



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
F A K U L T E T
ELEKTROTEHNIKE
I RAČUNARSTVA
Z A V O D Z A
ELEKTROSTROJARSTVO
I AUTOMATIZACIJU

TEORIJA ELEKTRIČNIH STROJEVA I TRANSFORMATORA

Zadaci za vježbu:

OPĆA TEORIJA ELEKTRIČNIH STROJEVA

Autori:

Prof. dr. sc. Zlatko Maljković

Martina Kutija, dip. ing.

Zagreb, studeni 2009.

Zadaci iz opće teorije električnih strojeva

1. Stator općeg modela stroja ima 4 istaknuta pola. Njegov se rotor vrti brzinom od 1500 min^{-1} . Namotima statora teku struje frekvencije 50 Hz. Odredite frekvencije rotorskih struja pri kojima je moguća trajna elektromehanička pretvorba energije. Odredite za sve slučajeve o kojoj se vrsti stroja i pretvorbe radi.

Rješenje:

$$p = 2$$

$$n = 1500 \text{ min}^{-1}$$

$$f_s = 50 \text{ Hz}$$

Kriteriji za postojanje srednje vrijednosti razvijenog elektromagnetskog momenta:

$$\omega^R = \pm \omega^S \pm p \omega_m$$

$$\omega_a^R = p \omega_m$$

$$\omega_b^R = p \omega_m$$

$$\omega_a^R = \pm \omega_b^R \pm 2p \omega_m$$

Prvi kriterij definira postojanje trajne elektromehaničke pretvorbe u stroju u kojem djeluje samo elektromagnetski moment među namotima. To je jedini kriterij koji vrijedi za stroj s cilindričnim statorom i rotorom:

$$\omega^r = \pm \omega^s \pm p \omega_m$$

Za strojeve s istaknutim polovima vrijede i ostala tri kriterija o postojanju reluktantnog momenta:

$$\omega_a^r = p \omega_m \quad \omega_b^r = p \omega_m \quad \omega_a^r = \pm \omega_b^r \pm 2p \omega_m$$

Dijeljenjem s 2π dobije se:

$$f^R = \pm f^S \pm f_m$$

$$f_a^R = f_m$$

$$f_b^R = f_m$$

$$f_a^R = \pm f_b^R \pm 2f_m$$

gdje je frekvencija vrtnje $f_m = p \cdot n / 60 = 2 \cdot 1500 / 60 = 50 \text{ Hz}$.

Prema prvom kriteriju postoje dvije frekvencije rotorskih struja i to su (uzimaju se samo pozitivne vrijednosti f_R):

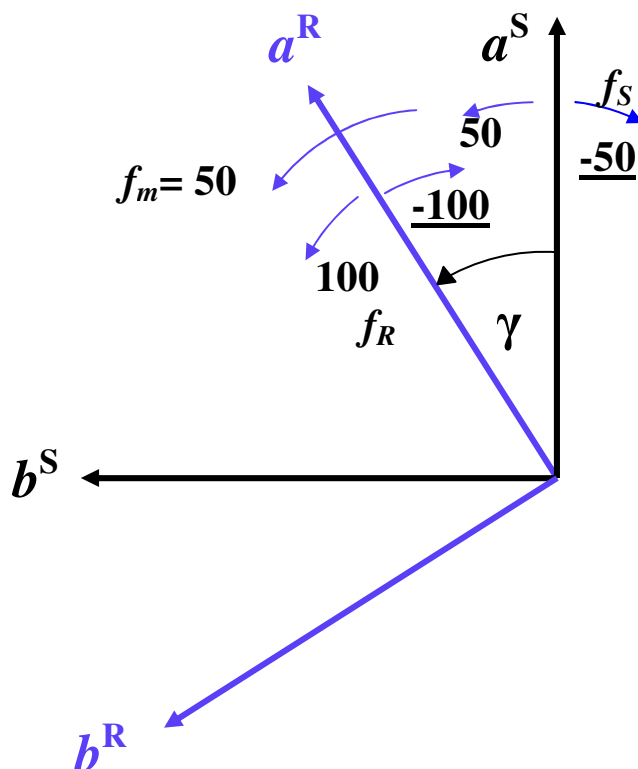
$$f_R = \pm 50 \pm 50$$

$$f_{R1} = 100 \text{ Hz}$$

$$f_{R2} = 0 \text{ Hz}$$

Za frekvenciju rotora od 100 Hz (za spregu protjecanja u npr. fazama a statora i rotora) tumačenje je prikazano slikom 1, a za istosmjerno uzbuđivanje (frekvenciju 0 Hz) vrijedi slika 2.

Svaki namot protječan izmjeničnom strujom stvara pulzirajuće protjecanje koje se može rastaviti na dvije komponente: direktno i inverzno okretno protjecanje. Ta dva suprotno rotirajuća protjecanja vrte se električnom kutnom brzinom koja je jednaka kružnoj frekvenciji struja ω . Da bi postojala srednja vrijednost elektromagnetskog momenta okretna protjecanja statora i rotora, kombinirana s vrtnjom rotora moraju biti nepomična u prostoru. Okretna protjecanja koja su međusobno nepomična označavat će se na slikama jednakim oznakama (podcrtavanjem ili precrtavanjem njihove frekvencije).

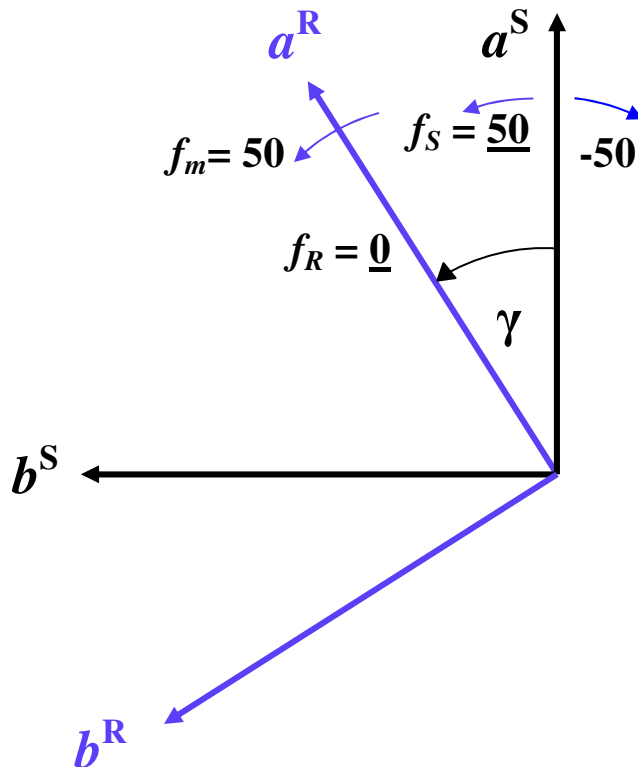


Slika 1. Tumačenje elektromagnetskog momenta za $f_R = 100$ Hz

Na slici 1 prikazani su smjerovi vrtnje okretnih protjecanja namota a^S i a^R , te frekvencije koje odgovaraju njihovoj brzini vrtnje. Struja frekvencije 100 Hz dat će protjecanje rotora koje u prostoru miruje u odnosu na protjecanje statora samo u slučaju kad se kombinira s protjecanjem statora koje se također vrti suprotno brzini vrtnje rotora. Tada su ta dva protjecanja međusobno nepomična i vrte se suprotno vrtnji rotora brzinom od 50 Hz. Budući da se rotor vrti suprotno smjeru vrtnje protjecanja namota statora i rotora, radi se o protustrujnom kočenju asinkronog stroja.

$f_{R1} = 100$ Hz \rightarrow asinkroni stroj u režimu protustrujnog kočenja, s klizanjem

$$s = \frac{-50 - 50}{-50} = 2$$



Slika 2. Tumačenje elektromagnetskog momenta za $f_R = 0$ Hz

Na slici 2 prikazani su smjerovi vrtnje okretnih protjecanja namota a^S i a^R , te frekvencije koje odgovaraju njihovoj brzini vrtnje za rješenje $f_{R2} = 0$ Hz. Budući da je $f = 0$ Hz namotom rotora mora teći istosmjerna struja pa se tu radi o sinkronom stroju. Protjecanje rotora se u prostoru vrti frekvencijom 50 Hz zbog mehaničke vrtnje rotora koji ga nosi, pa je zbog toga u odnosu na protjecanje statora, koje se također vrti frekvencijom 50 Hz u smjeru vrtnje rotora, nepomično.

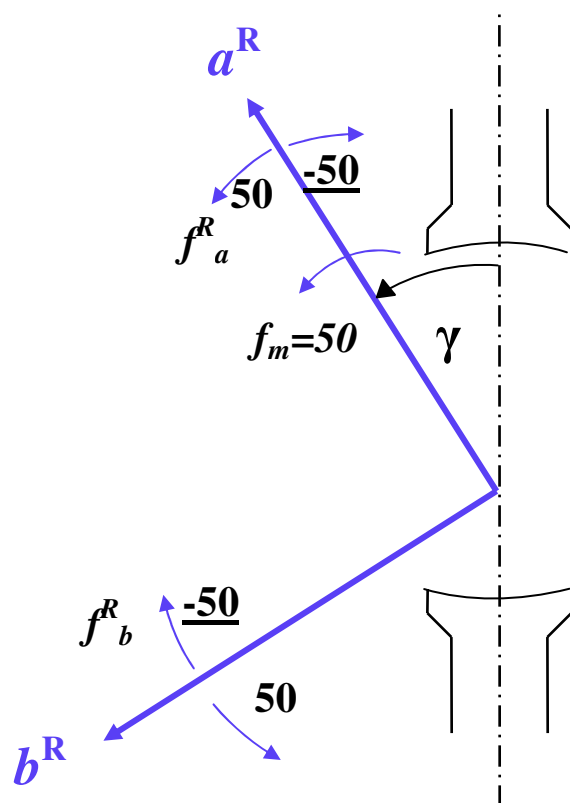
$f_{R2} = 0$ Hz \rightarrow sinkroni stroj (istosmjerna uzbudna struja); motor ili generator

Prema drugom i trećem kriteriju postoji po jedna frekvencija:

$$f_{a3}^R = 2 \cdot 1500 / 60 = 50 \text{ Hz}$$

$$f_{b3}^R = 2 \cdot 1500 / 60 = 50 \text{ Hz}$$

pri čemu je tumačenje za obje frekvencije dano slikom 3.



Slika 3. Tumačenje reluktantnog elektromagnetskog momenta za $f_{a3}^R = 50$ Hz i $f_{b3}^R = 50$ Hz

Svaki od ovih kriterija pokazuje da je za srednju vrijednost elektromagnetskog momenta dovoljno da samo jednim namotom rotora, bilo kojim, teku struje frekvencije 50 Hz. Svaki od namota tada stvara pulzirajuće protjecanje koje se rastavlja na dva okretna protjecanja s frekvencijom vrtnje ± 50 Hz. Okretno protjecanje koje se vrti suprotno mehaničkoj brzini rotora je uvijek nepomično u odnosu na strukturu istaknutih polova i stvara srednju vrijednost reluktantnog momenta. Komponente protjecanja koje se vrte u istom smjeru kao i rotor stvaraju zbog strukture istaknutih polova elektromagnetski moment frekvencije 100 Hz, koji ne doprinosi trajnoj elektromehaničkoj pretvorbi energije. Međutim, zbog izmjeničnih naprežanja koja mogu utjecati na siguran rad stroja njegov utjecaj u konstrukciji stroja se ne smije zanemariti.

Oba kriterija mogu biti ispunjena i istodobno.

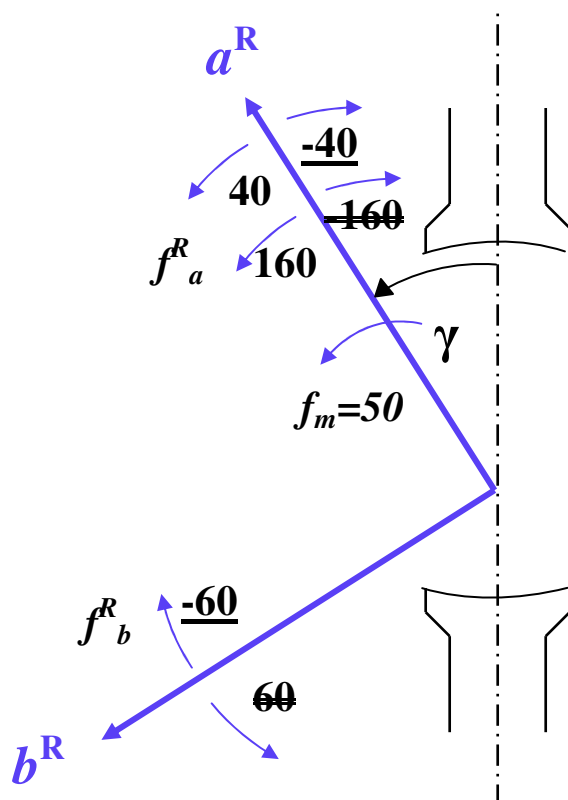
$f_{a3}^R = 50$ Hz..... *sinkroni reluktantni stroj, motor ili generator (nema struje statora, istaknuti polovi)*

$f_{b3}^R = 50$ Hz..... *sinkroni reluktantni stroj, motor ili generator (nema struje statora, istaknuti polovi)*

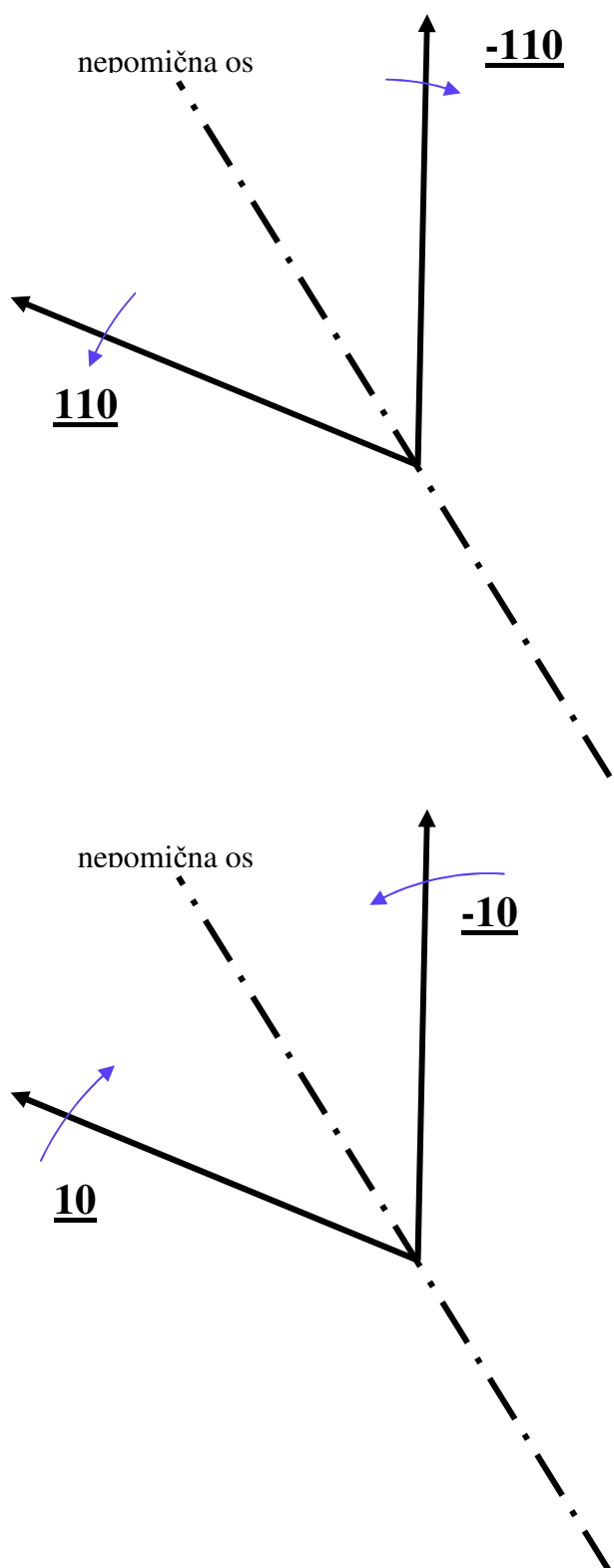
Po četvrtom kriteriju postoji beskonačno mnogo parova frekvencija rotora, zbroj ili razlika kojih moraju biti jednaki dvostrukoj frekvenciji brzine vrtnje rotora, 100 Hz:

$$f_{a4}^R = \pm f_{b4}^R \pm 100$$

Tumačenje četvrtog kriterija dano je slikom 4. Pretpostavljeno je da je frekvencija struje namota $f_b^R = 60$ Hz (mogla se odabrati bilo koja frekvencija). Tada u namotu a^R mora teći struja frekvencije 40 Hz ili 160 Hz.



Slika 4. Tumačenje reluktantnog elektromagnetskog momenta za f_{a4}^R i f_{b4}^R



Slika 5. Okretna protjecanja predstavljaju pulsirajuće protjecanje u nepomičnoj osi

U prvom slučaju nastaju u prostoru dva protjecanja namota rotora koja se vrte jednakom i suprotnom brzinom, a frekvencijom 10 Hz, kao što je pokazano na slici. Oni stvaraju komponentu pulsirajućeg protjecanja, os kojega u prostoru miruje. To

pulsirajuće protjecanje stvara sa strukturom istaknutih polova srednju vrijednost momenta, koja njegovu os nastoji zakrenuti u os polova.

Sličan par međusobno suprotno rotirajućih protjecanja stvara i struja a^R frekvencije 160 Hz. Oni se u prostoru vrte brzinom koja odgovara frekvenciji od 110 Hz i također stvaraju odgovarajuće pulsirajuće protjecanje s nepomičnom osi, na koje djeluje struktura istaknutih polova, stvarajući reluktantni moment s određenom srednjom vrijednošću.

Ovo rješenje odgovara specijalnom reluktantnom stroju, napajanom s dvije različite frekvencije.

$$f_{a4}^R = \pm f_{b4}^R \pm 100 \dots \text{reluktantni stroj napajan različitim frekvencijama}$$

Sva dobivena rješenja su međusobno nezavisna jer odgovaraju srednjoj vrijednosti različitih članova izraza za elektromagnetski moment.

2. Stator općeg modela stroja ima 4 istaknuta pola. Njegov se rotor vrti brzinom od 1500 min^{-1} . Namotima statora teku struje frekvencije 100 Hz. Odredite frekvencije rotorskih struja pri kojima je moguća trajna elektromehanička pretvorba energije. Odredite za sve slučajeve o kojoj se vrsti stroja i pretvorbe radi.

Rješenje:

$$\begin{aligned} p &= 2 \\ n_m &= 1500 \text{ min}^{-1} \\ f_s &= 100 \text{ Hz} \end{aligned}$$

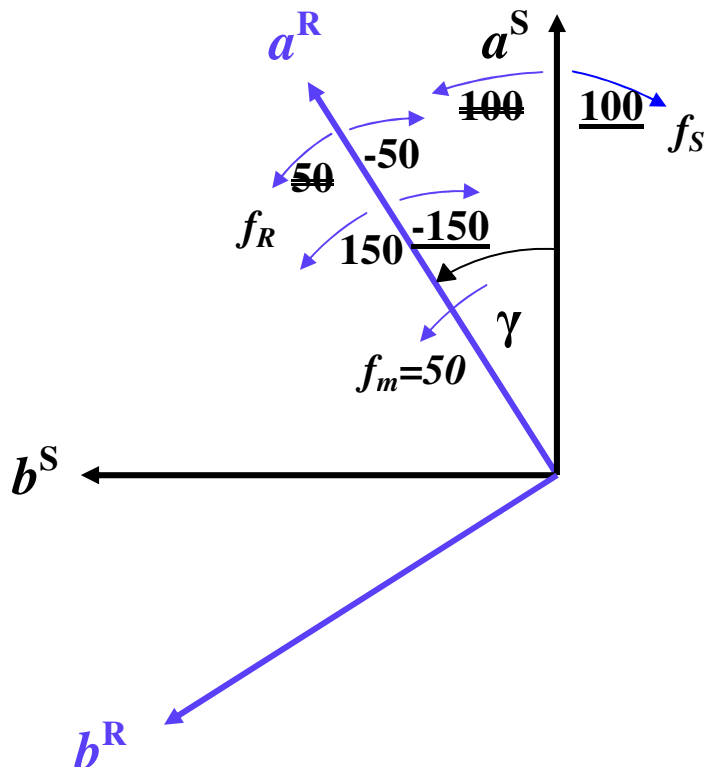
a)

$$f_R = \pm 100 \pm 2 \cdot \frac{1500}{60} = \pm 100 \pm 50$$

$$f_{R1} = 50 \text{ Hz}$$

$$f_{R2} = 150 \text{ Hz}$$

Objašnjenje rješenja je prikazano na slici 6.



Slika 6. Tumačenje elektromagnetskog momenta za $f_{R1} = 50 \text{ Hz}$ i $f_{R2} = 150 \text{ Hz}$

Rješenje f_{R1} odgovara režimu rada asinkronog motora (rotor se vrti u istom smjeru i sporije od protjecanja statora). Klizanje je:

$$s = \frac{100 - 50}{-100} = 0,5$$

Rješenje $f_{R1}=150$ Hz odgovara režimu rada asinkronog stroja u protustrujnom kočenju (protjecanje statora vrti se suprotno rotoru). Klizanje je:

$$s = \frac{-50 - 50}{-100} = 1,5$$

b)

$$f_{a3}^R = 50 \text{ Hz} \rightarrow \textit{sinkroni reluktantni motor}$$

c)

$$f_{b3}^R = 50 \text{ Hz} \rightarrow \textit{sinkroni reluktantni motor}$$

d)

$$f_{a4}^R = \pm f_{b4}^R \pm 100 \text{ Hz}$$

$f_{a4}^R = \pm f_{b4}^R \pm 100 \rightarrow$ ovo rješenje znači specijalni reluktantni stroj napajan na rotoru različitim frekvencijama.

3. Stator općeg modela stroja ima 4 istaknuta pola. Namotima statora teku struje frekvencije 50 Hz, a namotima rotora 60 Hz. Odredite brzine vrtnje pri kojima je moguća trajna elektromehanička pretvorba energije. Odredite za sve slučajeve o kojoj se vrsti stroja i pretvorbe radi.

Rješenje:

$$\begin{aligned} p &= 2 \\ f_R &= 60 \text{ Hz} \\ f_S &= 50 \text{ Hz} \end{aligned}$$

a)

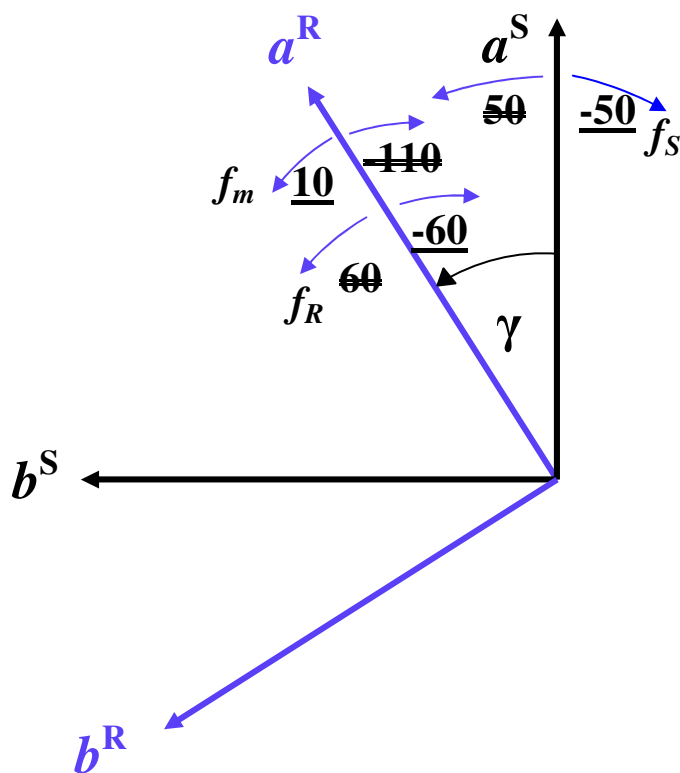
$$f_R = \pm f_S \pm f_m \qquad f_R = -f_S \pm f_m$$

$$f_m = -50 \pm 60$$

$$f_{m1} = 10 \qquad n_{m1} = \frac{60 \cdot 10}{2} = 300 \text{ min}^{-1}$$

$$f_{m2} = -110 \qquad n_{m2} = -\frac{60 \cdot 110}{2} = -3300 \text{ min}^{-1}$$

Tumačenje rješenja dano je na slici 7.



Slika 7. Tumačenje elektromagnetskog momenta za $f_{m1} = 10 \text{ Hz}$ i $f_{m2} = -110 \text{ Hz}$

Rješenje $n_{m1} = \frac{60 \cdot 10}{2} = 300 \text{ min}^{-1}$ ($f_{m1} = 10 \text{ Hz}$) odgovara asinkronom stroju u režimu protustrujnog kočenja. Klizanje je:

$$s = \frac{-50 - 10}{-50} = 1,2$$

Rješenje $n_{m1} = -3300 \text{ o/min}$ ($f_{m1} = 60 \text{ Hz}$) odgovara asinkronom stroju u režimu generatora (rotor se vrti u istom smjeru kao i protjecanje statora, ali s većom brzinom.). Klizanje je:

$$s = \frac{-50 - 110}{-50} = -1,2$$

b)

$$f_a^R = 60 \text{ Hz}$$

$$n_{m3} = \frac{60 \cdot f_a^R}{n} = \frac{60 \cdot 60}{2} = 1800 \text{ o/min}$$

Ova brzina odgovara radu sinkronog reluktantnog stroja.

c)

$$f_b^R = 60 \text{ Hz}$$

$$n_{m3} = 1800 \text{ o/min}$$

Ova brzina također odgovara radu sinkronog reluktantnog stroja.

d)

Budući da rotorom teku struje zadane frekvencije (60 Hz), one su u oba namota jednake, pa se ne može primijeniti četvrti kriterij.

4. Stator općeg modela stroja ima 4 istaknuta pola. Njegov se rotor vrti brzinom od 1200 min^{-1} . Namotima rotora teku struje frekvencije 60 Hz. Odredite frekvencije statorskih struja pri kojima je moguća trajna elektromehanička pretvorba energije. Odredite za sve slučajeve o kojoj se vrsti stroja i pretvorbe radi.

Rješenje:

$$p = 2$$

$$n_m = 1200 \text{ min}^{-1}$$

$$f_R = 60 \text{ Hz}$$

a)

$$f_R = \pm f_s \pm f_m$$

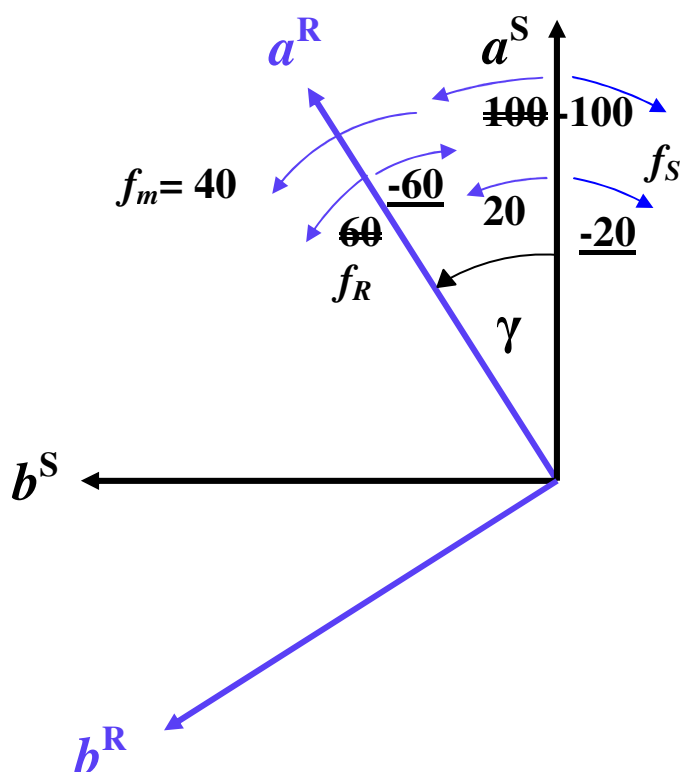
$$60 = \pm f_s \pm 2 \cdot \frac{1200}{60} = \pm f_s \pm 40$$

$$\pm f_s = 60 \mp 40$$

$$f_{s1} = 100 \text{ Hz}$$

$$f_{s2} = 20 \text{ Hz}$$

Objašnjenje rješenja je na slici 8.



Slika 8. Tumačenje elektromagnetskog momenta za $f_{s1} = 100 \text{ Hz}$ i $f_{s2} = 20 \text{ Hz}$

Rješenje $f_{s1} = 100 \text{ Hz}$ odgovara režimu rada asinkronog motora. Klizanje je:

$$s = \frac{100 - 40}{100} = 0,6$$

Rješenje $f_{s2} = 20 \text{ Hz}$ odgovara asinkronom stroju u režimu protustrujnog kočenja. Klizanje je:

$$s = \frac{-20 - 40}{-20} = 3,0$$

Ove su dvije frekvencije struja statora jedino rješenje. Reluktantni moment nema srednju vrijednost (za njega bi brzina vrtnje morala biti 1800 min^{-1} , a ne kako je zadano 1200 min^{-1}). U oba namota rotora teku struje zadane frekvencije 60 Hz, pa se ne može pojaviti srednja vrijednost reluktantnog momenta jer ona zahtijeva da frekvencije struja u namotima rotora budu različite.