Sven Vidak, 0036464598 (1)

(1)

s	Vodeći članovi razreda
0000	000000
1100	100000
1000	010000
0100	001000
0011	000100
0010	000010
0001	000001
1010	010010
1001	010001
0110	001010
0101	001001
1110	100010
1101	100001
1011	010100
0111	001100
1111	100100

a) $c' = [100101]$

→ znamo da vrijedi:

$$s(c') = c' \cdot H^T \quad (1)$$

$$c' = c + e \quad (2)$$

$$H^T = ?$$

→ da (2) uvrstimo u (1), dobivamo

$$s(c') = (c+e)H^T = \underbrace{cH^T}_{=0} + eH^T$$

↳ jer je $c \in K$, a vrijedi $c \cdot H^T = 0$

$$s(c') = eH^T$$

$$e = \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} \Rightarrow s(c') = eH^T \Rightarrow H^T = \begin{bmatrix} 1100 \\ 1000 \\ 0100 \\ 0011 \\ 0010 \\ 0001 \end{bmatrix}$$

iz zadane tablice za vektore pogreške iz e

(2)

$$s(c') = c' \cdot H^T = [100101] \cdot \begin{bmatrix} 1100 \\ 1000 \\ 0100 \\ 0011 \\ 0010 \\ 0001 \end{bmatrix}$$

$$= 1100 + 0011 + 0001 = \boxed{1110}$$

iz tablice očitamo

$e = [100010]$

$$\boxed{c = c' \oplus e = [000111]}$$

b) $d_{min} = ?$

→ minimalna distanca koda može se odrediti iz matrice provjere pariteta H tako da se pogleda min. broj stupaca koji zbrojeni u aritmetici modulo 2 daju 0

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

⇒ iz matrice vidimo da 0 možemo dobiti zbrajajući prva 3 stupca gledajući od lijeve strane

$$1100 \oplus 1000 \oplus 0100 = \underline{0000}$$

pa zaključujemo da je:

$$\boxed{d(k) = d_{min} = 3}$$

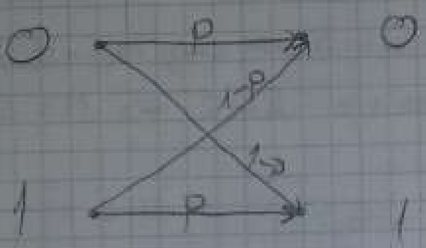
Sven Vidul, 0036464598

(3)

(1c) $p = 0,998 \Rightarrow p_g = 0,002$

$r = 10^7$ bit/s , $t = 1$ min

$n_{pd} = ?$ (broj pogrešno dekod. riječi po minuti)



$r = 10^7$ bit/s

1 riječ = 6 bitova

$$10^7 \frac{\cancel{bit}}{\cancel{s}} \cdot 60 \frac{s}{min} \cdot \frac{1 \text{ riječ}}{6 \cancel{bit}} \Longrightarrow \boxed{r = 10^8 \text{ riječ/min}}$$

$$p_{id} = p^6 + 6p^5(1-p) + 9p^4(1-p)^2$$

p_{id} → ispravno dekodirano

$p_{id} = 0,999976$

$n_{pd} = (1 - p_{id}) \cdot r = 2396,76$ riječi/min

d)
$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underset{r_1 \leftrightarrow r_2}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underset{s_2 \leftrightarrow s_3}{\sim}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} A^T \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \Longrightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G' = [\,I \mid A\,] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4

$\Rightarrow$ vrabimo 2 i 4 stupac

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ moguće poruke su $\Rightarrow d = \{00, 01, 10, 11\}$ jer je kanal $[6, 2]$ pa je $k = 2 \Rightarrow M = 2^k = 2^2 = 4$

$\Rightarrow \quad x \in K, \quad x = d \cdot G$

$$\boxed{K = \begin{cases} 000\ 000 \\ 111\ 000 \\ 000\ 000 \\ 111\ 111 \end{cases}}$$

Sven Vrdoljak, 0036464598

5

2

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow [n, k] = [5, 3]$$

a) Riješit ću ga na kraju jer je jednostavnije
↳ nakon b) i c) dijela

b)

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \overset{R_2 \Leftrightarrow R_3}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \overset{R_1 = R_1 + R_2}{\sim}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow H = [A^T \mid I]$$

$$\boxed{H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

⇒ generirajuća matrica koda $K^{\perp}$ je matrica provjere pariteta koda K

c) za $K^{\perp}$ $[n, k] = [5, 2] \Rightarrow k = 2 \Rightarrow M = 4$ pa je $d \in \{00, 01, 10, 11\}$, a $x \in K$, $x = d \cdot H$

$$\boxed{K^{\perp} = \begin{cases} 00000 \\ 10010 \\ 01101 \\ 11111 \end{cases}}$$

... treba provjeriti!

$\boxed{2a}$ $\Rightarrow$ iz c) dijela imamo

$$[n, k] = [5, 2] \text{ za } K^{\perp}$$

pa znamo da je

$$\boxed{R = \frac{k}{n} = 0.4}$$

Sven Vidak, 0036464598

3 ⇒ za svaki kod treba provjeriti:

UVJET 1 ⇒ je li on linearan
⇒ postoji kodna riječ $\vec{0}$
⇒ zbroj svih parova kodnih riječi daje kodnu riječ koja je dio tog istog koda

UVJET 2 ⇒ dobivamo li pomakom kodne riječi u lijevu ili desnu stranu za 1 mjesto riječ koja se nalazi u tom kodu

a) $K_1 = \{000, 100, 010\}$

UVJET 1 -> postoji kodna riječ $\vec{0}$ (000) ✓

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 000 \\ \oplus\, 100 \\ \hline 100 \end{array} ✓ \quad \begin{array}{r} 000 \\ \oplus\, 010 \\ \hline 010 \end{array} ✓ \quad \begin{array}{r} 100 \\ \oplus\, 010 \\ \hline 110 \end{array} ⚡$$

⇒ kodna riječ 110 nije u kodu K_1 pa on nije linearan, a samim time niti cikličan

⇒ također, UVJET 2 ne bi bio zadovoljen jer ako pomaknemo riječ 110 udesno, dobijemo 001, a te riječi nema u kodu K_1

b) $K_2 = \{000, 100, 010, 001\}$

UVJET 1 $\Rightarrow$ postoji kodna riječ $\vec{0}$ (000) ✓

$\Rightarrow$
$$\begin{array}{r} 000 \\ \oplus\, 100 \\ \hline 100 \end{array} ✓ \quad \begin{array}{r} 000 \\ \oplus\, 010 \\ \hline 010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 000 \\ \oplus\, 001 \\ \hline 001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ \oplus\, 010 \\ \hline 110 \end{array} ⚡$$

$\Rightarrow$ kao i u kodu K_1, riječ 110 nije u kodu K_2 te kod nije linearan, a samim time niti cikličan

$\Rightarrow$ za razliku od koda K_1, ovdje ako bilo koju riječ pomaknemo ulijevo ili udesno za 1 mjesto dobivamo ponovo riječ iz koda K_2, ali to nije dovoljno da bi kod K_2 bio cikličan

c) $K_3 = \{000, 111\}$

UVJET 1 $\Rightarrow$ postoji kodna riječ $\vec{0}$ (000) ✓

$\Rightarrow$
$$\begin{array}{r} 000 \\ \oplus\, 111 \\ \hline 111 \end{array} ✓ \quad \Rightarrow \text{kod je linearan}$$

UVJET 2 $\Rightarrow$ bilo koju riječ ako pomaknemo za 1 mjesto ulijevo ili udesno, dobijemo riječ koja je dio koda K_3 pa zaključujemo da kod K_3 ispunjava UVJET 2

$\Rightarrow$ kako je kod K_3 ispunio oba uvjeta, možemo reći da je kod K_3 cikličan.

Sven Vidak, 0036464598

3) d) $K_4 = \{0000, 1010, 0101, 1111\}$

UVJET 1 → postoji kodna riječ $\vec{0}$ (0000) ✓

→
$$\begin{array}{r} 0000 \\ \oplus\, 1010 \\ \hline 1010 \end{array} ✓ \qquad \begin{array}{r} 0000 \\ \oplus\, 0101 \\ \hline 0101 \end{array} ✓ \qquad \begin{array}{r} 0000 \\ \oplus\, 1111 \\ \hline 1111 \end{array} ✓$$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ \oplus\, 0101 \\ \hline 1111 \end{array} ✓ \qquad \begin{array}{r} 1010 \\ \oplus\, 1111 \\ \hline 0101 \end{array} ✓ \qquad \begin{array}{r} 0101 \\ \oplus\, 1111 \\ \hline 1010 \end{array} ✓$$

⇒ iz ovih provjera možemo zaključiti da je kod K_4 linearan

UVJET 2 → za 0000 i 1111 je očito da ćemo pomicanjem za 1 mjesto ulijevo ili udesno dobiti istu kodnu riječ, a samim time i kodnu riječ koja je dio koda K_4

⇒ za 1010 i 0101 možemo provjeriti

1010 → udesno : 0101 $\in K_4$

ulijevo : 0101 $\in K_4$

0101 → udesno : 1010 $\in K_4$

ulijevo : 1010 $\in K_4$

⇒ vidimo da pomicanjem za 1 mjesto ulijevo i udesno dobivamo kodne riječi iz K_4 pa ovaj kod zadovoljava uvjet UVJET 2

⇒ K_4 zadovoljava oba uvjeta pa je on cikličan.

NAPOMENA

⇒ pri provjeri da li zbroj dviju kodnih riječi daje kodnu riječ iz istog koda nisam zbrajao kodnu riječ sa samom sobom jer je jasno da se tako dobije kodna riječ $\vec{0}$ koja je dio koda K_1 i K_2 i K_3 i K_4