Rješenje zadatka 1.2 predmeta Strojno učenje

Siniša Biđin

18. studenog 2012.

(a) Takav model $\mathcal{H}$ skup je funkcija $h(\mathbf{x}|p,q)$, gdje su su p i q polumjeri unutarnje odnosno vanjske koncentrične kružnice te vrijedi uvijek $p \leq q$. Neka hipoteze dodijeljuju pozitivnu oznaku primjerima unutar područja kružnog prstena:

$$h([x,y]^{\mathrm{T}}|p,q) = \begin{array}{l} \mathbf{1},\ \text{ako } p \leq \sqrt{x^2+y^2} \leq q \\ \mathbf{0},\ \text{inače} \end{array}$$

(b) Kako bi model uspješno razdijelio N primjera, moramo ih moći, poredane po udaljenosti od ishodišta d, razdijeliti na najviše tri skupine primjera istih oznaka. To je moguće napraviti za svaki skup veličine do tri primjera, dok lako nalazimo barem jedan skup od četiri primjera koji ne zadovoljava takvo svojstvo, npr. $\mathrm{D} = \{(d=0,\mathbf{0}),(d=1,\mathbf{1}),(d=2,\mathbf{0}),(d=3,\mathbf{1})\}$ gdje vidimo da su nam odjednom potrebna dva kružna prstena. Stoga $\mathrm{VC}(\mathcal{H}) = 3$.

(c) Ako $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{G}$, tada nekom hipotezom $g \in \mathcal{G}$ možemo razdijeliti barem jednak broj primjera kao i najboljom hipotezom $f \in \mathcal{F}$; dakle $\mathrm{VC}(\mathcal{G})$ je u najgorem slučaju jednak $\mathrm{VC}(\mathcal{F})$, a nikako manji.

(d) Uvedemo središte koncentričnih kružnica (s,t), pa definiramo $h' \in \mathcal{H}'$:

$$h'([x,y]^{\mathrm{T}}|p,q,s,t) = \begin{array}{l} \mathbf{1},\ \text{ako } p \leq \sqrt{(x-s)^2+(y-t)^2} \leq q \\ \mathbf{0},\ \text{inače} \end{array}$$

Da bismo dokazali $\mathrm{VC}(\mathcal{H}') \geq 4$, primjere poredane po udaljenosti od ishodišta ovaj put moramo moći razdijeliti na najviše četiri skupine primjera istih oznaka. U slučaju četiri različito označenih skupina, kružnice tada pozicioniramo središtem unutar skupine negativno označenih primjera između skupina pozitivno označenih primjera, pa slučaj postaje istovjetan onome u (c). Na taj način model razdjeljuje svaki skup od četiri primjera.

(e) *Preskočeno.*