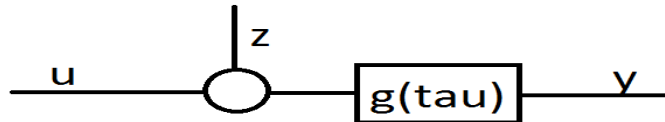


Jesenski ispitni rok
Teorija estimacije

by: docx

1. (8bodova) Korištenjem korelacijske analize estimira se težinska funkcija procesa $g(\tau)$ u identifikacijskom postupku prikazano na Slici 1. Signal z je bijeli šum srednje vrijednosti 0 koji ne korelira s ispitnim signalom u . Izvedite izraz za estimaciju prijelazne funkcije $\hat{G}(j\omega) = \alpha(g(\tau))$ bez pomaka. Ako spektralna gustoća snage bijelog šuma z nije poznata, može li se odrediti $\hat{G}(j\omega)$ uz poznati u i y ? Pokažite!



Slika 1.

2. (6bodova) Proces $G_s(s)$ i spektralna gustoća $S_{yy}(w)$ opisani su:

$$G_s = \frac{3}{2s+1}, S_{yy} = \frac{9}{w^2+9} \frac{1}{4w^2+1}$$

- a) (2 boda) Odredite spektralnu gustoću snage ulaznog signala $S_{uu}(w)$
b) (4 boda) Koliki je iznos srednje snage ulaznog signala \bar{P}_u Napomena:

$$\frac{d}{dx} \arctan x = \frac{1}{1+x^2}$$

3. (9 bodova) Parametarskom metodom identifikacije određeni su parametri ARMAX modela, $A(z^{-1}) = 1 + 0.6z^{-1} + 0.8z^{-2}$, $B(z^{-1}) = 0.2z^{-1}$, $C(z^{-1}) = 1 + 0.4z^{-1}$
a) (2 boda) Skicirajte blok shemu ARMAX
b) (5 bodova) Odredite očekivani izraz modela $E[y(3)]$ uz parove izraz-ulaz podataka prikazanih u tablici 1 pri čemu je pretpostavka $\varepsilon(-1) = 0$.

k	b(k)	u(k)
<0	0	0
0	0.1	2
1	0.2	1
2	0.3	2

Tablica 1.

- c) Može li se primjenom polinomskog testa smanjiti red modela? Objasnite.
4. (8 bodova) Masa predmeta m mjeri se korištenjem 2 nezavisna instrumenta. Mjerenje i -tog instrumenta može se opisati slučajnom varijablom $Y_i \sim N(m, \sigma_i^2)$, $i = \{1, 2\}$. Ako su poznati relativni odnosi standardnih devijacija mjerenja instrumenta $\sigma_1 : \sigma_2 = 2:3$, korištenjem ML metode odredite optimalan estimat mase predmeta \hat{m} iz izmjerenih vrijednosti $\{y_1, y_2\}$.

Napomena $X \sim N(\mu, \sigma^2), f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp -\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2$

5. (9 bodova) Korištenjem metode pomoćnih varijabli estimira se matematički model zadan s : $y(k)=a y(k-1) +(1-a) u(k-1) + v(k)$ pri čemu j epoznato kako poopćena pogreška modela v , korelira s izlaznim signalom y . Ulazno-izlazni parametri podataka koji su prikupljeni u identifikacijskom eksperimentu dani su u Tablici 2. Odredite mat. pod. Φ pomoću var w , vektora mjerenja Y te navedite konačan izraz za identifikacijske parametre modela metodom pomoćnih varijabli ako je pomoćni model zadan s $y_h(k)=c y_h(k-1) + (1-c) u(k-1)$ gdje je $c=0.09$, a početno stanje modela je $y_h(1)=0$.

k	u(k)	y(k)
1	1	0.1
2	1	0.2
3	-1	0.09
4	1	0.1

Tablica 2

6. (15 bodova) Mjerenje razine napunjenosti baterije električnog automobila provjerena je 6 puta korištenjem 6 različitih mjernih instrumenata. Takav sustav se može opisati sljedećom jednadžbom $x=c$, $y_i=x+v_i$ gdje je mjerni šum i-tog mjerenja $v_i \sim N(0,\sigma_i^2)$ gaussov bijeli šum. Ostvarena mjerenja y_i te pripadajući iznosi kovarijanci σ_i^2 prikazani su u sljedećoj tablici:

i	1	2	3	4	5	6
$y_i[\%]$	12.2	11.6	11.8	11.9	11.5	11.4
σ_i^2	1.5	1	1.2	0.9	1.3	0.6

Napomena. Mjerenja su obavljena unutar kratkog vremenskog intervala

- a) (5 bodova) Izvedite izraz za izračun uzoračke srednje vrijednosti \tilde{x} uz pretpostavku $v_i \sim N(0,\sigma_i^2)$ za svaki i
- b) (5 bodova) Izvedite izraz za izračun otežane uzoračke srednje vrijednosti \tilde{x} uz pretpostavku $v_i \sim N(0,\sigma_i^2)$.
- c) (5 bodova) Estimirajte razinu napunjenosti korištenjem podataka iz tablice
7. (15 bodova) Razmotrimo skalarni sustav sa sljedećom jednadžbom mjerenja: $y_k=x_k^2 + v_k$. U koraku k, unaprijedna estimacija stanja $\hat{x}_k=1$, stvarno stanje $x_k=5$, a mjerenje iznosi $y_k=25$. Unaprijedna varijanca pogreške estimacije iznosi $P_k=1$, varijanca mjerenog šuma iznosi $R_k=4$.
- a) (11 bodova) Iterativnim proširenim KF odredite $x_{k,1}^+, x_{k,2}^+$
- b) (4 boda) Navedite osnovnu prednost i nedostatak iterativnog proširenog KF spram osnovnog proširenog KF.
8. (10 bodova) Radioaktivna masa se raspada u svakom koraku uzorkovanja. Broj emitiranih čestica x jednak je šestini broja čestica emitiranih u prethodnom koraku. Međutim, u tom procesu postoji određena pogreška uzrokovana pozadinskom radijacijom koju možemo modelirati gaussovim bijelim šumom $w_k \sim N(0,R)$. Pretpostavite da su w_k i v_k nekorelirani.
- a) (3 boda) Postavite matematički model zadanih linearnih sustava
- b) (3 boda) Za zadane sustave napišite jednadžbe KF za naknadnu (aposteriori) estimaciju broja emitiranih čestica.
- c) (4 boda) Odredite varijancu pogreške estimacije KF te K. Pojačanje u ustaljenom stanju ako je $Q=R=1$.