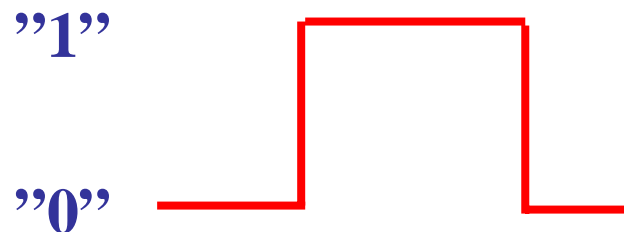


Diskretna modulacija sinusnog signala

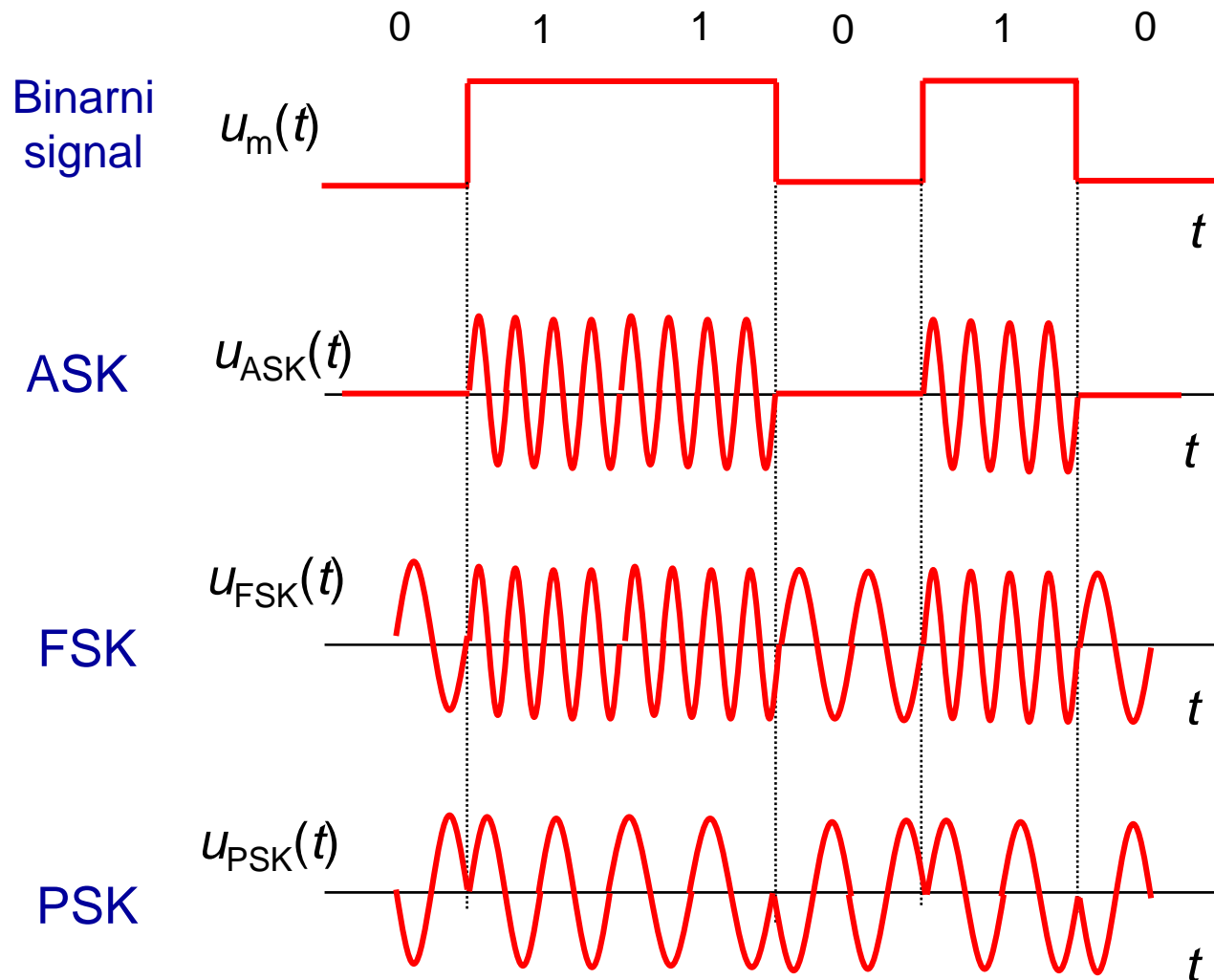
(temeljni pojmovi)

Diskretni signal i diskretne modulacije

- Digitalna informacija opisana je konačnim brojem binarnih znakova.
- Digitalna informacija predočuje se diskretnim električnim signalom → *linijski kodovi*.
- Modulacijski signal poprima konačno mnogo diskretnih razina.
- Modulacijom se diskretno mijenja parametar sinusnoga prijenosnog signala.
- Temeljni modulacijski postupci osnivaju se na diskretnoj promjeni amplitude, frekvencije ili faze prijenosnog signala,
 - diskretna modulacija amplitude (ASK, *Amplitude–Shift Keying*),
 - diskretna modulacija frekvencije (FSK, *Frequency–Shift Keying*),
 - diskretna modulacija faze (PSK, *Phase–Shift Keying*).

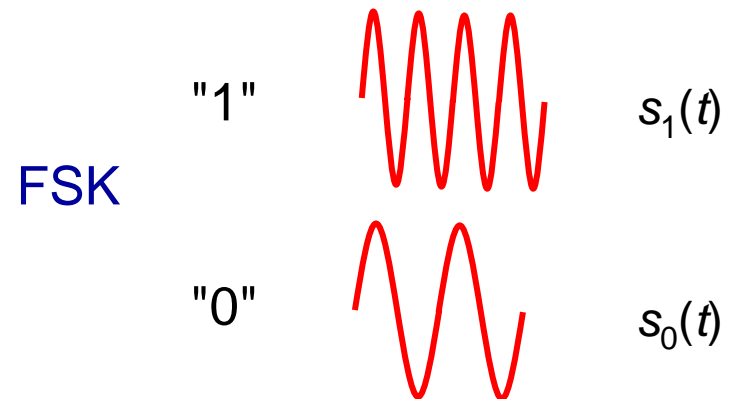
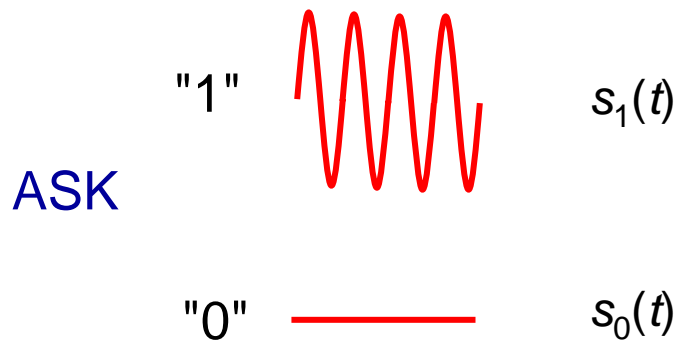


Temeljni modulacijski postupci



Simbol moduliranog signala

- *Hibridni modulacijski postupak* → modulacijski postupak kojim se mijenja dva parametra sinusnoga prijenosnog signala,
 - kvadratura diskretna modulacija amplitude (QAM, *Quadrature Amplitude Modulation*) — mijenjaju se amplituda i faza prijenosnog signala.
- Svakoj diskretnoj razini modulacijskog signala odgovara jedno diskretno stanje amplitude, frekvencije ili faze moduliranog signala ili pak neka njihova kombinacija.
- Dio moduliranog signala s jednim stanjem moduliranog parametra naziva se *elementarnim signalom* ili *simbolom*.



Brzine i djelotvornost prijenosa

- Binarni postupci rabe samo dva simbola $s_0(t)$ i $s_1(t)$. Svakom od njih pridružuje se jedan bit.
- Modulirani je signal predodčen slijedom elementarnih signala odnosno simbola.
- Djelotvornost prijenosa raste kad ima više simbola (njihov broj je neka potencija broja 2). Tad se svakom od njih pridružuje više od jednog bita.
- *Brzina prijenosa simbola* ili *brzina signaliziranja* jednaka je:

$$R_s = 1/T_s \text{ [Bd]}, \quad T_s - \text{trajanje simbola.}$$

- *Brzina prijenosa bita* jednaka je:

$$R_b = R_s \log_2 M \text{ [bit/s]}, \quad M - \text{broj simbola.}$$

- U binarnim je sustavima $M = 2$, što daje $R_s = R_b$.

Odabir modulacijskog postupka

- Kriteriji za odabir modulacijskog postupka:
 - učinkovitost snage,
 - spektralna učinkovitost,
 - stupanj kompleksnosti odgovarajućeg sustava.
- *Učinkovitost snage modulacijskog postupka* \rightarrow potrebni omjer energije bita i gustoće snage bijelog šuma (E_b/N_0) kojim se ostvaruje tražena kvaliteta prijenosa izražena vjerojatnošću pogreške prijenosa bita.
- *Spektralna učinkovitost modulacijskog postupka* $R_b/B \rightarrow$ broj prenesenih bita u sekundi po jedinici širine pojasa, tj. po Hz. Mjeri se u jedinicama bit/s/Hz.
- Pod *kompleksnosti sustava* podrazumijeva se količina i složenost sklopovlja uključujući tehničku složenost sustava kao i njegovu cijenu.

Utjecaj šuma i vjerojatnost pogreške

- Rezultat demodulacije diskretno moduliranog signala je odluka da li je odaslan znak «0» ili znak «1».
- Ovaj, najčešće korišteni postupak, naziva se *Hard-decision*.
- U alternativnom *Soft-decision* postupku demodulator osim binarnog znaka daje i vjerojatnost ispravnosti donesene odluke.
- U analognim sustavima utjecaj šuma na ispravnost prijenosa određuje se u ovisnosti od omjera snage korisnog signala i snage šuma (S/N , *Signal/Noise*).
- U digitalnim sustavima utjecaj šuma na ispravnost prijenosa određuje se u ovisnosti od omjera snage nemoduliranoga prijenosnog signala i srednje snage šuma u pojasu frekvencija što ga utvrđuju Nyquistovi filtri s kosinusno zaobljenom karakteristikom (C/N , *Carrier/Noise*).
- Za sustave koji koriste modulacijske postupke s nekonstantnom ovojnicom valja nadopuniti izvornu definiciju omjera C/N .

Utjecaj šuma i vjerojatnost pogreške

- Kad se koristi modulacijski postupak nebinarne vrste ($M > 2$) valja razlikovati *vjerojatnost pogreške simbola* moduliranog signala p_{Es} ili SER (*Symbol Error Rate*) od *vjerojatnosti pogreške bita* p_{Eb} ili p_E odnosno BER.
- BER osim o SER ovisi i o zakonu pridruživanja skupine binarnih znakova simbolima moduliranog signala.
- Krivulje ovisnosti SER o omjeru C/N neprikladne su za usporedbu različitih sustava, jer ovise o obilježjima korištenih filtara.
- Sustavi s različitim modulacijskim postupcima rade u sasvim različitim uvjetima:
 - različite su širine zauzetoga pojasa frekvencija,
 - različit je broj simbola moduliranog signala,
 - različit je broj bitova pridruženih svakom simbolu.
- Takvi se sustavi uspoređuju na temelju energije moduliranog signala, potrebne za prijenos jednog bita E_b , i snage šuma po jedinici širine pojasa tj. u pojasu širine 1 Hz koja se naziva gustoćom snage šuma N_0 .

Utjecaj šuma i vjerojatnost pogreške

- Omjer E_b/N_0 predstavlja onda sposobnost sustava za prijenos informacija u danome šumnom okolišu.

- Ako je jednom bitu pridružen interval trajanja T_b ($T_b = T_s/\log_2 M$) onda je,

$$E_b = C \cdot T_b = \frac{C}{R_b}.$$

- Spektralna gustoća snage šuma iznosi,

$$N_0 = \frac{N}{B}, \text{ pa je onda,}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{\frac{C}{R_b}}{\frac{N}{B}} = \frac{C}{N} \cdot \frac{B}{R_b}.$$

- Izravno praktično mjerenje omjera E_b/N_0 dosta je veliki tehnički problem. Zato se obično mjeri C/N , a izmjerena veličina korigira se za omjer B/R_b .

Diskretna modulacija amplitude

ASK

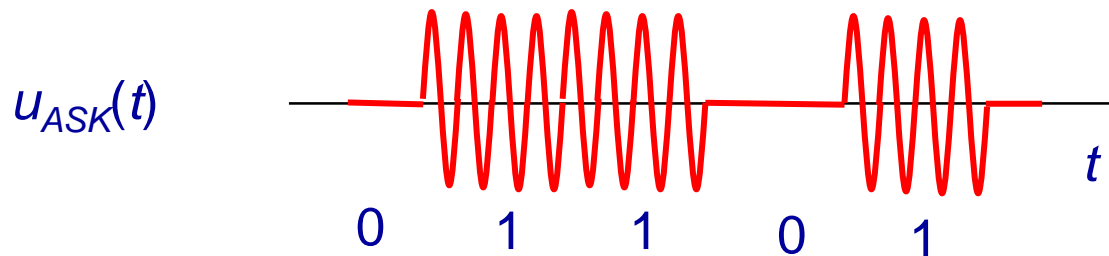
Simboli ASK-signalala

- ASK je najstariji diskretni modulacijski postupak.
- U intervalu znaka «1» u_{ASK} je nazivne amplitude U_{pm} , dok je u intervalu znaka «0» razina moduliranog signala jednaka nuli.
- Simboli ASK-signalala su oblika,

$$s_0(t) = 0,$$

$$s_1(t) = U_{pm} \cos 2\pi f_p t, \quad \text{za } 0 \leq t < T_b,$$

$$s_1(t) = 0, \quad \text{izvan intervala binarnog znaka.}$$
- ASK se još označuje i kao OOK (*On–Off Keying*).



Spektar ASK-signalala

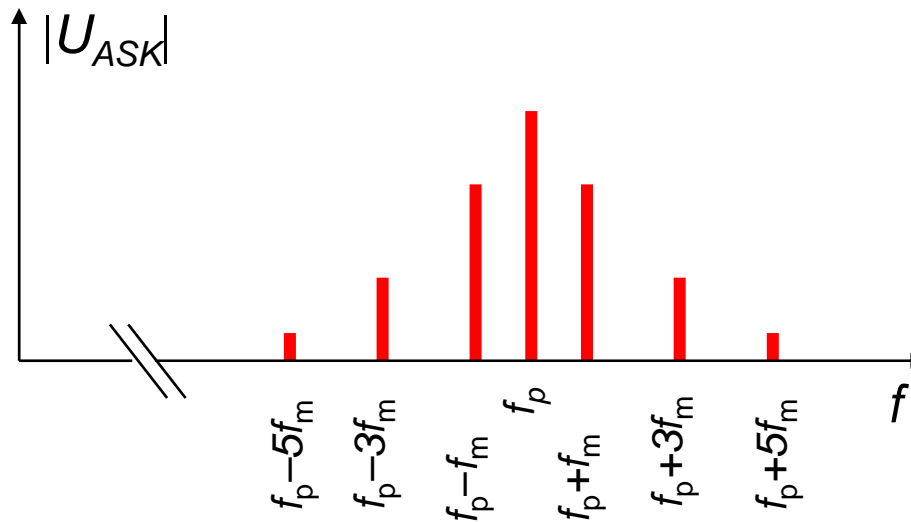
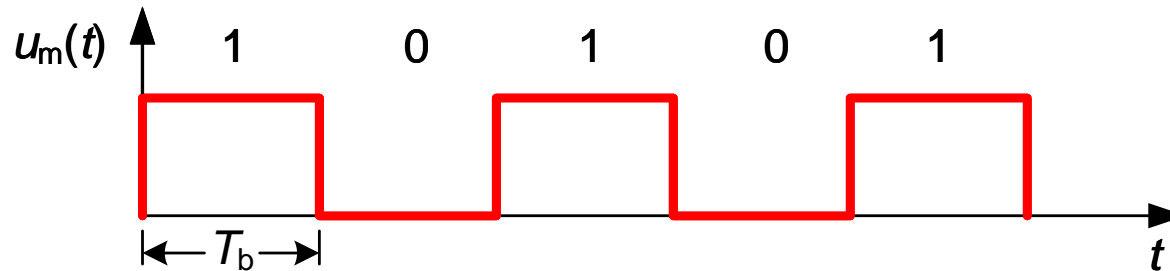
- Kad modulaciju obavlja periodični pravokutni signal, koji odgovara alternirajućim znakovima «0» i «1», tj. za slijed «... 01010101 ...», onda izlazi,

$$u_{\text{ASK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_p t \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos 2\pi f_m t - \frac{2}{3\pi} \cos 3 \cdot 2\pi f_m t + \dots \right],$$

$$f_m = \frac{1}{2T_b}$$

$$\begin{aligned} u_{\text{ASK}}(t) = & \frac{U_{\text{pm}}}{2} \cos 2\pi f_p t + \\ & + \frac{U_{\text{pm}}}{\pi} \left[\cos 2\pi(f_p + f_m)t + \cos 2\pi(f_p - f_m)t \right] - \\ & - \frac{U_{\text{pm}}}{3\pi} \left[\cos 2\pi(f_p + 3f_m)t - \cos 2\pi(f_p - 3f_m)t \right] + \dots, \end{aligned}$$

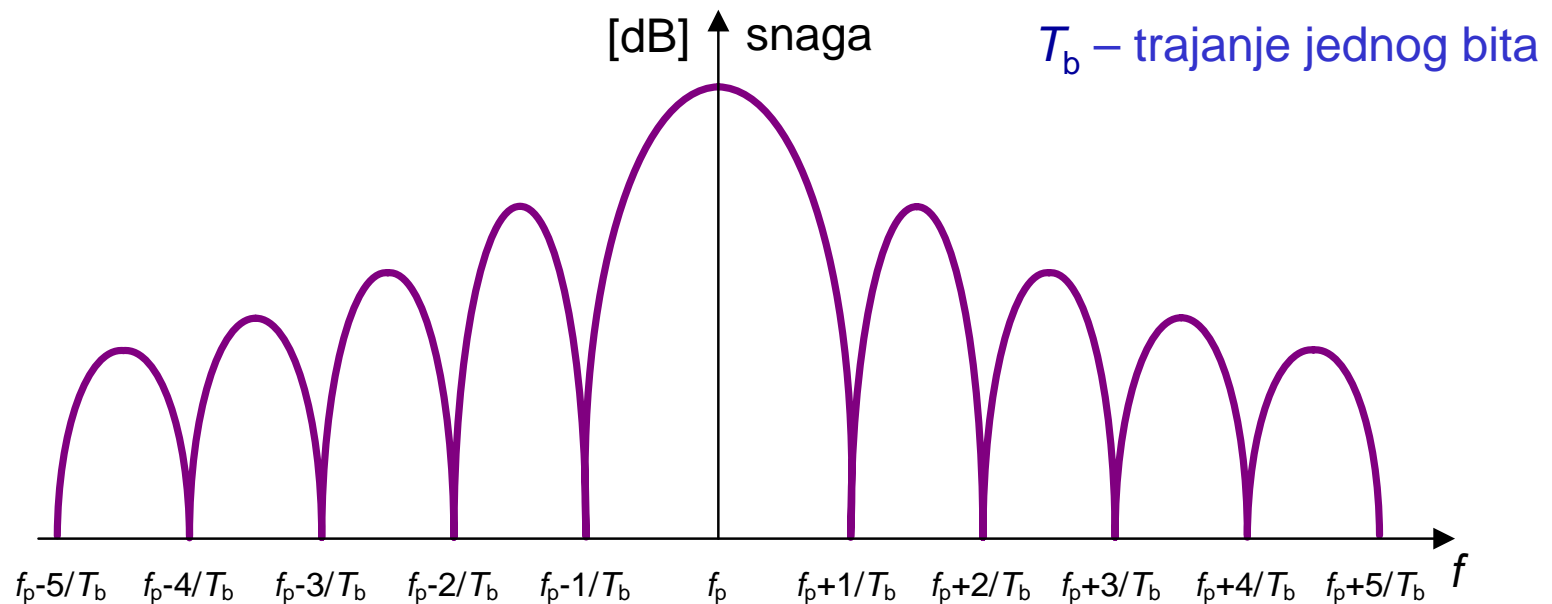
Spektar ASK-signala



$$f_m = \frac{1}{2T_b}$$

Spektar ASK-signalala

Ovojnica spektra snage ASK-signalala



- U realnim situacijama prijenosa podataka diskretni modulacijski signal je neperiodičan. Ovojnica spektra snage ASK-signalala sastoji se od dva zrcalno simetrična dijela, svaki u obliku funkcije $[(\sin x)/x]^2$, s osi simetrije na f_p .

Širina pojasa, spektralna učinkovitost

- Idealni ASK-signal zauzima beskonačno širok pojas frekvencija.
- Radi smanjenja širine zauzetog pojasa frekvencija filtriranjem se oblikuju impulsi digitalnoga modulacijskog signala. Koriste se niskopropusni filtri:
 - filtri s kosinusno zaobljenom frekvencijskom karakteristikom.
- Kad je modulacijski signal konačne širine pojasa (oblikovani impulsi) onda je i B_{ASK} konačan.
- U tehničkoj se primjeni za ASK uzima obično,

$$B_{ASK} = 2 \cdot 1,6 f_m = 1,6/T_b .$$
- Spektralna učinkovitost ASK iznosi $1/1,6 = 0,6$ bit/s/Hz. Kad bi se koristila koherentna demodulacija moglo bi se raditi i s manjom širinom pojasa što bi povećalo spektralnu učinkovitost na oko 0,8 bit/s/Hz.
- Srednja snaga ASK-signala približno je jednaka polovici snage prijenosnog signala,

$$P_{ASK} \approx \frac{P_{p0}}{2} = \frac{U_{pm}^2}{4R} .$$

Pretpostavljena je jednaka vjerojatnost pojavljivanja svakog od dva simbola.

Demodulacija ASK-signalala

- Demodulacija ASK-signalala obavlja se postupkom **detekcije ovojnice** kao i kod kontinuirane modulacije amplitude AM. Nakon detektora ovojnice koristi se sklop za donošenje odluke radi li se o znaku «0» ili o znaku «1».
- Moguća je i primjena koherentnog postupka demodulacije.
- **Koherentni** (sinkroni) **postupak demodulacije** osniva se na množenju ASK-signalala s pomoćnim signalom nosioca. Ako je $u_m(t)$ digitalni signal unipolarne vrste,

$$u_{\text{ASK}}(t) = u_m(t) \cos(\omega_p t + \varphi),$$

$$u_p'(t) = U_{\text{pm}}' \cos(\omega_p' t + \psi).$$

- Ako se pretpostavi jednakost frekvencija, tj. $\omega_p = \omega_p'$, onda množenjem nastaje (k_{ASK} – osjetljivost demodulatora),

$$\begin{aligned} u_1(t) &= k_{\text{ASK}} u_m(t) \cos(\omega_p t + \varphi) \cdot \cos(\omega_p t + \psi), \\ &= \frac{1}{2} k_{\text{ASK}} u_m(t) [\cos(2\omega_p t + \varphi + \psi) + \cos(\varphi - \psi)]. \end{aligned}$$

Demodulacija ASK-signalala

- Niskopropusnim filtrom prigušuje se komponenta frekvencije $2\omega_p$ pa ostaje signal,

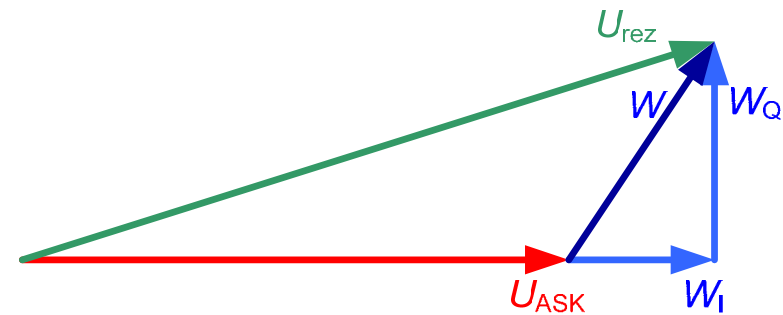
$$u_2(t) = \frac{1}{2} k_{\text{ASK}} u_m(t) \cos(\varphi - \psi),$$

koji je razmjeran modulacijskom signalu $u_m(t)$ odnosno izvornome digitalnom signalu podataka.

- Važno je donekle ispravno regenerirati i fazu lokalnog signala za sinkronu odnosno koherentnu demodulaciju.

Utjecaj šuma na ASK-signal

- Na ASK-signal superponirani šum $w(t)$ rastavlja se na dvije ortogonalne komponente:
 - komponentu koja je u fazi s moduliranim signalom – kofaznu komponentu $w_I(t)$ (I – *In-phase*),
 - komponentu koja je u kvadraturnom odnosu (ortogonalna) s moduliranim signalom – kvadraturnu komponentu $w_Q(t)$ (Q – *Quadrature*).
- Svaku od ortogonalnih komponenti šuma obilježava Gaussova razdioba gustoće vjerojatnosti i među njima nema korelacije.
- Na koherentnu demodulaciju ASK-signala utječe samo kofazna komponenta šuma.
- Pogreška nastaje ako je u intervalu znaka «1» $w_I(t)$ protufazan moduliranom signalu ili ako je on u fazi s moduliranim signalom tijekom znaka «0».



Utjecaj šuma na ASK-signal

- Postupkom, koji je istovjetan postupku provedenom za digitalne signale u osnovnom pojasu frekvencija, dobiva se vjerojatnost pogreške binarnog znaka,

$$p_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right).$$

- Pri nekoherentnoj demodulaciji ASK-signala detekcijom ovojnice valja odrediti raspodjelu gustoće vjerojatnosti ovojnice oba simbola moduliranog signala sa superponiranim šumom.
- Ovojnica je tad u intervalu znaka «0» jednaka ovojnici šuma, tj. $O_0 = W$, dok je u intervalu znaka «1»,

$$O_1 = \sqrt{[U_{\text{ASK}} + W_I]^2 + W_Q^2}.$$

- Određivanje ove raspodjele gustoće vjerojatnosti ovojnice ASK-signala sa superponiranim šumom dosta je složeni postupak.

Utjecaj šuma na ASK-signal

- Može se pokazati da je vjerojatnost pogreške bita pri nekoherentnoj demodulaciji ASK-signala jednaka,

$$p_E = \frac{1}{2} e^{-E_b/2N_0}.$$

Primjena modulacijskog postupka ASK

- Sustavi za prijenos digitalnih signala male brzine,
 - prijenos u području govornih frekvencija:
 - frekvencijsko područje rada: 0,3 – 3,4 kHz (govorni pojas),
 - brzina prijenosa: 50 Bd,
 - broj kanala: 24
 - širina pojasa moduliranog signala: 80 Hz ($= 2 \times 1,6 \cdot 25$ Hz),
 - frekvencije prijenosnih signala u kanalima: 420 – 3180 Hz,
na razmaku od 120 Hz,
 - prijenos u području UHF i SHF:
 - prijenos jednostavnim uređajima malih zahtjeva.

Diskretna modulacija frekvencije

FSK

Binarni FSK — BFSK

- Simboli FSK-signalâ odgovaraju sinusnim titrajima razliĉitih diskretnih frekvencija.
- Modulirani signal \rightarrow FSK-signal je u idealnim uvjetima stalne amplitude.
- Binarna diskretna modulacija frekvencije (BFSK, *Binary Frequency Shift Keying*) rabi dva simbola odnosno dvije frekvencije.

$$\text{«0»} \rightarrow f_0 = f_p - \Delta f, \quad \text{«1»} \rightarrow f_1 = f_p + \Delta f.$$

- Simboli moduliranog signala su onda,

$$s_0(t) = \begin{cases} U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_0 t, & \text{za } 0 \leq t < T_b, \\ 0, & \text{izvan intervala binarnog znaka.} \end{cases}$$

$$s_1(t) = \begin{cases} U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_1 t, & \text{za } 0 \leq t < T_b, \\ 0, & \text{izvan intervala binarnog znaka.} \end{cases}$$

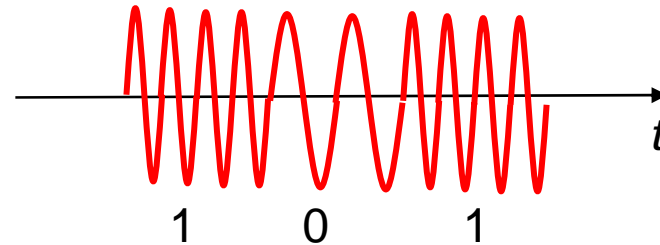
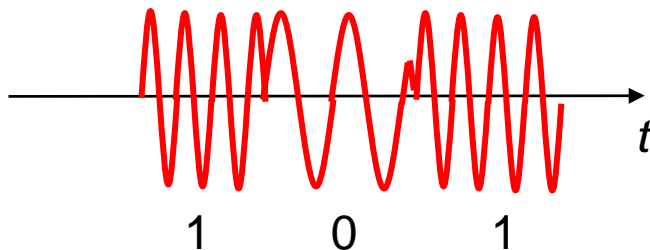
Binarni FSK — BFSK

- Indeks modulacije* jednak je omjeru devijacije frekvencije Δf i najveće frekvencije (repeticije) digitalnoga modulacijskog signala f_m ,

$$m_F = \frac{\Delta f}{f_m} = \Delta f \cdot T_m = \underbrace{2 \cdot \Delta f}_{\text{razmak diskretnih frekvencija}} \cdot T_b.$$

Indeks modulacije nije jednak najvećoj promjeni faze moduliranog signala.

- Diskontinuiteti faze u prijelaznim stanjima jako proširuju zauzeti pojas frekvencija.
- FSK s kontinuiranom fazom \rightarrow CPFSK (*Continuous Phase FSK*).



Binarni FSK — BFSK

- Kontinuiranost faze osigurana je za cjelobrojne indekse modulacije, tj. kad je razmak frekvencija,

$$2 \cdot \Delta f = k \cdot \frac{1}{T_b}, \quad k = 1, 2, \dots$$

- Razina bipolarnoga digitalnog signala u intervalu k -tog bita iznosi $u_{m,k}$,

$$\text{«0»} \rightarrow u_{m,k} = -1, \quad \text{«1»} \rightarrow u_{m,k} = +1.$$

- U tom je intervalu frekvencija FSK-signal $f_p + u_{m,k} \cdot \Delta f$ ili,

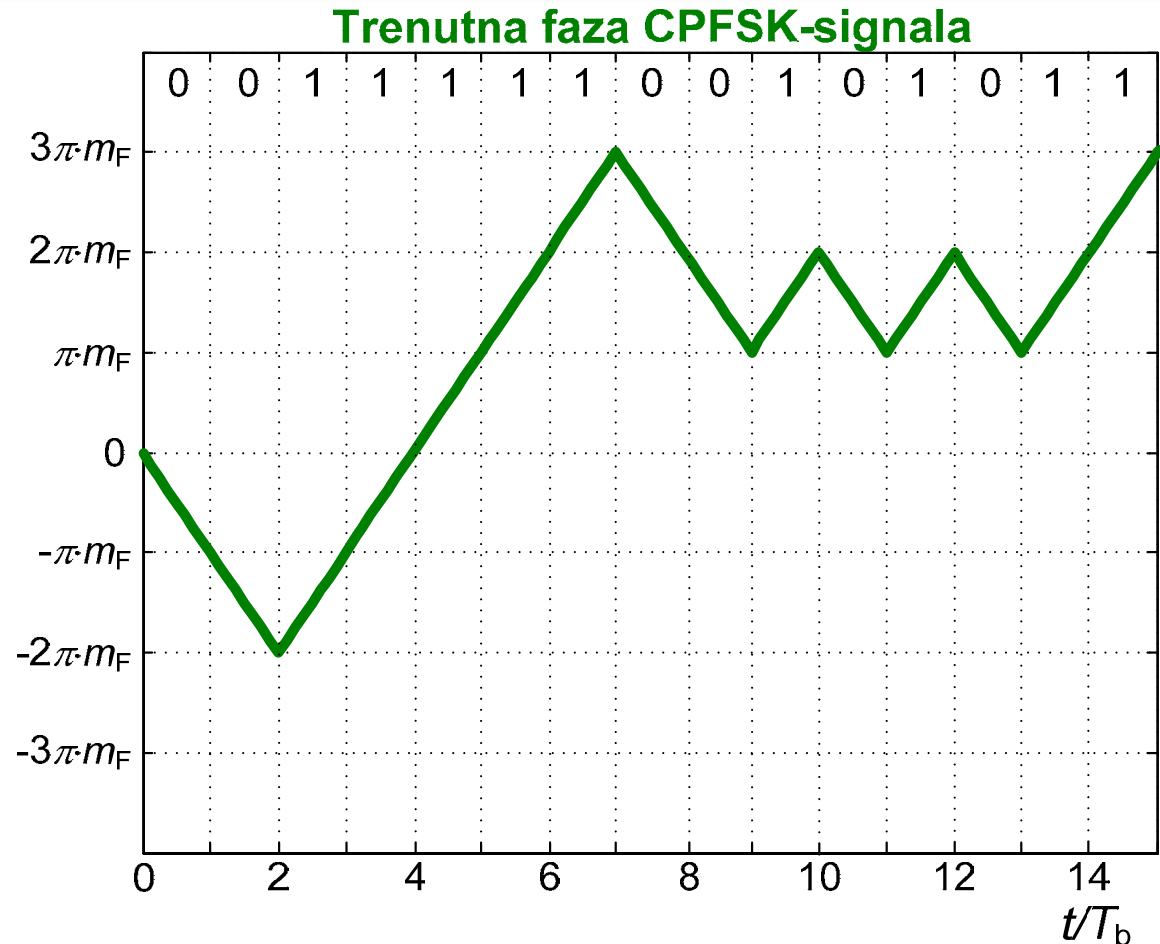
$$\omega_p + u_{m,k} \cdot \Delta\omega = \omega_p + u_{m,k} \cdot \frac{\pi m_F}{T_b} = 2\pi f_p + u_{m,k} \cdot \frac{\pi m_F}{T_b}.$$

- Trenutna je faza CPFSK-signal u intervalu k -tog bita, tj. za $(k-1)T_b < t \leq kT_b$,

$$\Phi(t) = 2\pi f_p t + u_{m,k} \frac{\pi m_F}{T_b} [t - (k-1)T_b] + \pi m_F \sum_{j=1}^{k-1} u_{m,j} + \varphi_0.$$

Binarni FSK — BFSK

- Unutar intervala jednog bita trenutna se faza mijenja linearno i tijekom tog intervala promijeni se za iznos $\pm \pi m_F$.



$$\Phi(t) = 2\pi f_p t + u_{m,k} \frac{\pi m_F}{T_b} [t - (k-1)T_b] + \pi m_F \sum_{j=1}^{k-1} u_{m,j} + \varphi_0.$$

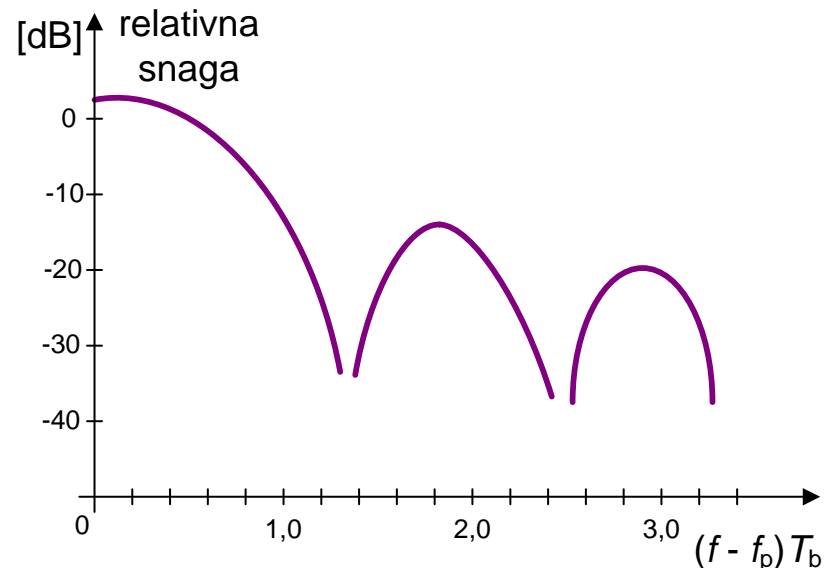
Binarni FSK — BFSK

- FSK-signal u intervalu $(k-1)T_b < t \leq kT_b$, $k = 1, 2, \dots$ je oblika,

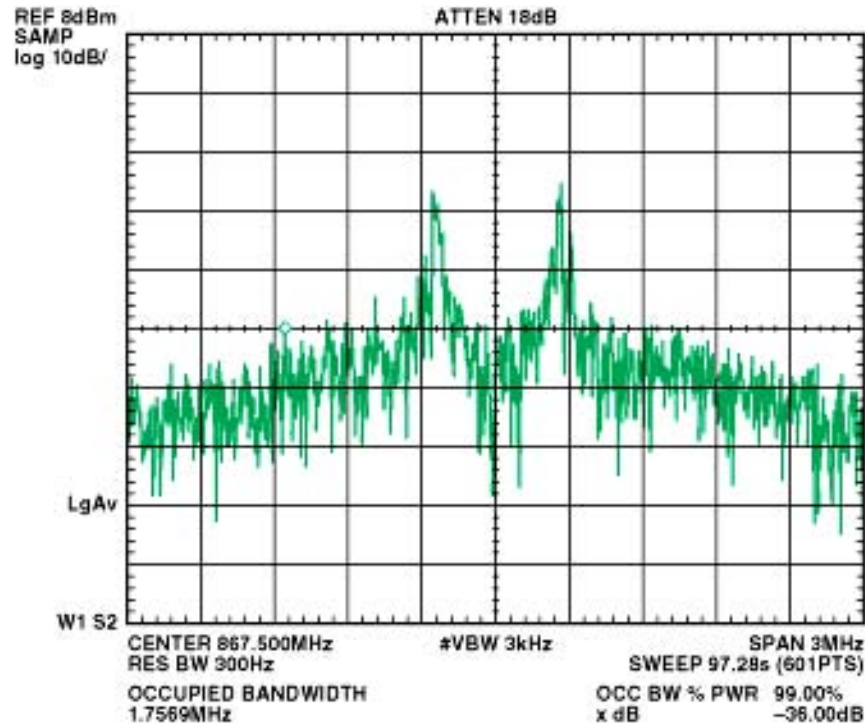
$$u_{\text{FSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos \left\{ 2\pi f_p t + u_{m,k} \frac{\pi m_F}{T_b} [t - (k-1)T_b] + \pi m_F \sum_{j=1}^{k-1} u_{m,j} + \varphi_0 \right\}.$$

- Diskretna modulacija frekvencije je nelinearni modulacijski postupak* → spektar FSK-signala sastoji se od velikog broja komponenata. Analitički postupak spektralne analize jako je kompliciran.

Ovojnica spektra snage BFSK-signala za $m_F = 0,25$



Binarni FSK — BFSK

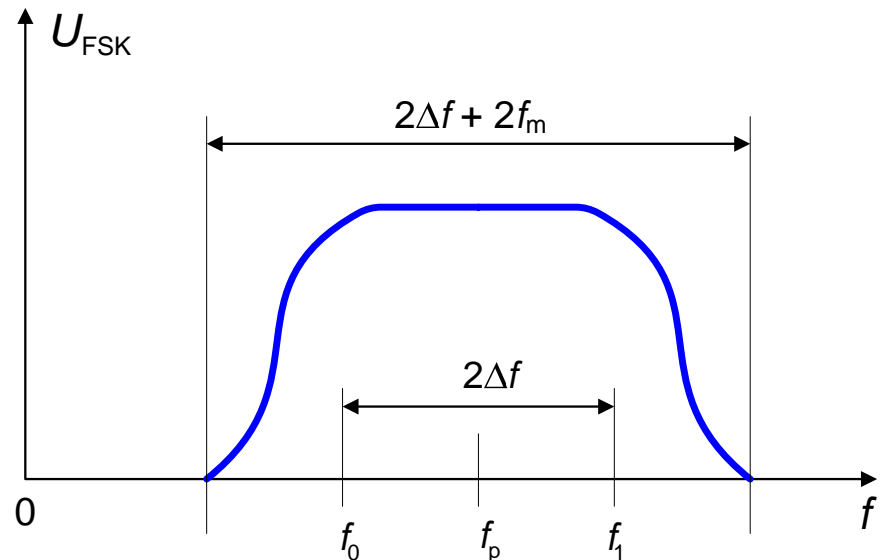


- Za određivanje približne širine pojasa može poslužiti *Carsonovo pravilo* iz FM-postupka,

$$B_{\text{FSK}} \approx 2(\Delta f + f_m) = 2\Delta f + \frac{1}{T_b}.$$

Binarni FSK — BFSK

- Minimalno FSK-signal zauzima dvostruko širi pojas od pojasa digitalnoga modulacijskog signala.
- Radi smanjenja širine zauzetog pojasa frekvencija filtriranjem se oblikuju impulsi diskretnoga modulacijskog signala.
- Koriste se niskopropusni filtri:
 - filtri s kosinusno zaobljenom frekvencijskom karakteristikom,
 - Gaussovi filtri u kojih impulsni odziv filtra odgovara Gaussovoj funkciji.



Gaussova FSK — GFSK

- Gaussova diskretna modulacija frekvencije (GFSK, *Gaussian FSK*) primjenjuje Gaussov niskopropusni filter za oblikovanje impulsa modulacijskog signala.
- Nakon filtriranja modulacijski signal gubi svoja diskretna obilježja i on postaje kontinuirana funkcija vremena pa je stoga kontinuirana i promjena frekvencije moduliranog signala.
- Kod jedne vrste WLAN-a i u Bluetooth sustavima za GFSK koriste se filteri s $B \cdot T_S = 0,5$.

FSK s više frekvencija — *M*-FSK

- Modulacijski postupci *M*-FSK (*M*-ary FSK) koriste *M* simbola, odnosno *M* frekvencija.
- Svakom simbolu pridružuje se $(\log_2 M)$ bita.
- U svakom intervalu signaliziranja trajanja T_S ($T_S = T_b \cdot \log_2 M$) trenutna frekvencija *M*-FSK-signala poprima jednu od *M* mogućih vrijednosti.
- Ako su diskretne frekvencije jednoliko razmaknute za $2 \cdot \Delta f$, onda je indeks modulacije,

$$m_F = 2 \cdot \Delta f \cdot T_S.$$

- Modulirani signal s kontinuiranom fazom u *k*-tom intervalu signaliziranja jednak je,

$$u_{\text{MFSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos \left\{ 2\pi f_p t + u_{m,k} \frac{\pi m_F}{T_S} [t - (k-1)T_S] + \pi m_F \sum_{j=1}^{k-1} u_{m,j} + \varphi_0 \right\},$$

$$(k-1)T_S < t \leq kT_S,$$

gdje je $u_{m,k} = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots \pm (M-1)$.

FSK s više frekvencija — M-FSK

- Ako su diskretna stanja frekvencije M-FSK-signala višekratnici od $1/T_S$, odnosno diskretne frekvencije su na razmaku $1/T_S$, tj.

$$f_i = \frac{k_i}{T_S}, \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot \Delta f = \frac{1}{T_S},$$

tad su simboli M-FSK-signala *ortogonalni*.

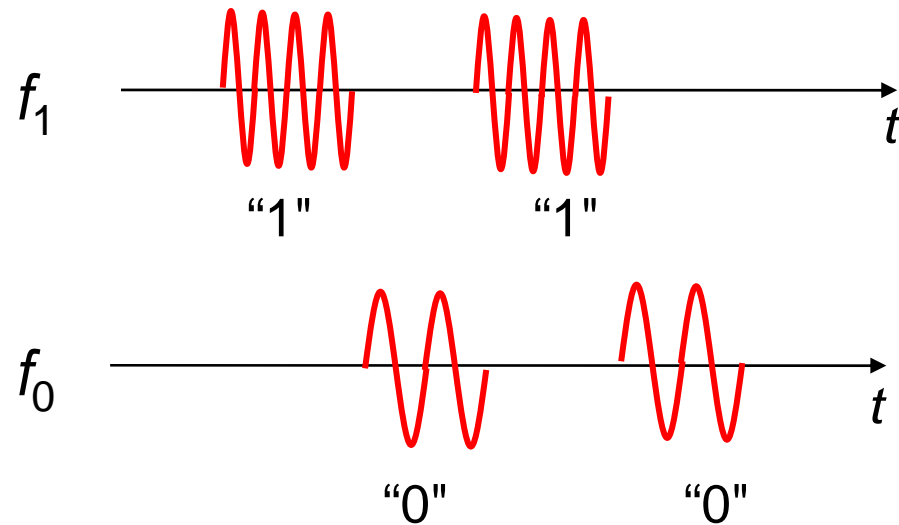
- Ako se funkcije tih simbola označe sa $s_i(t)$, $i = 1, 2, 3, \dots M$ onda se svojstvo ortogonalnosti tih funkcija na vremenskom intervalu trajanja T_S može izraziti kao,

$$\int_0^{T_S} s_i(t) \cdot s_j(t) dt = \begin{cases} c, & \text{za } i = j, \\ 0, & \text{za } i \neq j. \end{cases}$$

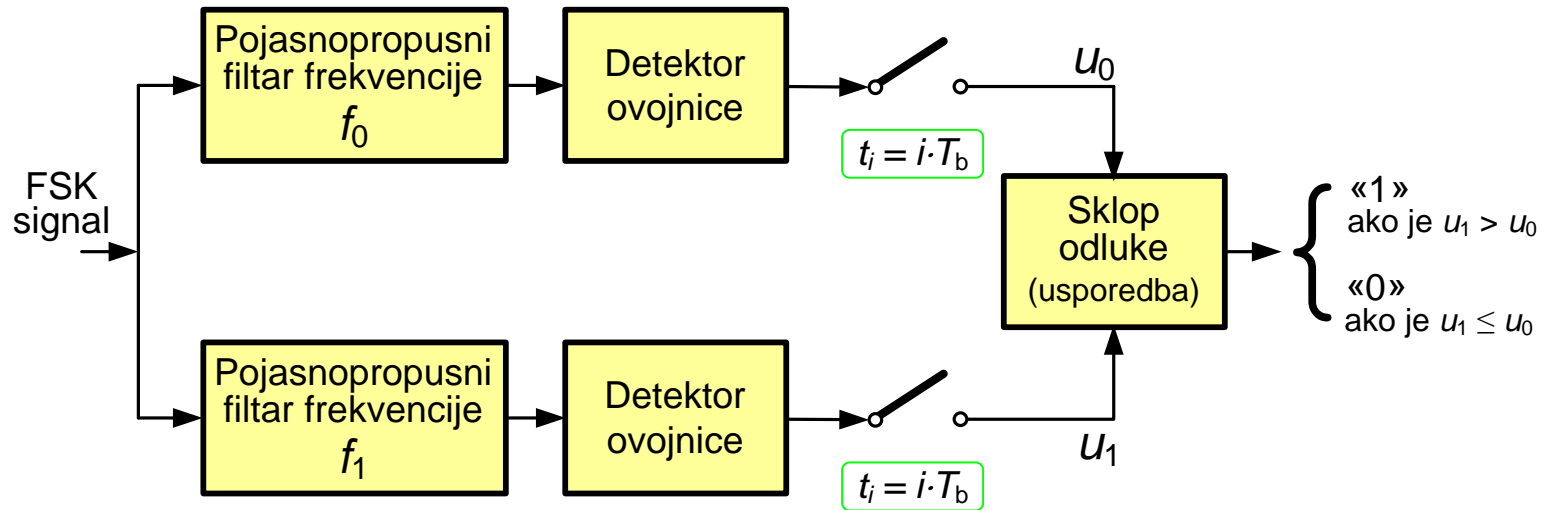
- Kad simboli $s_i(t)$ odgovaraju kosinusnim titrajima jedinične amplitude onda je konstanta c jednaka T_S .
- Primjer:* Kvaternarna FSK (4-FSK) sadrži četiri simbola odnosno frekvencije. Svakom simbolu (frekvenciji) pridružuju se dva bita.

Demodulacija FSK-signala

- **Nekoherentni postupak** demodulacije BFSK-signala osniva se na povezanosti FSK i ASK postupaka. FSK-signal može se prikazati kao zbroj dva ASK-signala prijenosnih frekvencija f_0 i f_1 .
- ASK-signal frekvencije f_1 dobiva se izravnom modulacijom digitalnim slijedom podataka, a ASK-signal frekvencije f_0 nastaje kad modulaciju obavlja invertirani digitalni slijed istih podataka.
- Nekoherentna se demodulacija osniva na detekciji ovojnice ovih dvaju ASK-signala i usporedbom dobivenih rezultata.



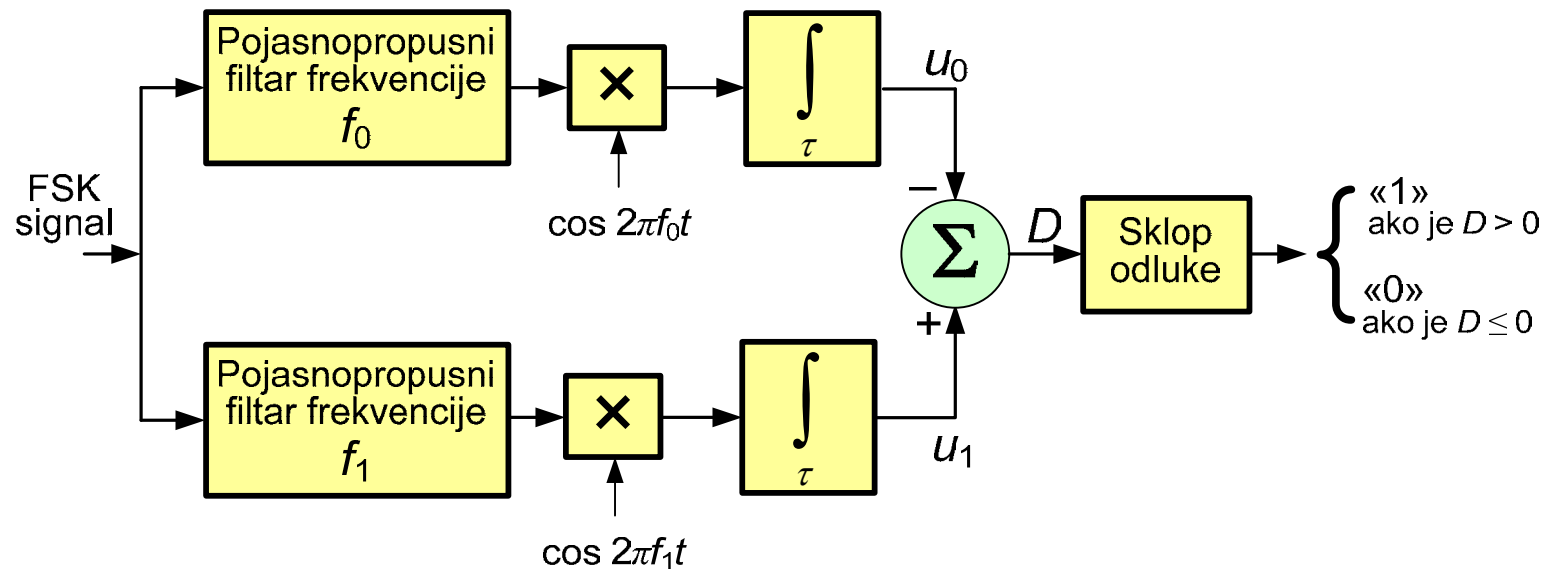
Demodulacija FSK-signala



- Pojasnopropusni filtri usklađeni su na diskretne frekvencije FSK-signala f_0 i f_1 i uske su širine pojasa propuštanja tako da se mogu zanemariti smetnje među simbolima. Na izlazu svakog filtra javlja se ASK-signal odgovarajuće frekvencije.
- Signali u_0 i u_1 odgovaraju uzorcima signala nastalih detekcijom ovojnice odnosno nekoherentnom demodulacijom odgovarajućeg ASK-signala na kraju intervala svakog bita.

Demodulacija FSK-signala

- **Koherentni postupak** demoduliranja FSK-signala vrlo se rijetko koristi. Blok shema postupka demodulacije dobiva se ako se jedinica za detekciju amplitude nadomjesti jedinicom za množenje (sinkrona demodulacija) i jedinicom za integriranje (prijenosna karakteristika niskog propusta).
- Kad su simboli FSK-signala ortogonalni mogu se izostaviti ulazni filtri u svakoj od grana sinkronog demodulatora.



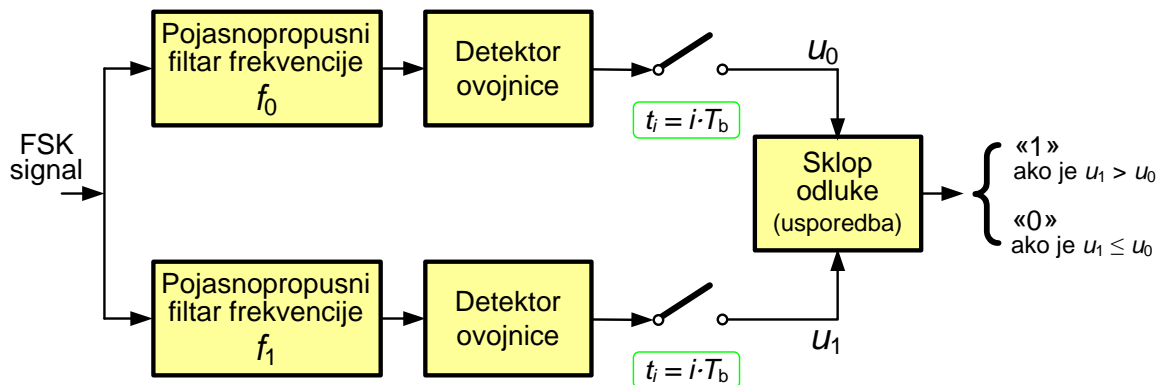
Demodulacija FSK-signalala

- Množenje primljenog signala s referentnim signalima ekvivalentno je filtriranju signala filtrom koji ima inverzni impulsni odziv — *prilagođeni filter* u postupku optimalnog prijama.

Utjecaj šuma na FSK-signal

- U postupku *nekoherentne demodulacije* FSK-signala na izlazu filtra za frekvenciju koja se upravo prima javlja se sinusni signal sa superponiranim šumom, dok se na izlazu drugog filtra javlja samo šum.
- Pogreška nastaje kad je ovojnica izlaznog signala filtra, koji propušta sinusni signal i šum, niže razine od ovojnice izlaznog signala filtra koji propušta samo šum odnosno kad je negativna razlika tih signala.
- Vjerojatnost da je razina ovojnice tih signala negativna jednaka je vjerojatnosti pogrešne demodulacije binarnog znaka,

$$p_E = \frac{1}{2} e^{-E_b/2N_0}.$$



Utjecaj šuma na FSK-signal

- I kod *koherentne demodulacije* pogreška nastaje kad je negativna razlika razina odgovarajućih izlaznih signala sinkronih demodulatora.
- Vjerojatnost da je ta razlika negativna daje vjerojatnost pogreške bita,

$$p_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right).$$

Ona odgovara vjerojatnosti pogreške bita kod ASK na temelju uočene povezanosti FSK i ASK-postupaka.

Primjena modulacijskog postupka FSK

- Sustavi za prijenos digitalnih signala male i srednje brzine,
 - prijenos u području govornih frekvencija (modem po normi V.23):
 - frekvencijsko područje rada: 0,3 – 3,4 kHz (govorni pojas),
 - brzina prijenosa: do 1200 Bd,
 - broj kanala: 1,
 - frekvencija za znak "0": 1300 Hz,
 - frekvencija za znak "1": 2100 Hz,
 - nadomjesna prijenosna frekvencija $\frac{1}{2}(f_0 + f_1)$: 1700 Hz,
 - širina pojasa $2 \cdot (400 + 1200/2)$: 2000 Hz,
 - zauzeti pojas frekvencija: 700 – 2700 Hz,
 - prijenos u području HF (kratki val):
 - razmak diskretnih frekvencija ($f_1 - f_0$): 125; 200; 250; 300; 400; 500; 800; 1000 Hz npr.

Primjena modulacijskog postupka FSK

- Gaussova FSK (GFSK) koristi se u,
 - radijskoj tehnologiji DECT (*Digital Enhanced Cordless Telephone*):
 - frekvencijsko područje rada: 1880 – 1900 MHz,
 - brzina prijenosa: 32 kbit/s po kanalu,
 - broj kanala: 10,
 - radijskoj tehnologiji Bluetooth:
 - frekvencijsko područje rada: 2402 – 2480 MHz,
 - brzina prijenosa: do 720 kbit/s,
 - broj kanala: 79,
 - tehnologiji radijskih lokalnih mreža WLAN po normi IEEE 802.11 FHSS:
 - frekvencijsko područje rada: 2400 – 2483,5 MHz,
 - inačica modulacijskog postupka:
 - 2-GFSK za brzinu 1 Mbit/s,
 - 4-GFSK za brzinu 2 Mbit/s.

Diskretna modulacija faze

PSK

Simboli PSK-signal

- Simboli PSK-signal odgovaraju sinusnim titrajima jednake frekvencije, a različitih relativnih faza. Referentna je faza prijenosnog signal.
- Skup mogućih diskretnih vrijednosti faze φ_m od M elemenata dobiva se kako slijedi,

$$\varphi_m = \left\{ \pi \frac{2n + c}{M}, \quad n = 0; 1; 2; \dots M - 1 \right\}, \quad c = 0; 1.$$

- Za svaku vrijednost M mogu se formirati dva skupa mogućih diskretnih stanja faze moduliranog signal.
- Kad je $c = 0$ onda taj skup uključuje stanje faze 0, a kad je $c = 1$ onda skup ne sadrži element sa stanjem faze 0.
- Modulirani signal \rightarrow PSK-signal je u idealnim uvjetima stalne amplitude.

Simboli PSK-signalala

- Simbol moduliranog signala odgovara segmentu sinusnog signala s jednom od M mogućih diskretnih stanja relativne faze φ_k .

$$s_k(t) = U_{\text{pm}} \cos(2\pi f_p t + \varphi_k), \quad k = 0; 1; 2; \dots M-1, \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s.$$

- Modulirani signal predločen je slijedom ovakvih simbola pa se rastavljanjem ovog izraza može prikazati u obliku,

$$u_{\text{PSK}}(t) = U_{\text{pm}} [\cos \varphi_k \cdot \cos 2\pi f_p t - \sin \varphi_k \cdot \sin 2\pi f_p t].$$

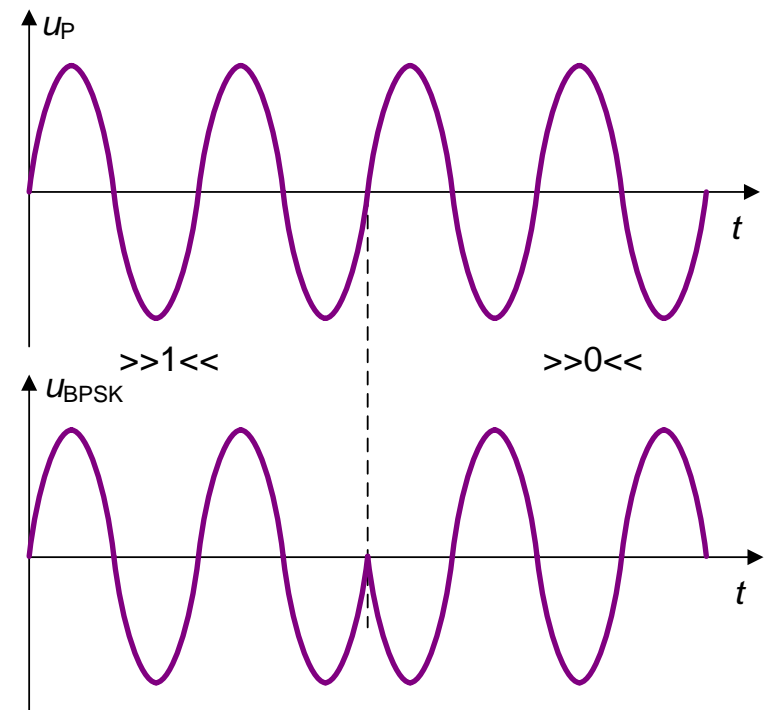
- Ovaj izraz pokazuje da PSK-signal nastaje zbrajanjem dvaju ASK-signalala prijenosni signali kojih su u kvadraturnom odnosu (zakrenuti u fazi za $\pi/2$).
- Za razliku od kontinuirane modulacije faze PM, koja je nelinearni postupak, njezina diskretna inačica PSK *linearni je modulacijski postupak* zbog veze s ASK.

Binarna PSK — BPSK

- Kod *binarne diskretne modulacije faze* (BPSK, *Binary Phase Shift Keying*) dva su moguća stanja relativne faze moduliranog signala.
- Alternativni naziv → *dvofazna PSK* ili 2-PSK.
- Diskretna stanja faze BPSK-signal,

$$\varphi_m = \{0, \pi\}.$$

- Druga varijanta skupa φ_m , koja sadrži elemente $\{\pi/2, 3\pi/2\}$, se ne koristi.
- Svakom stanju faze pridružuje se jedan binarni znak, a uobičajeno je pravilo pridruživanja:
«1» ↔ 0° i «0» ↔ 180° .



Binarna PSK — BPSK

- Simboli moduliranog signala su onda,

$$s_0(t) = U_{\text{pm}} \cos(2\pi f_p t + \pi) = -U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_p t ,$$

$$s_1(t) = U_{\text{pm}} \cos(2\pi f_p t + 0) = U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_p t .$$

- Kad je digitalni signal podataka predložen bipolarnim signalom, npr. NRZ vrste, onda se modulirani signal može predložiti produktom,

$$u_{\text{BPSK}}(t) = u_{\text{m}}(t) \cdot \cos 2\pi f_p t ,$$

što je istovjetno prikazu ASK-signalu koji bi nastao modulacijom bipolarnim impulsima.

- Ovaj se rezultat dobiva i ako se u općeniti prikaz PSK-signalu,

$$u_{\text{PSK}}(t) = U_{\text{pm}} [\cos \varphi_k \cdot \cos 2\pi f_p t - \sin \varphi_k \cdot \sin 2\pi f_p t] .$$

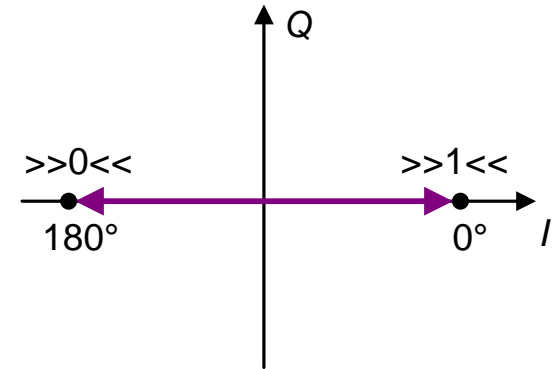
stavi $\varphi_k = 0$ ili π .

Binarna PSK — BPSK

- Simboli BPSK-signalâ prikazuju se u kompleksnoj ravnini s dva moguća diskretna stanja verzora moduliranog signala.
- Osi kompleksne ravnine preimenovane su u *I*-os, odnosno u kofaznu (*In-phase*), i u *Q*-os odnosno kvadraturnu (*Quadrature*) os.
- Takav prikaz naziva se *dijagramom stanja* (*constellation diagram*) moduliranog signala.
- Spektralna obilježja BPSK-signalâ jednaka su obilježjima ASK-signalâ.
- Ovojnica spektra snage bipolarnih NRZ-impulsa jednaka je,

$$S_m(f) = 2A^2T_b \left[\frac{\sin \pi f T_b}{\pi f T_b} \right]^2,$$

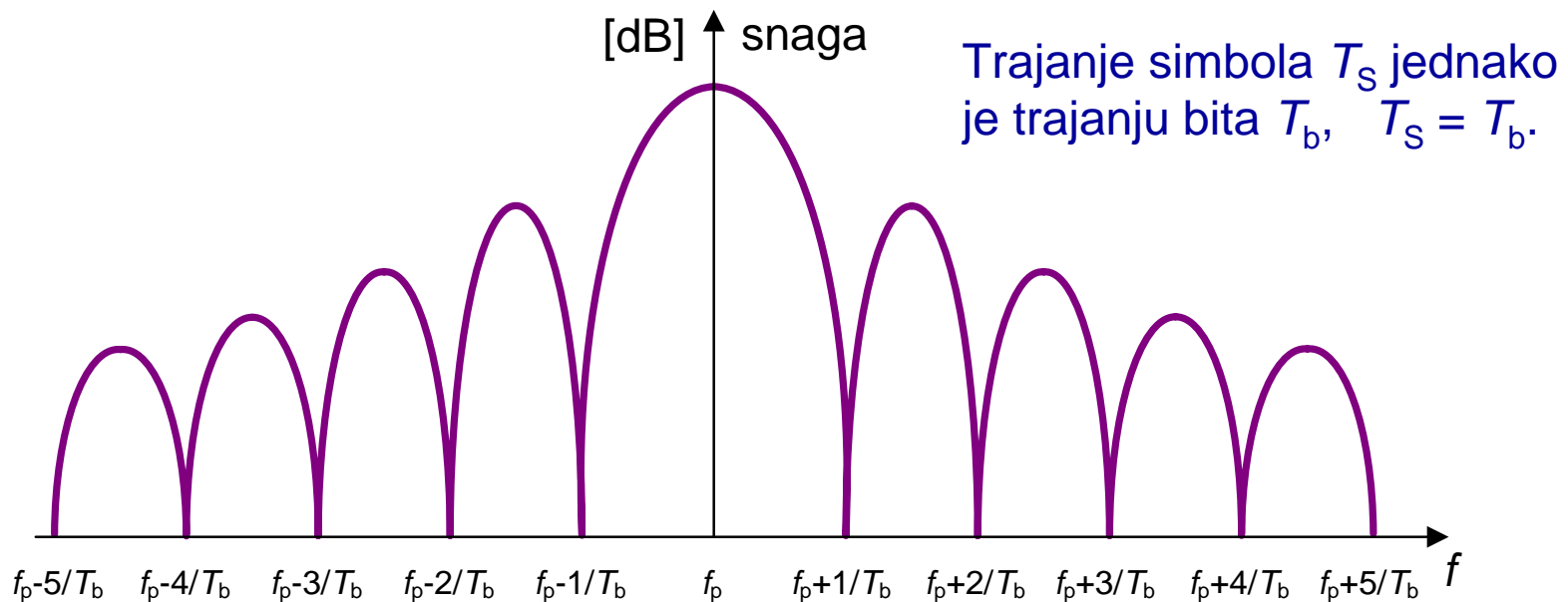
što daje ovojnicu spektra snage BPSK-signalâ u obliku,



Binarna PSK — BPSK

$$S_{\text{BPSK}}(f) = k_{\text{B}} T_{\text{b}} \left[\frac{\sin \pi(f - f_{\text{p}})T_{\text{b}}}{\pi(f - f_{\text{p}})T_{\text{b}}} \right]^2, k_{\text{B}} - \text{osjetljivost modulatora.}$$

Ovojnica spektra snage BPSK-signal



Binarna PSK — BPSK

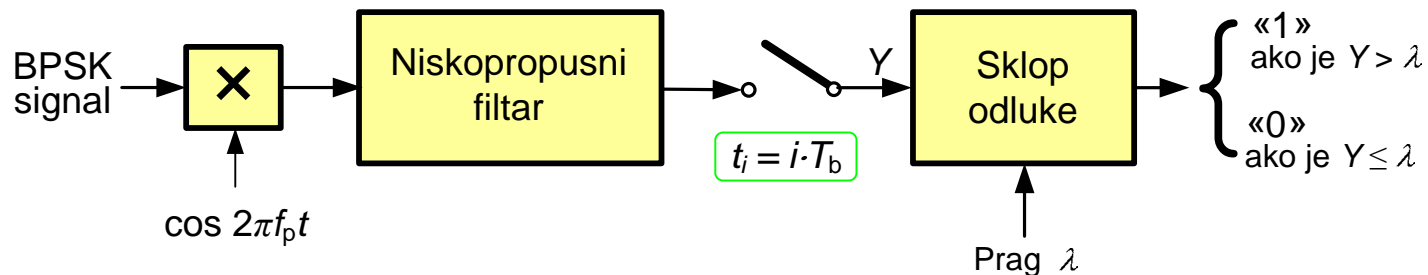
- Teorijski najviša moguća spektralna učinkovitost R_b/B ostvarila bi se uporabom idealna Nyquistova pojasnopropusnoga filtra pravokutne frekvencijske karakteristike i širine pojasa propuštanja jednake $1/T_b$. Ona bi tad iznosila 1 bit/s/Hz.
- Uporabom filtra sa kosinusno zaobljenom karakteristikom uz $\alpha = 0,3$ npr. izlazi spektralna učinkovitost od oko $1/1,3 = 0,77$ bit/s/Hz.
- U digitalnim radiovezama koristi se $\alpha = 0,5$ što daje spektralnu učinkovitost u iznosu od 0,67 bit/s/Hz.
- BPSK je skromne spektralne učinkovitosti, ali je jako otporan na smetnje što će se pokazati kasnije.

Koherentna demodulacija BPSK-signalala

- Koherentna demodulacija BPSK-signalala u potpunosti je jednaka odgovarajućem postupku za demodulaciju ASK-signalala na temelju pokazane sličnosti ova dva postupka.

$$u_{\text{BPSK}}(t) = u_m(t) \cdot \cos 2\pi f_p t.$$

- Primljeni BPSK-signal množi se s lokalno regeneriranim nosiocem.
- Niskopropusni filter uklanja komponente oko dvostruke prijenosne frekvencije $2f_p$ i propušta samo komponente u osnovnom pojasu frekvencija.



Koherentna demodulacija BPSK-signalu

- Za prepoznavanje valnog oblika izlaznog signala filtra nužno je da širina pojasa propuštanja filtra B bude,

$$B \geq \frac{1}{T_b}.$$

- U intervalu svakog znaka uzima se uzorak izlaznog signala filtra i njegova se razina uspoređuje s nekim pragom λ . Ovisno o rezultatu te usporedbe donosi se odluka u korist znaka «0» ili u korist znaka «1».
- **BPSK se ne može demodulirati nekoherentnim postupkom.**

Kvaternarna PSK — QPSK

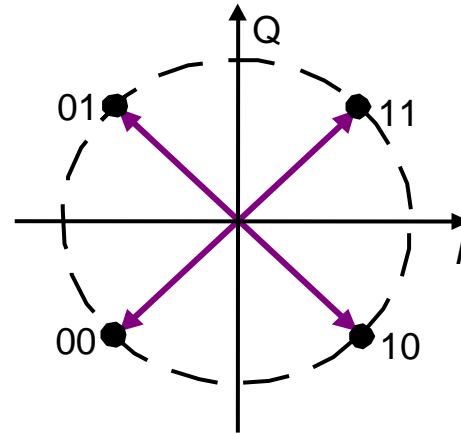
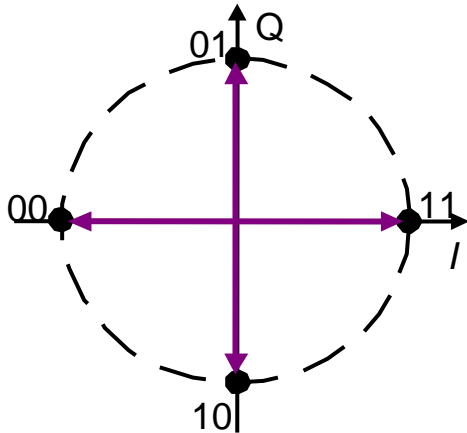
- Diskretna modulacija faze s četiri diskretna stanja faze naziva se *kvaternarnom diskretnom modulacijom faze* i ona se označuje s QPSK (*Quaternary Phase Shift Keying* ili *Quadriphase PSK*). Susreće se i naziv *četverofazna PSK* i oznaka 4-PSK.
- Četiri su simbola QPSK-signal a i oni odgovaraju sinusnim titrajima s fazama,

$$\varphi_m = \left\{ 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2} \right\}, \quad \text{u jednoj inačici (za } c = 0) \text{ i,}$$

$$\varphi_m = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\} = \left\{ \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4} \right\}, \quad \text{u drugoj inačici (za } c = 1) \text{.}$$

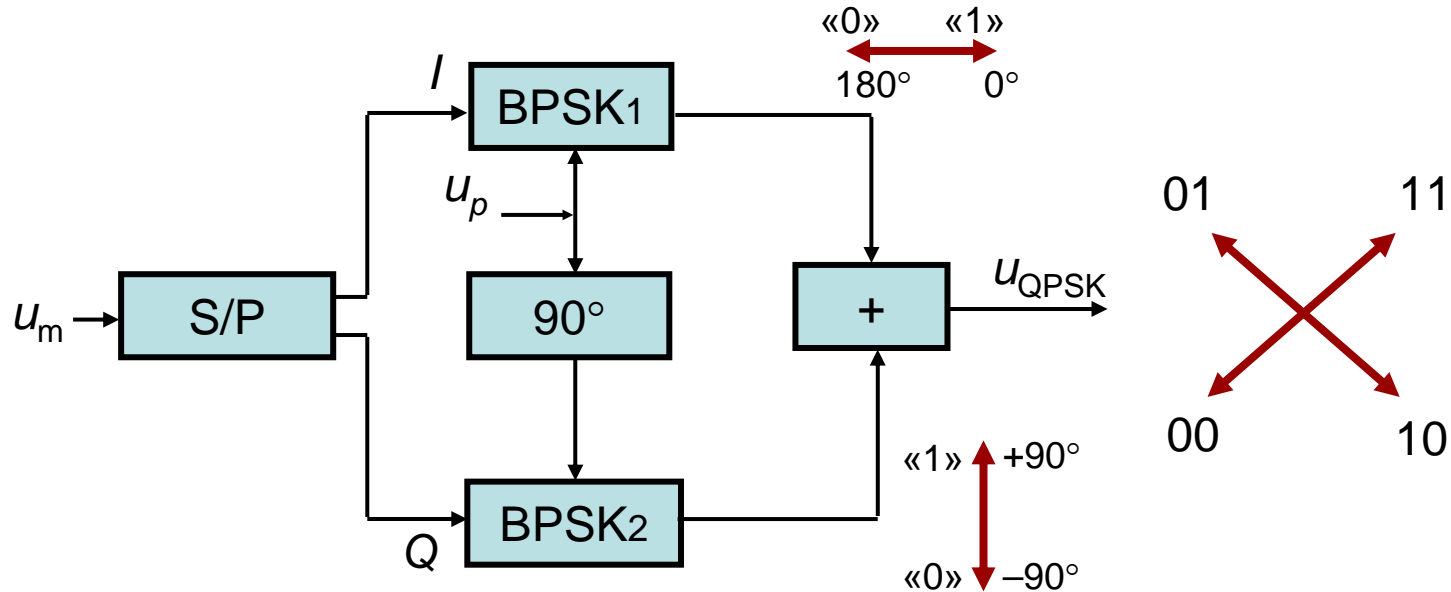
- Ova dva skupa rezultiraju dvjema inačicama QPSK-signal a.

Kvaternarna PSK — QPSK



- Broj simbola iznosi $M = 4$. Svakom simbolu (stanju faze) pridružuju se dva bita odnosno *dibit*.
- Zakon pridruživanja slijedi pravilo Grayeva koda. Susjednim stanjima faze u I – Q ravnini pridružuju se tada parovi koji se razlikuju u samo jednome binarnom znaku.
- Ovakvim pridruživanjem smanjuje se vjerojatnost pogreške binarnog znaka (pokazat će se kasnije).

Kvaternarna PSK — QPSK



- Dva binarna znaka, koji određuju relativnu fazu QPSK-signalu, istodobno valja privesti modulatoru.
- Serijski slijed binarnih znakova, predloženih digitalnim signalom $u_m(t)$, pretvara se u dva paralelna slijeda koji odgovaraju binarnima digitalnim signalima $I(t)$ i $Q(t)$. Svakome binarnom znaku u $I(t)$ i u $Q(t)$ pridružuje se dvostruko duži vremenski interval $T_S = 2T_b$.

Kvaternarna PSK — QPSK

- Pomoću ranije dobivenog izraza,

$$u_{\text{PSK}}(t) = U_{\text{pm}} [\cos \varphi_k \cdot \cos 2\pi f_p t - \sin \varphi_k \cdot \sin 2\pi f_p t],$$

dobiva se onda,

$$u_{\text{QPSK}}(t) = I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \sin 2\pi f_p t.$$

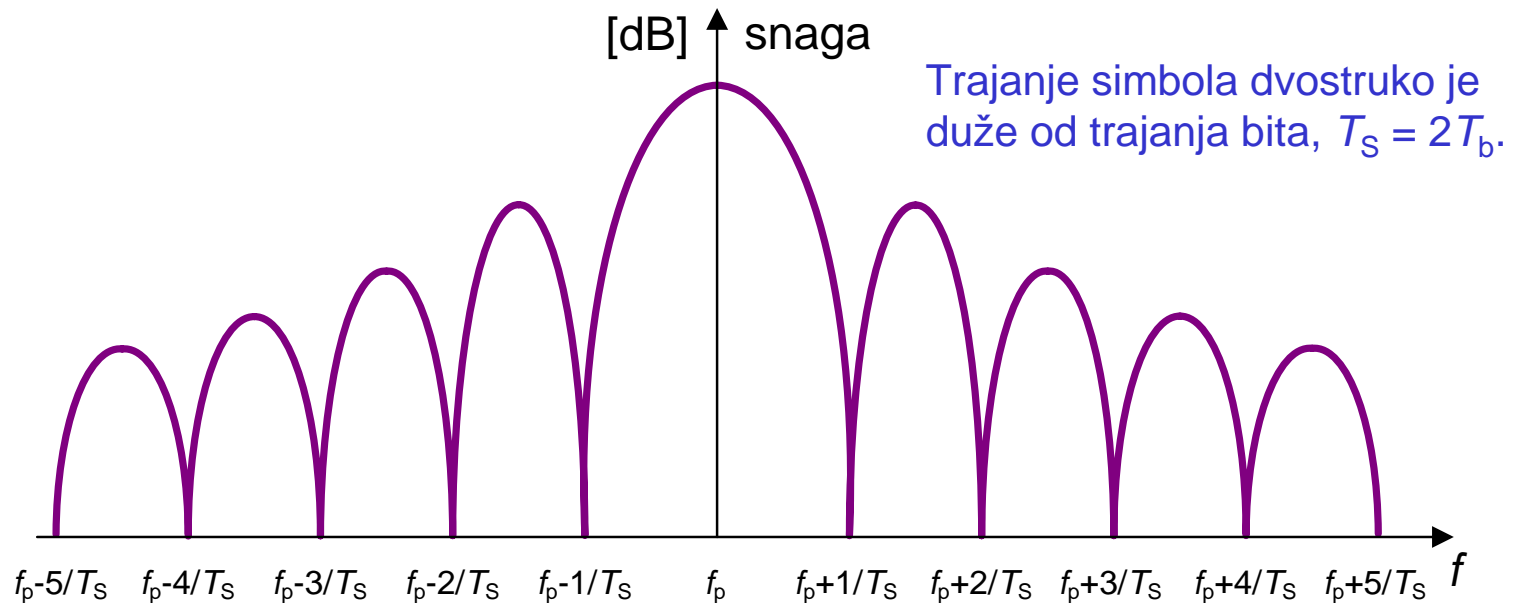
- QPSK-signal, sa stanjima faze $\{\pm\pi/4, \pm3\pi/4\}$, nastaje, dakle, zbrajanjem dvaju BPSK-signala. Jedan od njih nastaje modulacijom signalom $I(t)$ i ima stanja faze 0° i 180° , dok drugi nastaje modulacijom signalom $Q(t)$ i ima stanja faze $+90^\circ$ i -90° .

Kvaternarna PSK — QPSK

- Spektar QPSK-signalu dobiva se kao zbroj spektara dvaju neovisnih BPSK-signalu koji ga sastavljaju.
- Ovojnica spektra snage QPSK-signalu je onda,

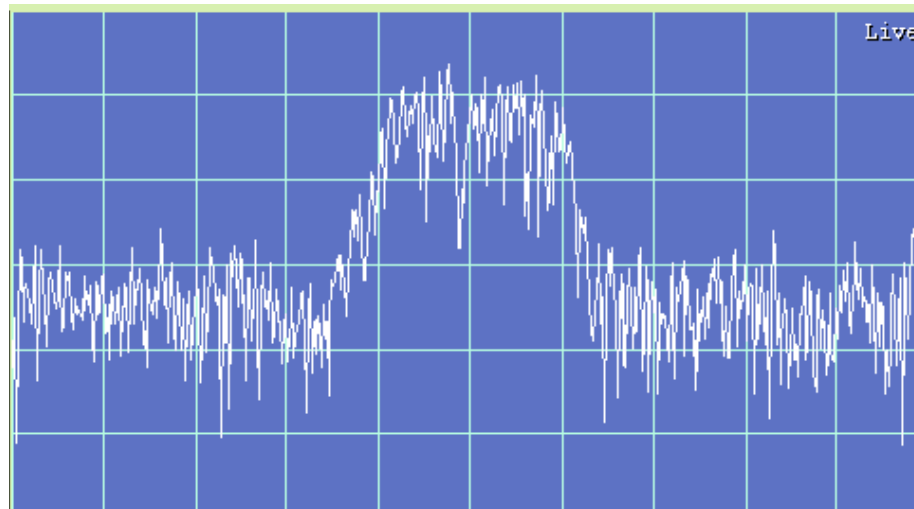
$$S_{\text{QPSK}}(f) = k_Q T_S \left[\frac{\sin \pi(f - f_p)T_S}{\pi(f - f_p)T_S} \right]^2,$$

$$T_S = 2T_b.$$



Kvaternarna PSK — QPSK

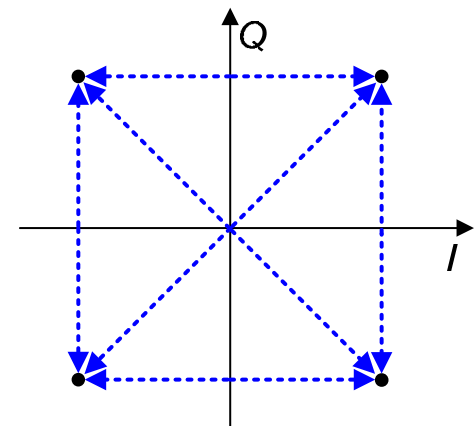
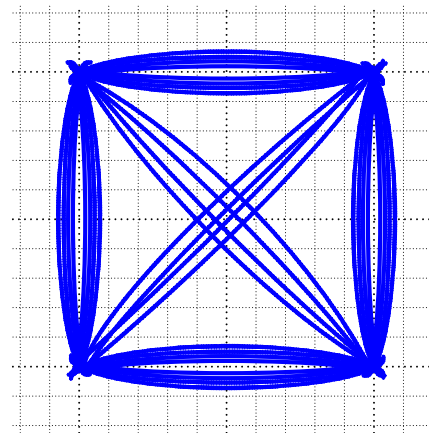
- Teorijski najviša moguća spektralna učinkovitost iznosi 2 bit/s/Hz. U praksi se može računati s učinkovitosti do oko 1,9 bit/s/Hz.
- QPSK je još uvijek dovoljno otporan na smetnje, iako nešto manje nego BPSK, ali se odlikuje višom spektralnom učinkovitosti.



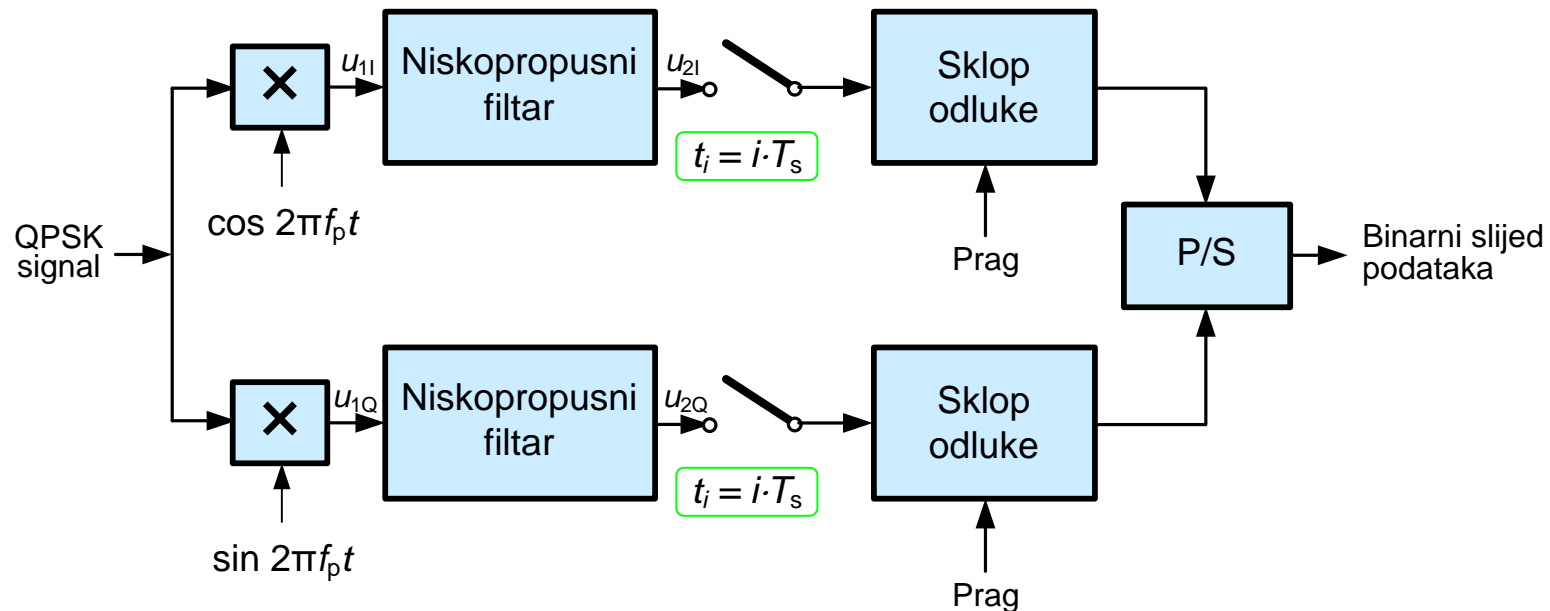
- Teorijski gledano, QPSK-signal je konstantne amplitude, no on zahtijeva beskonačnu širinu pojasa frekvencija. U realnim situacijama širina spektra je konačna zbog filtriranja signala podataka i moduliranog signala.

Kvaternarna PSK — QPSK

- Ograničavanjem širine pojasa moduliranog signala na konačnu vrijednost nastaju promjene amplitude QPSK-signal. One su naročito izražene u intervalima promjene stanja faze. Promjena faze tad se ne obavlja trenutno, već se faza mijenja kontinuirano u vremenskom intervalu konačnog trajanja.
- Promjene amplitude su male kad modulirani signal prelazi u neko od susjednih stanja faze, tj. kad se mijenja samo jedan binarni znak u pridruženim dibitima. Promjena oba binarna znaka u paru koji određuje novu fazu moduliranog signala («00» u «11» ili obratno ili pak «01» u «10» ili obratno) zahtijeva prijelaz verzora moduliranog signala u dijametralno suprotno stanje. Tad nastaju znatne promjene amplitude, čak može doći do pojave nulte točke ovojnice moduliranog signala.



Koherentna demodulacija QPSK-signala



- Koherentna demodulacija QPSK-signala sastoji se od zasebne demodulacije kofazne komponente i zasebne demodulacije kvadrature komponente.

Koherentna demodulacija QPSK-signalala

- QPSK-signal je oblika,

$$\begin{aligned} u_{\text{QPSK}}(t) &= I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \sin 2\pi f_p t, \\ &= I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \cos(2\pi f_p t - \pi/2), \end{aligned}$$

- Nakon množenja primljenog signala s lokalno generiranim nosiocem za kofaznu se komponentu dobiva,

$$\begin{aligned} u_{\text{II}}(t) &= k_{\text{QPSK}} I(t) \cos(2\pi f_p t + \varphi) \cdot \cos(2\pi f_p t + \psi) - \\ &\quad - k_{\text{QPSK}} Q(t) \cos(2\pi f_p t + \varphi - \pi/2) \cdot \cos(2\pi f_p t + \psi), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{\text{II}}(t) &= \frac{1}{2} k_{\text{QPSK}} I(t) [\cos(\varphi - \psi) + \cos(2\omega_p t + \varphi + \psi)] - \\ &\quad - \frac{1}{2} k_{\text{QPSK}} Q(t) [\cos(\varphi - \psi - \pi/2) + \cos(2\omega_p t + \varphi + \psi - \pi/2)], \end{aligned}$$

k_{QPSK} — osjetljivost demodulatora.

Koherentna demodulacija QPSK-signalala

- Niskopropusnim filtrom uklanja se komponenta frekvencije $2\omega_p$ i u slučaju ispravno regenerirane faze lokalnog signala ($\psi = \varphi$) na izlazu niskopropusnog filtra nastaje signal,

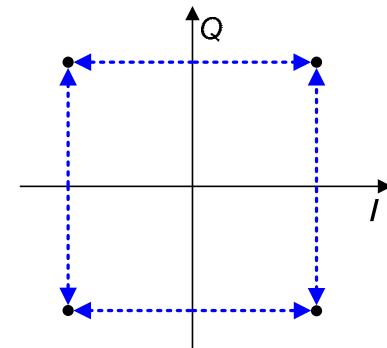
$$u_{2I}(t) = \frac{1}{2} k_{\text{QPSK}} I(t),$$

na temelju kojeg se određuju neparni bitovi konačnoga serijskog slijeda podataka.

- Na jednaki se način demodulira $Q(t)$ koji daje parne bitove konačnoga serijskog slijeda podataka.
- Multiplekserom, koji je u ovom slučaju izveden kao paralelno/serijski pretvornik, obnavlja se izvorni slijed digitalnih podataka.

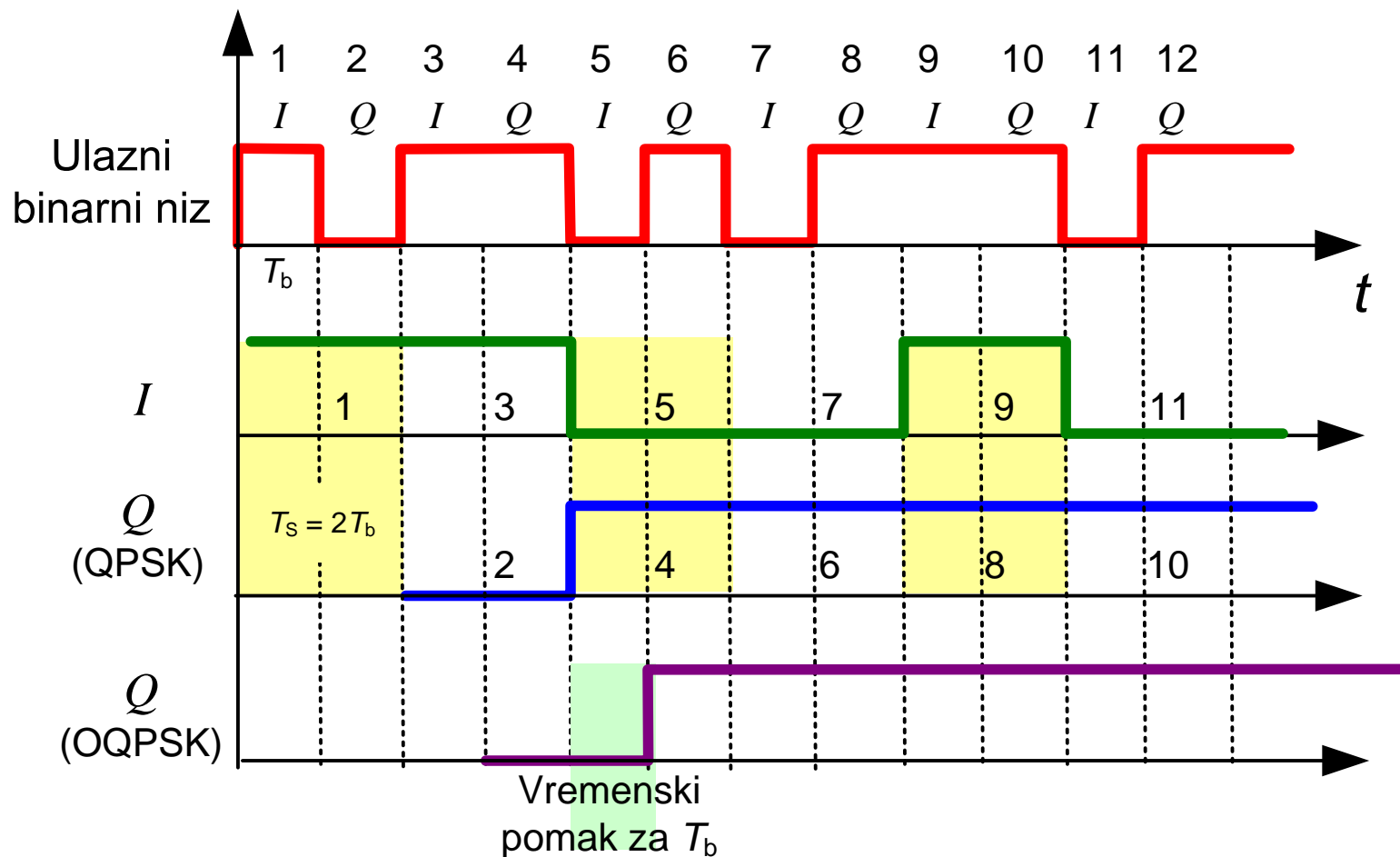
Modulacijski postupak OQPSK

- Modulacijski postupak QPSK preinačuje se tako da se izbjegne pojava istodobne promjene razina signala $I(t)$ i $Q(t)$, a koja nastaje kad se mijenjaju oba binarna znaka u paru.
- Postupak prijelaza u dijametralno suprotno stanje u dijagramu stanja (promjena faze za 180°) realizira se u dva koraka:
 1. korak: u prvoj polovici intervala signaliziranja T_s modulirani signal prelazi u jedno od susjednih stanja faze (faza se promijeni za $+90^\circ$ ili za -90°),
 2. korak: u drugoj polovici intervala signaliziranja signal prelazi u konačno stanje faze, dijametralno suprotno početnom stanju u dijagramu stanja (faza se promijeni za daljnjih $+90^\circ$ ili za -90°).
- Takva se procedura ostvaruje pomicanjem signala $Q(t)$ na vremenskoj osi za iznos polovice intervala jednog simbola.
- U liniju prijenosa signala $Q(t)$ unosi se kašnjenje u iznosu $T_s/2 = T_b$.

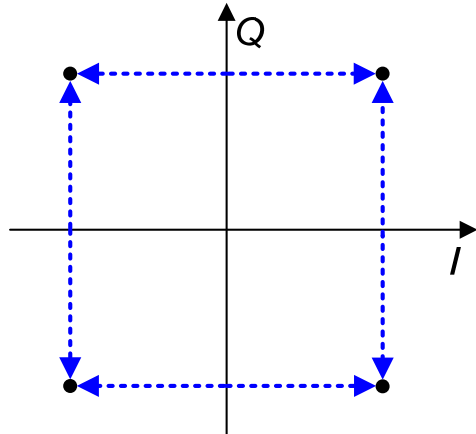


Modulacijski postupak OQPSK

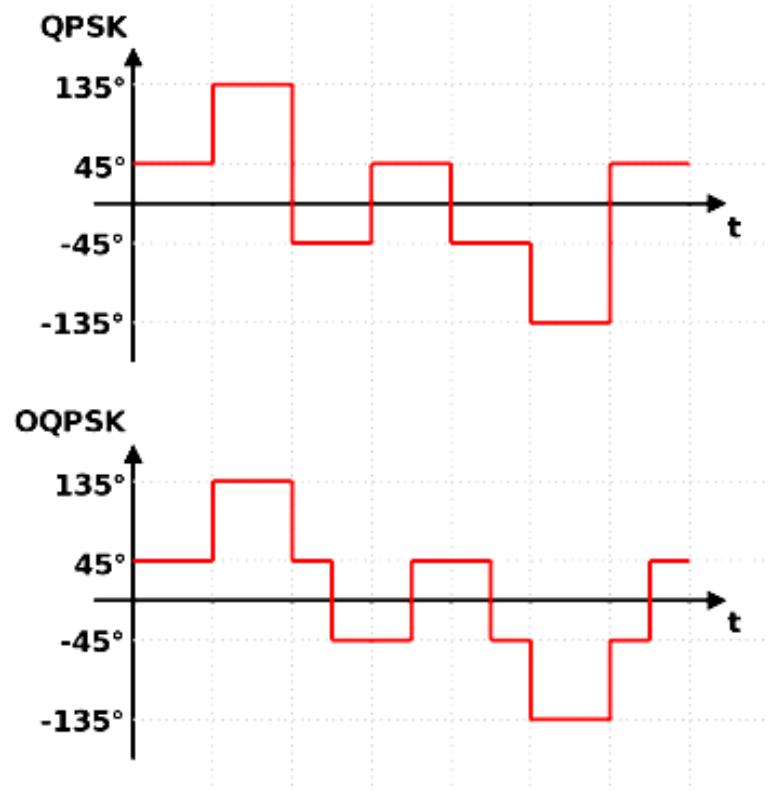
Modulacijski signali $I(t)$ i $Q(t)$



Modulacijski postupak OQPSK



- Ovako preinačeni QPSK-postupak naziva se *diskretna modulacija faze s vremenskim pomakom jednog znaka* i označuje s OK-QPSK (*Offset Keyed QPSK*) ili samo OQPSK (*Offset QPSK*).
- Postupkom mijenjanja faze u dva koraka smanjene su promjene amplitude realnih moduliranih signala.

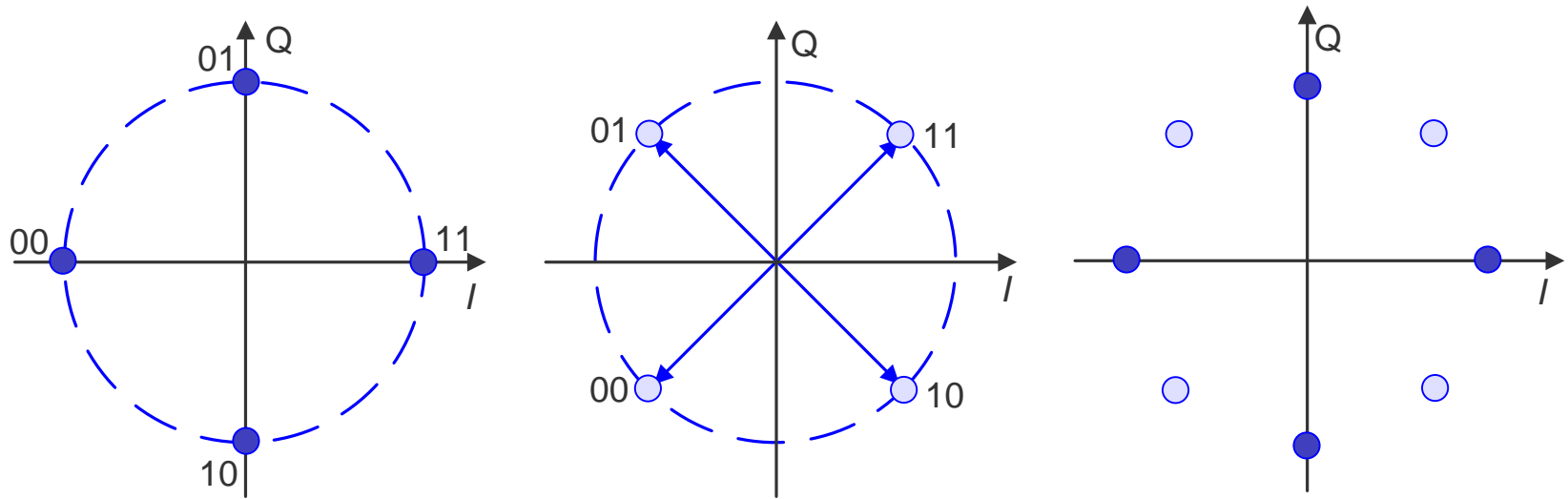


Modulacijski postupak OQPSK

- Spektralna obilježja OQPSK-signalâ odgvaraju obilježjima standardnog QPSK-signalâ.
- **OQPSK-signal može se demodulirati samo koherentnim postupkom** koji se osniva na odgovarajućem postupku za QPSK.
- Demodulirani signal u_{2I} pomiče se na vremenskoj osi za iznos T_b čime se on vremenski izjednačuje s demoduliranim signalom u_{2Q} , a što je potrebno zbog odgovarajućega vremenskog pomaka modulacijskog signalâ $Q(t)$ u modulatoru.

Modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK

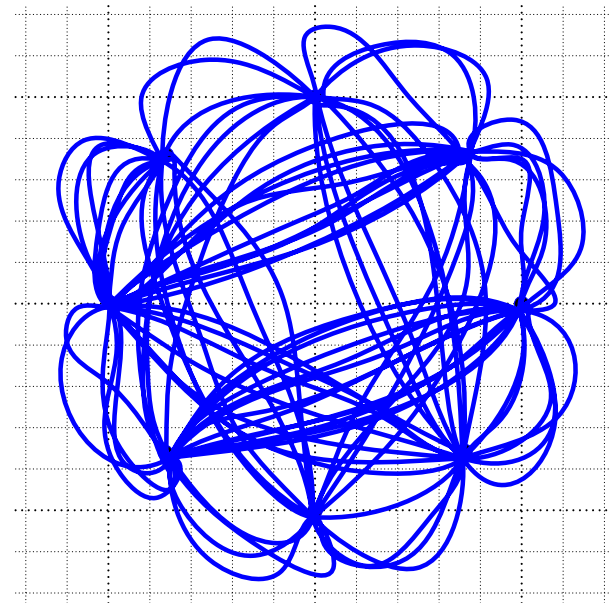
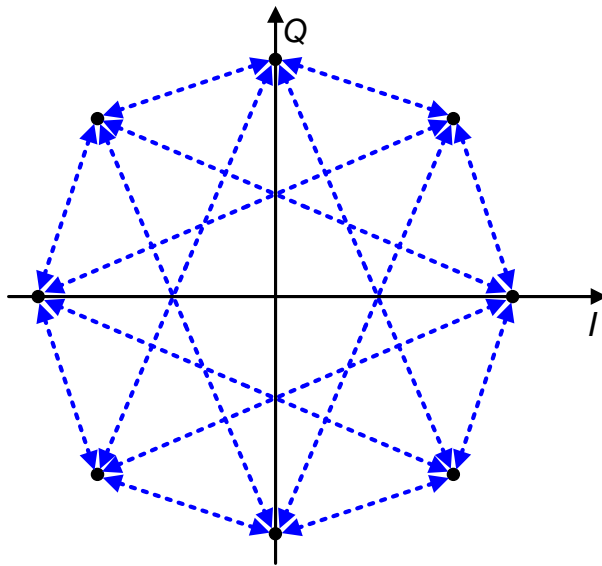
- Drugo rješenje je tzv. modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK koji nastaje kad se preklope dvije inačice stanja kod QPSK odnosno kad se dijagram stanja QPSK-signal zakrene za $\pi/4$ nakon svakog simbola moduliranog signala odnosno nakon svakog para binarnih znakova.



- Faza moduliranog signala tad se mijenja nakon svakog simbola, ali su veličine promjena faze ograničene na iznose: $\pm \pi/4$ i $\pm 3\pi/4$.

Modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK

- Osmam je mogućih stanja moduliranog signala (simbola) i oni svi leže na jednoj kružnici \Rightarrow teorijski je konstantna amplituda moduliranog signala.
- Zbog konačne širine pojasa mijenja se amplituda moduliranog signala u tranzijentnim intervalima.
- Dijagrami trajektorija verzora moduliranog signala u dinamičkim uvjetima upućuju na smanjenu dinamiku promjena amplitude $\pi/4$ -QPSK-signalu u odnosu na QPSK-signal. Ona je, međutim, veća nego kod OQPSK-signalu.



Modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK

- Modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK pripada skupini koherentnih postupaka i on se ne koristi kao takav.
- Primjenu nalazi isključivo odgovarajući modulacijski postupak u zajednici s diferencijalnim kodiranjem. Zato nema smisla razmatrati postupak demodulacije koji bi morao biti koherentne vrste.

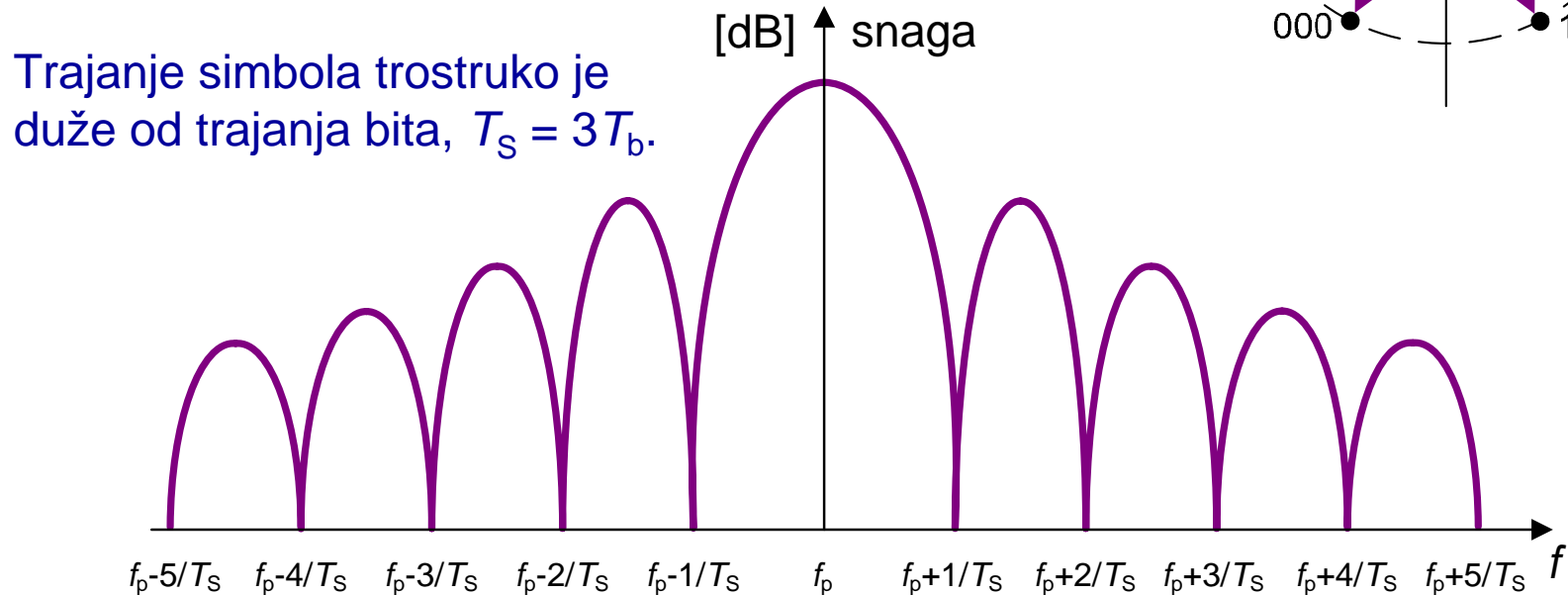
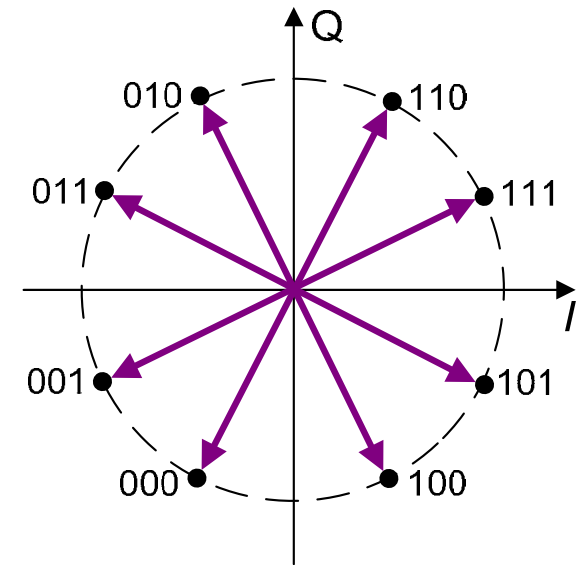
PSK s osam stanja faze — 8-PSK

- *Modulacijski postupak s osam diskretnih stanja faze označuje se s 8-PSK.*
- Svakom stanju faze pridružuje se po tri bita, *tribit*.
- 8-PSK- signal ima osam simbola ($M = 8$) koji odgovaraju sinusnim titrajima s fazama:

$$\begin{aligned}\varphi_m &= \left\{ 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4} \right\}, \\ &= \left\{ 0, \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{4}, \pi \right\}, \text{ u jednoj inačici (za } c = 0) \text{ i,} \\ \varphi_m &= \left\{ \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}, \frac{15\pi}{8} \right\}, \\ &= \left\{ \pm \frac{\pi}{8}, \pm \frac{3\pi}{8}, \pm \frac{5\pi}{8}, \pm \frac{7\pi}{8} \right\}, \text{ u drugoj inačici (za } c = 1).\end{aligned}$$

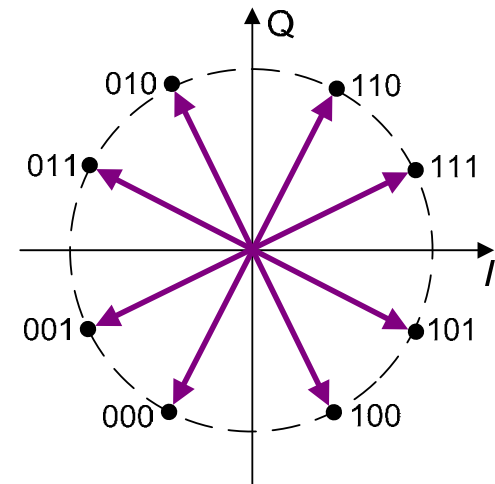
PSK s osam stanja faze — 8-PSK

- Dva skupa mogućih faza rezultiraju dvjema inačicama 8-PSK-signalâ.
- Susjednim se stanjima faze pridružuju *tribiti* koji se razlikuju u samo jednome binarnom znaku (Grayev kod).



PSK s osam stanja faze — 8-PSK

- Teorijski najviša spektralna učinkovitost ovog postupka iznosi onda 3 bit/s/Hz.
- 8-PSK obilježava viša spektralna učinkovitost, no on je osjetljiviji na smetnje od dva ranije razmatrana modulacijska postupka.
- Demodulacija 8-PSK-signalu u osnovi odgovara demodulaciji QPSK-signalu s tim da su demodulirani signali u_{2I} i u_{2Q} diskretni signali kvaternarne vrste.
- Za obnovu digitalnog slijeda podataka koristi se sklop nešto složenije vrste od P/S-pretvornika, koji je bio dovoljan za obavljanje te zadaće u QPSK-sustavu. Tu je potrebna jedna vrsta procesora.



Koherentni i diferencijalni postupci PSK

- U PSK-signalu informacija se nalazi u relativnoj fazi moduliranog signala. On se zato može demodulirati samo koherentnim postupkom, tj. izravnom usporedbom faza moduliranoga i referentnog signala koji pak mora odgovarati prijenosnom signalu u odašiljaču.
- Takvi se postupci onda nazivaju *koherentnim PSK-postupcima* i označuju s CBPSK, CQPSK (*Coherent BPSK, Coherent QPSK*) i sl.
- Zahtjev za poznavanjem faze prijenosnog signala iz odašiljača do neke mjere komplicira tehničko rješenje sustava, a taj je zahtjev posebno teško ispuniti u uvjetima mobilnog odašiljača i/ili prijamnika.
- U tim se uvjetima pribjegava korištenju diferencijalnih postupaka koji se temelje na *diferencijalnom kodiranju PSK-signalu*. Informacija se tad nalazi u promjeni faze moduliranog signala.
- Pri demodulaciji se faza simbola moduliranog signala uspoređuje s fazom prethodnog simbola, drugim riječima utvrđuje se diferencijalna faza. Odgovarajući se postupci onda nazivaju *diferencijalnom diskretnom modulacijom faze* (DPSK, *Differential Phase Shift Keying*).

Koherentni i diferencijalni postupci PSK

Pravilo pridruživanja promjena faze simbola binarnim znakovima

Modulacijski postupak	Binarni znakovi	Promjena faze
DBPSK	0	π
	1	0
DQPSK	00	π
	01	$\pi/2$
	11	0
	10	$3\pi/2$

- Kvantitativne promjene faze diferencijalnih postupaka uzimaju se jednakima apsolutnim vrijednostima faze kod koherentnih postupaka.
- Spektralna učinkovitost diferencijalnih postupaka približno je jednaka učinkovitosti odgovarajućega koherentnog postupka.

Diferencijalno kodiranje PSK-signala

- Modulacija diferencijalne faze nastaje diferencijalnim kodiranjem digitalnoga modulacijskog signala. Ako se radi o binarnoj modulaciji onda se dobiva diferencijalno kodirani BPSK-signal (DE-BPSK, *Differentially Encoded BPSK*).
- Znaku «0» izvornoga slijeda treba onda pridružiti promjenu faze moduliranog signala za π radijana, dok kod znaka «1» faza ostaje nepromijenjena odnosno mijenja se za 0 radijana.
- Takva obilježja moduliranog signala dobivaju se diferencijalnim kodiranjem znaka «0» u slijedu znakova digitalnoga signala podataka.
- Pravilo kodiranja je kako slijedi:
 - Znak d_k diferencijalno kodiranoga binarnog slijeda u k -tom intervalu trajanja T_b jednak je prethodnome znaku diferencijalno kodiranog slijeda d_{k-1} kad u tome k -tom intervalu znak a_k izvornoga slijeda odgovara «1».
 - Kad a_k odgovara «0» onda se d_k razlikuje od d_{k-1} .

Diferencijalno kodiranje PSK-signalala

- Tako definirano diferencijalno kodiranje opisuje izraz,

$$d_k = \overline{a_k \oplus d_{k-1}}.$$

- Slijed znakova d_k određuje modulacijski signal koji se privodi BPSK-modulatoru na izlazu kojeg nastaje DE-BPSK-signal opisanih osobina.
- U sljedećoj tablici nalaze se podaci o fazama simbola DE-BPSK-signalala (φ_{Dk}) i koherentnog, tj. CBPSK-signalala (φ_{Ck}).

a_k	φ_{Ck}	d_{k-1}	φ_{Dk-1}	d_k	φ_{Dk}
0	π	0	π	1	0
0	π	1	0	0	π
1	0	0	π	0	π
1	0	1	0	1	0

- Ova tablica poslužit će za izračunavanje primjera koji slijedi.

Diferencijalno kodiranje PSK-signalala

Faze simbola koherentnoga i diferencijalno kodiranog BPSK-signalala za jedan primjer niza binarnih znakova

Niz binarnih znakova		1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
Faza CBPSK-signalala		0	π	0	0	π	π	π	0	π	π
Faza DE-BPSK-signalala	0	0	π	π	π	0	π	0	0	π	0

- Iz tablice izlazi da je,

$$\varphi_{Dk} = \varphi_{Ck} + \varphi_{Dk-1},$$

a to dokazuje ispunjavanje postavljenog zahtjeva o jednakosti kvantitativnih promjena faze diferencijalnog postupka s apsolutnim vrijednostima faze kod koherentnog postupka.

- Odgovarajući primjer parametara DE-QPSK-signalala je u sljedećoj tablici.

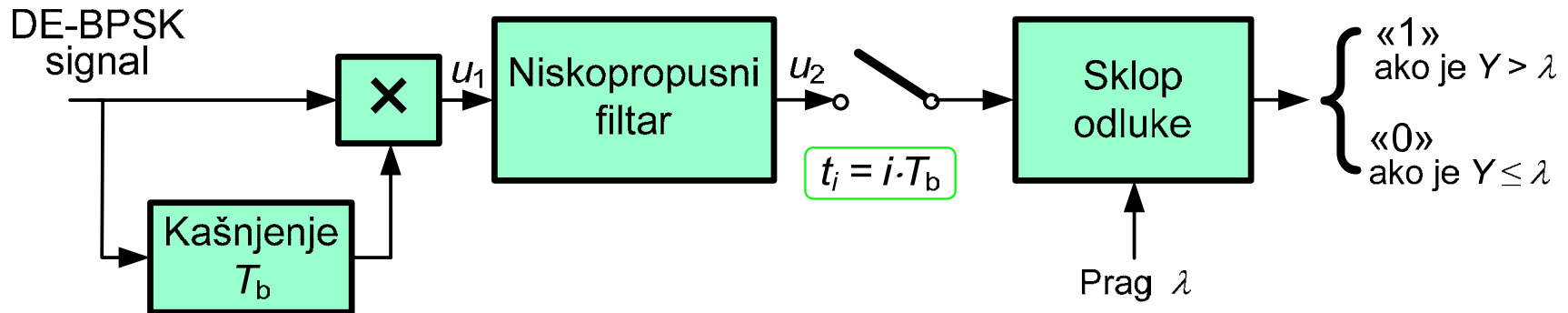
Diferencijalno kodiranje PSK-signalala

Faze simbola koherentnoga i diferencijalno kodiranog QPSK-signalala za isti primjer niza binarnih znakova

Niz binarnih znakova	10	11	00	01	00
Faza CQPSK-signalala	$3\pi/2$	0	π	$\pi/2$	π
Faza DE-QPSK-signalala	0	$3\pi/2$	$3\pi/2$	$\pi/2$	π

- Svrha diferencijalnog kodiranja PSK-signalala je u stvaranju mogućnosti za korištenje nekoherentnog postupka demodulacije, a u ovom slučaju to je *diferencijalna demodulacija*.

Diferencijalna demodulacija PSK-signalala



- DPSK postupak demodulacije osniva se na odgovarajućemu koherentnom postupku s tim da se koherentna osnova (nosilac identičan onome u modulatoru) nadomjesti osnovom koja odgovara simbolu moduliranog signala u prethodnom intervalu T_s .
- U primjeru DBPSK osnova s kojom se uspoređuje primljeni signal odgovara primljenom signalu koji kasni za T_b .
- Ako je modulirani signal u k -tom intervalu signaliziranja faze φ , a u prethodnom ili $(k-1)$ -vom intervalu signaliziranja je imao fazu ψ onda na izlazu sklopa za množenje nastaje signal,

Diferencijalna demodulacija PSK-signala

$$\begin{aligned} u_1 &= k_{\text{BPSK}} U_m \cos(2\pi f_p t + \varphi) \cdot \cos(2\pi f_p t + \psi), \\ &= \frac{1}{2} k_{\text{BPSK}} U_m [\cos(2 \cdot 2\pi f_p t + \varphi + \psi) + \cos(\varphi - \psi)], \end{aligned}$$

- Niskopropusnim filtrom uklanja se komponenta frekvencije $2f_p$,

$$u_2 = \frac{1}{2} k_{\text{BPSK}} U_m \cos(\varphi - \psi).$$

- Kad se radi o znaku «1» onda je diferencijalna faza jednaka 0, tj $\varphi - \psi = 0$. Uzorak signala u_2 je tad pozitivne razine i sklop odluke prepoznaje znak «1».
- Kod znaka «0» diferencijalna je faza jednaka π , tj $\varphi - \psi = \pi$ i uzorak signala u_2 je tad negativne razine pa sklop odluke prepoznaje znak «0».

Modulacijski postupak $\pi/4$ -DQPSK

Promjene faze $\pi/4$ -DQPSK- simbola

Dibit	Promjena faze $\pi/4$ -DQPSK-signal
00	$\pi/4$
01	$7\pi/4 = -\pi/4$
11	$5\pi/4 = -3\pi/4$
10	$3\pi/4$

- U modulacijskom postupku $\pi/4$ -DQPSK pomiče faza RF nosioca za $\pm\pi/4$ ili $\pm3\pi/4$ ovisno o prenošenim podacima.
- Nakon svake promjene faze prenosi se jedan simbol koji sadrži dva bita ($T_s = 2T_b$).

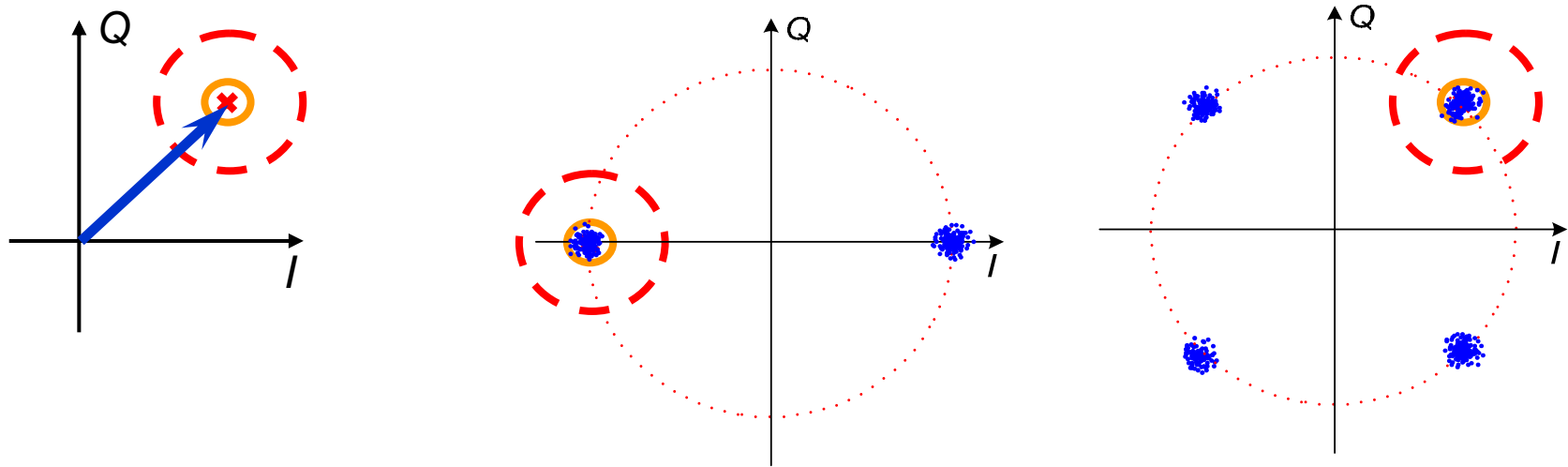
Modulacijski postupak $\pi/4$ -DQPSK

Faza moduliranog signala za primjer niza podataka

Niz binarnih znakova	10	11	00	00	01	00
Promjena faze $\pi/4$ -DQPSK-signal	$3\pi/4$	$5\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$7\pi/4$	$\pi/4$
Faza $\pi/4$ -DQPSK-signal	0	$3\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$\pi/4$

- Osam je mogućih stanja moduliranog signala (simbola) i oni svi leže na jednoj kružnici \Rightarrow teorijski je konstantna amplituda moduliranog signala.
- Zbog konačne širine pojasa mijenja se amplituda moduliranog signala u tranzijentnim intervalima.

Utjecaj šuma na PSK-signale

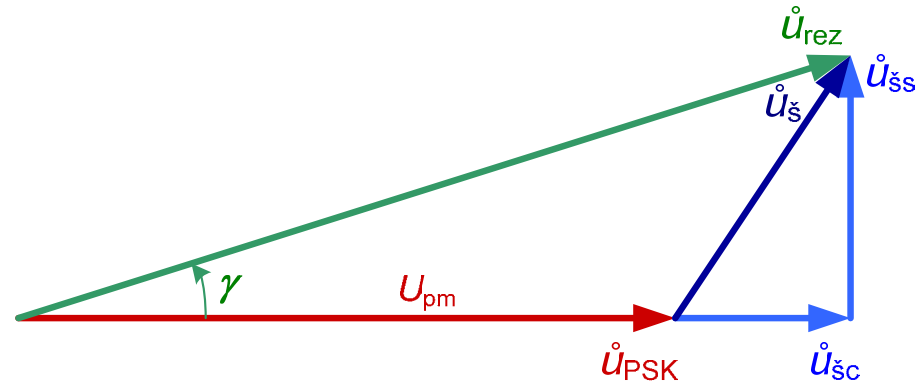


- Superponiranjem šuma na PSK-signal mijenja se položaj vrha odgovarajućeg verzora u ravnini I - Q .
- Prijamnik će ispravno detektirati simbol BPSK-signala ako se vrh rezultante korisnoga signala i šuma nalazi u simbolu pridruženoj poluravnini.
- U primjeru QPSK-postupka svakom je simbolu pridružen jedan kvadrant ravnine I - Q . Za QPSK-signal koordinatne osi dijagrama stanja granice su tzv. *područja odluke*.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- Općenito, ispravno će se detektirati simbol M -PSK signala ako je zbog šuma nastala promjena faze moduliranog signala manja od $|\pi/M|$.
- Za potrebe kvantitativne analize signal šuma $u_{\text{š}}(t)$ rastavlja se na dvije ortogonalne komponente: $u_{\text{šc}}(t)$ koja je u fazi s moduliranim signalom i $u_{\text{šs}}(t)$ koja je u kvadraturnom odnosu.
- Signal šuma mijenja fazu moduliranog signala za iznos γ koji je jednak,

$$\gamma(t) = \tan^{-1} \frac{u_{\text{šs}}(t)}{U_{\text{pm}} + u_{\text{šc}}(t)}.$$
- Pogreška neće nastati ako je $-\pi/M < \gamma < \pi/M$.



Utjecaj šuma na PSK-signale

- Na temelju statističkih osobina signala šuma, odnosno njegovih ortogonalnih komponenata, potrebno je odrediti funkciju razdiobe vjerojatnosti odstupanja faze $p(\gamma)$.
- Pogreška nastaje kad je vrijednost γ izvan intervala $(-\pi/M, \pi/M)$.
- Vjerojatnost nastanka pogreške u detektiranju simbola M -PSK-signala je onda,

$$p_{\text{Es}} = 1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} p(\gamma) d\gamma.$$

- Za *koherentni BPSK* izlazi vjerojatnost pogreške simbola, a koja je jednaka vjerojatnosti pogreške bita, u iznosu,

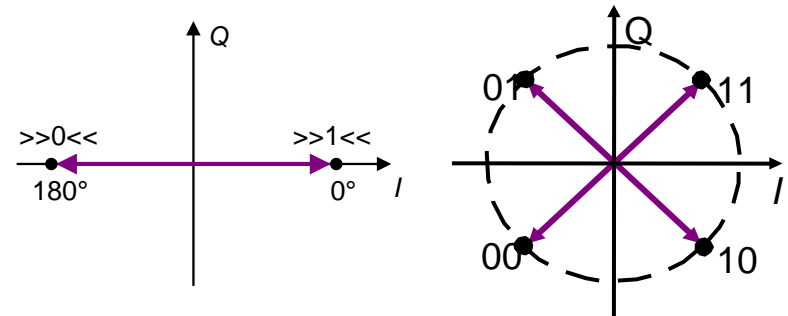
$$p_{\text{Es}} = p_{\text{Eb}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right).$$

- Do ovog se rezultata može doći kao i kod ASK koristeći se sličnošću BPSK i ASK. Diskretna stanja BPSK-signala nalaze se, međutim, na dvostruko većoj udaljenosti u dijagramu stanja u odnosu na stanja ASK-signala.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- Pri diferencijalnoj demodulaciji DE-PSK-signala referentna je faza također izložena djelovanju šuma. To se manifestira kao djelovanje udvostručene efektivne vrijednosti napona šuma.
- Vjerojatnost pogreške bita u DBPSK-sustavu je onda,

$$p_{Eb} = \frac{1}{2} e^{-E_b/N_0}.$$



- Pri jednakim amplitudama moduliranih signala diskretna stanja BPSK-signala nalaze se na $\sqrt{2}$ puta većoj geometrijskoj udaljenosti u I - Q -ravnini u odnosu na odgovarajuća stanja QPSK-signala. To ukazuje na činjenicu da niža razina smetnje može uzrokovati pogrešku detekcije simbola u QPSK-sustavu.
- Iz ovoga izlazi zaključak da je QPSK osjetljiviji na smetnje od BPSK.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- *QPSK-signal* sastoji se od dva BPSK-signala u kvadraturnom odnosu. Vjerojatnost pogreške u prijemu tih BPSK-signala je p_{EI} i p_{EQ} .
- Simbol QPSK-signala ispravno će se detektirati samo ako se ispravno detektiraju simboli obaju BPSK-signala koji ga sastavljaju. Vjerojatnosti ispravne detekcije simbola tih BPSK-signala iznose $(1 - p_{EI})$ odnosno $(1 - p_{EQ})$.
- Vjerojatnost ispravne detekcije simbola QPSK-signala je onda,

$$1 - p_{Es} = (1 - p_{EI}) \cdot (1 - p_{EQ}).$$
- Vjerojatnost pogreške u detekciji simbola QPSK-signala dobiva se kao,

$$p_{Es} = 1 - (1 - p_{EI}) \cdot (1 - p_{EQ}),$$

$$p_{Es} = p_{EI} + p_{EQ} - p_{EI} \cdot p_{EQ}.$$
- Zbog malih vrijednosti vjerojatnosti pogreške zadnji se član gornjeg izraza može zanemariti.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- Kako su vjerojatnosti pogreške dvaju BPSK-signala međusobno jednake, tj. $p_{EI} = p_{EQ}$, izlazi,

$$p_{Es} = 2 p_{EI} = 2 p_{EQ} ,$$

ili,

$$p_{Es(QPSK)} = 2 p_{Es(BPSK)} .$$

- Vjerojatnost pogreške simbola *koherentnog QPSK* iznosi onda,

$$p_{Es} = \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) .$$

- Kad nastane pogreška u prepoznavanju QPSK-simbola, velika je vjerojatnost da je detektiran simbol s jednim od susjednih stanja faze u dijagramu stanja.

Utjecaj šuma na PSK-signale

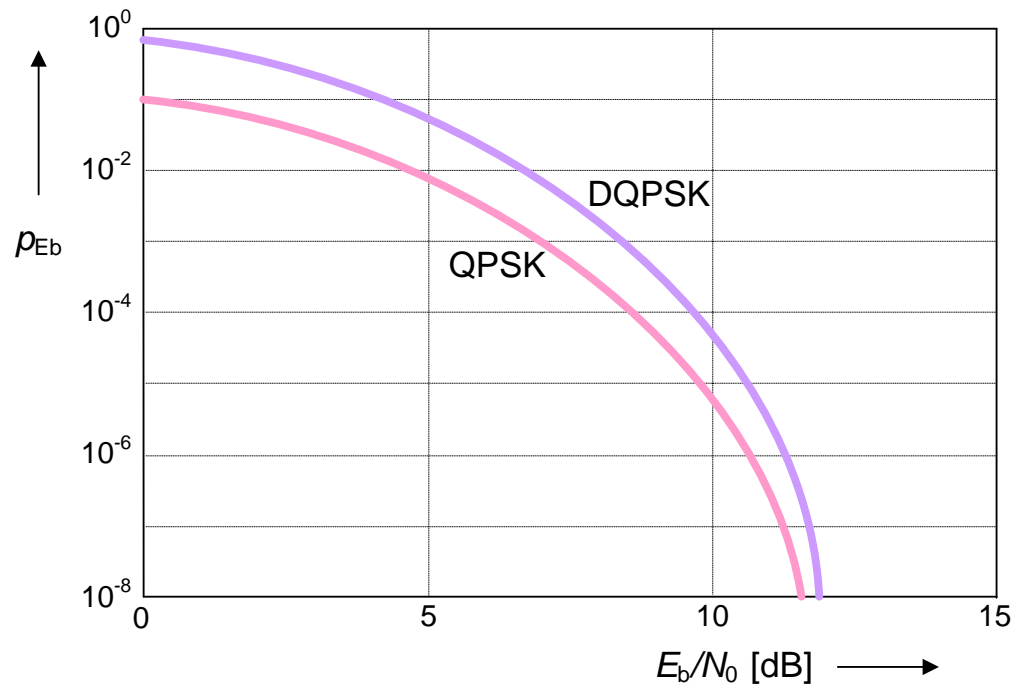
- Ako se u pridruživanju parova binarnih znakova stanjima faze koristio Grayev kod onda pogrešna detekcija simbola QPSK-signalizacije izaziva pogrešku samo jednog od simbola pridruženih binarnih znakova.
- Vjerojatnost pogreške bita je tad,

$$p_{Eb} = \frac{1}{2} p_{Es} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right).$$

- To pokazuje jednakost vjerojatnosti pogreške bita u koherentnih BPSK i QPSK-sustava.
- Ovi rezultati mogu se primijeniti i na koherentne sustave vrste OQPSK i $\pi/4$ -QPSK.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- Za sustave koji se koriste diferencijalnom demodulacijom (DQPSK-sustavi) potreban je viši omjer E_b/N_0 kako bi se postigla jednaka vjerojatnost pogreške kao u binarne modulacije.
- Za $\pi/4$ -DQPSK može se naći podatak da je potrebno povećanje tog omjera za oko 3 dB.



Utjecaj šuma na PSK-signale

- Na slični se način dobiva približna vjerojatnost pogrešne detekcije simbola u koherentnom M -PSK-sustavu,

$$p_{\text{Es}} \approx \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0} \log_2 M} \cdot \sin \frac{\pi}{M} \right).$$

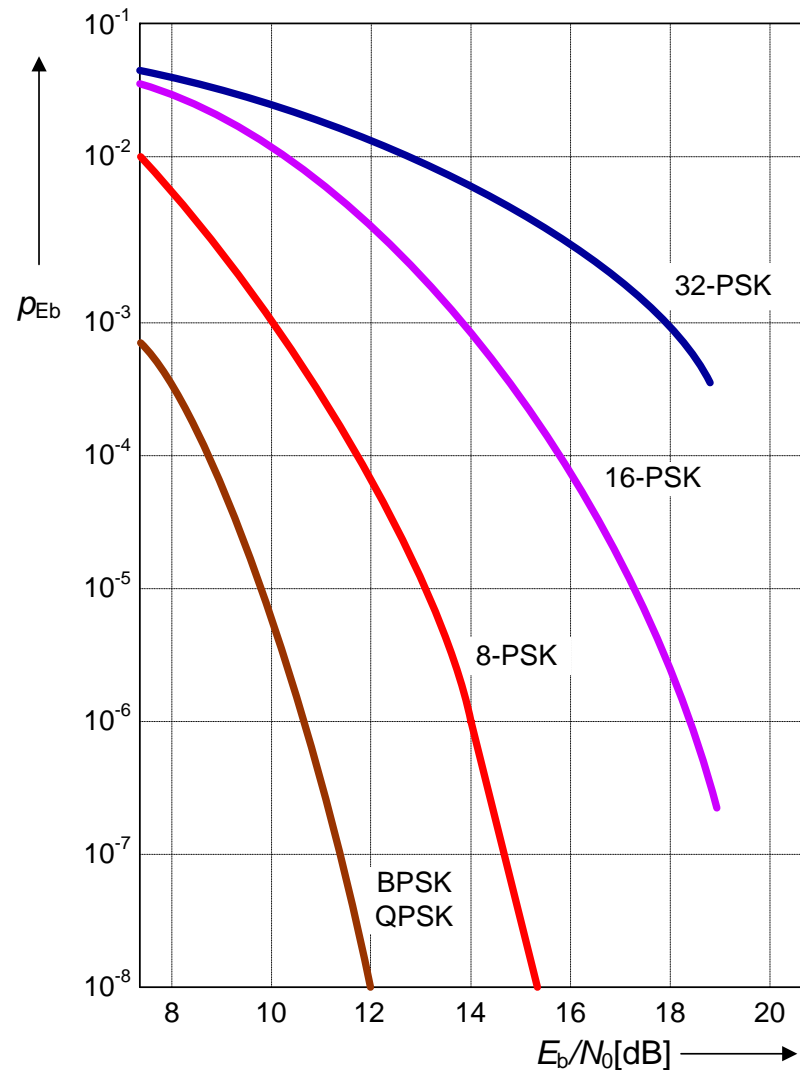
- Kad je upotrijebljen Grayev kod, pretpostavljajući da smetnje nisu jako visokih razina tako da se u slučaju pogreške prepoznaje jedno od susjednih stanja, vjerojatnost pogreške bita u koherentnom M -PSK-sustavu može se procijeniti iz izraza,

$$p_{\text{Eb}} \approx \frac{p_{\text{Es}}}{\log_2 M}.$$

Utjecaj šuma na PSK-signale

Vjerojatnost pogreške bita različitih PSK-signala

- Povećanjem broja diskretnih stanja faze smanjuje se geometrijska udaljenost tih stanja u dijagramu stanja što je uzrokom povećane osjetljivosti odgovarajućeg sustava na djelovanje smetnji i šuma.



Primjena raznih inačica PSK

- Modemi u području govornih frekvencija 0,3 – 3,4 kHz,

Modem	R_b , bit/s	R_s , Bd	Modulacijski postupak	Frekvencija nosioca, Hz
V.22	1200	600	DQPSK	1200/2400
V.27ter	2400	1200	DQPSK	1800
	4800	1600	8-PSK	1800
V.29	4800	2400	DQPSK	1700
V.32	4800	2400	DQPSK	1800

Primjena raznih inačica PSK

- Razne radijske tehnologije,
 - radijska lokalna mreža (WLAN) po normama IEEE 802.11a i HiperLAN:
 - koristi postupke BPSK, QPSK i druge u zajednici s tehnologijom OFDM,
 - frekvencijsko područje rada: 5150 – 5350 MHz,
5470 – 5725 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 54 Mbit/s,
 - radijska lokalna mreža po normi IEEE 802.11b:
 - koristi postupke DBPSK, DQPSK i druge u zajednici s tehnologijom DSSS,
 - frekvencijsko područje rada: 2400 – 2483,5 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 11 Mbit/s,
 - radijska lokalna mreža po normi IEEE 802.11g:
 - koristi postupke DBPSK, DQPSK i druge u zajednici s tehnologijom OFDM,
 - frekvencijsko područje rada: 2400 – 2483,5 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 54 Mbit/s,

Primjena raznih inačica PSK

- Razne radijske tehnologije (nastavak),
 - radijska mreža gradskih područja (WMAN, *Wireless Metropolitan Area Network*), tehnologija WiMAX (*Worldwide Interoperability for Microwave Access*), (IEEE 802.16):
 - koristi postupke BPSK, QPSK i druge u zajednici s tehnologijom OFDMA,
 - frekvencijsko područje rada: 3400 – 3600 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 70 Mbit/s,
 - tehnologija EDGE (*Enhanced Data Rates for GSM Evolution*):
 - ugrađuje se u GSM mrežu,
 - koristi postupak: 8-PSK,
 - najveća brzina prijenosa: 384 kbit/s,
 - tehnologija HSDPA (*High-Speed Downlink Packet Access*):
 - ugrađuje se u UMTS mrežu,
 - koristi postupak: QPSK/OQPSK,
 - najveća brzina prijenosa: 10,8 Mbit/s.

Primjena raznih inačica PSK

- Razne radijske tehnologije (nastavak),
 - tehnologija TETRA (*TErrestrial Trunked Radio*):
 - tehnologija za profesionalne (privatne) pokretne mreže,
 - koristi postupak: $\pi/4$ -DQPSK,
 - frekvencijsko područje rada: 380 – 400; 410 – 430 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 36 kbit/s,
 - tehnologije digitalne televizije DVB-T i DVB-H
(*Digital Video Broadcasting – Terrestrial, - Handheld*):
 - koristi postupak QPSK i druge u zajednici s tehnologijom OFDM,
 - frekvencijsko područje rada: uglavnom samo UHF, 470 – 862 MHz,
 - brzine prijenosa: 5 – 9 Mbit/s,
- Usmjerene radijske veze srednjih brzina,
 - modulacijski postupak QPSK za brzine do 34 Mbit/s,
 - modulacijski postupak 8-PSK za brzine 68 Mbit/s i 140 Mbit/s.



Modulacijski postupak s minimalnim razmakom frekvencija

MSK

Temeljna obilježja moduliranog signala

- Kad je indeks modulacije FSK-signala jednak $m_F = 0,5$ onda je razmak diskretnih frekvencija $2\Delta f$ jednak repeticiji digitalnoga modulacijskog signala,

$$f_1 - f_0 = 2\Delta f = \frac{1}{2T_b} = \frac{R_b}{2},$$

odnosno polovici brzine digitalnoga signala podataka.

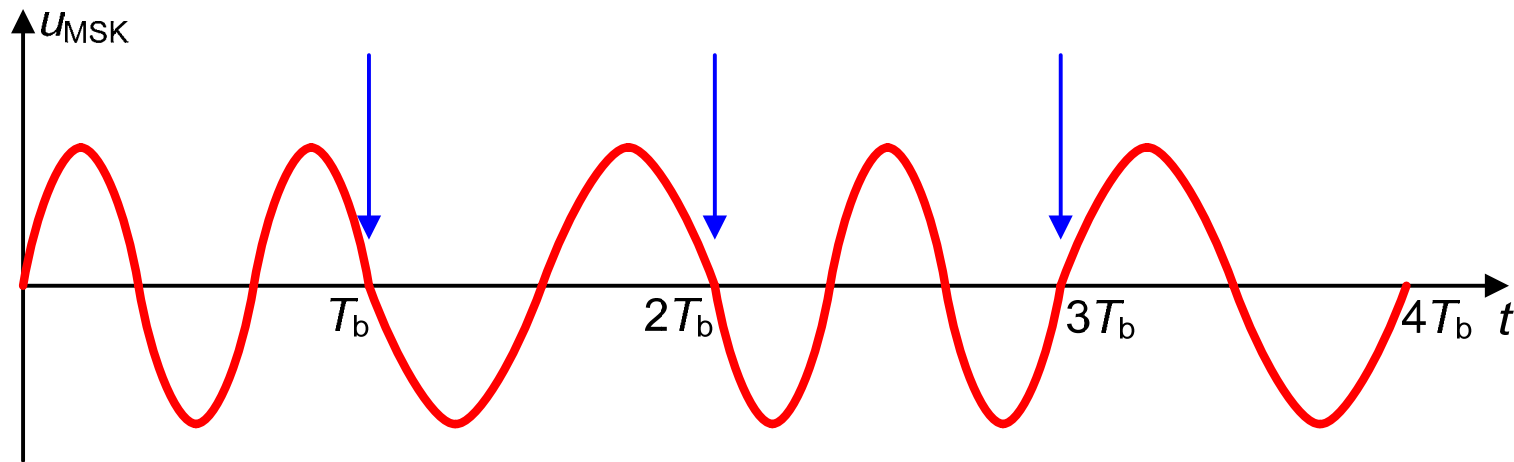
- Ovaj se modulacijski postupak, za razliku od ostalih FSK-postupaka, odlikuje dobrom spektralnom učinkovitošću (idealno 2 bit/s/Hz) kad se ostvari sinkronost simbola moduliranog signala s digitalnim modulacijskim signalom.
- On se koristi i pri većim brzinama digitalnih signala pa je zato dobio i naziv *brza diskretna modulacija frekvencije* (FFSK, *Fast FSK*).
- Radi ostvarivanja zahtijevanog sinkronizma odabiru se vrijednosti diskretnih frekvencija f_0 i f_1 kao višekratnici od $1/2 T_b$. Prijenosna frekvencija f_p mora dakle biti neparni višekratnik od $1/4 T_b$.

Temeljna obilježja moduliranog signala

- Diskretne frekvencije moduliranog signala su onda,

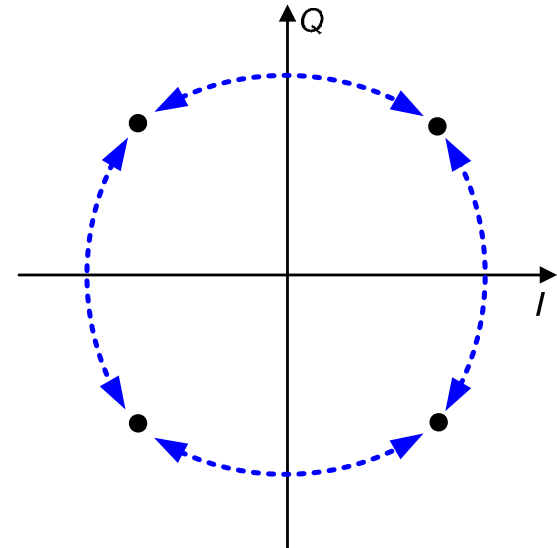
$$f_0 = f_p - \frac{1}{4T_b}, \quad f_1 = f_p + \frac{1}{4T_b}.$$

- Ovim uvjetom postiže se da promjene razine digitalnog signala odnosno diskretne promjene frekvencije moduliranog signala nastupaju samo u nultočkama moduliranog signala čime je osigurana kontinuiranost faze moduliranog signala.



Temeljna obilježja moduliranog signala

- U intervalu jednog simbola nalazi se cijeli broj poluvalova sinusnih titraja, a dva simbola moduliranog signala razlikuju se za jedan poluval sinusnih titraja.
- Simboli FFSK-signala nalaze se na minimalnoj frekvencijskoj udaljenosti na kojoj se još može postići ortogonalnost odgovarajućih sinusnih signala. Zato se taj modulacijski postupak naziva i *modulacijom s minimalnim razmakom frekvencija* (MSK, *Minimum Shift Keying*).
- Unutar intervala jednog bita trenutna se faza MSK-signala mijenja linearno kao i kod svakog FSK-signala. Tijekom tog intervala faza se promijeni se za iznos $\pm\pi m_F$ što u ovome konkretnom slučaju znači da se ona promijeni se za $-\pi/2$ ili $+\pi/2$ ovisno o binarnom znaku.



Povezanost postupaka MSK i OQPSK

- Simboli MSK-signalâ moâu se napisati u obliku,

$$u_{\text{MSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos \left[2\pi \left(f_p \pm \frac{1}{4T_b} \right) t \right].$$

- Rastavljanjem ovog izraza dobiva se izraz,

$$u_{\text{MSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos \left(\pm \frac{\pi t}{2T_b} \right) \cdot \cos 2\pi f_p t - U_{\text{pm}} \sin \left(\pm \frac{\pi t}{2T_b} \right) \cdot \sin 2\pi f_p t ,$$

koji pokazuje da se MSK-signal moâe dobiti kao zbroj dvaju amplitudno-moduliranih komponenti prijenosni signali kojih su u kvadraturnom odnosu.

- Usporedba s analitiâkim prikazom QPSK-signalâ,

$$u_{\text{QPSK}}(t) = I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \sin 2\pi f_p t ,$$

pokazuje da se MSK moâe dobiti kao i QPSK ako se pravokutni modulacijski signali $I(t)$ i $Q(t)$ nadomjeste modulacijskim signalima kosinusnoga odnosno sinusnog oblika.

Povezanost postupaka MSK i OQPSK

- Ako se još iskoristi svojstvo,

$$\sin\left(\pm \frac{\pi t}{2T_b}\right) = \cos\left[\pm \frac{\pi(t-T_b)}{2T_b}\right],$$

dobiva se,

$$u_{\text{MSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos\left(\pm \frac{\pi t}{2T_b}\right) \cdot \cos 2\pi f_p t - U_{\text{pm}} \cos\left[\pm \frac{\pi(t-T_b)}{2T_b}\right] \cdot \sin 2\pi f_p t.$$

- To znači da MSK-signal u potpunosti odgovara jednome OQPSK-signalu koji je nastao modulacijom sinusno oblikovanim impulsima $I(t)$ i $Q(t)$.
- MSK je samo specijalni slučaj OQPSK-postupka.**

Dobivanje MSK-signalala

- Ako se primijeni postupak dobivanja MSK koji odgovara onome za OQPSK onda su modulaijski signali,

$$I(t) = u_{m1} \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{2T_b}\right),$$

$$Q(t) = u_{m2} \cdot \cos\left(\frac{\pi(t-T_b)}{2T_b}\right).$$

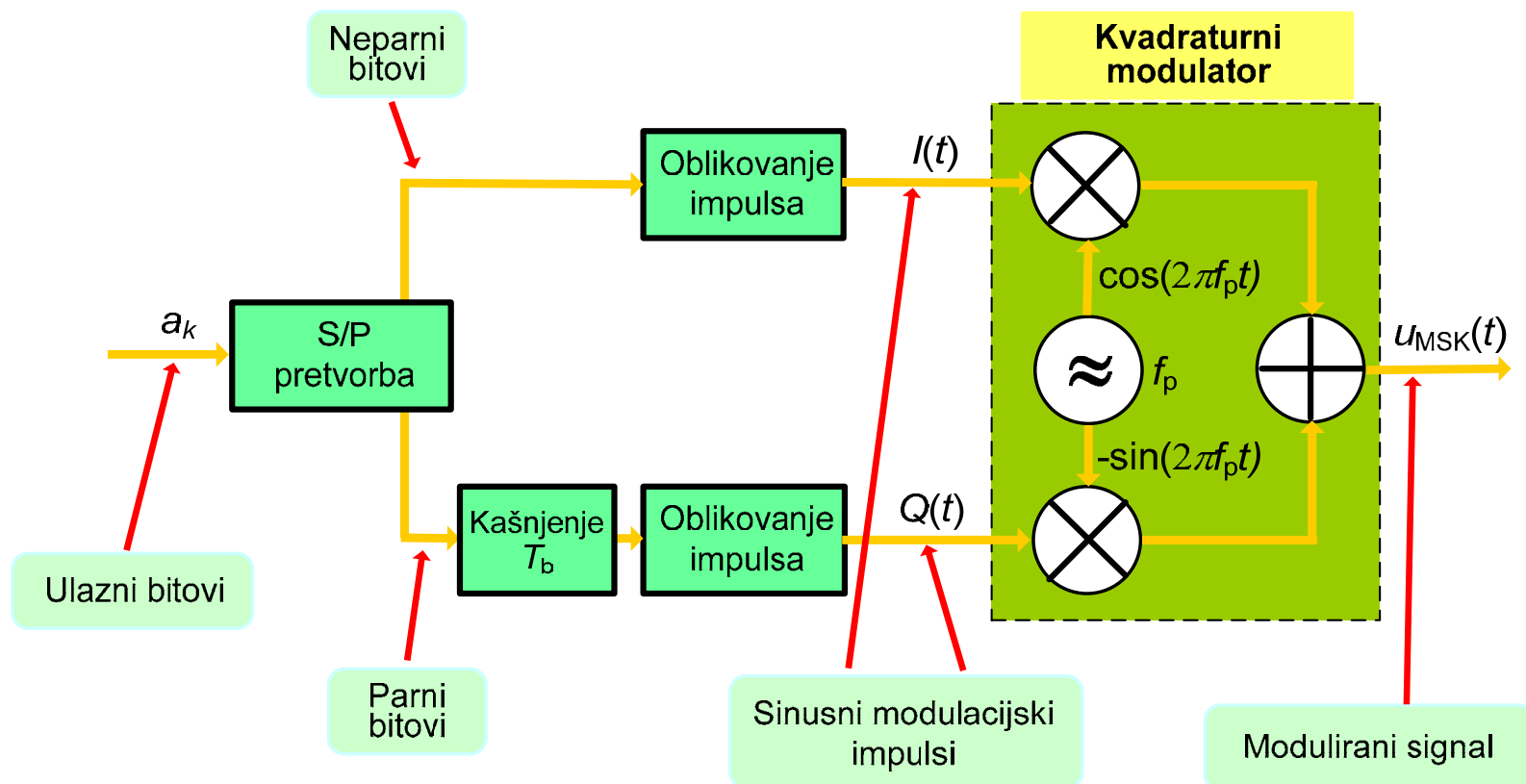
Sa u_{m1} i u_{m2} označeni su linijski kodovi bipolarne vrste, a koji odgovaraju neparnima odnosno parnim znakovima digitalnog slijeda podataka.

- Modulirani je signal onda,

$$u_{\text{MSK}}(t) = U_{\text{pm}} \left\{ u_{m1} \cos\left(\frac{\pi t}{2T_b}\right) \cdot \cos 2\pi f_p t - u_{m2} \cos\left[\frac{\pi(t-T_b)}{2T_b}\right] \cdot \sin 2\pi f_p t \right\}.$$

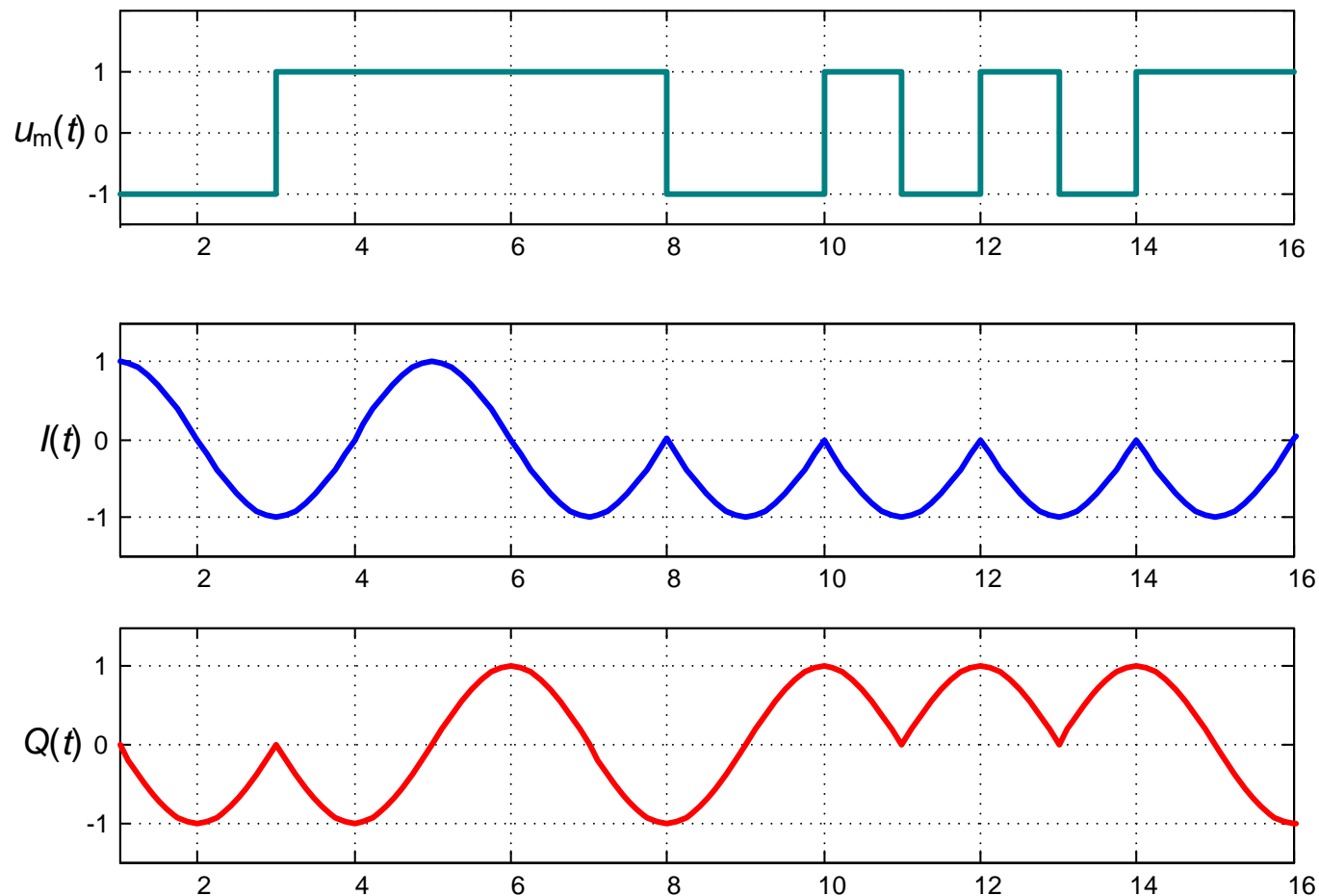
Dobivanje MSK-signalala

Postupak dobivanja MSK-signalala osniva se na kvadraturnom modulatoru kao i postupak dobivanja OQPSK

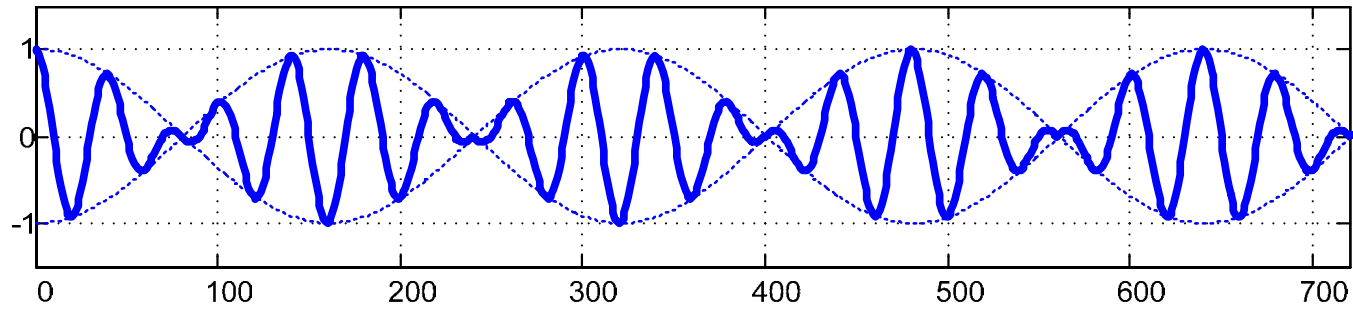


Dobivanje MSK-signalala

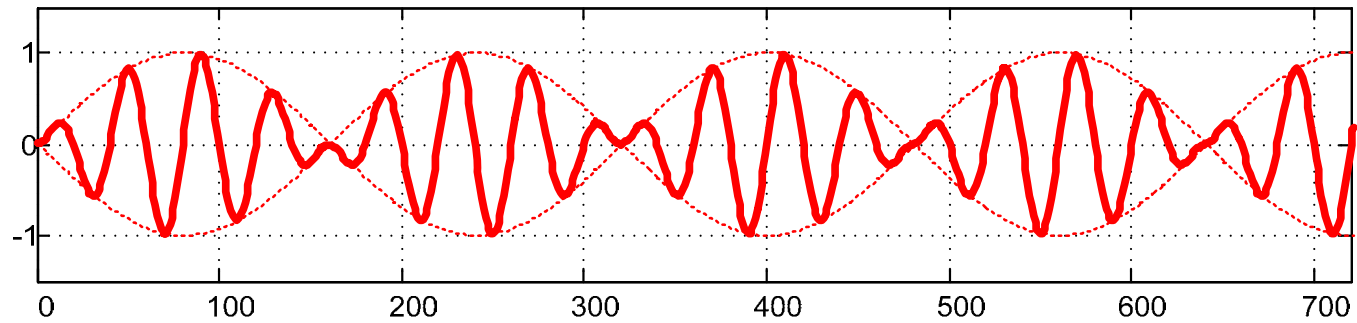
Modulacijski signali kofazne i kvadraturene komponente



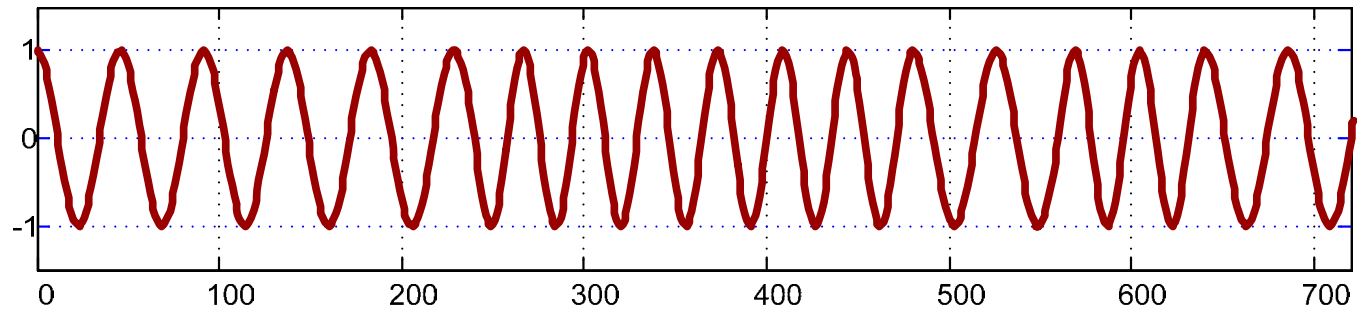
$$I(t) \cdot \cos 2\pi f_p t$$



$$Q(t) \cdot \sin 2\pi f_p t$$



MSK-signal



Uvod u spektralna obilježja MSK-signalala

- Niz binarnih znakova u_m pretvara se dva paralelna slijeda znakova u_{m1} i u_{m2} koji zauzimaju vremenske intervale dvostrukog trajanja ($2T_b$) u odnosu na znakove niza u_m .
- Znakovi niza u_{m2} dodatno su pomaknuti na vremenskoj osi za iznos T_b .
- U izvođenju izraza za u_{MSK} pretpostavljeno je da $u_{m1}(t)$ i $u_{m2}(t)$ odgovaraju bipolarnim NRZ-signalima s razinama +1 ili -1.
- Iako je FSK nelinearni modulacijski postupak, njegova inačica s $m_F = 0,5$, t.j. MSK, je *linearni postupak* zbog uočene sličnosti s OQPSK.
- Svojstvo linearnosti poslužit će za određivanje spektralnih obilježja MSK signala kao zrcalnih slika spektra sinusnih impulsa $I(t)$ i $Q(t)$ koji su trajanja $T_S = 2T_b$.

Spektar MSK-signal

- Ovojnica spektra snage modulacijskih signala $I(t)$ i $Q(t)$ jedinične amplitude je oblika,

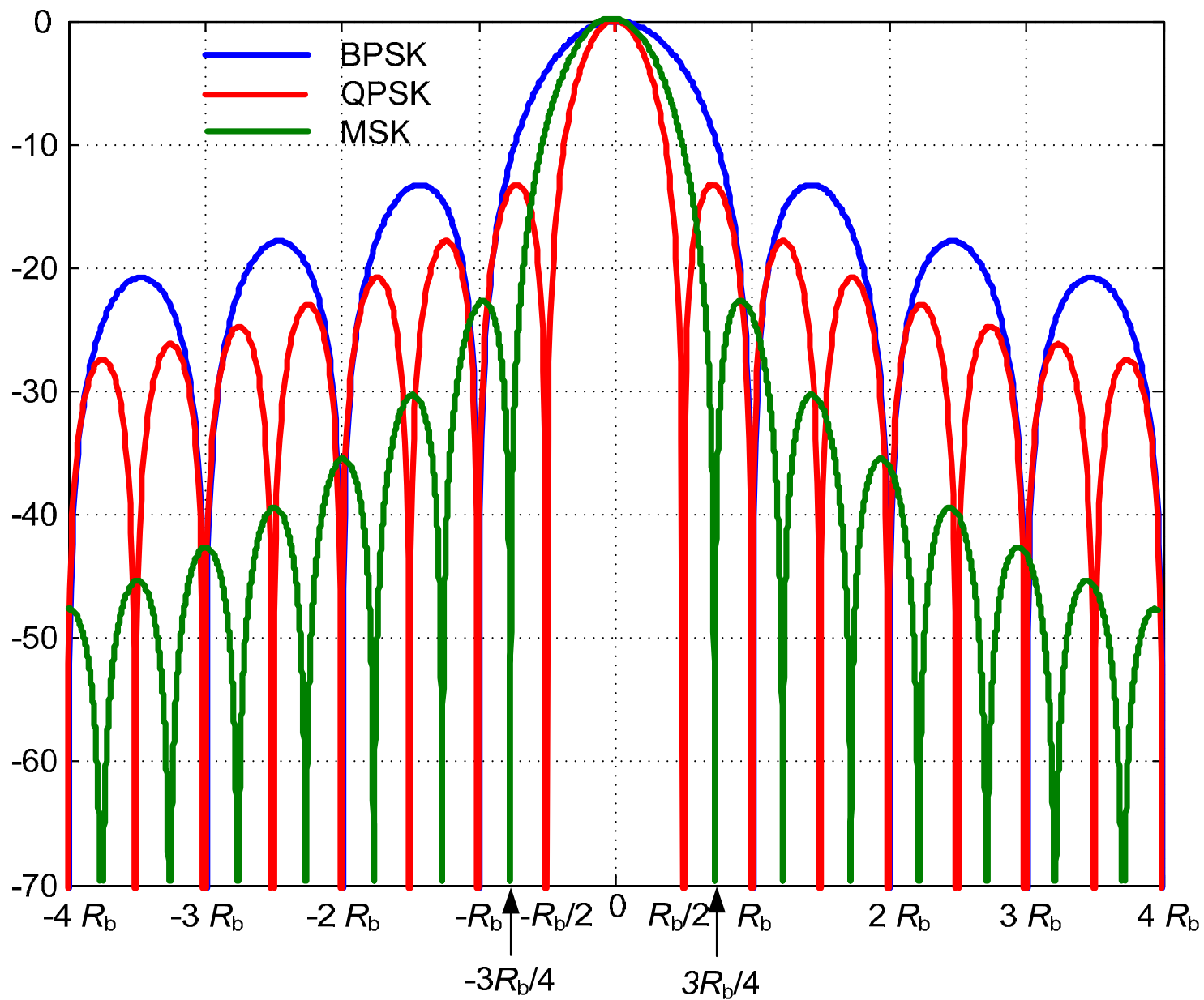
$$S_{IQ}(f) = \frac{4T_s}{\pi^2} \frac{1 + \cos 2\pi f T_s}{(1 - 4f^2 T_s^2)^2},$$

i pomoću nje dobiva se ovojnica spektra snage MSK-signal,

$$S_{MSK}(f) = k_M T_s \frac{1 + \cos 2\pi(f - f_p)T_s}{[1 - 4(f - f_p)^2 T_s^2]^2},$$

k_M – osjetljivost modulatora.

- Dijagram spektra MSK-signal pokazuje da je glavnina snage koncentrirana u pojasu frekvencija širine $1,5 \cdot R_b = 1,5/T_b$.



Još neke osobine MSK-signalala

- Razina spektra snage MSK-signalala brže opada nego kod QPSK-signalala.
- Primjena idealnoga Nyquistova filtra daje idealnu spektralnu učinkovitost od 2 bit/s/Hz. Praktične se vrijednosti kreću oko 1,9 bit/s/Hz.
- Konstantnost amplitude i dobra spektralna obilježja osobitosti su MSK-signalala.
- Oblikovanjem impulsa modulacijskih signalala za kvadraturene modulatore i njihovim pretvaranjem u sinusni oblik postigla se veća koncentracija snage u pojas oko prijenosne frekvencije.

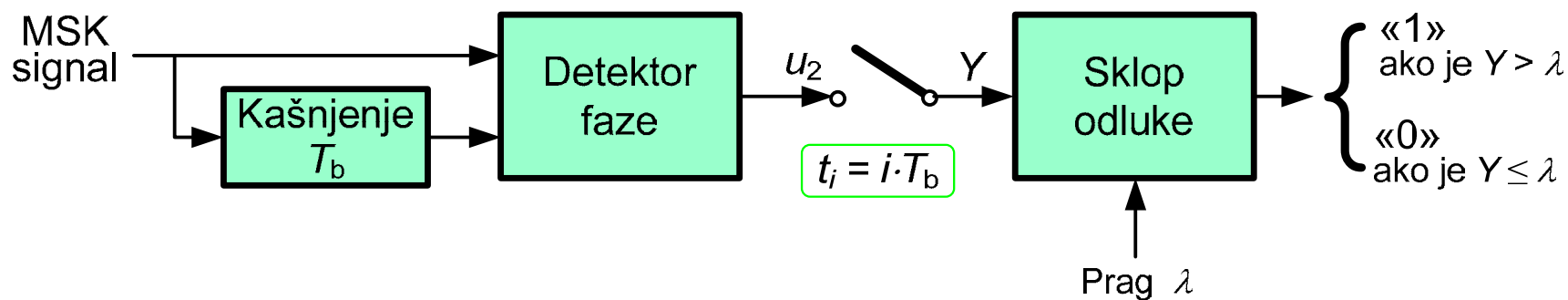
Demodulacija MSK-signalala

- **Koherentni postupak demodulacije** MSK-signalala odgovara postupku demodulacije QPSK-signalala na temelju pokazane povezanosti tih dvaju postupaka.
- MSK se, međutim, može demodulirati i **nekoherentnim**, preciznije **diferencijalnim postupkom**. On se osniva na detektiranju promjene faze MSK-signalala, koja nastaje unutar intervala jednoga binarnog znaka.
- Potrebno je, dakle odrediti razliku faza moduliranog signalala na kraju intervala binarnog znaka imajući u vidu činjenicu da se u intervalu znaka «0» trenutna faza MSK signalala promijeni za $-\pi/2$, a u intervalu znaka «1» za $+\pi/2$.
- Većina analognih detektora faze je sinusne karakteristike odnosno izlazni je signal detektora jednak,

$$u_2(t) = U_M \sin[\Phi(t) - \Phi(t - T_b)],$$

Demodulacija MSK-signalala

Diferencijalna demodulacija MSK-signalala



- Razina uzorka izlaznog signala detektora faze jednaka je,

$$Y = \begin{cases} +U_M, & \text{kad je } \Phi(t) - \Phi(t - T_b) = +\pi/2 \Leftarrow \text{znak "1"}, \\ -U_M, & \text{kad je } \Phi(t) - \Phi(t - T_b) = -\pi/2 \Leftarrow \text{znak "0"}. \end{cases}$$

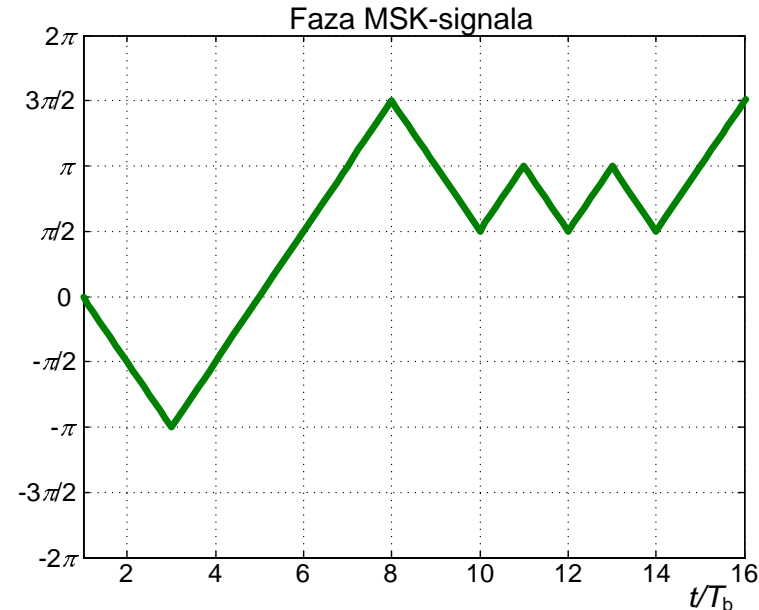
- Sklop odluke mora samo prepoznati predznak razine uzorka Y .

Gaussova MSK — GMSK

- Radi dodatnog smanjenja širine pojasa frekvencija oblikuju se modulaijski signali u osnovnom pojasu frekvencija obično uz pomoć Gaussova filtra.
- Tako nastaje postupak koji se naziva *Gaussovom MSK* (GMSK, *Gaussian MSK*).
- Promjene faze MSK-signalu linearne su unutar cijelog intervala bita, tj. one

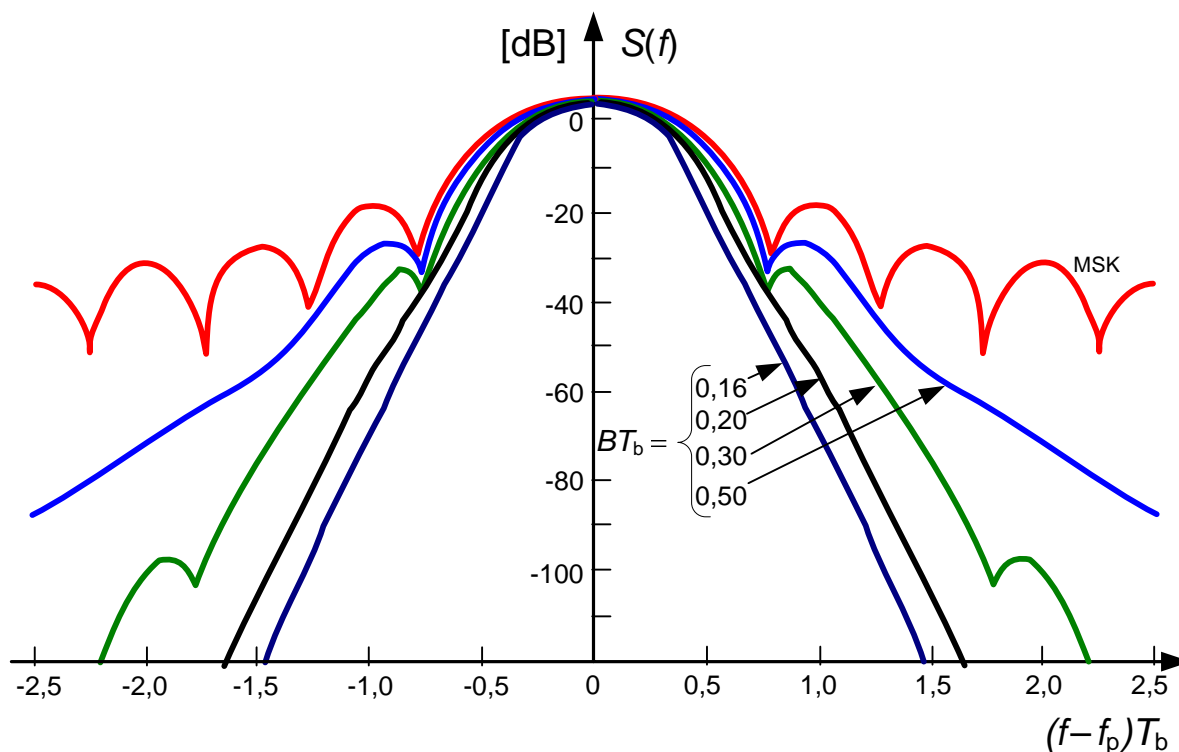
su oblika $\left(\pm \frac{\pi t}{2T_b} \right)$ i to je razlogom diskontinuiteta derivacije funkcije faze u trenucima kad se mijenja binarni znak, jer tad se trenutno mijenja frekvencija.

- Filtriranjem nestaju ti diskontinuiteti faze i promjene frekvencije odvijaju se kontinuirano pa je zato manja širina zauzetog pojasa frekvencija.



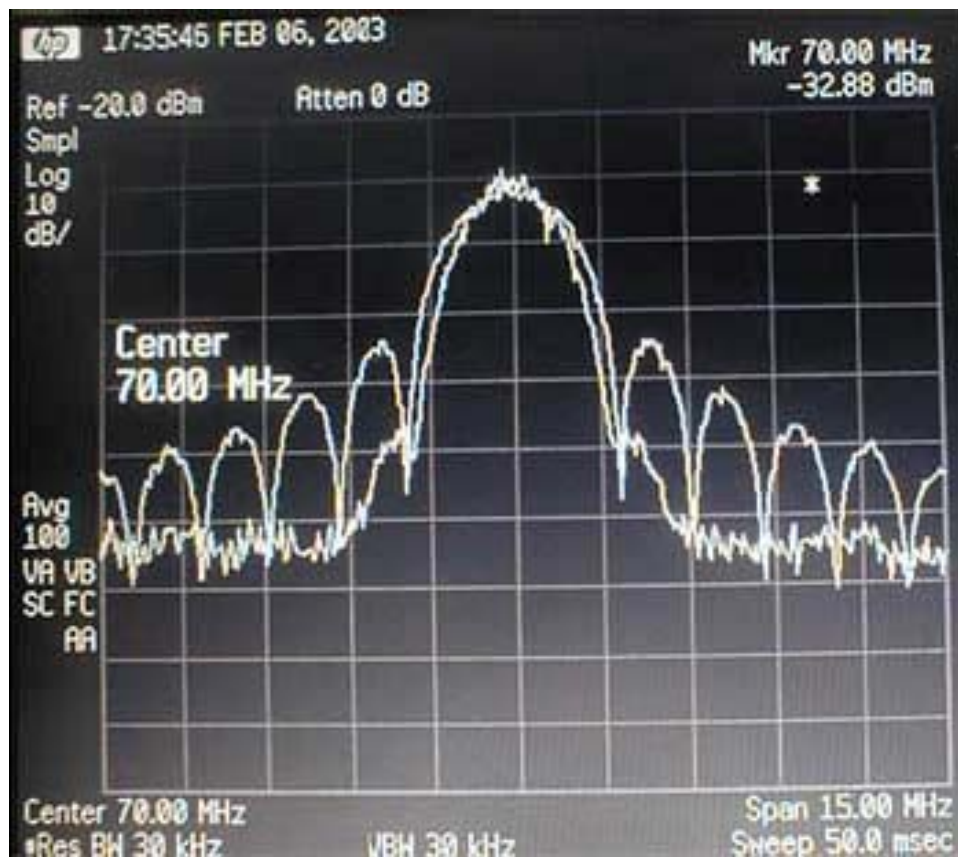
Gaussova MSK — GMSK

Ovojnica spektra snage GMSK-signalu ovisi o normiranoj širini pojasa Gaussovog filtra



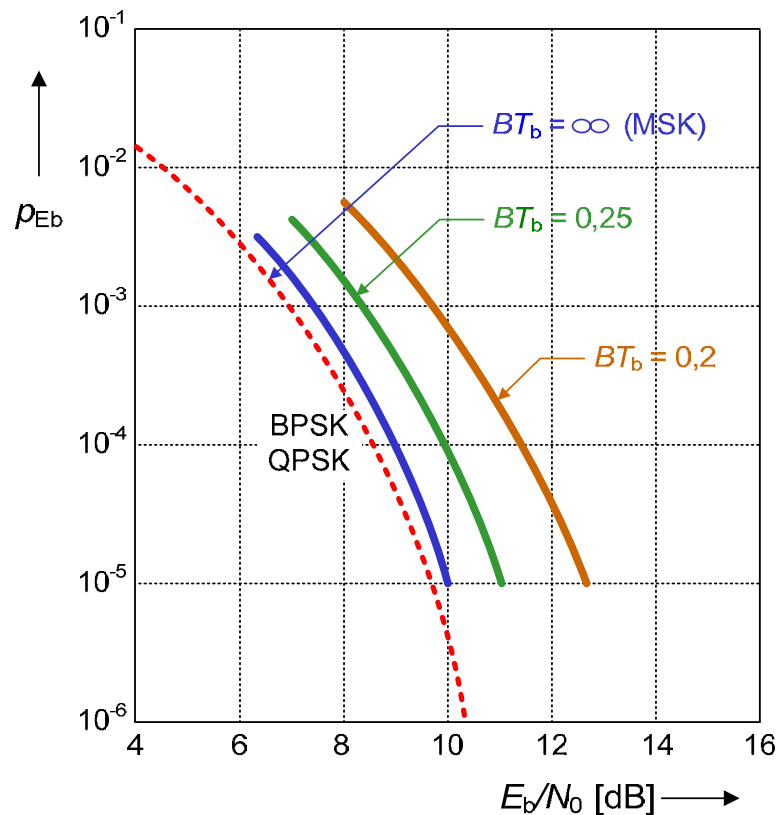
Gaussova MSK — GMSK

Izmjereni spektar MSK i GMSK na 70 MHz uz $BT_b = 0,3$




Utjecaj šuma na MSK-signale

- Za GMSK ne postoji jednostavni proračun vjerojatnosti pogreške bita. Razlog tome je dijelom u činjenici da Gaussov filter unosi smetnje među simbolima (ISI) što jako usložnjava proračun.
- Krivulje na slici rezultat su simulacijskih postupaka.
- Gaussov filter manje normirane širine pojasa znatno smanjuje širinu spektra GMSK-signala, a tek neznatno kvari otpornost sustava na smetnje.
- Ovaj nedostatak filtriranja može se kompenzirati povećanjem energije po bitu E_b za oko 1 dB.



Primjena modulacijskog postupka GMSK

- Tehnologije za pokretne mreže druge generacije, 
 - GSM (*Global System for Mobile Communications*):
 - koristi postupak GMSK s normiranom širinom Gaussova filtra $B \cdot T_s = 0,3$;
 - najveća brzina prijenosa: 14,4 kbit/s,
 - radijska tehnologija GPRS (*General Packet Radio Service*):
 - koristi postupak GMSK s normiranom širinom Gaussova filtra $B \cdot T_s = 0,3$;
 - najveća brzina prijenosa: 171 kbit/s.

Kvadratura diskretna modulacija amplitude QAM

Kako nastaje QAM-signal?

- *Kvadratura diskretna modulacija amplitude* (QAM, *Quadrature Amplitude Modulation*) nastaje kad dva diskretna signala $I(t)$ i $Q(t)$ moduliraju amplitude dviju kvadrturnih komponenti sinusnoga prijenosnog signala.
- QAM- signal je analitički predložen poznatim izrazom,

$$u_{\text{QAM}}(t) = I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \sin 2\pi f_p t .$$

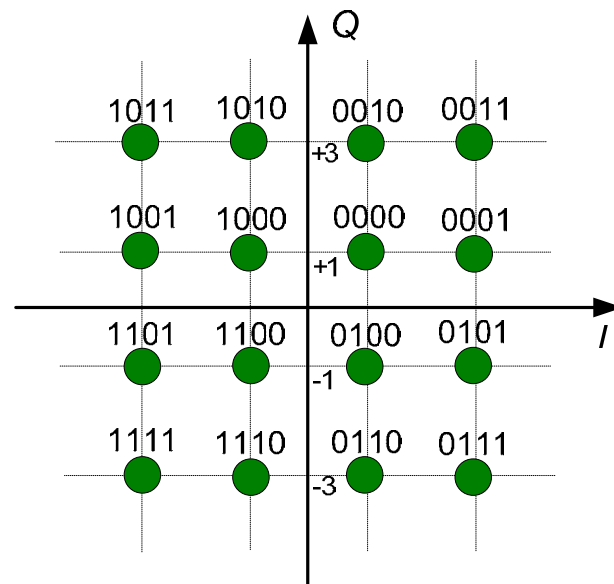
- On pokazuje da QAM-signal nastaje zbrajanjem dva L -ASK-signala pa se može zaključiti da je *QAM linearni modulacijski postupak*.
- Kad su modulacijski signali $I(t)$ i $Q(t)$ međusobno neovisni i predloženi diskretnim signalima s L razina (L -arni digitalni signal) onda nastaje QAM-signal s L^2 različitih simbola. Veličina L neka je potencija od 2 pa je stoga i broj simbola QAM-signala jednak nekoj parnoj potenciji od 2.
- QAM pripada skupini tzv. hibridnih modulacijskih postupaka kod kojih se modulacijom mijenjaju dva parametra sinusnoga prijenosnog signala, amplituda i faza → vidi dijagram stanja pojedinih inačica QAM.

Još o QAM-signalu

- Simboli QAM-signalu također se mogu dobiti množenjem kompleksnog broja, koji odgovara pojedinom položaju vrha verzora QAM-signalu u dijagramu stanja, s funkcijom prijenosnog signala oblika $e^{j2\pi f_p t}$.
- Na temelju zaključka o mogućnosti sinteze QAM-signalu kao zbora dvaju ASK-signalu s više razina izlazi da je i ovojnica spektra snage QAM-signalu kvalitativno jednaka kao i kod ostalih linearnih postupaka modulacije u više razina.
- Modulacijom binarnim signalima $I(t)$ i $Q(t)$ nastaje 4-QAM signal. On je istovjetan QPSK-signalu.

Modulacijski postupak 16-QAM

- 16-QAM-signal nastaje kad dva kvaternarna modulacijska signala, normiranih razina: -3, -1, +1 i +3, moduliraju kvadraturene komponente sinusnog nosioca.
- Nastali se modulirani signal sastoji od šesnaest simbola. Ti su simboli raznih amplituda i raznih faza.
- Svakom od 16 stanja pridružuju se četiri bita.
- Radi smanjivanja vjerojatnosti pogreške bita u tom se pridruživanju koristi Grayev kod. Uočite da su susjednim položajima u ravnini I – Q pridružene «četvorke» binarnih znakova koji se razlikuju u samo jednom znaku.
- Dijagram stanja na slici pokazuje da se diskretna stanja 16-QAM-signala nalaze unutar jednog kvadrata. Zato su simboli QAM različitih amplituda i različitih faza.

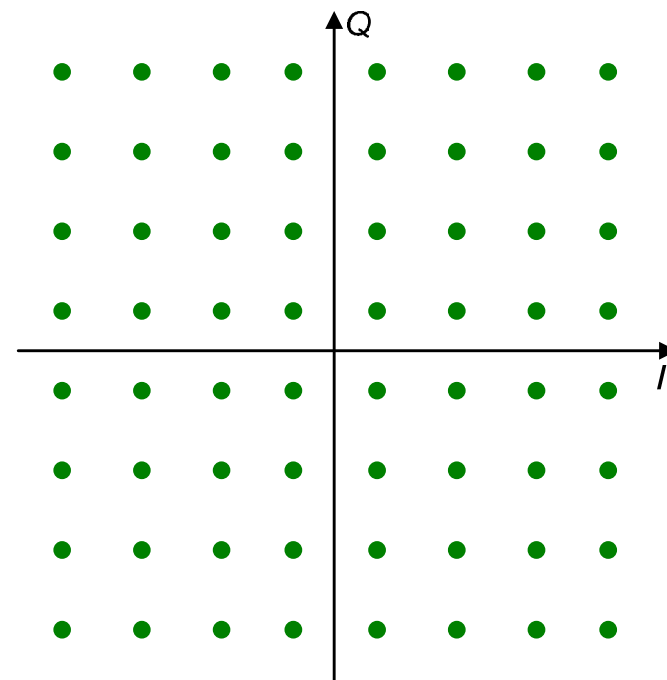


Modulacijski postupak 16-QAM

- Spektralna učinkovitost 16-QAM idealno bi bila 4 bit/s/Hz, dok se praktično ostvaruju iznosi oko 3,7 bit/s/Hz.
- 16-QAM pripada skupini spektralno visoko učinkovitih postupaka, ali odgovarajući je modulirani signal nestalne amplitude.

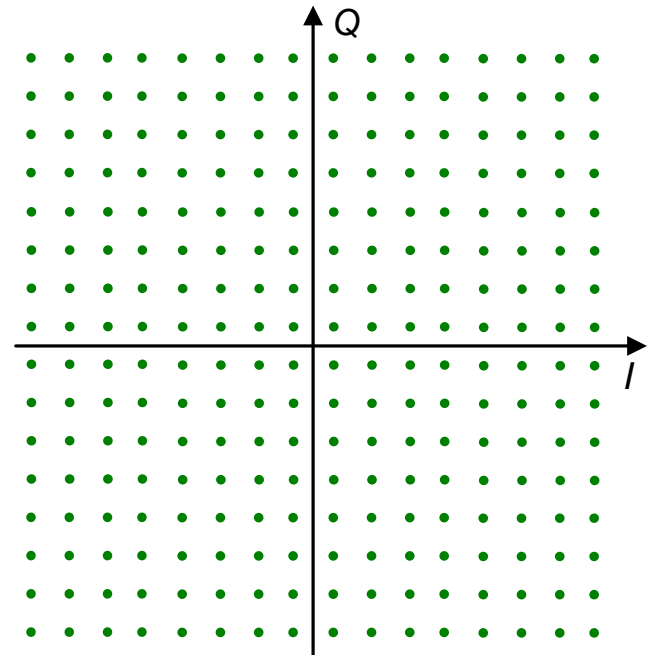
Modulacijski postupak 64-QAM

- Još se veća spektralna učinkovitost postiže pridruživanjem po šest bitova svakom simbolu QAM-signalu što bi idealno dalo 6 bit/s/Hz.
- Za ostvarenje toga potreban je modulacijski postupak s 64 različita simbola. 64-QAM jedan je od takvih postupaka.
- Iz dijagrama stanja izlazi da je za dodatno pridruživanje po dva bita svakom simbolu QAM-signalu potrebno snagu moduliranog signala povećati za 6 dB.



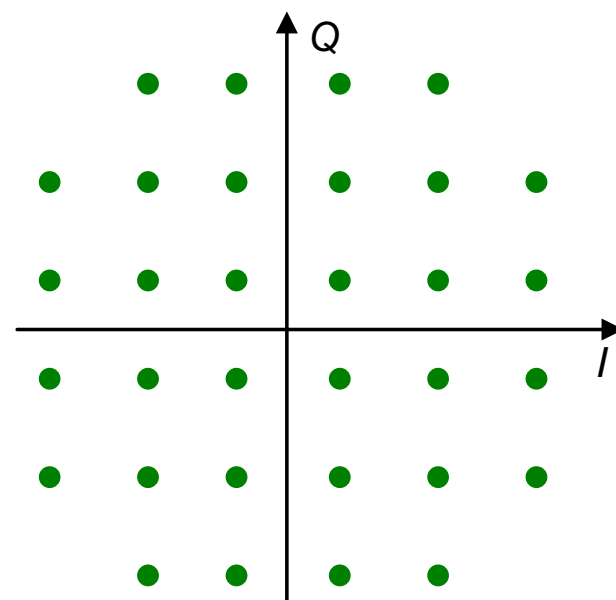
Modulacijski postupak 256-QAM

- Pri daljnjem povećanju broja simbola moduliranog signala (postupak 256-QAM npr.) raste spektralna učinkovitost, ali i osjetljivost na smetnje.
- Povećani zahtjevi na odnos signala i šuma ograničuju najveći upotrebljivi broj stanja QAM-signal.
- U upotrebi su već i postupci 1024-QAM



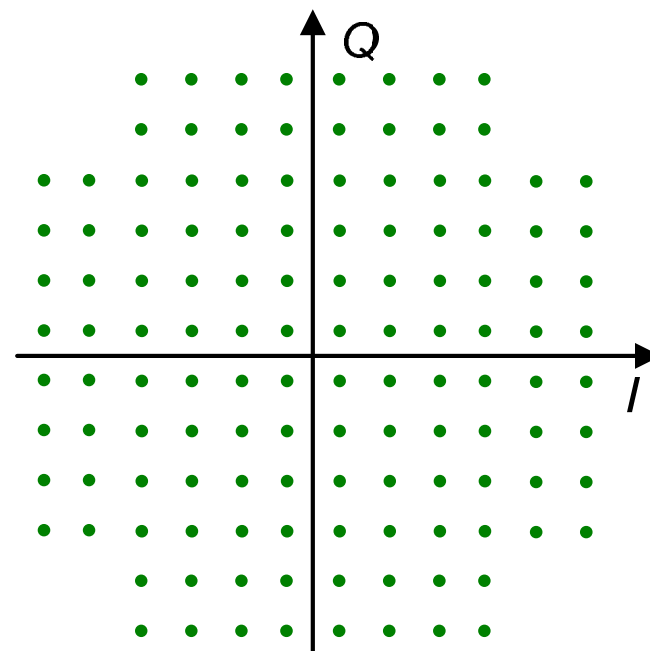
Modulacijski postupak 32-QAM

- Kvadratni oblik dijagrama stanja dobiva se samo kad je broj diskretnih stanja moduliranog signala parna potencija od dva. Svakom stanju pridružuje se tad parni broj bita, a razine modulacijskih signala $I(t)$ i $Q(t)$ su međusobno neovisne.
- U 32-QAM-signalu svakom se simbolu pridružuje po pet binarnih znakova.
- Idealna je spektralna učinkovitost 32-QAM jednaka 5 bit/s/Hz.
- Dijagram stanja na slici pokazuje postojanje međuovisnosti razina modulacijskih signala $I(t)$ i $Q(t)$.



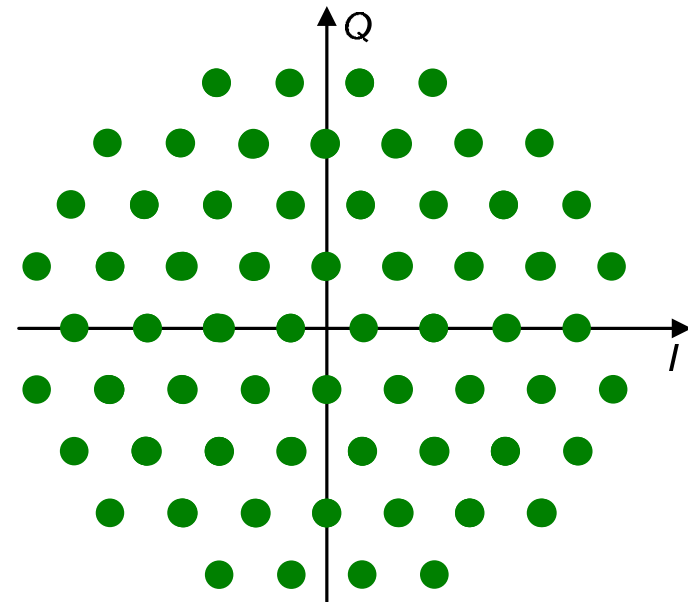
Modulacijski postupak 128-QAM

- U 128-QAM-signalu svakom se simbolu pridružuje po sedam binarnih znakova.
- Idealna je spektralna učinkovitost 128-QAM jednaka 7 bit/s/Hz.
- I ovaj dijagram stanja na slici pokazuje postojanje međuovisnosti razina modulacijskih signala $I(t)$ i $Q(t)$.



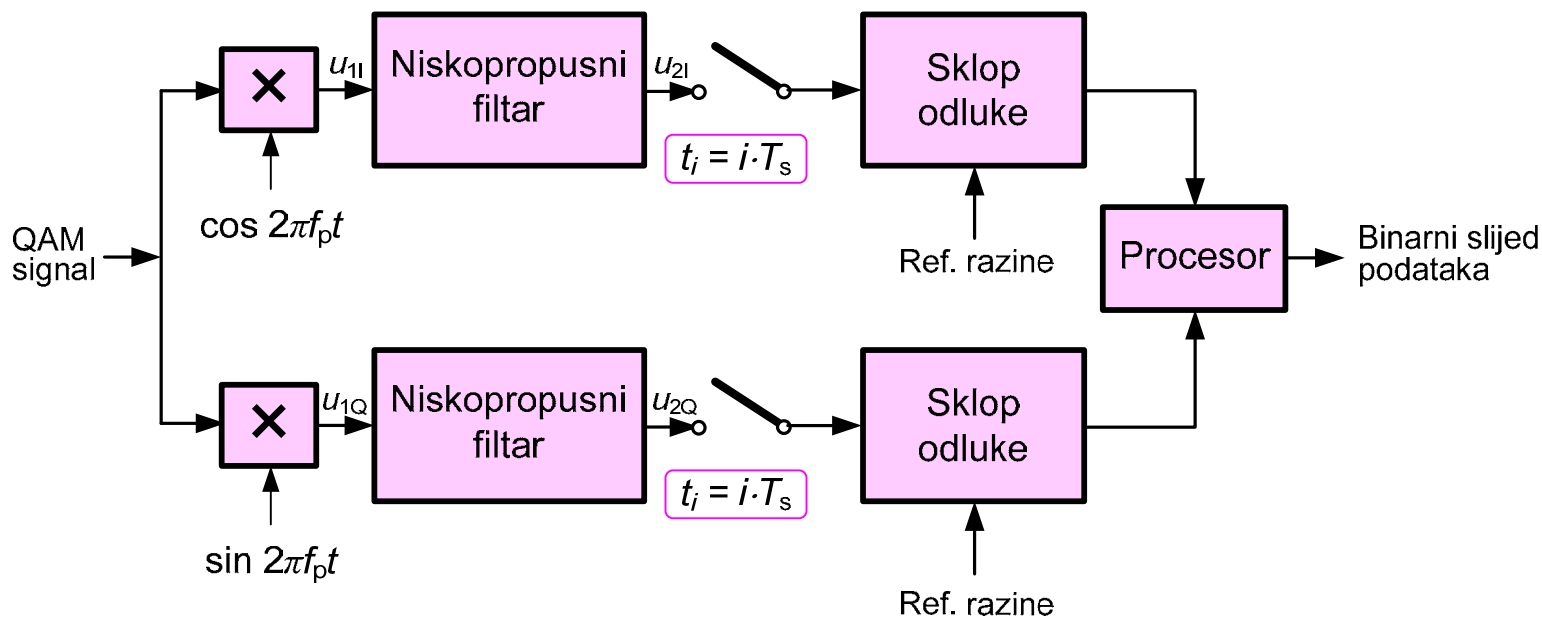
Posebne strukture dijagrama stanja

- Radi poboljšanja osobina moduliranog signala u pogledu šuma valja ostvariti što veći međusobni razmak točaka dijagrama stanja.
- Heksagonalnom strukturom dijagrama stanja može se ostvariti veći međusobni razmak pojedinih točaka dijagrama unutar neke površine nego kod kvadratne strukture.
- Time je smanjena potrebna snaga moduliranog signala za ostvarivanje jednake otpornosti na šum. Mjera te otpornosti je minimalna geometrijska udaljenost susjednih točaka dijagrama.
- Na slici je primjer postupka sa 64 stanja.



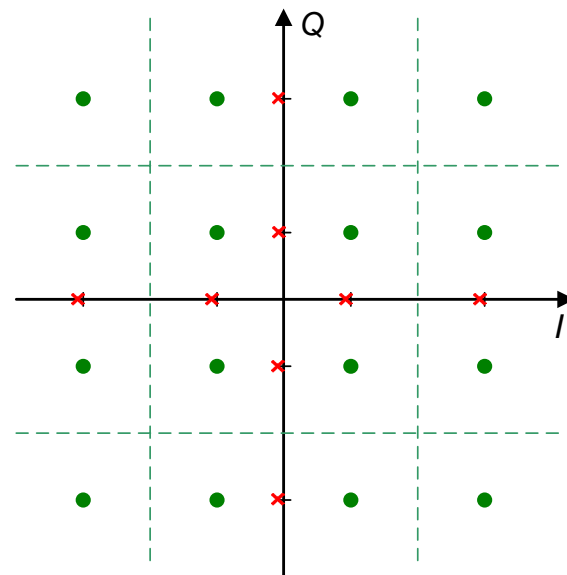
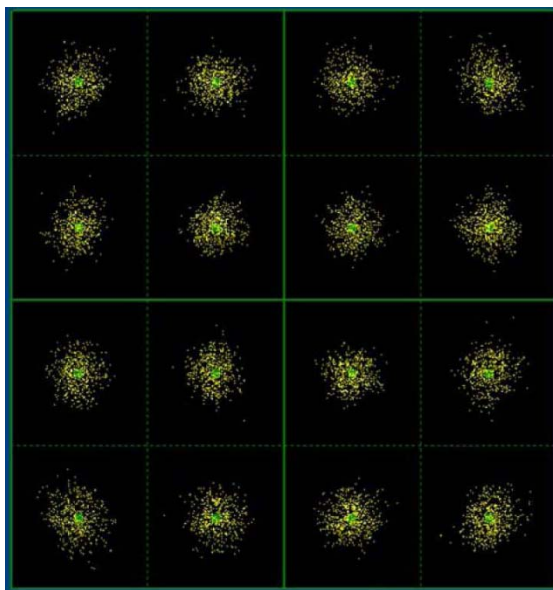
Demodulacija QAM-signalala

- QAM se demodulira isključivo *sinkronim postupkom*. On se osniva na zasebnoj demodulaciji kofazne komponente i kvadraturene komponente kao kod QPSK.
- u_{2I} i u_{2Q} su signali u osnovnom pojasu frekvencija sa po \sqrt{M} razina na temelju kojih procesor obnavlja polazni slijed binarnih podataka.



Utjecaj šuma na QAM-sigale

- Kod hibridnih modulacijskih postupaka *otpornost na šum* uvelike ovisi o geometrijskom obliku područja odluke.
- Ono je određeno područjem u ravnini I – Q u kojem se može nalaziti vrh verzora primljenoga moduliranog signala, a da pri tome ne nastane pogreška u detekciji simbola.
- U standardnim QAM-sustavima područja odluke su obično kvadratičnog oblika kao na slici.



Utjecaj šuma na QAM-sigale

- Kvantitativna analiza vjerojatnosti pogreške simbola i bita osniva se na postupku koji je primijenjen kod QPSK.
- M -QAM- signal nastaje kao zbroj dvaju ortogonalnih L -ASK-sigala ($L = \sqrt{M}$) s potisnutim prijenosnim signalom (bipolarna vrsta modulacijskog signala).
- U primjeru 16-QAM modulirani se signal sastoji od dva ortogonalna ASK-sigala sa po četiri razine amplitude, dvije pozitivne i dvije negativne. Diskretna stanja simbola tih 4-ASK-sigala označena su znakom \times na prethodnoj slici. Ona se nalaze na koordinatnim osima.
- Neka je sa p_{EA} označena vjerojatnost pogreške simbola L -ASK-sigala.
- Simbol QAM-sigala će se ispravno detektirati samo ako se ispravno detektiraju simboli obaju kvadrature ASK-sigala.
- Vjerojatnost pogreške simbola M -QAM-sigala ($M = L^2$) je onda,

$$p_{Es} = 1 - (1 - p_{EA})^2 \approx 2 p_{EA} .$$

Utjecaj šuma na QAM-sigale

- Iz literature je poznata vjerojatnost pogreške simbola L -ASK-sigala p_{EA} pa to u konačnici daje odgovarajuću veličinu za QAM-sustav,

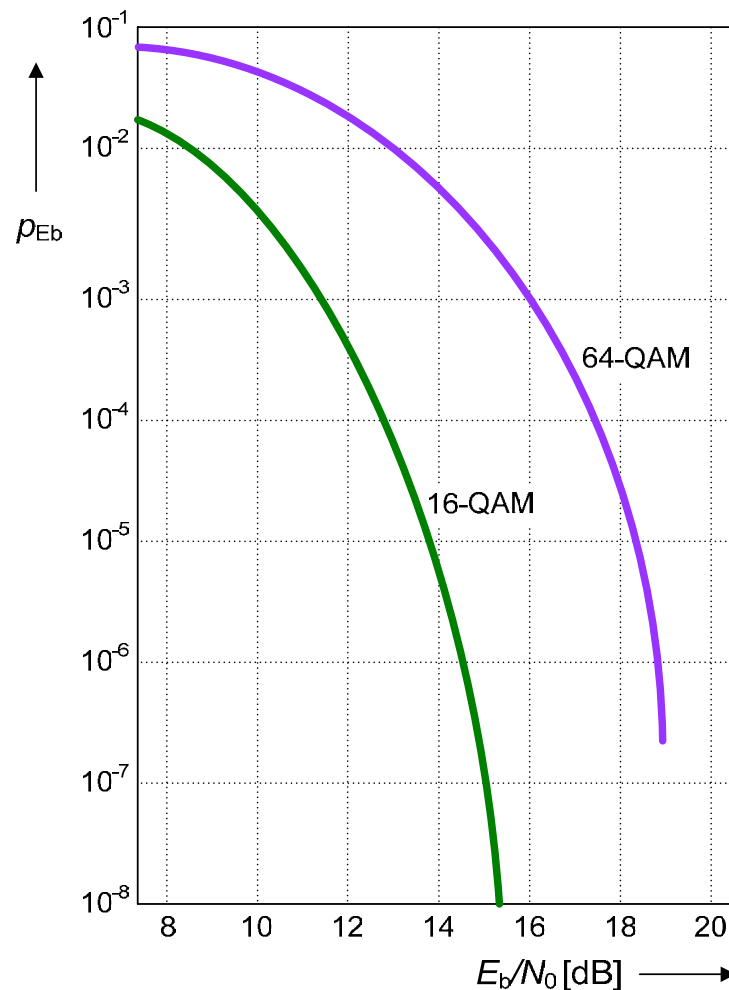
$$p_{Es} = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3 E_b}{(M-1) N_0}}, \quad \text{za } M \geq 4.$$

- Kad se koristi Grayev kod pridruživanja binarnih znakova simbolima moduliranog sigala najveća je vjerojatnost da će pogrešna detekcija simbola QAM-sigala izazvati pogrešnu demodulaciju samo jednog bita.
- U sustavima koji rade s velikim brojem simbola (M je velik) nije zanemariva vjerojatnost pogrešne detekcije simbola koji nije susjedan ispravnom simbolu. Zato se empirijski korigira vjerojatnost pogreške bita,

$$p_{Eb} = \frac{2 p_{Es}}{\log_2 M}, \quad \text{za } M \geq 4.$$

Utjecaj šuma na QAM-signale

QAM-signali s više simbola
osjetljiviji su na šum



Primjena raznih inačica QAM

- Modemi u području govornih frekvencija 0,3 – 3,4 kHz,

Modem	R_b , bit/s	R_s , Bd	Modulacijski postupak	Frekvencija nosioca, Hz
V.22bis	2400	600	16-QAM	1200/2400
V.29	7200	2400	8-QAM	1700
	9600	2400	16-QAM	1700
V.32bis	14400	2400	128-QAM*	
V.34	28800	3200	512-QAM	
V.34bis	33600	3200	1024-QAM†	

* Dodatni sedmi bit koristi se za ispravljanje pogrešaka ($14400/2400 = 6$ bita, $128 = 2^7$).

† Za podatke se koristi samo 768 od ukupno 1024 stanja. Ostalo služi za zaštitu od pogrešaka.

Primjena raznih inačica QAM

- Razne radijske tehnologije,
 - radijske lokalne mreže po normama IEEE 802.11a, IEEE 802.11g i HiperLAN:
 - koristi postupke 16-QAM, 64-QAM i druge u zajednici s tehnologijom OFDM,
 - radijska mreža gradskih područja, tehnologija WiMAX (IEEE 802.16):
 - koristi postupke 16-QAM, 64-QAM , 256-QAM i druge u zajednici s tehnologijom OFDMA,
 - tehnologije digitalne televizije DVB-T i DVB-H:
 - koristi postupak 16-QAM, 64-QAM i druge u zajednici s tehnologijom OFDM,
 - brzine prijenosa: 10 – 30 Mbit/s.



Primjena raznih inačica QAM

- Digitalna televizija u kabelskim mrežama, DVB-C, (*Digital Video Broadcasting – Cable*):
 - pet je modulacijskih tehnika u uporabi: 16-QAM, 32-QAM, 64-QAM, 128-QAM i 256-QAM,
 - ostvarive brzine prijenosa u Mbit/s u ovisnosti o širini pojasa, koja stoji na raspolaganju, nalaze se u tablici.

Modulation	Bandwidth (MHz)				
	2	4	6	8	10
16QAM	6,41	12,82	19,23	25,64	32,05
32QAM	8,01	16,03	24,04	32,05	40,07
64QAM	9,62	19,23	28,85	38,47	48,08
128QAM	11,22	22,44	33,66	44,88	56,10
256QAM	12,82	25,64	38,47	51,29	64,11

Primjena raznih inačica QAM

- Usmjerene radijske veze velikih brzina,
 - modulacijski postupak 16-QAM, 64-QAM i 256-QAM za brzine do 140 Mbit/s,
 - modulacijski postupak 1024-QAM za brzine veće od 140 Mbit/s.



Učinkovitost snage i spektralna učinkovitost modulacijskih postupaka

Kriteriji odabira modulacijskog postupka

- Pri odabiru modulacijskog postupka koriste se dva kriterija,
 - kriterij koji se osniva na spektralnoj učinkovitosti,
 - kriterij koji se osniva na učinkovitosti snage.
- Najveća ostvariva spektralna učinkovitost ograničena je Nyquistovim teoremom minimalne širine pojasa i Shannonovim teoremom o kapacitetu kanala.
- Prema *Nyquistovom* teoremu niskopropusnim kanalom širine B (kanal u osnovnom pojasu frekvencija) može se prenijeti najviše $2B B_d$ simbola (uključeni su M -arni signali u osnovnom pojasu frekvencija).
- To znači da se primjenom linearnoga modulacijskog postupka u pojasnopropusnom kanalu širine B može prenijeti najviše $B B_d$ simbola (pretpostavka: kanal je bez šuma).

Primjer analognoga telefonskog kanala

- Primjer:

Analogni telefonski kanal zauzima pojas od 300 do 3400 Hz. Širina pojasa je, dakle, $B = 3,1$ kHz.

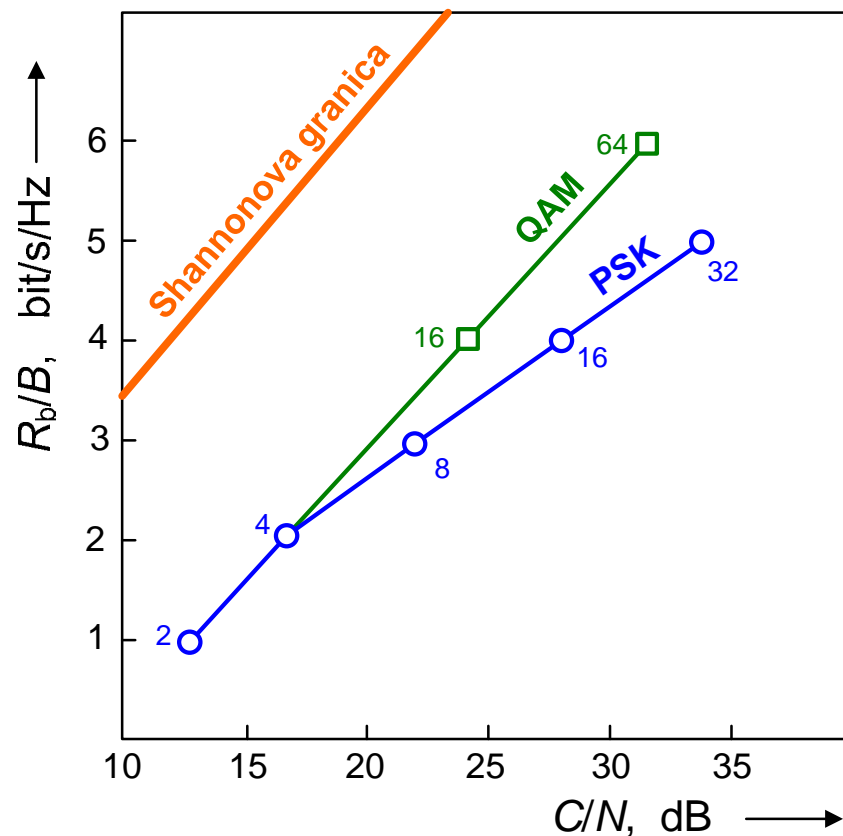
To znači da bi se tim kanalom moglo u idealnim uvjetima prenijeti najviše 3,1 kBd simbola.

Zbog primjene realnih filtara veće širine pojasa propuštanja od minimalne Nyquistove širine realna se brzina prijenosa simbola snižava na najviše 2,4 kBd.

Modemi za brzine prijenosa od 14400 bit/s moraju koristiti modulacijski postupak s barem $14400/2400 = 6$ bita po simbolu (64-QAM npr.) kako bi se uklopili u ograničenje $R_s \leq 2400$ Bd.

Spektralna učinkovitost

Idealna spektralna učinkovitost i potrebni omjer C/N u pojasu frekvencija dvostruke Nyquistove širine za vjerojatnost pogreške simbola $p_{Es} = 10^{-8}$



- Teorijski najviša ostvariva spektralna korisnost (naznačena na slici) iznosi onda,

$$\frac{\mathcal{C}}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{C}{N} \right),$$
- Shannon nije odredio kako izvesti postupke modulacije i kodiranja kojima bi se postigla brzina \mathcal{C} .
- Slika pokazuje da smo, u praktično realiziranim sustavima, još daleko od ove teorijski najveće brzine odnosno da je ostvareni $R_b < \mathcal{C}$.

Granična vrijednost omjera E_b/N_0

- Najveća ostvariva brzina prijenosa može se povezati s omjerom E_b/N_0 ,

$$R_b < B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{E_b \cdot R_b}{N_0 \cdot B} \right),$$

a to daje minimalno potrebni E_b/N_0 u iznosu,

$$\frac{E_b}{N_0} > \frac{B}{R_b} \left(2^{\frac{R_b}{B}} - 1 \right).$$

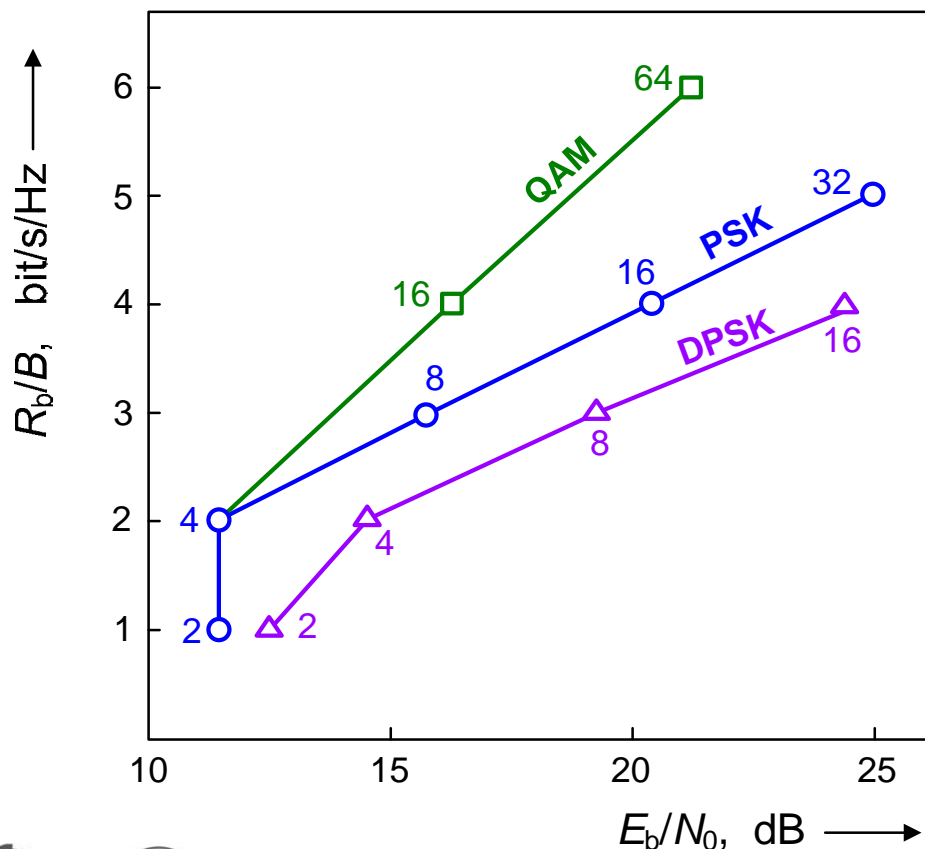
- Shannonova granična (minimalna) vrijednost omjera E_b/N_0 dobiva se kad širina pojasa kanala teži beskonačnosti (odnosno $R_b/B \rightarrow 0$),

$$\lim_{R_b/B \rightarrow 0} \frac{E_b}{N_0} = \ln 2 = 0,693;$$

$$\lim_{R_b/B \rightarrow 0} \frac{E_b}{N_0} \overset{\wedge}{=} -1,59 \text{ dB}.$$

Obilježja *M*-PSK i QAM-postupaka

Idealna spektralna učinkovitost i potrebni omjer E_b/N_0 u pojasu frekvencija dvostruke Nyquistove širine za vjerojatnost pogreške bita $p_{Eb} = 10^{-8}$



- U sustavima koji koriste *M*-PSK povećanje broja simbola *M* povećava spektralnu učinkovitost.
- QPSK je dvostruke spektralne učinkovitosti u odnosu na BPSK, ali QPSK zahtijeva 3 dB veću snagu odnosno za 3 dB viši omjer *C/N*. Rezultat toga je jednaki omjer E_b/N_0 za oba modulatorska postupka.

Obilježja M-PSK i QAM-postupaka

- QAM dopušta rad s manjim omjerom E_b/N_0 nego PSK kad je veći broj simbola M .
- QAM obilježava veća učinkovitost snage.
- Kod M -FSK-postupaka povećanjem M smanjuje se spektralna učinkovitost, ali se smanjuje i zahtjev na E_b/N_0 .
- Granični slučaj nastupa kad $M \rightarrow \infty$ (to znači da i $B \rightarrow \infty$) i tad se E_b/N_0 približava Shannonovoj granici od -1,59 dB.

Usporedba osobina temeljnih modulacija

Tipične veličine za pojedine modulacijske postupke

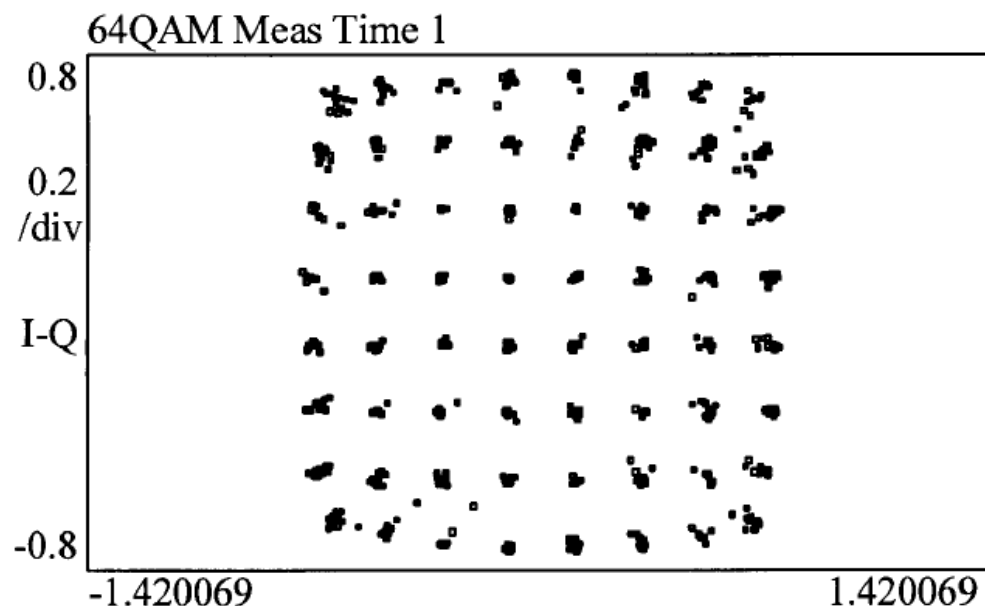
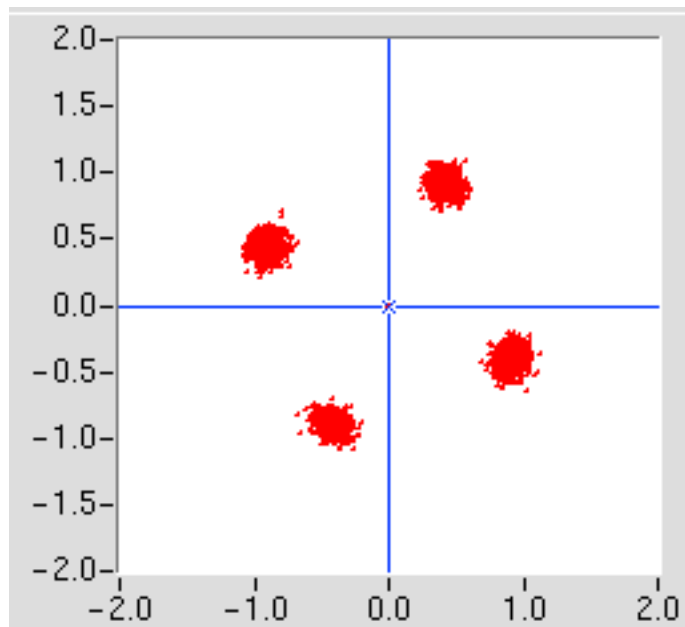
Mod. postupak	Broj simbola	Br. stanja amplitude	Br. stanja faze	Biti po simbolu	R_b/B , bit/s/Hz (idealna)	E_b/N_0 , dB (teorijski)	E_s/N_0 , dB (prakt.)
BFSK	2	1	–	1	1		13,5
BPSK	2	1	2	1	1	10,6	10,6
QPSK	4	1	4	2	2	10,6	13,6
8-PSK	8	1	8	3	3	13,8	18,6
16-PSK	16	1	16	4	4		25,5
16-QAM	16	3	12	4	4	14,5	20,5
32-QAM	32	5	28	5	5	17,3	24,0
64-QAM	64	10	52	6	6	18,8	27,0
256-QAM	256	34	84	8	8		33,0

Kvaliteta modulacije

Veličina verzora pogreške — EVM

- Najšire prihvaćena mjera za kvalitetu modulacije je “*veličina verzora pogreške*“, EVM (*Error Vector Magnitude*). Ona kvantificira obilježja digitalnog odašiljača ili prijamnika pogledu pogrešaka amplitude i pogrešaka faze.
- Idealni odašiljač daje modulirani signal s točkama dijagrama stanja na idealnim lokacijama.
- Položaji točaka stvarnog dijagrama stanja odstupaju od idealnih lokacija zbog različitih nedostataka u izvedbi (aditivni šum, nelinearna izobličenja, linearna izobličenja, fazni šum, sporedne emisije, ostale pogreške modulacije).

Veličina verzora pogreške — EVM



- U primjerima na slici vidi se dijagram stanja QPSK-signal s izraženima faznim izobličenjima i 64-QAM-signal kod kojeg je zbog prepobude izlaznog pojačala došlo do kompresije signala.

Veličina verzora pogreške — EVM

- EVM se često koristi kao mjera kvalitete sustava umjesto tipične mjere, a to je učestalost pogreške BER.
- BER obilježava nekoliko ograničavajućih faktora kao što su: potreba za posebnom opremom, dugački intervali u kojima se mora provesti mjerenje i ograničena dijagnostička vrijednost rezultata.
- EVM omogućuje uvid u kvalitetu signala i u dijelu koji nije obuhvaćen BER-om ili dijagramom oka.
- EVM pokazuje koliko su stvarni položaji točaka udaljeni od njihovih idealnih položaja tj. on je jednak modulu verzora koji odgovara razlici verzora mjerenog signala i verzora idealnoga moduliranog signala.
- Uobičajeno je određivati odstupanje amplitude i faze simbola mjerenog signala u odnosu na referentnu vrijednost koja odgovara idealnom položaju vrha verzora moduliranog signala.

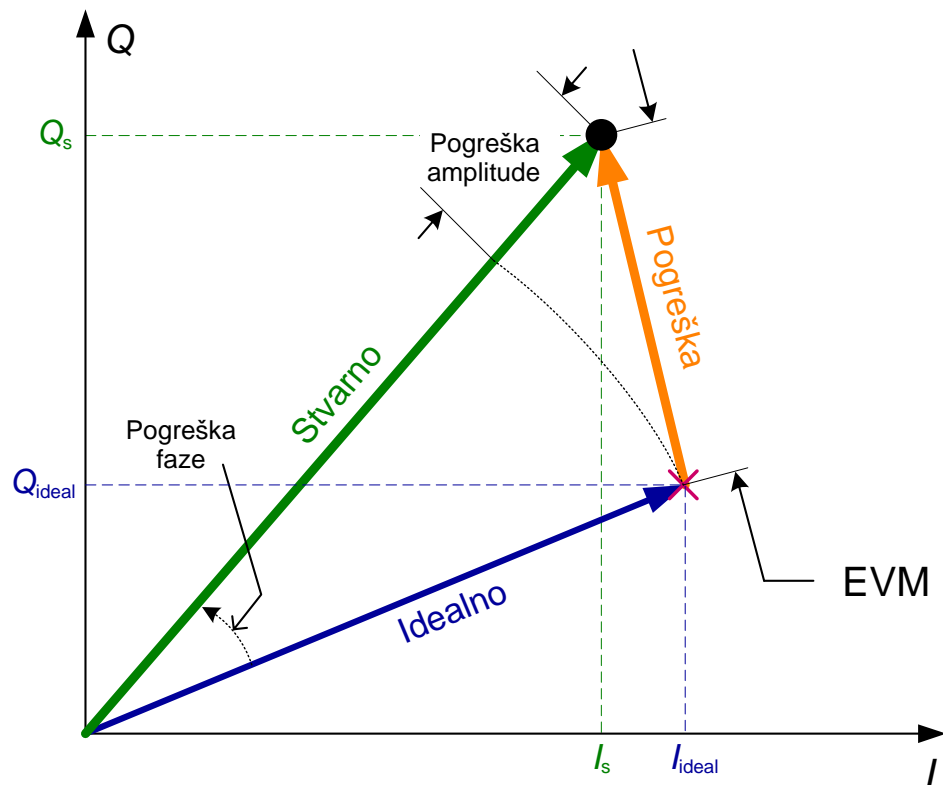
Veličina verzora pogreške — EVM

$$\text{Pogreška amplitude} = \sqrt{I_s^2 + Q_s^2} - \sqrt{I_{\text{ideal}}^2 + Q_{\text{ideal}}^2},$$

$$\text{Pogreška faze} = \tan^{-1} \frac{Q_s}{I_s} - \tan^{-1} \frac{Q_{\text{ideal}}}{I_{\text{ideal}}}.$$

Modul verzora pogreške jednog simbola je onda,

$$\begin{aligned} EVM &= \sqrt{(I_s - I_{\text{ideal}})^2 + (Q_s - Q_{\text{ideal}})^2}, \\ &= \sqrt{(\Delta I)^2 + (\Delta Q)^2}. \end{aligned}$$



Veličina verzora pogreške — EVM

- Za potrebe vrednovanja kvalitete modulacije EVM se uzima kao efektivna vrijednost preko većeg broja od N simbola (uobičajeno je uzimati 1000 simbola). On se onda izražava u %,

$$EVM_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (\Delta I_k)^2 + (\Delta Q_k)^2}{S_{\text{maks}}^2}} \times 100\% ,$$

gdje su:

ΔI_k i ΔQ_k – odstupanja koordinata stanja mjenog signala u odnosu na idealni položaj u ravnini I – Q ,

S_{maks} – najveća amplituda nekog simbola idealnoga moduliranog signala. To je amplituda simbola u uglu dijagrama stanja ako se radi o QAM. Kod M -PSK svi su simboli jednake amplitude.

Veličina verzora pogreške — EVM

- U literaturi se susreće i definicija u obliku,

$$EVM(\%) = \sqrt{\frac{P_{\text{error}}}{P_{\text{ref}}}} \times 100\% ,$$

$$EVM(\text{dB}) = 10\log \frac{P_{\text{ref}}}{P_{\text{error}}} ,$$

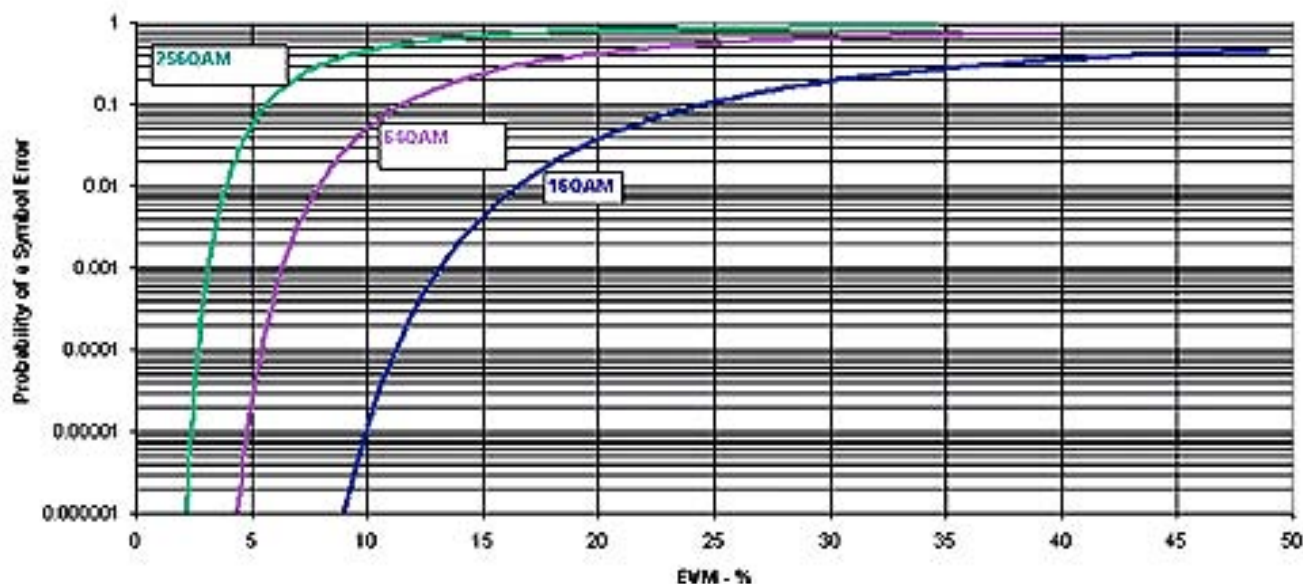
gdje su:

P_{error} – srednja snaga verzora pogreške,

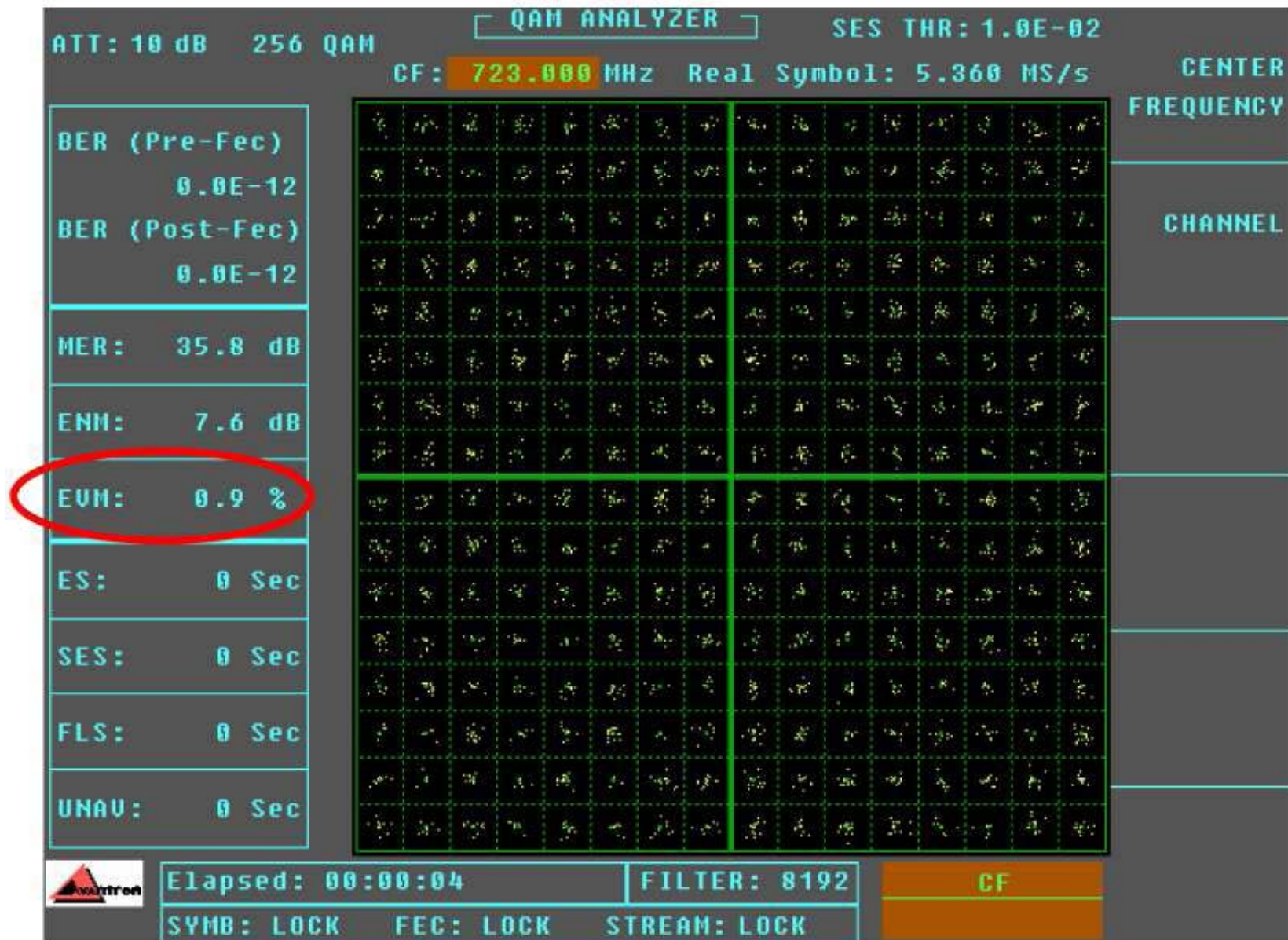
P_{ref} – srednja snaga simbola idealnoga moduliranog signala koji je najveće amplitude.

- EVM specificira točnost valnog oblika moduliranog signala u trenucima uzimanja uzorka → utječe na BER i u stvari predstavlja faktor sudjelatnosti ili zajedničkog rada sustava.
- EVM je tijesno vezan uz BER i omjer signala i šuma.

Veličina verzora pogreške — EVM



- Jedna od prednosti korištenja EVM-a ogleda se u jednostavnijem mjerenju u odnosu na mjerenje BER-a, jer nije potreban cijeli komunikacijski sustav.
- EVM omogućuje zasebnu analizu svakog pojedinog mjesta, u kojem nastaju pogreške što olakšava rješavanje problema uzroka pogrešaka.



Primjer zaslona instrumenta kojim se mjeri EVM u 256-QAM-sustavu.

Omjer pogreške modulacije — MER

- Osim EVM za određivanje kvalitete modulacije (npr. u QAM sustavima) koristi se i mjera nazvana “*omjer pogreške modulacije*“, MER (*Modulation Error Ratio*).

$$\begin{aligned}
 MER(\text{dB}) &= 10 \log \frac{\sum_{k=0}^{N-1} I_{sk}^2 + Q_{sk}^2}{\sum_{k=0}^{N-1} (\Delta I_k)^2 + (\Delta Q_k)^2}, \\
 &= 10 \log \frac{P_s}{P_{\text{error}}},
 \end{aligned}$$

gdje su:

- I_{sk} i Q_{sk} – koordinate stanja jednog od N simbola mjenog signala,
 P_s – srednja snaga N simbola mjenog moduliranog signala.

Omjer pogreške modulacije — MER

- EVM se češće izražava u % dok se MER obično iskazuje u dB, no susreće se i definicija,

$$MER(\%) = \sqrt{\frac{P_{\text{error}}}{P_s}} \times 100\% .$$

- MER je usko povezan s EVM kao što se vidi iz definicije.
- Ove se dvije veličine razlikuju samo kad se koristi modulacijski postupak u kojem nije stalna amplituda moduliranog signala, jer za EVM je referentni signal najveća amplituda simbola, dok je kod MER to efektivna vrijednost amplitude svih simbola.

Postupci sinkronizacije i obnove nosioca

Zašto je potrebna sinkronizacija?

- Za koherentni prijam diskretno moduliranog signala, bez obzira na primijenjenu vrstu modulacije, prijamnik mora biti sinkroniziran s odašiljačem.
- Dva slijeda događaja smatramo *sinkronima* kad se događaji u jednom slijedu odvijaju istodobno s odgovarajućim događajima u drugom slijedu.
- Postupcima *sinkronizacije* postiže se i održava istodobnost odgovarajućih događaja.

Vrste sinkroniziranja

- Sinkronizacija prijamnika s odašiljačem sastoji se od dviju komponenata:
 - Za potrebe koherentne demodulacije prijamniku je potreban referentni signal jednake frekvencije i jednake faze kao i prijenosni signal u modulatoru odašiljača.

Postupak procjene frekvencije i faze nosioca u prijamniku naziva se *obnovom nosioca (carrier recovery)* ili *sinkronizacijom nosioca (carrier synchronization)*.

- U svrhu demoduliranja prijamniku moraju biti poznati trenuci početka i kraja intervala jednog simbola moduliranog signala tj. trenuci kad je moguća promjena stanja moduliranog parametra. Uz pomoć toga prijamnik određuje trenutak za uzimanja uzorka signala na izlazu prilagođenog filtra (korelacijski sustav koji se sastoji od produktdemodulatora i niskopropusnog filtra odnosno integratora).

Postupak procjene ovih trenutaka naziva se *sinkronizacijom simbola (symbol synchronization)*. Ona će poslužiti i za *obnovu takta (clock recovery)* kao vremenske osnove binarnoga digitalnog sustava.

- Ove dvije komponente sinkronizacije mogu se odvijati istodobno ili u slijedu jedna iza druge.

Vrste sinkroniziranja

- U nekoherentnim sustavima ne provodi se obnova nosioca, ali je nužno ostvariti sinkronizaciju simbola i obnoviti taktni signal.
- Dvije su temeljne vrste postupaka sinkronizacije:
 - Poznati početni niz bitova periodično se šalje zajedno sa signalom koji nosi informaciju (podatke) u vremenskom multipleksu. Taj početni niz bitova sadrži podatke o nosiocu i o vremenskim parametrima simbola (symbol timing), a oni se u prijamniku izdvajaju odgovarajućom obradom signala. Ovaj postupak obilježava vrlo brzo ostvarivanje sinkronizma prijamnika s odašiljačem, a nedostaci su u,
 - smanjenoj učinkovitosti propusnosti sustava, jer se dio kapaciteta sustava troši na prijenos početnog niza bitova i,
 - smanjene učinkovitosti korištene snage, jer se dio te snage koristi za emitiranje početnog niza bitova.
 - Prijamniku se daje zadatak da ostvari sinkronizam uz pomoć podataka koje može izdvojiti iz primljenoga moduliranog signala. Ovaj postupak obilježava bolja učinkovitost propusnosti i snage, ali pod cijenu produženog vremena potrebnog za uspostavu sinkronizma.

Obnova nosioca

- Obnavljanje nosioca obavlja se iz primljenih simbola moduliranog signala.
- Kod nekih modulacijskih postupaka komponenta prijenosnog signala nije nazočna u spektru moduliranog signala (PSK, MSK npr.) pa se ne može izdvojiti iz primljenog signala. Tad se modulirani signal podvrgava nelinearnoj obradi, a vrsta obrade ovisi o korištenome modulacijskom postupku.
- U primjeru BPSK-signal,

$$u_{\text{BPSK}}(t) = u_m(t) \cdot \cos(2\pi f_p t + \varphi_0),$$

modulirani se signal prvo kvadrira, što daje,

$$u_2(t) \cong [u_{\text{BPSK}}(t)]^2 = \frac{1}{2} u_m^2(t) \cdot [1 + \cos(4\pi f_p t + 2\varphi_0)].$$

Zatim se graničnikom amplitude uklanjaju promjene amplitude signala pa ostaje,

$$u_3(t) = U_{3m} \cos(4\pi f_p t + 2\varphi_0 + 2k\pi).$$

Obnova nosioca

- Nastali signal privodi se sad sklopu za dijeljenje frekvencije s faktorom dijeljenja $n = 2$ što daje lokalni referentni signal,

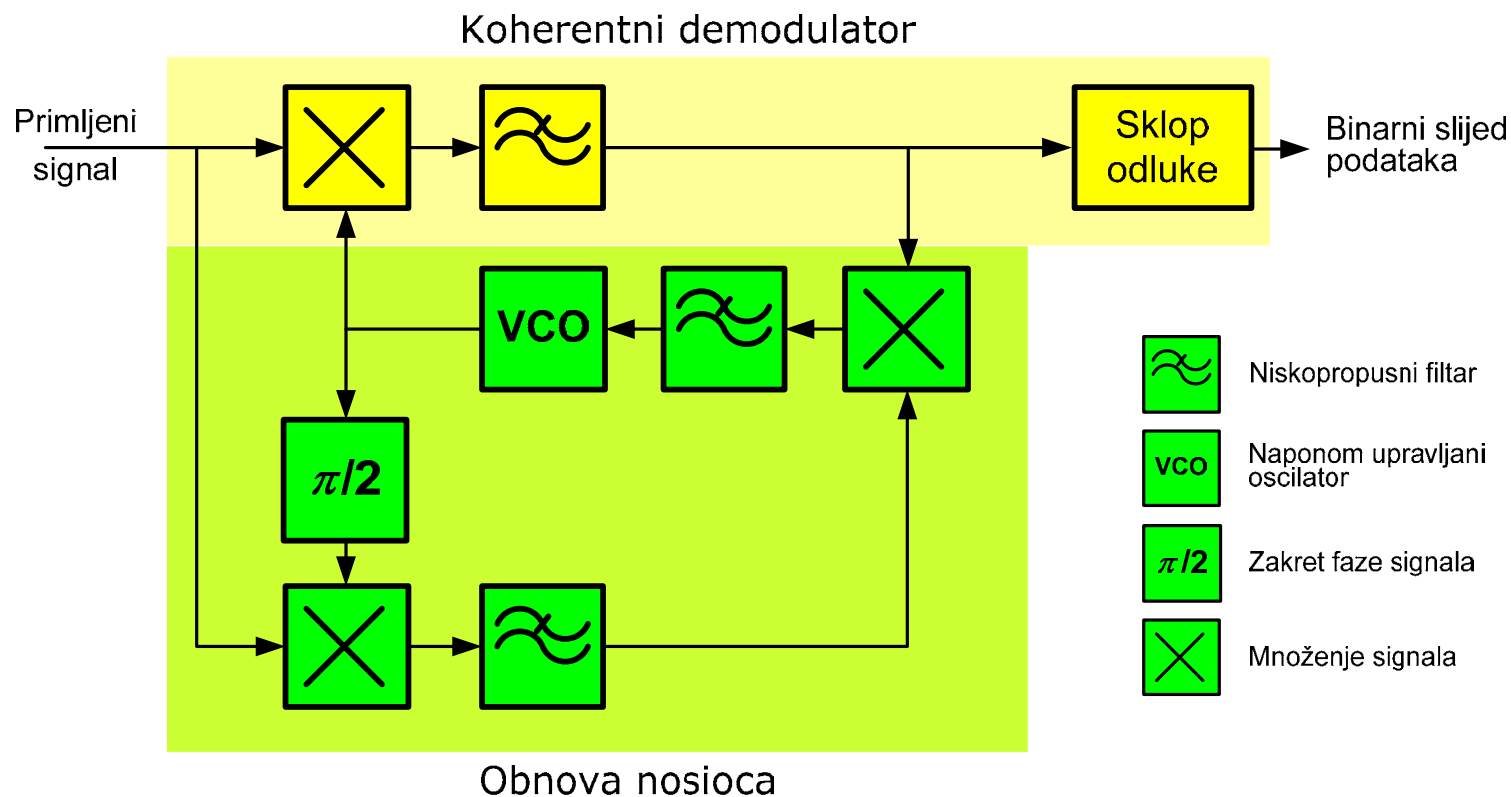
$$u_p'(t) = U_{pm}' \cos(2\pi f_p t + \varphi_0 + k\pi).$$
- Ovaj rezultat upućuje na neodređenost faze obnovljenog nosioca u iznosu od 180° , jer kako će se pokazati ovim se postupkom obnove nosioca obnavlja jedan od simbola moduliranog signala.
- Za obnovu nosioca u QPSK-sustavu koristi se nelinearnost 4-tog reda odnosno dvostruko kvadriranje moduliranog signala. Obnavlja se ponovno jedan od simbola moduliranog signala pa se javlja neodređenost faze od 90° .
- Zbog porasta potencije produljeno je trajanje postupka obnove (trajanje 10 do 30 simbola QPSK-signal).
- Primjena ovog postupka na M -PSK-signal vodi do neodređenosti faze obnovljenog nosioca u iznosu od $360^\circ/M$.

Obnova nosioca

- Neodređenost faze obnovljenog nosioca onemogućuje ispravno određivanje binarnog slijeda podataka u koherentnim sustavima.
- Problem se može riješiti slanjem tzv. «sinkronizirajućeg slijeda» od određenog broja unaprijed poznatih znakova. Usporedbom primljenih simbola moduliranog signala i poznatoga sinkronizirajućeg slijeda prijamnik može odrediti fazni odnos prijenosnog signala modulatora i obnovljenog nosioca.
- Slanje sinkronizirajućeg slijeda se povremeno ponavlja.
- Ova neodređenost faze nema utjecaja na sinkronu demodulaciju diferencijalno kodiranih PSK-signal.

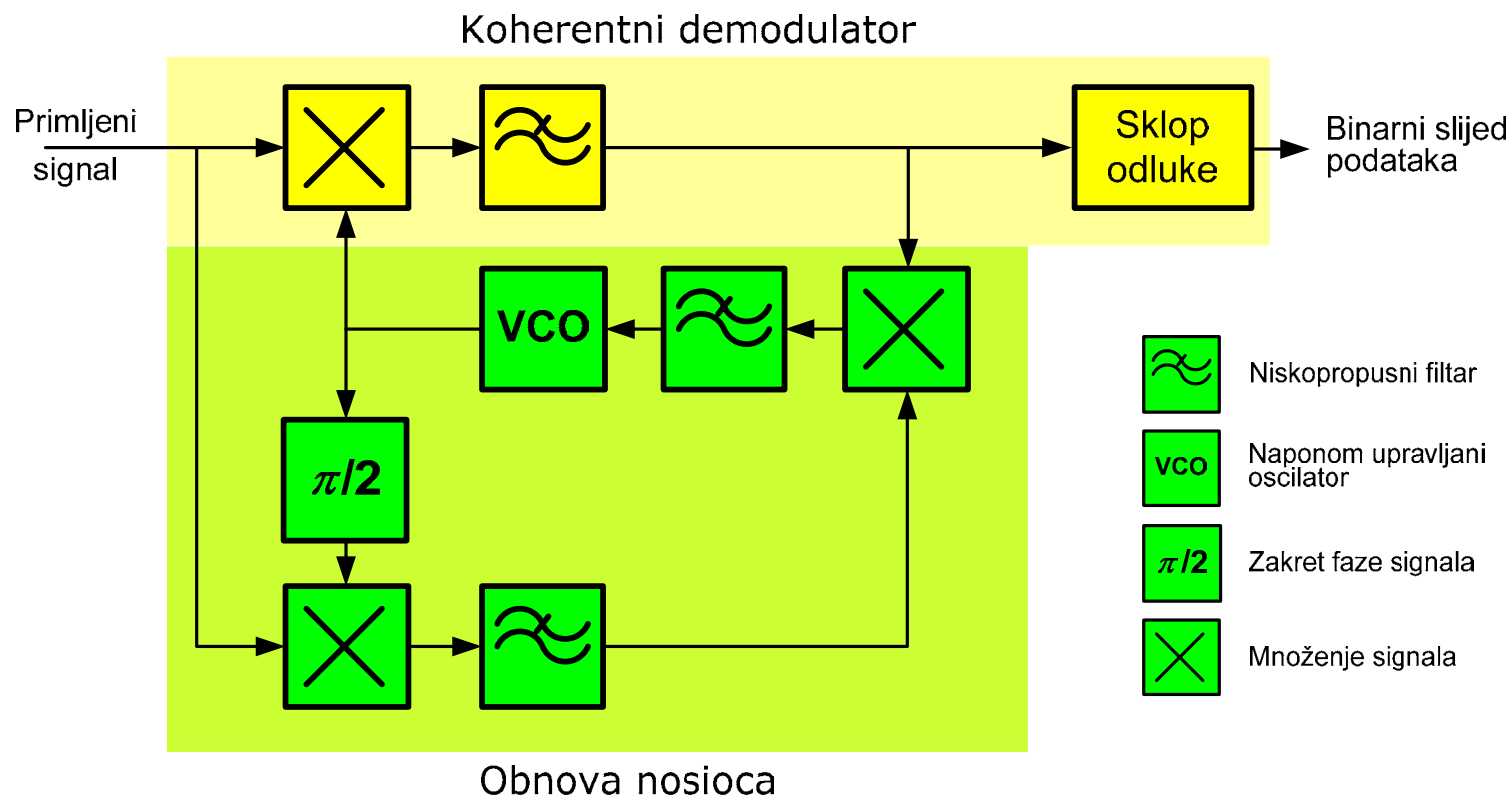
Obnova nosioca

- Druga mogućnost obnove nosioca koristi se *Costasovom zamkom*. Na slici je primjer zamke za BPSK u zajednici s koherentnim demodulatorom.
- Zamka se osniva na dodanom kvadraturnom demodulatoru čiji se signal privodi sklopu za množenje signala (sklop za miješanje signala).



Obnova nosioca

- DC komponenta izlaznog signala miješala, koju izdvaja niskopropusni filtar, služi za upravljanje frekvencijom naponom upravljanog oscilatora (VCO, *Voltage-Controlled Oscillator*). Frekvencija ostaje promijenjena do postizanja ispravne trenutne faze odnosno sinkronizma.



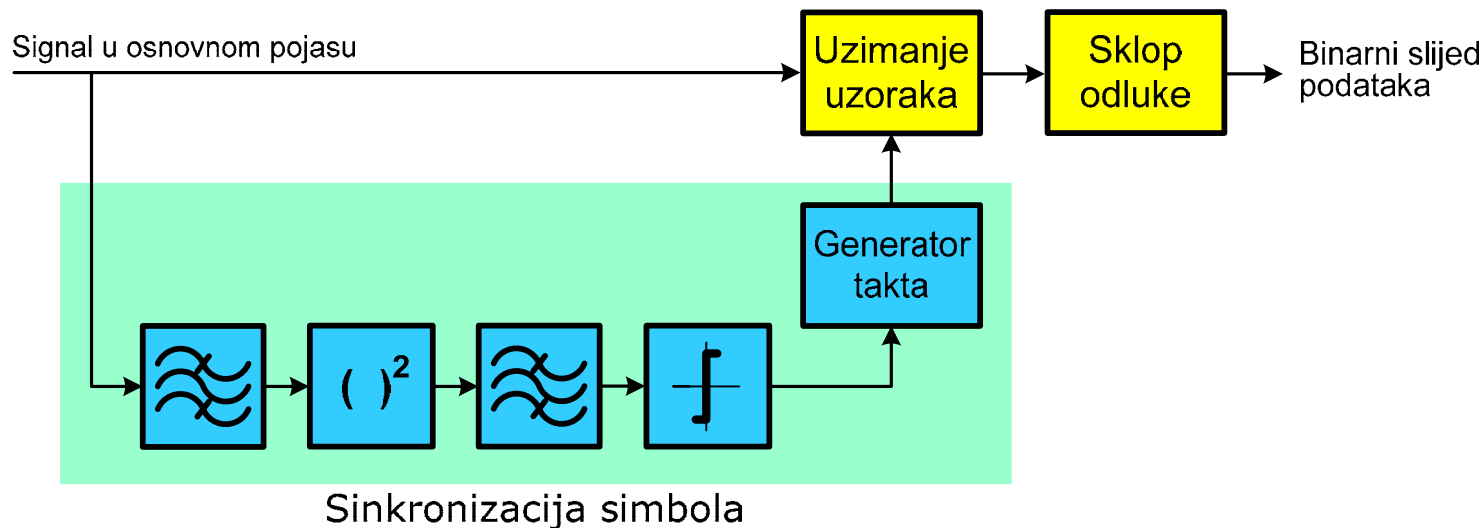
Sinkronizacija simbola

- Sinkronizacija simbola najniža je razina sinronizacije prijamnika na odašiljač. Iz nje slijede sinkronizacija riječi i sinkronizacija okvira kao dijelovi obnove takta.
- Problem sinkronizacije okvira mogao bi se riješiti prenošenjem sinkronizacijskog signala u posebnom kanalu. Taj se postupak, međutim, ne koristi u praksi zbog loše učinkovitosti i potrebe za postizanjem jednakog kašnjenja signala u kanalu za prijenos sinkronizacijskog signala s kašnjenjem u kanalu za podatke (kanal za prijenos moduliranog signala).
- Korišteni postupci koriste se podacima iz primljenoga moduliranog signala i primjenjuju pravilo procjene na temelju najveće podudarnosti (MLE, *Maximum Likelihood Estimation*).
- Postupci se osnivaju na poznavanju oblika odašiljačkih impulsa na prijamnoj strani.

Sinkronizacija simbola

- Primljeni se impuls uspoređuje s nizom vremenski pomaknutih prijamniku poznatih odašiljačkih impulsa.
- Usporedba se provodi korelacijskim postupkom.
- Utvrđivanjem s kojim od niza impulsa se maksimalno podudara primljeni impuls (maksimalna korelacija) određena je veličina pogreške sinkronizma prijamnika s odašiljačem koju valja ispraviti.
- Demodulirana komponenta signala, $I(t)$ npr., odgovara signalu u osnovnom pojasu frekvencija Nyquistove širine pojasa $1/(2T_s)$. Promjene razine tog signala ovise o prenošenim podacima.
- U postupku sinkronizacije simbola treba odrediti vremenske granice intervala jednog simbola kako bi se uzimanjem uzorka demoduliranog signala, npr. u sredini intervala, odredila razina signala za daljnju obradu.

Sinkronizacija simbola



- Ako se taj signal kvadrira nastat će između ostalog i komponenta dvostruke frekvencije ($\cos^2 \omega t \sim 1 + \cos 2\omega t$) koja se izdvaja pojasnopropusnim filtrom.
- Nultočke tog signala dvostruke ulazne frekvencije su na razmaku $1/T_S$ i one označuju vremenske granice pojedinih simbola.
- U najnovijim rješenjima MLE postupci se prikazuju u algoritamskom obliku koristeći se postupcima vremenski diskretne (digitalne) obrade signala.