Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Izvanredni rok provjere znanja iz predmeta **TEORIJA INFORMACIJE**, 19. rujna 2012.

Napomena: Svaki točno riješen zadatak boduje se s najviše 10 bodova. Svaki zadatak potrebno je rješavati na zasebnom listu papira. U svakom zadatku jasno istaknite konačni odgovor. Svaka izračunata veličina mora imati točnu brojčanu vrijednost i po potrebi mjernu jedinicu. Trajanje ispita: 120 minuta.

ZADACI

1. zadatak: Razmatrajte kanal sa simetričnom strukturom šuma. Na ulaz kanala dolaze simboli iz skupa $X = \{x_1, ..., x_n\}$, a na izlazu kanala se pojavljuju simboli iz skupa $Y = \{y_1, ..., y_m\}$. Matrica uvjetnih vjerojatnosti prijelaza u kanalu, $[P(Y|X)]$, zadana je kao:

$$[P(Y|X)] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Zbroj elemenata matrice $[P(Y|X)]$ po svakom stupcu je jednak ($\sum_{i=1}^{n} a_{ij} = konst \, \forall j = 1,\ldots,m$). Nadalje, svaki redak matrice $[P(Y|X)]$ dobiven je permutacijom prvog retka. Drugim riječima, skup $\{a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{im}\}$ je identičan za svaki $i = 1, ..., n$. Posljedica toga je da je $H(Y|x = x_i)$ konstanta za bilo koji $i = 1, ..., n$. Sukladno tome, odredite izraz za kapacitet takvog kanala kao funkciju broja izlaznih simbola m i konstante $h = H(Y|x = x_i)$.

2. zadatak: Razmatrajte skup X od n simbola s pripadajućim vjerojatnostima p_n. Skup simbola je potpun u smislu da vrijedi: $\sum_{i=1}^{n} p_n = 1$. Označimo entropiju ovako zadanog skupa simbola kao $H(X)$. Nadalje, pretpostavimo da se simbol čija je vjerojatnost pojavljivanja p_n podijeli u dva simbola vjerojatnosti pojavljivanja q_1 i q_2, pri čemu vrijedi $p_n = q_1 + q_2$. Označimo entropiju novonastalog skupa simbola Y, koji ima $n + 1$ simbola, s $H(Y)$. Dokažite da vrijedi $H(Y) = H(X) + p_n \cdot H(Z)$, pri čemu je Z skup od dva simbola vjerojatnosti pojavljivanja q_1/p_n, odnosno q_2/p_n.

3. zadatak: Izvor informacije generira 5 simbola, m_1, m_2, m_3, m_4 i m_5, s pripadajućim vjerojatnostima pojavljivanja simbola od $p(m_1)$ do $p(m_5)$ kako slijedi: 0.3, 0.26, 0.2, 0.15, 0.09. Koder informacije u predajniku koristi Huffmanovo kodiranje pomoću kvaternarnih simbola iz abecede {0, 1, 2, 3} i koristi načelo da se simbolu/nadsimbolu veće vjerojatnosti pojavljivanja pridruži veći kvaternarni broj. Dekoder informacije u prijemniku poznaje sve apriorne vjerojatnosti $p(m_i)$, $i = 1, ..., 5$. Pretpostavimo da dekoder informacije primi slijed kvaternarnih simbola 22222 i pretvara taj slijed u ispravan niz simbola. Koliku je količinu informacije odredište primilo nizom simbola 22222?

4. zadatak: Razmatrajte blok kôd s 8 kodnih riječi koji svaku poruku duljine 3 bita kodira dodatnim paritetnim bitom koristeći pri tome neparni paritet. Odredite vjerojatnost da zadani kôd ne otkrije pogreške bita koje mogu nastati prilikom prijenosa kodnih riječi binarnim simetričnim kanalom u kojem vjerojatnost pogrešnog prijenosa bita iznosi 0,01.

5. zadatak: Na ulaz linearnog i vremenski nepromjenjivog sustava čija je karakteristika $H(f) = 0{,}1 \cdot e^{j\pi/4}$, $\forall f \in \mathbf{R}$ dovodimo pravokutni impuls energije 0,1 mWs. Pravokutni impuls definiran je sljedećim izrazom:

$$x(t-t_0)=\begin{cases} A & \text{za } 0 \le |t-t_0| < \tau/2 \\ 0 & \text{za} |t-t_0| > \tau/2 \end{cases}, t \in \mathbf{R}$$

Odredite koliko iznosi energija signala na izlazu zadanog sustava.