

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Predmet: Teorija informacije (34315)
Ak. godina: 2010./2011.
Predavač: doc.dr.sc. željko ilić

Zadaci

Zadatak /zi03/:

Komunikacijskim kanalom prenose se četiri poruke generirane iz skupa od četiri simbola $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_4\}$. Vjerojatnosti pojavljivanja simbola su sljedeće: $\mathbf{p}_X = [p/2, p/2, (1-p)/2, (1-p)/2]$, slijedno gledano ($p \in (0, 1)$). Matrica uvjetnih vjerojatnosti prijelaza u kanalu je:

$$[p(y_j|x_i)] = \begin{bmatrix} 1-f & f & 0 & 0 \\ f & 1-f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ uz } 0 \leq f \leq 1.$$

Odredite općeniti izraz za varijablu p koji osigurava maksimalnu količinu informacije po simbolu koja se u prosjeku može prenijeti danim kanalom. (**Napomena:** $H(f) = \log_2 \frac{1}{f} + \log_2 \frac{1}{1-f}$))

Rješenje: $[p = 1/(1 + 2^{H(f)})]$

Zadatak /zi04/:

Mjerni uređaj mjeri napon čija je funkcija gustoće vjerojatnosti zadana jednadžbom

$$f(u) = a \cdot u \cdot (3-u), u \in [0,3]$$

$$f(u) = 0, u \notin [0,3]$$

$$a \in \mathbf{R}$$

Uređaj može prikazati samo cijele brojeve i polovine, koji su zaokruženi na prvi veću vrijednost (npr. 1,2V se zaokružuje na 1,5 V, a 1,9 V se zaokružuje na 2,0 V). Ako se napon uzorkuje svakih 10 ms, koliki je ukupni srednji sadržaj informacije generiran za jednu minutu?

Rješenje: [1,83 kbyte]

Zadatak /zi05/:

Na ulazu diskretnog komunikacijskog kanala pojavljuju se simboli $\mathbf{X} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Uvjetne vjerojatnosti

$$\text{prijelaza u kanalu dane su sljedećim izrazom } p(y_j|x_i) = \begin{cases} 0.5, & y_j = (x_i \pm 1) \bmod 5 \\ 0, & \text{inace} \end{cases}.$$

Odredite kapacitet danog kanala.

Rješenje: [1,322 bit/simbol]

Zadatak /zi06/:

Na ulazu diskretnog binarnog komunikacijskog kanala pojavljuju se dva simbola $\mathbf{X} = \{x_1, x_2\}$. Odredite vjerojatnosti pojavljivanja ulaznog skupa simbola za koje se postiže maksimum transinformacije te nakon toga

odredite kapacitet danog kanala. Matrica uvjetnih vjerojatnosti prijelaza u kanalu je $[p(y_j|x_i)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$.

Rješenje: [3/5, 2/5, 0.322 bit/simbol]

Zadatak /zi12 /:

Dana je diskretna slučajna varijabla X koja poprima vrijednosti 0 i 1 s vjerojatnošću 1/4 i vrijednost 2 s vjerojatnošću 1/2. Slučajne varijable Y i Z definirane su na sljedeći način: ako je $X = 0$ tada je $Y = Z = 0$; ako je $X = 1$ tada je $Y = 1$ i $Z = 0$; ako je $X = 2$ tada je $Z = 1$ dok Y slučajno poprima jednu od vrijednosti $\{0, 1\}$ s jednakom vjerojatnošću. Odredite: $H(X)$, $H(Y)$, $H(Z)$, $H(Y|X)$, $H(X, Y)$, $H(X|Y)$, $H(X, Z)$, $H(X|Z)$, $H(Y, Z)$, $H(Z|Y)$.

Rješenje: [1.5-; 1-; 1-; 0.5-; 2-; 1-; 1.5-; 0.5-; 2-; 1-bit/simbol]

Zadatak /zi13/:

//Relativna entropija// Dana je diskretna slučajna varijabla X koja poprima vrijednosti iz skupa vrijednosti $\{a, b, c\}$. Promatrajmo dvije razdiobe dane slučajne varijable:

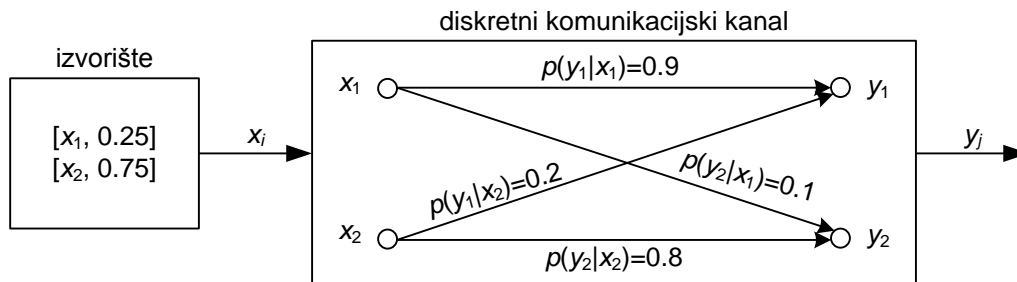
simbol	$p(x)$	$q(x)$
a	0,5	1/3
b	0,25	1/3
c	0,25	1/3

- Odredite: $H(p)$, $H(q)$, $D(p||q)$, $D(q||p)$. Uočite da vrijedi: $D(p||q) \neq D(q||p)$.
- Kako je pokazano u i), u općem slučaju $D(p||q) \neq D(q||p)$. Međutim, pronađite p i q za slučaj u kojem diskretna slučajna varijabla X poprima vrijednosti iz skupa vrijednosti $\{0, 1\}$ tako da je $D(p||q) = D(q||p)$.

Rješenje: [i] 1.5-; 1.585-; 0.085-; 0.082-bit/simbol; ii) općenito za $p = 1 - q$ jednakost je zadovoljena]

Zadatak /zi20/:

Diskretno bezmemorijsko izvorište generira simbole iz skupa simbola $\mathbf{X} = \{x_1, x_2\}$ s vjerojatnostima pojavljivanja $p(x_1) = 0,25$ i $p(x_2) = 0,75$. Diskretni komunikacijski kanal je modeliran kao na slici:



Odredite:

- vjerojatnost pojave pogrešnog simbola na izlazu kanala.
- matricu združenih vjerojatnosti $[p(x_i, y_j)]$.
- iznos korisne informacije koja se pojavljuje na izlazu kanala.

Rješenje: [i] 0.175; ii) [0.225 0.025; 0.15 0.6]; iii) ≈ 0.2958 bit/simbol]

Zadatak /zi21/:

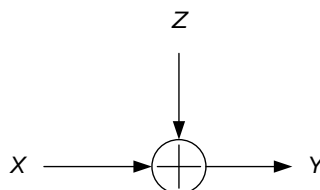
Promatrajmo vezu između tipkovnice i računala kao diskretni bezmemorijski komunikacijski kanal. Na zaslonu računala želimo ispisivati brojeve od 0 do 9. Odredite kapacitet danog kanala ako:

- pritisak na bilo koju tipku (0 - 9) rezultira pojavom pripadajućeg broja na zaslonu računala.
- pritisak na bilo koju tipku (0 - 9) rezultira pojavom (s jednakom vjerojatnošću) pripadajućeg broja ili njemu sljedećeg broja, tj. $0 \rightarrow 0$ ili 1 ; $1 \rightarrow 1$ ili 2 , ..., $9 \rightarrow 9$ ili 0 .

Rješenje: [i] $\log_2 10$ bit/simbol; ii) $\log_2 10 - 1$ bit/simbol]

Zadatak /zi22/:

Odredite kapacitet diskretnog bezmemorijskog kanala sa slike:



gdje je $p(Z=0) = p(Z=a) = 0,5$ ($a \in \mathbf{R}$). Diskretno bezmemorijsko izvorište generira simbole iz skupa simbola $\mathbf{X} = \{0, 1\}$ s vjerojatnostima pojavljivanja $p(0)$ i $p(1)$ uz uvjet $p(0)+p(1) = 1$. Također, Z je neovisno od X . Uočite da kapacitet kanala ovisi o vrijednosti parametra a .

Rješenje: [$a = 0 \rightarrow C=1$ bit/simbol; $a = 1 \rightarrow C=0.5$ bit/simbol; $a = -1 \rightarrow C=0.5$ bit/simbol; $a \neq 0, \pm 1 \rightarrow C=1$ bit/simbol]

Zadatak – /zi01/:

Sljedeći skup boja x_i s frekvencijama pojavljivanja f_i opisuje nepomičnu sliku:

x_i	1	2	3	4	5
f_i	1000	1500	900	2000	1100

Koliko manje bitova nam treba za prijenos slike ako je ista kodirana Huffmanovim binarnim kodom u odnosu kada su svi simboli kodirani kodnim riječima jednake duljine (binarna abeceda!)?

Rješenje: [4600 bitova]

Zadatak – /zi02/:

Aritmetičkim kodom kodirajte poruku RIBA_RIBI. Odredite interval koji jednoznačno definira navedenu poruku. Kumulativne podskupove (D_s i G_s za pojedini simbol) formirajte redoslijedom kako se simboli pojavljuju u poruci (npr. za 'R' je $D_s = 0$ i $G_s = 2/9, \dots$, za '_' je $G_s = 1$).

Rješenje: [[0,1049828 0,1049839)]

Zadatak – /zi07/:

Koristeći algoritam LZ77 kodirajte poruku *aacaacabcabaaac** uzimajući pri tome da je maksimalna duljina posmičnog prozora (PP) i prozora za kodiranje (PZK) 4, odnosno 6 simbola. **Napomena:** "*" označava kraj poruke.

Rješenje: [(0,0,a), (1,1,c), (3,4,b), (3,3,a), (1,2,c), (0,0,*)]

Zadatak – /zi09/:

Uzimajući polazni rječnik D gdje je $D[0] = a$ i $D[1] = b$ dekodirajte kodiranu poruku 0 1 1 0 2 4 6 kodiranu algoritmom LZW.

Rješenje: [a b b a a b b a a b b]

Zadatak – /zi11/:

Na ulazu koda kanala, koji koristi paritetno kodiranje (*parni paritet*; vertikalna i horizontalna provjera zalihosti) pojavljuju se dvije poruke, i to: $\mathbf{x}_1=[11]$ i $\mathbf{x}_2=[01]$. i) Neka je primljena kodna riječ $\mathbf{c}'=[100011101]$. Koristeći vertikalnu i horizontalnu provjeru zalihosti odredite na kojem se mjestu nalazi pogreška u primljenoj kodnoj riječi. Također, odredite mjesto pogreške za sljedeće primljene kodne riječi: ii) 111110011; iii) 011111110.

Rješenje: [i) / ii) pogreška je u bitu koji pripada prvom retku i drugom stupcu; iii) pogreška je u bitu koji pripada drugom retku i drugom stupcu]

Zadatak – /zi14/:

Binarni blok kôd $K [n, 2]$ ima minimalnu Hammingovu udaljenost $d_{\min}=5$. Odredite minimalnu duljinu kodne riječi – n .

Rješenje: [7]

Zadatak – /zi15/:

Dan je binarni blok kôd K s matricom provjere pariteta \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Odredite tablicu sindroma koda K za sve moguće vektore pogreške.
- Odredite kodnu riječ koja je poslana ako je primljena kodna riječ $\mathbf{c}'=[11010]$. Je li moguće jednoznačno odrediti koja je kodna riječ poslana?

Rješenje: [i) Jedno od rješenja: vektor pogreške \rightarrow sindrom: 00000 \rightarrow 000; 10000 \rightarrow 100; 01000 \rightarrow 110; 00100 \rightarrow 111; 00010 \rightarrow 001; 00001 \rightarrow 101; 00101 \rightarrow 010; 10100 \rightarrow 011; ii) Jedno od rješenja je 01110; Nemoguće je jednoznačno odrediti koja je kodna riječ poslana. Sve ovisi o tome koji smo vodeći član pojedinog razreda uzeli]

Zadatak – /zi10/:

Dan je binarni blok kôd $K [n, k]=[7, 3]$ s matricom provjere pariteta \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & - & - & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & - & - & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & - & - & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & - & - & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Odredite sve moguće vrijednosti dvaju stupaca koji nedostaju u matrici \mathbf{H} uzimajući pri tome da kodna riječ [0110011] pripada kodu K i da je minimalna distanca koda 4, tj. $d(K)=4$.
- Dekodirajte primljenu kodnu riječ $\mathbf{c}'=[0110111]$.

Rješenje: [i) $\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; ii) [011]]

Zadatak – /zi16/:

Dan je Hammingov kôd K s matricom provjere pariteta \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Pokažite da su $\mathbf{c}_1=[0010011]$ i $\mathbf{c}_2=[0001111]$ kodne riječi koda K i odredite Hammingovu udaljenost između njih.
- Neka je poslana kodna riječ \mathbf{c} i neka je primljena kodna riječ $\mathbf{c}'=\mathbf{c}+\mathbf{e}$. Dokažite da sindrom $\mathbf{s}=\mathbf{c}'\cdot\mathbf{H}^T$ jedino ovisi o vektoru pogreške \mathbf{e} .
- Ispišite sve sindrome za sve moguće vektore pogreške čija je težina ≤ 1 .

Rješenje: [i] $\mathbf{s}_i=\mathbf{c}_i\cdot\mathbf{H}^T=[000]$ $i=1, 2$; ii) $\mathbf{s}=\mathbf{c}'\cdot\mathbf{H}^T=(\mathbf{c}+\mathbf{e})\cdot\mathbf{H}^T=\mathbf{c}\cdot\mathbf{H}^T+\mathbf{e}\cdot\mathbf{H}^T=0+\mathbf{e}\cdot\mathbf{H}^T=\mathbf{e}\cdot\mathbf{H}^T$
iii) vektor pogreške \rightarrow sindrom: 0000000 \rightarrow 000, 1000000 \rightarrow 110, 0100000 \rightarrow 101, 0010000 \rightarrow 011, 0001000 \rightarrow 111, 0000100 \rightarrow 100, 0000010 \rightarrow 010, 0000001 \rightarrow 001]

Zadatak – /zi17/:

Dan je binarni ciklični blok kôd K [15, 7] s generirajućim polinomom $g(x)=x^8+x^7+x^6+x^4+1$.

- Dokažite da $g(x)$ može biti generirajući polinom koda K .
- Na ulazu kodera danog koda pojavljuje se poruka čiji je polinomski zapis $d(x)=x^4+x+1$. Odredite polinomski i binarni zapis kodne riječi u sistematičnom obliku.
- Je li $c(x)=x^{14}+x^5+x+1$ kodna riječ koda K ?

Rješenje: [i] $(x^{15}+1)$ je djeljivo s $g(x)$ bez ostatka što znači da je $g(x)$ generirajući polinom koda K ; ii) $c(x)=x^{12}+x^9+x^8+x^7+x^4+x^3$ ili 001 0011 1001 1000; iii) ne jer je sindrom $s(c(x))\neq 0$

Zadatak – /zi18/:

Dan je binarni ciklični blok kôd K [n , k] koji može ispraviti jednostruku pogrešku u primljenoj kodnoj riječi. Sindromi (s_1-s_8) za dani kôd su:

$$s_1 = 10100; s_2 = 01010; s_3 = 00101; s_4 = 10000$$

$$s_5 = 01000; s_6 = 00100; s_7 = 00010; s_8 = 00001$$

Odredite:

- generirajuću matricu $\mathbf{G}=[\mathbf{I} | \mathbf{A}]$ danog koda.
- $[n, k]$.
- generirajući polinom koda K .
- sve kodne riječi danog koda K .
- kodnu riječ koja je poslana ako je primljena kodna riječ $\mathbf{c}'=[01101011]$.

Rješenje: [i] $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; ii) [8, 3]; iii) $g(x)=x^5+x^2+1$; iv) 00000000,...; v)

01101111]

Zadatak – /zi19/:

Izvorište generira 128 poruka, iz skupa od 128 jednako vjerojatnih simbola $\mathbf{X} = \{x_0, \dots, x_{127}\}$, koje se kodiraju binarnim kodom (Shannon-Fano!). Poruke se prije odašiljanja u kanal kodiraju Hammingovom metodom zaštitnog kodiranja. Na ulazu dekodera kanala pojavljuje se slijed bitova 111101100001001101... Odredite prvu poruku (\mathbf{d}) koja je odasлана.

Napomena: Kontrolni bitovi u kodnoj riječi nalaze se na pozicijama 1, 2, 4, 8,...

Rješenje: [1111000]

Zadatak – /zi23/:

Neka je $X(t)$ stacionaran u širem smislu Gaussov slučajni proces s očekivanjem nula i autokorelacijskom funkcijom $R_X(\tau) = e^{-|\tau|/2}$ i neka je $N(t)$ Gaussov bijeli šum sa spektralnom gustoćom snage $N_0/2$.

Odredite:

- i) srednju snagu, P , slučajnog signala modeliranog stacionarnim slučajnim procesom $X(t)$.
- ii) spektralnu gustoću snage, $S_X(f)$, slučajnog signala modeliranog stacionarnim slučajnim procesom $X(t)$.
- iii) prijenosnu karakteristiku kanala čiji je ulaz $N(t)$, dok se na izlazu pojavljuje signal čija je spektralna gustoća snage $S_X(f)$.

Rješenje: [i) 1; ii) $\frac{4}{1+16\pi^2 f^2}$; iii) $\sqrt{\frac{8}{N_0}} \frac{1}{1+j4\pi f}$]

Zadatak – /zi24/:

Dokažite da je sustav definiran kao

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{t-T}^t x(\tau) d\tau$$

linearan i vremenski nepromjenjiv. Također, odredite impulsni odziv danog sustava.

Rješenje: [dokaz provedite sami; $h(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} & \text{za } 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{inace} \end{cases}$]

Zadatak – /zi25/:

Neka je primljen signal $r(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + n(t)$ gdje je $n(t)$ aditivni Gaussov bijeli šum sa spektralnom gustoćom snage $N_0/2$. Primljeni signal je doveden na ulaz RC filtra čija je širina prijenosnog pojasa $B=1/(4RC)$. Odredite omjer srednje snage „korisnog“ signala prema srednjoj snazi šuma uzimajući pri tome da kosinusni signal prolazi kroz filter nepromijenjen.

Rješenje: $\left[\frac{2A_c^2 RC}{N_0} \right]$

Zadatak – /zi26/:

Na ulazu niskopropusnog komunikacijskog kanala (širina prijenosnog pojasa B [Hz]), konstantnog amplitudnog odziva od 1 unutar pojasa propuštanja, dovodi se signal čija je autokorelacijska funkcija $R_X(\tau)=\delta(\tau)$. Odredite autokorelacijsku funkciju signala na izlazu iz kanala. **Napomena:** Kanal se može promatrati kao linearan i vremenski nepromjenjiv.

Rješenje: $\left[\frac{1}{\pi\tau} \sin(2\pi B\tau) \right]$

Zadatak – /zi27/:

Signal, $x(t)$, se na ulazu nekog senzora uzorkuje s frekvencijom uzorkovanja $f_u=10$ kHz, a potom kodira s 10 bitova po uzorku (**Napomena:** Kvantizator provodi jednoliko kvantiziranje!). Neka je funkcija gustoće vjerojatnosti razine signala Gaussova s očekivanjem 0 volta i varijancom 4 V^2 .

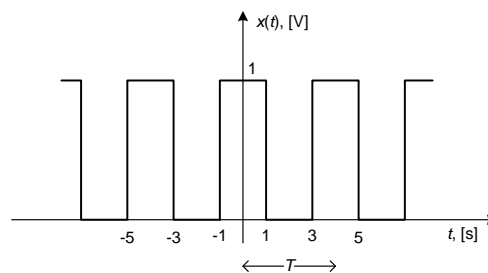
Odredite:

- prijenosnu brzinu [bit/s] na izlazu senzora.
- vrijednost kvantizacijske razine pri čemu raspon napona uzoraka koji se mogu pojaviti na ulazu kvantizatora varira između $-4\sigma_x \text{ V}$ i $+4\sigma_x \text{ V}$.
- srednju snagu kvantizacijskog šuma.
- vjerojatnost da je uzorak izvan granica definiranih pod ii).

Rješenje: [i) 100 kb/s; ii) 0.0156 V; iii) $\approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ W}$; iv) $\approx 6,334 \cdot 10^{-5}$]

Zadatak – /zi28/:

Promatrajmo periodični signal $x(t)$ dan na sljedećoj slici:



Na ulaz niskopropusnog filtra prijenosne funkcije $H(f) = \begin{cases} 1 & \text{za } |f| \leq 0,4775 \text{ Hz} \\ 0, & \text{inace} \end{cases}$ dovodi se signal $x(t)$. Odredite točan izraz za signal $y(t)$ koji se pojavljuje na izlazu filtra.

Rješenje: $y(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos\left(\frac{\pi f}{2}\right)$

Zadatak – /zi32/:

Dana su dva signala, i to: $y_1(t) = \sin(2\pi t) \text{rect}(t - 0,5) \text{ [V]}$ i $y_2(t) = \sin(2\pi t) \text{rect}(t - 1) \text{ [V]}$.

Funkcija $\text{rect}(t)$ općenito je definirana kao $\text{rect}\left(\frac{t - X}{Y}\right) = u\left(t - X + \frac{Y}{2}\right) - u\left(t - X - \frac{Y}{2}\right)$ gdje je

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}.$$

Odredite:

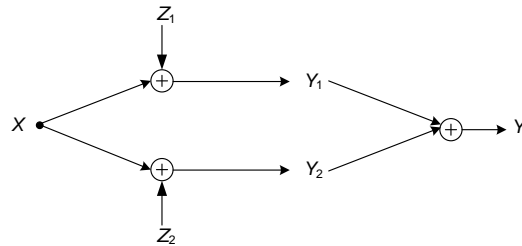
- energiju signala $y_1(t)$.
- energiju signala $y_2(t)$.
- energiju signala $y_1(t) + y_2(t)$.

Napomena: Sve proračune raditi za $R = 1 \Omega$.

Rješenje: [i) 0,5- ;ii) 0,5-; iii) 1,5-Ws]

Zadatak – /zi29/:

Dan je komunikacijski kanal s aditivnim Gausovim šumom (Z_1 i Z_2) i maksimalnom snagom predajnika P [W]. Signal od predajnika (X) do prijamnika (Y) prenosi se preko dva kanala kako je to naznačeno slikom:

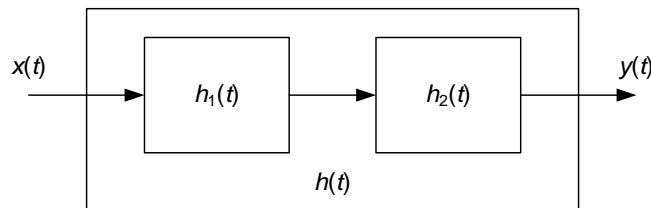


Odredite kapacitet [bit/simbol] danog prijenosnog sustava ako se Z_1 i Z_2 ravnaju po normalnoj razdiobi s očekivanjem nula. Kovarijantna matrica šuma je $C_Z = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \rho\sigma^2 \\ \rho\sigma^2 & \sigma^2 \end{bmatrix}$.

Rješenje: $C = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{2P}{\sigma^2(1+\rho)} \right)$ [bit/simbol]

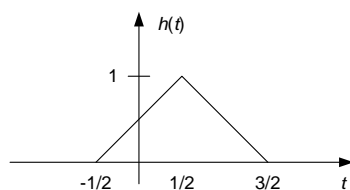
Zadatak – /zi30/:

Dva LTI sustava, čiji su impulсни odzivi $h_1(t) = \text{rect}(t-0,5)$ i $h_2(t) = \text{rect}(t)$, serijski su povezani kako je to dano na slici:



Precizno skicirajte impulсни odziv, $h(t)$, cijelog LTI sustava.

Napomena: Funkcija $\text{rect}(t)$ općenito je definirana kao $\text{rect}\left(\frac{t-X}{Y}\right) = u\left(t-X+\frac{Y}{2}\right) - u\left(t-X-\frac{Y}{2}\right)$ gdje je $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$.



Rješenje: $[h(t) = h_1(t) * h_2(t) \rightarrow]$

Zadatak – /zi31/:

Neka radio postaja, čija je snaga signala predajnika 250 kW, razaslije program na nekom području.

i) Odredite snagu signala predajnika u dBm-ima.

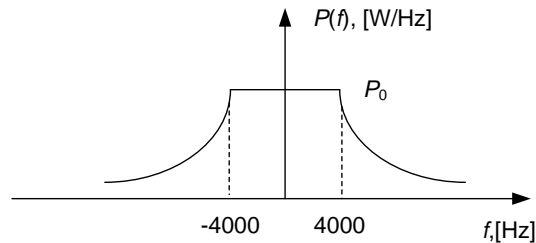
ii) Neka je gušenje prijenosnog kanala dano sljedećim izrazom $L_A(d) = 30 \cdot \log_{10}(30 \frac{d}{\text{km}})$ [dB], gdje je d udaljenost između radio postaje i prijamne strane. Koliko iznosu gušenje kanala na udaljenosti 250 km od radio postaje, tj. na prijamnoj strani?

iii) Odredite snagu signala (u dBm!) na prijamnoj strani.

Rješenje: [i) 83 dBm; ii) 117 dB, iii) -34 dBm]

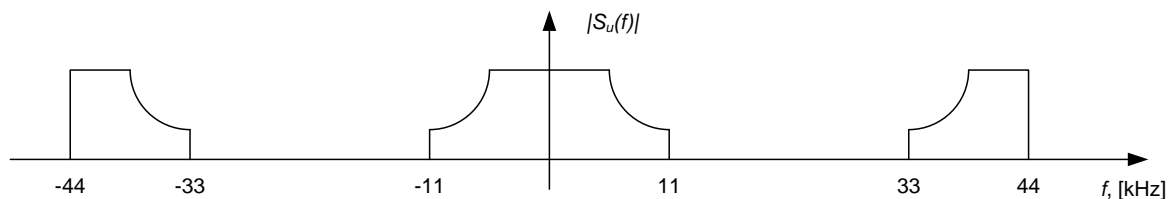
Zadatak – /zi36/:

Glazbeni signal $s(t)$ čiji je spektar snage dan na slici dovodi se na ulaz niskopropusnog filtra (NPF) granične frekvencije $f_g=11$ kHz. Na izlazu filtra pojavljuje se signal $s_{\text{NPF}}(t)$ koji se potom uzorkuje s frekvencijom uzorkovanja $f_u=44$ kHz. Svaki uzorak se kodira sa 16 bita.



- Skicirajte spektar snage uzorkovanog signala od -44 kHz do 44 kHz.
- Odredite omjer srednje snage signala na ulazu i izlazu NPF-a (u dB!) za slučaj kada je $P_0=3 \cdot 10^{-3}$ W/Hz. **Napomena:** Za $|f| \geq 4$ kHz spektar snage signala se ravna po eksponencijalnoj funkciji.
- Odredite veličinu memorije (u oktetima (engl. *byte*)!) potrebne za spremanje 10 sekundi glazbe u *stereo* kvaliteti.

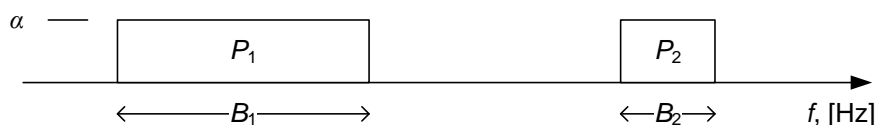
Rješenje: [i) vidi niže danu sliku; ii) ≈ 0 dB; iii) 1,760 MB]



Zadatak – /zi33/:

Kontinuirani komunikacijski kanal podijeljen je na dva potkanala kako je to dano na sljedećoj slici:

$$|H(f)|:$$



U prvom potkanalu srednja snaga signala iznosi P_1 [W], a u drugom P_2 [W]. Isto tako, širina pojasa prijenosa prvog potkanala iznosi B_1 [Hz], a drugog B_2 [Hz], ($B_1 > B_2$). Neka je ukupna snaga predajnika jednaka $P=P_1+P_2$. Odredite koliki dio ukupne snage predajnika u pojedinom potkanalu maksimizira ukupni kapacitet ($C=C_1+C_2$) danog sustava prijenosa. U oba potkanala djeluje bijeli Gaussov šum spektralne gustoće snage N_0 [W/Hz].

Rješenje: [$P_1=P/(1+B_2/B_1)$; $P_2=P/(1+B_1/B_2)$]

Zadatak – /zi35/:

Dva signala $s_1(t)=\cos(2\pi f_1 t)$ [V] i $s_2(t)=\cos(2\pi f_2 t)$ [V] prenose se koristeći sustav amplitudne modulacije (skr. AM od engl. *Amplitude Modulation*). Neka je $f_2=2f_1=20$ kHz i neka je je AM signal dan kao:

$s_{AM}(t)=[A+ s_1(t)+ s_2(t)]\cos(2\pi f_c t)$ [V], gdje je $f_c=1000$ kHz.
Precizno skicirajte amplitudni spektar signala $s_{AM}(t)$, tj. $|S_{AM}(f)|$.

Rješenje:

