Drugi međuispit

18. svibnja 2009.

Ime i Prezime: **Matični broj:**

Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

1. zadatak (5 bodova)

a) *(2 bod)* Kako se kod LS metode estimiraju parametri modela? Koji se kriterij koristi? Napišite matematički izraz i komentirajte.

b) *(2 boda)* Koji je razlog uvođenja instrumentalnih varijabli u postupak estimacije parametara? Koje uvjete instrumentalne varijable moraju zadovoljiti da bi procjena parametara bila konzistentna?

c) *(1 bod)* Navedite prednosti odnosno nedostatke RLS metode procjene parametara u odnosu na LS metodu.

2. zadatak (4 boda)

Broj vozila k koja u i-tom vremenskom intervalu prođu pored kontrolne točke na nekoj dionici puta mjeri se pomoću brojila prometa. Pokazuje se da se broj vozila k može u statističkom smislu opisati s Poissonovom razdiobom:

$$f(k, \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}, \lambda > 0$$

pri čemu $f(k, \lambda)$ označava vjerojatnost da u vremenskom intervalu i preko kontrolne točke prođe upravo k_i vozila. Potrebno je na temelju poznatih rezultata mjerenja broja vozila k_i odrediti optimalni iznos parametra razdiobe λ korištenjem ML metode (*engl.* Maximum Likelihood Method).

3. zadatak (3 boda)

Za identifikaciju tromasenog elektromehaničkog sustava koristi se RLS metoda uz faktor zaboravljanja zasnovan na filtru prvog reda koji je zadan prijenosnom funkcijom:

$$\frac{\rho(z)}{\rho_f(z)} = \frac{1-a_\lambda}{1-a_\lambda z^{-1}}$$

Konačna vrijednost faktora zaboravljanja je 0.98, a a_λ iznosi 0.97.

a) *(1 bod)* Koja je vrijednost faktora zaboravljanja u 10. koraku, ako u 8. koraku iznosi $\rho(8) = 0.975$?

b) *(2 boda)* Koje prednosti u odnosu na standardnu metodu ima metoda kod koje se koriste faktori zaboravljanja?

4. zadatak (4 boda)

a) *(2 boda)* Objasnite i matematički opišite kako se provodi test odnosa determinanata.

b) *(2 boda)* Postupkom identifikacije ARMAX modela dobiveni su polinomi:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 - 4z^{-1} + 4z^{-2} \\ B(z^{-1}) &= z^{-2} - 10^{-5}z^{-3} \\ C(z^{-1}) &= z^{-1} - 1.998z^{-2} \end{aligned}$$

Koristeći polinomski test procijenite minimalni red dobivenog modela.

5. zadatak (5 bodova)

Zadan je diskretni matematički model sustava dvostrukog integratora:

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T \end{bmatrix} u_k,$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_k,$$

gdje je $T = 0.5[s]$.

a) *(3 boda)* Projektirajte diskretni prediktivni estimator stanja tako da u prvom slučaju svi polovi sustava budu u nuli ($z_p = 0$), a u drugom u 0.6 ($z_p = 0.6$).

b) *(2 boda)* Pretpostavimo da u sustavu postoji mjerni šum v_k očekivane vrijednosti nula i varijance R ($v_k \sim N(0, R)$). Obrazložite koji bi od dvaju projektiranih regulatora imao bolje vladanje s obzirom na šum. Napišite izraz za dinamiku pogreške estimacije uz postojanje mjernog šuma u sustavu.

6. zadatak (5 bodova)

Radioaktivna masa ima vrijeme poluraspada τ sekundi. U svakom koraku uzorkovanja, broj emitiranih čestica x jednak je polovici broja čestica emitiranih u prethodnom koraku. Međutim, u tom procesu postoji određena pogreška uzrokovana pozadinskom radijacijom, koju možemo modelirati šumom w_k nulte očekivane vrijednosti i varijance Q ($w_k \sim N(0, Q)$). U svakom koraku uzorkovanja, instrumentom je određen broj emitiranih čestica y. Instrument u koraku k ima šum mjerenja v_k koji se može opisati Gaussovom slučajnom varijablom očekivane vrijednosti nula i varijance R ($v_k \sim N(0, R)$). Pretpostavite da su w_k i v_k nekorelirani.

a) *(1 bod)* Postavite matematički model zadanog linearnog sustava.

b) *(2 boda)* Napišite jednadžbe Kalmanova filtra za naknadnu (*a posteriori*) estimaciju broja emitiranih čestica.

c) *(1 bod)* Odredite *a posteriori* varijancu pogreške estimacije Kalmanova filtra u ustaljenom stanju.

d) *(1 bod)* Koliko iznosi Kalmanovo pojačanje u ustaljenom stanju kada je $Q = R$, a koliko kada je $Q = 2R$? Objasnite ovisnost ustaljenog Kalmanova pojačanja o omjeru Q naprama R.