Zavod za telekomunikacije

Teorija informacije

Osnovni pojmovi teorije informacije

Osnovni pojmovi teorije informacije

Zavod za telekomunikacije

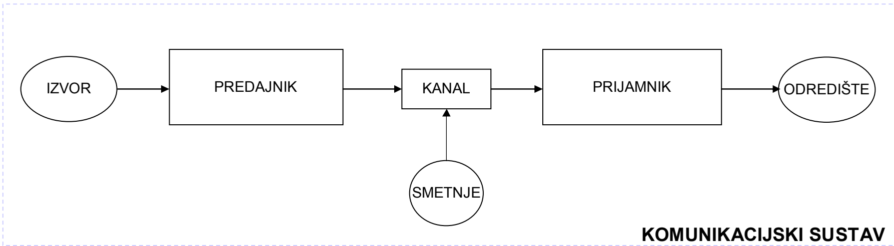
- Opći model komunikacijskog sustava
  - Diskretni komunikacijski sustav
  - Poruka i prijenos poruke
- Sadržaj informacije, entropija
- Kodiranje
- Informacijski opis komunikacijskog sustava, informacijske mjere
- Kapacitet kanala
- Prijenos informacije komunikacijskim sustavom

DEFINICIJA

Opći model komunikacijskog sustava

Zavod za telekomunikacije

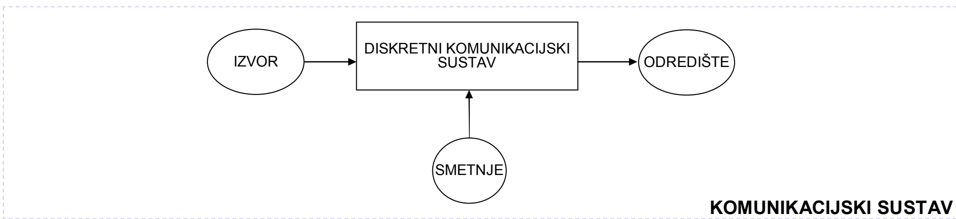
Temeljni problem komunikacije je točno ili aproksimativno reproducirati u jednoj točki (odredište) poruku odabranu na nekoj drugoj točki (izvor) [Shannon 1948].



Diskretni komunikacijski sustav

Zavod za telekomunikacije

- Jednostavniji slučaj – diskretni signali
- Ključna pitanja:
  - Što je poruka?
  - Što znači prenijeti poruku?
  - Koja je mjera za količinu informacije u nekoj poruci, te informacije prenesene sustavom?

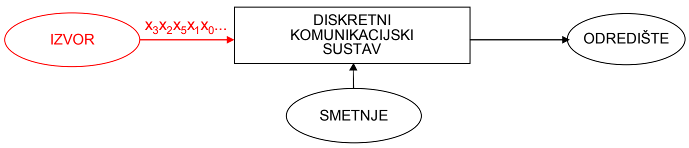


Poruka

- Niz simbola odabranih iz konačne abecede *X*
  - Abeceda je skup elementarnih simbola

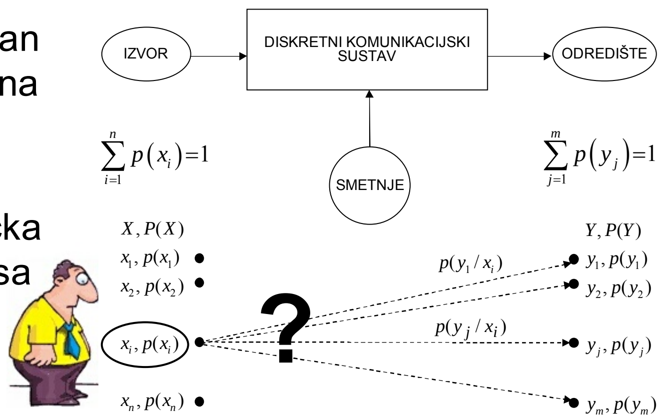
$$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n\}$$

- Svaki simbol pri *N*-tom biranju ima vjerojatnost pojavljivanja: $x_i \longrightarrow p_N(x_i)$
- Pretpostavka (za sada): odabir simbola neovisan o prethodno odabranim simbolima: $x_i \longrightarrow p(x_i)$



Prijenos poruke: pogled s izvora

- Prijenos poruke = prijenos simbola
- Na izvoru odabran x_i: što se pojavi na odredištu?
- Pretpostavka: poznata statistička svojstva prijenosa



Informacijski kanal

Zavod za telekomunikacije

- informacijski kanal je statistički model medija kroz koji se signal prenosi
- cilj: proračunati koliko se informacije prenosi kroz kanal
- model je matrica uvjetnih vjerojatnosti

$$\left[P(Y|X)\right]=\left[p(y_j|x_i)\right]=\begin{bmatrix} p(y_1|x_1) & p(y_2|x_1) & \cdots & p(y_m|x_1) \\ p(y_1|x_2) & p(y_2|x_2) & \cdots & p(y_m|x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p(y_1|x_n) & p(y_2|x_n) & \cdots & p(y_m|x_n) \end{bmatrix}$$

Informacijski kanal (2)

Zavod za telekomunikacije

- zbroj članova bilo kojeg retka je 1 $\sum_{j=1}^{m} P_{i,j}=\sum_{j=1}^{m} p(y_j|x_i)=1$
  - za svaki ulazni simbol x_i sigurno je da će se nešto pojaviti na izlazu, a $p(y_j|x_i)$ je razdioba tih vjerojatnosti
- združena vjerojatnost para simbola x_i i y_j je dana poznatim Bayesovim teoremom

$$p(x_i,y_j)=p(y_j,x_i)=p(y_j|x_i)\,p(x_i)=p(x_i|y_j)\,p(y_j)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i,y_j)=1$$

- značenje: kad nešto uđe u kanal, sigurno će se nešto pojaviti i na izlazu kanala

Informacijski kanal (3)

Zavod za telekomunikacije

- matrica združenih vjerojatnosti

$$P[X,Y]=\left[p\left(x_i,y_j\right)\right]=\begin{bmatrix} p(x_1,y_1) & p(x_1,y_2) & \cdots & p(x_1,y_m) \\ p(x_2,y_1) & p(x_2,y_2) & \cdots & p(x_2,y_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p(x_n,y_1) & p(x_n,y_2) & \cdots & p(x_n,y_m) \end{bmatrix}$$

$$\left[P(X,Y)\right]=\left[P(X)\right]\left[P(Y|X)\right]$$

$$\left[P(X)\right]=\begin{bmatrix} p(x_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p(x_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p(x_n) \end{bmatrix}$$

$$\left[p(y_1),\, p(y_2),\ldots,p(y_m)\right]=\left[p(x_1),\, p(x_2),\ldots,p(x_n)\right]\left[P(Y|X)\right]$$

Informacijski kanal (4)

Zavod za telekomunikacije

- dodatna svojstva: $\sum_{i=1}^{n} p\left(y_j|x_i\right)p\left(x_i\right)=\sum_{i=1}^{n} p\left(x_i,y_j\right)=p\left(y_j\right)$

$$p\left(x_i|y_j\right)=\frac{p\left(y_j|x_i\right)p\left(x_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} p\left(y_j|x_i\right)p\left(x_i\right)} \qquad \sum_{i=1}^{m} p\left(x_i|y_j\right)=1$$

$$\sum_{j=1}^{m} p\left(x_i|y_j\right)p\left(y_j\right)=\sum_{j=1}^{m} p\left(x_i,y_j\right)=p\left(x_i\right)$$

- značenje: za neki simbol y_j na izlazu kanala sigurno se je neki od simbola x_i pojavio na ulazu kanala

Informacijski kanal (5)

Zavod za telekomunikacije

- matrica uvjetnih vjerojatnosti $p(x_i|y_j)$

$$[P(X|Y)] = \begin{bmatrix} p(x_1|y_1) & p(x_1|y_2) & \cdots & p(x_1|y_m) \\ p(x_2|y_1) & p(x_2|y_2) & \cdots & p(x_2|y_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p(x_n|y_1) & p(x_n|y_2) & \cdots & p(x_n|y_m) \end{bmatrix}$$

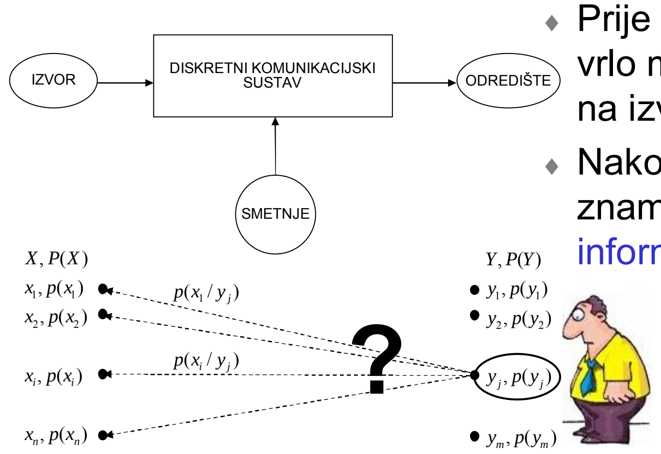
$$[P(X,Y)] = [P(X|Y)][P(Y)]$$

$$[P(Y)] = \begin{bmatrix} p(y_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p(y_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p(y_m) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p(x_1) \\ \vdots \\ p(x_n) \end{bmatrix} = [P(X|Y)] \begin{bmatrix} p(y_1) \\ \vdots \\ p(y_m) \end{bmatrix}$$

Prijenos poruke: pogled s odredišta

Zavod za telekomunikacije

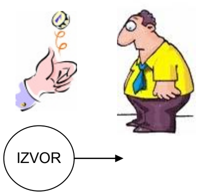


- Prije pojave y_j, znamo vrlo malo o događajima na izvoru
- Nakon opažanja y_j znamo više: primili smo informaciju!

Sadržaj informacije poruke - primjer

Zavod za telekomunikacije

- Koliko informacije možemo maksimalno prenijeti nekom porukom?
- Primjer: pismo ili glava



- Koliko informacije je primio promatrač?
- Što ako uvijek pada pismo?
- Što ako pismo pada 70% puta?

Informacija

Zavod za telekomunikacije

- pretpostavimo abecedu od n simbola: x_1, x_2, ..., x_n
  - razdioba: $p(x_1)$, $p(x_2)$, ..., $p(x_n)$, $\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$
- pitanje: kad primimo neki od tih simbola, koliko smo primili informacije?
  - npr. ako je $p(x_1) = 1$, a sve ostale $p(x_i) = 0$, tada nema iznenađenja, prema tome niti informacije, jer unaprijed znamo ishod prijenosa
  - informacija je obrnuto proporcionalna vjerojatnosti pojave simbola
    - ako primimo manje vjerojatan simbol, iznenađenje je veće

Informacija (2)

Zavod za telekomunikacije

- informacija ima svojstvo aditivnosti:
  - količina informacije od dva različita i međusobno neovisna simbola jednaka je zbroju količina informacije od svakog od ta dva simbola
- količina informacije ili sadržaj informacije definiran kao $$I(x_i) = \log_2\left(\frac{1}{p(x_i)}\right)$$
- shodno tome vrijedi:

$$I(x_1, x_2) = I(x_1) + I(x_2) = \log_2\left(\frac{1}{p(x_1)\,p(x_1)}\right)$$

Informacija (3)

Zavod za telekomunikacije

- neodređenost, iznenađenje i informacija su vezani:
  - prije nekog događaja (eksperiment, prijem poruke, i sl.) postoji određena količina neodređenosti
  - kad se događaj zbije postoji određena količina iznenađenja
  - nakon događaja nastala je određena količina informacije
  - sve tri količine su iste

Informacija (4)

Zavod za telekomunikacije

- mjera za informacijski sadržaj ovisi o bazi logaritma:
  - za bazu 2 – bit
  - za bazu e – nat ili nit
  - za bazu 10 – Hartley ili dit
- **bit kao mjeru za informacijski sadržaj ne brkati s bitom kao binarnom znamenkom!**
- srednji vlastit sadržaj informacije za neki simbol x_i

$$p(x_i)I(x_i)=p(x_i)\log_2\left(\frac{1}{p(x_i)}\right)[\text{bit/simbol}]$$

Entropija

DEFINICIJA

Zavod za telekomunikacije

- Entropija diskretne slučajne varijable
  - odabrana je baza logaritma 2, log = $\log_2$

$$H(X)=-\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log p(x_i)[bit/simbol]$$

$$H_r(X)=-\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log_r\ p(x_i)[bit/simbol]=H_2(X)\log_r(2)$$

- Entropija daje mjeru za sadržaj informacije

$$H(X)=E[I(X)]$$

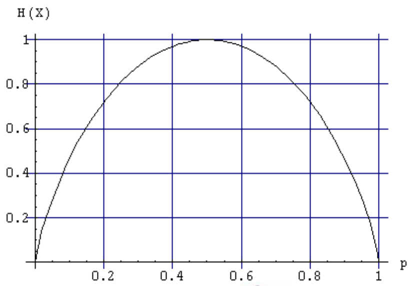
Primjer računanja entropije za dva simbola

Zavod za telekomunikacije

- $p(x_1) = p,\ p(x_2) = 1 - p$

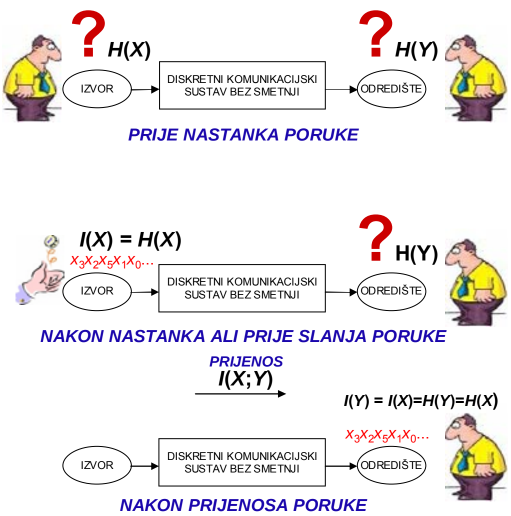
$$H(X) = p \log_2\left(\frac{1}{p}\right) + (1-p)\log_2\left(\frac{1}{1-p}\right)$$

$$\lim_{x \to 0}\left(x \log(x)\right) = 0$$



Entropija, neodređenost, sadržaj informacije u sustavu bez smetnji

Zavod za telekomunikacije



- Neodređenost pojave nekog simbola = entropija
- Informacija na izvoru, neodređenost na odredištu
- Prijenosom poruke neodređenost je nestala

Svojstva entropije $H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log p(x_i)$

Zavod za telekomunikacije

- Sadržaj informacije ne može biti negativan $H(X) \geq 0$
- Sadržaj informacije je 0 ako se uvijek pojavljuje samo jedan simbol $H(X) = 0 \Leftrightarrow \exists i \mid p(x_i) = 1$
- Neodređenost i sadržaj informacije su maksimalni ako su vjerojatnosti simbola jednako raspoređene $H(X) \leq \log n$

$$p(x_i) = \frac{1}{n} \Rightarrow H(X) = \log n$$

- Zašto baš logaritam? $H(XY) = H(X) + H(Y)$

Maksimalna vrijednost entropije

Zavod za telekomunikacije

$$\log_e(x) \leq x - 1$$

$$H(X) = \sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log\frac{1}{p(x_i)}$$

- promatrajmo: $H(X) - \log n = \sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log\frac{1}{p(x_i)} - \log\left(n\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\right)$

$$= \sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log\frac{1}{np(x_i)} = \log(e)\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log_e\frac{1}{np(x_i)}$$

$$H(X) - \log n \leq \log(e)\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\left[\frac{1}{np(x_i)} - 1\right]$$

Maksimalna vrijednost entropije (2)

Zavod za telekomunikacije

$$\leq \log(e)\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}-\sum_{i=1}^{n}p(x_i)\right)\leq \log(e)(1-1)=0$$

- dakle: $H(X) \leq \log(n)$
  - jednakost je moguće postići samo ako su svi $p(x_i)$ jednaki i iznose $1/n$

Bit i binarna znamenka

Zavod za telekomunikacije

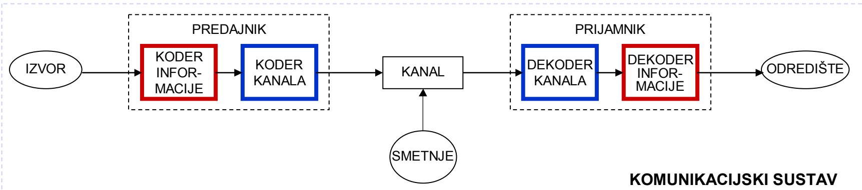
- Teorija informacije: bit je osnovna jedinica informacije
- U većini ostalih primjena: bit je binarna znamenka
- Primjer koji pomaže u razlikovanju tih dviju definicija bita:
  - bacamo “nepošteni” novčić, pismo=1, glava=0; koliko je ovo bitova: 1111111111 ?
  - poruka duljine 10 bita (binarnih znamenaka)
  - informacijski sadržaj = 0 bita
- obično je iz konteksta jasno na što se točno misli

DEFINICIJA

Kodiranje

Zavod za telekomunikacije

- Dodjela kodnih riječi simbolima poruke
- Poruka se “samo” pretvara u novi oblik (niz simbola)
- Zašto onda kodirati?
- U praksi, kodovi su binarni



Kodiranje i entropija

Zavod za telekomunikacije

PRIMJER

SIMBOL (x_i)	VJEROJATNOST POJAVLJIVANJA $p(x_i) = p_i$	KODNA RIJEČ (C_i)	DULJINA KODNE RIJEČI (l_i)
1	1/2	0	1
2	1/4	10	2
3	1/8	110	3
4	1/8	111	3

- Prosječna duljina kodne riječi:

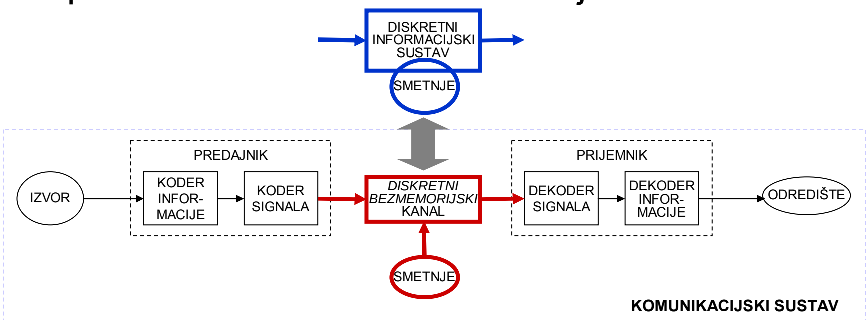
$$L = \sum_{i=1}^{n} p_i l_i = 0.5\cdot 1 + 0.25\cdot 2 + 0.125\cdot 3 + 0.125\cdot 3 = 1.75\left[bit/simbol\right] = H(X)$$

- Ne postoji kod sa manjom prosječnom duljinom
- **Entropija je granica kompresije bez gubitaka**

Informacijski opis komunikacijskog sustava

Zavod za telekomunikacije

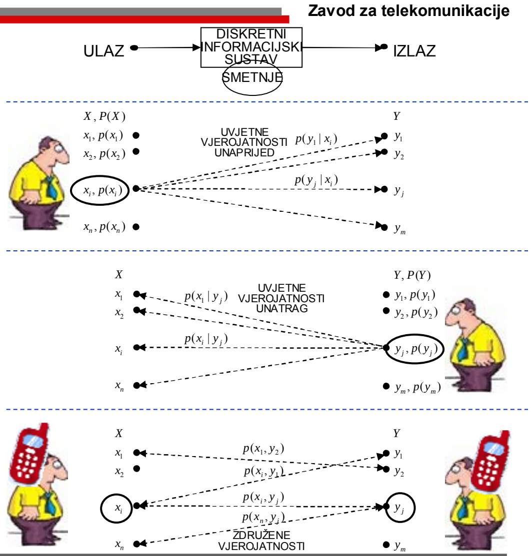
- Sustav bez smetnji ne postoji
  - Promatramo opći sustav uz (manja) ograničenja: diskretni bezmemorijski kanal
- Opis kanala – diskretni informacijski sustav



Vjerojatnosni opis inf. sustava (kanala)

Zavod za telekomunikacije

- Opis sustava skupom vjerojatnosti
- Svaki od ova tri pogleda potpuno određuje sustav i pojave na ulazu/izlazu
- Vjerojatnosti prijelaza x→ y potpuno definiraju kanal



Primjer

- Komunikacijski kanal prenosi simbole {a, b, c}
  - $p(a) = p(b) = 2p(c)$
- Matrica uvjetnih vjerojatnosti prijelaza u kanalu:

$$\left[p\left(y_j \middle| x_i\right)\right] = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,7 \end{bmatrix}$$

a) nacrtati graf prijelaza u kanalu.

b) odrediti vjerojatnost pojave pojedinog simbola na izlazu iz kanala

Odnosi vjerojatnosti u inf. sustavu (kanalu)

MATEMATIČKI OPIS	ZNAČENJE
$\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = \sum_{j=1}^{m} p(y_j) = 1$	Skup simbola na ulazu je potpun; isto vrijedi i za izlaz.
$p(x_i) = \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j),\ p(y_j) = \sum_{i=1}^{n} p(x_i, y_j)$	Vjerojatnost pojave simbola je zbroj vjerojatnosti pojava svih parova u kojima se taj simbol pojavljuje.
$p(x_i, y_j) = p(x_i)p(y_j \mid x_i) = p(y_j)p(x_i \mid y_j)$	Prijelazi između tri pogleda na sustav (pogled s ulaza, s izlaza ili oboje istovremeno). Veza između tri načina potpunog opisa sustava.
$p(x_i \mid y_j) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)} = \frac{p(x_i, y_j)}{\sum_{i=1}^{n} p(x_i, y_j)} = \frac{p(x_i)p(y_j \mid x_i)}{\sum_{i=1}^{n} p(x_i)p(y_j \mid x_i)}$	Prijelaz iz apriorne u aposteriornu vjerojatnost pojave x_i. Izračun unazadnih vjerojatnosti prijelaza. Bayesova formula.

Vjerojatnosni opis → informacijski opis

Zavod za telekomunikacije

- Entropija: informacijski opis slučajnih događaja

DOGAĐAJI

$x_i \in X,\ X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

VJEROJATNOSNI OPIS	INFORMACIJSKI OPIS
vjerojatnosti: $p(x_i)$, $i = 1,\ldots,n$	***entropija***: $H(X)$

$$H(X) = \sum_{i=1}^{n} p(x_i) \log \frac{1}{p(x_i)} = \sum_{i=1}^{n} p(x_i) I(x_i)$$

ZBROJ INFORMACIJSKIH DOPRINOSA SVIH MOGUĆIH DOGAĐAJA

INFORMACIJSKI DOPRINOS POJEDINOG DOGAĐAJA

VJEROJATNOST POJEDINOG DOGAĐAJA

SADRŽAJ INFORMACIJE POJEDINOG DOGAĐAJA

Informacijske mjere

Zavod za telekomunikacije

vlastite entropije
- *H*(*X*) ♦ Entropija na ulazu sustava
- *H*(*Y*) ♦ Entropija na izlazu sustava

H(*X*,*Y*) ♦ Združena entropija

uvjetne entropije
- *H*(*Y*|*X*) ♦ Entropija šuma, irelevantnost
- *H*(*X*|*Y*) ♦ Ekvivokacija, mnogoznačnost

I(*X*;*Y*) ♦ Srednji uzajamni sadržaj informacije, transinformacija

DEFINICIJA

Entropija na ulazu, izlazu, združena entropija

Zavod za telekomunikacije

- Promatramo događaje na ulazu i izlazu odvojeno:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i) \log p(x_i) \qquad H(Y) = -\sum_{j=1}^{m} p(y_j) \log p(y_j)$$

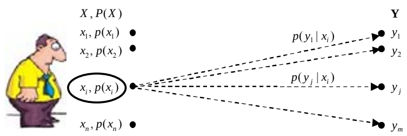
- Promatramo događaje zajednički:
  - Združena entropija para slučajnih varijabli (definicija):

$$H(X,Y) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j)$$

Entropija šuma ili irelevantnost

Zavod za telekomunikacije

- Uvjetna entropija *H(Y|X)*
- Neodređenost simbola na izlazu nakon što je poslan simbol sa ulaza (promatrano s ulaza)
- Posljedica smetnji



DEFINICIJA

Entropija šuma (2)

Zavod za telekomunikacije

- Prosječna preostala neodređenost varijable *Y* nakon što je poznata varijabla *X*

$$H(Y \mid X) = E\left[H\left(Y \middle| x_i\right)\right] = \sum_{i=1}^{n} p(x_i) H(Y \mid x = x_i)$$

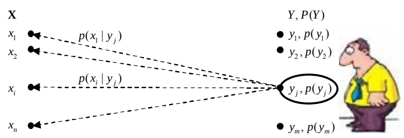
$$= -\sum_{i=1}^{n} p(x_i) \sum_{j=1}^{m} p(y_j \mid x_i) \log p(y_j \mid x_i)$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \log p(y_j \mid x_i)$$

Mnogoznačnost ili ekvivokacija

Zavod za telekomunikacije

- Uvjetna entropija *H*(*X*|*Y*)
- Preostala neodređenost simbola na ulazu nakon što je primljen simbol na izlazu (promatrano s izlaza)



Ekvivokacija (2)

Zavod za telekomunikacije

- Prosječna preostala neodređenost varijable *X* nakon što je poznata varijabla *Y*

$$H(X|Y)=E\left[H\left(X\middle|y_j\right)\right]=\sum_{j=1}^{m}p(y_j)H(X\,|\,y=y_j)$$

$$=-\sum_{j=1}^{m}p(y_j)\sum_{i=1}^{n}p(x_i\,|\,y_j)\log\left[p(x_i\,|\,y_j)\right]$$

$$=-\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}p(x_i,y_j)\log\left[p(x_i\,|\,y_j)\right]$$

Odnos između entropije, združene entropije i uvjetne entropije

Zavod za telekomunikacije

- Združena entropija (neodređenost) para varijabli jednaka je zbroju neodređenosti jedne varijable, te preostale neodređenosti druge varijable uz uvjet da je prva varijabla poznata.

$$H(X,Y)=H(X)+H(Y\,|\,X)$$

$$H(X,Y)=H(Y)+H(X\,|\,Y)$$

Uzajamni sadržaj informacije

Zavod za telekomunikacije

- omjer aposteriorne i apriorne vjerojatnosti

$$I\left(x_i;\, y_j\right) = \log \frac{p\left(x_i \middle| y_j\right)}{p\left(x_i\right)} = \log \frac{p\left(x_i, y_j\right)}{p\left(x_i\right) p\left(y_j\right)}$$

$$I\left(x_i;\, y_j\right) = I\left(y_j;\, x_i\right) \log \frac{p\left(y_j \middle| x_i\right)}{p\left(y_j\right)} = \log \frac{p\left(x_i, y_j\right)}{p\left(x_i\right) p\left(y_j\right)}$$

$$I\left(x_i; x_i\right) = \log \frac{p\left(x_i \middle| x_i\right)}{p\left(x_i\right)} = \log \frac{1}{p\left(x_i\right)} = I\left(x_i\right)$$

$$I\left(x_i; y_j\right) \leq I\left(x_i\right)$$

$$I\left(x_i; y_j\right) \leq I\left(y_j\right)$$

Srednji uzajamni sadržaj informacije (transinformacija)

DEFINICIJA

Zavod za telekomunikacije

- Definicija:

$$I(X;Y) = E\left[I\left(x_i; y_j\right)\right] = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \log \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i) p(y_j)}$$

- Interpretacija:
  - Koliko informacije jedna varijabla pruža o drugoj
  - U kojoj mjeri su dvije varijable ovisne
    - Neovisne: $I(X;Y) = 0$
    - Jednake: $I(X;Y) = H(X) = H(Y)$

Odnos entropije i uzajamnog sadržaja informacije

Zavod za telekomunikacije

- Uzajamni sadržaj informacije *I(X;Y)* predstavlja smanjenje neodređenosti varijable *X* uzrokovano poznavanjem varijable *Y*

$$I(X;Y) = H(X) - H(X \mid Y)$$

$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y \mid X)$$

$$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

- Uzajamni sadržaj informacije dviju varijabli je simetričan: $I(Y;X) = I(X;Y)$

Vlastiti sadržaj informacije

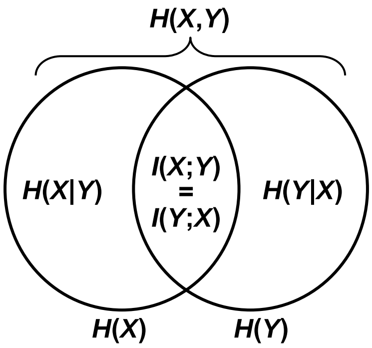
Zavod za telekomunikacije

- Uzajamni sadržaj informacije jedne varijable same sa sobom naziva se vlastiti sadržaj informacije.
- Vlastiti sadržaj informacije slučajne varijable je upravo njena entropija:

$$I(X;X) = H(X) - H(X|X) = H(X)$$

Odnosi i svojstva informacijskih mjera

Zavod za telekomunikacije



$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$

$I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X)$

$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$

$H(X;Y) = H(X) + H(Y|X)$

$H(X;Y) = H(Y) + H(X|Y)$

$I(X;Y) = I(Y;X)$

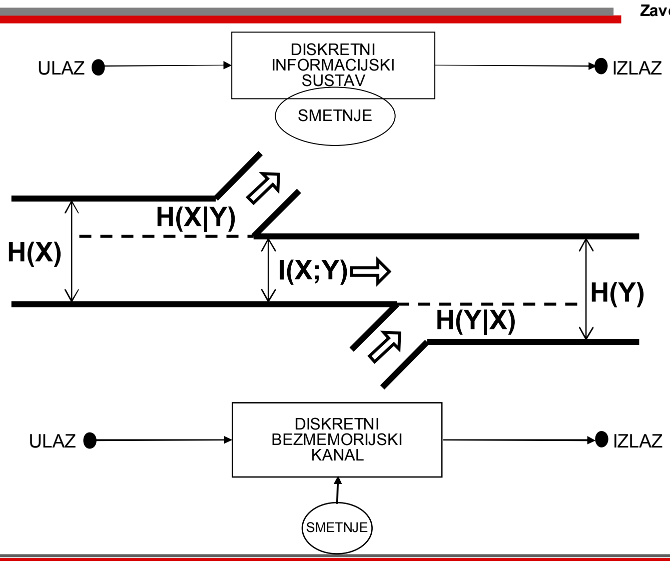
$I(X;X) = H(X)$

$I(X;Y) \geq 0$

$H(X|Y) \leq H(X)$

Prijenos informacije i informacijske mjere

Zavod za telekomunikacije



Primjer

- Za komunikacijski sustav zadan u prethodnom primjeru matricom uvjetnih vjerojatnosti potrebno je odrediti:
  - a) entropiju ulaznog i izlaznog skupa simbola, tj. $H(X)$ i $H(Y)$;
  - b) uvjetne entropije $H(X|Y)$ i $H(Y|X)$;
  - c) uzajamni sadržaj informacije $I(X;Y)$;
  - d) združenu entropiju para varijabli $H(X, Y)$.

DEFINICIJA

Kapacitet kanala

- Promatramo prijenos informacije kom. kanalom
- Simboli na ulazu s vjerojatnosima $p(x_i)$
- Kapacitet kanala je definiran kao:

$$C = \max_{\{p(x_i)\}} I(X;Y) \text{ [bit/simbol]}$$

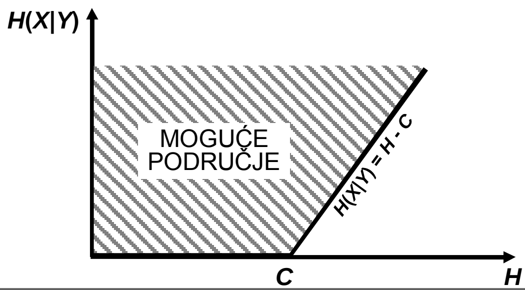
Kapacitet kanala je maksimalna količina informacije po simbolu koja se u prosjeku može prenijeti kanalom

TEOREM

Temeljni teorem kanala sa smetnjama

Zavod za telekomunikacije

- Kanal kapaciteta *C* [bit/simbol]
- Izvor entropije *H* [bit/simbol]
- Ako je $H \leq C$, mogući proizvoljno mali gubici
- Ako je $H > C$, nemoguć prijenos bez gubitaka

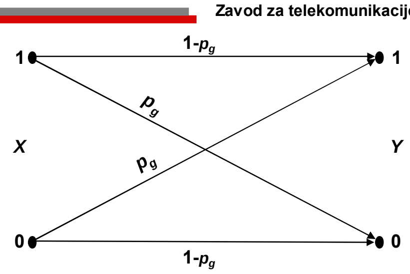


Primjer: kapacitet simetričnog binarnog kanala

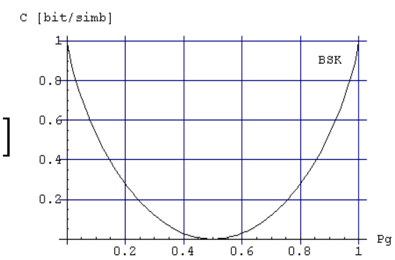
Zavod za telekomunikacije

$$C = \max_{\{p(x_i)\}} I(X;Y)$$

$$= \max_{\{p(x_i)\}} \left[\underbrace{H(Y)}_{\text{max. za } p(0)=p(1)=0.5} - \underbrace{H(Y\mid X)}_{\text{neovisno o } p(x_i)}\right]$$



$$C = 1 + p_g \log p_g + (1-p_g)\log(1-p_g)\,[bit/s]$$



Kapacitet kanala i prijenosna brzina

Zavod za telekomunikacije

$$C_T = \frac{1}{T} C \left[\text{bit/s}\right]$$

- T – trajanje simbola [s/simbol]
- apsolutna redundancija kanala: $C - I(X;Y)$
- učinkovitost kanala: $I(X;Y)/C$
- u praksi kapacitet kanala je uvijek veći od prijenosne brzine
- ako je prijenosna brzina veća od kapaciteta kanala sigurno imamo pogreške u prijemu neovisno o odabranom kodu

Prijenos informacije komunikacijskim sustavom

Zavod za telekomunikacije