Ponovljeni završni ispit

9. srpnja 2009.

Ime i Prezime: Matični broj:

Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

1. zadatak (5 bodova)

Zadan je skalarni sustav:

$$x_{k+1} = \frac{1}{2}x_k + w_k,$$

$$y_k = x_k + v_k,$$

gdje su procesni i mjerni šum $(w_k i v_k)$ bijeli i nekorelirani šumovi varijanci (Q i R). Izračunajte ustaljenu vrijednost varijance estimacije P_{∞}^+ ako je $Q = \frac{1}{2}$ i $R = \frac{1}{3}$.

2. zadatak (4 boda)

Razmotrimo skalarni sustav sa sljedećom jednadžbom mjerenja:

$$y_k = x_k^3 + v_k.$$

U koraku k, unaprijedna (a priori) estimacija stanja je $\hat{x}_k^-=1$. Stvarno stanje je $x_k=3$, a mjerenje iznosi $y_k=26$. Unaprijedna (a priori) varijanca pogreške estimacije iznosi $P_k^-=4$, a varijanca mjernog šuma iznosi $R_k=1$.

Iterativnim EKF algoritmom odredite $\hat{x}_{k,1}^+$ i $\hat{x}_{k,2}^+$.

Poboljšava li se naknadna (a posteriori) estimacija stanja?

3. zadatak (6 bodova)

Radioaktivna masa ima vrijeme poluraspada τ sekundi. U svakom koraku uzorkovanja, broj emitiranih čestica x jednak je polovici broja čestica emitiranih u prethodnom koraku. Međutim, u tom procesu postoji određena pogreška uzrokovana pozadinskom radijacijom, koju možemo modelirati šumom w_k nulte očekivane vrijednosti i varijance Q_k ($w_k \sim N(0,Q_k)$). Također, u svakom koraku uzorkovanja dodajemo određenu količinu radioaktivne mase u proces. Kako nismo u mogućnosti precizno dozirati količinu dodane tvari, možemo ju modelirati šumom u_k očekivane vrijednosti u_0 i varijance $\frac{1}{2}$. U svakom koraku uzorkovanja, dvama različitim instrumentima je određen broj emitiranih čestica y. Pogreška koju instrumenti prilikom mjerenja rade može se opisati slučajnom varijablom srednje vrijednosti nula i varijance 4.

Početna je nesigurnost broja radioaktivnih čestica slučajna varijabla varijance 4 i srednje vrijednosti nula.

Koristeći informacijski filtar izračunajte a priori i a posteriori informacijsku matricu u koracima k=1 i k=2. Uzmite da je $Q_0=\frac{1}{2}$ i $Q_1=1\frac{1}{2}$.