Međuispit

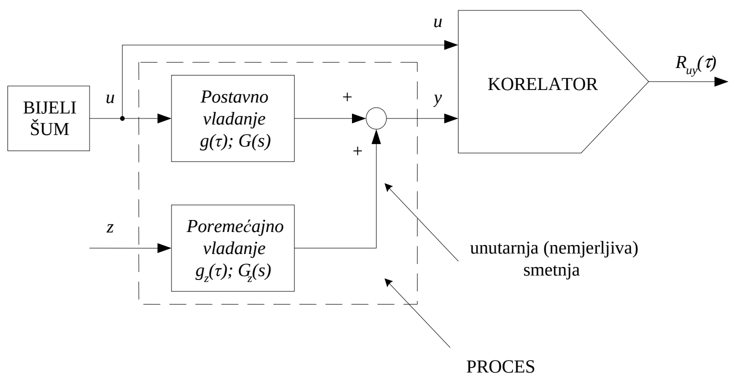
22. travnja 2014.

Ime i Prezime: **Matični broj:**

Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

1. zadatak (4 boda)

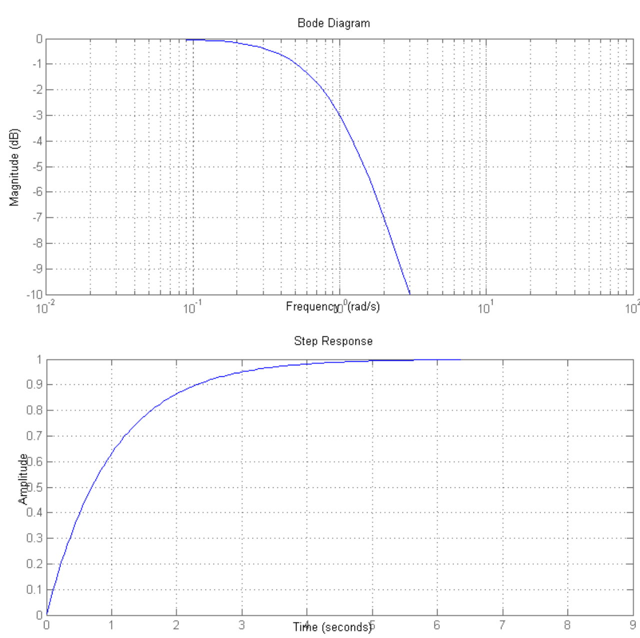
Proveden je identifikacijski eksperiment kao što je prikazano na Slici 1, te je na izlazu snimljen signal y. Odredite i komentirajte izraz za težinsku funkciju $g(\tau)$ uz pretpostavku da signali u i z ne koreliraju i da je spektralna snaga bijelog šuma $S_{uu}(\omega) = 2$. (*Napomena:* $\int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega\tau) d\omega = 2\pi\delta(\tau)$).



Slika 1: Identifikacija procesa pomoću korelacijske analize.

2. zadatak (4 boda)

Potrebno je identificirati sustav opisan amplitudno-frekvencijskom karakteristikom te prijelaznom funkcijom na Slici 2. (*Napomena:* $\Delta t \leq \frac{2.77}{\omega_g}$).



Slika 2: Amplitudno-frekvencijska karakteristika i odziv na jediničnu skokovitu pobudu

a) *(2 boda)* Odredite parametre PRBS signala oblika m-impulsnog slijeda koji se može koristiti za identifikaciju tog sustava.

b) *(2 boda)* Skicirajte autokorelacijsku funkciju PRBS-a s parametrima odabranim pod a).

3. zadatak (5 boda)

Identifikacijskim eksperimentom određene su spektralne gustoće ulaznog i izlaznog signala sustava $S_{uu}(\omega) = \dfrac{1+4\omega^2}{\omega^2+25}$ i $S_{yy}(\omega) = \dfrac{25}{\omega^2+25}$.

a) Odredite amplitudno frekvencijsku karakteristiku sustava.
b) Je li moguće bez dodatnih informacija o procesu odrediti fazno frekvencijsku karakteristiku? Ako je moguće, odredite je, a ako nije, objasnite što je potrebno da se odredi fazno frekvencijska karakteristika procesa.

4. zadatak (4 boda)

a) *(2 boda)* Skicirajte načelnu shemu parametarskog postupka identifikacije.

b) *(2 boda)* Na koji način se u matematičkom modelu nadomješta signal smetnje koji se pojavljuje u sustavu?

5. zadatak (7 boda)

Parametri sustava estimiraju se rekurzivnom metodom najmanjih kvadrata. Prijenosna funkcija determinističkog dijela modela $G_M(z)$ je prvog reda ($\frac{b_1}{z+a_1}$). U tablici su prikazana mjerenja (u, y) parova podataka od iteracije k do $k+2$.

Iteracija	u	y
k	0.4	1.5
$k+1$	0.9	3.1
$k+2$	1.2	5.6

a) Uz ARX strukturu modela odredite estimat parametara $\hat{\Theta}(k+2)$ ako je $P(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ i $\hat{\Theta}(k) = \begin{bmatrix} -0.9 & 2.5 \end{bmatrix}^T$.

b) Pretpostavite da je prijenosna funkcija stohastičkog dijela modela opisana s $G_r(z) = \frac{V(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{z+c_1}{z+d_1}$. Napišite regresijski vektor u ovisnosti o ulazima u, izlazima y, poopćenoj pogrešci v i smetnji ε kao i vektor parametara za taj slučaj. (*Napomena:* $y(k) = \varphi^T(k)\Theta + \varepsilon(k)$)

c) Izvedite $v(k)$ i $\varepsilon(k)$ kao funkciju ulaza, izlaza, parametara i vlastitih prošlih vrijednosti.

d) Objasnite ulogu filtra smetnje.

6. zadatak (6 boda)

Uz pretpostavku da se izmjerene brzine vjetra x_i na nekoj lokaciji ravnaju po Weibullovoj razdiobi:

$$f(x_i;\lambda,k) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda}\left(\frac{x_i}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-(x_i/\lambda)^k} & x_i \geq 0, \\ 0 & x_i < 0, \end{cases} \tag{1}$$

i uz dana mjerenja $x_i, i = 1, ..., N$, metodom najveće vjerojatnosti odredite optimalni estimat parametra λ. Pretpostavite da je parametar k poznat.

7. zadatak (4 boda)

a) *(2 boda)* Objasnite i matematički opišite kako se red modela procjenjuje testom odnosa determinanata.

b) *(2 boda)*Postupkom identifikacije ARMAX modela dobiveni su polinomi:

$$A(z^{-1}) = 1 - 4z^{-1} + 4z^{-2}$$
$$B(z^{-1}) = z^{-1} - 2z^{-2}$$

Koristeći polinomski test procijenite red dobivenog modela.

8. zadatak (6 boda)

Snimljeni podaci za estimaciju ARX modela pomoću metode pomoćnih varijabli dani su u tablici.

Indeks mjerenja	u	y
1	1	0.1
2	1	0.2
3	-1	0.09
4	1	0.17

Potrebno je odrediti matrice $\mathbf{\Phi}$, $\mathbf{W}$ i $\mathbf{Y}$. Pretpostavljeni oblik ARX modela jest:

$$y(k) = a \cdot y(k-1) + (1-a) \cdot u(k-1).$$

Za formiranje matrice $\mathbf{W}$ koristite model:

$$y_h(k) = c \cdot y_h(k-1) + (1-c) \cdot u(k-1),$$

s parametrom $c = 0.9$. Početno stanje pomoćnog modela je 0.

RJEŠENJA:

Zadatak 1

$$g(\tau) = \frac{1}{2} R_{uy}(\tau)$$

Zadatak 2

a) Iz odziva slijedi: $\omega_g = 1$ rad/s, $t_{95} = 3$ s. Parametri PRBS-a su: $T = 4.5\ s$, $\Delta t = \frac{T}{N} = 1.5$, $N = 3$.

b) Za crtanje autokorelacijske funkcije PRBS-a pogledaj predavanja.

Zadatak 3

a)

$$|G(j\omega)| = \frac{5}{\sqrt{1 + 4\omega^2}}$$

b) Nije moguće jednoznačno odrediti fazno-frekvencijsku karakteristiku sustava. Za utvrđivanje prijenosne funkcije trebali bismo poznavati fizikalna svojstva sustava (npr. je li sustav minimalno fazni).

$$G(s) = \frac{\pm 5}{1 \pm 2s}$$

Zadatak 4

Pogledaj predavanja.

Zadatak 5

a) $\hat{\theta}(k+2) = \begin{bmatrix} -1.1103 \\ 2.5463 \end{bmatrix}$

b) $\varphi = [-y(k-1) \quad u(k-1) \quad \varepsilon(k-1) \quad -v(k-1)]^\top$, $\theta = [a_1 \quad b_1 \quad c_1 \quad d_1]^\top$

c) $v(k) = y(k) + a_1 y(k-1) - b_1 u(k-1)$ $\varepsilon(k) = -c_1 \varepsilon(k-1) + y(k) + a_1 y(k-1) - b_1 u(k-1) + d_1 (y(k-1) + a_1 y(k-2) - b_1 u(k-2))$

d) Filtar smetnje koristi se kako bi se poopćena pogreška modela $v(k)$ svela na bijeli šum $\varepsilon(k)$.

Zadatak 6

$\hat{\lambda} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i^k \right)^{\frac{1}{k}}$

Zadatak 7

a) Pogledaj predavanja.

b) $G_M(z) = \frac{z^{-1}}{z^{-1} - 0.5}$

Zadatak 8

$$Y = \begin{bmatrix} 0.2 \text{ -1} \\ 0.09 \text{ - } 1 \\ 0.17 + 1 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} 0.1 \text{ - } 1 \\ 0.2 \text{ - } 1 \\ 0.09 \text{ +1} \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \text{ - } 1 \\ 0.19 \text{ - } 1 \end{bmatrix}$$