteristika motora

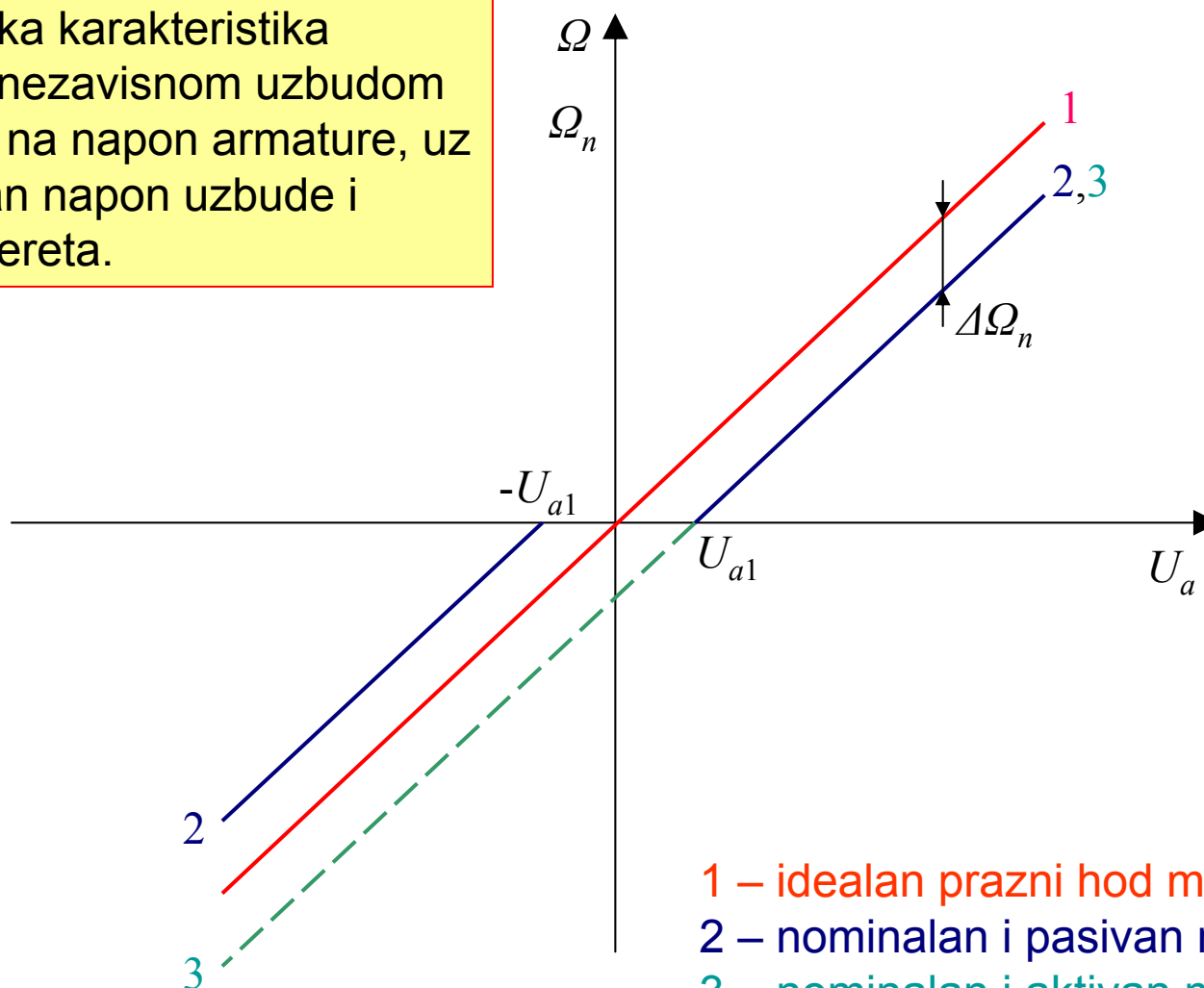
- Ovisnost ugaone brzine vrtnje o naponu armature (upravljačkoj ulaznoj veličini), uz konstantni moment tereta, naziva se upravljačkom karakteristikom istosmjernog motora s nezavisnom i konstantnom uzбудom u odnosu na napon armature.
- Ova karakteristika obično ima oblik pravca i obično se određuje za prazan hod ($M_m = M_t = 0$) ili nominalno opterećen motor ($M_t = M_{mn}$).
- U slučaju idealnog praznog hoda motora upravljačka karakteristika prolazi kroz ishodište (karakteristika 1 na slijedećoj slici).
- Za nominalnu vrijednost momenta tereta karakteristika je pomaknuta po ordinatnoj osi (karakteristika 2).
- Navedeni pomak je određen izrazom:

$$\Delta \Omega_n = \frac{R_{au}}{K_e^2 \Phi^2} M_{mn},$$

gdje je: M_{mn} nominalna vrijednost momenta motora [Nm].

Upravljačka karakteristika motora

Upravljačka karakteristika motora s nezavisnom uzbudom u odnosu na napon armature, uz konstantan napon uzbude i moment tereta.



- 1 – idealan prazni hod motora,
- 2 – nominalan i pasivan momet tereta,
- 3 – nominalan i aktivan moment tereta.

Upravljačka karakteristika motora

- Ako je moment pasivan, upravljačka karakteristika ima područje neosjetljivosti (karakteristika 2), tj. brzina vrtnje je jednaka nuli sve dok napon armature ne postane veći od napona U_{a1} , koji prema izrazu (**) iznosi:

$$U_{a1} = \frac{R_{au}}{K_e \Phi} M_{mn}.$$

- Ako je moment tereta aktivan, brzina vrtnje će biti negativna za napone armature manje od U_{a1} (karakteristika 3).
- Koeficijent pojačanja upravljačke veličine U_a , odnosno nagib upravljačke karakteristike, prema (**), iznosi:

$$\frac{\Delta \Omega}{\Delta U_a} = K_1 = \frac{1}{K_e \Phi}.$$

Vanjska karakteristika motora

- Ovisnost ugaone brzine vrtnje o momentu tereta (poremećajnoj ulaznoj veličini), uz konstantni napon armature, naziva se vanjskom karakteristikom motora s nezavisnom i konstantnom uzбудom.
- Ova karaktersitika ima oblik pravca (pogledati sliku na slajdu 7), čiji nagib, odnosno koeficijent pojačanja poremećajne veličine (M_t), prema izrazu (**) iznosi:

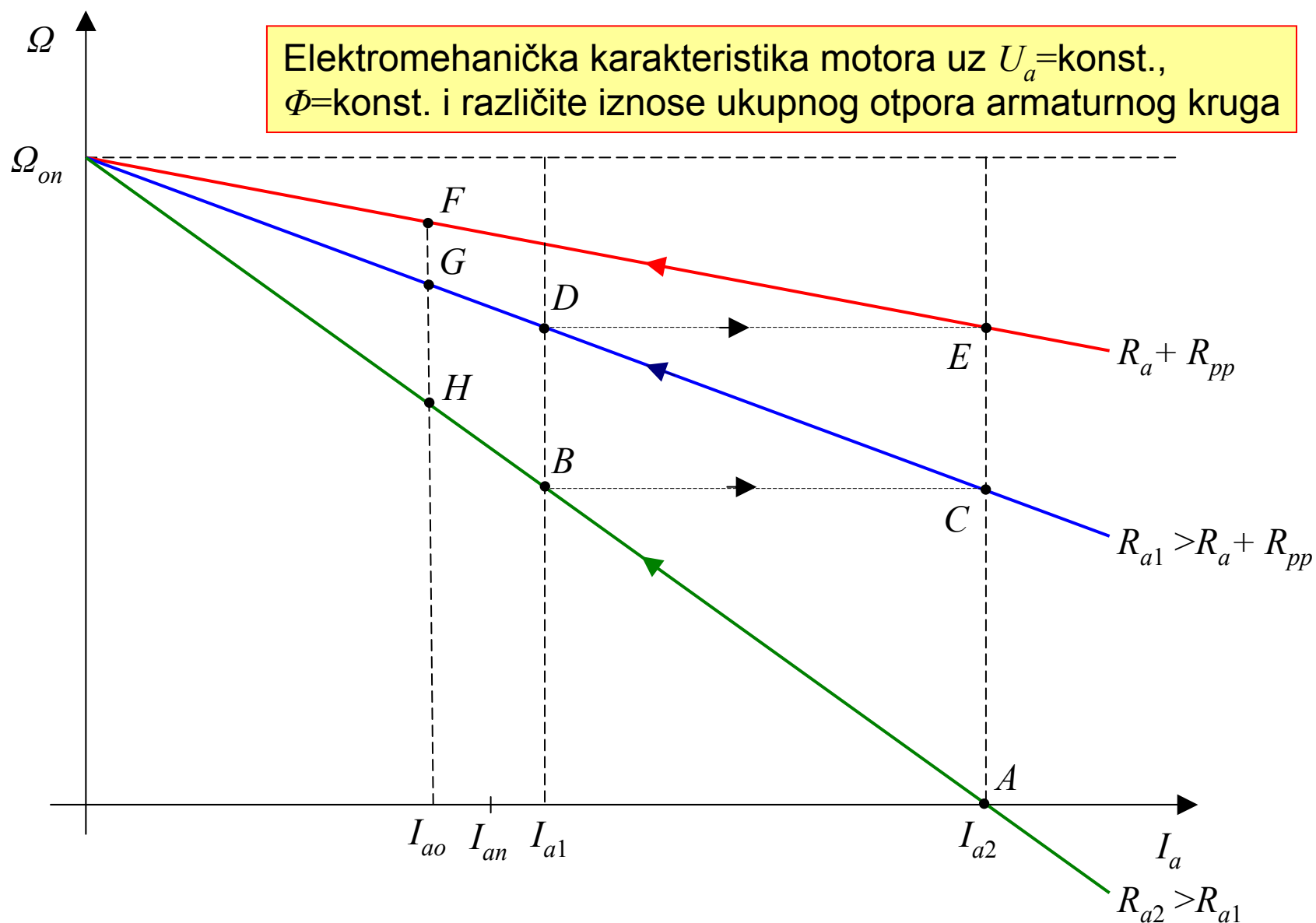
$$\frac{\Delta\Omega}{\Delta M_t} = -K_2 = -\frac{R_{au}}{K_e^2 \Phi^2}.$$

- Ovo znači da se povećanjem tereta smanjuje brzina vrtnja motora.

Elektromehanička karakteristika motora

- Ako se uz konstantan napon armature i konstantnu uzбудu ($\Phi = \text{konst.}$) mijenja otpor armaturnog kruga, mijenjat će se i nagib mehaničke karakteristike prema izrazu (**).
- Ovakav način mijenjanja brzine vrtnje primjenjuje se u jednostavnijim pogonima koji ne sadrže regulaciju brzine vrtnje naponom armature i uzbuđom, pa se u armaturni krug motora dodaju otpornici, kojima se osigurava **zalet** i **kočenje** motora.
- Na slijedećoj slici su prikazane elektromehaničke karakteristike motora za različite iznose otpora dodanog u armaturni krug, odnosno različite iznose ukupnog otpora armaturnog kruga.

Elektromehanička karakteristika motora



Elektromehanička karakteristika motora

- U početku zaleta armatura motora miruje ($\Omega=0$), pa je elektromotorna sila jednaka nuli ($E=0$) .
- Budući da je na armaturu motora narinut nominalni napon, struja armature bi prema (*) iznosila:

$$I_a = I_{ak} = \frac{U_{an}}{R_{au}} = \frac{U_{an}}{R_a + R_{pp}},$$

gdje je: I_{ak} struja kratkog spoja [A].

- Struja kratkog spoja je mnogo veća od nominalne vrijednosti armaturene struje, pa se u armaturni krug dodaje otpornik R_2 , tako da ukupni otpor armaturnog kruga iznosi:

$$R_{au} = R_{a2} = R_a + R_{pp} + R_2.$$

Elektromehanička karakteristika motora

- Ovaj otpor ograničava maksimalnu vrijednost armaturene struje na iznos koji osigurava normalnu komutaciju u motoru.
- Obično je:

$$I_{a2} = (2 - 2.5)I_{an}.$$

- Na taj način zalet motora počinje iz tačke A i odvija se po dijelu pravca $A - B$. Kada struja poprimi vrijednost I_{a1} smanjuje se dodatni otpor u armaturnom krugu na iznos R_{a1} , tako da maksimalna vrijednost struje armature ponovo poraste na iznos I_{a2} .
- Struja I_{a1} mora biti veća od stacionarne vrijednosti struje armature I_{ao} koja je određena momentom tereta.
- Obično je:

$$I_{a1} = (1.1 - 1.2)I_{ao}.$$

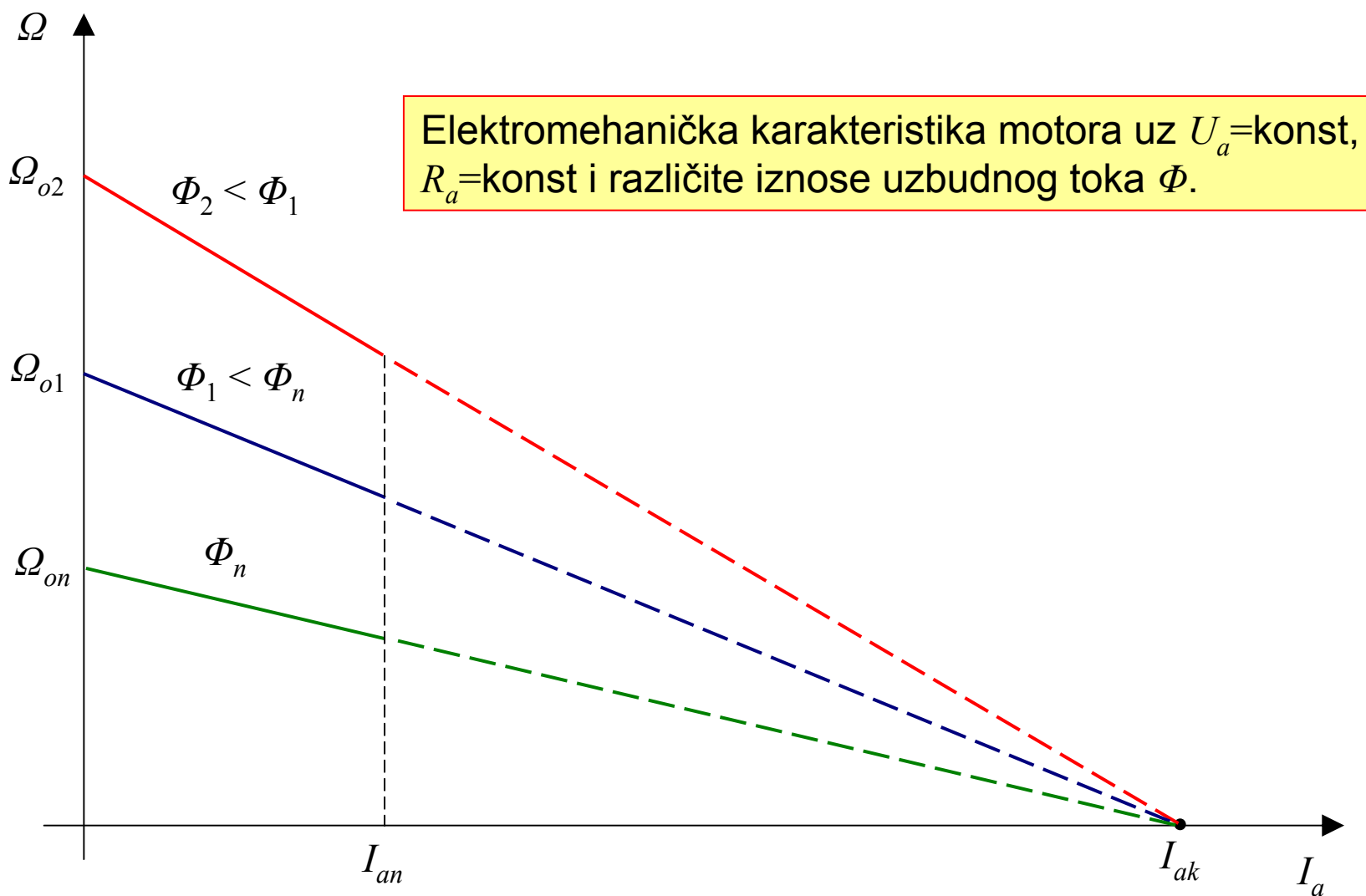
Elektromehanička karakteristika motora

- Nakon isključenja svih dodatnih otpora iz armaturnog kruga, zalet motora se odvija po prirodnoj elektromehaničkoj karakteristici, koju određuje otpor armaturnog kruga ($R_a + R_{pp}$), te motor dolazi u radnu tačku F , koju određuje moment tereta.
- Na istom se principu, dodavanjem otpora u armaturni krug, može obavljati regulacija brzine vrtnje motora (Tačke F , G i H).
- Ovaj način regulacije ima niz nedostataka (mali dijapazon regulacije, velike gubitke energije, regulacija nije kontinuirana), pa se rijetko upotrebljava.

Elektromehanička karakteristika motora

- Pri regulaciji brzine vrtnje promjenom uzbudnog toka, koji zbog termičkih zahtjeva može biti samo manji od nominalnog iznosa ($I_u \leq I_{un}, \Phi \leq \Phi_n$), elektromehaničke karakteristike prema izrazu (*) imaju oblik pravaca (slika na slijedećem slajdu).
- Promjenom magnetskog toka mijenja se brzina praznog hoda i nagib pravca, a struja kratkog spoja ostaje nepromijenjena, tj. svi pravci prolaze kroz tačku ($I_{ak}, 0$).
- Radni dio elektromehaničkih karakteristika označen je punim linijama.

Elektromehanička karakteristika motora



Mehanička karakteristika motora

- Kod mehaničkih karakteristika prema izrazu (**) mijenja se brzina vrtnje u praznom hodu obrnuto proporcionalnom uzbudnom toku, a nagib pravca obrnuto proporcionalno kvadratu toka, pa se smanjenjem toka smanjuje i moment kratkog spoja (slika na slijedećem slajdu):

$$M_k = K_e I_{ak} \Phi = K_e \frac{U_{an}}{R_{an}} \Phi.$$

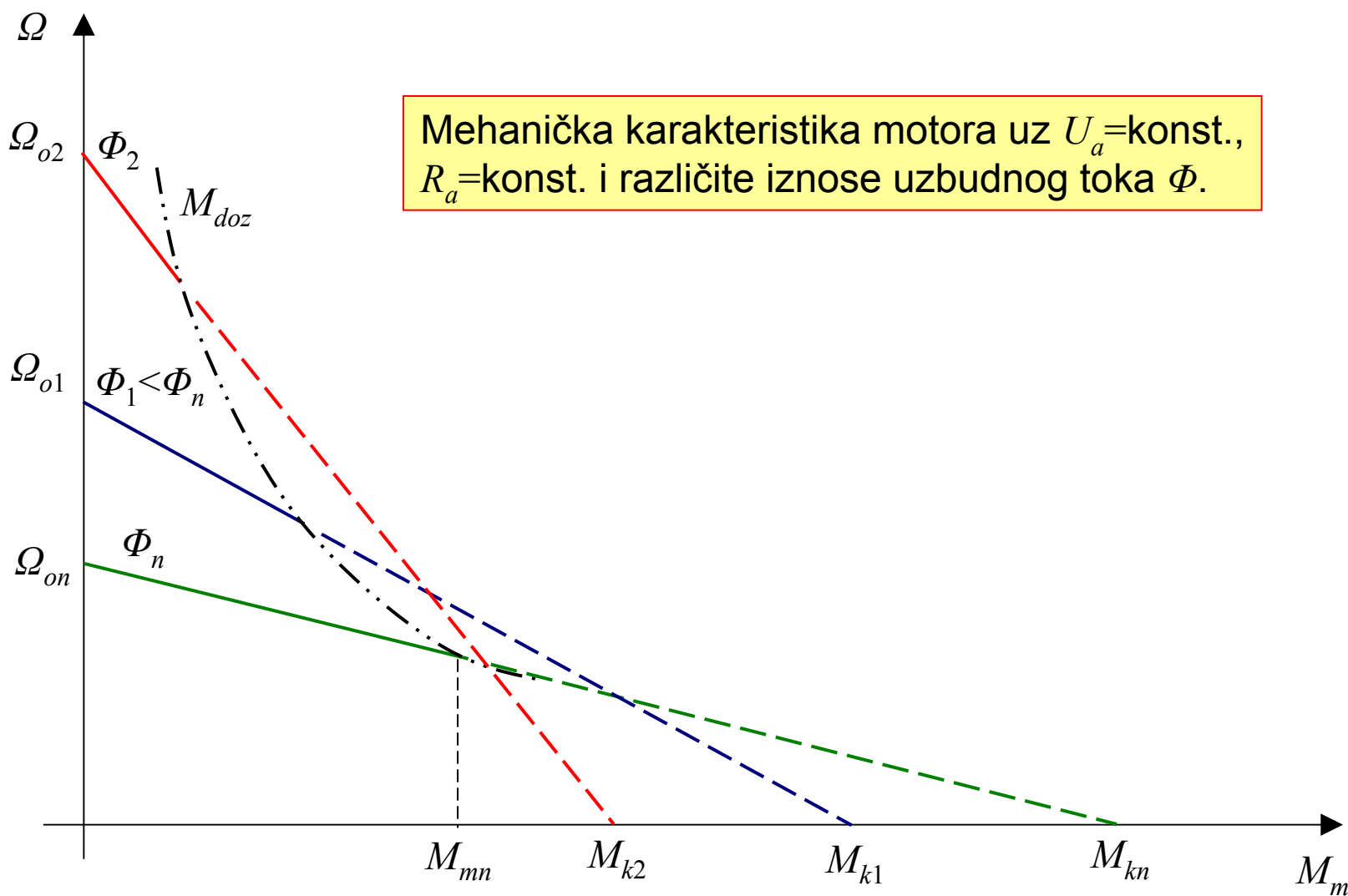
- Sa smanjenjem uzbudnog toka smanjuje se i dozvoljeni moment kojim se motor smije teretiti:

$$M_{doz} = K_e I_{an} \Phi < M_{mn},$$

- ali dozvoljena snaga ostaje konstantna:

$$P_{doz} = M_{doz} \Omega = U_{an} I_{an} - R_{au} I_{an}^2 = \text{konst.}$$

Mehanička karakteristika motora

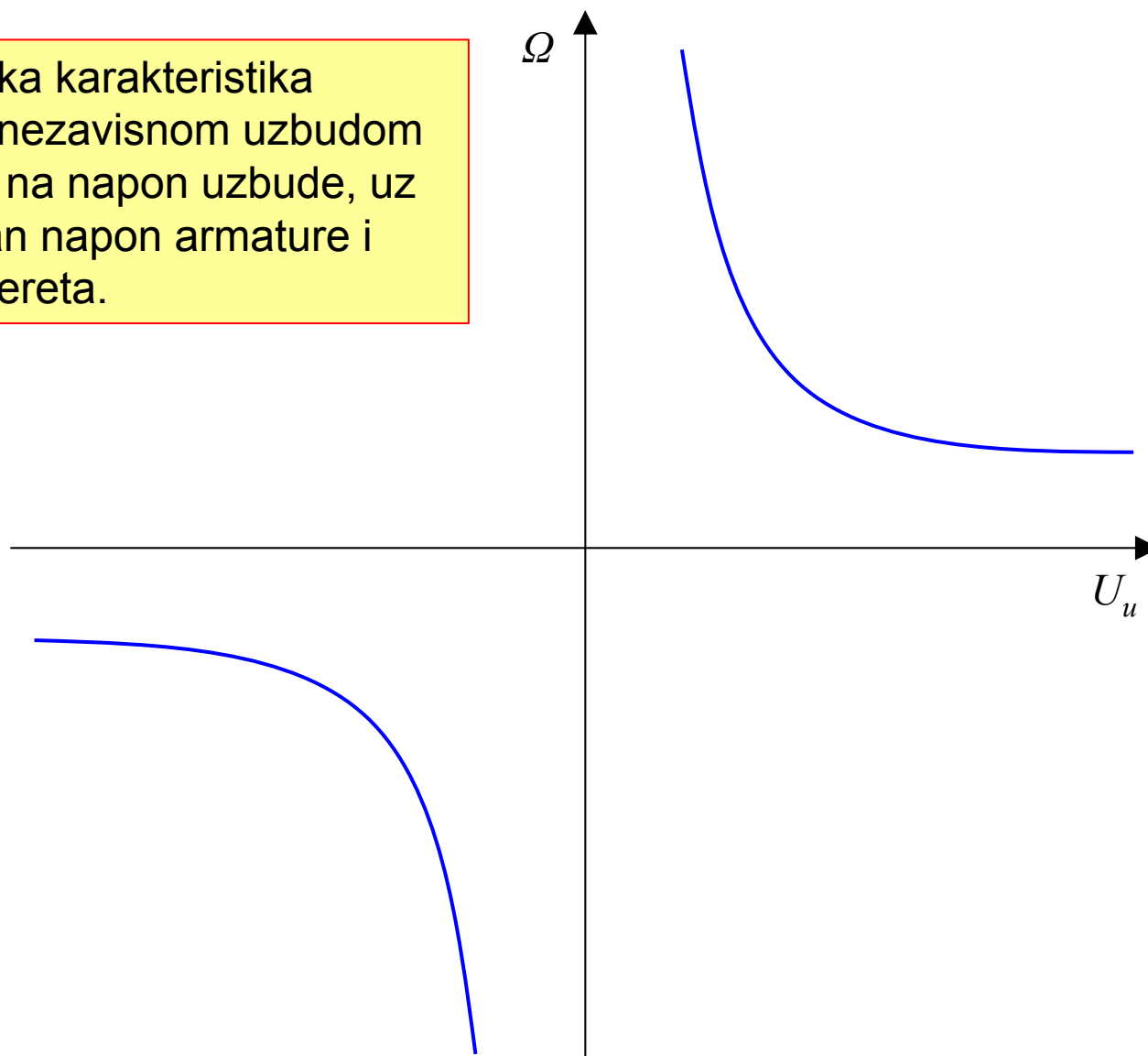


Upravljačka karakteristika motora

- Magnetski tok mijenja se promjenom struje, odnosno napona uzbude.
- Upravljačka karakteristika istosmjernog motora s nezavisnom uzbudom u odnosu na napon uzbude, uz konstantni napon armature i moment tereta, određena je izrazima $U_u = R_u I_u$, $\Phi = \varphi_1(N_u I_u)$ i (**).
- Zbog nelinearnosti krivulje magnetiziranja ($\Phi = \varphi_1(N_u I_u)$) i nelinearne ovisnosti brzine vrtnje o magnetskom toku (**) upravljačka karakteristika je nelinearnog oblika (slika na slijedećem slajdu).
- Smanjenjem napona uzbude smanjuje se struja uzbude i magnetski tok, a time se prema izrazu (**) povećava ugaona brzina vrtnja.

Upravljačka karakteristika motora

Upravljačka karakteristika motora s nezavisnom uzбудom u odnosu na napon uzbuđe, uz konstantan napon armature i moment tereta.



Upravljačka karakteristika motora

- Promjenom napona uzbude mijenja se nagib tangente na upravljačkoj karakteristici, odnosno koeficijent pojačanja napona uzbude:

$$\frac{\Delta \Omega}{\Delta U_u} = -K_3(U_u).$$

- Krivulja magnetiziranja određuje se iz krivulje praznog hoda stroja, koja se dobiva eksperimentalnim putem na način da se stroj pokreće nominalnom brzinom vrtnje, te se mjeri inducirani napon u armaturi u praznom hodu stroja (stroj radi kao generator) uz razne vrijednosti napona (struje) uzbude:

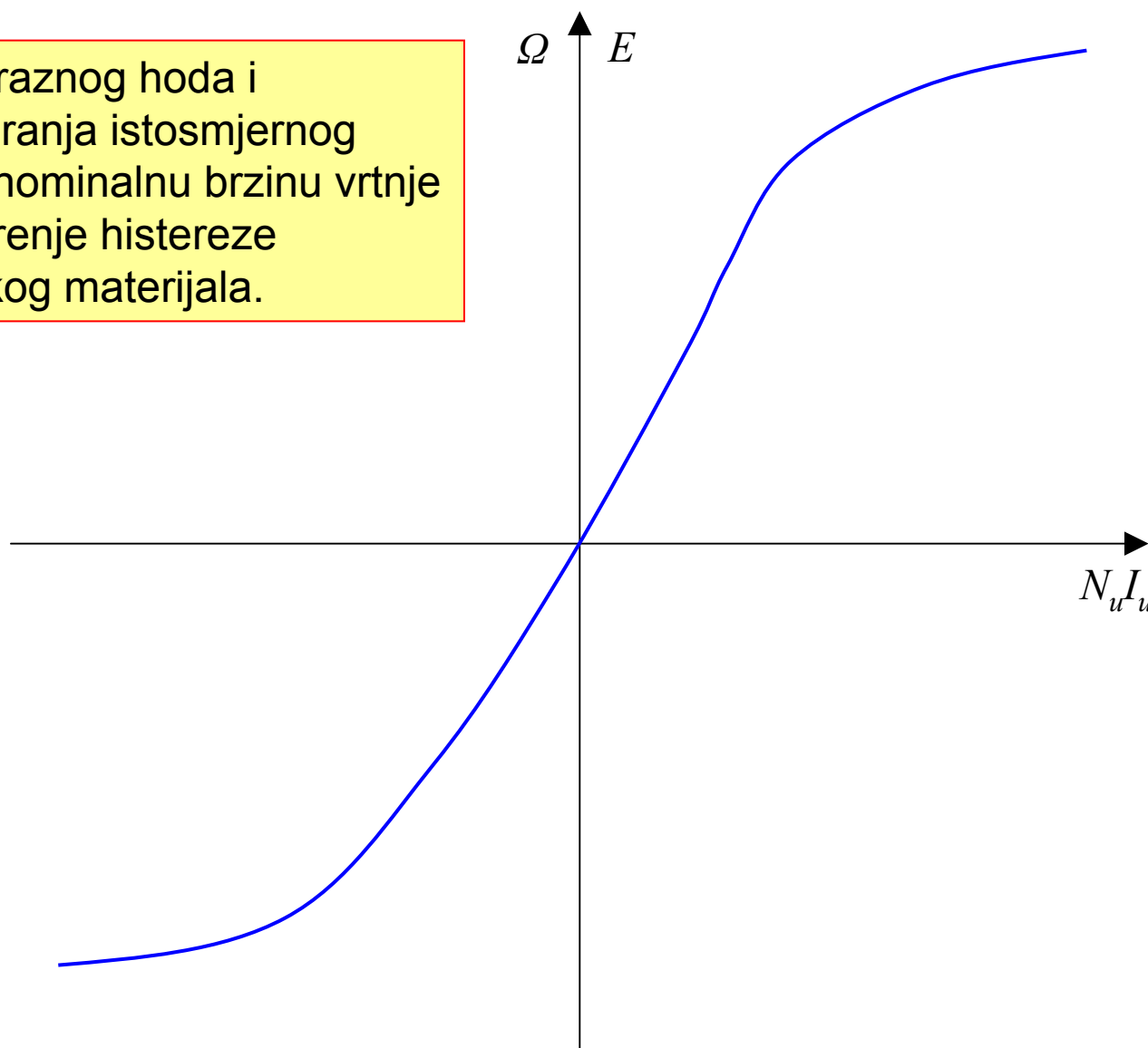
$$E = \varphi(N_u I_u) \bigg|_{\substack{\Omega = \Omega_n \\ I_a = 0}}.$$

- Uz navedene uvjete iz relacije (*) slijedi da je magnetski tok proporcionalan naponu induciranom na armaturi stroja:

$$\Phi = \varphi(N_u I_u) = \frac{1}{K_e \Omega_n} E.$$

Upravljačka karakteristika motora

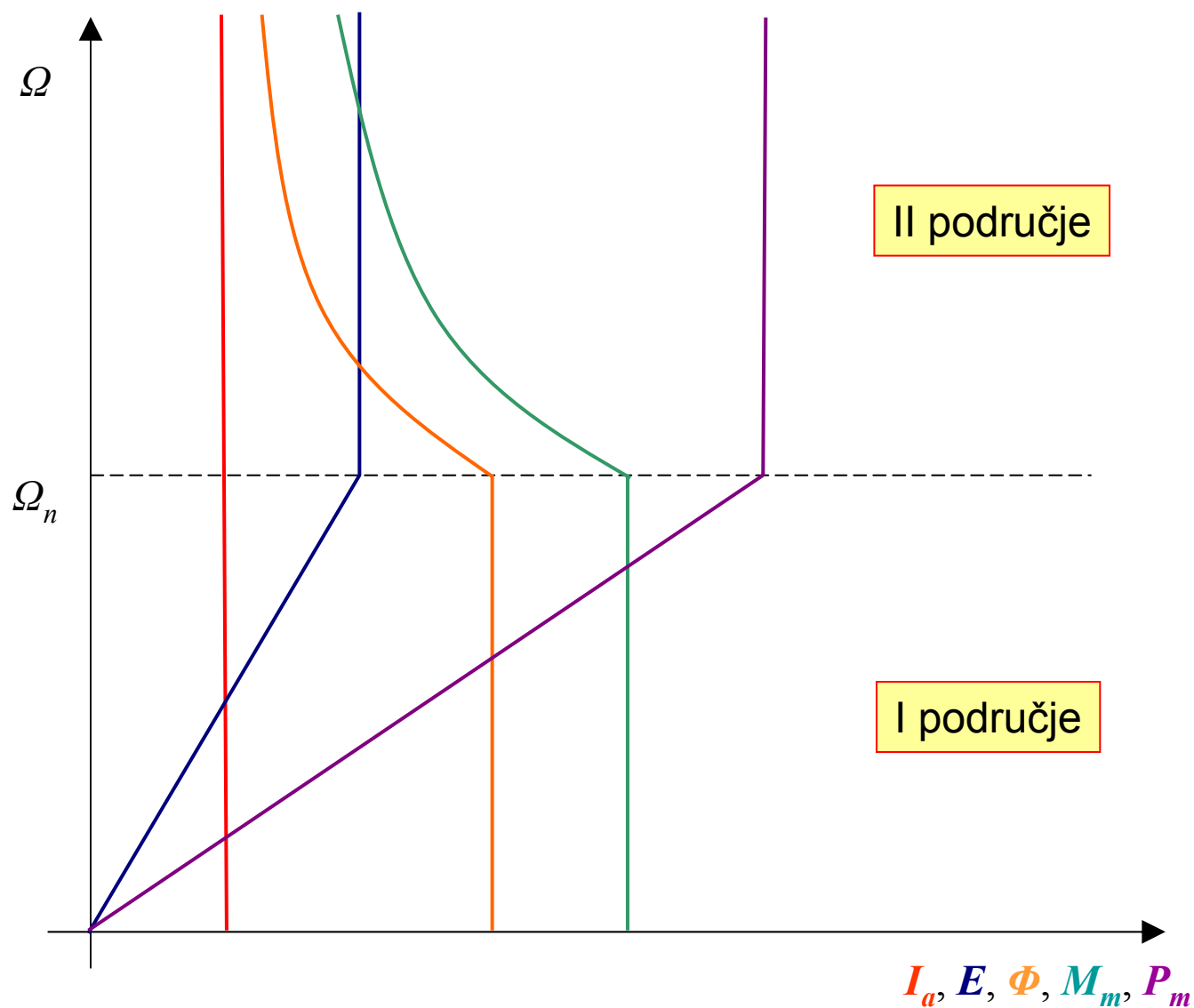
Krivulja praznog hoda i magnetiziranja istosmjernog stroja uz nominalnu brzinu vrtnje i zanemarenje histereze magnetskog materijala.



Vanjska karakteristika motora

- Vanjska karakteristika (ovisnost ugaone brzine vrtnje o momentu tereta) istosmjernog motora s nezavisnom uzбудom, čija se brzina mijenja promjenom napona uzbuđe, ima oblik pravca (slajd broj 23).
- Na slijedećoj slici prikazana su dva osnovna područja regulacije brzine vrtnje istosmjernog motora s nezavisnom uzбудom.
- U prvom području regulacija brzine vrtnje obavlja se promjenom napona armature U_a uz konstantnu uzbuđu ($\Phi = \Phi_n = \text{konst.}$).
- Pri tome struja armature I_a i razvijeni moment motora M_m mogu biti konstantni u čitavom području, a njihove najveće dopuštene vrijednosti jednake su nominalnim iznosima ($M_{doz} = M_{mn}$).

Područja regulacije motora



Područja regulacije motora

- Uz navedene uvjete inducirani napon E i snaga motora P_m povećavaju se proporcionalno s brzinom vrtnje.
- U prvom području raspon brzine vrtnje, uz uobičajene zahtjeve na tačnost održavanja brzine vrtnje, u otvorenoj petlji iznosi (8 - 10) : 1, a ograničen je relativnom promjenom brzine vrtnje ($\Delta\Omega/\Omega_o$), koja se povećava smanjenjem brzine Ω_o .
- U zatvorenoj petlji raspon brzine vrtnje može iznositi i do 1000 : 1.
- Gubici energije su relativno malog iznosa i konstantni su uz konstantni moment tereta, pa se korisna snaga i koeficijent korisnosti smanjuje sa smanjenjem brzine vrtnje.
- Zalet i kočenje stroja ostvaruju se odgovarajućom vremenskom promjenom napona armature, tj. nije potrebno uključiti dodatne otpornike u armaturni krug, čime se znatno smanjuju gubici u prijelaznom procesu.

Područja regulacije motora

- U drugom području brzina vrtnje mijenja se sa promjenom napona uzbuđe (magnetskog toka) uz konstantni napon armature ($U_a = U_{an} = \text{konst.}$).
- Pri tome se dozvoljeni moment smanjuje sa smanjenjem toka, odnosno povećanjem brzine vrtnje, u skladu s izrazom $M_{doz} = K_e I_{an} \Phi$, a dozvoljena snaga $P_{doz} = M_{doz} \Omega$.
- Raspon brzine vrtnje u drugom području ograničen je pogoršanim uvjetima komutacije i povećanim zahtjevima na mehaničku izvedbu armature stroja kod većih brzina vrtnje i obično iznosi (2 - 3) : 1.
- Relativna promjena brzine vrtnje je ista kao i kod prirodne mehaničke karakteristike.
- Promjena brzine vrtnje uzbuđom obično se koristi zajedno s promjenom brzine vrtnje naponom armature (kombinirana regulacija).
- Pri tome se do nominalne brzine vrtnje regulacija obavlja naponom armature (I područje), a iznad nominalne brzine vrtnje naponom uzbuđe (II područje).

3.3. Rad motora u režimu kočenja

- Kada je radni mehanizam kojeg pokreće motor potrebno brzo i tačno zaustaviti primjenjuje se kočni režim rada motora.
- U tom režimu su razvijeni moment i brzina vrtnje motora suprotnog smjera.
- Pri tome se mehanička energija pretvara u električku i vraća u izvor ili se troši na otporniku priključenom u armaturni krug motora, pa je kočni režim zapravo generatorski režim rada.
- Načini kočenja istosmjernog motora s nezavisnom uzбудom su:
 - generatorski,
 - protustrujni,
 - elektrodinamički ili otporski.

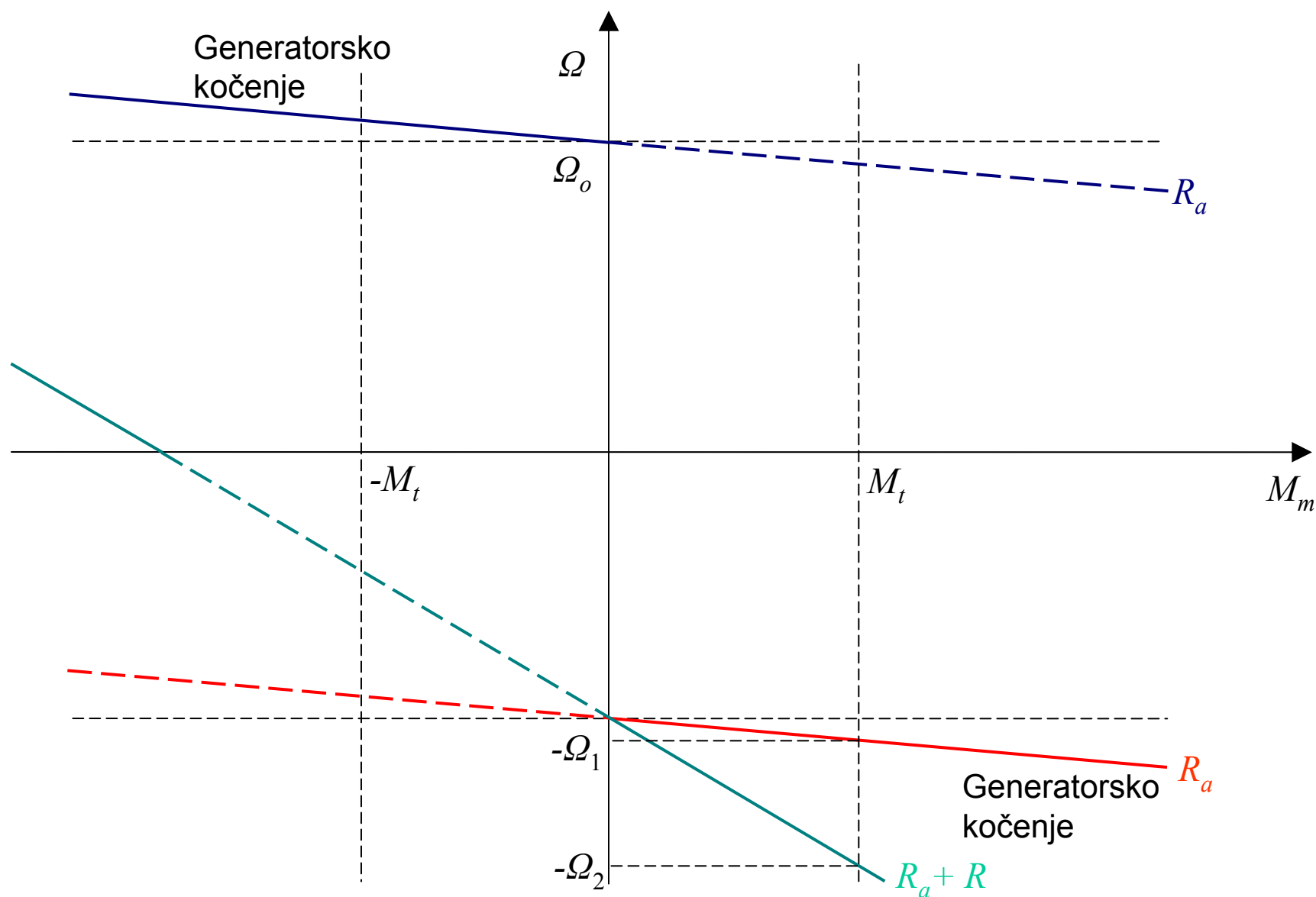
Generatorski način kočenja

- Ako radni mehanizam djeluje na motor tako da brzina vrtnje postane veća od brzine vrtnje idealnog praznog hoda, elektromotorna sila motora će postati veća od narinutog napona, pa će struja armature i moment motora promijeniti smjer u odnosu na motorski režim rada:

$$\Omega > \Omega_o, E > U_a,$$
$$I_a = \frac{U_a - E}{R_{au}} = -\frac{E - U_a}{R_{au}}.$$

- U tom slučaju motor se nalazi u generatorskom kočnom stanju, pri čemu se mehanička energija radnog mehanizma pretvara u električku i vraća u izvor umanjena za gubitke u motoru.
- Stanju kočenja s vraćanjem energije u izvor odgovaraju dijelovi mehaničke karakteristike u drugom i četvrtom kvadrantu (slijedeća slika).

Generatorski način kočenja



Generatorski način kočenja

- Ovaj se način kočenja primjenjuje npr. kod dizalica i u električkom transportu (vuča, dizala i slično), kada je moment tereta aktivan (potencijalan), a brzina kočenja veća od brzine praznog hoda.
- Brzina vrtnje pri generatorskom kočenju povećava se od Ω_1 na Ω_2 dodavanjem otpora R u armaturni krug stroja.

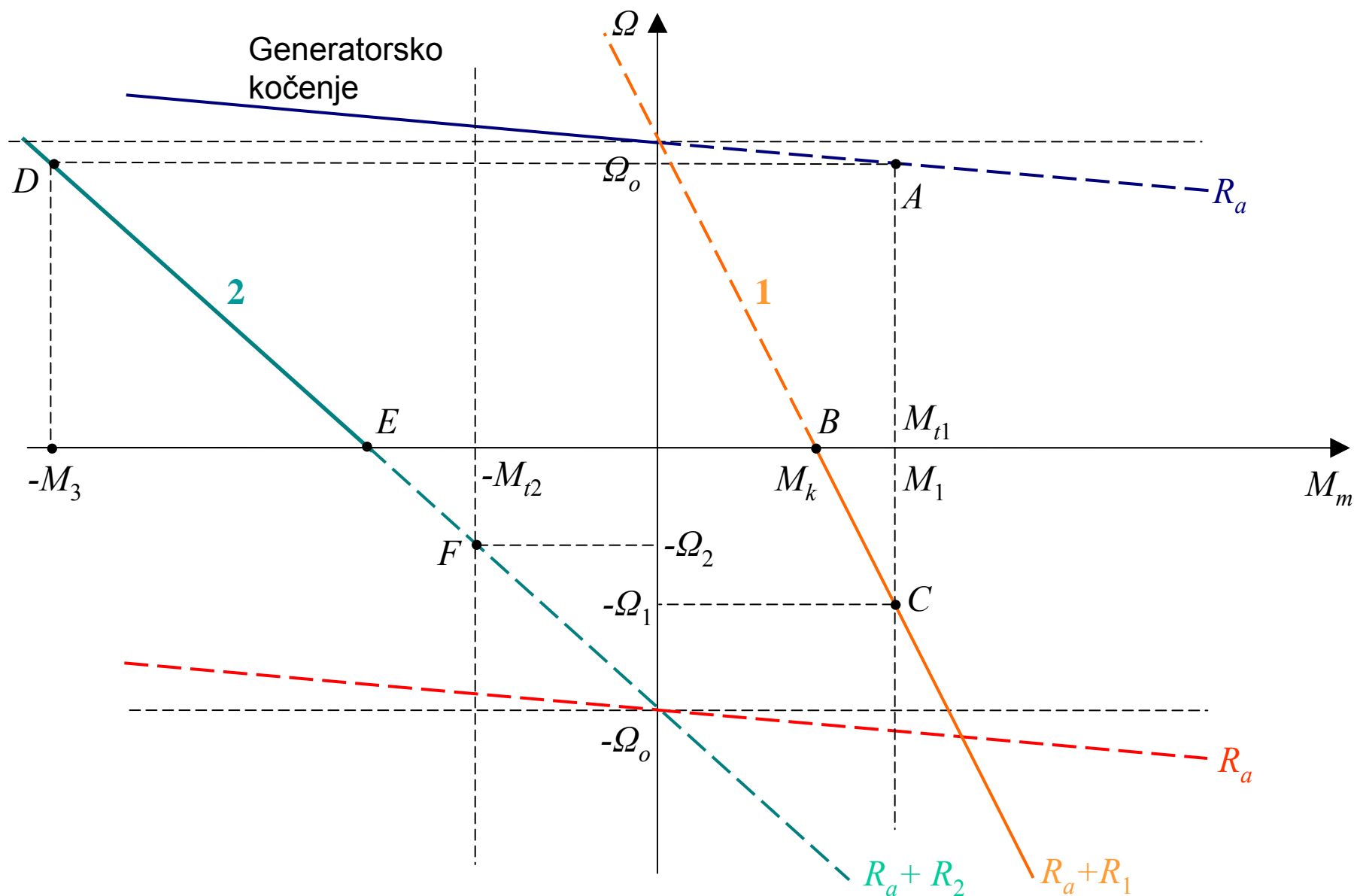
Režim protustrujnog kočenja

- Ovaj režim nastaje kada se motor pod djelovanjem inercije ili momenta tereta vrti u jednom smjeru, a pod djelovanjem napona napajanja ima tendenciju vrtnje u suprotnom smjeru.
- Pri prijelazu iz motorskog u režim protustrujnog kočenja mijenja se smjer brzine vrtnje motora uz nepromijenjeni smjer djelovanja momenta motora, ili se mijenja smjer djelovanja momenta uz isti smjer brzine vrtnje kao u motorskom režimu rada.
- Prvi slučaj nastaje kada djeluje aktivni moment tereta veći od momenta kratkog spoja (slijedeća slika):

$$M_{t1} = M_1 > M_k.$$

- Pri tome se u armaturni krug motora dodaje otpor R_1 (karakteristika 1 na slici).

Režim protustrujnog kočenja



Režim protustrujnog kočenja

- Zbog promjene smjera (predznaka) brzine vrtnje mijenja se i predznak protuelektromotorne sile, pa je armaturna struja određena izrazom:

$$I_{a1} = \frac{U_a + E}{R_a + R_1},$$

gdje je: R_1 – dodatni otpor uključen u armaturni krug.

- Izborom dodatnog otpora R_1 određena je brzina vrtnje u stacionarnom stanju Ω_1 .
- Ako je moment tereta reaktivan motor će se zaustaviti u tački B .
- Ako je moment tereta aktivan motor se okreće u suprotnu stranu do brzine vrtnje $-\Omega_1$ (tačka C na slici).
- Brzina vrtnje je, dakle, promijenila smjer, a smjer momenta motora i struje armature su ostali nepromijenjeni.

Režim protustrujnog kočenja

- Prema tome, stroj radi u generatorskom režimu.
- Ovaj način protustrujnog kočenja istosmjernog stroja koristi se npr. kod dizalica za spuštanje tereta.
- Protustrujno kočenje koristi se i pri zaustavljanju i promjeni smjera vrtnje motora, a izvodi se zamjenom polova napona armature motora i dodavanjem otpora R_2 u armaturni krug (dio DE karakteristike 2 na slici).
- U trenutku zamjene polova napona napajanja, brzina vrtnje će zbog inercije zadržati isti iznos (tačke A i D na slici), pa će i protuelektromotorna sila imati istu vrijednost, dok će struja promijeniti smjer i iznositi će:

$$I_{a3} = -\frac{U_a + E}{R_a + R_2}.$$

Režim protustrujnog kočenja

- Moment motora ($M_3 = K_e \Phi I_{a3}$) će promijeniti smjer i do zaustavljanja (tačka E na slici) bit će suprotnog smjera od smjera brzine vrtnje motora (nastaje kočenje).
- Ako se ne odspoji napajanje motora u trenutku zaustavljanja, motor će se početi vrtjeti u suprotnom smjeru do brzine vrtnje $-\Omega_2$ određene momentom tereta – M_{t2} (tačka F na slici).
- Protustrujnom kočenju odgovaraju dijelovi mehaničkih karakteristika između tačaka BC i DE .
- U režimu protustrujnog kočenja mehanička energija radnog mehanizma, koja se pretvara u električku energiju, kao i energija izvora napajanja, troše se u otporima armaturnog kruga motora pretvarajući se u toplinu.

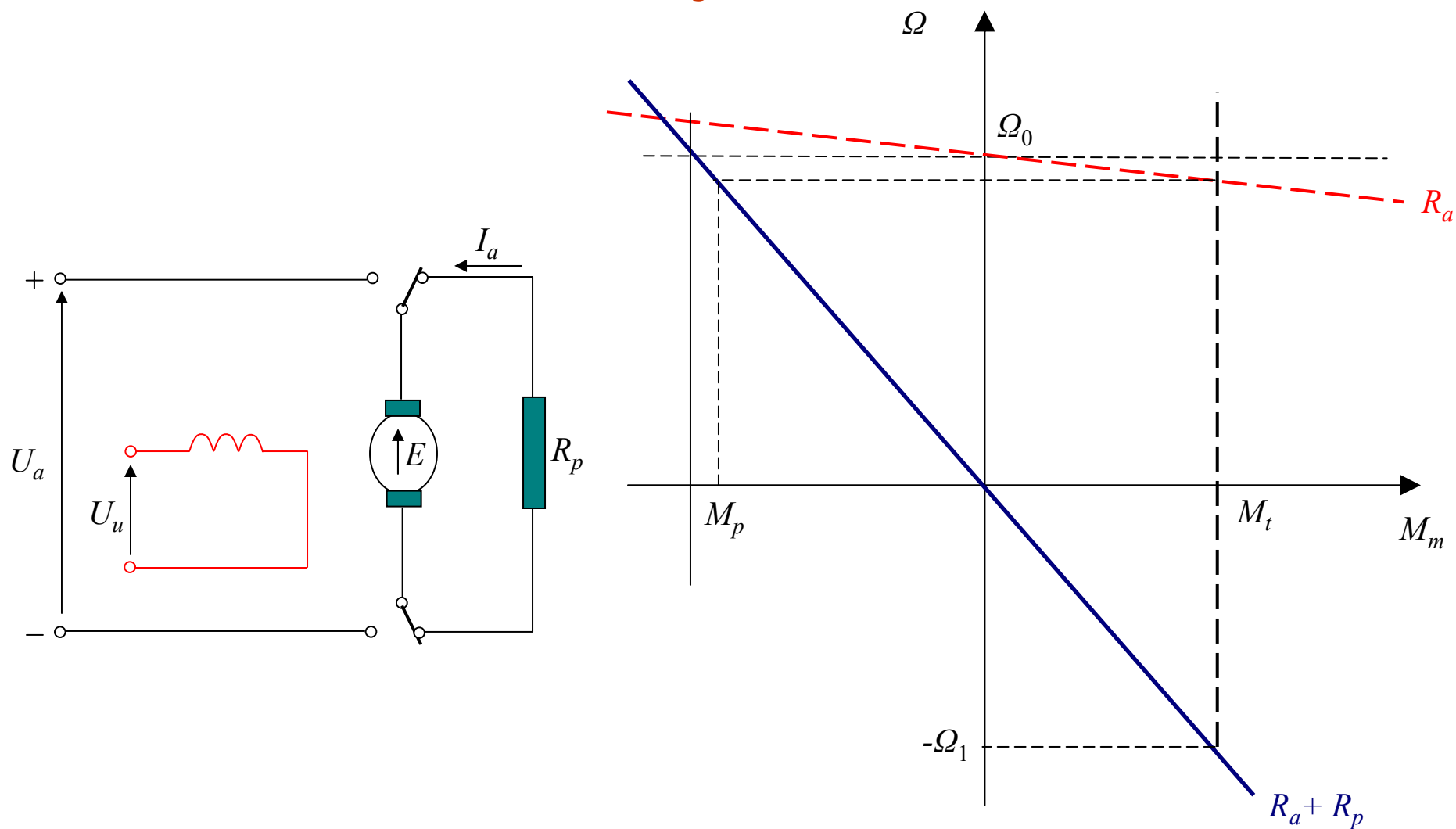
Elektrodinamičko kočenje

- Elektrodinamičko kočenje nastaje kada se pri nekoj brzini armatura motora odspoji od napona napajanja i spoji na otpornik R_p , a uzbuda ostane nepromijenjena.
- Motor se zbog inercije nastavlja vrtjeti u istom smjeru, pa se kao posljedica inducirane elektromotorne sile u armaturnom namotu javlja struja:

$$I_{ap} = -\frac{E}{R_a + R_p}, \quad U_a = 0.$$

- Smjer struje pri elektrodinamičkom kočenju je suprotan smjeru struje koji je bio u motorskom režimu rada, pa je i smjer djelovanja momenta motora suprotan brzini vrtnje.

Elektrodinamičko kočenje



Elektrodinamičko kočenje

- Jednadžbe elektromehaničke i mehaničke karakteristike dobivaju se iz izraza (*) i (**) uz $U_a=0$ i imaju oblik:

$$\Omega = -\frac{R_{au}}{K_e \Phi} I_a,$$
$$\Omega = -\frac{R_{au}}{(K_e \Phi)^2} M_m, \text{ gdje je } R_{au} = R_a + R_p$$

- Obje karakteristike prolaze kroz ishodište.
- Moment motora se smanjuje sa smanjenjem brzine vrtnje, a može se na nižim brzinama povećati tako da se smanji otpor dodan u armaturni krug.
- Ako je moment tereta reaktivan, motor će se zaustaviti, a ako je moment aktivan motor će se nakon zaustavljanja vrtjeti u suprotnom smjeru do brzine vrtnje $-\Omega_1$.

3.4. Proračun karakteristika motora

- Mehaničke i elektromehaničke karakteristike istosmjernog stroja određuju se mjerenjem i analitičkim postupkom prema kataloškim podacima stroja.
- U katalozima se obično navode nominalni podaci za:
 - snagu na osovini stroja P_n [kW],
 - brzinu vrtnje n_n [min⁻¹],
 - napon armature U_{an} [V],
 - struju armature I_{an} [A],
 - napon uzbude U_{un} [V],
 - struju uzbude I_{un} [A],
 - snagu na osovini stroja P_n [kW],
 - koeficijent korisnosti (stupanj djelovanja) stroja η .
- Mehaničke i elektromehaničke karakteristike istosmjernog stroja s nezavisnom uzбудom su pravci, pa je potrebno odrediti sve tačke kroz koje ti pravci prolaze.

Proračun karakteristika motora

- Za prirodnu mehaničku karakteristiku potrebno je odrediti samo nominalnu brzinu vrtnje idealnog praznog hoda Ω_{0n} i nominalni moment motora M_{mn} , da bi se dobile koordinate za dvije tačke.
- Nominalna brzina vrtnje idealnog praznog hoda i nominalni moment motora određuju se uvrštavanjem nominalnih vrijednosti:

$$\Omega_{0n} = \frac{U_{an}}{K_e \Phi_n} = \frac{U_{an}}{K},$$

$$M_{mn} = K_e \Phi_n I_{an} = K I_{an}.$$

- Koeficijent K se izračunava na slijedeći način:

$$K = \frac{M_{mn}}{I_{an}} = \frac{P_n}{\Omega_n I_{an}}.$$

Proračun karakteristika motora

- Ovaj izraz za računanje K je približan, jer je zanemaren moment tereta u praznom hodu (moment uslijed trenja i ventilacije).
- Izraz se može uzeti kao prikladan za motore srednjih i velikih snaga.
- Za motore manjih snaga moment u praznom hodu može iznositi i deset posto nominalnog momenta, pa gornji izraz nije za njih prikladan.
- Za motore malih snaga prikladniji je izraz koji uključuje moment praznog hoda ($M_0=M_{t0}$), odnosno struja armature u praznom hodu (I_{a0}):

$$K = \frac{P_n}{\Omega_n (I_{an} - I_{a0})}.$$

Proračun karakteristika motora

- Koeficijent K se također može izračunati i iz izraza (*), uvrštavanjem nominalnih vrijednosti za pojedine veličine, te uz $R_{au}=R_a$:

$$K = \frac{E_n}{\Omega_n} = \frac{U_{an} - R_a I_{an}}{\Omega_n}.$$

- Za izračunavanje K potreban je iznos otpora armature R_a .
- Ako vrijednost R_a nije dana u katalogu, tada se ona računa iz slijedeće empirijske relacije (dobivene iz uvjeta da gubici u armaturi, uz nominalno opterećenje stroja, iznose polovinu svih gubitaka u stroju ΔP_n):

$$R_a = \frac{\Delta P_n}{2 I_{an}^2} = \frac{1}{2} \frac{U_{an}}{I_{an}} (1 - n).$$

- Prirodne mehaničke i elektromehaničke karakteristike mogu se odrediti prema kataloškim podacima stroja i korištenjem izraza (*) i (**), uvrštenjem vrijednosti za napon i otpor armature i mag. tok.

Primjer 1 - proračun karakteristika motora (1/2)

Odrediti iznose koeficijenata K_e i K istosmjernog stroja s nezavisnom uzбудom prema slijedećim katalogskim podacima:

$$\begin{aligned}
 P_n &= 120 \text{ kW}, & n_n &= 750 \text{ min}^{-1}, & U_{an} &= 220 \text{ V}, \\
 I_{an} &= 575 \text{ A}, & \Phi_n &= 0.0455 \text{ Vs}, & R_a(15^\circ) &= 0.008 \Omega, \\
 R_{pp}(15^\circ) &= 0.0032 \Omega, & R_k(15^\circ) &= 0.00051 \Omega.
 \end{aligned}$$

Ukupni radni otpor armaturnog kruga računati pri radnoj temperaturi stroja $\vartheta_n = 75^\circ\text{C}$.

Rješenje:

Ukupni radni otpor armaturnog kruga na temperaturi okoline 15°C :

$$R_{au}(15^\circ) = R_a(15^\circ) + R_{pp}(15^\circ) + R_k(15^\circ) = 0.01171 \Omega.$$

Na radnoj temperaturi stroja $\vartheta_n = 75^\circ\text{C}$ ukupni radni otpor armaturnog kruga iznosi (temperaturni koeficijent bakra $\beta = 0.004 \text{ 1/}^\circ\text{C}$):

$$R_{au}(75^\circ) = [1 + \beta(\vartheta_n - \vartheta_0)]R_{au}(15^\circ) = 1.24R_{au}(15^\circ) = 0.01452 \Omega.$$

Primjer 1 - proračun karakteristika motora (2/2)

Prema tome, uz povećanje temperature za 60°C radni otpor se poveća za 24 %.

Nominalna vrijednost ugaone brzine iznosi:

$$\Omega_n = \frac{n_n \pi}{30} = 78.54 \text{ rad/s.}$$

Na temelju dobivenih vrijednosti slijedi računanje traženih koeficijenata:

$$K = \frac{U_{an} - R_a I_{an}}{\Omega_n} = \frac{220 - 0.01452 \cdot 575}{78.54} = 2.695 \text{ Vs,}$$

$$K_e = \frac{K}{\Phi_n} = \frac{2.69}{0.0455} = 59.23.$$

Primjer 2 - proračun karakteristika motora (1/7)

Za istosmjerni motor s nezavisnom uzбудom dani su slijedeći podaci:

$$P_n = 75 \text{ kW}, \quad n_n = 750 \text{ min}^{-1}, \quad U_{an} = 220 \text{ V},$$

$$I_{an} = 350 \text{ A}, \quad R_a(15^\circ) = 0.028 \Omega.$$

Potrebno je odrediti i nacrtati elektromehaničke karakteristike motora pri radnoj temperaturi $\vartheta_n = 75^\circ\text{C}$ za slučajeve promjene brzine vrtnje:

- a) naponom armature uz $U_{a1} = U_{an}$, $U_{a2} = 0.5 U_{an}$ i $U_{a3} = 0.1 U_{an}$;
- b) dodatnim otporima uz $R = 0.27929 \Omega$, $R = 0.12214 \Omega$, $R = 0.04657$ i $R = 0$
- c) uzбудom uz $\Phi_1 = \Phi_n$, $\Phi_2 = 0.75 \Phi_n$ i $\Phi_3 = 0.5 \Phi_n$;

Rješenje:

Nominalna vrijednost ugaone brzine vrtnje iznosi:

$$\Omega_n = \frac{n_n \pi}{30} = 78.54 \text{ rad/s.}$$

Primjer 2 - proračun karakteristika motora (2/7)

Radni otpor armature na temperaturi motora $\vartheta_n = 75^\circ\text{C}$ ima vrijednost:

$$R_a(75^\circ) = 1.24R_a(15^\circ) = 0.0347 \, \Omega.$$

Prema tome, koeficijent motora je:

$$K = \frac{U_{an} - R_a I_{an}}{\Omega_n} = \frac{220 - 0.0347 \cdot 350}{78.54} = 2.65 \, \text{Vs},$$

a) Za slučaj promjene brzine vrtnje naponom armature potrebno je izračunati idealne brzine praznog hoda uz zadane napone i promjenu brzine vrtnje uslijed nominalnog opterećenja motora.

Idealne brzine vrtnje praznog hoda iznose:

$$U_{a1} = U_{an}, \quad \Omega_{01} = \Omega_{0n} = \frac{U_{an}}{K} = \frac{220}{2.65} = 83.13 \, \text{rad/s},$$

$$U_{a2} = 0.5U_{an}, \quad \Omega_{02} = \frac{0.5U_{an}}{K} = 41.57 \, \text{rad/s}.$$

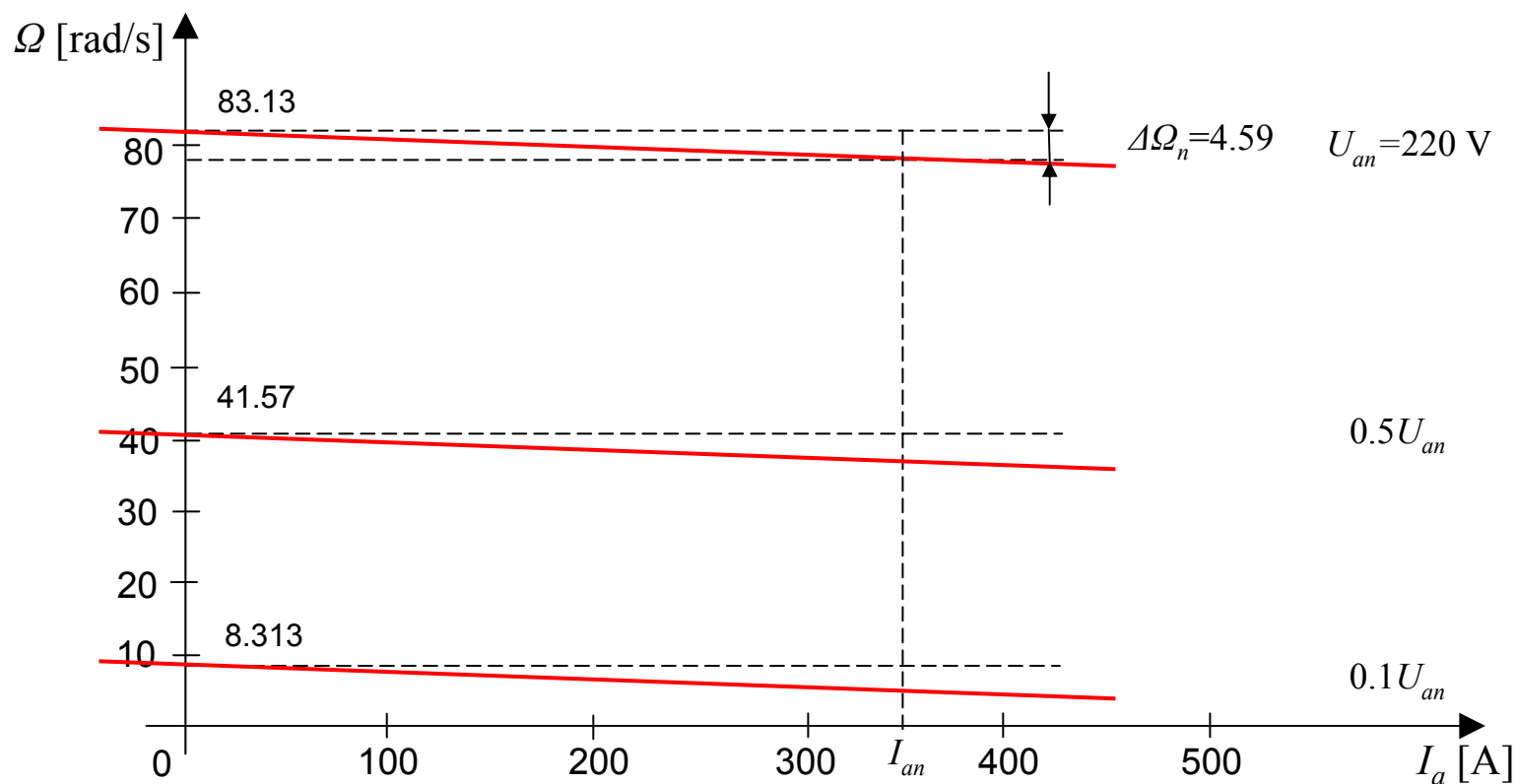
$$U_{a3} = 0.1U_{an}, \quad \Omega_{03} = \frac{0.1U_{an}}{K} = 8.313 \, \text{rad/s}.$$

Primjer 2 - proračun karakteristika motora (3/7)

Promjena brzine vrtnje uslijed nominalnog opterećenja motora iznosi:

$$\Delta\Omega_n = \frac{R_a I_{an}}{K} = \frac{0.035 \cdot 350}{2.65} = 4.59 \text{ rad/s.}$$

Elektromehaničke karakteristike za slučaj promjene brzine vrtnje naponom armature prikazane su na slijedećoj slici.



Primjer 2 - proračun karakteristika motora (4/7)

b) Za slučaj promjene brzine vrtnje dodatnim otporom u armaturnom krugu motora struje kratkog spoja određena je izrazom:

$$I_{ak} = \frac{U_{an}}{R_a + R},$$

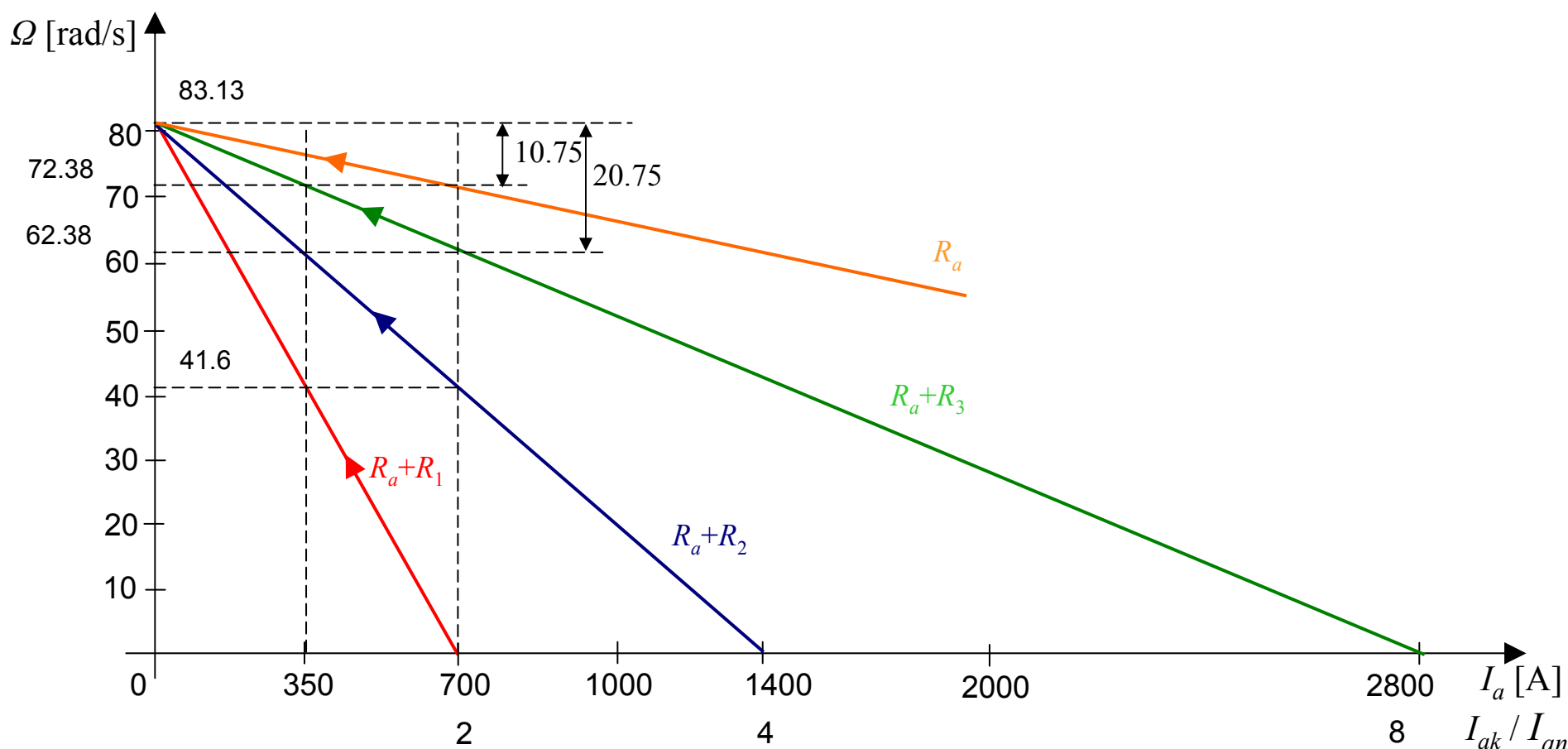
Gdje je R dodatni otpor armaturnog kruga.

Za zadane iznose otpora dodatnog u armaturi krug motora struje kratkog spoja dane su u slijedećoj tablici:

$R [\Omega]$	0.27929	0.12214	0.04657	0
$I_{ak} [A]$	700	1400	2800	6286
$\bar{I}_{ak} = I_{ak} / \bar{I}_{an}$	2	4	8	18
$\Delta\Omega_n = \frac{R_a + R}{K} I_{an}$	41.53	20.75	10.75	4.59
$\overline{\Delta\Omega_n} = 100 \frac{\Delta\Omega_n}{\Omega_n}$	52.88	26.41	13.69	5.85

Primjer 2 - proračun karakteristika motora (5/7)

Iz tablice je vidljivo da su struje kratkog spoja 2,4, odnosno 8 puta veće od nominalnih vrijednosti armaturne struje, pa su i promjene brzine vrtnje $\Delta\Omega_n$, uz nominalno opterećenje motora, za isti broj puta manje od nominalne idealne brzine vrtnje praznog hoda (slijedeća slika).



Primjer 2 - proračun karakteristika motora (6/7)

Otporima R_1 , R_2 i R_3 može se ostvariti zalet motora s minimalnom strujom $I_1 = I_{an} = 350$ A i maksimalnom strujom $I_2 = 2I_{an} = 700$ A.

Iz slike je, također, vidljivo da pri regulaciji brzine vrtnje otporima, uz nominalno opterećenje motora, raspon brzina vrtnje iznosi:

$$D = 78.45 / 41.60 = 1.89.$$

c) Elektromehanička karakteristika za slučaj promjene brzine vrtnje uzбудom prolaze kroz tačke $(\Omega_{0n}, 0)$ i $(0, I_{ak})$, pa je za njihovo crtanje potrebno odrediti brzine idealnog praznog hoda uz razne vrijednosti magnetskog toka, te struju kratkog spoja.

Idealne brzine praznog hoda iznose:

$$\Phi_1 = \Phi_n, \quad \Omega_{01} = \Omega_{0n} = \frac{U_{an}}{K} = \frac{220}{2.65} = 83.13 \text{ rad/s},$$

$$\Phi_2 = 0.75\Phi_n, \quad \Omega_{02} = \frac{U_{an}}{0.75K} = 110.84 \text{ rad/s}.$$

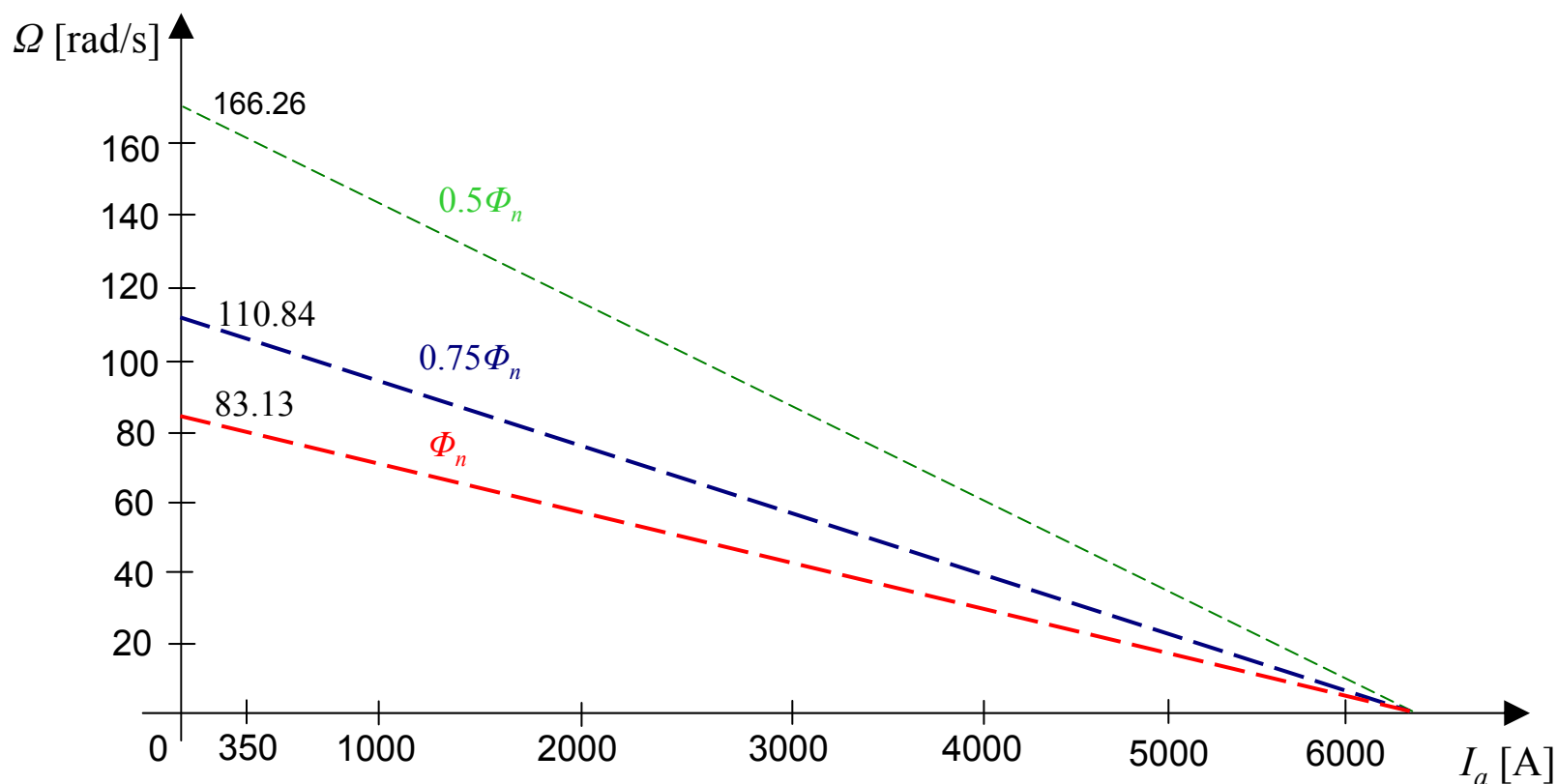
$$\Phi_3 = 0.5\Phi_n, \quad \Omega_{03} = \frac{U_{an}}{0.5K} = 166.26 \text{ rad/s}.$$

Primjer 2 - proračun karakteristika motora (7/7)

Struja kratkog spoja iznosi:

$$I_{ak} = \frac{U_{an}}{R_a} = \frac{220}{0.03472} = 6336,4 \text{ A.}$$

Elektromehaničke karakteristike su prikazane na slijedećoj slici.

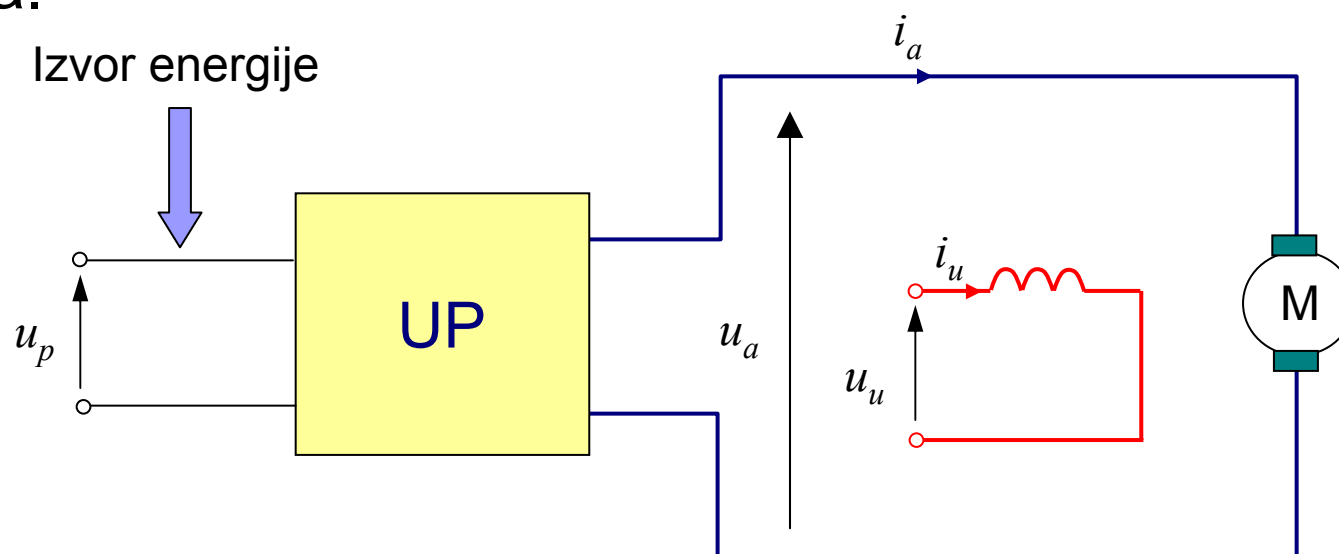


3.5. Istosmjerni motor reguliran naponom armature

- Brzina vrtnje istosmjernog motora mijenja se promjenom napona armature.
- Pri tome se brzina vrtnje idealnog praznog hoda Ω_0 mijenja proporcionalno naponu armature, a promjena brzine vrtnje $\Delta\Omega$ uslijed opterećenja ne ovisi o naponu armature, pa elektromehaničke i mehaničke karakteristike formiraju familiju paralelnih pravaca.
- Najpovoljnije statičke i dinamičke karakteristike dobivaju se regulacijom nezavisno uzbuđenog istosmjernog motora pomoću napona armature.
- Pri tome nisu potrebni dodatni otpori za zalet i kočenje, jer se struja i moment u prijelaznom procesu ograničavaju odgovarajućom vremenskom promjenom napona armature.
- Na taj se način troše mali gubici energije u prijelaznom procesu.

Istosmjerni motor reguliran naponom armature

- Promjena napona armature izvodi se pomoću upravljivih pretvarača, odnosno pojačala snage.
- Ranije je kao upravljivi pretvarač korišten istosmjerni generator pokretan asinhronim motorom (Leonardov generator).
- Danas se upravljivi pretvarači manjih snaga izrađuju pomoću tranzistora ili tiristora, a pretvarači većih snaga pomoću tiristora.



Motor s nezavisnom i konstantnom uzбудom

- Nadomjesni izlazni otpor (R_d) i induktivitet (L_d) upravljivog upravljača uzimaju se u obzir u jednadžbi armaturnog kruga motora.
- U daljnim razmatranjima uzima se da je moment tereta konstantan ($M_t = \text{konst.}$) i da je reakcija armature potpuno kompenzirana ($N_{ra} = 0$). Uz navedene pretpostavke ulančeni tok je konstantan ($\Phi = \Phi_n = \text{konst.}$).
- Na temelju navedenog slijede jednadžbe motora:

$$u_a(t) = e(t) + R_{au} i_a(t) + L_{au} \frac{di_a(t)}{dt},$$

$$e(t) = K_e \phi_n \omega(t) = K \omega(t),$$

$$\tau_m(t) = K_e \phi_n i_a(t) = K i_a(t),$$

$$\tau_m(t) = \tau_t(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt}.$$

Istosmjerni motor s nezavisnom i konstantnom uzбудom

Motor s nezavisnom i konstantnom uzбудom

- Budući da su navedene jednadžbe linearne, može se primijeniti Laplace-ova transformacija, te uz zanemarenje početnih uvjeta i nakon sređivanja dobivaju se slijedeći izrazi za prijenosne funkcije:

$$\frac{I_a(s)}{U_a(s) - E(s)} = \frac{K_a}{1 + T_a s},$$

$$\frac{E(s)}{\Omega(s)} = K,$$

$$\frac{M_m(s)}{I_a(s)} = K,$$

$$\frac{\Omega(s)}{M_m(s) - M_t(s)} = \frac{1}{J_m s}.$$

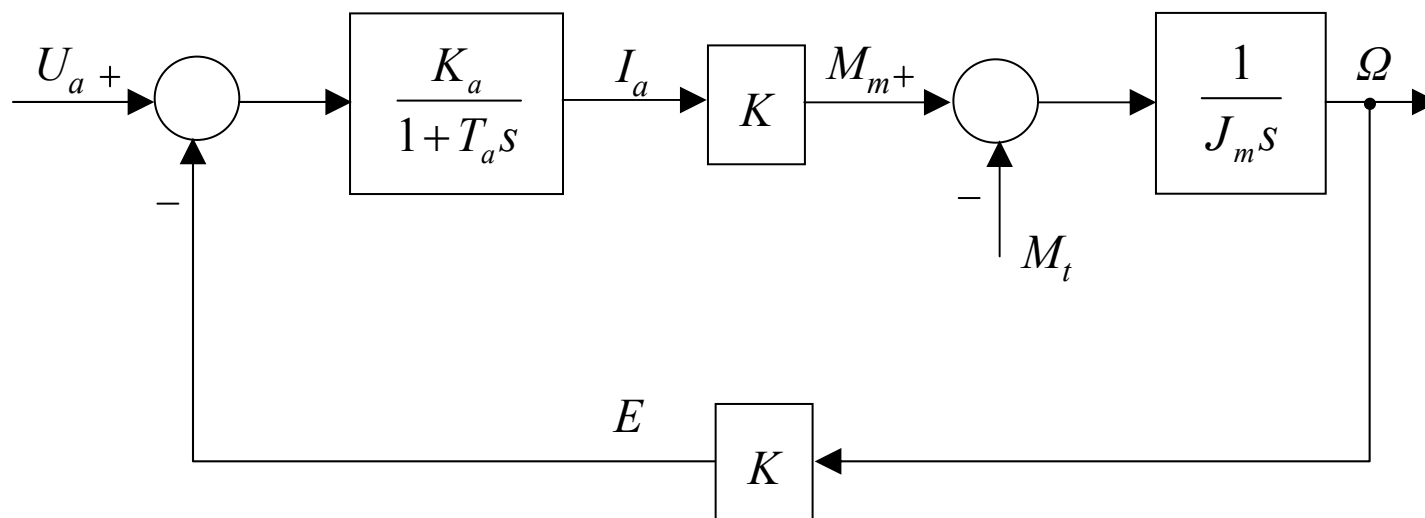
$$K_a = \frac{1}{R_{au}}, \quad T_a = \frac{L_{au}}{R_{au}}.$$

K_a - koeficijent pojačanja [A/V],

T_a – električka (armaturna) vremenska konstanta [s] – određuje brzinu promjene struje u armaturnom krugu.

Motor s nezavisnom i konstantnom uzбудom

- Blokovska shema istosmjernog motora s nezavisnom i konstantnom uzбудom.



Prijenosne
funkcije:

$$\frac{I_a(s)}{U_a(s)} = \frac{K_a T_m s}{1 + T_m s + T_a T_m s^2}, \quad \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/K}{1 + T_m s + T_a T_m s^2},$$

$$\frac{I_a(s)}{M_t(s)} = \frac{1/K}{1 + T_m s + T_a T_m s^2}, \quad \frac{\Omega(s)}{M_t(s)} = K_2 \frac{1 + T_a s}{1 + T_m s + T_a T_m s^2},$$

$$T_m = \frac{J_u R_{au}}{K^2} = J_u \frac{U_a}{K} \frac{R_{au}}{K U_a} = J_u \Omega_0 \frac{1}{K I_{ak}} = \frac{J_u \Omega_0}{M_k}, \quad K_2 = \frac{1}{K_a K^2}.$$

Dinamičke karakteristike istosmjernog motora

- U reguliranim istosmjernim elektromotornim pogonima često se koristi povratna veza armature struje zbog poboljšanja dinamičkih karakteristika pogona.
- Za analizu i sintezu sistema u tom je slučaju potrebna prijenosna funkcija armature struje, koja se dobije iz prethodne slike:

$$\frac{I_a(s)}{U_a(s)} = \frac{K_a T_m s}{1 + T_m s + T_a T_m s^2}, \quad T_m = \frac{J_u R_{au}}{K^2}.$$

- Ako je elektromehanička vremenska konstanta T_m mnogo veća od vremenske konstantne armaturnog kruga motora, tada je prijelazna pojava armature struje određena vremenskom konstantom armaturnog kruga. U tom slučaju je:

$$\frac{I_a(s)}{U_a(s)} \approx \frac{K_a}{1 + T_a s}.$$

Dinamičke karakteristike istosmjernog motora

- U zatvorenim sistemima automatskog upravljanja ovo zanemarenje obično nije opravdano, jer elektromehanička vremenska konstanta može znatno utjecati na kvalitetu prijelaznih pojava u reguliranom sistemu.
- Elektromehanička vremenska konstanta je proporcionalna ukupnom momentu inercije motora i tereta ($J_u = J_m + J_t$) i ukupnom radnom otporu R_{au} , dok je obrnuto proporcionalna kvadratu konstrukcijskog koeficijenta motora i kvadratu magnetskog toka ($K^2 = (K_e)^2 (\Phi_n)^2$).
- Prema tome, moment inercije tereta J_t i izlazni radni otpor pretvarača R_d povećavaju iznos elektromehaničke vremenske konstante.
- Smanjenjem magnetskog toka, također se povećava elektromehanička vremenska konstanta.

Dinamičke karakteristike istosmjernog motora

- Korijeni nazivnika prijenosne funkcije su:

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2T_a} \pm \frac{1}{2T_a} \sqrt{1 - \frac{4T_a}{T_m}}.$$

- Odziv brzine vrtnje motora pri promjeni napona armature ili momenta tereta je aperiodski ako su korijeni nazivnika prijenosne funkcije realni, odnosno ako je izraz pod korijenom veći od nule:

$$1 - \frac{4T_a}{T_m} \geq 0, \quad T_a \leq \frac{T_m}{4}.$$

- Odziv brzine vrtnje pri skokovitoj promjeni napona armature ili momenta tereta je oscilatoran ako su korijeni nazivnika prijenosne funkcije konjugirano kompleksni, odnosno ako je izraz pod korijenom manji od nule.

Dinamičke karakteristike istosmjernog motora

- Slijedi za slučaj konjugirano kompleksnih korijena:

$$1 - \frac{4T_a}{T_m} < 0, \quad T_a > \frac{T_m}{4}.$$

- U tom slučaju su korijeni oblika:

$$s_{1,2} = -\alpha \pm j\beta = -\alpha \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2},$$

gdje je:

$$\alpha = \frac{1}{2T_a}, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{T_a T_m}} \sqrt{1 - \frac{T_m}{4T_a}},$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{T_a T_m}}, \quad \zeta = \sqrt{\frac{T_m}{4T_a}}.$$

Dinamičke karakteristike istosmjernog motora

- Realni dio korijena α određuje vremensku konstantu ($T=1/\alpha$), odnosno trajanje prijelazne pojave brzine vrtnje motora.
- Imaginarni dio korijena određuje frekvenciju oscilacija u prijelaznoj pojavi $\omega_p=\beta$, dok relativni koeficijent prigušenja ζ određuje brzinu smanjenja oscilacija (relativno smanjenje amplitude oscilacija nakon jedne periode).
- Električke i elektromehaničke vremenske konstante često nisu date u katalogu, a često se ne mogu odrediti ni iz postojećih kataloških podataka, pa se u tom slučaju određuju eksperimentalno.
- Električka vremenska konstanta armature može se procijeniti pomoću induktiviteta armature dobivenog iz empirijskog izraza:

$$L_a = k \frac{U_{an}}{2p_m n_n I_{an}}.$$

Dinamičke karakteristike istosmjernog motora

- Radni otpor armature obično se daje kao kataloški podatak.
- Njegova približna vrijednost može se odrediti prema izrazu:

$$R_a = \frac{\Delta P_n}{2I_{an}^2} = \frac{1}{2} \frac{U_{an}}{I_{an}} (1 - n).$$

- Kataloški podaci često sadrže iznos za moment inercije motora J_m .
- U nekim se slučajevima daje podatak o zamašnom momentu stroja GD^2 [kgm²], koji je s momentom inercije motora povezan relacijom:

$$J_m = \frac{GD^2}{4}.$$

Primjer 3 – računanje parametara motora (1/3)

Za elektromotorni pogon, koji se sastoji od istosmjernog kompenziranog motora s nezavisnom i konstantnom uzбудom, te radnog mehanizma, potrebno je odrediti slijedeće parametre prijenosnih funkcija:

- a) elektromehaničku vremensku konstantu T_m ;
- b) električku vremensku konstantu armature motora T_a ;

Za motor su dani slijedeći podaci:

$$U_{an}=220 \text{ V}, \quad I_{an}=358 \text{ A}, \quad n_n=750 \text{ min}^{-1}, \quad 2p_m=4, \\ R_a(15^\circ)=0.0195 \, \Omega, \quad R_k(15^\circ)=0.0016 \, \Omega, \quad R_{pp}(15^\circ)=0.0080 \, \Omega, \quad GD^2=28 \text{ kgm}^2.$$

Zamašni moment radnog mehanizma sveden na osovину motora iznosi: $GD_t^2=12 \text{ kgm}^2$

Primjer 3 – računanje parametara motora (2/3)

Rješenje:

Ukupni moment inercije iznosi:

$$J_u = J_m + J_t = \frac{GD^2}{4} + \frac{GD_t^2}{4} = 10 \text{ kgm}^2.$$

Ukupni radni otpor armature na radnoj temperaturi stroja 75°C iznosi:

$$R_{au}(75^\circ) = 1.24[R_a(15^\circ) + R_{pp}(15^\circ) + R_k(15^\circ)] = 0.0361 \Omega.$$

Koeficijent motora K ima vrijednost:

$$K = \frac{U_{an} - R_{au} I_{an}}{\Omega_n} = 2.64 \text{ Vs.}$$

Elektromehanička vremenska konstanta jednaka je:

$$T_m = \frac{J_u R_{au}}{K_e^2 \Phi_n^2} = \frac{J_u R_{au}}{K^2} = 0.0519 \text{ s.}$$

Primjer 3 – računanje parametara motora (3/3)

Induktivitet armaturnog kruga, uz $k=5.5$, ima vrijednost:

$$L_a = k \frac{U_{an}}{2p_m n_n I_{an}} = 0.00113 \text{ H.}$$

Električna vremenska konstanta armature iznosi:

$$T_a = \frac{L_a}{R_{au}} = 0.0312 \text{ s.}$$

3.6. Motor terećen generatorom

- Često se za eksperimentalno određivanje statičkih i dinamičkih karakteristika istosmjernog motora za opterećenje motora koristi istosmjerni generator s nezavisnom i konstantnom uzбудom.
- Ugaona brzina vrtnje generatora jednaka je brzini vrtnje motora.
- Budući da je otpor opterećenja generatora (R_t) mnogo veći od otpora armature i motora, vremenska konstanta armaturnog kruga generatora mnogo je manja od armaturne vremenske konstante motora, pa se može zanemariti.
- Uz ovo zanemarenje moment tereta poprima oblik:

$$M_t(s) = K_t \Omega(s).$$

- Za računanje koeficijenta K_t često se koristi slijedeća relacija:

$$K_t(s) = \frac{M_g(s)}{\Omega(s)} = \frac{K(I_a - I_{a0})}{\Omega},$$

I_{a0} – struja armature motora uz neopterećen generator ($R_t \rightarrow \infty$)

Blokovska shema motora terećenog generatorom

- Blokovska shema istosmjernog motora s nezavisnom i konstantnom uzбудom terećenog generatorom s nezavisnom i konstantnom uzбудom.

