

Predano: 22. rujna 2010.

Prezentacija rješenja: 28. rujna 2010. (Predavanje iz TI, 8.00-11.00)

## DOMAĆA ZADAĆA

### ZADATAK 1

Informacijski izvor generira 8 različitih simbola s vjerojatnostima  $(1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64, 1/128, 1/128)$ . Ti su simboli kodirani redam kao (000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111). (a) Kolika je količina generirane informacije po izvorišnom simbolu? (b) Kakve su vjerojatnosti pojavljivanja 0 i 1? (c) Kolika je efikasnost koda? (d) Provedite kodiranje izvorišnih simbola po Shannon-Fano metodi; (e) Kakva je efikasnost koda dobivenog u (d)?

[R. (a) 1.98 bit/simbol, (b) 0.8 i 0.2, (c) 0.66, (e) 1.0]

### ZADATAK 2

Informacijski izvor generira simbole iz abecede  $U = \{u_1, u_2, u_3\}$  čije su vjerojatnosti pojavljivanja 0.7, 0.2 i 0.1. Izračunajte: (a) iznos informacije (entropiju) po simbolu; (b) vjerojatnosti pojavljivanja svih mogućih poruka sastavljenih od dva simbola; (c) entropiju za (a) i (b) po poruci od dva simbola; (d) redundanciju informacijskog izvora; (e) količinu informacije generiranu u jednoj sekundi ako je poznato da simboli  $u_1, u_2$  i  $u_3$  traju redom 1 ms, 2 ms i 3 ms.

[R. (a) 1.15 bit/simbol, (c) 2.30 bit/poruka, (d) 0.27, (e) 812.44 bit/s]

### ZADATAK 3

Šest izvorišnih simbola pojavljuje se s vjerojatnostima  $3/8, 1/6, 1/8, 1/8, 1/8$  i  $1/12$ . Ti se simboli kodiraju ternarnim kodom (kodni simboli 0, 1 i 2). Odredite: (a) kôd primjenom Shannon-Fano metode; (b) efikasnost dobivenog koda.

[R. (b) 0.93]

### ZADATAK 4

Sedam izvorišnih simbola pojavljuje se s vjerojatnostima  $1/4, 1/5, 1/6, 1/6, 1/12, 1/12, 1/20$ , a treba ih kodirati uporabom četiri kodna simbola a, b, c i d. Odredite: (a) kôd primjenom Shannon-Fano metode; (b) efikasnost dobivenog koda.

[R. (b) 0.85 (bolje kodiranje daje 0.95; druga podjela simbola u skupine)]

### ZADATAK 5

Abeceda informacijskog izvora sastoji se od pet simbola čije su vjerojatnosti pojavljivanja  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/16$  i  $1/16$ . Odredite: (a) prikladni ternarni kôd za kodiranje tih simbola; (b) efikasnost dobivenog koda.

[R. (b) 0.85]

### ZADATAK 6

Informacijski izvor ima abecedu od tri simbola čije su vjerojatnosti pojavljivanja  $1/2$ ,  $1/3$  i  $1/6$ . Odredite: (a) binarni kôd za te simbole primjenom Shannon-Fano postupka kodiranja; (b) efikasnost dobivenog koda; (c) prikladni binarni kôd za slučaj kad bilo koja dva izvorišna simbola zajedno čine jednu poruku; (d) efikasnost koda dobivenog u (c).

[R. (b) 0.97, (d) 0.98 (uporabom kodiranja Shannon-Fano)]

### ZADATAK 7

Informacijski izvor ima abecedu od 9 simbola koje generira s vjerojatnostima  $1/4$ ,  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/8$ ,  $1/16$ ,  $1/16$ ,  $1/32$  i  $1/32$ . Informacijski izvor je spojen na komunikacijski kanal koji koristi tri kodna simbola a, b i c. Odredite: (a) kôd i njegovu efikasnost na temelju metoda Shannon-Fano i Huffman; (b) isto kao i pod (a) s tim da iza kodnog simbola c nikad ne slijedi drugi simbol c. (Napomena: kôd mora biti trenutni (prefiksni)!)

[R. (a) 0.89 i 0.95, (b) 0.81]

### ZADATAK 8

U nekom su eksperimentu vjerojatnosti ishoda brojeva  $\{1, 2, \dots, 7\}$   $p(1) = p(2) = 1/3$ ,  $p(3) = p(4) = 1/9$  i  $p(5) = p(6) = p(7) = 1/27$ . Ishode eksperimenta želimo odaslati preko binarnog ili ternarnog komunikacijskog kanala. Oba kanala su bez smetnji. Troškovi komunikacije su 1.80 € po kodnom simbolu za binarni kanal odnosno 2.70 € po kodnom simbolu za ternarni kanal. Odredite: (a) Huffmanov kôd za binarni kanal i njegovu efikasnost; (b) Shannon-Fanov kôd za ternarni kanal i njegovu efikasnost; (c) kojem kanalu dajete prednost [uz kodiranja prema (a) i (b)] kad želite imati minimalne očekivane troškove i koliki su ti troškovi?

[R. (a) 0.95, (b) 1.0, (c) za a) 4.33 €, za b) 3.90 €]

## ZADATAK 9

Informacijski izvor generira slijed 0 i 1 s vjerojatnostima  $p(0) = 0.8$  i  $p(1) = 0.2$ . Slijed simbola je kodiran simbolima 0, 1, 2, 3 i 4 prema sljedećoj tablici:

poruka	kôd
1	0
01	1
001	2
0001	3
0000	4

(a) Je li moguće ovaj kôd jednoznačno dekodirati i je li on trenutni kôd? (b) Odredite prosječnu količinu informacije po kodnom simbolu. (c) Kakva je efikasnost tog koda?

[R. (b) 2.13 bit/simbol, (c) 0.92]

## ZADATAK 10

Izvor generira poruke iz abecede sastavljene od osam simbola. Vjerojatnosti pojavljivanja simbola su  $\{0.32, 0.24, 0.20, 0.09, 0.05, 0.04, 0.04, 0.02\}$ . Odredite: (a) Huffmanov ternarni kôd, (b) Shannon-Fanov kvartarni kôd, (c) usporedite efikasnosti za oba koda. [Za (c) nije nužno potrebno odrediti efikasnost pojedinog koda već je za usporedbu dovoljno odrediti  $L \log d$  za pojedini kod;  $d$  je broj kodnih simbola].

[R. (c)  $L \log d$  je za (a) 2.61, a za (b) 2.60]

## ZADATAK 11

Na ispitu je 75% studenata prošlo, a 25% palo. Od studenata koji su prošli 10% ima auto, dok kod onih koji su pali njih 50% (!) ima auto. Kolika je: (a) informacija ako nas zanima samo prolaznost na ispitu? (b) informacija sadržana u saznanju da student koji je prošao ima ili nema auto? (c) preostala neodređenost dobivena na temelju vlasništva auta uz uvjet da je objavljen rezultat njegovog ispita?

[R. (a) 0,81 bit; (b) 0,47 bit; (c) 0,6 bit]

## ZADATAK 12

U nekoj regiji 25% djevojaka su plavuše, a 75% svih plavuša ima plave oči. Inače, 50% svih djevojaka ima plave oči. Koliku informaciju primamo u svakom od ovih slučajeva: (a) ako znamo da je djevojka plavuša a govorimo o boji njenih očiju (plave, nisu plave); (b) ako znamo da djevojka ima plave oči a govorimo o njenoj kosi (plavuša, nije plavuša); (c) ako govorimo i o boji njene kose i njenih očiju.

[R. (a) 0,81 bit; (b) 0,95 bit; (c) 1,75 bit]

### ZADATAK 13

U nekoj skupini studenata 25% njih nema predznanja potrebna za studiranje na sveučilištu. Nakon razredbenog ispita samo (!) 75% od tih «nepripremljenih» studenata je odbijeno. Inače, od svih studenata 50% njih je odbijeno. (a) Kolika je informacija dobivena na osnovi saznanja da je na razredbenom ispitu primljen student za kojeg znamo da je «nepripremljen» za sveučilište? (b) Odgovorite na isto pitanje za slučaj da je razredbeni ispit proveden bacanjem novčića. (c) Usporedite rezultate iz (a) i (b) te obrazložite razliku.

[R. (a) 0,81 bit; (b) 1 bit]

### ZADATAK 14

Izvede se dva eksperimenta: X i Y. Ishodi za X su  $x_1, x_2$  i  $x_3$ , a za Y su  $y_1, y_2$  i  $y_3$ . Uzajamne vjerojatnosti  $p(x_i, y_j) = p_{ij}$  su zadane sljedećom matricom:

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{24} & \frac{1}{24} & 0 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{4} & \frac{1}{24} \\ 0 & \frac{1}{24} & \frac{7}{24} \end{bmatrix}$$

Koliko informacije se dobije ako je ishod istovremeno iz X i Y?

Koliko informacije se dobije samo od ishoda iz Y?

Koliko informacije se dobije ako se promatraju ishodi iz X kad već znamo ishode iz Y?

[R. (a) 2,3 bit; (b) 1,58 bit; (c) 0,72 bit]