

## Komunikacijski kanali i signali

### Teorija informacije

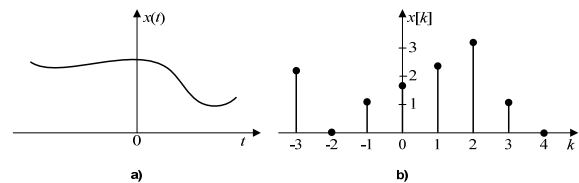
## Signali

- ♦ signal – pojava koja opisuje neku fizikalnu veličinu
  - u električkim sustavima ta veličina je napon ili struja
- ♦ signal se matematički prikazuje (modelira) funkcijom neovisne varijable  $t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ 
  - $t$  najčešće predstavlja vrijeme
  - funkcija  $x(t)$ ,  $x: t \rightarrow x(t)$
  - promatramo isključivo realne signale:  $x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- ♦ poseban naglasak bit će stavljen na
  - signale u kontinuiranom vremenu
  - na snagu i energiju signala
  - razlog: snaga potrebna za određivanje kapaciteta kanala

## Kontinuirani i diskretni signali

- ♦ signal u kontinuiranom vremenu
  - ako je  $t$  kontinuirana varijabla
  - kraći naziv: kontinuirani signal
  - primjer:  $x(t) = A \sin(2\pi ft)$ 
    - $f$  – frekvencija signala  $x(t)$ ,  $A$  – amplituda signala
- ♦ signal u diskretnom vremenu
  - ako varijabla  $t$  poprima vrijednosti isključivo u  $t = kT$ 
    - $T \in \mathbb{R}$ ,  $T \geq 0$ ,  $k \in \mathbb{Z}$
  - označava se kao  $\{x_k\}$  ili  $x[k] = x[kT]$
  - kraći naziv: diskretni signal

## Primjeri kontinuiranih i diskretnih signala



- ♦ a – kontinuirani signal, b – diskretni signal

## Analogni i digitalni signali

- ♦ promatramo vrijednosti koje signal poprima
- ♦ ako neki signal u kontinuiranom vremenu,  $x(t)$ , može poprimiti bilo koju vrijednost unutar kontinuiranog intervala  $(a, b)$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  tada se takav signal naziva **analogni signal**
  - primjer analognog signala:  $x(t) = A \sin(2\pi ft)$
  - poprima bilo koju vrijednost na intervalu  $[-A, A]$ :
    - $x(t) \in [-A, A]$

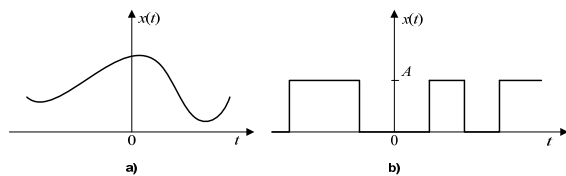
## Analogni i digitalni signali (II)

- ♦ neka je  $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$  konačan skup od  $N$  realnih brojeva
- ♦ **digitalni signal** može u bilo kojem trenutku poprimiti samo jednu od  $N$  mogućih vrijednosti iz tog skupa:  $x(t) \in \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$
- ♦ ako neki signal u diskretnom vremenu,  $x[n]$ , može poprimiti samo konačan broj različitih vrijednosti, tada se takav signal naziva **digitalni signal**
- ♦ primjer: binarni signal
  - u bilo kojem trenutku može poprimiti jednu od dvije vrijednosti iz skupa  $\{0, A\}$ ,  $A \in \mathbb{R}$

## Primjeri analognog i digitalnog signala



Zavod za telekomunikacije



- ♦ a – analogni signal, b – digitalni signal

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

7 od 46

## Deterministički i slučajni signali



Zavod za telekomunikacije

- ♦ deterministički signal
  - vrijednosti  $x(t)$  su u potpunosti specificirane u svakom vremenskom trenutku
  - deterministički signal može biti modeliran poznatom funkcijom vremena  $t$
- ♦ slučajni signal
  - u bilo kojem vremenskom trenutku signal poprima neku slučajnu vrijednost i stoga se karakteriziraju statistički
  - modelira se pomoću slučajnog procesa
- ♦ signale u kontinuiranom vremenu dijelimo na **periodične** i **neperiodične** signale

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

8 od 46

## Srednja snaga determinističkih signala



Zavod za telekomunikacije

- ♦ napon  $u(t)$ , odnosno struja  $i(t)$  na otporniku od  $R$  oma  $[\Omega]$  proizvodi energiju  $E$ , odnosno srednju snagu  $P$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} Ri^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u^2(t)}{R} dt \text{ [Ws]},$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} Ri^2(t)dt \text{ [W]}.$$

- ♦ u nastavku napon, odnosno struja -  $x(t)$
- ♦  $R = 1 \text{ om}$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

9 od 46

## Periodični signali



Zavod za telekomunikacije

- ♦ **periodični signal**:  $x(t) = x(t + T), \forall t \in \mathbb{R}$ 
  - $T$  je realna konstanta
  - neka je  $T_0$  najmanji  $T$  za kojeg vrijedi gornja jednakost
  - $T_0$  se naziva osnovni (fundamentalni) period signala  $x(t)$

- ♦ **neperiodični signal** – ne zadovoljava gornje svojstvo

- ♦ razvoj u Fourierov red  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}, \omega_0 = 2\pi f_0$

$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \delta(f - kf_0) = X(f)$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

10 od 46

## Diracova delta funkcija



Zavod za telekomunikacije

- ♦ definicija  $\delta(t) \neq 0 \text{ za } t=0$   
 $\delta(t) = 0 \text{ za } t \neq 0$

- ♦ svojstva

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

- neka  $x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) x(t) dt = x(t_0)$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

11 od 46

## Spektar periodičnog signala



Zavod za telekomunikacije

- ♦ spektar periodičnog signala  $x(t)$  je diskretan
  - poprima vrijednosti samo za diskretne vrijednosti frekvencije:  $f_k = k/T_0, k \in \mathbb{Z}$
  - u općenitom slučaju  $c_k$  su kompleksne veličine i vrijedi

$$c_{-k} = \overline{c_k}$$

$$c_k = |c_k| e^{-j\theta_k} \quad (\text{Eulerov oblik prikaza})$$

- ♦ apsolutne vrijednosti koeficijenata  $c_k$  čine tzv. amplitudni spektar signala  $x(t)$
- ♦  $\theta_k$  su vrijednosti tzv. faznog spektra signala  $x(t)$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

12 od 46

## Srednja snaga periodičnog signala



Zavod za telekomunikacije

- ♦ srednja snaga periodičnog signala u kontinuiranom vremenu

$$P = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{kT_0} \int_0^{kT_0} |x(t)|^2 dt \right] = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2$$

$$c_{-k} = \overline{c_k} \quad P = |c_0|^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2$$

- ♦ srednja snaga periodičkog signala jednaka je zbroju srednjih snaga svih harmoničkih komponenti od kojih je signal sastavljen

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

13 od 46

## Primjer 1: spektar i srednja snaga trigonometrijskih signala



Zavod za telekomunikacije

- ♦ signal  $x(t) = A \sin(\omega_0 t)$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi/T_0$

- spektar  $X(f)$   $X(f) = -j \frac{A}{2} [\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0)]$

- ♦ signal  $x(t) = A \cos(\omega_0 t)$

- spektar  $X(f)$   $X(f) = \frac{A}{2} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$

- $-j$  u izrazu za spektar sinusnog signala potječe od faznog kašnjenja funkcije sinus u odnosu na funkciju kosinus:  $\sin(x) = \cos(x - \pi/2)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Komunikacijski kanali i signali

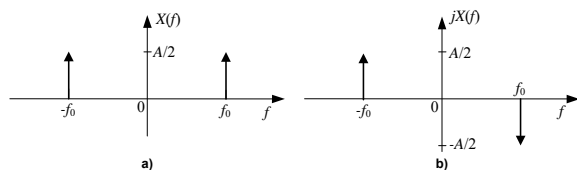
rujan 2007.

14 od 46

## Spektar kosinusnog i sinusnog signala



Zavod za telekomunikacije



- ♦ a – kosinusni signal, b – sinusni signal

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

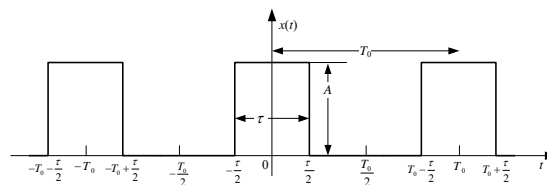
15 od 46

## Primjer 2: periodičan slijed pravokutnih impulsa



Zavod za telekomunikacije

$$x(t) = \begin{cases} A & \text{za } 0 \leq t < \tau/2 \\ 0 & \text{za } \tau/2 < t \leq T_0/2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$



$$c_k = A \frac{\tau}{T_0} \frac{\sin(k\omega_0 \tau/2)}{k\omega_0 \tau/2}$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

16 od 46

## Primjer 2: periodičan slijed pravokutnih impulsa (II)



Zavod za telekomunikacije

- ♦ spektar periodičkog slijeda pravokutnih impulsa) diskretan

- komponente  $c_k$  pojavljuju samo na diskretnim frekvencijama  $k/T_0$  [Hz],  $k \in \mathbb{Z}$ .

$$x(t) = A \frac{\tau}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(k\omega_0 \tau/2)}{k\omega_0 \tau/2} e^{jk\omega_0 t} = A \frac{\tau}{T} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\omega_0 \tau/2)}{k\omega_0 \tau/2} \cos(k\omega_0 t) \right]$$

$$P = c_0^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2 = \left( \frac{A\tau}{T} \right)^2 \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin(k\omega_0 \tau/2)}{k\omega_0 \tau/2} \right]^2 \right] = A^2 \frac{\tau}{T}$$

Komunikacijski kanali i signali

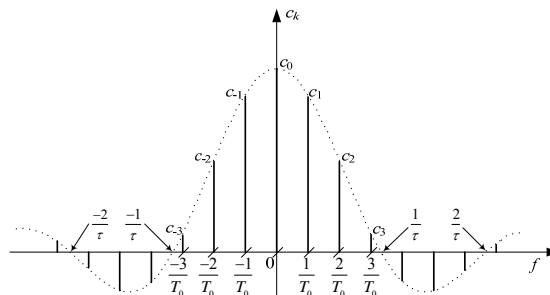
rujan 2007.

17 od 46

## Spektar periodičnog slijeda pravokutnih impulsa



Zavod za telekomunikacije



Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

18 od 46

## Neperiodični signali



Zavod za telekomunikacije

- snaga i energija signala  $x(t)$

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt,$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt.$$

- spektar signala  $x(t)$ ,  $X(f)$  – Fourierova transformacija

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \text{ ili } X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt, \omega = 2\pi f$$

- Fourierov transformacijski par

$$x(t) \leftrightarrow X(f) \text{ ili } x(t) \leftrightarrow X(\omega)$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

19 od 46

## Neperiodični signali (II)



Zavod za telekomunikacije

- amplitudni i fazni spektar

$$X(f) = |X(f)| e^{j\theta(f)}$$

- prikaz signala pomoću poznatog spektra

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \text{ ili } x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

- energija neperiodičnog signala (Parsevalov teorem)

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

20 od 46

## Razredi neperiodičnih signala



Zavod za telekomunikacije

- signali koji imaju konačnu ukupnu energiju, tj.  $E < \infty$ 
  - takvi signali moraju imati srednju snagu jednaku nuli;
  - primjer: signal  $x(t)$  čija je vrijednost jednaka 1 u intervalu  $0 \leq t \leq 1$ , a 0 izvan tog intervala
  - za takav signal vrijedi  $E = 1$ ,  $P = 0$ ;
- signali koji imaju konačnu srednju snagu veću od nule
  - ako je  $P > 0$ , tada je  $E = \infty$ ;
- signali kojima su i srednja snaga i ukupna energija beskonačne
  - primjer: signal  $x(t) = t$ ,  $\forall t \in \mathbb{R}$ .

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

21 od 46

## Primjer: Diracov impuls



Zavod za telekomunikacije

- spektar Diracovog impulsa

$$\Delta(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j2\pi ft} dt = e^0 = 1$$

- promotrimo funkciju  $x(t) = K\delta(t)$ ,  $k \in \mathbb{R}$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} K\delta(t) e^{-j2\pi ft} dt = Ke^0 = K$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

22 od 46

## Primjer: pravokutni impuls



Zavod za telekomunikacije

- definicija pravokutnog impulsa

$$x(t) = \begin{cases} A & \text{za } 0 \leq t < \tau/2 \\ 0 & \text{za } |t| > \tau/2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

- spektar pravokutnog impulsa

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt = A \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-j2\pi ft} dt = A\tau \frac{\sin(2\pi f \tau/2)}{2\pi f \tau/2}$$

- energija pravokutnog impulsa

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df = A^2 \tau$$

- srednja snaga pravokutnog impulsa jednaka nuli

Komunikacijski kanali i signali

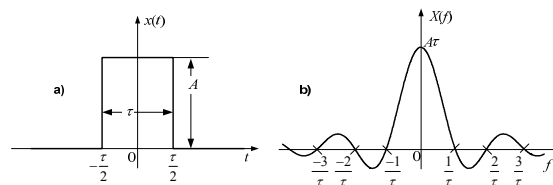
rujan 2007.

23 od 46

## Spektar pravokutnog impulsa



Zavod za telekomunikacije



- spektar ima maksimalnu vrijednost za frekvenciju  $f = 0$  Hz i iznosi  $X(0) = A\tau$
- spektar prolazi kroz nulu u točkama  $f_k = k/\tau$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

24 od 46

## Slučajni signali



Zavod za telekomunikacije

- slučajni proces  $X(t)$  je familija slučajnih varijabli  $\{X(t), t \in \mathbb{R}\}$
- srednja vrijednost slučajnog procesa

$$\mu_X(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x, t) dx$$

- $f_X(x, t)$  je funkcija gustoće vjerojatnosti prvog reda slučajnog procesa  $X(t)$

- autokorelacijska funkcija i autokovarijanca slučajnog procesa  $X(t)$

$$R_X(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)]$$

$$C_X(t_1, t_2) = E\{[X(t_1) - \mu_X(t_1)][X(t_2) - \mu_X(t_2)]\} = R_X(t_1, t_2) - E[X(t_1)]E[X(t_2)]$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

25 od 46

## Stacionarni slučajni procesi



Zavod za telekomunikacije

- ako je slučajni proces  $X(t)$  stacionaran u širem smislu, tada zadovoljava sljedeće uvjete

$$E[X(t)] = \mu_X, \forall t \in \mathbb{R},$$

$$R_X(t_1, t_2) = K_X(|t_2 - t_1|) = K_X(\tau), \forall t_1, t_2 \in \mathbb{R},$$

- neka je autokorelacijska funkcija slučajnog procesa u kontinuiranom vremenu,  $X(t)$ , koji je stacionaran u širem smislu definirana kao

$$R_X(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)]$$

- neka vrijedi:  $R_X(-\tau) = R_X(\tau)$ ,  $|R_X(\tau)| \leq R_X(0)$  i  $R_X(0) = E[X^2(t)] \geq 0$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

26 od 46

## Spektralna gustoća snage slučajnog signala



Zavod za telekomunikacije

- ako je spektralna gustoća snage  $S_X(f)$  poznata

$$R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f) e^{j2\pi f \tau} df$$

- srednja snaga  $P$  slučajnog signala modeliranog stacionarnim slučajnim procesom

$$P = E[X^2(t)] = R_X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f) df$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

27 od 46

## Primjer: Gaussov bijeli šum



Zavod za telekomunikacije

- slučajan proces  $W(t)$  nazivamo **bijeli šum** ako su njegove vrijednosti, tj. slučajne varijable u trenucima  $t_i$  i  $t_j$ ,  $t_i \neq t_j$ , međusobno potpuno nekorelirane

- tada je autokovarijanca  $C_X(t_i, t_j)$  jednaka nuli kad god vrijedi  $t_i \neq t_j$
- ako su slučajne varijable  $W(t_i)$  i  $W(t_j)$  istovremeno nekorelirane i neovisne, tada se radi o striktno bijelom šumu
- bijeli šum u kontinuiranom vremenu je stacionarni slučajni proces u širem smislu,  $W(t)$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

28 od 46

## Gaussov bijeli šum (II)

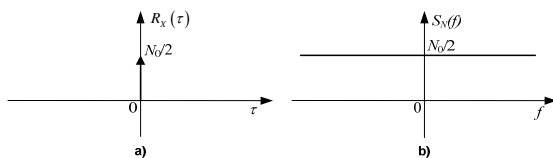


Zavod za telekomunikacije

- srednja vrijednost bijelog šuma je jednaka nuli

$$R_W(\tau) = \sigma^2 \delta(\tau)$$

$$S_W(f) = \sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j2\pi f t} dt = \sigma^2$$



Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

29 od 46

## Gaussov bijeli šum (III)



Zavod za telekomunikacije

- slučajni proces nazivamo **bijeli Gaussov šum** ako su zadovoljena prethodno navedena svojstva bijelog šuma i ako su slučajne varijable slučajnog procesa Gaussove

- za neku slučajnu varijablu  $X$  kažemo da ima Gaussovu razdiobu ako je njena funkcija gustoće vjerojatnosti definirana kao

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{-(x - \mu_X)^2 / (2\sigma_X^2)}$$

- varijanca ili disperzija  $\text{var}(X) = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - \{E[X]\}^2 = \sigma_X^2$
- ako vrijedi  $E[X] = 0$ , tada je  $\text{var}(X) = E[X^2] = \sigma_X^2$ 
  - tj. varijanca je jednaka srednjoj snazi signala na otporu 1 om

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

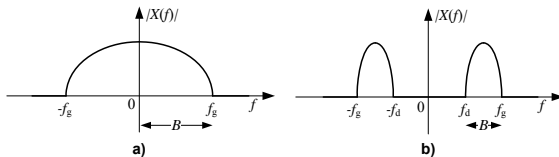
30 od 46

## Širina spektra signala



Zavod za telekomunikacije

- ♦ ovisno o pojasu frekvencija kojeg zauzima amplitudni spektar signala, signale dijelimo na
  - a) signale u osnovnom frekvencijskom pojasu
  - b) signale u pomaknutom frekvencijskom pojasu



- ♦ primjer: širina spektra pravokutnog signala
  - slajd 24

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

31 od 46

## Komunikacijski kanal



Zavod za telekomunikacije

- ♦ komunikacijski kanal  $\approx$  prijenosni medij
- ♦ prijenosni mediji
  - žični
    - upredene parice
    - koaksijalni kabeli
    - vodovi energetske mreže
  - optičke niti
  - bežični
    - radijski, mikrovalni ili optički (ovisi o frekvenciji)
- ♦ primjer komunikacijskog kanala
  - telefonski kanal: od 300 do 3400 Hz
- ♦ po definiciji ITU-T-a kanal je sredstvo za **jednosmjerni** prijenos između predajnika i prijemnika

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

32 od 46

## Klasifikacija komunikacijskih kanala



Zavod za telekomunikacije

- ♦ linearni i nelinearni kanali
  - telefonski kanal je primjer linearnog kanala
  - satelitski kanal je obično nelinearan (ali ne uvijek)
- ♦ neovisni o vremenu ili ovisni o vremenu
  - primjer vremenski nepromjenjivog kanala: optička nit
  - primjer vremenski promjenjivog kanala: radijski kanal u pokretnoj komunikacijskoj mreži
- ♦ ograničenja kanala
  - po širini prijenosnog pojasa (primjer: telefonski kanal) i
  - po raspoloživoj snazi predajnika (primjer: optički prijenos)

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

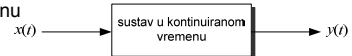
33 od 46

## Matematički model kanala



Zavod za telekomunikacije

- ♦ sustav definiramo kao preslikavanje skupa  $F$  (ulaz u sustav) u skup  $G$  (izlaz iz sustava)
  - u kontekstu komunikacija - sustav je proces uslijed kojeg su ulazni signali transformirani djelovanjem sustava u izlazne signale
  - **kontinuiran** ili **analogni** sustav - elementi skupova  $F$  i  $G$  funkcije kontinuirane varijable
  - **diskretan** ili **digitalni** sustav - elementi skupova  $F$  i  $G$  funkcije diskretne varijable
  - kanal je moguće modelirati sustavom u **kontinuiranom** ili **diskretnom** vremenu



Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

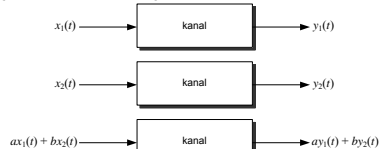
34 od 46

## Linearni i vremenski nepromjenjivi kanali

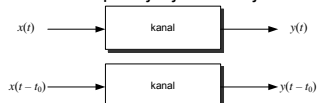


Zavod za telekomunikacije

- ♦ kanal je linearan ako vrijedi:



- ♦ kanal je vremenski nepromjenjiv ako vrijedi:



Komunikacijski kanali i signali

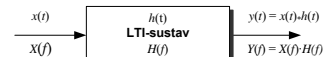
rujan 2007.

35 od 46

## Impulsni odziv i prijenosna funkcija kanala



Zavod za telekomunikacije



- ♦  $h(t)$  – impulsni odziv sustava
  - odziv sustava na pobudu Diracovim impulsom

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau$$

$$y(t) = x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$$

- ♦  $H(f)$  – prijenosna funkcija sustava

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

36 od 46

## Svojstva prijenosne funkcije



Zavod za telekomunikacije

$$H(f) = |H(f)|e^{-j\theta(f)}$$

- amplitudni i fazni odziv  $|H(-f)| = |H(f)|$ ,  
 $\theta(-f) = -\theta(f)$ .

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df$$

- impulzni odziv i prijenosna funkcija LTI-sustava čine Fourierov transformacijski par

$$h(t) \leftrightarrow H(f)$$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

37 od 46

## Slučajni signali i LTI-sustav



Zavod za telekomunikacije

- pretpostavka: na ulazu LTI-sustava prijenosne funkcije  $H(f)$  djeluje signal obilježja stacionarnog slučajnog procesa  $X(t)$ 
  - srednja vrijednost  $\mu_X$
  - spektralna gustoća snage  $S_X(f)$

$$\mu_Y = \mu_X H(0)$$

$$S_Y(f) = S_X(f) |H(f)|^2$$

- prolaskom kroz LTI-sustav, slučajni proces zadržava stacionarnost i na izlazu sustava

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

38 od 46

## Širina prijenosnog pojasa kanala



Zavod za telekomunikacije

- širina prijenosnog pojasa kanala je područje frekvencija u kojem komunikacijski kanal propušta signale sa svog ulaza na izlaz
- realni kanali prigušuju signale koje prenose
  - srednja snaga izlaznog signala uvijek je manja od srednje snage ulaznog signala
  - vrijedi i za energiju signala
- prigušenje kanala  $A(f) = 1/|H(f)|$
- kanal djeluje i na fazu signala
  - faze frekvencijskih komponenti ulaznog signala se razlikuju od faza frekvencijskih komponenti izlaznog signala – **dispersija signala**

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

39 od 46

## Širina prijenosnog pojasa kanala (II)



Zavod za telekomunikacije

- na ulaz LTI-kanala dovedemo signal  $x(t)$  čiji je spektar  $X(f)$  definiran kao  $X(f) = |X(f)|e^{j\phi(f)}$
- za spektar signala na izlazu LTI-kanala,  $Y(f)$ , vrijedi
 
$$Y(f) = |Y(f)|e^{j\phi(f)}$$

$$|Y(f)| = |X(f)| |H(f)|$$

$$\phi(f) = \phi(f) - \theta(f)$$
- kanal propušta one frekvencije na kojima je njegov amplitudni odziv veći od nule

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

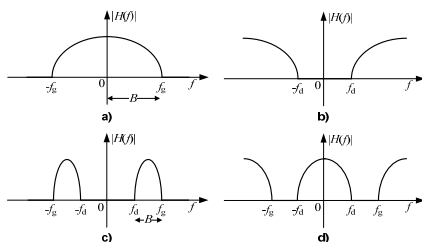
40 od 46

## Oblik amplitudnog odziva i vrste kanala



Zavod za telekomunikacije

- a) niskopropusni kanal, b) visokopropusni kanal
- c) pojasnopropusni kanal, d) pojasna brana



Komunikacijski kanali i signali

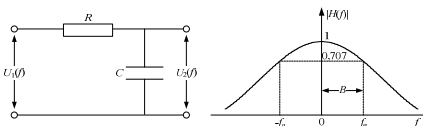
rujan 2007.

41 od 46

## Primjer: RC-krug



Zavod za telekomunikacije



- amplitudni odziv RC-kruga:  $|H(f)| = \frac{|U_2(f)|}{|U_1(f)|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi fRC)^2}}$
- u praksi se širina prijenosnog pojasa računa pomoću tzv. točaka prigušenja 3 decibela
 
$$20 \log \left( \frac{|H(f)|}{|H(0)|} \right) = 20 \log(|H(f)|) - 20 \log(|H(0)|) = 20 \log(|H(f)|) [dB]$$
  - $|H(0)| = 1$ , pa vrijedi  $20 \log(|H(0)|) = 0$  dB
  - na  $f$  na kojoj  $|H(f)| = 0,707$  amplitudni je odziv za 3 dB slabiji od  $|H(0)|$

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

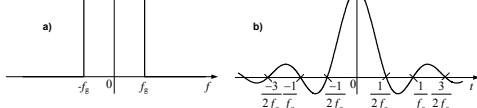
42 od 46

## Idealan niskopropusni kanal



Zavod za telekomunikacije

$$|H(f)| = \begin{cases} 1 & \text{za } |f| < f_g \\ 0 & \text{za } |f| > f_g \end{cases}$$



$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df = \int_{-f_g}^{f_g} e^{-j2\pi ft} df = 2f_g \frac{\sin[2\pi f_g(t-\tau)]}{2\pi f_g(t-\tau)}$$

- svi su realni sustavi kauzalni, tj. odziv sustava ne može početi prije pobude
- u stvarnosti niskopropusni kanal ne može biti striktno ograničen na neki pojas frekvencija

Komunikacijski kanali i signali

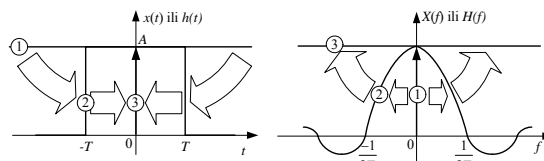
rujan 2007.

43 od 46

## Ograničavanje signala u vremenu



Zavod za telekomunikacije



$$x(t) = \begin{cases} A, & t \in [-T, T] \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

- gornje razmatranje vrijedi i kad bi na apscisi na slici a) bila frekvencija, a na slici b) vrijeme

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

44 od 46

## Praktično određivanje širine prijenosnog pojasa



Zavod za telekomunikacije

- kako bi u praksi mogli odrediti točnu širinu prijenosnog pojasa kanala, **B**, potrebno je definirati iznos prigušenja iznad kojeg smatramo da je prijenosna funkcija kanala praktično jednaka nuli

### ■ za niskopropusni kanal

- potrebno je definirati frekvenciju  $f_g$  takvu da vrijedi
- $|X(f)| \approx 0$  za  $|f| > f_g$ ,  $B = f_g$

### ■ za pojasnopropusni kanal

- potrebno je definirati frekvencije  $f_d$  i  $f_g$  takve da vrijedi  $|X(f)| > 0$  samo ako je  $f_g > |f| > f_d$ ,  $B = f_g - f_d$

Komunikacijski kanali i signali

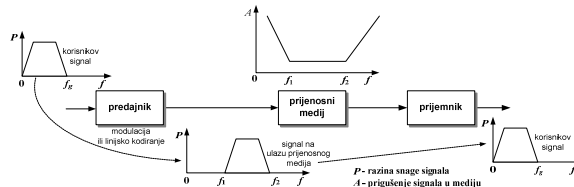
rujan 2007.

45 od 46

## Veza između širine prijenosnog pojasa kanala i širine spektra signala



Zavod za telekomunikacije



- signal prije prijenosa kanalom oblikuje kako bi se svojim spektrom što bolje uklopio u prijenosni pojas kanala
  - modulacijski postupci
  - linijsko kodiranje

Komunikacijski kanali i signali

rujan 2007.

46 od 46