Neodređeni integrali

Racionalne funkcije

$$\int (ax+b)^n\,dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}, \quad 0<n$$

$$\int \frac{1}{ax+b}\,dx = \frac{1}{a}\ln|ax+b|$$

$$\int \frac{dx}{a^2x^2+b^2} = \frac{1}{ab}\,\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{ax}{b}\right)$$

$$\int \frac{x\,dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{2}\ln(a^2+x^2)$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{a^2+x^2} = x - a\,\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int \frac{dx}{(a^2+x^2)^2} = \frac{x}{2a^2(a^2+x^2)} + \frac{1}{2a^3}\,\mathrm{tg}^{-}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(a^2+x^2)^2} = \frac{-1}{2(a^2+x^2)}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{(a^2+x^2)^2} = \frac{-x}{2(a^2+x^2)} + \frac{1}{2a}\,\mathrm{tg}^{-1}\Big(\frac{x}{a}$$

$\delta(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ 1$

$\mu(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \pi\,\delta(\omega) + \dfrac{1}{j\omega}$

$\dfrac{1}{2}\delta(t) - \dfrac{1}{2\pi jt} \circ\!\!-\!\!\bullet\ \mu(\omega)$

$\mathrm{sgn}(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \dfrac{2}{j\omega}$

$\mathrm{rect}\left(\dfrac{t}{T}\right) \circ\!\!-\!\!\bullet\ T\,\mathrm{sinc}\left(\dfrac{\omega T}{2\pi}\right)$

$\mathrm{sinc}(at) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \dfrac{1}{a}\,\mathrm{rect}\left(\dfrac{\omega}{2\pi a}\right)$

$\mathrm{tri}\left(\dfrac{t}{T}\right) \circ\!\!-\!\!\bullet\ T\,\mathrm{sinc}^2\left(\dfrac{\omega T}{2\pi}\right)$

$\mathrm{sinc}^2(at) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \dfrac{1}{a}\,\mathrm{tri}\left(\dfrac{\omega}{2\pi a}\right)$

$e^{j\omega_0 t} \circ\!\!-\!\!\bullet\ 2\pi\,\delta(\omega-\omega_0)$

$\delta(t-t_0) \circ\!\!-\!\!\bullet\ e^{-j\omega t_0}$

$\sin(\omega_0 t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ -j\pi\big(\delta(\omega-\omega_0) - \delta(\omega+\omega_0)\big)$

$\cos(\omega_0 t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \pi\big(\delta(\omega-\omega_0) + \delta(\omega+\omega_0)\big)$

$\displaystyle\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(t-iT_0) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \frac{2\pi}{T_0}\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\frac{\omega}{2\pi}-\frac{i}{T_0}\right)$

Parsevalov teorem

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x_1^*(t)x_2(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X_1^*(j\omega)X_2(j\omega)\,d\omega$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2\,d\omega$$

Tablica transformacija

Neka je:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & x>0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

$$\mathrm{rect}(x) = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \\ 0, & \frac{1}{2} < |x| \end{cases}$$

$$\mathrm{tri}(x) = \begin{cases} 1-|x|, & |x|<1 \\ 0, & |x|>1 \end{cases}$$

$$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

Uz te oznake važnije transformacije su:

$1 \circ\!\!-\!\!\bullet\ 2\pi\,\delta(\omega)$

$\sin(\omega_0 t)\,\mu(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ -\dfrac{j\pi}{2}\big(\delta(\omega-\omega_0) - \delta(\omega+\omega_0)\big) + \dfrac{j\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$

$\cos(\omega_0 t)\,\mu(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \dfrac{\pi}{2}\big(\delta(\omega-\omega_0) + \delta(\omega+\omega_0)\big) + \dfrac{j\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$

$e^{-at}\,\mu(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \dfrac{1}{a+j\omega}, \quad a>0$

$te^{-at}\,\mu(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \dfrac{1}{(a+j\omega)^2}, \quad a>0$

$t^2e^{-at}\,\mu(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \dfrac{2}{(a+j\omega)^3}, \quad a>0$

$t^3e^{-at}\,\mu(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \dfrac{6}{(a+j\omega)^4}, \quad a>0$

$e^{-a|t|} \circ\!\!-\!\!\bullet\ \dfrac{2a}{a^2+\omega^2}$

$e^{-\frac{t^2}{2a^2}} \circ\!\!-\!\!\bullet\ a\sqrt{2\pi}e^{-a^2\omega^2/2}$

Osnovne trigonometrijske jednakc

$$\sin\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm\cos x$$
$$\cos\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp\sin x$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x\cos y \pm \cos x\sin y$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x\cos y \mp \sin x\sin y$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$
$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$
$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$
$$\cos x - \cos y = 2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{y-x}{2}$$

$$\sin x\sin y = \frac{1}{2}\big(\cos(x-y) - \cos(x+y)\big)$$
$$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\big(\cos(x-y) + \cos(x+y)\big)$$
$$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\big(\sin(x-y) + \sin(x+y)\big)$$

$$\sin(2x) = 2\sin x\cos x$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$2\sin^2 x = 1 - \cos(2x)$$
$$2\cos^2 x = 1 + \cos(2x)$$

Određeni integrali

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a^2x^2+bx}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{a}e^{\frac{b^2}{4a^2}}, \quad a$$

$$\int_0^{+\infty} x^2e^{-x^2}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2(x)}{x^2}\,dx = \frac{\pi}{2}$$

Trigonometrijske funkcije

$$\int \cos(x)\,dx = \sin(x)$$

$$\int x\cos(x)\,dx = \cos(x) + x\sin(x)$$

$$\int x^2\cos(x)\,dx = 2x\cos(x) + (x^2-2)\sin(x)$$

$$\int \sin(x)\,dx = -\cos(x)$$

$$\int x\sin(x)\,dx = \sin(x) - x\cos(x)$$

$$\int x^2\sin(x)\,dx = 2x\sin(x) + (2-x^2)\cos(x)$$

Eksponencijalne funkcije

$$\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax}$$

$$\int xe^{ax}\,dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2}\right)e^{ax}$$

$$\int x^2e^{ax}\,dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3}\right)e^{ax}$$

$$\int x^3e^{ax}\,dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4}\right)e^{ax}$$

$$\int \sin(x)e^{ax}\,dx = \frac{1}{a^2+1}\big(a\sin(x) - \cos(x)\big)e^{ax}$$

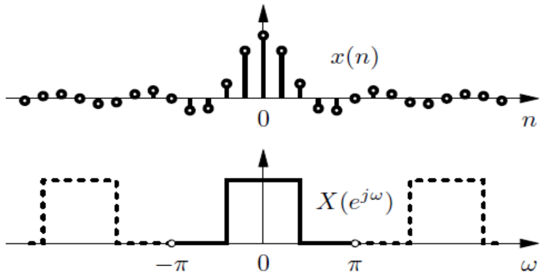
$$\int \cos(x)e^{ax}\,dx = \frac{1}{a^2+1}\big(a\cos(x) + \sin(x)\big)e^{ax}$$

Vremenski diskretna Fourierova transformacija (DTFT)

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}\,d\omega$$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)x^*(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})X^*(e^{j\omega})\,d\omega$$

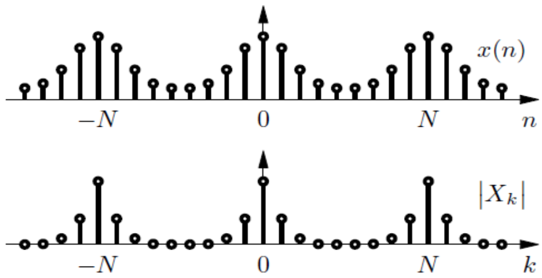


Vremenski diskretan Fourierov red (DTFS)

$$X_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-2\pi jkn/N}$$

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{2\pi jkn/N}$$

$$P = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)x^*(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k X_k^*$$



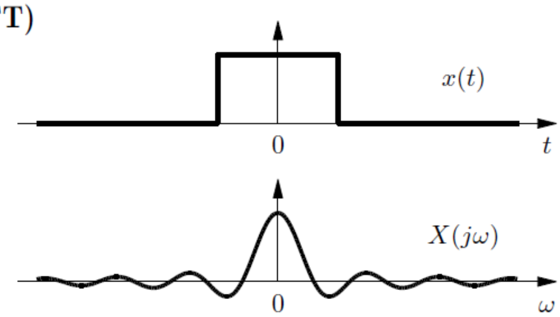
Pregled Fourierovih transformacija

Vremenski kontinuirana Fourierova transformacija (CTFT)

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t}\,dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}\,d\omega$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x^*(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)X^*(j\omega)\,d\omega$$

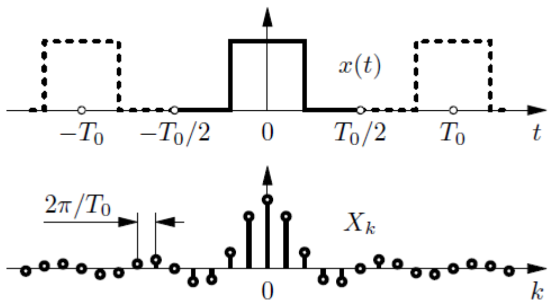


Vremenski kontinuiran Fourierov red (CTFS)

$$X_k = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} x(t)e^{-j\omega_0 kt}\,dt$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k e^{j\omega_0 kt}$$

$$P = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} x(t)x^*(t)\,dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k X_k^*$$



$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \qquad \cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

$$\left|e^{-j2\pi ft}\right| = 1$$

n	aritmetika	Faktorizacija u aritmetici modulo 2
1	$x - 1$	$x + 1$
2	$x^2 - 1$	$(x+1)^2$
3	$x^3 - 1$	$(x+1)(x^2+x+1)$
5	$x^5 - 1$	$(x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$
7	$7 - 1$	$(x+1)(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)$
9	$x^9 - 1$	$(x+1)(x^2+x+1)(x^6+x^3+1)$
11	$x^{11} - 1$	$(x+1)(x^{10}+x^9+\cdots+x+1)$
13	$x^{13} - 1$	$(x+1)(x^{12}+x^{11}+\cdots+x+1)$
15	$x^{15} - 1$	$(x+1)(x^2+x+1)(x^4+x+1)(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$
17	$x^{17} - 1$	$(x+1)(x^8+x^5+x^4+x^3+1)(x^8+x^7+x^6+x^4+x^2+x+1)$
19	$x^{19} - 1$	$(x+1)(x^{18}+x^{17}+\cdots+x+1)$

BLOK KODOVI

$$K:\ (n, M, d) \leftrightarrow [n,k,d] \leftrightarrow [n,k]$$
$$M = 2^k$$
$$R(K) = \frac{k}{n} \leq 1$$

$$\boldsymbol{s} = d(K) - 1 \qquad ; \qquad \boldsymbol{t} = \left\lfloor \frac{d(K)-1}{2} \right\rfloor$$
$$d(K) \geq s + 1 \qquad\qquad d(K) \geq 2t + 1$$

t - najveći broj pogrešaka koje kod može ispraviti
s – najveći broj pogrešaka koje kod može otkriti

HAMMINGOVA MEĐA

$$M \leq \frac{2^n}{\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots\binom{n}{t}};$$

$2^{n-k} \geq \sum_{i=0}^{t}\binom{n}{i}$; provjera koliko kod može ispraviti

pogrešaka

PERFEKTAN KOD [sve moguće kodne riječi unutar kugle radijusa t, ako dođe do greške, dekoder može naći kodnu riječ kojoj pripada.]

$$M = \frac{2^n}{\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots\binom{n}{t}};$$

LINEARNO BINARNI BLOK KODOVI

Uvjeti linearnosti binarnog blok koda:

a) zbrajanjem bilo koje dvije kodne riječi se dobiva neka kodna riječ iz koda
b) množenjem bilo koje kodne riječi skalarom iz abecede {0,1} se opet dobiva kodna riječ iz koda
c) **00...000** pripada kodu K

d(**x**,**y**)=*w*(**x**+**y**)

w (težina kodne riječi) - broj pozicija kodne riječi na kojima se nalazi simbol 1

GENERIRAJUĆA MATRICA KODA [dimenzija ***k x n***]

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 00111 \\ 11011 \end{bmatrix};\ \begin{matrix} z_1 = 00111 \\ z_2 = 11011 \end{matrix} \rightarrow \boldsymbol{K} = \begin{cases} 00000 \\ 11100 \\ 00111 \\ 11011 \end{cases}$$

sve kodne riječi koda K se mogu dobiti kao linearna kombinacija $\mathbf{a \cdot z_1 + b \cdot z_2}$, pri čemu **a,b** ∈{0,1}, a $\mathbf{z_1, z_2}$ su vektori baze, tj. kodne riječi iz **G** matrice

GENERIRAJUĆE MATRICE EKVIVALENTNIH *LINEARNIH BLOK* KODOVA se mogu dobiti :

a) zamjenom redaka
b) dodavanjem jednog retka drugom retku
c) zamjenom stupaca

STANDARDNI OBLIK GENERIRAJUĆE MATRICE **G=[I_k |A]**
m·[I_k |A]={m,m·A}

DUALNI KOD

Kod **K** -> **G** je generirajuća, **H** je matrica provjere pariteta **dimenzija [(n-k) x n]**

Dualni kod $\boldsymbol{K}^{\perp}$ -> **H** je generirajuća matrica, a **G** je matrica provjere pariteta

$$\boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{K}^{\perp} = \boldsymbol{0}$$
$$\boldsymbol{G} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = \boldsymbol{0}$$
$$\boldsymbol{H} = [-A^T\ |I_{n-k}] \rightarrow \mathbf{H} \text{ je generirajuća matrica dualnog koda}$$

Matrica H se još naziva i **matrica provjere pariteta**, u svakom retku određuje pozicije unutar ispravne kodne riječi

Minimalna distance koda se može odrediti iz **matrice H** tako da nađemo minimalan broj stupaca matrice koje treba zbrojiti u modulo 2 aritmetici da dobijemo nul - vektor

SINDROMSKO DEKODIRANJE

$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{c}') = \boldsymbol{c}' * \boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}} \rightarrow$ rezultat je npr. [010] i tražimo poziciju u **matrici H** na kojoj se nalazi riječ 010 i na toj poziciji je greška u primljenoj kodnoj riječi.

VJEROJATNOST ISPRAVNOG DEKODIRANJA

$$P(K) = \sum_{i=0}^{n} N_i * p_g^i * (1-p_g)^{n-i}$$

i – broj jedinica u vektoru pogreške u standardnom nizu

HAMMINGOV KOD $[2^r - 1, 2^r - 1 - r]$

$$broj\ zaštitnih\ bitova\ \rightarrow \boldsymbol{r} = \boldsymbol{n} - \boldsymbol{k}$$

$$Ako\ je\ r \geq 2\ vrijedi \begin{cases} \boldsymbol{d(K) = 3} \\ \boldsymbol{t = 1} \\ \boldsymbol{s = 1, 2} \\ perfektan\ kod \\ linearan\ blok\ kod \end{cases}$$

$$\boldsymbol{H} - matrica\ provjere\ pariteta\ dimenzija\ \boldsymbol{r} \times (\boldsymbol{2^r - 1})$$

$$\begin{array}{cc} & \mathbf{1\,2\,3\,4\,5\,6\,7} \\ \boldsymbol{H} = & \begin{bmatrix} 1\,0\,1\,0\,1\,0\,1 \\ 0\,1\,1\,0\,0\,1\,1 \\ 0\,0\,0\,1\,1\,1\,1 \end{bmatrix} \end{array} \rightarrow nije\ standardni\ oblik$$

Generirajuću matricu **G (dimenzije k x n)** je iz matrice **H** moguće dobiti sljedećim postupkom:

1. U matrici H izbrisati sve stupce koji se nalaze na pozicijama s indeksom jednakim potenciji broja 2(pozicije 1,2,4,8,16 itd.)
2. Dobivenu matricu transponirati.
3. Stupce dobivene matrice smjestiti na pozicije generirajuće matrice G čiji indeksi odgovaraju pozicijama broja 2.
4. Ostale stupce popuniti redom stupcima jedinične matrice.

U slučaju da treba samo odrediti **G u standardnom obliku**:

$$G = [I_k \mid A]$$

DEKODIRANJE HAMMING:

$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{c}') = \boldsymbol{c}' * \boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}}$ -> ako npr. dobijemo [011], okrenemo tu riječ $110_{(2)} = 6_{(10)}$ i ispravimo bit na poziciji broj 6 (u to računamo i zaštitne bitove jer se i na njima može dogoditi greška) gledajući s lijeva na desno

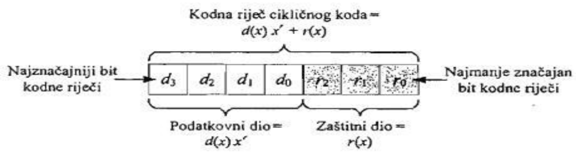
CIKLIČKI KOD : Blok kod K je cikličan kod ako je:

- linearan blok kod
- ako bilo koji ciklični posmak kodne riječi iz K opet daje kodnu riječ iz K

$$gen.polinom\ \rightarrow g(x) = g_r x^r + \cdots + g_2 x^2 + g_1 x^1 + g_0$$
$$\boldsymbol{r} - stupanj\ generirajućeg\ polinoma$$
$$n\ (duljina\ kodne\ riječi) = k + r$$

$$POLINOM\ ZA\ PROVJERU\ PARITETA\ \rightarrow h(x)$$
$$x^n - 1 = g(x)h(x)$$
$$svaki\ polinom\ c(x)\ koda\ K\ zadovoljava\ \boldsymbol{c(x)h(x) = 0}$$
$$polinom\ je\ oblika\ \boldsymbol{h(x) = h_k x^k + \cdots + h_2 x^2 + h_1 x^1 + h_0}$$

$$ciklična\ redundantna\ zaštita\ (CRC)\ kodne\ riječi - \boldsymbol{r(x)}$$
$$\boldsymbol{r(x) = d(x) * x^r\ mod\ [g(x)]}$$
$$\boldsymbol{d(x)} -\ polinomski\ zapis\ poruke$$
$$\boldsymbol{c(x)} -\ kodna\ riječ\ (nakon\ množenja\ sa\ g(x))$$
$$\boldsymbol{c(x) = d(x) * x^r + r(x)}$$
$$\boldsymbol{sindrom}\ \rightarrow \boldsymbol{S[c'(x)] = x^r * c'(x)\ mod[g(x)]}$$



SIGNALI

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} Ri^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u^2(t)}{R}dt \qquad P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} Ri^2(t)dt$$

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \qquad \cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$
$$\left|e^{-j2\pi ft}\right| = 1$$

PERIODIČNI SIGNALI

$$P = \sum_{k=-\infty}^{\infty}|c_k|^2 = |c_0|^2 + 2\sum_{k=1}^{\infty}|c_k|^2 = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0}|x(t)|^2 dt$$

Srednja vrijednost signala = istosmjerna komponenta signala k=0 ili f=0

NEPERIODIČNI SIGNALI

$$E=\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2dt=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}|x(t)|^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(\omega)|^2d\omega$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|x(t)|^2dt$$

$$\textit{Signal energije}:\ E<\infty\ \to P=0\quad \boldsymbol{E=[Ws]}$$
$$\textit{Signal snage}:\ P>0\ \to E\to\infty$$
$$\textit{Ni jedno ni drugo}:\ E\to\infty\ \to P\to\infty$$

PERIODIČAN SLIJED PRAVOKUTNIH IMPULSA

$$|c_k|=A\frac{\tau}{T}\left|\frac{\sin\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right)}{\frac{k\omega_0\tau}{2}}\right|\to\begin{cases}\omega_0=\dfrac{2\pi}{T_0}\\ APSOLUTNA\ VRIJEDNOST\end{cases}$$

$$\textit{snaga od }<-\infty,+\infty>\textit{ je }P=A^2\frac{\tau}{T_0}$$

$$\frac{impuls}{pauza}=\frac{\tau}{T_0-\tau}\quad;\quad \textit{spektar kroz 0 prolazi u }\frac{k}{\tau},k\epsilon Z$$

$$\textit{snaga istosmjerne komponente }\ P=A^2\left(\frac{\tau}{T_0}\right)^2$$

Slučajni proces je **stacionaran** u širem smislu ako je njegovo očekivanje konstantno i neovisno o vremenu i ako je njegova autokorelacijska funkcija ovisna samo o razlici vremena $t_2-t_1=\tau$

$$\mu_x(t)=E[X(t)]=\int_{-\infty}^{+\infty}X(t)*f_x(x,t)\,dx=\int_{-\infty}^{+\infty}xf_x(x,t)\,dx$$

Autokorelacijska funkcija slučajnog procesa $X(t)$

$$R_x(t_1,t_2)=E[X(t_1)X(t_2)]\ \ ili\ R_x(\tau)=E[X(t_1)X(t_1+\tau)]$$

$$R_X(\tau)=\int_{-\infty}^{+\infty}S_x(f)e^{j2\pi f\tau}\,df$$

$$\textit{Spektralna gustoća snage }S_X(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_x(\tau)e^{-j2\pi f\tau}\,d\tau\ \left[\frac{W}{Hz}\right]$$

$$S_Y(f)=S_X(f)*|H(f)|^2$$
$$Y(f)=X(f)*H(f)$$

Srednja snaga slučajnog sig. opisanog slučajnim procesom $X(t)$

$$P=E[X^2(t)]=R_X(0)=\int_{-\infty}^{\infty}S_x(f)df$$

Autokovarijanca slučajnog procesa $X(t)$

$$C_x(t_1,t_2)=R_x(t_1,t_2)-E[X(t_1)]E[X(t_2)]$$

Uvijek vrijedi: $\boldsymbol{E[sX+tY]=s*E[X]+t*E[Y]}$

Ako su X i Y nezavisne vrijedi $\boldsymbol{E[XY]=E[X]*E[Y]}$

Varijanca slučajne varijable X

$$var(X)=E[X^2]-\{E[X]\}^2=\sigma_x^2$$

Ako se ravna po normalnoj razdiobi $E[X]=0$ *i* $P=\sigma_x^2$

$$H(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

$$h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}H(f)e^{j2\pi ft}df$$

$$Y(f)=X(f)H(f)\quad |H(f)|=\frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{Re^2+Im^2}}$$

Kapacitet

$$C=B\log_2\left(1+\frac{S}{N}*|H(f)|^2\right)\left[\frac{bit}{s}\right]\quad \frac{S}{N}\to NE\ u\ dB\ !!$$

$$C=B\log_2\left(1+\frac{E_bC}{N_oB}*|H(f)|^2\right)\left[\frac{bit}{s}\right]\quad N=N_oB$$

$$D=\frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{S}{N}*|H(f)|^2\right)\left[\frac{bit}{uzorak}\right]$$
$$C=2BD$$

$\frac{E_b}{N_0}\to$ *omjer srednje energije po bitu i spektralne gustoće snage šuma*

S − srednja snaga signala na ulazu kanala

B − širina frekv. pojasa na kojeg je sig. $x(t)$ ograničen u AWGN kanalu

Ako signal ima Gaussovu funkciju gustoće vjerojatnosti onda $B\to\infty$

$$C(B\to\infty)=\frac{1}{\ln 2}*\frac{S}{N_0}$$

$$\textit{Ako je }S_N(f)=\frac{N_0}{2},\forall f\in R\ \to\ C=B\log_2\left(1+\frac{S}{N_0B}*|H(f)|^2\right)$$

Γ − slabljenje srednje snage sig. naspram srednje snage šuma

$$R_b=B\log_2\left(1+\frac{S}{\Gamma*N}*|H(f)|^2\right)\left[\frac{bit}{s}\right]$$

$$R_b=\frac{H(X)}{T}\left[\frac{bit}{s}\right]$$

$$\textit{Šum se u kanalu smanji za }3dB=10\log_{10}S_1-10\log_{10}S_2=3$$

$$\textit{Učinkovitost prijenosnog pojasa}\to\frac{R_b(\textit{na izlazu kanala})}{B}\left[\frac{\frac{bit}{s}}{Hz}\right]$$

Kvantizacija sinusnog signala

N_q − srednja snaga kvantizacijskog šuma

$$P_{sinus}=\frac{A^2}{2}$$

$$\mathbf{A_m=m_{max}}\to\quad\frac{S}{N_q}=\frac{3}{2}(2^{2r})$$

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{dB}=10\log_{10}\left(\frac{S}{N_q}\right)=1.76+6.02*r\ [dB]$$

$$\frac{S}{N_q}=\frac{S}{\sigma_Q^2}=\left(\frac{3S}{m_{max}^2}\right)2^{2r}\to\textbf{A ulaznog sig}\neq\mathbf{m_{max}}\textbf{ kvantizatora}$$

Kvantizacija

$$\Delta=\frac{2m_{max}}{L}\qquad -\frac{\Delta}{2}\leq q\leq\frac{\Delta}{2}$$

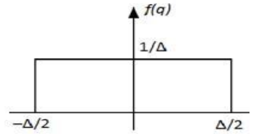
$$\textit{izlaz uzorka se predstavlja srednjom vrijednošću}-\frac{\Delta}{2}$$

$$P_s=E(U^2)-\big(E(U)\big)^2$$

$$P_s=\int_{-\infty}^{+\infty}u^2f(u)\,du-\left(\int_{-\infty}^{+\infty}uf(u)\,du\right)^2$$

Za konstantne $f(u)$ simetrične oko $y-osi\to E[U]=0$

$$P_N=\int_{-\infty}^{+\infty}q^2f(q)\,dq-\left(\int_{-\infty}^{+\infty}qf(q)\,dq\right)^2=\int_{-\infty}^{+\infty}q^2f(q)\,dq$$



Funkcija gustoće vjerojatnosti kvantizacijskog šuma

Za funkciju gustoće vrijedi $\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)\,du=1$

Varijanca kvantizacijskog šuma = N_q jer je $E[Q]=0$

$$N_q=var(Q)=E[Q^2]-\{E[Q]\}^2=\sigma_Q^2=\frac{\Delta^2}{12}=\frac{1}{3}m_{max}^22^{-2r}$$

Srednja kvadratna pogreška kod kvantizacije

$$\bar{N}_q^2=\sum_{u_{qi}}\int_{u_{qi}-\frac{\Delta}{2}}^{u_{qi}+\frac{\Delta}{2}}(u-u_{qi})^2f(u)du\ \ [V^2]$$

u_{qi} − sredina i − te kvantizacijske razine

$f(u)$ − funkcija gustoće vjerojatnosti razine signala $u(t)$

Uzorkovanje

Ako je pojas ograničen $f\in[0,B]$ $\mathbf{f_u\geq 2B}$

$\mathbf{R_b=f_u*r}$; ako je više ulaznih potkanala $r_{uk}=r_1+r_2$

Konvolucija – umnožak dvije funkcije u vremenskoj domeni jednak je konvoluciji fourierovih transformatiranih funkcija.

$$x(t)\cos(2000\pi t)=\int_{-\infty}^{\infty}X(f-\tau)\left[\frac{1}{2}\delta(\tau-1000)+\frac{1}{2}\delta(\tau+1000)\right]d\tau$$

Odziv LTI kanala $y(t)$ pomoću impulsnog sig. $h(t)$ i sig. pobude $x(t)$

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}x(t-\tau)h(\tau)d\tau=x(t)*h(t)$$

$$1dBm=10\log_{10}\left(\frac{P}{1\,mW}\right)$$

$$(\log_2 x)'=\frac{1}{x*ln2}*x'$$

$$\textit{Ako je }h(x)\textit{ neparna funkcija:}\ \int_{-\pi}^{\pi}h(x)dx=0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)$$