

110

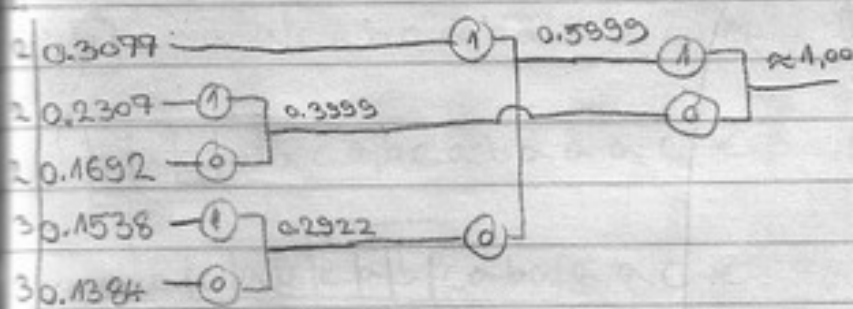
7101) Slijedeći skup boja  $x_i$  s frekvencijama pojavljivanja  $f_i$  opisuje nepomičnu sliku:

$x_i$	1	2	3	4	5
$f_i$	1000	1500	900	2000	1100

koliko manje bitova nam treba za prijenos slike ako je ista kodirana Huffmanovim binarnim kodom u odnosu kada su svi simboli kodirani kodnim riječima jednake duljine (binarna abeceda)?

rišenje: 4600 bitova

$$\sum f_i = 6500 \quad p_i = [0.1538 \ 0.2307 \ 0.1384 \ 0.3077 \ 0.1692]$$



$$\text{Huffman: } L_H = \sum p_i l_i = 2.2918 \text{ bita}$$

riječ. jednake  
duljine  $L_B = 3$  bitova

$$\Delta = L_B - L_H = 0.7082 \text{ bita}$$

(kodirane Huffman-om)

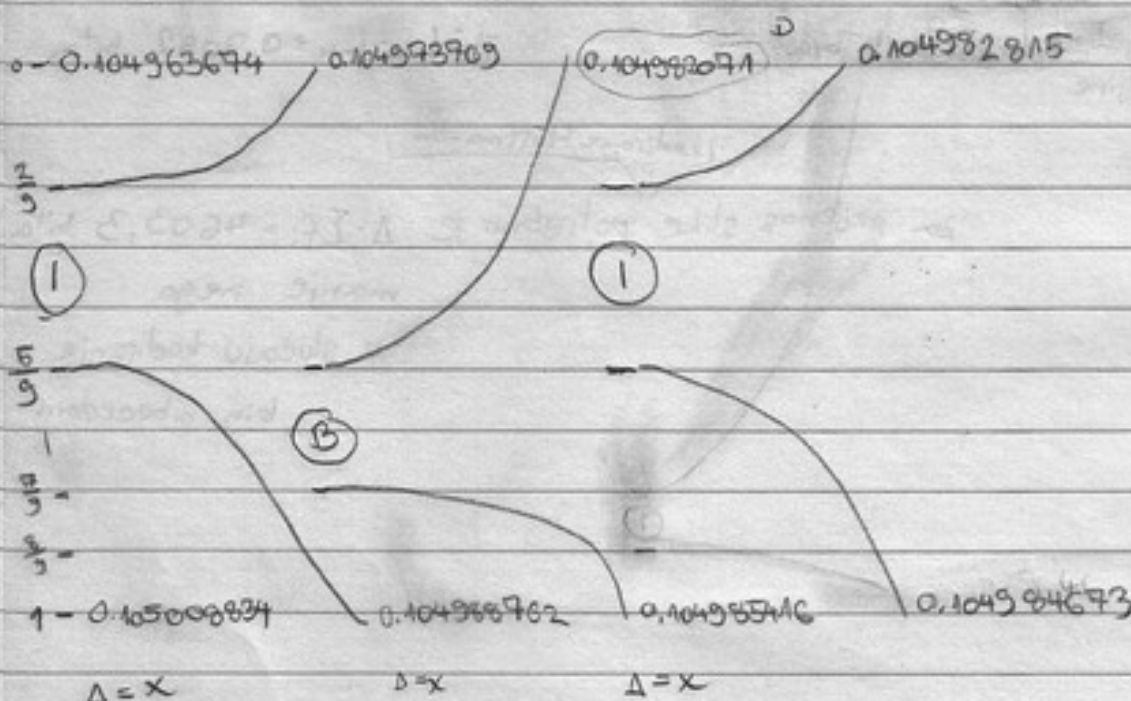
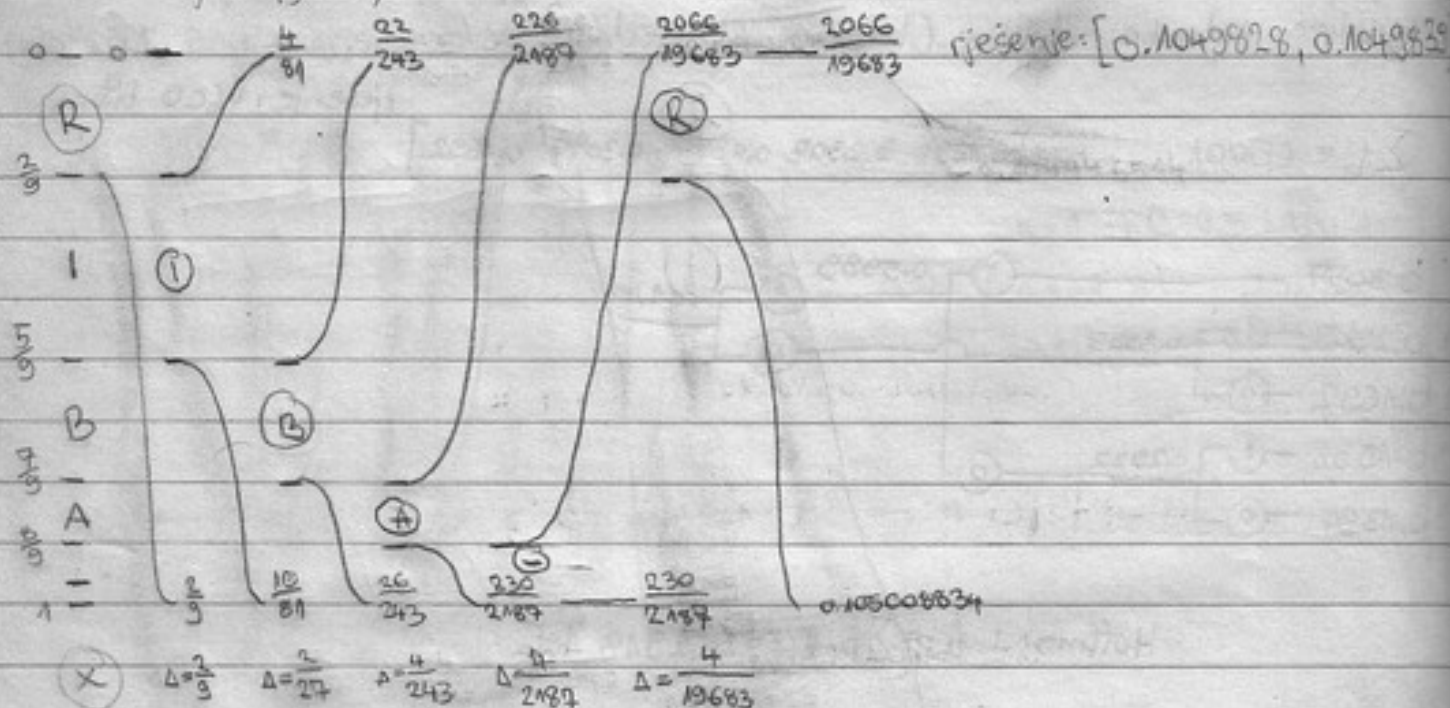
za prijenos slike potrebno je  $\Delta \cdot \sum f_i = 4603,3$  bita

manje nego

u slučaju kodiranja

bin. abecedom

2102 Ar. + met. č. kodom kodirajte poruku RIBA-RIBI. Odredite interval koji jednoznačno definira navedenu poruku. kumulativne podskupove ( $D_s$  i  $G_s$  za pojedini simbol) formirajte redoslijedom kako se simboli pojavljuju u poruci (npr. za 'R' je  $D_s = 0$  i  $G_s = \frac{2}{9}, \dots$ , za '-' je  $G_s = 1$ )



2107) koristeći algoritam LZ77 kodirajte poruku aacaacabcabaaac\*  
 uzimajući pri tome da je maksimalna dužina pomicenog prozora (PP)  
 i prozora za kodiranje (PZK) 4, odnosno 6 simbola. Napomena: "\*" označava kraj poruke.

rešenje: (0,0,a), (1,1,c), (3,4,b), (3,3,a), (1,2,c)  
 (0,0,\*)

a a c a a c a b c a b a a a c \* (0,0,a)

a a c a a c a b c a b a a a c \* (1,1,c)

a a c a a c a b c a b a a a c \* (3,4,b)

a a c a a c a b c a b a a a c \* (3,3,a)

a a c a a c a b c a b a a a c \* (1,2,c)

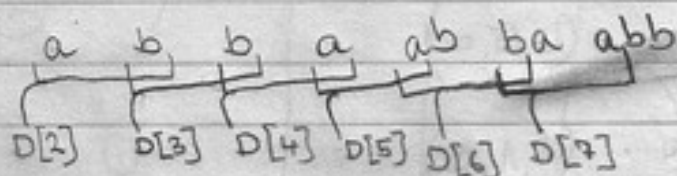
a a c a a c a b c a b a a a c \* (0,0,\*)



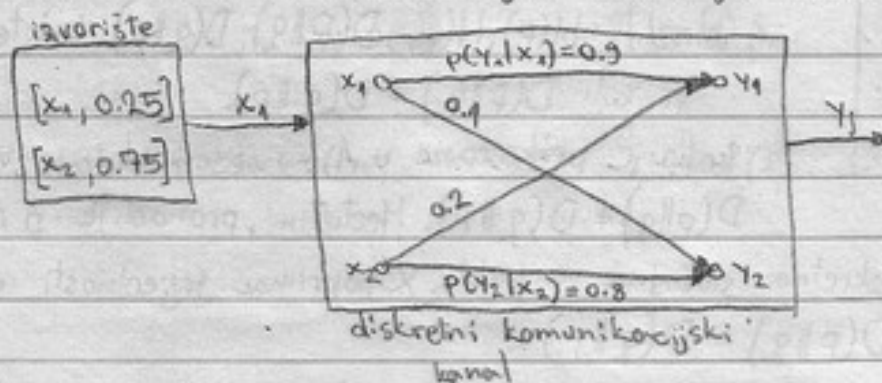
21.09. Uzimajući polazni rječnik D gdje je  $D[0]=a$  ;  $D[1]=b$  dekodirajte kodiranu poruku 0110246 kodiranu algoritmom LZW.

rišenje: abbaabbaabb

0 1 1 0 2 4 6



- 21/20 Diskretno bezmemorijsko izvoriste generira simbole iz skupa simbola  $x = \{x_1, x_2\}$  s vjerojatnostima pojavljivanja  $p(x_1) = 0.25$  i  $p(x_2) = 0.75$ . Diskretni komunikacijski kanal je modeliran kao na slici:



Odredite:

- 1) vjerojatnost pojave pogrešnog simbola na izlazu kanala.
- 2) matricu združenih vjerojatnosti  $[P(x_i, y_j)]$
- 3) iznos korisne informacije koja se pojavljuje na izlazu

riješeno

0.175

$$\begin{bmatrix} 0.225 & 0.025 \\ 0.15 & 0.6 \end{bmatrix}$$

0.2958 bit/symbol

$$P(y|x) = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$P(x,y) = \begin{bmatrix} 0.225 & 0.025 \\ 0.15 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$P(y) = [0.375 \quad 0.625]$$

pogrešan 1)  
simbol:  $p = 0.175$

$$3) H(y) = 0.9544$$

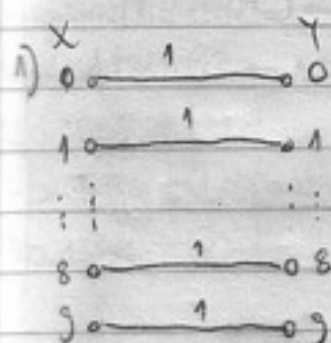
$$H(x) = 0.811276$$

$$H(x,y) = 1.4699$$

$$I(x;y) = H(x) + H(y) - H(x,y) = 0.2557 \text{ bit/symbol}$$

Ž1 21) Promatrajmo vezu između tipkovnice i računala kao diskretni bezmemorijski komunikacijski kanal. Na zaslonu računala želimo ispisivati brojeve od 0 do 9. Odredite kapacitet danog kanala ako:

- 1) Pritisak na bilo koju tipku (0-9) rezultira pojavom pripadajućeg broja na zaslonu računala.
- 2) pritisak na bilo koju tipku (0-9) rezultira pojavom (s jednakom vjerojatnošću) pripadajućeg broja ili njemu sljedećeg broja, tj.  $0 \rightarrow 0$  ili 1;  $1 \rightarrow 1$  ili 2; ...,  $9 \rightarrow 9$  ili 0.



$$P(Y|X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$P(X, Y) = \begin{bmatrix} p_0 & p_1 & & \\ & p_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & p_9 \end{bmatrix}$$

$$P(X) = P(Y) = [p_0 \ p_1 \ \dots \ p_8 \ p_9]$$

rišenje: 1)  $\log_2 10$  bit/simbol

2)  $\log_2 10 - 1$  bit/simbol

$$C = \max I(X, Y) = I(Y|X) = H(Y) - H(Y|X)$$

$$= H(Y)$$

sve  $p_i$  moraju biti jednake  $p_i = \frac{1}{10}$

$$C = -\left(10 \cdot \log_2 \frac{1}{10}\right) = \log_2 10$$



$$P(Y|X) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & & \\ & 0.5 & 0.5 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & & & & & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$P(X, Y) = \begin{bmatrix} \frac{p_0}{2} & \frac{p_0}{2} & 0 & & \\ 0 & \frac{p_1}{2} & \frac{p_1}{2} & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \frac{p_8}{2} & \frac{p_8}{2} \\ \frac{p_9}{2} & & & 0 & \frac{p_9}{2} \end{bmatrix}$$

$$\frac{p_0+p_9}{2} \quad \frac{p_0+p_1}{2} \quad \frac{p_1+p_2}{2} \quad \dots$$

da bi  $H(Y)$  bila max

mora vrijediti:  
 $p_0 = p_1 = \dots = p_9 = \frac{1}{10}$

$$H(Y) = \log_2 10$$

$$I(X, Y) = H(Y) - H(Y|X) = \log_2 10 - 1$$

2b)  $\log_2 \frac{1}{2} = -1$

$$H(Y|X) = 1$$



(2) Informacijski izvor generira simbole iz abecede  $U = \{u_1, u_2, u_3\}$  čije su vjerojatnosti pojavljivanja 0.7, 0.2 i 0.1. Izračunajte:

- Iznos informacije (entropiju) po simbolu;
- Vjerojatnosti pojavljivanja svih mogućih poruka sastavljenih od 2 simbola
- Entropiju po poruci od dva simbola;
- Redundanciju informacijskog izvora
- Količinu informacije generiranu u 1 sekundi ako je poznato da simboli  $u_1, u_2$  i  $u_3$  traju redom 1 ms, 2 ms i 3 ms.

$$a) H(U) = -\sum p(u_i) \cdot \log_2(p(u_i)) = 1.15678 \text{ bit/symbol}$$

$b) p(u_1 u_1) = 0.49$	$p(u_2 u_1) = 0.14$	$p(u_3 u_1) = 0.07$
$p(u_1 u_2) = 0.14$	$p(u_2 u_2) = 0.04$	$p(u_3 u_2) = 0.02$
$p(u_1 u_3) = 0.07$	$p(u_2 u_3) = 0.02$	$p(u_3 u_3) = 0.01$

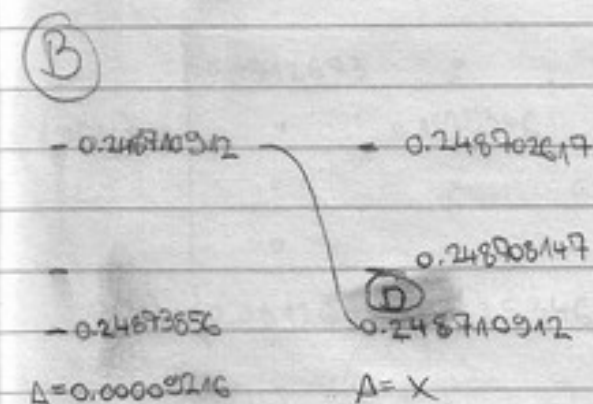
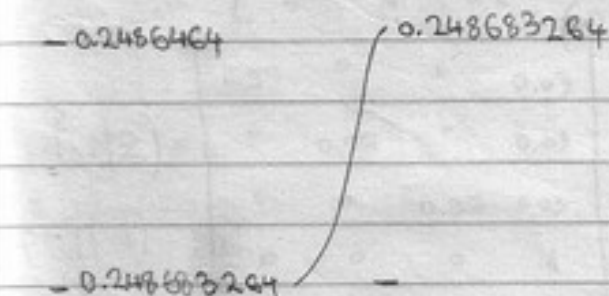
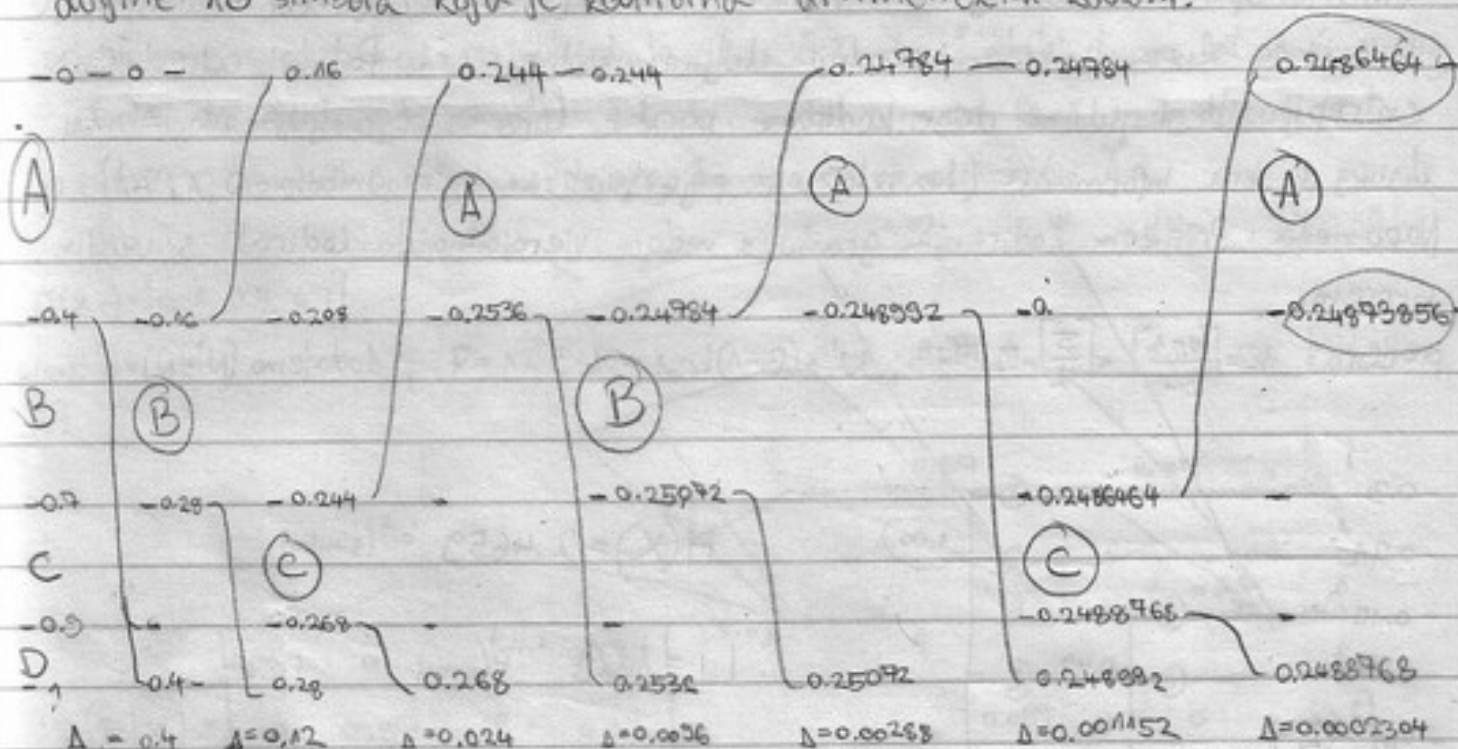
$$c) H(U, U_2) = 2.31 \text{ bit/poruka}$$

d)

$$e) \text{ prosječno trajanje 1 simbola } p(u_1) \cdot 1 \text{ ms} + p(u_2) \cdot 2 \text{ ms} + p(u_3) \cdot 3 \text{ ms} = 0.0014 \text{ s}$$

$$\frac{H(U)}{T} = 826.29 \text{ bit/s}$$

- ① Dan je skup simbola  $X = \{A, B, C, D\}$  s kumulativnim podskupovima  $[D_5, G_5]$  definiranim kao:  $A = [0, \frac{4}{10})$ ,  $B = [\frac{4}{10}, \frac{9}{10})$ ,  $C = [\frac{9}{10}, \frac{9}{10})$ ,  $D = [\frac{9}{10}, 1)$ . Dekodirajte primljenu kodiranu poruku 0.2487095296 dužine 10 simbola koja je kodirana aritmetičkim kodom.



ABCABACABD

ješenje: a)



- ④ Koristeći algoritam LZ77 kodirajte poruku ACBACBCABBACCCA  
 uzimajući pri tome da je maksimalna dužina posmičnog prozora i  
 prozora za kodiranje 6, odnosno 5 simbola. Prilikom kodiranja pomak  
 u izlaznom tripletu mora biti minimalan.

ACBACBCABBACCCA (0,0,A)

ACBACBCABBACCCA (0,0,C)

ACBACBCAABBACCCA (0,0,B)

ACBACBCAABBACCCA (3,3,C)

ACBACBCAABBACCCA (4,1,A)

ACBACBCAABBACCCA (4,1,A)

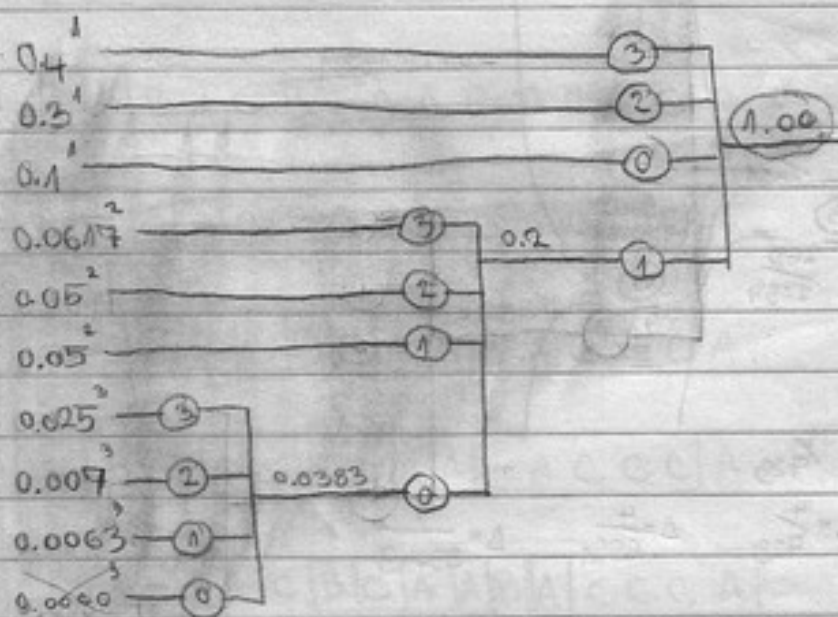
ACBACBCAABBACCCA (5,1,C)

ACBACBCAABBACCCA (1,1,A)

b)

- ⑥ Mirno digitaliziranu sliku, s vjerojatnostima pojavljivanja pojedinih nijansi sivog  $p = [0.05 \ 0.05 \ 0.025 \ 0.4 \ 0.007 \ 0.0063 \ 0.3 \ 0.1 \ 0.0617]$  rezolucije  $640 \times 480$  potrebno je optimalno kodirati (Huffman baza 4). Izračunajte minimalno vrijeme potrebno za prijenos dane slike od računala A do računala B modemom  $33.6 \text{ kbit/s}$

provjera:  $k = \left\lceil \frac{N-1}{B-1} \right\rceil = \left\lceil \frac{8}{3} \right\rceil = \left\lceil 2.67 \right\rceil = 3$ ,  $N' = (B-1) \cdot k + 1 = 3 \cdot 3 + 1 = 10$ , dodajemo  $(N'-N) = 1$  simbol.



rezolucija:  $640 \times 480$ , broj pixela =  $307200$

$$L = p_i \cdot l_i = \dots = 1.2383 \text{ dicit/pixel} = 2.4766 \text{ bit/pixel}$$

$$\text{broj bitova za prijenos} = \text{broj pixela} \cdot L = 307200 \text{ pixel} \cdot 2.4766 \text{ bit/pixel} = 760811.52 \text{ bit}$$

$$t = \frac{\text{broj bitova}}{\text{brzina}} = \frac{760811.52 \text{ bit}}{33600 \text{ bit/s}} = 22.6432 \text{ s}$$

a)

nih ④ Uzimajući polazni rječnik D gdje je  $D[1]=S$ ,  $D[2]=H$ ,  $D[3]=E$ ,  $D[4]=L$ ,  $D[5]=Y$ ,  $D[6]=A$ ,  $D[7]=O$ ,  $D[8]=N$  kodirajte poruku SHELLY SELLS SEASHELL SON SEA koristeći algoritam LZW.

radna riječ novi simbol

S S H  $D[9]=SH$  ①

H E  $D[10]=HE$  ②

E L  $D[11]=EL$  ③

L L  $D[12]=LL$  ④

L Y  $D[13]=LY$  ⑤

Y S  $D[14]=YS$  ⑥

S E  $D[15]=SE$  ⑦

E L EL postoji

EL L  $D[16]=ELL$  ⑧

L S  $D[17]=LS$  ⑨

S S  $D[18]=SS$  ⑩

S E SE postoji

SE A  $D[19]=SEA$  ⑪

A S  $D[20]=AS$  ⑫

S H SH postoji

SH E  $D[21]=SHE$  ⑬

E L EL postoji

EL L ELL postoji

ELL S  $D[22]=ELLS$  ⑭

S O  $D[23]=SO$  ⑮

O N  $D[24]=ON$  ⑯

N S  $D[25]=NS$  ⑰

S E SE postoji

SE A SEA postoji

SEA - ⑱

b)



10) Koristeći algoritam LZ77 dekodirajte poruku  $(0,0,a), (1,2,b), (1,2,a), (1,2,b), (3,2,a)$ .

$(0,0,a)$  a

$(1,2,b)$  a a b

$(1,2,a)$  a a b b b a

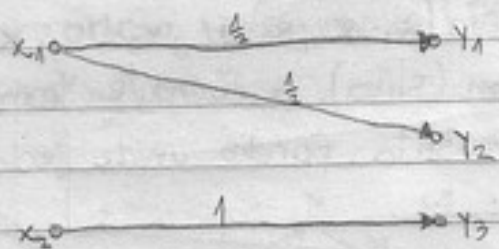
$(1,2,b)$  a a b b b a a a b

$(3,2,a)$  a a a b b b a a a b a a a

b)

21.07.08 (1)

④ Odredite kapacitet kanala sa slike:



rišenje: 1 bit/symbol

$$P(Y_i|X_i) = \begin{matrix} & \begin{matrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}; \quad \text{odeno: } P(X_i) = [P_1 \ P_2]$$

$$[P(X_i, Y_j)] = [P(X_i) \cdot P(Y_j|X_i)] = \begin{bmatrix} 0.5P_1 & 0.5P_1 & 0 \\ 0 & 0 & P_2 \end{bmatrix}$$

zbroj po stupcima:  $P(Y_j) = [0.5P_1 \ 0.5P_1 \ P_2]$

$$C = \max I(X;Y), \quad I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

$$H(X) = - \sum p_i \cdot \log p_i$$

$$H(Y) = H(X,Y) \quad \text{- vidi se odmah iz matrice}$$

$$\text{Dakle, } I(X;Y) = H(X) =$$

entropija je najveća ako su vjerojatnosti pojave simbola jednake

$$H(X) = -(0.5 \cdot \log_2 0.5 + 0.5 \cdot \log_2 0.5) = 1 \text{ bit/symbol} = C$$

② Mirova digitalizirana slika s bojama A, B, C, ..., M opisana je tablicom

$x_i$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
$f_i$	5000	1700	2000	3000	900	450	450	200	200	150	300	320	380

Svaka boja (A, B, C, ..., M) kodira se jednim simbolom iz skupa simbola

$X = \{A, B, C, \dots, M\}$  izračunajte srednji sadržaj informacije zadane slike.

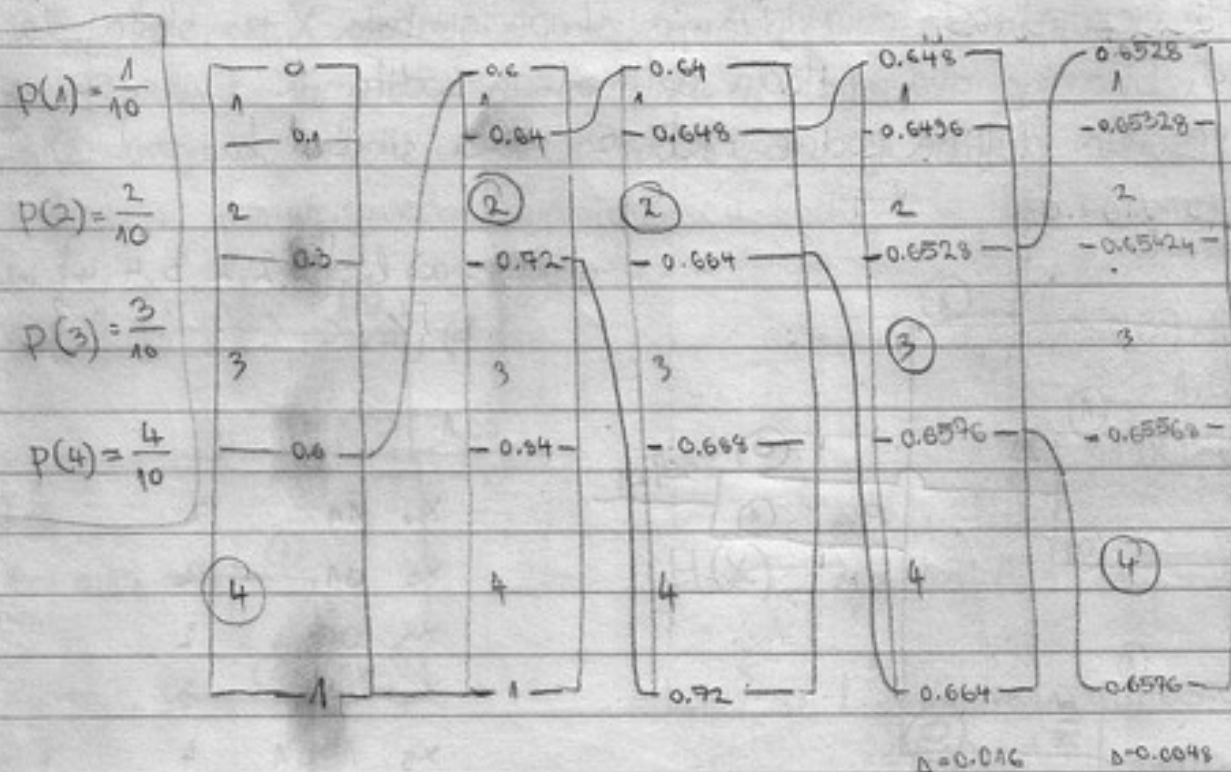
$$\sum f_i = 22850$$

$$P_i = [0.3501 \quad 0.0744 \quad 0.0875 \quad 0.3501 \quad 0.0306 \quad 0.0197 \quad 0.0197 \quad 0.0087 \quad 0.0065 \quad 0.0151 \quad 0.0140 \quad 0.0166]$$

$$H(X) = -\sum P_i \cdot \log_2 P_i = \dots = 2.4578 \text{ bit/simbol}$$



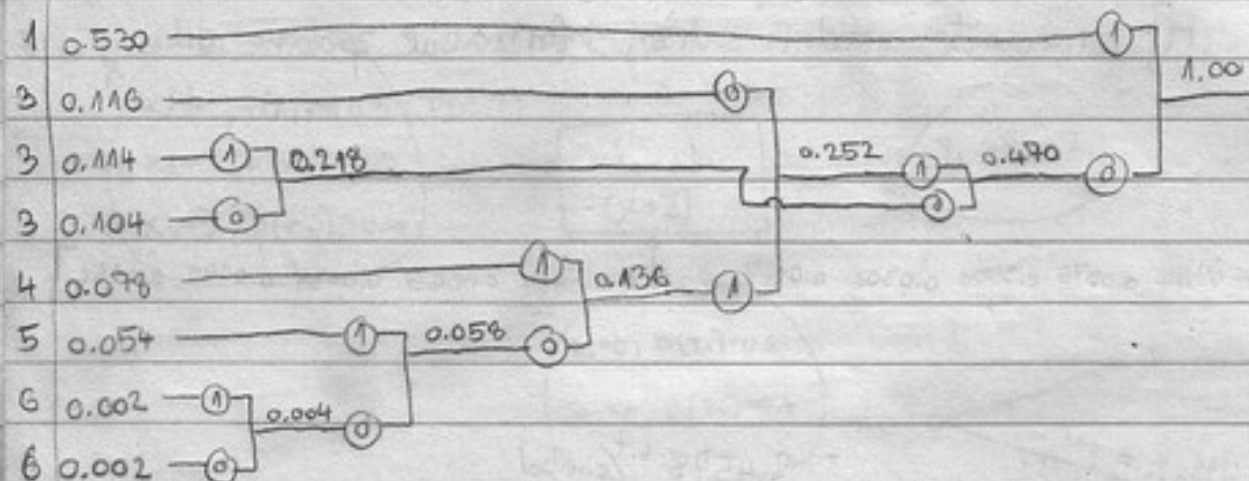
- (18) Na izvoru se pojavljuju četiri simbola  $\{1, 2, 3, 4\}$ . Omjer vjerojatnosti pojavljivanja simbola je  $p_1 : p_2 : p_3 : p_4 = 1 : 2 : 3 : 4$ . Slijed od 5 simbola kodiran je aritmetičkim kodom i dobivena je kodirana poruka (binarni zapis!):  $(0,101010)_2$ . Pronađite prva četiri simbola iz kodiranog slijeda.  $\ll (0,65625)_{10}$



poruka: 42234

⑥ Izračunajte srednju dužinu kodne riječi za skup simbola, s vjerojatnošću pojavljivanja  $\{0.104, 0.114, 0.530, 0.116, 0.078, 0.054, 0.002, 0.002\}$ , koji je kodiran optimalnim binarnim kodom (baza 2! Huffman)

$l_i$



$$L = \sum p_i \cdot l_i = \underline{2.138 \text{ bit}}$$

20) koristeći algoritam LZ77 kodirajte poruku  $aaaaabbcccd*$  uzimajući pri tome da je max dužina posmičnog prozora: prozora za kodiranje 6, odnosno 5 simbola. Napomena: \* označava kraj slijeda.

rišenje:  $(0,0,a), (1,3,b), (1,2,c), (1,1,d),$

$(0,0,*)$

$aaaaabbcccd*$   $(0,0,a)$

$a|aaaa|bbcccd*$   $(1,3,b)$

$a|a|a|a|b|bbcccd*$   $(1,2,c)$

$aa|a|a|b|b|b|cccd*$   $(1,1,d)$

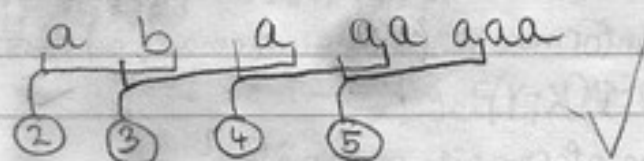
$aaaa|b|b|b|c|c|d|*$   $(0,0,*)$



21) Uzimajući polazni rječnik  $D$  gdje je  $D[0]=a$ ,  $D[1]=b$  dekodirajte kodiranu poruku 0 1 0 4 5 koristeći algoritam LZW

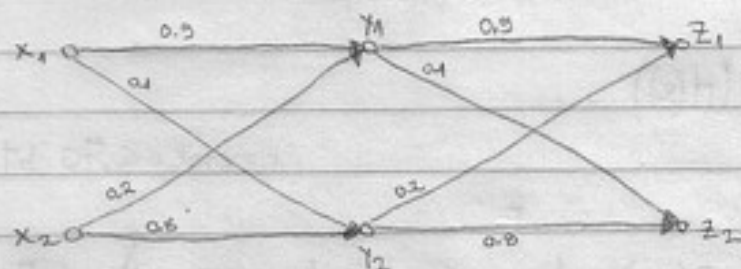
rišenje: abaaaaa

0 1 0 4 5



na kraju zbirke

- ② Dva binarna kanala serijski su povezana kao na slici. Odredite srednji uzajamni sadržaj informacije ( $I(X;Z)$ ) u sustavu kanala ako je  $P(X_1) = P(X_2) = 0.5$ .



rješenje: 0.1879 bit/symbol

rješenje:

uvjet zadatka

$$[P(X_i)] = [0.5 \ 0.5]$$

$$[P(Y_j|X_i)] = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}; [P(Z_k|Y_j)] = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix} \leftarrow \text{iz slike}$$

$$[P(X_i, Y_j)] = [P(X_i) \cdot P(Y_j|X_i)] = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.05 \\ 0.1 & 0.4 \end{bmatrix}$$

zbroj po stupcima daje:  $[P(Y_j)] = [0.55 \ 0.45]$

$$[P(Y_j, Z_k)] = [P(Y_j) \cdot P(Z_k|Y_j)] = \begin{bmatrix} 0.495 & 0.055 \\ 0.09 & 0.36 \end{bmatrix}$$

zbroj po stupcima daje:  $[P(Z_k)] = [0.585 \ 0.415]$   $H(Z) = -\sum p_i \cdot \log_2 p_i = 0.97905$

$$I(X;Z) = H(X) - H(X|Z) = I(Z;X) = \boxed{H(Z) - H(Z|X)} = 0.18799 \text{ bit/symbol}$$

$$[P(Z_k|X_i)] = [P(Y_j|X_i)] \cdot [P(Z_k|Y_j)] = \begin{bmatrix} 0.9 \cdot 0.9 + 0.1 \cdot 0.1 & 0.1 \cdot 0.9 + 0.1 \cdot 0.8 \\ 0.2 \cdot 0.9 + 0.8 \cdot 0.1 & 0.2 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot 0.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.83 & 0.17 \\ 0.34 & 0.66 \end{bmatrix}$$

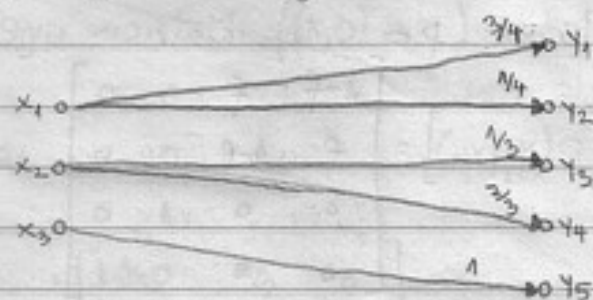
$$[P(X_i, Z_k)] = [P(X_i) \cdot P(Z_k|X_i)] = \begin{bmatrix} 0.415 & 0.085 \\ 0.17 & 0.33 \end{bmatrix}$$

$$H(Z|X) = -\sum \sum p(x_i, z_k) \cdot \log_2(z_k|x_i) = 0.79126$$

na kraju zbirke

(2023.01.30.3)

- ⑥ Odredite kapacitet kanala sa slike uz poznate vjerojatnosti pojavljivanja ulaznog skupa simbola (X).



rješenje: 1.5849 bit/symbol

$$p(y_j|x_i) = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}; \text{ općenito } [p(x_i)] = [p_1 \ p_2 \ p_3]$$

$$[p(x_i, y_j)] = [p(x_i) \cdot p(y_j|x_i)] = \begin{bmatrix} \frac{3}{4}p_1 & \frac{1}{4}p_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}p_2 & \frac{2}{3}p_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{zbroj po stupcima: } p(y_j) = \left[ \frac{3}{4}p_1 \quad \frac{1}{4}p_1 \quad \frac{1}{3}p_2 \quad \frac{2}{3}p_2 \quad p_3 \right]$$

$$C = \max I(x;y), \quad I(x;y) = H(x) + H(y) - H(x,y)$$

iz matrica odmah vidimo da su  $H(y)$  i  $H(x,y)$  jednake

$$\text{pa je } I(x;y) = H(x)$$

$H(x)$  je maksimalna ako su sve vjerojatnosti međusobno jednake

$$C = \max I(x,y) = H(x) = -\left(\frac{1}{3} \cdot \log_2 \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \log_2 \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \log_2 \frac{1}{3}\right) = 1.5849 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}$$



14) Dan je skup simbola ( $S$ ) sa pripadajućim vjerovatnostima pojavljivanja ( $p_i$ ):

$$S = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_m \\ p_1 & p_2 & \dots & p_m \end{pmatrix}$$

Simboli su jednoznačno kodirani prefiksnim kodom. Ako je  $m=6$ : ako su duljine kodnih riječi  $\{l_1, l_2, \dots, l_6\} = \{1, 1, 2, 3, 2, 3\}$ , slijedno gledano, odredite najmanji broj simbola abecede prefiksnog koda.

mora vrijediti Kraftova nejednakost:

rišenje: 3

$$\sum d^{-l_i} \leq 1 : 2^{-1} + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-2} + 2^{-3} = 1.75 \times$$

$$3^{-1} + 3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3} + 3^{-2} + 3^{-3} = 0.9259 \checkmark$$

baza kodiranja je 3

- 15) Dano je diskretno bezmemorijsko izvoriste koje generira simbole  $\{a, b, c, d, e\}$  čije su frekvencije pojavljivanja  $\{15, 7, 6, 6, 5\}$ , slijedno gledano. Kodirajte dani skup simbola Shannon-Fanoovom metodom optimalnog kodiranja, a potom dekodirajte slijedeći slijed: 00011111, 0111, 1100, 0

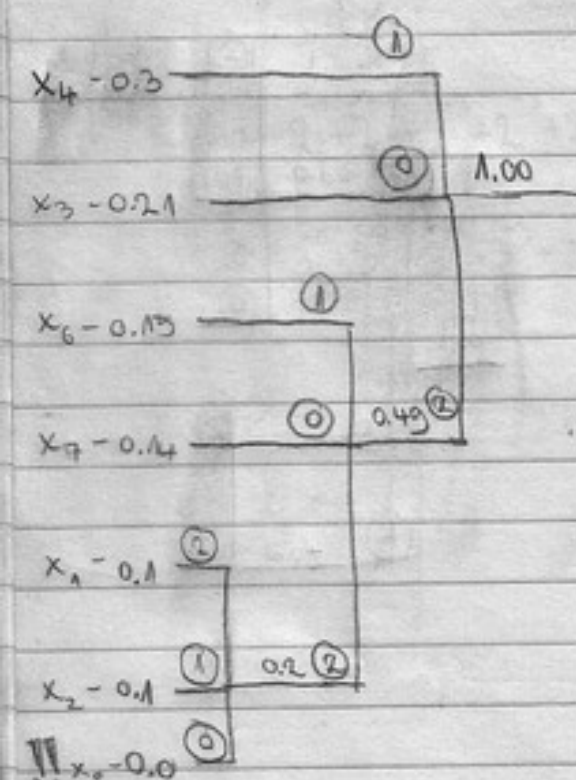
rišenje: abeceda

$p(a) = \frac{15}{39} = 0.38461$	0	0		a = 00
$p(b) = \frac{7}{39} = 0.17949$	0	1		b = 01
$p(c) = \frac{6}{39} = 0.15384$	1	0		c = 10
$p(d) = \frac{6}{39} = 0.15384$	1	1	0	d = 110
$p(e) = \frac{5}{39} = 0.12820$	1	1	1	e = 111

00011111 0111 1100 0  
a b c c e d a



- 16) Diskretno bezmemarijsko izvoriste generira simbole iz skupa simbola  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ . Vjerojatnost pojavljivanja simbola su sljedeće:  $p = [0.1, 0.1, 0.21, 0.3, 0.14, 0.15]$ , slijedno gledano. Dani skup simbola optimalno kodirajte Huffmanovim kodom (baza 3!). Odredite entropiju izvorishnog skupa simbola i srednju dužinu kodne riječi. Potom, odredite entropiju beskonačno duge kodirane poruke koja se pojavljuje na izlazu danog kodera informacije (Na izlazu kodera informacije pojavljuju se samo tri simbola - 0, 1 i 2!) Napomena: prilikom kodiranja granu s većom vjerojatnošću kodirati s većim brojem!



rešenje:  $H(X) = 2.47$  bit/simbol  $p(x)$   
 $L = 1.69$  tribit/simbol  
 $H^*(X) = 0.99$  bit/simbol  $p(x)$

$$H(X) = -\sum p_i \cdot \log_2 p_i = \dots = 2.4659 \text{ bit/simbol}$$

$$L = \sum p_i \cdot l_i = 1 \cdot (0.3 + 0.21) + 2 \cdot (0.15 + 0.14) + 3 \cdot (0.1 + 0.1) = 1.69 \text{ tribit/simbol}$$

prvu stvar koju kod kodiranja  
 u bazu +2 moramo provjeriti:  
 da li imamo dovoljno simbola:

$$k' = \left\lceil \frac{N-1}{B-1} \right\rceil = \left\lceil \frac{6-1}{3-1} \right\rceil = \left\lceil 2.5 \right\rceil = 3$$

$$N' = k'(B-1) + 1 = 3(3-1) + 1 = 7$$

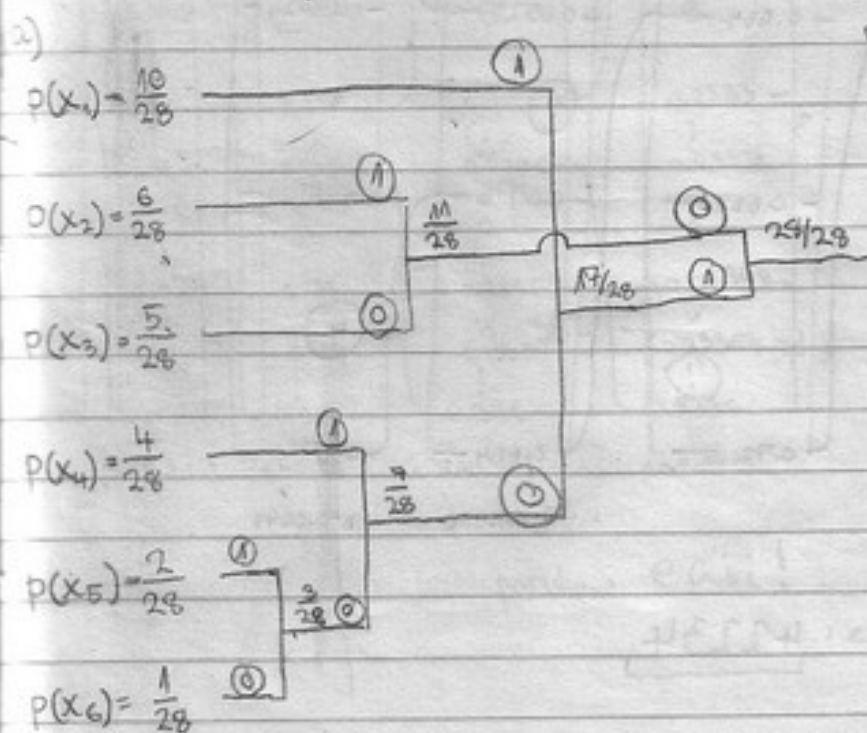
$(N' - N) = 1$ , dodajemo 1 simbol  
 s vjerojatnošću 0!



17) Diskretno bezmemorijsko izvoriste generira simbole iz skupa simbola  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ . Vjerojatnosti pojavljivanja simbola su sljedeće  $p = [\frac{10}{28}, \frac{6}{28}, \frac{5}{28}, \frac{4}{28}, \frac{2}{28}, \frac{1}{28}]$ , slijedno gledano.

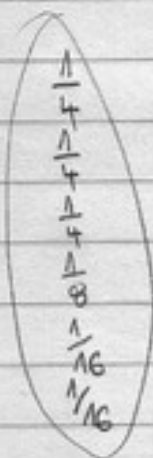
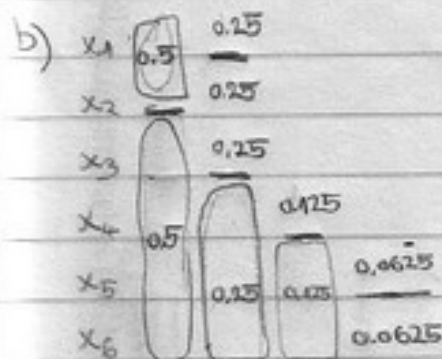
a) Dani skup simbola optimalno kodirajte binarnim Huffmanovim kodom i odredite duljine kodnih riječi.

b) Odredite vjerojatnost pojavljivanja skupa simbola  $X$  za slučaj da se koristi Shannonova metoda optimalnog kodiranja i ako se zahtijeva ista duljina kodne riječi za svaki simbol kao pod a)



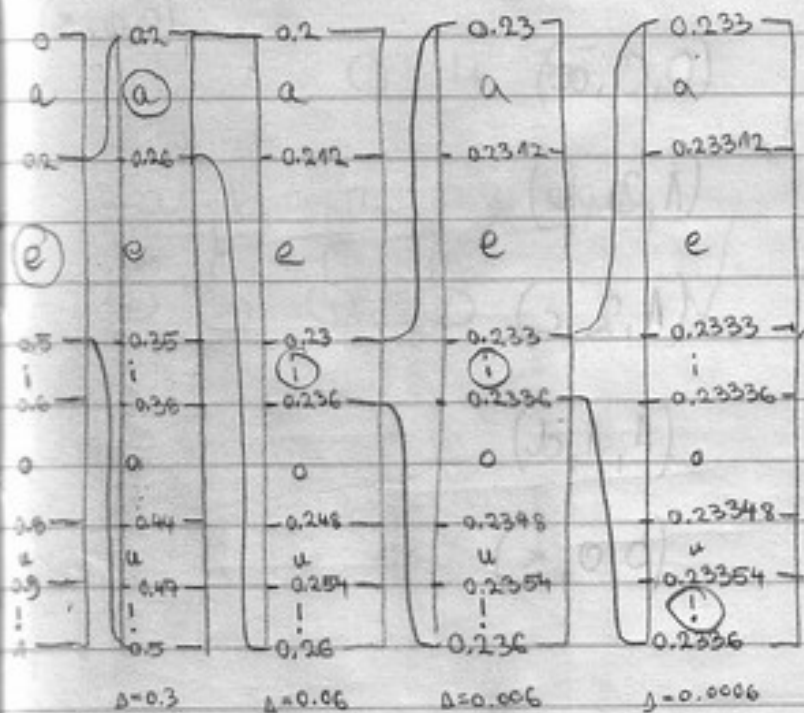
riješeno: a)  $l_i = \{2, 2, 2, 3, 4, 4\}$ ,  $i=1, \dots, 6$   
 b)  $\{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{16}\}$

$x_1$	11	2
$x_2$	01	2
$x_3$	00	2
$x_4$	101	3
$x_5$	1001	4
$x_6$	1000	4



- 19) Na izvoru se pojavljuje šest simbola  $\{a, e, i, o, u, !\}$  s vjerojatnošću pojavljivanja  $\{0.2, 0.3, 0.1, 0.2, 0.1, 0.1\}$ , slijedno gledano. Poznato je da simbol  $!$  predstavlja kraj kodirane poruke. Dekodirajte kodiranu poruku, kodiranu aritmetičkim kodom, čiji je dekadski zapis:  $0.23354321$ .

rišenje: eaii!



poruka = eaii!