

2. međuispit iz Raspoznavanja uzoraka (27. studenoga 2009.)

Teorijski dio (ukupno 10 bodova)

1. (3 boda) Metodom Fisherove diskriminantne analize za dva uzorka, generalizirani problem svojstvenog vektora

$$2S_W \vec{w} = \text{????}$$

se rješava (uz uvjet da postoji ____???) kao

$$\vec{w} = (S_W^{-1} S_B) \vec{w} \text{ ?????}$$

(jednakost vrijedi samo za smjer vektora \vec{w}).

Pokažite da smjer $S_W \vec{w}$ odgovara omjeru $(\vec{m}_1 - \vec{m}_2)$ tako da se dobiva

$$\vec{w} = S_W^{-1} (\vec{m}_1 - \vec{m}_2) \text{ ?????}$$

2. (4 boda) Opišite formalno postavljen prvotni problem za stroj s potpornim vektorima i prikažite korake rješavanja optimizacijskog problema upotrebom Lagrangeovih multiplikatora.
Čemu je jednak vektor težina \vec{w} ?
3. (3 boda) Objasniti pojam linearne dihitomije i pokazati kako se na temelju nje određuje vjerojatnost grupiranja N točaka u l -dimenzionalnom u dva linearno separabilna razreda.

2. međuispit iz Raspoznavanja uzoraka (27. studenoga 2009.)

Problemski dio (ukupno 10 bodova)

1. (3 boda) Zadani su uzorci iz tri razreda:

$$\omega_1 = \{[0,0]^T\}$$

$$\omega_2 = \{[2,0]^T, [-1,1]^T\}$$

$$\omega_3 = \{[1,1]^T\}$$

Postupkom preceptrona sa stalnim prirastom potrebno je naći decizijske funkcije za ove uzorke, i to u obliku **polinoma drugog stupnja**. Napišite prvu epohu algoritma (prvi prolaz kroz uzorke) algoritma koji nalazi ovakve decizijske funkcije. Neka su na početku svi težinski vektori nul-vektori, a konstanta $c = 1$.

2. (4 boda) Za općeniti problem kvadratnog programiranja:

$$\min_x \frac{1}{2} \vec{x}^T Q \vec{x} + \vec{c}^T \vec{x}$$

uz uvjete

$$A \vec{x} \leq \vec{b}$$

$$E \vec{x} = \vec{d}$$

naći matrice Q , A i E , te vektora c , b i d tako da rješenje gornjeg problema daje rješenje dualnog problema SVM za skup uzoraka

$$\omega_1 = \{[1,0]^T, [0,2]^T\}$$

$$\omega_2 = \{[2,1]^T, [2,3]^T\}$$

Pretpostavite da tražimo linearnu decizijsku funkciju. Ako smo kao rješenje problema dobili vektor $\left[\frac{8}{9}, \frac{2}{9}, \frac{10}{9}, 0\right]^T$ (moguće je da brojevi nisu dobro prepisani), napišite jednačbe granice između razreda.

3. (3 boda) Zadana su dva dvodimenzionalna vektora značajki $\vec{x} = [x_1, x_2]$ i $\vec{y} = [y_1, y_2]$.

Preko komponenti ovih vektora raspišite skalarni produkt u visokodimenzionalnom prostoru i to ako se taj skalarni produkt računa kao:

a) $\varphi^T(x) \cdot \varphi(y)$, gdje je φ transformacija koje se u poopćenju linearnih funkcija obično koristi za nalaženje decizijskih funkcija u obliku **polinoma trećeg stupnja**

b) $K(x, y)$ gdje je K jezgrena funkcija koja odgovara a) dijelu zadatka.

Usporedite rezultate a) i b) dijela zadatka. Napišite kako bismo trebali modificirati transformaciju tako da vrijedi da vrijedi $K(x, y) = \varphi^T(x) \cdot \varphi(y)$.