

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Predmet: Teorija informacije (34315)
Ak. godina: 2012./2013.
Predavač: doc.dr.sc. željko ilić

Treća domaća zadaća

Zadatak /zi_14/:

(I. dio) Dano je diskretno bezmemorijsko izvorište X koje generira simbole 1, 2, 3 s vjerojatnostima pojavljivanja 0.4, p i $0.6-p$, slijedno gledano. Neka je C prefiksni kôd za X , tj.

$$C(X) = \begin{cases} 0 & \text{za } x = 1 \\ 10 & \text{za } x = 2 \\ 11 & \text{za } x = 3 \end{cases}$$

- i) Za koje vrijednosti p je $C(X)$ optimalan prefiksni kôd.
- (II. dio)
- ii) Diskretno bezmemorijsko izvorište generira simbole iz skupa simbola $X = \{a, b, c, d\}$ s vjerojatnostima pojavljivanja $p_a \geq p_b \geq p_c \geq p_d$, ($p_a + p_b + p_c + p_d = 1$). Odredite nužan i dovoljan uvjet za koji je $l_a = l_b = l_c = l_d = 2$, uz Huffmanovo binarno kodiranje.
- iii) Navedite primjer Huffmanovog binarnog kodiranja za dobiveni uvjet pod ii).

Rješenje: [i) $p \in [0, 0.6]$; ii) $p_a < p_c + p_d$; iii) Jedno od rješenja je: $\{p_a, p_b, p_c, p_d\} = \{0.3, 0.3, 0.2, 0.2\}$]

Zadatak /zi_2/:

Informacijski izvor generira dugačak slijed binarnih simbola. Svi su simboli međusobno neovisni. Broj simbola nula u slijedu je dva puta veći od broja simbola jedan. **Napomena:** prilikom proračuna svih veličina koristite barem četiri decimalna mjesta.

- i) Odredite entropiju zadanog skupa simbola.
- ii) Odredite binarni Huffmanov kôd koji osigurava da srednja duljina kodne riječi nije veća od 0,94 bit/simbol, te potom ispišite dobivene kodne riječi i njihove duljine.
Napomena: Potrebno je pronaći onaj binarni Huffmanov kôd čija je srednja duljina kodne riječi najbliža traženoj i istodobno manja od nje.
- iii) Koliko iznosi srednja duljina kodne riječi (bit/simbol) dobivena nakon kodiranja provedenog u potpitanju ii)?
- iv) Odredite efikasnost danog koda.
- v) Rješenje potpitanja ii) daje nam skup od n kodnih riječi s duljinama l_i , $i = 1, \dots, n$. Dokažite da općenito za bilo koji skup od n kodnih riječi s duljinama l_i , $i = 1, \dots, n$, proračunatim pod ii) postoji prefiksni kôd.

Rješenje: [i) $H(X) = 0,9183$ bit/simbol; ii) Kodirajte sve trojke simbola; iii) $L = 0,9383$ bit/simbol; iv) 0.9787; v) Dokaz preko Kraftove nejednakosti]

Rješenje ii): $L = 0,9383$ bit/simbol. Postavljeni uvjet je zadovoljen. Kodne riječi i njihove duljine su:

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Kodna riječ i	00	11	010	1000	011	1001	1010	1011
Duljina (l_i)	2	2	3	4	3	4	4	4

Zadatak /zi_1/:

Bezmemorijsko izvorište generira simbole iz skupa simbola $X=\{a, b, c, d\}$. Vjerojatnosti pojavljivanja simbola su $p(a)=0.5$, $p(b)=0.3$, $p(c)=0.1$ i $p(d)=0.1$. Kodirajte aritmetičkim kodom poruku *aaadab* te odredite interval koji jednoznačno definira poruku. Također odredite potrebni broj bitova za jednoznačno kodiranje dane poruke.

Napomena: Postojeći redoslijed simbola u skupu X iskoristite za stvaranje kumulativnih podskupova pri čemu je simbol *a* najbliži nuli.

Rješenje: [interval [0.115625, 0.1175); 11 bitova]

Zadatak /zi_5/:

Bezmemorijsko izvorište generira simbole iz skupa simbola $X=\{a, b, c, d, e, f, g\}$ s vjerojatnostima pojavljivanja $p(a)=0.22$, $p(b)=0.35$, $p(c)=0.15$, $p(d)=0.09$, $p(e)=0.09$, $p(f)=0.05$ i $p(g)=0.05$. Kodirajte dani skup simbola Shannon-Fano metodom (binarno kodiranje) tako da srednja duljina kodne riječi bude minimalna. Odredite srednju duljinu kodne riječi te efikasnost koda.

Rješenje: [$l(a)=2$, $l(b)=2$, $l(c)=3$, $l(d)=3$, $l(e)=3$, $l(f)=4$ i $l(g)=4$; $L=2,53$ bit/simbol; 0,9797]