Grupa 11 AUTOMATIKA -	FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA SVEUČILIŠTE U ZAGREBU Zavod za automatiku i računalno inženjerstvo **Sustavi s diskretnim događajima** Upravljanje maketom željeznice 1. LABORATORIJSKA VJEŽBA	28.6.2016

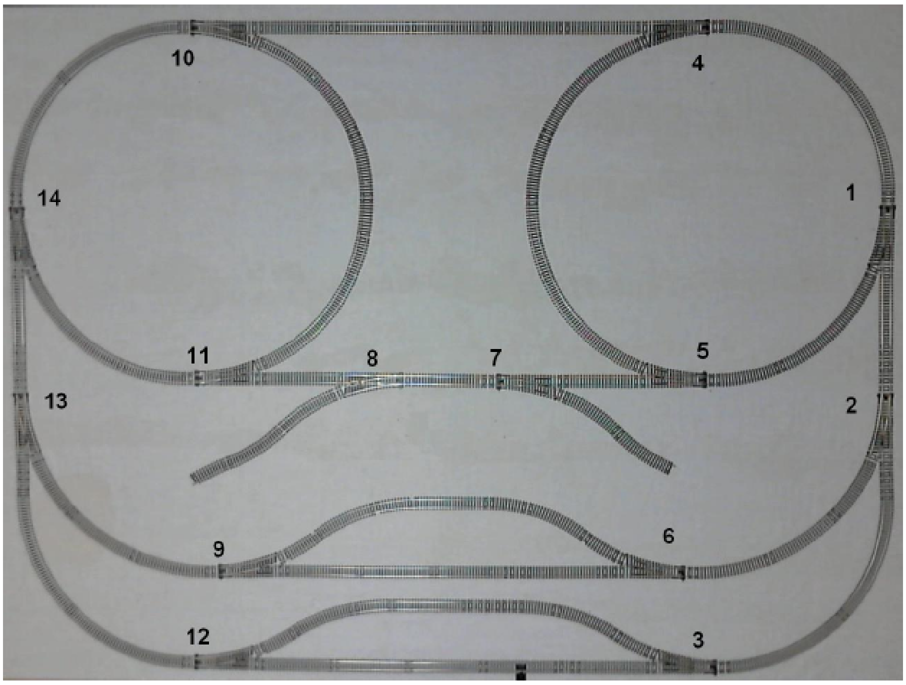
Opis zadataka

Neka se na pruzi prikazanoj na slici 1 nalaze četiri grada: A, B, C i D koji odgovaraju redom čvorovima 10, 14, 11 i 1. Vremena trajanja puta na pojedinim segmentima prikazana su u tablici 1.

Tablica 1: Trajanje vožnje na bridovima [s]

(10,14),(14,10)	(14,11),(11,14)	(10,11)	(11,8)	(8,7)	(7,5)	(5,1)
7	7	14	5	3	5	7

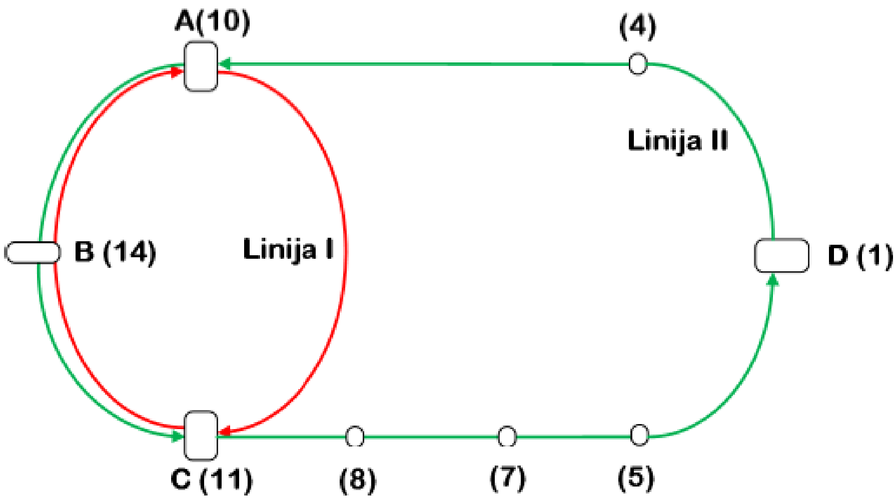
(1,4)	(4,10)	(14,13),(13,14)	(13,9),(9,13)	(9,6),(6,9)	(6,2),(2,6)	(2,1),(1,2)
7	12	3	5	14	5	3



Slika 1: Željeznička mreža

1. zadatak

Promatraju se dvije linije: linija I i II, prikazane na slici 2. Linija I je kraća i povezuje gradove A, B i C te prometuje u smjeru kazaljke na satu. Linija II povezuje gradove A, B, C i D te prometuje u smjeru suprotnom od kazaljke na satu. Na svakoj liniji prometuje jedan vlak.
Linije I i II dijele zajednički dio pruge: granu (10, 14, 11), te je stoga potrebno definirati redoslijed prolaska vlakova s pojedine linije tom granom. Iz sigurnosnih razloga definira se minimalno vrijeme od 7 sekundi između izlaska jednog vlaka s grane (10, 14, 11) i ulaska drugog vlaka na granu.



Slika 2: Sustav iz zadatka 1

2. zadatak

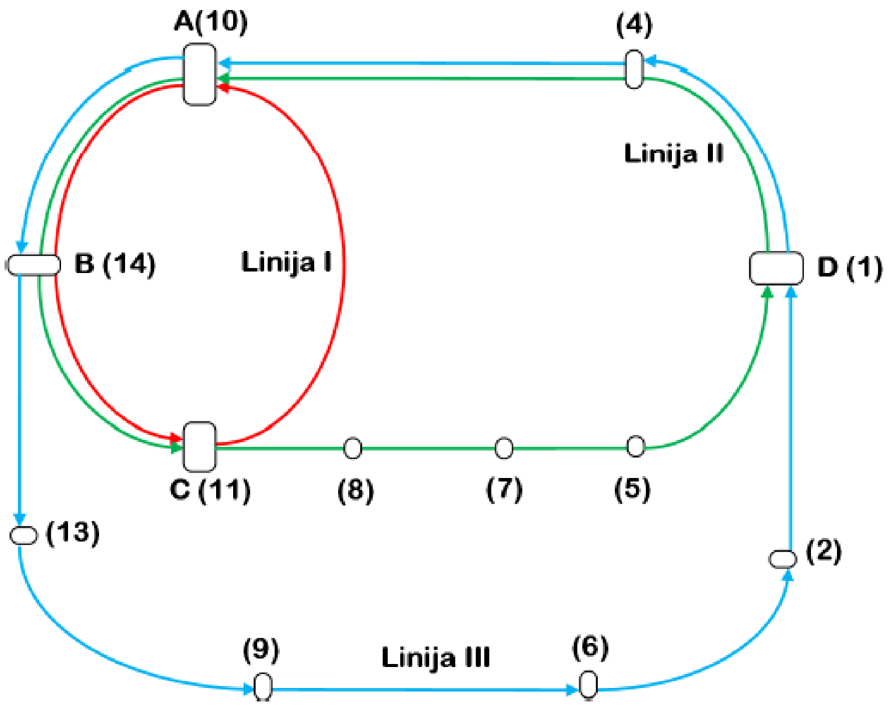
Promatraju se tri linije: linije I, II i III, prikazane na slici 3. Sve linije prometuju u smjeru suprotnom od kazaljke na satu. Za dijelove pruge koji su korišteni od više linija potrebno je definirati redoslijed prolaska vlakova s pojedine linije tom granom. U ovom slučaju nije potrebno osigurati sigurnosni razmak od 7 sekundi. Na svakoj liniji prometuje jedan vlak.

Priprema za vježbu

a) Za sustav iz zadatka 1. proizvoljno postaviti početno stanje te redoslijed prolaska zajedničkom granom. Odrediti max-plus model te prosječni ciklus.

b) Prema uputama u prethodnom poglavlju potrebno je definirati staze za svaki vlak koje će se zapisati u .cfg datoteku. Potom je potrebno u programskom jeziku Python (verzija $\geq$ 2.7.3) napisati program za upravljanje vlakovima prema uputama. Prije testiranja programa, vlakovi će se ručno dovesti u poziciju koja je određena početnim uvjetom max-plus modela.

c) Ponoviti a) i b) za sustav iz zadatka 2. Varijable **vc** i **vs** su tipa rječnika s ključevima ’red’, ’green’ i ’blue’.



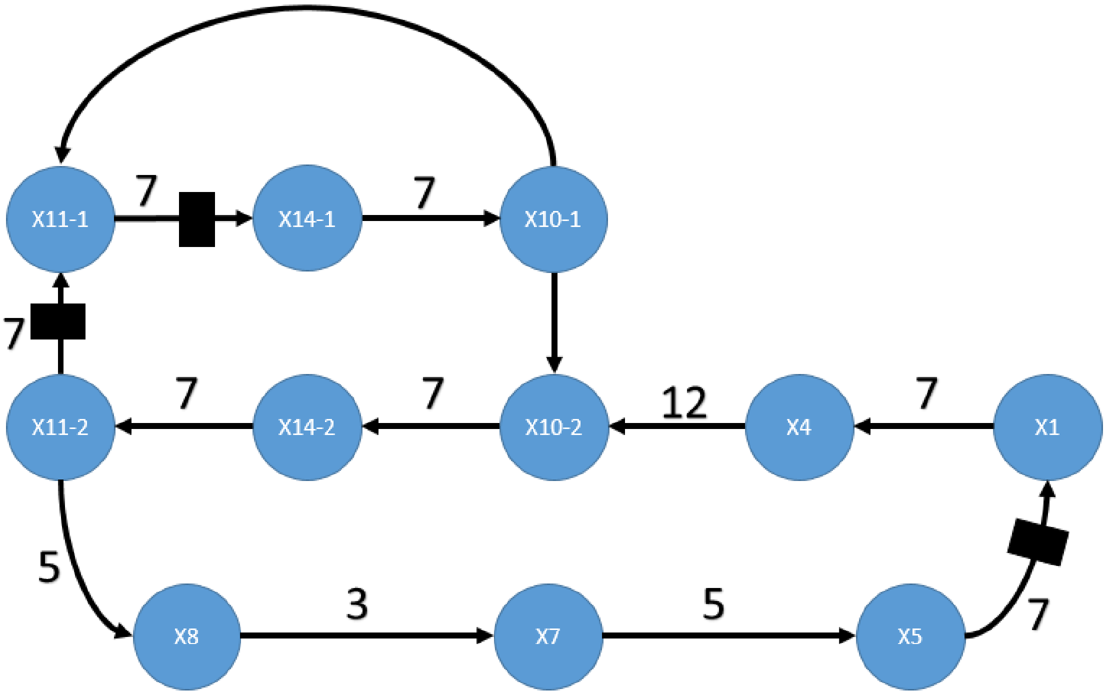
Slika 3: Sustav iz zadatka 2

Priprema - 1. zadatak

a) max-plus model sustava

Stanja su označena brojevima čvorova sa slike 1. Dodatnim indeksima su označeni događaji dolaska vlaka u čvor kojim prometuje više linija - indeks 1 je za dolazak vlaka s linije I, a indeks 2 dolazak vlaka koji prometuje na liniji II.

$$x_1(k) = 7 \otimes x_5(k-1) \tag{1.1}$$
$$x_4(k) = 7 \otimes x_1(k) \tag{1.2}$$
$$x_5(k) = 5 \otimes x_7(k) \tag{1.3}$$
$$x_7(k) = 3 \otimes x_8(k) \tag{1.4}$$
$$x_8(k) = 5 \otimes x_{11-2}(k) \tag{1.5}$$
$$x_{10-1}(k) = 7 \otimes x_{14-1}(k) \tag{1.6}$$
$$x_{10-2}(k) = 12 \otimes x_4(k) \oplus 7 \otimes x_{10-1}(k) \tag{1.7}$$
$$x_{11-1}(k) = 14 \otimes x_{10-1}(k) \oplus 7 \otimes x_{11-2}(k-1) \tag{1.8}$$
$$x_{11-2}(k) = 7 \otimes x_{14-2}(k) \tag{1.9}$$
$$x_{14-1}(k) = 7 \otimes x_{11-1}(k-1) \tag{1.10}$$
$$x_{14-2}(k) = 7 \otimes x_{10-2}(k) \tag{1.11}$$



Slika 4: Max-plus model zadatka 1

$$
A_0 = \begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccccccc} x_1 & x_4 & x_5 & x_7 & x_8 & x_{10-1} & x_{10-2} & x_{11-1} & x_{11-2} & x_{14-1} & x_{14-2} \end{array} \\
\begin{array}{c} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_{10-1} \\ x_{10-2} \\ x_{11-1} \\ x_{11-2} \\ x_{14-1} \\ x_{14-2} \end{array} &
\begin{bmatrix}
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
7 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 5 & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7 & \varepsilon \\
\varepsilon & 12 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 14 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7 \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\
\varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon
\end{bmatrix}
\end{array} \tag{1.12}
$$

$$\boldsymbol{A_1} = \begin{array}{c@{}c} & \begin{matrix} x_1 & x_4 & x_5 & x_7 & x_8 & x_{10-1} & x_{10-2} & x_{11-1} & x_{11-2} & x_{14-1} & x_{14-2} \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_{10-1} \\ x_{10-2} \\ x_{11-1} \\ x_{11-2} \\ x_{14-1} \\ x_{14-2} \end{matrix} & \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & 7 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix} \end{array} \tag{1.13}$$

$$\boldsymbol{x}(0) = [\varepsilon \quad \varepsilon \quad e \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad e \quad e \quad \varepsilon \quad \varepsilon]^{\mathrm{T}} \tag{1.14}$$

Koristeći izraz:

$$\boldsymbol{A}_0^* = \boldsymbol{E} \oplus \boldsymbol{A}_0 \oplus \boldsymbol{A}_0^2 \oplus \cdots \oplus \boldsymbol{A}_0^{11}$$

možemo izračunati i matricu sustava $\boldsymbol{A}$ pomoću izraza:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_0^* \otimes \boldsymbol{A}_1$$

Radi preglednosti, zapisati ćemo samo matricu sustava $\boldsymbol{A}$ u konačnom obliku:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & 7 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 14 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 53 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 48 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 48 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 43 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 45 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 40 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 14 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 26 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 21 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 28 & 7 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 40 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 35 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 33 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 28 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix} \tag{1.15}$$

Prosječni ciklus računamo iz izraza:

$$\lambda = \bigoplus_{i=1}^{n} \frac{\text{trace}(A^i)}{i} \tag{1.16}$$

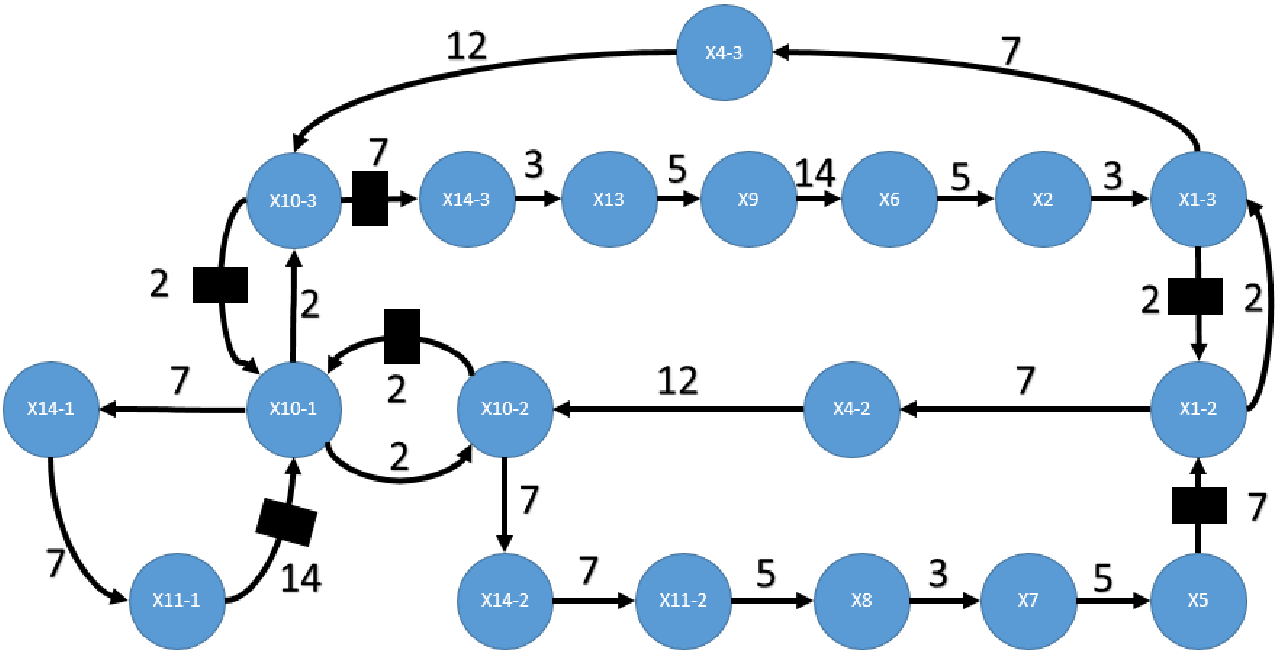
Rezultat je:

$$\lambda = 53$$

Priprema - 2. zadatak

a) max-plus model sustava

Stanja su označena brojevima čvorova sa slike 1. Dodatnim indeksima su označeni događaji dolaska vlaka u čvor kojim prometuje više linija - indeks 1 je za dolazak vlaka s linije I, indeksom 2 dolazak vlaka koji prometuje na liniji II, a indeksom 3 vlak koji prometuje na liniji III.
Radi sigurnosti, definirali smo sigurnosni period: 2 sekunde nakon što jedan vlak dođe u stanicu, drugi vlak može krenuti kroz istu stanicu. Taj period je određen pod pretpostavkom da niti jednom vlaku ne treba duže od 2 sekunde da cijeli prođe kroz stanicu ili čvor, tj. da se neće zadržavati u stanici.
Gledajući sliku 5 možemo zapisati jednadžbe max-plus modela:



Slika 5: Max-plus model zadatka 2

$$x_{1-2}(k) = 7 \otimes x_5(k-1) \oplus 2 \otimes x_{1-3}(k-1) \tag{2.17}$$
$$x_{1-3}(k) = 2 \otimes x_{1-2}(k) \oplus 3 \otimes x_2(k) \tag{2.18}$$
$$x_2(k) = 5 \otimes x_6(k) \tag{2.19}$$
$$x_{4-2}(k) = 7 \otimes x_{1-2}(k) \tag{2.20}$$
$$x_{4-3}(k) = 7 \otimes x_{1-3}(k) \tag{2.21}$$
$$x_5(k) = 5 \otimes x_7(k) \tag{2.22}$$
$$x_6(k) = 14 \otimes x_9(k) \tag{2.23}$$
$$x_7(k) = 3 \otimes x_8(k) \tag{2.24}$$
$$x_8(k) = 5 \otimes x_{11-2}(k) \tag{2.25}$$
$$x_9(k) = 5 \otimes x_{13}(k) \tag{2.26}$$
$$x_{10-1}(k) = 14 \otimes x_{11-1}(k-1) \oplus 2 \otimes x_{10-2}(k-1) \oplus 2 \otimes x_{10-3}(k-1) \tag{2.27}$$
$$x_{10-2}(k) = 12 \otimes x_{4-2}(k) \oplus 2 \otimes x_{10-1}(k) \tag{2.28}$$
$$x_{10-3}(k) = 12 \otimes x_{4-3}(k) \oplus 2 \otimes x_{10-1}(k) \tag{2.29}$$
$$x_{11-1}(k) = 7 \otimes x_{14-1}(k) \tag{2.30}$$
$$x_{11-2}(k) = 7 \otimes x_{14-2}(k) \tag{2.31}$$
$$x_{13}(k) = 3 \otimes x_{14-3}(k) \tag{2.32}$$
$$x_{14-1}(k) = 7 \otimes x_{10-1}(k) \tag{2.33}$$
$$x_{14-2}(k) = 7 \otimes x_{10-2}(k) \tag{2.34}$$
$$x_{14-3}(k) = 7 \otimes x_{10-3}(k-1) \tag{2.35}$$

Početni uvjeti:

$$\boldsymbol{x}(0) = [\varepsilon \quad e \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad e \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad e \quad e \quad e \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon]^{\mathrm{T}} \tag{2.36}$$

Kako u ovom zadatku imamo 19 stanja te su nam matrice sustava dimenzija 19x19, radi preglednosti nećemo zapisati matrice $\boldsymbol{A_0}$, $\boldsymbol{A_0^*}$, $\boldsymbol{A_1}$ i $\boldsymbol{A}$ već su one izračunate i operacije s njima su izvršene u MATLAB-u.

Prosječni ciklus računamo iz izraza:

$$\lambda = \bigoplus_{i=1}^{n} \frac{\text{trace}(A^i)}{i} \tag{2.37}$$

Rezultat je:

$$\lambda = 56$$

IZVJEŠTAJ

1. zadatak

Iz analize snimljenih podataka na laboratorijskoj vježbi određeni su periodi: $\lambda_{\text{green}} = 46$ za zeleni vlak i također $\lambda_{\text{red}} = 46$ za crveni vlak. Iz tih podataka vidimo da se zaista nakon nekoliko ciklusa na pruzi uspostavlja periodičnost.
U prvom zadatku dva vlaka dijele dio pruge na koji naizmjenično ulaze po ispunjenju uvjeta:

I. da drugi vlak već nije istom dijelu pruge i

II. da je prošlo barem 7 sekundi od izlaska drugog vlaka s zajedničkog dijela.

Ovakvo rješenje je najjednostavnije, ali nije u skladu s max-plus algebrom. Razlog zašto smo mogli tako napraviti model je jer se na maketi sustava vlak zaustavi prije skretnice i ostavlja mjesta drugom vlaku da izađe iz zajedničkog dijela pruge.
Iz tog razloga nam se razlikuju period dobiven na laboratorijskoj vježbi od onog dobivenog teoretskom analizom. Teoretski smo dobili period $\lambda = 53$ što je veće od perioda dobivenoga na maketi.

2. zadatak

Drugi zadatak još je lakši ako se računa na pretpostavku da vlak staje prije skretnice jer onda samo uvjetujemo ulazak u grad A za vlakove I i II i ulazak u grad D za vlakove II i III, na način da vlak može ući ako je drugi ušao barem prije 2 sekunde.
Analizom podataka s laboratorijske vježbe dobili smo sljedeće vrijednosti: $\lambda_{\text{green}} = 46$ za zeleni vlak, $\lambda_{\text{red}} = 29$ i $\lambda_{\text{blue}} = 55$ za plavi vlak. Iz ovih podataka također vidimo da nam se ne uspostavlja periodičnost po cijelom sustavu, a razlog tome je opisan: naš model nije napravljen striktno po max-plus algebri te stoga crveni vlak ima nakraći period.

Zaključak

Ovakav model razlikuje se od max-plus modela zbog toga što vlak I može napraviti više krugova dok vlak II napravi samo jedan što je u suprotnosti s max-plus modelom. Naš uvjet ulaska u grad je bio da je drugi vlak već prošao, a uvjet po max-plus algebri bi bio da trenutno vrijeme nije veće od posljednjeg prolaska drugog vlaka, nego da je i manje od posljednjeg prolaska+period drugog vlaka.