

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Predmet: Teorija informacije (34315)  
Ak. godina: 2012./2013.  
Predavač: doc.dr.sc. željko ilić

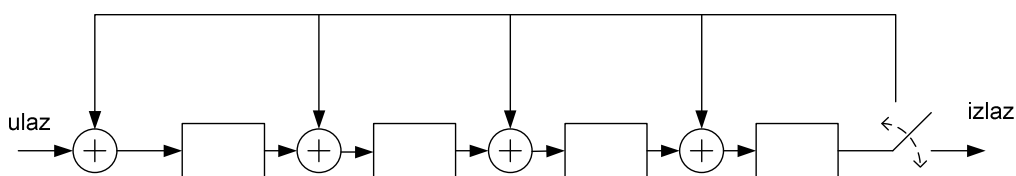
Peta i šesta domaća zadaća

**Zadatak /zi\_22/:**

Dan je linearni binarni ciklični kôd  $K$ ,  $[n, k] = [?, 11]$ . Poznato je da kodne riječi  $[001111111111000]$  i  $[111111111111111]$  pripadaju danom kodu.

- Odredite kodnu brzinu danog koda.
- Odredite generirajući polinom,  $g(x)$ , koda  $K$ .
- Skicirajte koder kanala danog cikličnog koda.
- Na ulazu koder kanala koda  $K$  pojavljuje se poruka  $[00000000111]$ . Odredite cikličnu provjeru zalihosti za danu poruku u polinomskom i binarnom zapisu.
- Odredite cikličnu provjeru zalihosti za prvu kodnu riječ koja se pojavljuje na izlazu koder kanala dualnog koda  $K^\perp$ , ako se na njegovom ulazu pojavljuje slijed bitova  $00010001000\dots$

*Rješenje:* [i] 0,7333; ii)  $g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ; iii) vidi niže danu sliku; iv)  $r(x) = x^3 + x^2$  ili  $\mathbf{r} = [1100]$ ; v)  $100011000111$

**Zadatak /zi\_29/:**

Dan je binarni ciklični blok kôd  $K$   $[15, 7]$  s generirajućim polinomom  $g(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$ .

- Odredite kodnu brzinu danog koda.
- Dokažite da  $g(x)$  može biti generirajući polinom koda  $K$ .
- Na ulazu koder danog koda pojavljuje se poruka čiji je polinomski zapis  $d(x) = x^4 + x + 1$ . Odredite polinomski i binarni zapis kodne riječi u sistematičnom obliku.
- Je li  $c(x) = x^{14} + x^5 + x + 1$  kodna riječ koda  $K$ ?
- Skicirajte koder danog cikličnog koda.

*Rješenje:* [i] 0,4667; ii)  $x^{15} + 1$  je djeljivo s  $g(x)$ ; iii)  $x^{12} + x^9 + x^8 + x^7 + x^4 + x^3$  ili  $001\ 0011\ 1001\ 1000$ ; iv) ne jer je sindrom od  $c(x)$  različit od nule; v) ...]

**Zadatak /zi\_23/:**

Za neki binarni blok kôd  $K$  dani su svi njegovi sindromi,  $\mathbf{s}$ , i njima pripadajući vodeći članovi razreda (tzv. reprezentanti razreda) standardnog niza koda  $K$ .

$\mathbf{s}$	Vodeći članovi razreda
000	00000
001	10000
010	01000
011	00011
100	00100
101	00010
110	00001
111	10001

Odredite za dani kôd  $K$ :

- i) koje pogreške (u cjelosti) može ispraviti. Dokaz!
- ii) matricu provjere pariteta,  $\mathbf{H}$ .
- iii) generirajuću matricu,  $\mathbf{G}$ .
- iv) minimalnu udaljenost,  $d_{\min}$ .

**Napomena:** Matrice  $\mathbf{G}$  i  $\mathbf{H}$  ne smiju biti u standardnom obliku.

*Rješenje:* [i) sve jednostruke pogreške; ii) dana niže; iii) dana niže; iv) 3]

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

**Zadatak /zi\_25/:**

Odredite sve binarne ciklične kodove čija je duljina kodne riječi  $n = 7$ , a koji sadrže kodnu riječ 1111000.

*Rješenje:* [ $g_0(x)=1$ ,  $g_1(x)=x+1$ ]

**Zadatak /zi\_26/:**

Dan je binarni blok kôd  $K$ . Na ulazu kôdera kanala danog kôda pojavljuju se tri poruke, i to:  $\mathbf{d}_1=[101]$ ,  $\mathbf{d}_2=[011]$  i  $\mathbf{d}_3=[111]$ . Na izlazu kôdera kanala, za dane tri poruke  $\mathbf{d}_1$ ,  $\mathbf{d}_2$  i  $\mathbf{d}_3$  pojavljuju se sljedeće tri kodne riječi  $\mathbf{c}_1=[100101]$ ,  $\mathbf{c}_2=[001011]$  i  $\mathbf{c}_3=[010110]$ , slijedno gledano. Odredite 5. i 6. bit u kodnoj riječi koja odgovara poruci  $\mathbf{d}_4=[110]$ .

*Rješenje:* [xxxx10]

**Zadatak /zi\_27/:**

Slijed bita  $\mathbf{x} = [1010101\dots]$  ulazi u Hammingov koder  $[n, k] = [7, 4]$  i nakon toga se prenosi prijenosnim kanalom u kojem je vjerojatnost pogrešnog prijenosa bita 0,004. Odredite za koliko se smanji vjerojatnost ispravnog dekodiranja slijeda  $\mathbf{x}$  ako se umjesto Hammingovog kôdera kao zaštita uporabi paritet (parni!).

*Rješenje:* [0,01951]

**Zadatak /zi\_13/:**

Dan je binarni blok kôd  $K$  s generirajućom matricom

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- i) Odredite minimalnu Hammingovu udaljenost kôda.
- ii) Neka je primljena kodna riječ  $[1111100x]$  koja ima najviše jedan pogrešan simbol i jedan obrisan ( $x$ ). Odredite kodnu riječ koja je poslana.

*Rješenje:* [i) 4; ii) 11101000]

**Zadatak /zi\_24/:**

Izvorište generira 16 poruka, iz skupa od 16 jednako vjerojatnih simbola  $X = \{x_0, \dots, x_{15}\}$ , koje se kodiraju binarnim kodom (Shannon-Fano!). Poruke se prije odašiljanja u kanal kodiraju Hammingovom metodom zaštitnog kodiranja. Na ulazu dekodera kanala pojavljuje se slijed bitova 10010101101... Odredite prvu poruku (**d**) koja je odaslana. **Napomena:** Kontrolni bitovi u kodnoj riječi nalaze se na pozicijama 1, 2, 4, 8,...

*Rješenje:* [1010]