

Završni ispit

19. lipnja 2012.

Ime i Prezime:
Matični broj:
Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

1. zadatak (6 bodova)

Pomoću IV metode estimiraju se parametri procesa zadanog prijenosnom funkcijom

$$G_M(z) = \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}. \quad (1)$$

Na raspolaganju su mjerenja prikazana u Tablici 1.

- a) (2 boda) Odredite matricu pomoćnih varijabli W ako se za filtriranje mjernih podataka koristi model

$$A_H(z^{-1})Y_H(z) = B_H(z^{-1})U(z),$$

$$A_H = 1, B_H = z^{-1}.$$

- b) (3 boda) Odredite vektor mjerenja Y , matricu podataka Φ i vektor parametara modela.

- c) (1 bod) Kako se izračunava optimalni estimat parametara na temelju W , Y i Φ ?

2. zadatak (6 bodova)

Proces je opisan ARMAX strukturom

$$(1 + a_1 q^{-1})y(k) - b_1 q^{-1}u(k) = (1 + c_1 q^{-1})\varepsilon(k). \quad (2)$$

- a) (4 boda) Pretpostavite da je slučajna varijabla pogreške ε nekorelirana i ima Gaussovu razdiobu - $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Odredite izraz za $\ln L$, gdje je L funkcija vjerojatnosti ML metode, ako je poznato N podataka pogreške modela $\{\varepsilon(k+1), \dots, \varepsilon(k+N)\}$. O kojim sve parametrima ovisi $\ln L$? *Napomena:* $\zeta \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2) \rightarrow f_\zeta(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$.

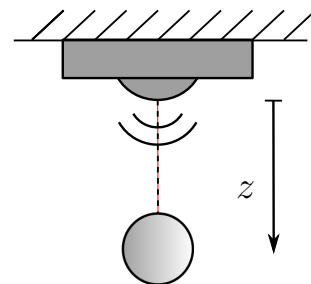
- b) (2 boda) Odredite izraz za vektor gradijenta $\ln L$ po njegovim parametrima.

3. zadatak (11 bodova)

Slobodni pad objekta u konstantnom gravitacijskom polju opisan je zakonom

$$\ddot{z}(t) = g,$$

gdje je z položaj objekta, a g gravitacijsko ubrzanje. Ultrazvučnim senzorom postavljenim iznad objekta mjeri se vrijeme putovanja τ ultrazvučnog vala do objekta i nazad (Sl. 1). Pritom vrijedi $\tau = \frac{2z}{v_s}$, gdje je v_s brzina ultrazvuka i iznosi 330 m/s u danom sredstvu.



Slika 1: Sustav za određivanje položaja ultrazvučnim senzorom

Za navedeni sustav potrebno je:

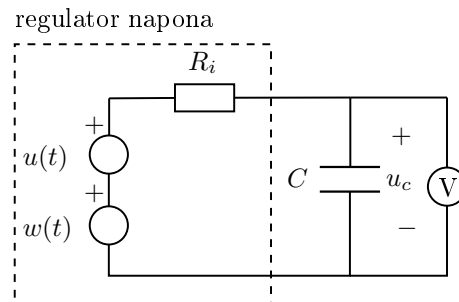
- a) (2 boda) odrediti opis u prostoru stanja uz varijable stanja z i \dot{z} ako je izlaz sustava mjerenje ultrazvučnog senzora τ , a ulaz gravitacijsko ubrzanje g ;

- b) (2 boda) projektirati kontinuirani deterministički estimator stanja punog reda kojim će se oba pola dinamike pogreške estimacije postaviti u $s = -3$;
- c) (3 boda) odrediti izraze za kontinuirani deterministički estimator stanja reduciranog reda te uz koja pojačanja k je estimator stabilan;
- d) (2 boda) diskretizirati sustav uz dovoljno malo vrijeme diskretizacije $T = 10^{-2}$ s;
- e) (2 boda) projektirati diskretni deterministički estimator stanja reduciranog reda kojim će se pol dinamike pogreške estimacije postaviti u $z = 0$.

4. zadatak (6 bodova)

Električni model neke baterije pojednostavljeno se opisuje kondenzatorom kapaciteta $C = 1$ mF. Neka je na bateriju spojen regulator napona nazivnog izlaza $u(t)$ (koji promatramo kao ulaz sustava) te izlaznog otpora $R_i = 200 \Omega$. Oscilacije u naponu $u(t)$ modeliramo aditivnim bijelim šumom $w(t) \sim (0, 0.01 \text{ V}^2)$. Shema sustava dana je na Sl. 2, a dinamiku sustava opisuje jednačba (3).

$$\dot{u}_c(t) = -\frac{1}{R_i C} u_c(t) + \frac{1}{R_i C} [u(t) + w(t)] \quad (3)$$



Slika 2: Shema sustava

Napon baterije u_c mjeri se voltmetrom mjernog šuma $v(t) \sim \mathcal{N}(0, 0.001 \text{ V}^2)$. Ako se za estimaciju napona baterije u_c koristi kontinuirani Kalmanov filtar, odredite Kalmanovo pojačanje i kovarijancu stanja sustava u ustaljenom stanju.

5. zadatak (11 bodova)

U nekom se procesu pn-dioda koristi za mjerenje temperature T na način da se napon na njoj drži konstantnim ($u_D = 0.5 \text{ V}$) te se mjeri struja kroz diodu i_D ampermetrom. Ako je poznato da za odstupanje temperature $\Delta T(k) = T(k) - T_o$ od radne temperature okoline (T_o) vrijedi

$$\Delta T(k) = 10^{-2} \Delta T(k-1) + w(k-1), \quad w(k-1) \sim (0, 1 \text{ K}^2),$$

a model mjerenja je

$$i_D(k) = 10^{-9} \exp\left(\frac{11609 u_D}{T(k)}\right) + v(k), \quad v(k) \sim (0, 10^{-6} \text{ A}^2),$$

te da su mjerni i procesni šum nekorelirani potrebno je:

- a) (5 bodova) projektirati diskretni prošireni Kalmanov filtar za estimaciju odstupanja temperature ΔT ;
- b) (3 boda) izračunati aposteriorno stanje sustava u koraku $k = 1$ ako je $T_o = 280 \text{ K}$, $\hat{\Delta T}(0) = 10 \text{ K}$, $P(0) = 6 \text{ K}^2$ i $i_D(1) = 0.35 \text{ A}$;
- c) (3 boda) napisati jednačbe Kalmanova filtra za slučaj da je procesni šum obojen i opisan s $w(k) = \frac{1}{3}w(k-1) + \xi(k-1)$, $\xi(k-1) \sim (0, 0.04 \text{ V}^2)$ i $E[\xi(k-1)w(k-1)] = 0$.