

1. Na predavanjima smo objasnili kako se linearna regresija može upotrijebiti za klasifikaciju. Osnovna ideja jest naučiti model $h_j(\mathbf{x})$ koji (u idealnom slučaju) daje $h(\mathbf{x}) = \tilde{\mathbf{w}}^T \tilde{\mathbf{x}} = 1$ za primjere koji pripadaju klasi \mathcal{C}_j , a $h(\mathbf{x}) = \tilde{\mathbf{w}}^T \tilde{\mathbf{x}} = 0$ za primjere koji ne pripadaju toj klasi. Rješenje \mathbf{w}_j koje minimizira kvadratnu pogrešku klasifikacije za klasu \mathcal{C}_j dobiva se pseudoinverzom matrice primjera:

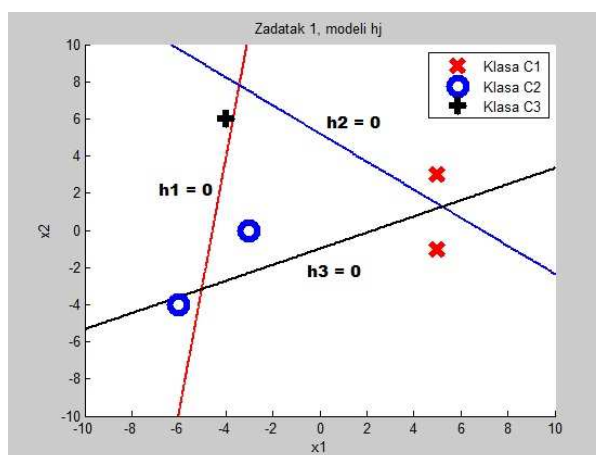
$$\tilde{\mathbf{w}}_j = (\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{X}}^+ \mathbf{y}.$$

Želimo naučiti klasifikator za tri klase u prostoru $\mathcal{X} = \mathbb{R}^2$. Koristit ćemo tri klasifikatora i metodu jedan-naspram-ostali. Skup primjera za učenje je

$$\mathcal{D} = \{(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})\}_{i=1}^5 = \{(5, 3), 1), ((5, -1), 1), ((-3, 0), 2), ((-6, -4), 2), ((-4, 6), 3)\}.$$

- (a) Izračunajte težine $\tilde{\mathbf{w}}_j$ za sve tri klase i skicirajte u prostoru \mathbb{R}^2 primjere \mathcal{D} i pravce $h_1(\mathbf{x}) = 0$, $h_2(\mathbf{x}) = 0$ i $h_3(\mathbf{x}) = 0$.

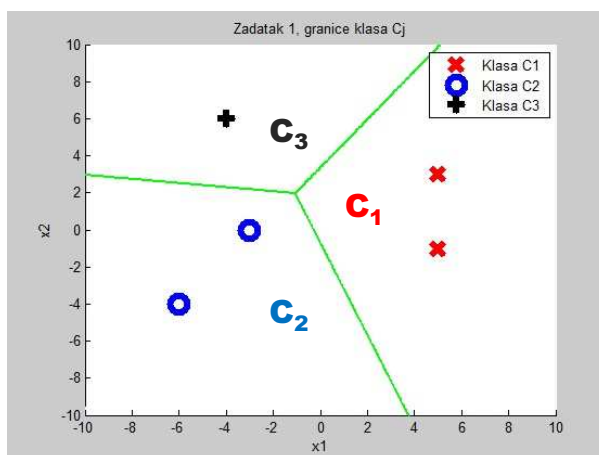
$$\tilde{\mathbf{w}}_1 = \begin{bmatrix} 0.4747 \\ 0.1043 \\ -0.0152 \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{w}}_2 = \begin{bmatrix} 0.4285 \\ -0.0621 \\ -0.0821 \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{w}}_3 = \begin{bmatrix} 0.0968 \\ -0.0422 \\ 0.0973 \end{bmatrix}$$



Slika 1. Primjeri i pravci $h_j = 0$, $j \in \{1, 2, 3\}$

(b) Na drugoj skici prikazite granice između klasa koje odgovaraju hipotezi

$$h(\mathbf{x}) = \underset{C_j}{\operatorname{argmax}} h_j(\mathbf{x}) .$$



Slika 2. Primjeri i granice klasa C_j , $j \in \{1,2,3\}$

(c) U koju će klasu biti klasificiran primjer $\mathbf{x} = (1, 3)^T$? Koja je vjerojatnost da primjer pripada toj klasi?

Za primjer $\mathbf{x} = [1 \ 3]^T$, modeli h_j daju vraćaju sljedeće vrijednosti:

$$h_1(\mathbf{x}) = 0.5334 \quad h_2(\mathbf{x}) = 0.1199 \quad h_3(\mathbf{x}) = 0.3466$$

Budući da radimo po formuli $h(\mathbf{x}) = \underset{C_j}{\operatorname{argmax}} h_j(\mathbf{x})$, primjer će biti klasificiran u klasu C_1 .

Ne možemo odrediti koja je vjerojatnost da primjer pripada toj klasi, jer izlazi modela nemaju vjerojatnosnu interpretaciju, jer hipoteze $h(\mathbf{x}^{(i)})$ mogu poprimiti iznose izvan intervala $\{0,1\}$.

- (d) Kakav će utjecaj na položaj granica očekujete da će imati uvođenje primjera $(\mathbf{x}, y) = ((10, 10), 1)$? (Ne morate iznova računati; odgovorite opisno.) Je li taj efekt poželjan ili ne, i zašto?

Očekujem da će navedeni primjer poremetiti trenutne granice. Prilikom računanja modela za klase, modeli će se pokušati što je bolje prilagoditi novom skupu primjera, iako bi novododani primjer bio ispravno klasificiran na modelima naučenim na prvom skupu primjera.

Taj efekt nije poželjan, sustav je preosjetljiv na vrijednosti koje odskaču (*outliers*), oni imaju prevelik utjecaj na granice klasa.