7. zadatak

Nino Šetušić Tomislav Vodopijak Davor Pleša Matija Štefek

Informacijski izvor ima abecedu od 9 simbola koje generira s vjerojatnostima 1/4, 1/4, 1/8, 1/16, 1/16, 1/16, 1/16, 1/32 i 1/32. Informacijski izvor je spojen na komunikacijski kanal koji koristi tri kodna simbola a, b i c.

Odredite: (a) kôd i njegovu efikasnost na temelju metoda Shannon-Fano i Huffman; (b) isto kao i pod (a) s tim da iza kodnog simbola c nikad ne slijedi drugi simbol c. (Napomena: kôd mora biti trenutni (prefiksni)!)

Entropija:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i) \log p(x_i) [bit / simbol]$$

Računjanje H(x) sa logaritmom po bazi 3

$$H(X) = -\left[2 \times \left(1/4 \times \log_3 1/4\right) + 2 \times \left(1/8 \times \log_3 1/8\right) + 3 \times \left(1/16 \times \log_3 1/16\right) + 2 \times \left(1/32 \times \log_3 1/32\right)\right]$$

$$H(X) = 1.77449$$

Računjanje H(x) sa logaritmom po bazi 2

$$H(X) = -\left[2 \times \left(1/4 \times \log_2 1/4\right) + 2 \times \left(1/8 \times \log_2 1/8\right) + 3 \times \left(1/16 \times \log_2 1/16\right) + 2 \times \left(1/32 \times \log_2 1/32\right)\right]$$

$$H(X) = 2.8182$$

a)

I. Shannon-Fano

Xi	$p(x_i)$	Korak 1	Korak 2	Korak3	Kodna riječ
X ₁	1/4	a			a
X 2	1/4	b	a		ba
X3	1/8	b	b		bb
X4	1/8	С	a		ca
X5	1/8	c	b	a	cba
X ₆	1/16	c	b	b	cbb
X7	1/16	c	С	a	cca
X8	1/32	c	С	b	ccb
X 9	1/32	c	c	С	ccc

$$\begin{split} L &= \sum p_i \times l_i \\ L &= 1/4 + 2 \times 1/4 + 2 \times 1/8 + 2 \times 1/8 + 3 \times 1/8 + 3 \times 1/16 + 3 \times 1/16 + 3 \times 1/32 + 3 \times 1/32 = 2 \\ L &= 2bit \ / \ simbol \\ \text{H izračunat sa logaritmom po bazi 3} \\ \varepsilon &= H(X) \ / \ L = 1.77449 \ / \ 2 = 0.887 \approx 0.89 \end{split}$$

ili sa H izračunat sa logaritmom po bazi 2
$$\varepsilon = H(X)/(L \times \log_2 3) = 2.8125/(2 \times \log_2 3) = 0.887 \approx 0.89$$

II. Huffman

Xi	p(xi)	_						Xi	p(xi)	Kod
X1	1/4 -				1/4	С		X1	1/4	С
X2	1/4 -				1/4	b		X2	1/4	b
Х3	1/8 –		1/8	С			1	Х3	1/8	ac
X4	1/8 -	С						X4	1/8	abc
X5	1/16 -	b	1/4	b	1/2	а		X5	1/16	abb
X6	1/16 -	а						X6	1/16	aba
X7	1/16 -	С						X7	1/16	aac
X8	1/32 -	b	1/8	а				X8	1/32	aab
X9	1/32 -	а						X9	1/32	aaa

Slika kada se oznake stavljaju od a prema c (krenuvši odozdo)

Xi	p(xi)	_						Xi	p(xi)	Kod
X1	1/4 -				1/4	a		X1	1/4	а
X2	1/4				1/4	b		X2	1/4	b
Х3	1/8 -		1/8	a			1	Х3	1/8	ca
X4	1/8 -	a						X4	1/8	cba
X5	1/16 -	b	1/4	b	1/2	С		X5	1/16	cbb
X6	1/16 -	С						X6	1/16	cbc
X7	1/16 -	a						X7	1/16	cca
X8	1/32	b	1/8	С				X8	1/32	ccb
X9	1/32 -	С						X9	1/32	ccc

Slika kada se oznake stavljaju od zadnjeg simbola krenuvši od c prema a

$$L = [3 \times 1/32] \times 2 + [3 \times 1/16] \times 3 + 3 \times 1/8 + 2 \times 1/8 + 1/4 + 1/4 = 1.875bit / simbol$$

$$\varepsilon = H(X)/L = 1.77449/1.875 = 0.946 \approx 0.95$$

$$\varepsilon = H(X)/(L \times \log_2 3) = 2.8125/(1.875 \times \log_2 3) = 0.946 \approx 0.95$$

b) iza iza kodnog simbola c nikad ne slijedi drugi simbol c

I. Shannon-Fano

Xi	$p(x_i)$	Korak 1	Korak 2	Korak3	Korak 4	Kodna riječ
X 1	1/4	a				a
X2	1/4	b	a			ba
X3	1/8	b	b			bb
X4	1/8	c	a	a		caa
X5	1/8	c	a	b		cab
X6	1/16	c	b	a		cba
X7	1/16	c	b	b		cbb
X8	1/32	c	b	С	a	cbca
X 9	1/32	c	b	c	b	cbcb

$$\begin{split} L &= 1/4 + 2 \times 1/4 + 2 \times 1/8 + 3 \times 1/8 + 3 \times 1/8 + 3 \times 1/16 + 3 \times 1/16 + 4 \times 1/32 + 4 \times 1/32 = 2.1875 bit \ / \ simbol \\ \varepsilon &= H(X)/L = 1.77449/2.1875 = 0.811 \approx 0.81 \\ \varepsilon &= H(X)/(L \times \log_2 3) = 2.8125/(2.1875 \times \log_2 3) = 0.811 \approx 0.81 \end{split}$$

II. Huffman Isto kao u a dijelu