

Korekcija objavljenih netočnih postupaka rješavanja u zadacima 3 i 7

U kratkom roku nakon završetka završnog ispita, u srijedu 31. siječnja 2017. u 18:09 na intranetu FER-a na stranici predmeta "Teorija informacije" objavljeni su pogrešni postupci rješavanja i pogrešna rješenja zadataka 3 i 7. Sami tekstovi zadataka su ispravni i usmjeravaju postupak rješavanja prema jednoznačnom rješenju. Objavljujemo ispravne postupke rješavanja te ispravna rješenja navedenih zadataka.

Zadatak 3: Na signal $s(t) = 20 \cos(2\pi t)$ [V] u komunikacijskom LTI-kanalu djeluje bijeli šum spektralne gustoće snage $S_N(f) = e^{-3|f|}$ [W/Hz]. Novonastali signal se dovodi na ulaz filtra amplitudnog odziva $|H(f)|$. Odredite omjer S/N (u dB) na izlazu filtra ako je $|H(f)|=1$ za $|f| < 1/3$ Hz.

- a) 26,763 dB
- b) 25,932 dB
- c) 23,882 dB
- d) 24,782 dB
- e) ništa od navedenog

Postupak rješavanja: Signal $s(t)$ frekvencije 1 Hz ne može proći kroz niskopropusni filter definiran prijenosnom funkcijom za koju vrijedi: $|H(f)|=1$ za $|f| < 1/3$ Hz, odnosno na izlazu tog filtra vrijedit će $s(t) = 0$ V. Uslijed toga će srednja snaga signala $s(t)$, S , iznositi 0 W. Srednju snagu šuma na izlazu filtra računamo izrazom:

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} S_N(f) \cdot |H(f)|^2 df = 2 \int_0^1 e^{-3f} df = \frac{2}{3} (1 - e^{-1}) \text{ W}$$

Dakle, omjer S/N iznosi 0 što znači da vrijedi

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 10 \log_{10} 0$$

Odnosno,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = -\infty \text{ dB}$$

Dakle, jedini mogući točan odgovor u ovako zadanom zadatku je odgovor e).

Zadatak 7: Pretpostavite da signal $x(t)$ dolazi na ulaz prijenosnog LTI-sustava čiji je impulsni odziv $h(t)$.

$$x(t) = \begin{cases} a, & |t| \leq T_1/2 \\ 0, & |t| > T_1/2 \end{cases}, \quad h(t) = \begin{cases} b, & |t| \leq T_2/2 \\ 0, & |t| > T_2/2 \end{cases}, \quad T_2 < T_1$$

Odredite amplitudu istosmjerne komponente (0 Hz) sadržane u signalu $y(t)$ na izlazu sustava.

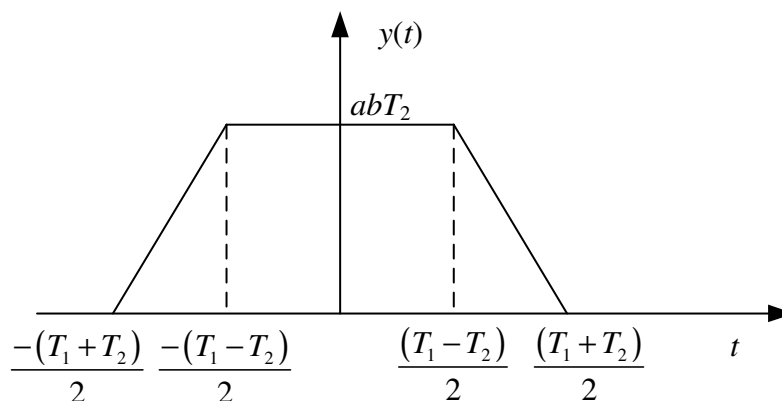
- a) $T_1 ab$
- b) $T_2 ab$
- c) $(T_1 + T_2) ab$
- d) $(T_1 - T_2) ab$
- e) ništa od navedenog.

Postupak rješavanja

Signal na izlazu LTI-sustava određuje se konvolucijom ulaznog signala i impulsnog odziva sustava.

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

Bez puno izvođenja, očito je da konvolucija dva pravokutna signala daje trapezni signal. Sukladno zadanim parametrima izlaz $y(t)$ imat će sljedeći oblik:



Istosmjernu komponentu u signalu moguće je odrediti korištenjem Fourierove transformacije:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

$$Y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) dt$$

Dakle, istosmjerna komponenta sadržana u signalu $y(t)$ bit će jednaka površini ispod trapeza prikazanog gornjom slikom.

$$Y(0) = 2 \cdot \frac{T_2 ab T_2}{2} + (T_1 - T_2) ab T_2 = T_1 T_2 ab$$

Isti je rezultat bilo moguće dobiti množenjem spektra signala $x(t)$ s prijenosnom funkcijom kanala, $H(f)$: $Y(0) = X(0)H(0)$, pri čemu vrijedi: $X(0) = aT_1$ i $H(0) = bT_2$. Dakle, jedini točan odgovor u ovom zadatku je onaj pod slovom e).