**Navedite definicije striktne stacionarnosti, stacionarnosti u širem smislu te ergodičnosti slučajnog**

**procesa.**

Def.: Slucajni proces *X*(*t*) je STRIKTNO STACIONARAN ako *∀n ∈ N* i *∀τ ∈ R* vrijedi:

*fX*(*t*1 )*,X*(*t*2 )*,...,X*(*tn* )(*x*1*, x*2*, ..., xn*) = *fX*(*t*1 +*τ* )*,X*(*t*2 +*τ* )*,...,X*(*tn* +*τ* )(*x*1*, x*2*, ..., xn*)

Def.: Slucajni proces je STACIONARAN U SIREM SMISLU ako mu je ocekivanje (*E*[*X*(*t*)]) konstanta i ako mu je autokorelacijska funkcija (*RXX* (*t, τ* ) = *E*[*X*(*t*)*X*(*t* + *τ* )]) samo funkcija pomaka *τ* .

Def.: Proces X(t) je ergodican ako vrijedi: *E*[*X*(*t*)] = *A*[*X*(*t*)] i *RXX* (*t*) = *RXX* (*t*). Ovdje: srednja vrijednost

je ergodicna, AKF nije.

**Definirajte nezavisnost slučajnih procesa.**

Def.: *FXY* (*x, y*) = *FX* (*x*)*FY* (*y*) odnosno *fXY* (*x, y*) = *fX* (*x*)*fY* (*y*).

**Definirajte nekoreliranost slučajnih procesa.**

CXY(t, t+τ) = 0

**Definirajte autokorelacijsku i autokovarijancijsku funkciju slučajnih procesa. I navesti svojstva**

AKF:

Rxx(t1,t2) = E[ X(t1) X(t2)]

Rxx(t, τ) = E( X(t) X (t + τ)]

Svojstva:

|Rxx(τ)| <= Rxx(0)

Rxx(-τ) = Rxx(τ)

Rxx(0) = E[ X2(t)]

**Definirajte kroskorelacijsku i kroskovarijancijsku funkciju slučajnih procesa.**

**Definirajte spektralnu gustoću snage i navedite njena svojstva.**

SGS:

Sxx(T) = lim (T->oo) E[|XT(w)|2] / 2\*T ; pri tome je XT(w) CTFT S.P. x(t) ograničenog na interval [-T,T]

Svojstva: τ

Sxx(w) ε R0+

Sxx(w) --- A[Rxx(t,t+ τ)]

Sxx(w) = Sxx(-w)

Pxx(w) = 1/2π integral Sxx(w)

**Definirajte prijenosnu funkciju snage.**

|H(w)|2 = H(w)H\*(w)

**Definirajte srednju snagu**

Pxx= lim (T->oo) E[ integral (od-T do T) |X(t)|2 dt / 2\*T ]

**Što je točkasti procjenitelj?**

Ӫ je fja (statistička) slučajnog uzorka X = (x1,x2,..,xn) koja kao rezultat daje procjenu parametra θ : Ӫ = q(x1,x2,..,xn). Pri tome statistika Ӫ nije fja od θ (jer je u protivnom ne bi mogli procjeniti)

**Definirajte nepristranost estimatora.**

E[Ӫ] = θ

**Definirajte konzistentnost estimatora.**

Ako MSE teži k nuli za velike uzorke lim n->oo E[en2] = lim n->oo E[(Ӫn - θ)2] = 0

**Definirajte efikasnost estimatora.**

**Definirajte funkciju izglednosti (eng. likelihood function). Objasnite što je ML estimator?**

Def: fja pristranosti lik(θ) nekog slučajnog vektora X koji ovisi o θ je:

lik(θ) = P(X1=x1, X2=x2, …, X2=x2| θ) = f(x1, x2,…,xn; θ) = f(x1| θ)\*f(x2| θ)\*..\*f(xn| θ)

Dakle radi se o uvjetnoj fji gustoće vjerojatnosti.

Def: ML procjenitelj ӪML parametra θ jest onaj procjenitelj koji maksimizira fju vjerojatnosti lik(θ), dakle:

ӪML=max lik(θ)

**Želimo detektirati signal x(t) u aditivnoj kombinaciji signala x(t) i šuma N(t) -> Koristimo li za zadani problem Wienereov ili prilagodeni filtar? Objasnite!**

**Definirajte u kojem smislu je filtar iz optimalan.**

**Prilagođeni filtar** koristimo za detekciju signala – na izlazu filtra će signal biti izobličen, ali je njegova energija max pojačana prema šumu.

Optimalan je u smislu da maksimizira SNR za deterministički signal uz prisutnost slučajnog šuma u nekom odabranom trenutku t0.

**U kojem je smislu Wienerov filtar optimalan?**

Daje najmanju srednju vrijednost (očekivanje) kvadratne pogreške estimacije x(t) iz aditivne kombinacije signala i šuma, gdje su x(t) i N(t) SŠS a šum N(t) ima srednju vrijednost 0.

**Definirajte kompander, uniformni i Lloyd-Maxov kvantizator. I u kojem su smislu optimalni?**

**Lloyd-Maxov** kvantizatorjest svaki kvantizator koji minimizira očekivanu kvadratnu pogrešku ili distorziju D = E[ (Q(x) – x)2]. Takav kvantizator je optimalan u smislu kvadratne pogreške, no samo u očekivanju.

**Uniformni** je optimalan samo za signal s uniformnom distribucijom u smislu da minimizira srednju apsolutnu pogrešku D1 = E[|Q(x) –x|]

**Bijeli šum**

Bijelim šumom zovemo svaki SŠS SP čija AKF je Rxx(τ) = k\*delta(τ) ili Rxx(m) = k\*delta(m), gdje je kεR