

**Teorijski dio (ukupno 20 bodova)**

1. (7 bodova) Fisherova linearna diskriminantna analiza. Kriterijska funkcija  $J(\bar{w})$  i generalizirani problem svojstvenog vektora
2. (4 boda) Bayesovo decizijsko pravilo predloženo u obliku koji minimizira uvjetni rizik  $R(\alpha_j|\vec{x})$ .
3. (4 boda) Nacrtati model neurona kao informacijsko-procesne jedinice. Opisati pojedine građevne komponente.
4. (5 bodova) Pokazati zašto se zahtijeva da aktivacijska funkcija neurona u neuronskoj mreži s propagacijom pogreške unatrag mora biti derivabilna.

## Problemski dio (ukupno 20 bodova)

1. (6 bodova) Za skup uzoraka

$$\omega_1 = \{[0, 0]^T\}$$

$$\omega_2 = \{[0, 1]^T, [1, 0]^T, [0, -1]^T\}$$

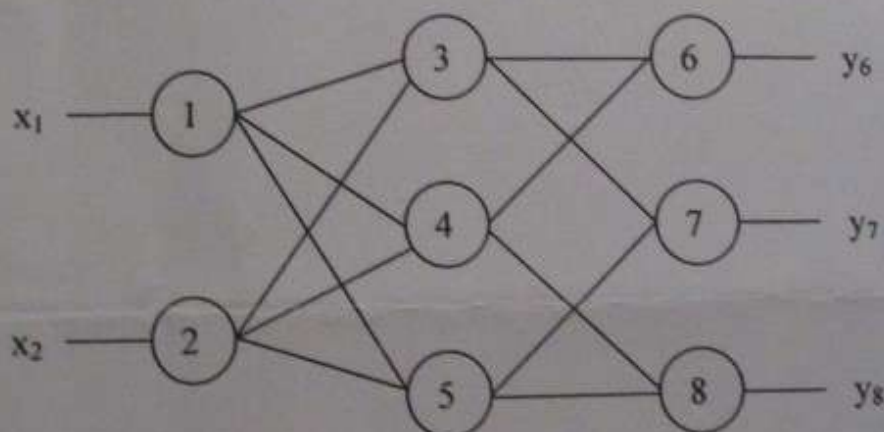
Tražimo granicu između razreda strojem s potpornim vektorima i to u obliku polinoma drugog stupnja. Rješavanjem dualnog problema SVM dobili smo rješenje

$$[\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3 \ \lambda_4] = [8/3 \ 1 \ 2/3 \ 1]$$

Kako glasi jednačba granice između razreda u obliku

$$ax_1^2 + bx_2^2 + cx_1x_2 + dx_1 + ex_2 + f = 0$$

2. (8 bodova) Zadana je neuronska mreža arhitekture kao na slici



Neka na početku težinski faktori neurona imaju slijedeće vrijednosti

$w_{30} = 0.1$	$w_{40} = 0.1$	$w_{50} = 0.3$	$w_{60} = 0.6$	$w_{70} = 0.3$	$w_{80} = 0.9$
$w_{31} = 0.3$	$w_{41} = 0.9$	$w_{51} = 0$	$w_{63} = 0.5$	$w_{73} = 0.2$	$w_{84} = 0.8$
$w_{32} = 0.8$	$w_{42} = 0.4$	$w_{52} = 0.7$	$w_{64} = 0.5$	$w_{75} = 0.4$	$w_{85} = 0.7$

Za te težine i ulaze  $x_1 = 0$  i  $x_2 = 1$  izlazi pojedinih neurona neuronske mreže su

$$y_3 = 0.7109 \quad y_4 = 0.6225 \quad y_5 = 0.7311 \quad y_6 = 0.7802 \quad y_7 = 0.6758 \quad y_8 = 0.8710$$

Ako su željeni izlazi neuronske mreže bili  $d_6 = 0$ ,  $d_7 = 1$ ,  $d_8 = 0$  Izračunajte koliki će, nakon korekcije backpropagation algoritmom, biti težinski faktori neurona 5. Stopa učenja neka je  $\eta = 1$ .

3. (6 bodova) Na raspolaganju su uzorci dvaju razreda za koje se pretpostavlja da slijede višedimenzionalnu normalnu razdiobu. Uzorci iz razreda  $\omega_1$  imaju središte u  $\vec{m}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  i kovarijacijsku matricu  $C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Uzorci iz razreda  $\omega_2$  imaju središte u  $\vec{m}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  i kovarijacijsku matricu  $C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Pretpostavite da su vjerojatnosti pojavljivanja uzoraka iz  $\omega_1$  i  $\omega_2$  jednake. Napišite jednadžbu granice između razreda koju za ovakve uzorke daje Bayesov klasifikator, i to u obliku  $a \cdot x_1^2 + b \cdot x_2^2 + c \cdot x_1 \cdot x_2 + d \cdot x_1 + e \cdot x_2 + f = 0$