

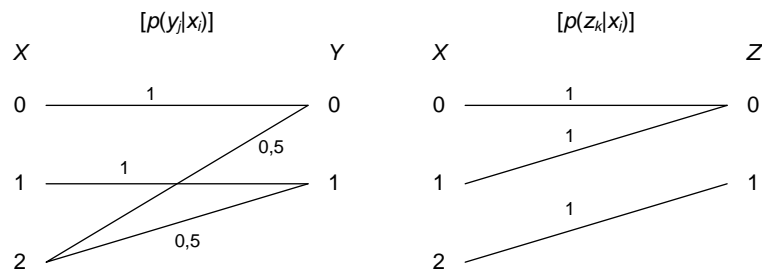
Napomena:

Svaki točno riješen zadatak boduje se s najviše 10 bodova. Svaki zadatak potrebno je rješavati na zasebnom listu papira. U svakom potpitanju jasno istaknite konačni odgovor. Svaka izračunata veličina mora imati točnu brojčanu vrijednost i po potrebi mjernu jedinicu.

Trajanje ispita: 120 minuta.

ZADACI

1. zadatak: Diskretno bezmemorijsko izvorište generira simbole iz skupa simbola $X = \{0, 1, 2\}$ s vjerojatnostima pojavljivanja $p(0) = 0,25$, $p(1) = 0,25$ i $p(2) = 0,5$. Svaki od izvorišnih simbola se istodobno šalje preko dva diskretna komunikacijska kanala (slika!) čiji su izlazi y_j , $j=1, 2$, odnosno z_k , $k=1, 2$.



Odredite:

- i) $H(X), H(Y)$;
- ii) $H(Z)$;
- iii) $H(Y, Z)$;
- iv) $I(X; Y)$;
- v) $I(X; Z)$.

2. zadatak: Razmatrajte uređaj za digitalizaciju signala. Taj se uređaj sastoji od serijskog spoja sklopa za uzimanje uzoraka, kvantizatora i sklopa za kodiranje kvantiziranih uzoraka. Na ulaz sklopa za uzimanje uzoraka dolazi analogni signal $x(t)$ za čiji spektar $X(f)$ vrijedi: $X(f) \neq 0$ za $0 \leq |f| \leq 4$ kHz, $X(f) = 0$ za $|f| > 4$ kHz. U sklopu za uzimanje uzoraka signal $x(t)$ uzorkujemo frekvencijom koja je 1,25 puta veća od Nyquistove frekvencije uzorkovanja za promatrani signal $x(t)$. U kvantizatoru svaki uzorak kvantiziramo koristeći jednoliku kvantizaciju s 256 kvantizacijskih razina. Konačno, sklop za kodiranje kvantiziranih uzoraka generira na svom izlazu binarne simbole. Pretpostavimo da su svi uzorci međusobno neovisni.

- a) Odredite maksimum srednjeg sadržaja informacije na izlazu kvantizatora.
- b) Pod pretpostavkom da su sve moguće kvantizirane vrijednosti uzoraka signala $x(t)$ međusobno jednako vjerojatne, tj. da su u kvantiziranom signalu sve kvantizacijske razine zastupljene s jednakom vjerojatnošću, odredite vlastiti sadržaj informacije svakog kvantiziranog uzorka.
- c) Odredite maksimalnu prijenosnu brzinu na izlazu uređaja za digitalizaciju signala.
- d) Pretpostavite da se izlaz iz uređaja za digitalizaciju signala maksimalnom prijenosnom brzinom dovodi na ulaz AWGN kanala širine prijenosnog pojasa 10 kHz (prijenosna funkcija kanala $H(f)$ različita je od nule u pojasu od -10 kHz do 10 kHz). Odredite minimalni potreban

omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma u kanalu (u decibelima!) pa da kroz ovakav kanal bude moguć prijenos informacije bez gubitaka.

e) Odredite učinkovitost prijenosnog pojasa AWGN kanala definiranog u potpitanju d). Napomena: omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma u kanalu ima minimalni iznos pri kojem je kroz ovakav kanal moguć prijenos informacije bez gubitaka.

3. zadatak: Diskretno bezmemorijsko izvorište generira simbole iz skupa simbola $X = \{a, b, c\}$. Vjerojatnosti pojavljivanja simbola su sljedeće: $\mathbf{p} = [0,4999999 \ 0,4999999 \ 0,0000002]$, slijedno gledano. Optimalnim binarnim Huffmanovim kodom kodiraju se sve moguće N -torke danih simbola (Na primjer, za $N=2$ kodiraju se svi parovi danih simbola, za $N=3$ sve trojke,...).

- i) Odredite entropiju danog skupa simbola.
- ii) Odredite minimalnu duljinu bloka simbola, N , koju je potrebno kodirati tako da srednja duljina kodne riječi (bit/simbol) bude unutar granica $(H(X), 1.01 \cdot H(X))$.
Napomena: Kod proračuna srednje duljine kodne riječi zanemariti utjecaj svih N -torki u kojima se pojavljuje simbol c , dok se kod kodiranja zanemarenje ne može uzimati.

4. zadatak: Dan je binarni ciklični blok kôd $K [15, 7]$ s generirajućim polinomom $g(x)=x^8+x^7+x^6+x^4+1$.

- i) Odredite kodnu brzinu danog koda.
- ii) Dokažite da $g(x)$ može biti generirajući polinom koda K .
- iii) Na ulazu koda danog koda pojavljuje se poruka čiji je polinomski zapis $d(x)=x^4+x+1$. Odredite polinomski i binarni zapis kodne riječi u sistematičnom obliku.
- iv) Je li $c(x)=x^{14}+x^5+x+1$ kodna riječ koda K ?
- v) Skicirajte koder danog cikličnog koda.

5. zadatak: Na ulaz linearnog i vremenski nepromjenjivog prijenosnog sustava dolazi signal $x(t) = -1 + 2 \cdot \cos^2(5 \cdot 10^3 \cdot t)$ [V]. Prijenosni sustav definiran je prijenosnom funkcijom $H(f)$ na sljedeći način:

$$H(f) = \begin{cases} 0,5e^{-j2\pi f} & 0 \leq |f| \leq 10^4 \text{ Hz} \\ 0 & |f| > 10^4 \text{ Hz} \end{cases}$$

- a) Odredite izraz za spektar signala $x(t)$.
- b) Odredite izraz za signal $y(t)$ na izlazu sustava.
- c) Odredite izraz za točke t_k na vremenskoj osi u kojima impulsni odziv sustava prolazi kroz nulu, tj. $h(t_k) = 0$.
- d) Na ulaz zadanog prijenosnog sustava dovodimo signal koji ima obilježje Gaussovog bijelog šuma (stacionarni slučajni proces u širem smislu). Taj je slučajni proces familija Gaussovih slučajnih varijabli od kojih svaka ima identičnu razdiobu određenu funkcijom gustoće vjerojatnosti:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x-0,1)^2/2}$$

Odredite srednju vrijednost signala na izlazu prijenosnog sustava.

- e) Ako na ulaz zadanog prijenosnog sustava dovedemo slučajni signal opisan u potpitanju d), odredite izraz za spektralnu gustoću snage signala na izlazu prijenosnog sustava.