

3. PROSJEČNA DULJINA KOĐNE RIJEČI, L , ZA NEKI KOĐ IZRAČUNAVA SE TAKO DA SE ZBROJE DULJINE KOĐNIH RIJEČI ZA SVAKI SIMBOL (x_i) , POMNOŽENE S VJEROJATNOŠĆU POJAVLJIVANJA TOG SIMBOLA $p(x_i)$ ILI SKRAĆENO p_i :

$$L = \sum_{i=1}^n p(x_i) l(x_i) = \sum_{i=1}^n p_i l_i \left[\frac{\text{bit}}{\text{symbol}} \right]$$

KRAFTOVA NEJEDNAKOST:

ZA SVAKI PREFIKSNI KOĐ S ABECEDOM OD d SIMBOLA (BAZA KOĐA) I DULJINAMA KOĐNIH RIJEČI $l_1, l_2, \dots, l_i, \dots, l_n$ VRIJEDI:

$$\sum_{i=1}^n d^{-l_i} \leq 1$$

I OBRNUTO, ZA BILU KOJI GRUP DULJINA KOĐNIH RIJEČI l_i KJE ZADOVOLJAVAJU OVO NEJEDNAKOST, POSTOJI PREFIKSNI KOĐ S TAKVIM DULJINAMA KOĐNIH RIJEČI.

OPTIMALAN KOĐ JE PREFIKSNI KOĐ S NAJMANJIM MOGUĆOM PROSJEČNOM DULJINOM KOĐNE RIJEČI.

a)

x_i	$P(x_i)$				KODNA RJEŠ	L_i
a	$\frac{1}{2}$	0			0	1
b	$\frac{1}{4}$	1	0	0	100	3
c	$\frac{1}{4}$	1	0	1	101	3
d	$\frac{1}{4}$	1	1	0	110	3
e	$\frac{1}{4}$	1	1	1	111	3

$$L = \sum_{i=1}^5 P(x_i) L_i = 2 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

$$H(X) = - \sum_{i=1}^5 P(x_i) \log_2(P(x_i)) = 2 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

$$L = H(X) = 2 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

L JE MINIMALAN, STOGA JE KOD OPTIMALAN.

x_i	P_i				KODNA RJEŠ	L_i
a	$\frac{14}{16}$	0			0	1
b	$\frac{1}{16}$	1	0		10	2
c	$\frac{1}{16}$	1	1		11	2

$$L = 1,125 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

$$H(X) = 0,6686 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

L JE GOTOVO DVPLO VEĆI OD $H(X)$, PA KOD NJE OPTIMALAN.
 SPREMITO, SHANNON-TANCOV ALGORITAM NEĆE DATI OPTIMALAN KOD
 AKO ULAZNE SIMBOLE NE MOŽEMO DOBRO PODIJELITI PO
 VJEROJATNOSTIMA NA JEDNAKE DIJELOVE

b) $P(A) = \frac{1}{5}$

$P(B) = \frac{4}{5}$

x_i	P_i	$[D_i, G_i]$
A	$\frac{1}{5}$	$[0, \frac{1}{5}]$
B	$\frac{4}{5}$	$[\frac{1}{5}, 1]$

POUKA: ABA

$D = 0 \quad G = 1$

A: $D' = D + (G - D)D_5 = 0$

$G' = D + (G - D)G_5 = 0 + \frac{1}{5}$

$D = 0 \quad G = \frac{1}{5}$

B: $D' = D + (G - D)D_5 = 0 + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

$G' = D + (G - D)G_5 = 0 + \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{1}{5}$

$D = \frac{1}{25} \quad G = \frac{1}{5}$

A: $D' = D + (G - D)D_5 = \frac{1}{25} + \frac{4}{25} \cdot 0 = \frac{1}{25}$

$G' = D + (G - D)G_5 = \frac{1}{25} + \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{125}$

POUKU ABA JEDNOZNAČNO DEFINIRA INTERVAL $[\frac{1}{25}, \frac{9}{125}]$

AKO SMO DOBILI REALNI BROJ 0, OČITO JE DA SU
GI SIMBOLI BILI "A".

AKO SMO DOBILI BROJ 0,21:

$$0.21 \in [\frac{1}{5}, 1>$$

$$S_1 = B$$

$$D = \frac{1}{5} \quad G = 1$$

$$A: D' = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \cdot 0 = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$G' = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{25} = 0.36$$

$$0.21 \in [0.2, 0.36>$$

$$S_2 = A$$

$$D = 0.2 \quad G = 0.36$$

$$A: D' = 0.2 + 0.16 \cdot 0 = 0.2$$

$$G' = 0.2 + 0.16 \cdot \frac{1}{5} = 0.232$$

$$0.21 \in [0.2, 0.232>$$

$$S_3 = A$$

$$D = 0.2 \quad G = 0.232$$

$$A: D' = 0.2 + 0 \cdot 0.032 = 0.2$$

$$G' = 0.2 + 0.032 \cdot \frac{1}{5} = 0.2064$$

$$B: D' = 0.2 + 0.032 \cdot \frac{1}{5} = 0.2064$$

$$G' = 0.2 + 0.032 \cdot 1 = 0.232$$

$$0.21 \in [0.2064, 0.232]$$

$$\underline{S_4 = B}$$

$$D = 0.2064$$

$$G = 0.232$$

$$A: D' = 0.2064 + 0.0256 \cdot 0 = 0.2064$$

$$G' = 0.2064 + 0.0256 \cdot \frac{1}{5} = 0.21152$$

$$0.21 \in [0.2064, 0.21152]$$

$$S_5 = A$$

PRVIH 5 SIMBOLA SU: BAABA

c)

$$PP = 4$$

$$PZK = 4$$

AACAACABCABAA*	(0, 0, A)
<u>A</u> AACAACABCABAA*	(1, 1, C)
<u>AAC</u> AACAACABCABAA*	(3, 3, A)
AAC <u>AACA</u> ABCABAA*	(0, 0, B)
AACAC <u>ACAB</u> ABCABAA*	(3, 3, A)
AACACA <u>ACABAA</u> *	(1, 1, *)

KODIRANA PORUKA:

(0, 0, A) (1, 1, C) (3, 3, A) (0, 0, B) (3, 3, A)
(1, 1, *)

d)

$$D[0] = y$$

$$D[1] = y$$

$$yxyxxxxx$$

$$RR = y$$

$$NS = x$$

$$D[2] = yx ; \{1\}$$

$$RR = x$$

$$NS = y$$

$$D[3] = xy ; \{1, 0\}$$

$$RR = y$$

$$NS = x$$

$$RR = yx$$

$$NS = x$$

$$D[4] = yxx ; \{1, 0, 2\}$$

$$RR = x$$

$$NS = x$$

$$D[5] = xx ; \{1, 0, 2, 0\}$$

$$RR = x$$

$$NS = xx$$

$$RR = xx$$

$$NS = y$$

$$D[6] = xxx ; \{1, 0, 2, 0, 5\}$$

$$RR = x$$

$$NS = \emptyset$$

KODIRANA PORUKA:

$\{1, 0, 2, 0, 5, 0\}$