

VJEROJATNOSTI U KOMUNIKACIJSKOM SUSTAVU

$$\sum_{i=1}^n p(x_i) = \sum_{j=1}^m p(y_j) = 1$$

$$p(x_i) = \sum_{j=1}^m p(x_i, y_j)$$

$$p(y_j) = \sum_{i=1}^n p(x_i, y_j)$$

$$p(x_i, y_j) = p(x_i)p(y_j|x_i) = p(y_j)p(x_i|y_j)$$

$$p(x_i|y_j) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)} = \frac{p(x_i, y_j)}{\sum_{i=1}^n p(x_i, y_j)} = \frac{p(x_i)p(y_j|x_i)}{\sum_{i=1}^n p(x_i)p(y_j|x_i)}$$

$$[p(x_i, y_j)] = \left[\begin{array}{cccc} p(x_1, y_1) & p(x_1, y_2) & \dots & p(x_1, y_m) \\ p(x_2, y_1) & p(x_2, y_2) & \dots & p(x_2, y_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p(x_n, y_1) & p(x_n, y_2) & \dots & p(x_n, y_m) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \sum = p(x_1) \\ \sum = p(x_2) \\ \dots \\ \sum = p(x_n) \end{array} \right.$$

$$\underbrace{\sum}_{\sum = p(y_1)} \underbrace{\sum}_{\sum = p(y_2)} \underbrace{\sum}_{\sum = p(y_m)}$$

KOLIČINA INFORMACIJE $I = -\log_2(p_i)$

ENTROPIJA

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\}$$

$$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_m\}$$

Svojstva entropije:

1. $H(X) \geq 0$
2. $H(X) = 0 \Leftrightarrow \exists i \mid p(x_i) = 1$
3. $H(X)_{max} = \log n, p(x_i) = \frac{1}{n}$
4. $H(XY) = H(X) + H(Y)$

Entropija na ulazu sustava:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 p(x_i) \text{ [bit/simbol]}$$

Entropija na izlazu sustava:

$$H(Y) = -\sum_{j=1}^m p(y_j) \log_2 p(y_j) \text{ [bit/simbol]}$$

Združena entropija ili entropija para slučajnih varijabli:

$$H(X, Y) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(x_i, y_j) \log_2 p(x_i, y_j)$$

Entropija šuma, irelevantnost:

$$H(Y|X) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(x_i, y_j) \log_2 p(y_j|x_i)$$

Ekvivokacija, mnogoznačnost:

$$H(X|Y) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(x_i, y_j) \log_2 p(x_i|y_j)$$

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y|X)$$

TRANSINFORMACIJA

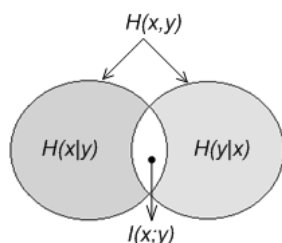
Srednji uzajamni sadržaj informacije, transinformacija:

$$I(X; Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(x_i, y_j) \log_2 \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)p(y_j)}$$

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y)$$

$$I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y)$$

$$I(X; Y) = I(Y; X)$$



KAPACITET DISKRETNOG KOMUNIKACIJSKOG KANALA

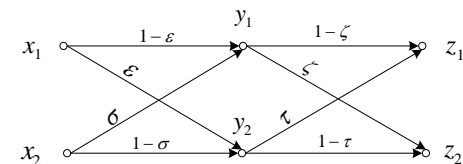
$$C = \max_{\{p(x_i)\}} I(X; Y) \text{ [bit/simbol]}$$

RELATIVNA ENTROPIJA

$$D(p||q) = \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 \frac{p(x_i)}{q(x_i)}$$

$$D(p||q) \neq D(q||p)$$

KASKADIRANJE KANALA



$$[p(z)] = [p(y)] * [p(z|y)] = [p(x)] * [p(z|x)]$$

PROSJEČNA DULJINA KODNE RIJEČI

$$L = \sum_{i=1}^n p(x_i) l(x_i) \text{ [bit/simbol]}$$

$$L \geq H(X)$$

efikasnost koda: $\varepsilon = \frac{H(X)}{L(X)}$

KRAFTOVA NEJEDNAKOST

$$\sum_{i=1}^n d^{-l_i} \leq 1, \quad d = 2, 3, \dots$$

HUFFMANOVO KODIRANJE

$$B = \text{baza}, \quad N = \text{br. simbola}$$

$$B \neq 2$$

$$k = \left\lceil \frac{N-1}{B-1} \right\rceil$$

$$N' = (B-1) \cdot k + 1$$

ako $N \neq N'$ dodajemo $(N' - N)$ simbola

ARITMETIČKO KODIRANJE

$$D' = D + (G - D) \cdot D_S$$

$$G' = D + (G - D) \cdot G_S$$

TUTORIAL BRŽEG ARITMETIČKOG DEKODIRANJA

$$A' = \frac{A - X}{Y - X} \quad \text{ZA INTERVAL } S[X, Y]$$

TRAJANJE I BRZINA GENERIRANJA SIMBOLA

$$T_s = \sum_{i=1}^n t_i + t_s \text{ [s/simbol]}$$

$$R = \frac{H(X)}{T_s}$$

LINEARNO BINARNI BLOK KODOVI

$$(n, M, d) \leftrightarrow [n, k, d] \leftrightarrow [n, k]$$

$$M = 2^k$$

$$R(K) = \frac{k}{n} \leq 1$$

$$d(K) = \min_{x, y \in K} (d(x, y) | x \neq y)$$

$$d(x, y) = w(x - y)$$

k – broj informacijskih bitova u kodnoj riječi

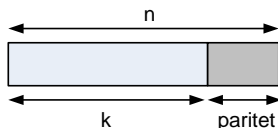
n – duljina kodne riječi

M – broj kodnih riječi u kodu

d – distanca (udaljenost) koda

R – kodna brzina

w – težina kodne riječi



Uvjeti linerarnosti binarnog blok koda

- 1) $x + y \in K, x, y \in K$
- 2) $a \cdot x \in K, a \in \{0, 1\}$
- 3) $000 \dots 0 \in K$

HAMMINGOVA MEĐA

$$M \leq \frac{2^n}{\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{t}}$$

PERFEKTAN KÔD

$$M = \frac{2^n}{\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{t}}$$

VJEROJATNOST ISPRAVNOG DEKODIRANJA

$$p(K) = \sum_{i=0}^t \binom{n}{i} p_g^i (1 - p_g)^{n-i}$$

DEKODIRANJE LINEARNOG BINARNOG KODA:

1) Metoda najbližeg susjeda

$$d(K) \geq s + 1$$

$$s = d(K) - 1$$

$$t = \left\lfloor \frac{d(K)-1}{2} \right\rfloor$$

$$d(K) \geq 2t + 1$$

$$2^{n-k} \geq \sum_{i=0}^t \binom{n}{i}$$

s – najveći broj pogrešaka koje kôd može otkriti

t – najveći broj pogrešaka koje kôd K može ispraviti

2) Sindromsko dekodiranje

$$e = y - x$$

e – vektor pogreške

x – poslana kodna riječ

y – primljena kodna riječ

$$G = [I_k | A]$$

$$H = [A^T | I_{n-k}]$$

$$S(y) = y \cdot H^T$$

G – generirajuća matrica koda dimenzija $k \times n$

H – matrica provjere pariteta

S – sindrom

MINIMALNI r ZA ZADANU KODNU BRZINU

$$\frac{2^r - 1 - r}{2^r - 1} > R_b$$

HAMMINGOV KÔD

H – matrica provjere pariteta dimenzija $r \times (2^r - 1)$

$$r = n - k$$

Generirajuću matricu G je iz matrice H moguće dobiti sljedećim postupkom:

1. U matrici H izbrisati sve stupce koji se nalaze na pozicijama s indeksom jednakim potenciji broja 2 (pozicije 1, 2, 4, 8, 16, itd).
2. Dobivenu matricu transponirati.
3. Stupce dobivene matrice smjestiti na pozicije generirajuće matrice G čiji indeksi odgovaraju potencijama broja 2.
4. Ostale stupce popuniti redom stupcima jedinične matrice.

HAM [7,4]

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

CIKLIČKI KÔD

Uvjeti:

1. $a(x), b(x) \in K$, vrijedi $a(x) + b(x) \in K$
2. $a(x) \in K$ i $\forall r(x) \in R_n$, vrijedi $r(x) \cdot a(x) \bmod (x^n - 1) \in K$.

$$x^n - 1 = g(x) \cdot h(x)$$

r – stupanj generirajućeg polinoma

$h(x)$ – polinom za provjeru pariteta cikličnog koda K .

$$d(x) \cdot x^r = g(x)q(x) + r(x) = c(x)$$

$$r(x) = d(x) \cdot x^r \bmod [g(x)]$$

$$S(c'(x)) = \frac{x^{n-k} c'(x)}{g(x)}$$

$$c = [d|r]$$

$g(x)$ – generirajući polinom

$q(x)$ – kvocijent

$d(x)$ – polinom kodirane poruke

$r(x)$ – ostatak nakon dijeljenja s $g(x)$

$c(x)$ – kodna riječ

$S(c'(x))$ – sindrom primljene kodne riječi

FAKTORIZACIJE NEKIH POLINOMA OBLIKA $x^n - 1$

n	aritmetika	Faktorizacija u aritmetici modulo 2
1	$x - 1$	$x + 1$
2	$x^2 - 1$	$(x + 1)^2$
3	$x^3 - 1$	$(x + 1)(x^2 + x + 1)$
5	$x^5 - 1$	$(x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$
7	$x^7 - 1$	$(x + 1)(x^3 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1)$
9	$x^9 - 1$	$(x + 1)(x^2 + x + 1)(x^6 + x^3 + 1)$
11	$x^{11} - 1$	$(x + 1)(x^{10} + x^9 + \dots + x + 1)$
13	$x^{13} - 1$	$(x + 1)(x^{12} + x^{11} + \dots + x + 1)$
15	$x^{15} - 1$	$(x + 1)(x^2 + x + 1)(x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + 1)$
17	$x^{17} - 1$	$(x + 1)(x^8 + x^5 + x^4 + x^3 + 1)(x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + x + 1)$
19	$x^{19} - 1$	$(x + 1)(x^{18} + x^{17} + \dots + x + 1)$

Srednja snaga i energija (Ako nije drugačije zadano, $R = 1\Omega$!)					
$E = \int_{-\infty}^{\infty} Ri^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u^2(t)}{R} dt$			$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} Ri^2(t)dt$		
Periodični signali					
$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \quad \sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$	$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$	$c_k = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$	Granice mogu ići i od 0 do T_0 , ili po bilo kojem intervalu dužine T_0		$c_k = c_k e^{-j\theta_k}$
$P = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k ^2 = c_0 ^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} c_k ^2 = \frac{1}{2} (A_1^2 + \dots + A_n^2)$		Snaga istosmjerne komponente: $ c_0 ^2$.		$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \rightarrow T_0$ - osnovni period	
Periodičan slijed pravokutnih impulsa					
$x(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq \frac{\tau}{2} \\ 0, & \frac{\tau}{2} < t \leq \frac{T_0}{2} \end{cases}$	τ - trajanje signala T_0 - osnovni period A - amplituda			$P = A^2 \frac{\tau}{T_0}$	Omjer impuls/pauza: $\frac{\tau}{T_0 - \tau}$
$c_k = A \frac{\tau}{T_0} \frac{\sin\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right)}{\frac{k\omega_0\tau}{2}} \leftrightarrow c_k = A \frac{\tau}{T_0} \left \frac{\sin\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right)}{\frac{k\omega_0\tau}{2}} \right $		Kroz 0 prolazi u $\frac{k}{\tau}, k \in \mathbb{Z}$.	$c_0 = A \frac{\tau}{T_0}$	Snaga istosmjerne komponente: $P_0 = A^2 \left(\frac{\tau}{T_0}\right)^2$	
Neperiodični signali					
$E = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t)]^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T [x(t)]^2 dt$ $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t)]^2 dt$	$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$ $X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$	$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df$ $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$		Pravokutni impuls: $X(f) = A\tau \frac{\sin\left(\frac{2\pi f \tau}{2}\right)}{\frac{2\pi f \tau}{2}}$	
Signal energije: $E < \infty \rightarrow P = 0$		Signal snage: $P > 0 \rightarrow E \rightarrow \infty$		Ni jedno ni drugo: $E \rightarrow \infty, P \rightarrow \infty$	
Slučajni signali		Uzorkovanje			
$\mu_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x, t) dx$ $S_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau$ $R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f) e^{j2\pi f \tau} df$ $P = R_X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f) df$ $S_Y(f) = S_X(f) H(f) ^2$ $S_N(f) = \frac{N_0}{2}$ $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$ $H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi f t} dt$ $h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi f t} df$ NPK: $B = f_g$ PPK: $B = f_g - f_d$		μ_x - srednja vrijednost slučajnog procesa R_X - autokorelacijska funkcija $S_{X,Y,N}$ - spektralna gustoća snage X - ulaz; Y - izlaz; može biti i obrnuto!! S ili P_S - srednja snaga signala P ili P_N - srednja snaga šuma $h(t)$ - impulsni odziv $H(f)$ - prijenosna funkcija $H(X)$ - entropija N_0 - spektralna gustoća AWGN N_q - srednja snaga kvantizacijskog šuma u - uzorkovanje m - multipleksiranje n - broj kanala koji se multipleksiraju r - broj bitova L - broj razina B - širina pojasa A - pojačanje E_b - energija bita C - kapacitet kanala D - dinamika m_{\max} - maksimalna amplituda ulaznog signala Δ - korak kvantizacije σ_q^2 - srednja kvadratna greška (brže i lakše) $\overline{N_q}^2$ - srednja kvadratna greška (sporije i teže) $f(u)$ ili $p(u)$ - funkcija gustoće vjerojatnosti razine signala $f(q)$ - funkcija gustoće vjerojatnosti razine kvantizacijskog šuma (1) - ako imamo odstupanje od polazne vrijednosti (2) - kod odstupanja od vrha do vrha; $U_p = \text{zadano u postocima} $ Frekvencijsko miješalo poduplava frekvencije!			
		$f_u = 2B$ $R = \frac{H(X)}{T}$ $R_m = nR$ $L = 2^r$ $N = N_0 B$ $H(X) = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 p(x_i)$			
		$A = \frac{S_2}{S_1}$ $C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)$ $C \geq R$ $C = \log_2 e \frac{S}{N_0}$, kad $B \rightarrow \infty$ $\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{\frac{C}{B}} - 1}{\frac{C}{B}}$ $D = 0.5 \log \left(1 + \frac{S}{N}\right) = \frac{C}{2B}$			
		Kvantizacija			
		$\frac{S}{N} = \frac{3}{2} 2^{2r} = \left(\frac{3S}{m_{\max}^2}\right) 2^{2r}$	$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{dB} = 1.76 + 6.02r$	$\Delta = \frac{2m_{\max}}{L}$ $-\frac{\Delta}{2} \leq q \leq \frac{\Delta}{2}$	
		$P_S = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 f(u) du$ $P_N = \int_{-\infty}^{\infty} q^2 f(q) dq$			(1) $\frac{\Delta}{2} = \frac{m_{\max}}{L}$ (2) $\frac{\Delta}{2} = U_p 2m_{\max}$
		$\overline{N_q}^2 = \int_{u_{qi}-\frac{\Delta}{2}}^{u_{qi}+\frac{\Delta}{2}} (u - u_{qi})^2 p(u) du$		$\sigma_q^2 = \frac{1}{3} m_{\max}^2 2^{-2r}$	

Strujni krugovi: Energija i snaga

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} R i^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) R dt [Ws]$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R i^2(t) dt [W]$$

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}, \sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}, \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Periodični signali

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

$$P = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2 = \frac{1}{2} (A_1^2 + \dots + A_n^2)$$

Energija je beskonačna

Periodičan slijed pravokutnih impulsa

$$x(t) = A \cdot \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \frac{\tau}{2} \\ 0 & 0 < -\frac{\tau}{2} \leq t \leq -\frac{T_0}{2} \end{cases}$$

τ – trajanje signala

T_0 – osnovni period

A – amplituda

$$P = A^2 \frac{\tau}{T_0}$$

Omjer impuls/pauza: $\frac{\tau}{T_0 - \tau}$

$$c_k = A \frac{\tau}{T_0} \frac{\sin(\frac{k\omega_0 \tau}{2})}{\frac{k\omega_0 \tau}{2}}$$

$$c_0 = A \frac{\tau}{T_0}$$

Kroz 0 prolazi u $\frac{k}{\tau}$, $k \in \mathbb{Z}$

Snaga istosmjerne komponente:

$$P = A^2 \frac{\tau^2}{T_0^2}$$

Neperiodični signali

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

Pravokutni impuls

$$X(f) = A\tau \frac{\sin(\frac{2\pi ft}{2})}{\frac{2\pi ft}{2}}$$

Srednja snaga $P=0$

$$E = A^2 \tau$$

Slučajni signali

μ_x – srednja vrijednost slučajnog procesa

$$\mu_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x, t) dx$$

S_x – spektralna gustoća snage signala

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \left[\frac{W}{Hz} \right]$$

R_x – Autokorelacijska funkcija

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) e^{j2\pi f\tau} df$$

Srednja snaga slučajnog signala

$$P = R_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) df$$

Funkcija gustoće Gaussove razdiobe

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu_x)^2 / (2\sigma_x^2)}$$

Funkcija gustoće vjerojatnosti razine signala

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Linearnost signala

$$a x_1(t) + b x_2(t) = a y_1(t) + b y_2(t)$$

Vremenska nepromjenjivost signala

$$x(t - t_0) = y(t - t_0)$$

Impulsni odziv i prijenosna funkcija

$h(t)$ - Impulsni odziv, $x(t)$ – ulaz, $y(t)$ - izlaz

* - konvolucija

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau$$

$$y(t) = x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$$

$H(f)$ – prijenosna funkcija

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df$$

$$Y(f) = X(f) H(f)$$

S_x – spektralna gustoća snage ulaznog signala

S_y – spektralna gustoća snage izlaznog signala

$$S_y(f) = S_x(f) |H(f)|^2$$

$A(f)$ – prigušenje kanala

$$A(f) = 1 / |H(f)|$$

B - Širina prijenosnog pojasa kanala

$$B = f_{\text{gornja}} - f_{\text{donja}}$$

Amplitudni odziv RC kruga

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi fRC)^2}}$$

f_g = B – granična frekvencija RC kruga

je ona na kojoj je $|H(f)| = 1 / \sqrt{2}$

Uzorkovanje signala

Teorem uzorkovanja: $|f| > B$, vrijednosti uzete u $T_n = n/(2B)$ [s]

Rekonstrukcija u trenucima s razmakom $1/(2B)$ [s]

$$x_u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(nT_u) \delta(t - nT_u)$$

DFT

$$X_s(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_u) e^{j2\pi fT_u n}$$

Kvantizacija

m – amplituda signala, m_{max} najveća

L – broj kvantizacijskih razina

Δ - korak kvantizacije

$$\Delta = 2m_{\max}/L$$

Funkcija gustoće vjerojatnosti razine kvantizacijskog šuma

$$f_Q(q) = \frac{1}{\Delta} \text{ za } -\frac{\Delta}{2} < q \leq \frac{\Delta}{2}, 0 \text{ inače}$$

P_s – srednja snaga signala

$$P_s = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 f(u) du$$

P_N – srednja snaga šuma

$$P_N = \int_{-\infty}^{\infty} q^2 f(q) dq$$

r – broj bita za opis uzorka

$$L = 2^r$$

Varijanca slučajne varijable

$$\sigma_Q^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{1}{3} m_{\max}^2 2^{-2r}$$

Omjer srednje snage signala i

Srednje snage kvantizacijskog šuma

$$(S/N) = \frac{S}{\sigma_Q^2} = \frac{3S}{m_{\max}^2} 2^{-2r}$$

Omjer snaga u logaritamskom mjerilu

$$10 \log_{10}(S/N) = 1,76 + 6,02 \cdot r \text{ [dB]}$$

Entropija u kontinuiranom vremenu

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \log f_x(x) dx - \text{entropija ulaza/izlaza}$$

$$H(X|Y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \log \frac{f(x, y)}{f(y)} dx dy - \text{ekvivokacija}$$

$$H(Y|X) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \log \frac{f(x, y)}{f(x)} dx dy - \text{entropija šuma}$$

$$H(X, Y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \log f(x, y) dx dy - \text{združena entropija}$$

$$I(X; Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \log \frac{f(x, y)}{f(x)f(y)} dx dy - \text{transinformacija}$$

$$I(X; Y) = H(Y) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X) = H(X) + H(Y) - H(X, Y)$$

Maksimalna entropija slučajne varijable

$$H(X) = \ln(\sigma_x \sqrt{2\pi e}) [\text{nat/simbol}]$$

$$C = \max I(X; Y)$$

kapacitet kanala po simbolu

$$C = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \left[\frac{\text{bit}}{\text{simbol}} \right]$$

AWGN kanal

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) [\text{bit/s}]$$

D – dinamika

$$C = 2BD$$

$$D = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \left[\frac{\text{bit}}{\text{uzorak}} \right]$$

$S_N(f)$ – spektralna gustoća snage šuma

$$S_N(f) = \frac{N_0}{2}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N_0 B} \right) [\text{bit/s}]$$

R_B – prijenosna brzina

$$R_B \leq C \text{ je OK}$$

E_B – srednja enegrija po bitu signala

S – srednja snaga signala

$$S = \frac{E}{T}, S = E_B C, E_B = S/R$$

$$\frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{E_B C}{N_0 B} \right)$$

$$\frac{E_B}{N_0} = \frac{2^{C/B} - 1}{C/B}$$

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \frac{E_B}{N_0} = \log 2 = 0.693$$

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C = \frac{S}{N_0} \log_2 e \quad (\text{Shanonova vrijednost})$$

Γ – dozvoljena vjerojatnost pogreške

$$\Gamma = \frac{2^{2C} - 1}{2^{2R} - 1} = \frac{(S/N)}{2^{2R} - 1}$$

$$R = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{S}{\Gamma N} \right) [\text{bit/simbol}]$$

$$R_B = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{\Gamma N} \right) [\text{bit/s}]$$

$$R = \frac{1}{2} \frac{R_b}{B}$$

Autokorelacijska funkcija

$$R_x = E[x(t_1) x(t_2)] = E[x(t) x(t + \tau)]$$

Autokovarijanca

$$C_x = E[(x(t_1) - \mu_x(t_1)) (x(t_2) - \mu_x(t_2))]$$

$$= R_x(t_1, t_2) - E[x(t_1)] E[x(t_2)]$$

Proces stacionaran u širem smislu $\Rightarrow \mu_x$ je konstanta i R_x je isključivo funkcija razlike $|t_2 - t_1|$ odnosno τ

Kada slučajni signal x prolazi kroz sustav,

očekivanje na izlazu $\mu_y = \mu_x * H(0)$, H je prijenosna f-ja

Spektralna gustoća na izlazu: $S_y = S_x * |H(f)|^2$

Idealni niskopropusni filter (Nyquistov), od frekvencija $-f_g$ do f_g , ima sljedeći impulsni odziv:

$$h(t) = 2 f_g \frac{\sin(2\pi f_g t)}{2\pi f_g t}$$