Završni ispit iz Raspoznavanja uzoraka 14.01.2011

Problemski dio (ukupno 20 bodova)

1. *(6 bodova) Postupkom Ho-Kashyapa želimo naći linearnu decizijsku funkciju za skup dvodimenzionalnih uzoraka.* Zadana je matrica uzoraka, X, i njezin generalizirani inverz, $X^{\#}$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \qquad X^{\#} = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.2 & 0.2 & -0.1 \\ 0.2 & 0.1 & -0.1 & -0.2 \\ 0.25 & -0.25 & -0.25 & 0.25 \end{bmatrix}$$

Neka je $\vec{b}(1) = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$ i konstanta c = 1.

a) Koja je optimalna vrijednost vektora $\vec{w}$ u prvom koraku?
b) Nacrtajte uzorke, označite njihovu pripadnost razredu i nacrtajte granicu između razreda koja se dobiva u prvom koraku.
c) Kolika je vrijednost kriterijske funkcije Ho-Kashyapovog postupka u prvom koraku?
d) Što možemo zaključiti iz vektora pogreške u prvom koraku?

2. (6 bodova) Skup uzorka

2. (6 bodova) Skup uzorka
$\{ [0, 0]^T, [6, 0]^T [0, 6]^T \}$
transformirajte iz dvodimenzionalnog u jednodimenzionalni prostor uporabom KL transformacije. Uputa: koristiti **kovarijacijsku** matricu.

3. (8 boda) Strojem s potpornim vektorima želimo naći optimalnu granicu između razreda, i to u obliku polinoma drugog stupnja, za slijedeće uzorke:
$\omega_1 = \{ [0, 0]^T \}$
$\omega_2 = \{ [0, 1]^T, [1, 0]^T, [0, -1]^T \}$

a) Za općeniti problem kvadratnog programiranja:

$$\min_{\vec{x}} \frac{1}{2} \vec{x}^T Q \vec{x} + \vec{c}^T \vec{x}$$

uz uvjete $A\vec{x} \leq \vec{b}$ i $E\vec{x} = \vec{d}$

napisati vrijednosti matrica Q, A i E, te vektora c, b i d tako da rješavanjem problema dobijemo rješenja za $\lambda_1 \dots \lambda_4$ za gornje uzorke.

b) Ako smo kao rješenje kvadratnog programiranja dobili

$$\vec{\lambda} = [8/3 \quad 1 \quad 2/3 \quad 1]^T$$

(poredak komponenti odgovara poretku uzoraka u zadatku) napišite jednadžbu granice između razreda, i to u obliku:

$$a \cdot x_1^2 + b \cdot x_2^2 + c \cdot x_1 \cdot x_2 + d \cdot x_1 + e \cdot x_2 + f = 0$$