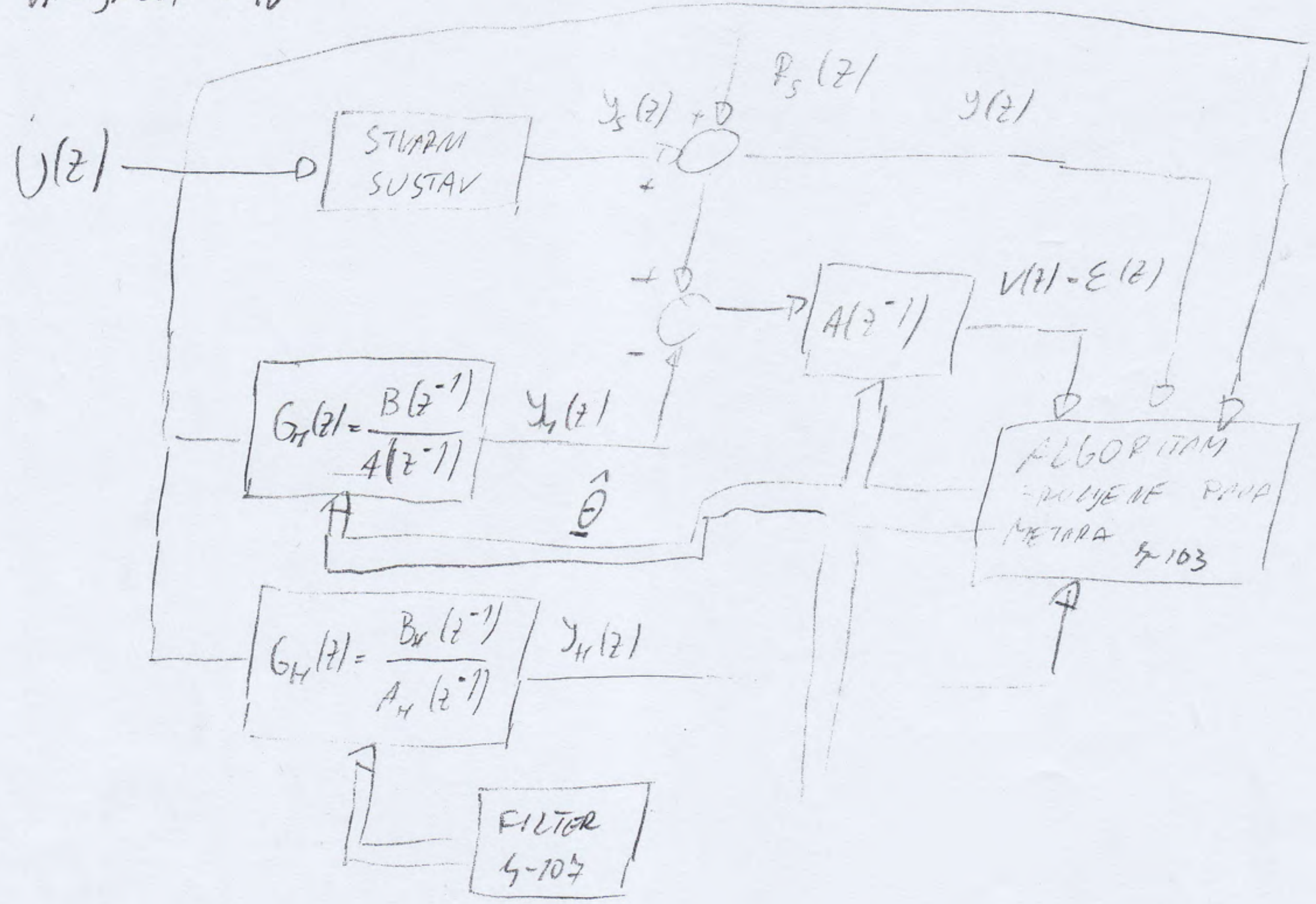
RIV - METODA POMOĆNIH VARIJABLI - METODA INSTRUMENTALNIH VARIJABLI - IV



DA BI MATRICA $\underline{W}(N)$ BILA MATRICA POMOĆNIH VARIJABLI TREBAJU BITI ISPUNJENI SLJEDEĆI UVJETI

$$\lim_{N \to \infty} E\left\{ \underline{W}^T(N) \underline{V}(N) \right\} = \underline{0}$$

$$\lim_{N \to \infty} E\left\{ \underline{W}^T(N) \underline{\Phi}(N) \right\} \to \text{POZITIVNO DEFINITNA}$$

DIREKTNA LS METODA:

$$\hat{\Theta} = \left[\phi(N)^T \cdot \phi(N) \right]^{-1} \cdot \phi(N)^T \cdot y(N)$$

POTREBNO JE RAČUNAT INVERZ MATRICE $\phi(N)^T \cdot \phi(N)$.
DA BI MATRICA POSTALA NESINGULARNA A TIME I INVERTABILNA ULAZNI SLIJED $u(k)$ <u>MORA</u> NEPRESTANO POBUĐIVATI PROCES.

PERZISTENTNA POBUDA:

SIGNAL U IMA PERZISTENTNOST REDA n AKO JE NJEGOV DISKRETNI SPEKTAR $S_{uu}(\omega)$ RAZLIČIT OD NULA NA NAJMANJE n TOČAKA U PODRUČJU FREKVENCIJA $0 < \omega \leq \frac{\pi}{T}$

$S_{uu}(\omega) \neq 0$ NA MIN n TOČAKA $0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{T}$

- KONCEPT INFORMATIVNIH PODATAKA, "DOVOLJNO GENERALNI" ULAZI

- POBUDA $u(t) = S(t)$ JE PERZISTENTNA JER IMA BESKONAČNO FREKVENCIJA TE MU TIME DISKRETNI SPEKTAR IMA BESKONAČNO TOČAKA U PODRUČJU $<0, \infty>$.

PERZISTENTNOST POBUDE LS

RAZLIKA ML / LS. ML - METODA NAJVEĆE SLIČNOSTI (MAXIMUM - LIKELIHOOD)

ML POLAZI OD STOHASTIČKOG NAČINA PROMATRANJA.
TVORI SE FUNKCIJA GUSTOĆE RAZDIOBE PROMATRANIH STOHASTIČKIH SIGNALA I NEPOZNATIH PARAMETRA.
U LS METODI VEKTOR PARAMETARA ODREĐUJE SE NUMERIČKI → NEPOSREDNO.

$$\underline{\hat{\Theta}}(N) = \underline{\Phi}^{-1}(N)\,\underline{y}(N) = [\underline{\Phi}^T(N)\underline{\Phi}(N)]^{-1}\underline{\Phi}^T(N)\underline{y}(N))$$

TJ RJEŠAVAMO JEDNADŽBU:

$$\underline{\hat{\Theta}}(N) = \underline{\Phi}^{*-1}(N)\,\underline{y}(N)$$ U KOJOJ SE KORISTI N IZMJERENIH PAROVA $u(k)$ i $y(k)$.

SLUČAJNA VARIJABLA ξ → N MJERENIH VRIJEDNOSTI (UZORAKA) $x_1 .. x_n$

- FUNKCIJA GUSTOĆE RAZDIOBE OVISNA O JEDNOM ILI VIŠE NEPOZNATIH PARAMETARA $\Theta_1, .. \Theta_N$

$$f_\xi(x_i) - f_\xi(x_i; \Theta_1 \dots \Theta_n)$$

DEFINIRA SE FUNKCIJA VJEROJATNOSTI L FUNKCIJA

$$L = L(x_1 \dots x_N; \Theta_1 \dots \Theta_n) = f_\xi(x_1 \dots x_m; \Theta_1 \dots \Theta_N) =$$
$$= \prod_{i=1}^{N} f_\xi(x_i; \Theta_1 \dots \Theta_n)$$

AKO JE POZNATA FUNKCIJA GUSTOĆE RAZDIOBE (GAUSS, POISON)

$L = f(\Theta_i)$ → NA OSNOVU Θ_i TRAŽIMO MAX L

$$\frac{\partial L}{\partial \Theta_i} = 0 \qquad \frac{\partial \ln L}{\partial \Theta_i} = 0$$ ML METODA

④ $\{x_i\}$ $i = 1 \dots N$

$$f_\xi(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad \lambda > 0$$

$$L = f_\xi(x_1; \lambda)\, f_\xi(x_2, \lambda) \dots f_\xi(x_N; \lambda)$$

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{N} f_\xi(x_i; \lambda) = \lambda^N \cdot \prod_{i=1}^{N} e^{-\lambda x_i}$$

$$L(x) = \lambda^N \cdot e^{-\lambda N} \cdot \prod_{i=1}^{N} e^{x_i}$$

$\ln(2 \cdot 2) = \ln 2 + \ln 2$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = 0$$

$\ln x^a = a \ln x$

$$\frac{\partial \ln(\lambda^N \cdot e^{-\lambda N} \cdot \prod e^{x_i})}{\partial \lambda} = 0$$

$$\frac{\partial \ln \lambda^N}{\partial \lambda} + \underbrace{\frac{\partial \ln e^{-\lambda N}}{\partial \lambda}}_{-\lambda N \cdot \ln e} + \frac{\partial \ln \prod e^{x_i}}{\partial \lambda} = 0$$

$$\frac{N}{\lambda} - N = 0$$

$$\frac{N}{\lambda} = N$$

$$\boxed{\lambda = 1}$$

DETERMINANT RATIO — DR — TEST ODNOSA DETERMINANATA

— STATISTIČKA OVISNOST ULAZNIH / IZLAZNIH SIGNALA NA TEMELJU MATRICE PODATAKA

$$\underline{H}(\hat{n}) = \frac{1}{N}\left[\sum_{k=n+1}^{n+N} h(k,\hat{n}) \cdot h^T(k,\hat{n})\right] \quad \text{dim } (2\hat{n} \times 2\hat{n})$$

$$h(k,\hat{n}) = \left[u(k-1)\, y(k-1) \ldots u(k-\hat{n})\, y(k-\hat{n})\right]^T \quad \text{dim } (2\hat{n} \times 1)$$

$\hat{n}$ — PROCIJENJENI RED MODELA

ELEMENTI $\underline{H}(\hat{n})$ SU $R_{uu}(i)$ $R_{uy}(i)$ i $R_{yy}(i)$

$i = 0, 1, \ldots, (\hat{n}-1)$

RAČUNA SE OMJER

$$DR(\hat{n}) = \frac{\det \underline{H}(\hat{n})}{\det \underline{H}(\hat{n}-1)}$$

KOD $DR(n)$ ZNAČAJNIJE PORASTE U ODNOSU NA $DR(\hat{n}-1) \rightarrow n$ - STVARNI RED MODELA

MATRICA H U DR TESTU POSTAJE PRIBLIŽNO SINGULARNA AKO JE $\hat{n} > n \rightarrow \hat{n} - n$ STUPACA MATRICE $\underline{H}(\hat{n})$ BITI ĆE LINEARNA KOMBINACIJA PREOSTALIH STUPACA TJ. $H(\hat{n})$ BITI ĆE PRIBLIŽNO SINGULARNA

PROCJENA REDA MODELA TEMELJENE NA IZLAZNOJ POGREŠCI TE NA PROCJENJENOJ PRIJENOSNOJ FUNKCIJI.

TEST POGREŠKE SIGNALA:

- USPOREDBA ODZIVA MODELA I STVARNOG SUSTAVA

- PRETPOSTAVE SE MODEL S RAZLIČITIM REDOVIMA $\hat{n}$ TE SE PROCJENE PARAMETRI

$$\left[\varepsilon_y(k, \hat{n}) = y(k) - \hat{y}(k, \hat{n}) \right]_{\text{MINIMIZIRAT}}$$

- AKO IZLAZNI SIGNAL NEMA PREVIŠE ŠUMA ONDA SE MOŽE ZAKLJUČITI RED MODELA $\hat{n}$ IZ $\varepsilon_y(k, \hat{n})_{MIN}$
  - SUBJEKTIVNA – "OPTIČKA" POGREŠKA

TEST FUNKCIJA POGREŠKE

$$V(\hat{n}) = \frac{1}{N} \sum_{k=\hat{n}+1}^{\hat{n}+N} \varepsilon_y^2(k, \hat{n})$$

V – NAJMANJI ZA $\hat{n}$ NAJBLIŽI REDU STVARNOG MODELA

ANALIZA PROCJENJENE PRIJENOSNE FUNKCIJE

IMAJU LI POLINOMI ZAJEDNIČKE KORIJENE:

$$\frac{y_M(z)}{U(z)} = G_M(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

$$\frac{R_M(z)}{\varepsilon(z)} = G_R(z) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}$$

1. IDENTIFIKACIJA MODELA S REDOM $\hat{n} = 1, 2 \ldots \hat{n}_{MAX}$
2. ODREĐIVANJE POLOVA I NULA ZA PROCJENJENU FUNKCIJU, I ZA PREVELIKO ODABRANI $\hat{n} > n$ DODATNI POLOVI KRATE SE PRIBLIŽNO NULAMA
3. KAD VIŠE NEMA KOMPENZACIJA POLOVA S NULAMA DOBIJE SE NAJVJEROJATNIJI RED MODELA

IZLAZNA POGREŠKA
PROCJENJENA PR. FJA

POLINOMSKI TEST

JE U BITI ANALIZA PROCIJENJENE PRIJENOSNE FUNKCIJE

- RAČUNAJU SE POLOVI I NULE ZA TE PR. FJ. TE SE PO POTREBI KRATE

- DOBIJE SE VJEROJATNI RED MODELA $\hat{n} = ?$

PREDNOSTI i NEDOSTATCI RLS / LS

- RLS JE PRIKLADAN ZA ON-LINE IDENTIFIKACIJU, STALNO PRISTIŽU NOVI PODATCI
- UZ ISTE UVJETE KAO ZA NEPOSREDNU NEREKURZIVNU SMETODU RLS METODA DAJE KONZISTENTNU PROCJENU PARAMETARA.
- NIJE POTREBNO IZRAČUNAVATI INVERZIJU MATRICE ϕ^* (ZA RAZLIKU OD LS)
- NEDOSTATAK $\rightarrow$ IZBOR POČETNIH VRIJEDNOSTI $\hat{\underline{\theta}}(0)$ i $P(0)$
- RLS NEPOSREDNA JE PRIMJENJIV SAMO ZA STRUKTURU MODELA GDJE JE $G_e^*(z)=1$ $\quad v(k)=\varepsilon(k)$

$G_e(z)\neq 1 \rightarrow$ POTREBNA PROCJENA $\varepsilon(k)$ i $v(k)$ TE POČETNE VRIJEDNOSTI

FAKTOR ZABORAVLJANJA (TEŽINSKIH FAKTORA)

- VEĆA TEŽINA (VAŽNOST) PRIDAJE SE NOVO PRISPJELIM NIJEDNIM PODACIMA. → "OPADAJUĆE PAMĆENJE" → "STRATEGIJA ZABORAVLJANJA"
- DOLAZI DO IZRAŽAJA KOD VREMENSKI PROMJENJIVIH PROCESA KOD KOJIH SE PARAMETRI SPORO MIJENJAJU U ODNOSU NA VLASTITU DINAMIKU PROCESA
- ZA RLS NA OVAJ NAČIN SPRJEČAVA SE PREVELIKO SMANJENJE ELEMENATA MATRICE $\underline{P}$ ŠTO DOPRINOSI STABILNOSTI NUMERIČKOG POSTUPKA PROCJENE PARAMETARA
- NA VRIJEDNOSTI PROCJENE U VEĆOJ SE MJERI UTJEČE POMOĆU NOVIJIH PODATAKA ŠTO JE DOBRO ZA SUSTAVE S SPORO PROMJENJIVIM PARAMETRIMA.
- NEDOSTATAK → NA PROCJENJENE PARAMETRE IZRAŽENIJE UTJEČU SMETNJE

$$0{,}95 \le \rho \le 0{,}99$$