

Problemski dio (ukupno 20 bodova)

1. (6 bodova) Ako u nekom koraku učenja neuronske mreže backpropagation algoritmom računamo lokalne gradijente neurona kao:

$$\begin{aligned}
 \delta_8 &= 0.8260 * (1 - 0.8260) * (1 - 0.8260) = 0.0250 \\
 \delta_7 &= 0.6246 * (1 - 0.6246) * (0.8 * 0.0250) = 0.0047 \\
 \delta_6 &= 0.6541 * (1 - 0.6541) * (0.7 * 0.0250) = 0.0040 \\
 \delta_5 &= 0.6789 * (1 - 0.6789) * (0.3 * 0.0047) = 0.0003 \\
 \delta_4 &= 0.3456 * (1 - 0.3456) * (0.65 * 0.0040) = 0.0005 \\
 \delta_3 &= 0.1234 * (1 - 0.1234) * (0.1 * 0.0040 + 0.45 * 0.0047) = 0.0002
 \end{aligned}$$

- a) Uz pretpostavku da su težine i izlazi svih neurona različiti, nacrtajte ovu neuronsku mrežu, te na odgovarajućim mjestima označite sve težinske faktore i izlaze neurona koji se mogu direktno iščitati iz gornjih jednažbi. Pretpostavite da je ulazni sloj potpuno povezan sa slijedećim slojem.
- b) Koji su bili željeni izlazi neuronske mreže?
- c) Koliko će, nakon korekcije, iznositi svi težinski faktori neurona 6?

2. (7 bodova) Zadani su dvodimenzionalni uzorci iz dvaju razreda za koje se pretpostavlja da slijede višedimenzionalnu normalnu razdiobu. Uzorci iz prvoga razreda su

$$\omega_1 = \{[1, 3]^T, [2, 0]^T, [2, 6]^T, [3, 3]^T\}$$

Uzorci iz ω_2 imaju središte u ishodištu i kovarijacijsku matricu $C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Pretpostavlja se da su vjerojatnosi pojavljivanja uzoraka iz oba razreda jednake. Napišite jednažbu granice između razreda i to u obliku:

$$a \cdot x_1^2 + b \cdot x_2^2 + c \cdot x_1 \cdot x_2 + d \cdot x_1 + e \cdot x_2 + f = 0$$

3. (7 bodova) Za skup uzoraka

$$\omega_1 = \{[0, 0]^T, [1, 3]^T\},$$

$$\omega_2 = \{[0, 1]^T, [-3, 2]^T\},$$

naći pravac koji daje optimalnu projekciju tih uzoraka u smislu maksimizacije raspršenja između razreda i minimizacije raspršenja unutar razreda.

Nacrtati pravac, uzorke i njihove projekcije.