

Ponovljeni završni ispit

4. srpnja 2011.

Ime i Prezime:

Matični broj:

Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa. **Studenti koji ponavljaju 1. međuispit rješavaju zadatke 1-5, 2. međuispit 6-8, a završni ispit sve zadatke.**

1. zadatak (3 boda)

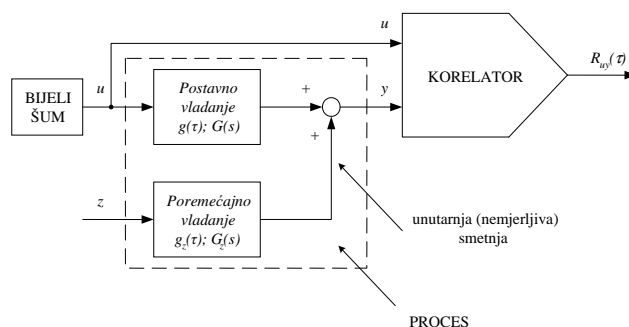
- (1 bod) Zašto je za primjenu identifikacije zasnovane na Fourierovoj analizi prikladan chirp pobudni signal?
- (1 bod) Kako odabiremo početnu i završnu frekvenciju chirp signala?
- (1 bod) Skicirajte amplitudno-frekvencijsku karakteristiku chirp signala s početnom frekvencijom $\omega_{poc} = 0.1$ rad/s i završnom frekvencijom $\omega_{zav} = 10$ rad/s.

2. zadatak (3 boda)

Izračunajte vrijednost međukorelacijske funkcije $R_{uy}(\pi/2)$ signala $u(t) = \sin(t)$ i $y(t) = \cos(t)$.

3. zadatak (2 boda)

Proveden je identifikacijski eksperiment kao što je prikazano na slici 1, te je na izlazu snimljen signal y . Odredite i komentirajte izraz za težinsku funkciju $g(\tau)$ uz pretpostavku da signali u i z ne koreliraju i da je spektralna snaga bijelog šuma $S_{uu}(\omega) = 2$.



Slika 1: Sustav upravljanja.

4. zadatak (4 boda)

Stohastički proces ima autokorelacijsku funkciju $R_{xx} = Ae^{-k|\tau|}$, gdje su A i k pozitivne konstante.

- (2 boda) Odredite spektralnu gustoću tog procesa $S_{xx}(\omega)$.
- (2 boda) Kolika je ukupna spektralna snaga tog procesa?

5. zadatak (2 boda)

Parametarskom metodom identifikacije dobiven je OE model sustava opisan kao:

$$F(z^{-1}) = 1 + z^{-2}$$

$$B(z^{-1}) = 1 + 0.5z^{-1}$$

- (1 bod) Skicirajte blokovsku shemu OE modelske strukture.
- (1 bod) Napišite jednadžbu diferencija identificiranog modela.

6. zadatak (4 boda)

Broj vozila k koja u određenom vremenskom periodu prođu pored kontrolne točke na nekoj dionici puta mjeri se pomoću mjerača prometa. Pokazuje se da se broj vozila k može u statističkom smislu opisati Poissonovom razdiobom:

$$f(k, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, \lambda > 0$$

pri čemu $f(k, \lambda)$ označava vjerojatnost da u određenom vremenskom intervalu preko kontrolne točke prođe upravo k vozila. Potrebno je na temelju poznatih rezultata mjerenja broja vozila k_i odrediti optimalni iznos parametra razdiobe λ korištenjem ML metode (*eng.* Maximum Likelihood Method).

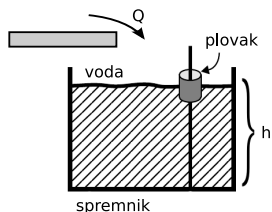
7. zadatak (2 boda)

Koristeći polinomski test procijenite red ARMAX modela ako su postupkom identifikacije dobiveni polinomi:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 - 4z^{-1} + 4z^{-2} \\ B(z^{-1}) &= z^{-2} - 10^{-5}z^{-3} \\ C(z^{-1}) &= z^{-1} - 2.998z^{-2} \end{aligned}$$

8. zadatak (7 bodova)

Proces punjenja spremnika vode konstantnim dotokom Q , prikazan je slikom 2 pri čemu je mjerenje y naponski signal proporcionalan visini vode u spremniku h , odnosno položaju plovka na vertikalnom nosaču.



Matematički model sustava je:

$$\begin{aligned} 3 \frac{dh}{dt} &= Q \\ y &= 0.01 h \end{aligned}$$

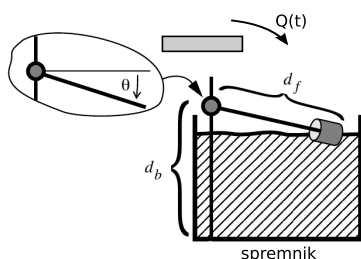
Cilj je estimirati visinu vode h u spremniku i dotok vode Q .

Slika 2: Proces

- (1 bod) Odredite opis sustava u prostoru stanja.
- (1 bod) Ispitajte osmotrivost danog sustava.
- (2 boda) Projektirajte kontinuirani estimator stanja punog reda kojim će se polovi sustava postaviti u $s = -8$.
- (1 bod) Ako u mjerenju visine postoji Gaussov bijeli šum $v \sim \mathcal{N}(0, R)$, napišite izraz za dinamiku pogreške estimacije.
- (2 boda) Projektirajte kontinuirani estimator stanja reduciranog reda kojim će se polovi sustava postaviti u $s = -8$.

9. zadatak (6 bodova)

Proces punjenja spremnika vode vremenski promijenjivim dotokom $Q(t) = 1 + c \sin(t/20)$, $c < 1$, prikazan je slikom 3 pri čemu je mjerenje y naponski signal proporcionalan kutu između nosača plovka i vertikalnog nosača.



Amplituda sinusoidalne komponente dotoka c je Gaussov bijeli šum očekivanja \bar{c} i varijance 0.01, a nesigurnost mjerenja modeliramo aditivnim Gausovim bijeli šumom v očekivanja 0 i varijance 0.001. Matematički model sustava je:

$$\begin{aligned} 3 \frac{dh}{dt} &= Q(t) \\ y &= \arcsin \frac{d_b - h}{d_f} + v, \end{aligned}$$

Duljine nosača su $d_b = 2$ te $d_f = 3$. Cilj je estimirati visinu vode h u spremniku i srednju vrijednost amplitude dotoka \bar{c} .

Slika 3: Proces

- (2 boda) Odredite diskretni linearizirani model sustava u prostoru stanja uz vrijeme diskretizacije $T = 1$ s koje je dovoljno malo za taj sustav.
- (2 boda) Ako je $h_0 = 1$, $\bar{c}_0 = 0.5$ i $P_0 = \text{diag}(1, 0.1)$, odredite *a-posteriori* estimate \hat{x}_1^+ te P_1^+ diskretnog proširenog Kalmanova filtra sustava ako je $y_1 = 0.5$.
- (2 boda) Pretpostavimo da dinamiku sustava pratimo kontinuirano, dok mjerenja dolaze u diskretnim vremenskim trenucima s razmakom $T = 10$ s. Napišite jednadžbe hibridnog proširenog Kalmanova filtra za estimaciju sustava. Pritom eksplicitno izrazite *a-priori* estimat stanja $\hat{x}(t)$.

TEORIJA

1. zadatak (2 boda)

Izvedite formulu za direktnu procjenu parametara ARX modela metodom najmanjih kvadrata. Objasnite važnost perzistentnosti pobude na toj formuli.

2. zadatak (1 bod)

Kako je definirana spektralna gustoća snage signala? Koji odnos vrijedi između spektralne gustoće snage signala na izlazu i ulazu sustava?

3. zadatak (2 boda)

Objasnite koja svojstva moraju imati pomoćne varijable kod identifikacije metodom pomoćnih varijabli, te potom nacrtajte izvedbenu blokovsku strukturu ovog načina identifikacije parametara. Objasnite prednosti korištenja ove metode za identifikaciju parametara determinističkog dijela modela sustava u on-line primjenama.

4. zadatak (1 bod)

Napišite izraz za određivanje matrice $H(\hat{n})$ kod testa za određivanje reda modela temeljenog na odnosu determinanata. Objasnite zašto ova matrica postaje približno singularna kada se red modela \hat{n} procijeni većim od reda stvarnog modela sustava n . Kako se procijeni najvjerojatniji red modela metodom odnosa determinanata?

5. zadatak (1 bod)

Objasnite što se provjerava autokorelacijskom funkcijom signala pogreške modela, te nacrtajte oblik te funkcije za pozitivan autokorelacijski test.

6. zadatak (1 bod)

Pod kojim uvjetima vrijedi optimalnost Kalmanova filtra?

7. zadatak (1 bod)

Kakva statistička svojstva ima inovacija optimalnog Kalmanova filtra? Navedite barem jedan uzrok odstupanja od toga te kako se ono *on-line* može detektirati i ispraviti (skicirati shemu).

8. zadatak (1 bod)

Objasnite princip rada ustaljenog Kalmanova filtra i pod kojim uvjetima ga je opravdano koristiti.