

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Predmet: Teorija informacije (34315)
Ak. godina: 2012./2013.
Predavač: doc.dr.sc. željko ilić

Zadaci za vježbu (završni ispit)

Zadatak-1 /ispitni rok 26.6.2012./:

Razmatrajte uređaj za digitalizaciju signala. Taj se uređaj sastoji od serijskog spoja sklopa za uzimanje uzoraka, kvantizatora i sklopa za kodiranje kvantiziranih uzoraka. Na ulaz sklopa za uzimanje uzoraka dolazi analogni signal $x(t)$ za čiji spektar $X(f)$ vrijedi: $X(f) \neq 0$ za $0 \leq |f| \leq 4$ kHz, $X(f) = 0$ za $|f| > 4$ kHz. U sklopu za uzimanje uzoraka signal $x(t)$ uzorkujemo frekvencijom koja je 1,25 puta veća od Nyquistove frekvencije uzorkovanja za promatrani signal $x(t)$. U kvantizatoru svaki uzorak kvantiziramo koristeći jednoliku kvantizaciju s 256 kvantizacijskih razina. Konačno, sklop za kodiranje kvantiziranih uzoraka generira na svom izlazu binarne simbole. Pretpostavimo da su svi uzorci međusobno neovisni.

- Odredite maksimum srednjeg sadržaja informacije na izlazu kvantizatora.
- Pod pretpostavkom da su sve moguće kvantizirane vrijednosti uzoraka signala $x(t)$ međusobno jednako vjerojatne, tj. da su u kvantiziranom signalu sve kvantizacijske razine zastupljene s jednakom vjerojatnošću, odredite vlastiti sadržaj informacije svakog kvantiziranog uzorka.
- Odredite maksimalnu prijenosnu brzinu na izlazu uređaja za digitalizaciju signala.
- Pretpostavite da se izlaz iz uređaja za digitalizaciju signala maksimalnom prijenosnom brzinom dovodi na ulaz AWGN kanala širine prijenosnog pojasa 10 kHz (prijenosna funkcija kanala $H(f)$ različita je od nule u pojasu od -10 kHz do 10 kHz). Odredite minimalni potreban omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma u kanalu (u decibelima!) pa da kroz ovakav kanal bude moguć prijenos informacije bez gubitaka.
- Odredite učinkovitost prijenosnog pojasa AWGN kanala definiranog u potpitanju d). Napomena: omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma u kanalu ima minimalni iznos pri kojem je kroz ovakav kanal moguć prijenos informacije bez gubitaka.

Rješenje: [a) 8 bit/uzorak; b) 8 bit/uzorak; c) 80 kbit/s; d) 24.07 dB; e) 8 bit/s/Hz]

Zadatak-2 /ispitni rok 7.2.2012./:

Na ulaz linearnog i vremenski nepromjenjivog prijenosnog sustava dolazi signal $x(t) = -1 + 2 \cdot \cos^2(5 \cdot 10^3 \cdot t)$ [V]. Prijenosni sustav definiran je prijenosnom funkcijom $H(f)$ na sljedeći način:

$$H(f) = \begin{cases} 0,5e^{-j2\pi f} & 0 \leq |f| \leq 10^4 \text{ Hz} \\ 0 & |f| > 10^4 \text{ Hz} \end{cases}$$

- Odredite izraz za spektar signala $x(t)$.
- Odredite izraz za signal $y(t)$ na izlazu sustava.
- Odredite izraz za točke t_k na vremenskoj osi u kojima impulsni odziv sustava prolazi kroz nulu, tj. $h(t_k) = 0$.
- Na ulaz zadanog prijenosnog sustava dovodimo signal koji ima obilježje Gaussovog bijelog šuma (stacionarni slučajni proces u širem smislu). Taj je slučajni proces familija Gaussovih slučajnih varijabli od kojih svaka ima identičnu razdiobu određenu funkcijom gustoće vjerojatnosti:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x-0,1)^2/2}$$

Odredite srednju vrijednost signala na izlazu prijenosnog sustava.

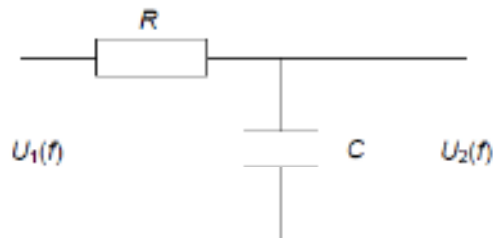
e) Ako na ulaz zadanog prijenosnog sustava dovedemo slučajni signal opisan u potpitanju d), odredite izraz za spektralnu gustoću snage signala na izlazu prijenosnog sustava.

Rješenje: [a) $X(f) = \frac{1}{2} \left[\delta\left(f - \frac{10^4}{2\pi}\right) + \delta\left(f + \frac{10^4}{2\pi}\right) \right] [\text{W/Hz}]$; b) $0.5 \cos[10^4(t - 1)] [\text{V}]$; c)

$$t_k = \frac{k}{2 \cdot 10^4} + 1 [\text{s}], k \in \mathbb{Z}, k \neq 0; \text{ d) } 0,05 [\text{V}]; \text{ e) } S_y(f) = \begin{cases} 0,25 [\text{W/Hz}] & 0 \text{ Hz} \leq |f| \leq 10^4 \text{ Hz} \\ 0 [\text{W/Hz}] & |f| \geq 10^4 \text{ Hz} \end{cases}$$

Zadatak-3:

7. Neki komunikacijski kanal u kontinuiranom vremenu ima karakteristiku RC kruga, pri čemu je $R = 100 \Omega$, a $C = 50 \text{ nF}$.



Prijenosna funkcija RC kruga određena je izrazom $|H(f)| = U_2(f)/U_1(f)$. Odredite graničnu frekvenciju tog kanala, ako se prilikom njenog određivanja primjenjuje kriterij da je na toj frekvenciji amplitudni odziv RC kruga 100 puta manji od $|H(0)|$.

Rješenje: $[f_g = 3,18 \cdot 10^6 \text{ Hz}]$

Zadatak-4:

Koder kanala u nekom komunikacijskom sustavu koristi Hammingov kôd zadan matricom provjere pariteta $\text{Ham}(r)$. Odredite koliko najmanje mora iznositi r pa da kodna brzina ovako zadanog linearnog blok koda bude veća od 0,904.

Rješenje: [6 bita]

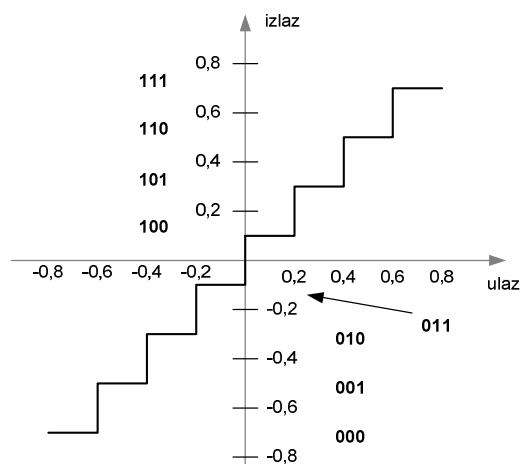
Zadatak-5:

10. U nekom kanalu u kontinuiranom vremenu omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma iznosi 10^3 . Odredite koliko puta će se smanjiti prijenosna brzina u tom kanalu u odnosu na kapacitet kanala uslijed korištenja neoptimalnog kodnog sustava koji unosi smanjenje omjera srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma u iznosu od 20 dB.

Rješenje: [1,67]

Zadatak-6:

Signal $u_m(t) = 0,8 \sin(2\pi 4000t + \frac{\pi}{4})$ [V] prigušen je za 3 dB. Odredite kodnu sekvencu koja će izaći iz PCM (engl. *Pulse Code Modulation*) koda za uzorak signala uzet u trenutku $t_0=0$ [s]. Amplitude uzoraka nalaze se u intervalu $|u(t)| \leq 0,8$ [V] i kvantiziraju u kvantizatoru (jednoliko kvantiziranje) s osam kvantizacijskih razina (Slika). Koder izvodi kodiranje uzoraka binarnim kodom.



Rješenje: [110]