

Završni ispit

1. srpnja 2009.

Ime i Prezime:

Matični broj:

Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

1. zadatak (4 boda)

Zadan je skalarni sustav:

$$x_{k+1} = x_k + w_k,$$

$$y_k = x_k + v_k,$$

gdje su procesni i mjerni šum (w_k i v_k) bijeli i nekorelirani šumovi nepoznatih varijanci (Q i R). Stoga je za estimaciju stanja korišteno ustaljeno (podoptimalno) pojačanje K_∞ .

Izrazite ustaljenu vrijednost P_∞^- kao funkciju ustaljenog Kalmanova pojačanja K_∞ i stvarnih vrijednosti Q i R .

Naputak: Koristite prvi oblik izraza za P_k^+ diskretnog Kalmanova filtra.

$$P_\infty^- = \text{a) } \frac{RK_\infty^2 + Q}{2K_\infty - K_\infty^2}, \text{ b) } \frac{QK_\infty^2 + R}{2K_\infty - K_\infty^2}, \text{ c) } \frac{RK_\infty^2 + Q}{2 - K_\infty}, \text{ d) } \frac{RK_\infty^2 - Q}{2K_\infty + K_\infty^2}, \text{ e) } \frac{RK_\infty + Q}{2 - K_\infty}.$$

2. zadatak (6 bodova)

Razmotrimo skalarni sustav sa sljedećom jednadžbom mjerenja:

$$y_k = x_k^2 + v_k.$$

U koraku k , unaprijedna (*a priori*) estimacija stanja je $x_k^- = 1$. Stvarno stanje je $x_k = 5$, a mjerenje iznosi $y_k = 25$. Unaprijedna (*a priori*) varijanca pogreške estimacije iznosi $P_k^- = 1$, a varijanca mjernog šuma iznosi $R_k = 4$.

Iterativnim EKF algoritmom odredite $\hat{x}_{k,1}^+$ i $\hat{x}_{k,2}^+$.

(3 boda) $\hat{x}_{k,1}^+ =$ a) 2.3, b) 4.8, c) 3.4, d) 7, e) 6.1 .

(2 boda) $\hat{x}_{k,2}^+ =$ a) 1.2, b) 4.3, c) 3.6, d) 5.2, e) 7.2 .

(1 bod) Poboljšava li se naknadna (*a posteriori*) estimacija stanja? a) Da. b) Ne.

3. zadatak (5 bodova)

Radioaktivna masa ima vrijeme poluraspada τ sekundi. U svakom koraku uzorkovanja, broj emitiranih čestica x jednak je polovici broja čestica emitiranih u prethodnom koraku. Međutim, u tom procesu postoji određena pogreška uzrokovana pozadinskom radijacijom, koju možemo modelirati šumom w_k nulte očekivane vrijednosti i varijance Q_k ($w_k \sim N(0, Q_k)$). U svakom koraku uzorkovanja, dvama različitim instrumentima je određen broj emitiranih čestica y . Pogreška koju instrumenti prilikom mjerenja rade može se opisati slučajnom varijablom srednje vrijednosti nula i jedinične varijance.

Početna je nesigurnost broja radioaktivnih čestica slučajna varijabla varijance 4 i srednje vrijednosti nula.

Koristeći informacijski filter izračunajte *a priori* i *a posteriori* informacijsku matricu u koracima $k = 1$ i $k = 2$. Uzmite da je $Q_0 = Q_1 = 2$.

(2 boda) $\mathcal{I}_1^- =$ a) 0.2, b) $\frac{1}{2}$, c) $\frac{1}{3}$. $\mathcal{I}_1^+ =$ a) $\frac{1}{6}$, b) $\frac{7}{3}$, c) $\frac{4}{3}$.

(3 boda) $\mathcal{I}_2^- =$ a) $\frac{28}{59}$, b) $\frac{36}{56}$, c) $\frac{36}{53}$. $\mathcal{I}_2^+ =$ a) 2, b) $\frac{146}{59}$, c) $\frac{171}{56}$.