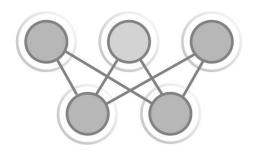
Prof.dr.sc. Bojana Dalbelo Bašić

Fakultet elektrotehnike i računarstva Zavod za elekroniku, mikroelektroniku, računalne i inteligentne sustave

> www.zemris.fer.hr/~bojana bojana.dalbelo@fer.hr

Strojno učenje

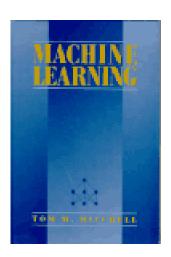
Učenje koncepata





Literatura za predavanje

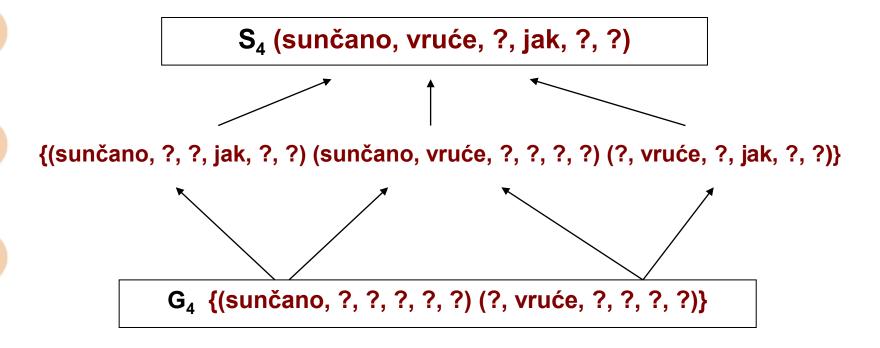
Chapter 2
Concept Learning and the General-to-specific Ordering





PRIMJER

Konačni oblik prostora_inačica:



 Da li naučeni prostor inačica zavisi od redoslijeda predočavanja primjera?



PRIMJEDBE O *PROSTORU INAČICA* I ALGORITMU ELIMINACIJA_KANDIDATA

Da li algoritam ELIMINACIJA_KANDIDATA konvergira prema korektnoj hipotezi?

- Prostor inačica uz E_K algoritam konvergira prema pravoj hipotezi ako
 - Nema pogrešaka u primjerima za učenje
 - Postoji neka hipoteza u H koja korektno opisuje ciljni koncept

Ciljni koncept je točno naučen kada **S** i **G** konvergiraju prema jednoj identičnoj hipotezi!

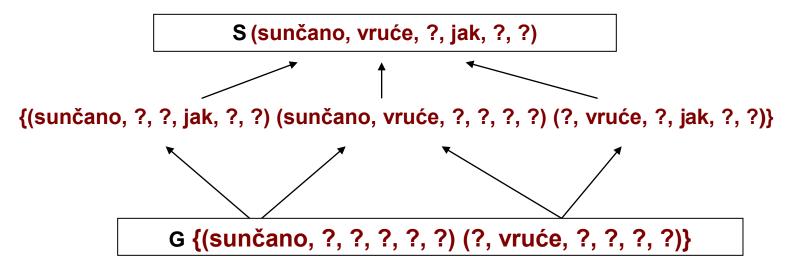


PRIMJEDBE O *PROSTORU INAČICA* I ALGORITMU ELIMINACIJA_KANDIDATA

- Što se dešava kada se pozitivan primjer pogrešno deklarira kao negativan?
- Ispravni ciljni koncept se uklanja iz prostora inačica.
 (Uklanjaju se sve hipoteze nekonzistentne s primjerima za učenje).
 - Ako ima dovoljno primjera za učenje eventualno će S i G konvergirati prema **praznom skupu** NEMA HIPOTEZE KONZISTENTNE S PRIMJERIMA
- Što ako se se ciljni koncept ne može opisati u odabranoj reprezentaciji hipoteze? (konjunkcija -> disjunkcija atributa)



- Do sada primjere za učenje daje učitelj
- Što ako učenik može sam izabrati primjer za učenje i zatim dobiti informaciju iz vanjskog svijeta (učitelja, prirode) o korektnoj klasifikaciji izabranog primjera? → učenik postavlja upit (engl. query)

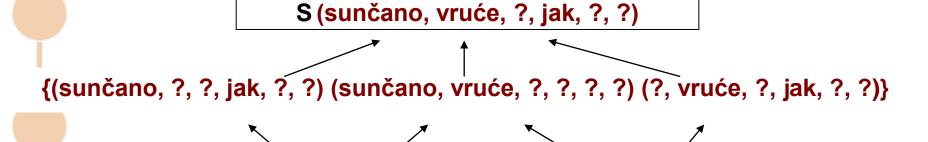


- Što bi bilo dobro pitanje u ovom slučaju?
- Što je dobra strategija upita uopće?



Učenik postavlja upit:

(sunčano, vruće, normalna, slab, topla, isto)?



G {(sunčano, ?, ?, ?, ?) (?, vruće, ?, ?, ?, ?)}



- Učenik treba postavljati upit o primjeru koji dobro diskriminira između alternativnih hipoteza, tj. pozitivno klasificiran s nekim, a negativno s drugim hipotezama:
- Ako ga učitelj klasificira kao pozitivan, tada se S generalizira.
- Ako ga učitelj klasificira kao negativan, tada se G specijalizira.

Prostor inačica se sužuje

Idealan upit je onaj koji zadovoljava ½ hipoteza



Ciljni koncept može biti ponađen u ? koraka



- Učenik treba postavljati upit o primjeru koji dobro diskriminira između alternativnih hipoteza, tj. pozitivno klasificiran s nekim, a negativno s drugim hipotezama:
- Ako ga učitelj klasificira kao pozitivan, tada se S generalizira.
- Ako ga učitelj klasificira kao negativan, tada se G specijalizira.

Prostor inačica se sužuje

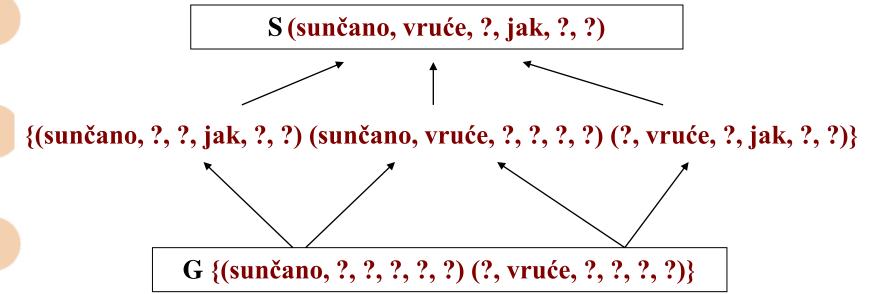
Idealan upit je onaj koji zadovoljava ½ hipoteza



Ciljni koncept može biti ponađen u log₂|VS| koraka

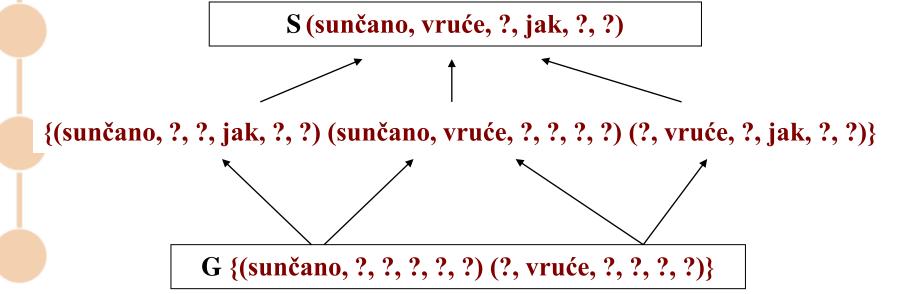


- Samo četiri primjera za učenje u primjeru dan_za _sport.
- Učenik treba klasificirati još neviđeni primjer
- Prostor_inačica sadrži višestruke hipoteze –
 što to znači?



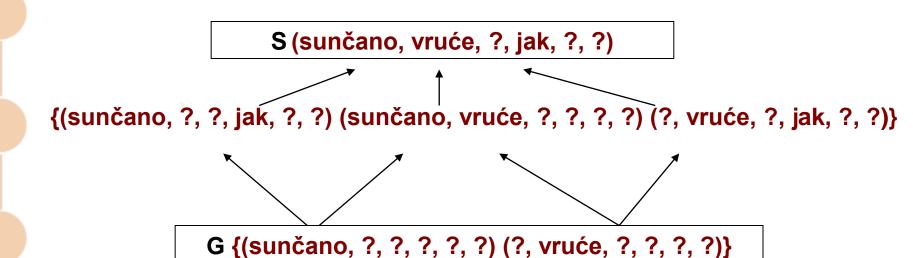


Ako ciljni koncept još nije naučen (višestruke hipoteze) da li učenik može klasificirati novi primjer s istim stupnjem pouzdanosti kao da je ciljni koncept jedinstveno identificiran?





Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
A	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	?
В	kišno	hladno	normalna	slab	topla	isto	?
С	sunčano	vruće	normalna	slab	topla	isto	?
D	sunčano	hladno	normalna	jak	topla	isto	?



Da li je potrebno za svaku hipotezu provjeravati da pozitivno klasificira primjer A ili postupak možemo skratiti?

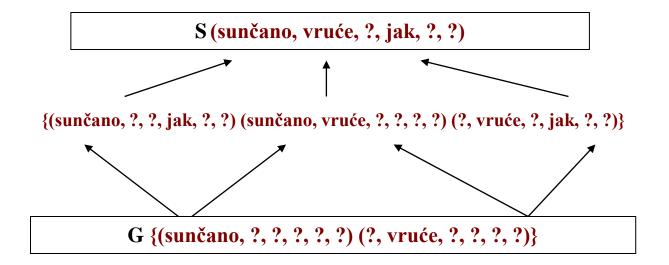


Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
Α	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA
В	kišno	hladno	normalna	slab	topla	isto	?
С	sunčano	vruće	normalna	slab	topla	isto	?
D	sunčano	hladno	normalna	jak	topla	isto	?

- Primjer A pozitivno klasificiran sa svim hipotezama! dakle učenik klasificira taj primjer kao pozitivan s istom pouzdanošću kao da se radi o jednoj hipotezi!
- Ako hipoteze iz S pozitivno klasificiraju A onda to vrijedi i za sve ostale hipoteze iz prostora inačica



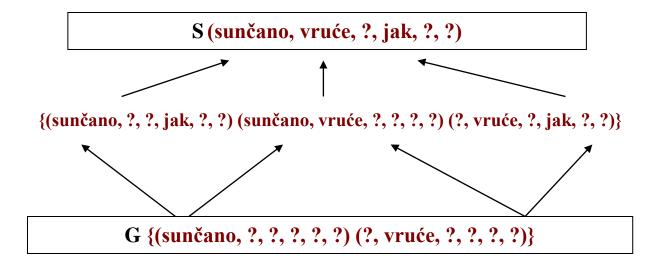
Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
Α	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA
В	kišno	hladno	normalna	slab	topla	isto	NE
С	sunčano	vruće	normalna	slab	topla	isto	?
D	sunčano	hladno	normalna	jak	topla	isto	?



Primjer B - negativno klasificiran sa svim hipotezama



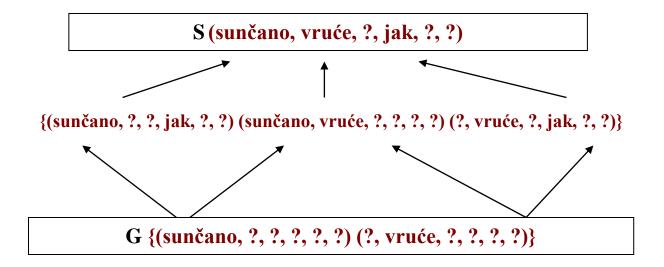
Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
Α	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA
В	kišno	hladno	normalna	slab	topla	isto	NE
С	sunčano	vruće	normalna	slab	topla	isto	?
D	sunčano	hladno	normalna	jak	topla	isto	?



Što je dovoljno provjeriti da smo sigurni da sve hipoteze klasificiraju primjer kao negativan?



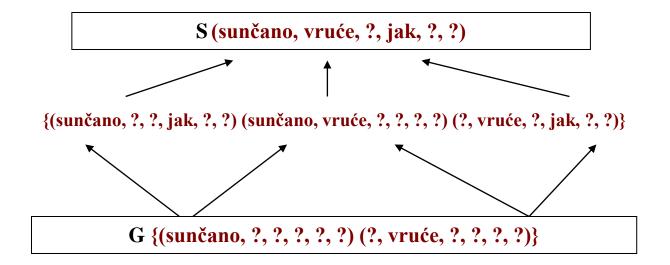
Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
Α	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA
В	kišno	hladno	normalna	slab	topla	isto	NE
С	sunčano	vruće	normalna	slab	topla	isto	?
D	sunčano	hladno	normalna	jak	topla	isto	?



 Dovoljno je provjeriti da primjer <u>ne zadovoljava</u> sve članove skupa G



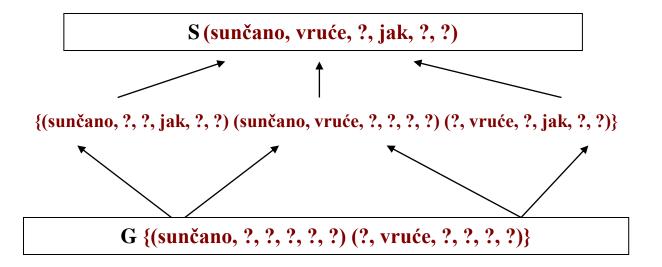
Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
Α	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA
В	kišno	hladno	normalna	slab	topla	isto	NE
С	sunčano	vruće	normalna	slab	topla	isto	?
D	sunčano	hladno	normalna	jak	topla	isto	?



Primjer C – klasifikacija 50%-50% (gore spomenuti primjer –idealan upit)



Primjer - dan	Naoblaka	Temperatu ra	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
Α	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA
В	kišno	hladno	normalna	slab	topla	isto	NE
С	sunčano	vruće	normalna	slab	topla	isto	50%-50%
D	sunčano	hladno	normalna	jak	topla	isto	2+ 4-



 Primjer D – 2 primjera pozitivno, 4 negativno → uvođenje vjerojatnosti. (pretpostavka : sve hipoteze jednako vjerojatne)



INDUKTIVNA PRISTRANOST

- Algoritam eliminacije kandidata konvergira prema stvarnom ciljnom konceptu ako:
 - primjeri za učenje iz D ne sadrže pogreške,
 - inicijalni prostor hipoteza H sadrži ciljni koncept.
- Pitanja:
 - Što ako ciljni koncept nije sadržan u H?
 - Da li možemo izbjeći taj problem ako definiramo H koji sadrži sve moguće hipoteze?
 - Kako veličina H utječe na sposobnost algoritma da generalizira na još ne predočene primjere (problem ekspresivnosti)?
 - Kako veličina H utječe na veličinu skupa primjera za učenje D ?



INDUKTIVNA PRISTRANOST

- Algoritam eliminacije kandidata konvergira prema stvarnom ciljnom konceptu ako:
 - primjeri za učenje iz D ne sadrže pogreške,
 - inicijalni prostor hipoteza H sadrži ciljni koncept.
- Pitanja:
 - Što ako ciljni koncept nije sadržan u H?
 - Da li možemo izbjeći taj problem ako definiramo H koji sadrži sve moguće hipoteze?
 - Kako veličina H utječe na sposobnost algoritma da generalizira na još ne predočene primjere (problem ekspresivnosti)?
 - Kako veličina H utječe na veličinu skupa primjera za učenje D ?



PRISTRAN PROSTOR HIPOTEZA

- Da bi bili sigurni da je ciljni koncept u H –proširujemo prostor hipoteza H
- Primjer: dan_za sport
- Restrikcija je bila: hipoteza = konjunkcija atributa!
- Ako je ciljni koncept jednostavna disjunkcija poput:
- Vrijeme = sunčano ili Vrijeme = oblačno → ciljni koncept nije sadržan u H!
- Skup za učenje:

Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
1	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA
2	oblačno	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA
3	kišno	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	NE

 Algoritam daje rezultat: Nema hipoteze u obliku konjunkcije atributa konzistentne s podacima! Objasni!



PRISTRAN PROSTOR HIPOTEZA

- Nakon prva dva predočena pozitivna primjera:
 \$\mathbf{S}_2\$ (?, vruće, normalna, jak, hladna, promjena)
- lako je to maksimalno specifična hipoteza konzistentna s pozitivnim primjerima ona je preopćenita pa nekorektno klasificira treći primjer! Kakav rezultat daje algoritam E_K?
- Ovakav učenik je pristran jer razmatra samo konjuktivne hipoteze!
- Potreban je H s većom moći izražavanja!



INDUKTIVNA PRISTRANOST

- Pitanja:
 - Što ako ciljni koncept nije sadržan u H?
 - Da li možemo izbjeći taj problem ako definiramo H koji sadrži sve moguće hipoteze?
 - Kako veličina H utječe na sposobnost algoritma da generalizira na još ne predočene primjere (problem ekspresivnosti)?
 - Kako veličina H utječe na veličinu skupa primjera za učenje D ?



- Pristup: treba osigurati da H može predstaviti svaki mogući koncept koji se može naučiti tj. svaki mogući podskup skupa primjera X.
 - Primjer: *dan_za sport* . Veličina prostora primjera X je definirana sa:

 Koliko mogućih koncepata može biti definirano na takvom skupu primjera X, ako svaki mogući podskup skupa X može biti koncept?



- Koliko mogućih koncepata može biti definirano na takvom skupu primjera X?
- Odgovor: koliki je partitivni skup od X tj. 2^{|X|}, što u ovom slučaju iznosi 2⁹⁶ ≈ 10²⁸!
- Za prostor H, kako smo ga definirali (konjunkcija atributa), moguće je prikazati samo 973 hipoteza → vrlo pristran prostor hipoteza!
- Definiramo novi prostor hipoteza X koji sadrži partitivni skup od X, gdje je |X| ≈ 10²⁸



- Jedan od načina definiranja takvog novog prostora hipoteza H' je dozvoliti operacije konjunkcije, disjunkcije i negacije skupa hipoteza H.
- Ciljni koncept Vrijeme = sunčano ili Vrijeme = oblačno može se prikazati kao:

(sunčano, ?, ?, ?, ?) v (oblačno, ?, ?, ?, ?, ?)

 Sa takvim prostorom hipoteza H' nestaje problem nemogućnosti predstavljanja ciljnog koncepta

NOVI PROBLEM→ Algoritam je nesposoban generalizirati iznad primjera za učenje!



INDUKTIVNA PRISTRANOST

- Pitanja:
 - Što ako ciljni koncept nije sadržan u H?
 - Da li možemo izbjeći taj problem ako definiramo H koji sadrži sve moguće hipoteze?
 - Kako veličina H utječe na sposobnost algoritma da generalizira na još ne predočene primjere (problem ekspresivnosti)?
 - Kako veličina H utječe na veličinu skupa primjera za učenje D?



Primjer:

 Nakon tri pozitivna primjera (x1, x2, x3) i dva negativna primjera (x4, x5)

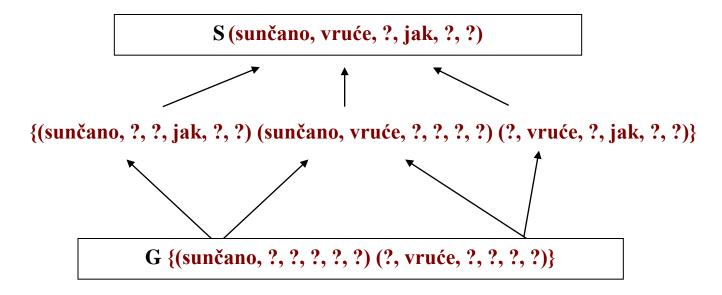
S
$$\{(x1 \lor x2 \lor x3)\}\ i\ G\ \{\neg(x4 \lor x5)\}\$$

U takvoj reprezentaciji **S** će uvijek biti disjunkcija pozitivnih primjera za učenje, a **G** negacija disjunkcije negativnih primjera za učenje.

- <u>Jedini primjeri koji su nedvosmisleno klasificirani sa S i G jesu primjeri za učenje.</u>
- Da bi <u>konvergirali jedinstvenom ciljnom konceptu</u> svaki primjer iz X mora biti predočen kao primjer za učenje, tj. X=D!



- Da li bi mogli doskočiti tom problemu (X=D) tako da koristimo djelomično naučen prostor inačica (koji još nismo sveli na jedinstven ciljni koncept) i ispitujemo broj pozitivnih, odnosno negativnih klasifikacija ?
- Sjetimo se primjera dan_za_sport:





Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
Α	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA
В	kišno	hladno	normalna	slab	topla	isto	NE
С	sunčano	vruće	normalna	slab	topla	isto	50%- 50%
D	sunčano	hladno	normalna	jak	topla	isto	2+ 4-

- Primjer A pozitivno klasificiran sa svim hipotezama! dakle učenik klasificira taj primjer kao pozitivan s istom pouzdanošću kao da se radi o jednoj hipotezi!
- Primjer C klasifikacija 50%-50%
- Primjer D 2 primjera pozitivno, 4 negativno



- Ali, u slučaju kada je H = P(X), jedini primjeri koji će dobiti nedvosmislenu klasifikaciju su prethodno predočeni pozitivni i negativni primjeri.
- Za sve ostale primjere vrijedi: svaki novi primjer bit će klasificiran pozitivno sa točno pola hipoteza u prostoru inačica, i negativno sa drugom polovinom hipoteza u tom prostoru

Zašto?



 Svaki novi primjer bit će klasificiran pozitivno sa točno pola hipoteza u prostoru inačica, i negativno sa drugom polovinom hipoteza u tom prostoru

Zašto?

- H = P(X)

Za svaki novi primjer x, i hipotezu h iz prostora inačica koja pokriva x , postoji hipoteza h' u partitivnom skupu P(X) koja je identična sa h osim što negativno klasificira primjer x.

Naravno, ako je h u VS, tada je i h' jer se obje slažu s do sada predočenim primjerima



Osnovno pravilo induktivnog zaključivanja:

Učenik koji ne čini a priori pretpostavke o ciljnom konceptu

nema ni razumne pristranosti pri klasificiranju još neviđenih primjera!



- Jedini razlog zbog kojeg je algoritam eliminacije kandidata mogao generalizirati iznad predočenih primjera je izvorna formulacija zadaće dan_za_sport koja je bila pristrana zbog implicitne pretpostavke da se ciljni koncept može predstaviti kao konjunkcija atributa!
- U slučajevima u kojima je ta pretpostavka točna i ako su primjeri za učenje ispravni, klasifikacija novih primjera će biti korektna



- Kako induktivno učenje zahtijeva neke a priori
 pretpostavke, metode učenja razlikovat ćemo po toj a
 priornoj pretpostavki ili induktivnoj pristranosti na koju
 se oslanjaju
- Na temelju čega učenik generalizira iznad predočenih podataka da bi klasificirao nove primjere za učenje?



- L proizvoljan algoritam učenja
- $\mathbf{D_c} = \{(x,c(x))\}$ skup podataka za učenje
- c ciljni koncept
- Nakon učenja L treba klasificirati novi primjer x_i.
- L(x_i, D_c) označava klasifikaciju (+ ili -) od x_i koju pridjeljuje L nakon što mu je predočen D_c.
- Induktivni korak zaključivanja:

$$(D_c \wedge x_i) > L(x_i, D_c)$$



Na primjer, ako je L algoritam eliminacije kandidata, D_c skup primjera za učenje iz tablice primjera dan_za_sport, a x_i primjer:

Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
Α	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	?

Tada je induktivni zaključak u tom slučaju:
 L(x_i, D_c) = (dan_za_sport = DA)



Na primjer, ako je L algoritam eliminacije kandidata,
 D_c skup primjera za učenje iz tablice primjera dan_za_sport, a x_i primjer:

Primjer - dan	Naoblaka	Temperat ura	Vlažnost	Vjetar	Voda	Prognoza	Dan za sport
Α	sunčano	vruće	normalna	jak	hladna	promjena	DA

- S obzirom da je L je induktivan algoritam, rezultat L(x_i, D_c) neće biti općenito korektan, tj.
 klasifikacija L(x_i, D_c) ne mora deduktivno slijediti iz primjera za učenje i opisa novog primjera
- Pitanje: Koje dodatne pretpostavke trebamo dodati na x_i \land D_c tako da L(x_i, D_c) slijedi deduktivno?



Definirat ćemo <u>induktivnu pristranost</u> učenika kao skup dodatnih pretpostavki B, dovoljnih da potvrde induktivni zaključak kao deduktivni točnije, induktivna pristranost od L je skup pretpostavki B, takvih da za svaki novi primjer x_i vrijedi:

$$(B \land D_c \land x_i) \models L(x_i, D_c),$$

gdje x $\models y$ znači da y slijedi deduktivno iz x
(y je dokaziv iz x)



Definicija

Neka je **L** algoritam za učenje koncepata za skup primjera **X**. Neka je **c** proizvoljni koncept definiran na **X**, i neka je $\mathbf{D} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{c}(\mathbf{x}))\}$ proizvoljan skup primjera za učenje koncepta **c**. Neka $\mathbf{L}(\mathbf{x}_i, \mathbf{D}_c)$ označava klasifikaciju pridruženu primjeru \mathbf{x}_i algoritmom L koji je naučen na skupu \mathbf{D}_c .

Induktivna pristranost od **L** je bilo koji skup minimalnih pretpostavki **B** takvih da za bilo koji ciljni koncept **c** i odgovarajući skup primjera za učenje **D**_c vrijedi:

$$(\forall x_i \in X)[(B \land D_c \land x_i) \mid -- L(x_i, D_c),]$$



- Što je induktivna pristranost algoritma eliminacije kandidata?
- Prethodno je potrebno precizno definirati klasifikaciju
 L(x_i, D_c) za algoritam *eliminacije kandidata* L.
 Algoritam će na temelju primjera najprije naći VS_{HD}, a zatim će klasificirati novi primjer x_i.

Dodatna pretpostavka:

Primjer x_i će biti klasificiran <u>samo u slučaju uniformne</u> <u>klasifikacije</u> svih hipoteza iz prostora inačica (sve pozitivne ili sve negativne) u protivnom, L neće klasificirati novi primjer x_i



Induktivna pristranost algoritma eliminacije kandidata: Ciljni koncept c je sadržan u prostoru hipoteza H!

 Uz tu pretpostavku svaki induktivni zaključak o klasifikaciji na temelju algoritma eliminacije kandidata može biti potvrđen deduktivno.



Objašnjenje zašto klasifikacija $L(x_i, D_c)$ slijedi deduktivno iz $\mathbf{B} = \{c \in \mathbf{H}\}$, skupa s podacima $\mathbf{D_c}$ i primjerom $\mathbf{x_i}$

- 1. Ako je $c \in H$ tada je i $c \in VS_{H,Dc}$. To slijedi iz definicije prostora $VS_{H,Dc}$ (kao skupa svih onih hipoteza iz H koje su konzistentne s D_c) i skupa $D_c = \{(x,c(x))\}$ (kao skupa podataka za učenje konzistentnih sa ciljnom hipotezom c)
- Definirali smo klasifikaciju L(x_i, D_c) kao nedvosmislenu klasifikaciju svih hipoteza u prostoru VS_{HD}. Dakle, kada algoritam L predoči klasifikaciju L(x_i, D_c), tu su klasifikaciju odredili jednoglasno svi članovi prostora VS_{HD} pa onda i c jer se c nalazi u VS_{HD}

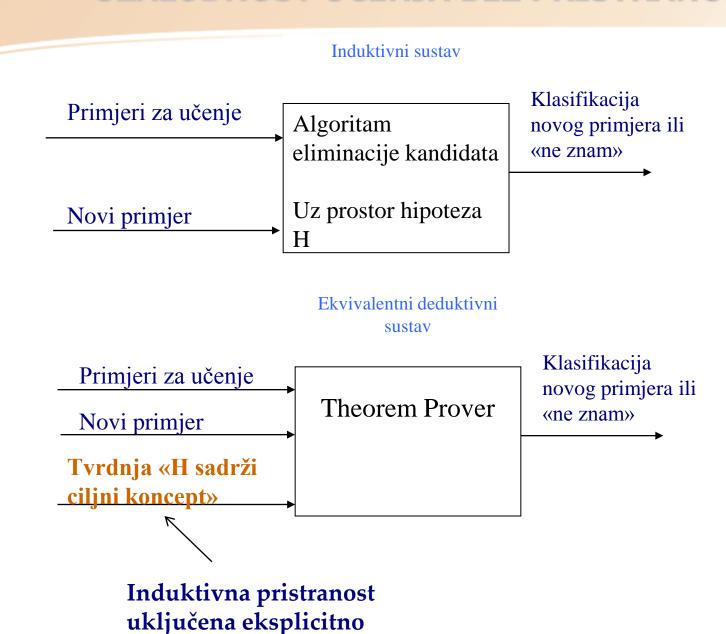
$$c(x_i) = L(x_i, D_c)$$

Induktivna pristranost algoritma eliminacije kandidata: Ciljni koncept c je sadržan u prostoru hipoteza H



- Opisivanje induktivnih sustava sa njihovom induktivnom pristranošću, dozvoljava njegovo modeliranje sa ekvivalentnim deduktivnim sustavom
- Sljedeća dva sustava proizvode iste izlaze za svaki mogući skup D i svaki mogući primjer x







- Prednost pogleda na induktivne sustave preko njihove induktivne pristranosti su:
 - Neproceduralno sredstvo kojim se opisuje način njihove generalizacije iznad predočenih primjera
 - Usporedbe različitih sustava učenje na temelju njihove induktivne pristranosti



- Primjeri tri algoritma poredanih od najslabije do najjače induktivne pristranosti koju uključuju:
- 1. ROTE-LEARNER uči pohranjujući svaki predočeni primjer u memoriju. Novi primjer se klasificira u skladu kako je pohranjen u memoriji, a ako ga nema, sustav ga ne klasificira.
- 2. ALGORITAM ELIMINACIJE KANDIDATA Novi primjer se klasificira samo ako su svi članovi prostora VS suglasni, inače se ne klasificira.
- 3. NAĐI-S algoritam, nalazi najspecifičniju hipotezu konzistentnu s pozitivnim primjerima. Tada tu hipotezu koristi da bi klasificirao nove primjere



- 1. ROTE LEARNER nema induktivne pristranosti, zaključak je deduktivan bez dodatnih pretpostavki
- 2. ELIMINACIJA KANDIDATA ima induktivnu pristranost (koju?) i zato je u stanju klasificirati neke primjere koji ROTE-LEARNER nije u stanju. Ispravnost te klasifikacije zavisi o korektnosti induktivne pretpostavke
- 3. NAĐI-S osim iste induktivne pristranosti koju ima ALGORITAM ELIMINACIJE KANDIDATA ima i dodatnu pristranost da su svi drugi primjeri negativni osim ako to nije suprotno postavljeno drugim znanjem.



- I druge induktivne metode se mogu klasificirati prema induktivnoj pristranosti.
- Neke su pretpostavke slabe («preferiraju se specifičnije hipoteze od općenitijih» - samo rangira hipoteze) dok su druge vrlo kategoričke («c je u H»).
- Neke su pretpostavke implicitne (kao u ovim algoritmima), a neke su vrlo eksplicitne i formulirane kao pretpostavke kojima učenik barata.



Literatura za predavanje

Chapter 2
 Concept Learning and the General-to-specific
 Ordering

