LINEARNO BINARNI BLOK KODOVI

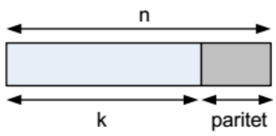
$K:(n,M,d) \leftrightarrow [n,k,d] \leftrightarrow [n,k]$

$M = 2^k$

$R(K) = \frac{k}{n} \leq 1$

$d(K) = \min_{x,y \in K}(d(x,y) | x \neq y)$

$d(x,y) = w(x-y)$



Uvjeti lineranosti binarnog blok koda

1) $x+y \in K, \quad x,y \in K$
2) $a \cdot x \in K, \quad a \in \{0,1\}$
3) $000\ldots0 \ \in K$

k – broj informacijskih bitova u kodnoj riječi

n - duljina kodne riječi

M - broj kodnih riječi u kodu

d – distanca (udaljenost) koda

R – kodna brzina

w - težina kodne riječi

HAMMINGOVA MEĐA **ako umjesto '<=' samo '=', tada je kod PERFEKTAN**

$$M \leq \frac{2^n}{\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{t}}$$

VJEROJATNOST NEOTKRIVENE POGRESKE U PRIJENOSU - PARNI PARITET: neparan broj '1' daje 1

$$p_{np} = \binom{n}{2}p^2(1-p)^{n-2} + \binom{n}{4}p^4(1-p)^{n-4} + \ldots + \binom{n}{n}p^n \qquad n-\text{parno}$$

$$p_{np} = \binom{n}{2}p^2(1-p)^{n-2} + \binom{n}{4}p^4(1-p)^{n-4} + \ldots + \binom{n}{n-1}p^{n-1}(1-p) \qquad n-\text{neparno}$$

VJEROJATNOST ISPRAVNOG DEKODIRANJA -ako treba za NEISPRAVNO KODIRANJE, tada suma ide od (t+1) do n

$$p(K) = \sum_{i=0}^{t}\binom{n}{i} p_g^i(1-p_g)^{n-i}$$

<u>DEKODIRANJE LINEARNOG BINARNOG KODA:</u>

1) Metoda najbližeg susjeda

$d(K) \geq s+1$

$s = d(K) - 1$

$t = \left\lfloor \frac{d(K)-1}{2} \right\rfloor$

$d(K) \geq 2t+1$

$2^{n-k} \geq \sum_{i=0}^{t}\binom{n}{i}$

s - najveći broj pogrešaka koje kôd može otkriti

t - najveći broj pogrešaka koje kôd K može ispraviti

2) Sindromsko dekodiranje

$e = y - x$ **e = (y) XOR (x)**

e - vektor pogreške

x - poslana kodna riječ

y - primljena kodna riječ

$G = [I_k \mid A]$ **G * H**

$H = [A^T \mid I_{n-k}]$

$S(y) = y \cdot H^T$

$G * H^T = 0$

$x * H^T = 0$ ako primljena kodna riječ dio koda

$c = d * G$
d - vektor s k-bitova
c - kodna riječ u kodu

G – generirajuća matrica koda dimenzija $k \times n$

H - matrica provjere pariteta (n - k) x n

S - sindrom

A - kvadratna matrica

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[0\ 1] \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}}^{I_2} = \underbrace{[0\ 1]}_{\text{poruka}} \qquad [0\ 1] \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}}^{A} = \underbrace{[1\ 1\ 1]}_{\text{zaštitni bitovi}}$$

HAMMINGOV KÔD

H - matrica provjere pariteta dimenzija $r \times (2^r - 1)$

$r = n - k$

Generirajuću matricu G je iz matrice H moguće dobiti sljedećim postupkom:

1. U matrici H izbrisati sve stupce koji se nalaze na pozicijama s indeksom jednakim potenciji broja 2 (pozicije 1,2,4, 8, 16, itd).
2. Dobivenu matricu transponirati.
3. Stupce dobivene matrice smjestiti na pozicije generirajuće matrice G čiji indeksi odgovaraju potencijama broja 2.
4. Ostale stupce popuniti redom stupcima jedinične matrice.

HAM [7,4]

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad H = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \end{array}$$

CIKLIČKI KÔD

Uvjeti:

1. $\forall\, a(x), b(x) \in K,$ *vrijedi* $a(x) + b(x) \in K$
2. $\forall\, a(x) \in K$ *i* $\forall\, r(x) \in Rn,$ *vrijedi* $r(x) \cdot a(x) mod (xn-1) \in K.$

$x^n - 1 = g(x) \cdot h(x)$

r - stupanj generirajućeg polinoma

$h(x)$ - polinom za provjeru pariteta cikličnog koda K.
cikličnog koda K.

$d(x) \cdot x^r = g(x)q(x) + r(x) = c(x)$

$r(x) = d(x) \cdot x^r \, mod[g(x)] = \frac{x^{n-k}d(x)}{g(x)}$ --> METODA CIKLIČKE REDUNDANTNE ZAŠTITE

$S(c'(x)) = \frac{x^{n-k}c'(x)}{g(x)}$

$c = [d|r]$ --> kodna riječ dobivena metodom cikličke redundantne zaštite

$g(x)$ - generirajući polinom

$q(x)$ - kvocijent

$d(x)$ – polinom kodirane poruke

$r(x)$ – ostatak nakon dijeljenja s $g(x)$

$c(x)$ – kodna riječ

$S(c'(x))$ - sindrom primljene kodne riječi

ALGORITAM ZA DOBIVANJE GENERIRAJUĆE MATRICE G=[Ik:A] iz g(x)

1. upiši g(x) u binarnom obliku u k-ti redak
2. - (k-1) redak dobije se cikličkim posmakom k-tog retka za 1 u lijevo
   - k-ti stupac mora u (k-1) retku imati '0' kako bi G bila u standardom obliku, ako ima '1' tada na (k-1) redak dodati k-ti redak ---> (k+(k-1))
3. ponavljaj dok G nije pun

GENERIJRAJUĆI POLINOM - onaj polinomski zapis kodne rijeci koji je jedini polinom svog stupnja i ima najmanji stupanj od svih ostalih polinoma u kodu

FAKTORIZACIJE NEKIH POLINOMA OBLIKA $x^n - 1$

N	Arit.	Faktorizacija u aritmetici modulo 2
1	$x -$	$x + 1$
2	$x^2 -$	$(x+1)^2$
3	$x^3 -$	$(x+1)(x^2+x+1)$
5	$x^5 -$	$(x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$
7	$7 -$	$(x+1)(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)$
9	$x^9 -$	$(x+1)(x^2+x+1)(x^6+x^3+1)$
11	x^{11}	$(x+1)(x^{10}+x^9+\cdots+x+1)$
13	x^{13}	$(x+1)(x^{12}+x^{11}+\cdots+x+1)$
15	x^{15}	$(x+1)(x^2+x+1)(x^4+x+1)(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+1)$
17	x^{17}	$(x+1)(x^8+x^5+x^4+x^3+1)(x^8+x^7+x^6+x^4+x^2+x+1)$
19	x^{19}	$(x+1)(x^{18}+x^{17}+\cdots+x+1)$

Srednja snaga i energija

(Ako nije drugačije zadano, R = 1Ω!)

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} Ri^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u^2(t)}{R}dt$$

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} Ri^2(t)dt$$

Periodični signali

$$\cos x = \frac{e^{jx}+e^{-jx}}{2} \quad \sin x = \frac{e^{jx}-e^{-jx}}{2j}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$c_k = \frac{1}{T_0}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt$$

$$c_k = |c_k|e^{-j\theta_k}$$

$$P = \sum_{k=-\infty}^{\infty}|c_k^2| = |c_0|^2 + 2\sum_{k=1}^{\infty}|c_k^2| = \frac{1}{2}(A_1^2 + \cdots + A_n^2)$$

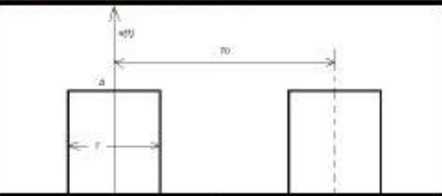
Snaga istosmjerne komponente: $|c_0|^2$.

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \to T_0$ - osnovni period

Periodičan slijed pravokutnih impulsa

$$x(t) = \begin{cases} A, & 0 \le |t| \le \frac{\tau}{2} \\ 0, & \frac{\tau}{2} < |t| \le \frac{T_0}{2} \end{cases}$$

τ - trajanje signala
T_0 - osnovni period
A - amplituda



$$P = A^2\frac{\tau}{T_0}$$

Omjer impuls/pauza:

$$\frac{\tau}{T_0 - \tau}$$

$$c_k = A\frac{\tau}{T_0}\frac{\sin\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right)}{\frac{k\omega_0\tau}{2}} \leftrightarrow |c_k| = A\frac{\tau}{T_0}\left|\frac{\sin\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right)}{\frac{k\omega_0\tau}{2}}\right|$$

Kroz 0 prolazi u $\frac{k}{\tau}, k \in \mathbb{Z}$.

$$c_0 = A\frac{\tau}{T_0}$$

Snaga istosmjerne komponente: $P_0 = A^2\left(\frac{\tau}{T_0}\right)^2$

Neperiodični signali

$$E = \int_{-\infty}^{\infty}[x(t)]^2dt = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}[x(t)]^2dt$$

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[x(t)]^2dt$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft}df$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{j\omega t}d\omega$$

Pravokutni impuls:

$$X(f) = A\tau\frac{\sin\left(\frac{2\pi f\tau}{2}\right)}{\frac{2\pi f\tau}{2}}$$

Signal energije: $E < \infty \to P = 0$

Signal snage: $P > 0 \to E \to \infty$

Ni jedno ni drugo: $E \to \infty,\ P \to \infty$

Slučajni signali

$$\mu_X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x,t)dx$$

$$S_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau$$

$$R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f)e^{j2\pi f\tau}df$$

$$P = R_X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f)df$$

$$S_Y(f) = S_X(f)|H(f)|^2$$

$$S_N(f) = \frac{N_0}{2}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)e^{j2\pi ft}df$$

NPK: $B = f_g$
PPK: $B = f_g - f_d$

μ_x – srednja vrijednost slučajnog procesa
R_X – autokorelacijska funkcija
$S_{X,Y,N}$ – spektralna gustoća snage
X – ulaz; Y – izlaz; može biti i obrnuto!
S ili P_S – srednja snaga signala
P ili P_N – srednja snaga šuma
h(t) – impulsni odziv
H(f) – prijenosna funkcija
H(X) – entropija
N_0 – spektralna gustoća AWGN
N_q – srednja snaga kvantizacijskog šuma
u – uzorkovanje
m – multipleksiranje
n – broj kanala koji se multipleksiraju
r – broj bitova
L – broj razina
B – širina pojasa
A – pojačanje
E_b – energija bita
C – kapacitet kanala
D – dinamika
m_{max} – maksimalna amplituda ulaznog signala
Δ - korak kvantizacije
σ_q^2 - srednja kvadratna greška (brže i lakše)
$\overline{N_q}^2$ - srednja kvadratna greška (sporije i teže)
f(u) ili p(u) – funkcija gustoće vjerojatnosti razine signala
f(q) – funkcija gustoće vjerojatnosti razine kvantizacijskog šuma
(1) – ako imamo odstupanje od polazne vrijednosti
(2) – kod odstupanja od vrha do vrha;
U_p = |zadano u postocima|
Frekvencijsko miješalo poduplava frekvencije!

Uzorkovanje

$$f_u = 2B$$

$$R = \frac{H(X)}{T}$$

$$R_m = nR$$

$$L = 2^r$$

$$N = N_0 B$$

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log_2 p(x_i)$$

$$A = \frac{S_2}{S_1}$$

$$C = B\log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$$

$$C \ge R$$

$$C = \log_2 e\frac{S}{N_0}, \text{kad } B \to \infty$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{\frac{C}{B}} - 1}{\frac{C}{B}}$$

$$D = 0.5\log\left(1 + \frac{S}{N}\right) = \frac{C}{2B}$$

Kvantizacija

$$\frac{S}{N} = \frac{3}{2}2^{2r} = \left(\frac{3S}{m_{max}^2}\right)2^{2r}$$

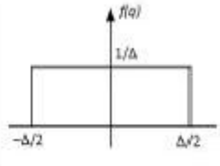
$$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{dB} = 1.76 + 6.02r$$

$$\Delta = \frac{2m_{max}}{L}$$

$$-\frac{\Delta}{2} \le q \le \frac{\Delta}{2}$$

$$P_S = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 f(u)du$$

$$P_N = \int_{-\infty}^{\infty} q^2 f(q)dq$$



(1) $\frac{\Delta}{2} = \frac{m_{max}}{L}$

(2) $\frac{\Delta}{2} = U_p 2m_{max}$

$$\overline{N_q}^2 = \int_{u_{qi}-\frac{\Delta}{2}}^{u_{qi}+\frac{\Delta}{2}} (u - u_{qi})^2 p(u)du$$

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{3}m_{max}^2 2^{-2r}$$