

Upravljanje elektromotornim pogonima 2009/2010

Prof.dr.sc. Nedjeljko Perić

Zavod za automatiku i računalno inženjerstvo
Fakultet elektrotehnike i računarstva

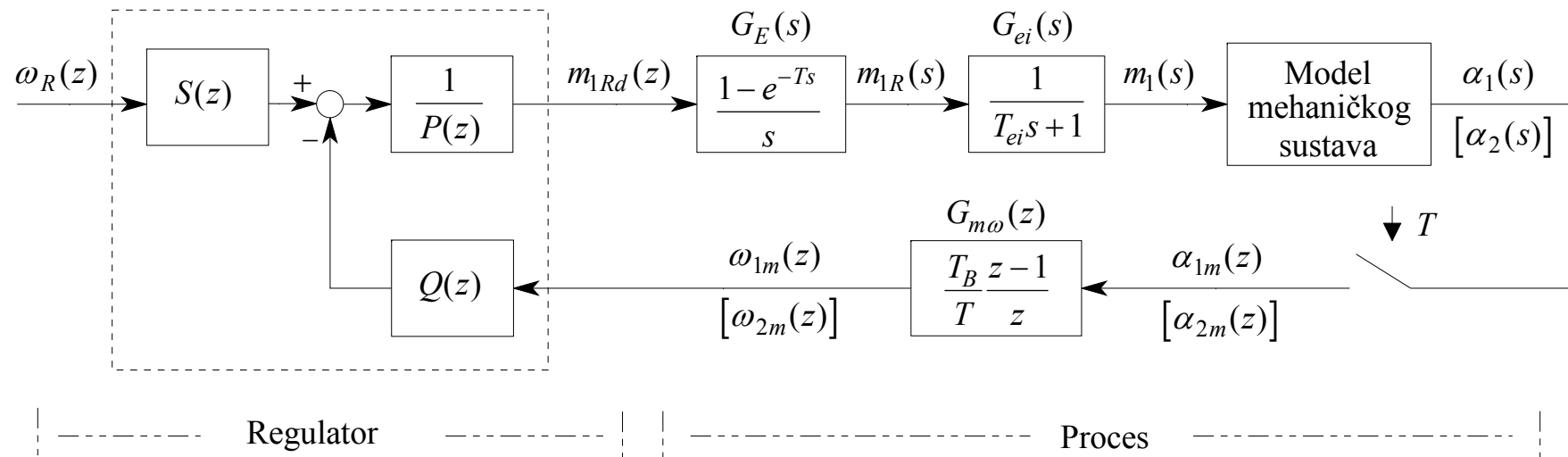
Predavanje 15 – Regulacija brzine vrtnje uz
primjenu polinomskog regulatora

Regulacija brzine vrtnje uz primjenu polinomskog regulatora

- Polinomski regulator - regulator stanja punog reda s implicitno uključenim estimatorom stanja (observerom).
- Može se očekivati postizanje visoke kvalitete vladanja regulacijskog sustava.
- Korištenje samo jednog mjernog signala - brzine vrtnje motora ili tereta.

Struktura regulacijskog kruga

- Regulacijski krug brzine vrtnje s polinomskim regulatorom



Sl. 15.1.

- Mjerenje samo položaja motora α_1 ili tereta α_2 .
- Mjerni signal brzine vrtnje, rekonstruira se diferenciranjem mjernog signala položaja.

Struktura regulacijskog kruga

- **Polinomski regulator** - opći linearni regulator dan u z - području jednadžbom:

$$m_{1Rd}(z) = \frac{S(z)}{P(z)} \omega_R(z) - \frac{Q(z)}{P(z)} \omega_m(z) \quad (15 - 1)$$

- Stacionarna točnost regulacijskog kruga - uključenje integralnog djelovanja u regulator.
- Jedan od korijena polinoma $P(z)$ postavlja se na iznos 1:

$$P(z) = (z - 1)P'(z) \quad (15 - 2)$$

- Funkcija sprječavanja efekta "zaleta" (*eng. antiwindup*) polinomskog regulatora - složeniji nego za regulator stanja,
- Razlog je složenija struktura polinomskog regulatora.
- Dobre rezultate daje primjena antiwindup algoritma:

$$A_o(z)m_{1Rd}^*(z) = S(z)\omega_R(z) - Q(z)\omega_m(z) + [A_o(z) - P(z)]m_{1Rd}(z)$$

$$m_{1Rd} = \text{sat}(m_{1Rd}^*) = \begin{cases} M_{1\text{lim}} , & \text{za } |m_{1Rd}^*| > M_{1\text{lim}} \\ m_{1Rd}^* , & \text{za } |m_{1Rd}^*| \leq M_{1\text{lim}} \end{cases} \quad (15 - 3)$$

gdje je $A_o(z)$ tzv. observerski polinom (vidi potpoglavlje 4.2.2 u skripti "Slijedni sustavi s izraženom elastičnošću, zračnošću i trenjem").

Struktura regulacijskog kruga

- Izraz (15 - 3) daje međuvarijablu m_{1Rd}^* , koja se ograničava s obzirom na vrijednost momenta motora M_{lim} .
- Kada regulator nije u zasićenju, vrijedi $m_{1Rd} = m_{1Rd}^*$ (jednadžbe (15 - 1) i (15 - 3) su identične).
- Cilj sinteze regulacijskog kruga je određivanje koeficijenata polinoma $P(z)$, $Q(z)$ i $S(z)$.
- Pritom regulacijski krug treba imati:
 - brzo i dobro prigušeno vladanje s obzirom na referencu ω_R i moment tereta m_2 ,
 - malu osjetljivost na mjerni šum i pogreške modeliranja procesa.

Temeljni postupak sinteze regulacijskog kruga

Povratna veza po brzini vrtnje tereta

- Prijenosne funkcije procesa izražene preko mjernih signala položaja α_{2m} i brzine vrtnje tereta ω_{2m} (prema Sl. 15.1. i Sl. 12.3. iz predavanja 12) glase:

$$G_{p\alpha}(z) = \frac{\alpha_{2m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = G_E G_{ei} G_{21} G_{\alpha\omega}(z) = \frac{B'(z)}{T_B(z-1)A_1'(z)} = \frac{B'(z)}{A'(z)} \quad (15 - 4)$$

ovdje je

$$G_{\alpha\omega}(s) = \frac{\alpha(s)}{\omega(s)} = \frac{1}{T_B s} \quad (15 - 5)$$

$$\begin{aligned} G_{p\omega}(z) &= \frac{\omega_{2m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = G_{m\omega}(z) G_{p\alpha}(z) = \frac{B'(z) / T}{z A_1'(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \\ &= \frac{b_0 z^4 + b_1 z^3 + b_2 z^2 + b_3 z + b_4}{z^5 + a_1 z^4 + a_2 z^3 + a_3 z^2 + a_4 z + a_5}; a_5 = 0 \end{aligned} \quad (15 - 6)$$

Povratna veza po brzini vrtnje tereta

- Uvrštenjem (15 - 1) u (15 - 6) i uređenjem dobije se prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga:

$$G_{cl\omega}(z) = \frac{\omega_{2m}(z)}{\omega_R(z)} = \frac{B(z)S(z)}{A(z)P(z) + B(z)Q(z)} = \frac{A_o(z)B_M(z)}{A_o(z)A_M(z)} \quad (15 - 7)$$

- Ova p.f. izjednačuje se s modelskom prijenosnom funkcijom proširenom u brojniku i nazivniku s tzv. observerskim polinomom $A_o(z)$.

$$G_M(z) = \frac{B_M(z)}{A_M(z)} \quad (15 - 8)$$

$$\deg A_M = \deg B_M + 1 = \deg A = 5 \quad (15 - 9)$$

- Uzima se da su polinomi $A_M(z)$, $A_o(z)$ i $P(z)$ monici (koeficijent uz najvišu potenciju operatora z jednak je 1).

Povratna veza po brzini vrtnje tereta

- Većina nula prijenosne funkcije (15 - 6) procesa su nestabilne ili slabo prigušene - ne smiju se kratiti polovima regulatora.
- Nepokraćene nule procesa pojavljuju se kao nule:
 - prijenosne funkcije zatvorenog regulacijskog kruga (15 - 7),
 - modelske prijenosne funkcije (15 - 8).
- Za slučaj da se ne krati nijedna nula procesa, mora vrijediti:

$$B_M(z) = \frac{A_M(1)}{B(1)} B(z) \quad (15 - 10)$$

gdje je faktor $A_M(1) / B(1)$ uveden radi zadovoljenja stacionarne točnosti modela zatvorenog regulacijskog kruga: $A_M(1) = B_M(1)$.

Povratna veza po brzini vrtnje tereta

- Karakteristični polinom modelske prijenosne funkcije (15 - 8) može se prikazati:

$$A_M(z) = \prod_{i=1}^5 (z - z_i) = (z - z_1) \cdots (z - z_5) \quad (15 - 11)$$

- Korijeni karakterističnog polinoma $A_M(z)$ određuju se prema relaciji (13 - 24) iz predavanja 13 iz korijena s_i kontinuiranog karakterističnog polinoma optimuma dvostrukog odnosa:

$$A_{Mc}(s) = D_5 D_4^2 D_3^3 D_2^4 T_e^5 s^5 + D_4 D_3^2 D_2^3 T_e^4 s^4 + D_3 D_2^2 T_e^3 s^3 + D_2 T_e^2 s^2 + T_e s + 1 \quad (15 - 12)$$

- Polinom $S(z)$ dobije (prema (15 - 7) i (15 - 10)) se kao:

$$S(z) = \frac{A_M(1)}{B(1)} A_o(z) \quad (15 - 13)$$

Povratna veza po brzini vrtnje tereta

- Diophantova jednadžba za polinome $P(z)$ i $Q(z)$ (prema 15 - 7) glasi:

$$A(z)P(z) + B(z)Q(z) = A_o(z)A_M(z) \quad (15 - 14)$$

- Regulator je izvediv (kauzalan) ako su zadovoljeni sljedeći uvjeti:

$$\deg A_o \geq 2 \deg A - \deg A_M - 1 + i = 5 \quad (15 - 15)$$

$$\deg P = \deg A_o + \deg A_M - \deg A = \deg A_o \quad (15 - 16)$$

$$\deg Q < i + \deg A = 6 \quad (15 - 17)$$

gdje je $i = 1$ broj integratora uključenih u regulator.

- Regulator najnižeg reda dobije se uz izbor

$$\deg P = \deg Q = \deg S = \deg A_o = 5 \quad (15 - 18)$$

Povratna veza po brzini vrtnje motora

- Prijenosna funkcija procesa uz povratnu vezu po brzini vrtnje motora ($\omega_m = \omega_{1m}$) glasi:

$$G_{p\omega}^*(z) = \frac{\omega_{1m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = G_{m\omega}(z) \cdot G_E G_{ei} G_{11} G_{\alpha\omega}(z) = \frac{B^*(z)}{A(z)} \quad (15 - 19)$$

- Postupak sinteze jednak je kao za polinomski regulator s povratnom vezom po brzini motora, s tim da se polinom $B(z)$ zamijeni s $B^*(z)$.
- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga izražena preko brzine vrtnje tereta je

$$G_{cl\omega 2}^*(z) = \frac{\omega_{2m}(z)}{\omega_R(z)} = \frac{\omega_{2m}(z)}{m_{1R}(z)} \frac{m_{1R}(z)}{\omega_{1m}(z)} \frac{\omega_{1m}(z)}{\omega_R(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} \frac{A(z)}{B^*(z)} \frac{B_M^*(z)}{A_M^*(z)} = \frac{A_M^*(1)}{B^*(1)} \frac{B(z)}{A_M^*(z)} \quad (15 - 20)$$

Povratna veza po brzini vrtnje motora

- Budući da zbog vrijedi $B^*(1) = B(1)$, uz izbor $A_M^*(z) = A_M(z)$, dobije se:

$$G_{cl\omega_2}^*(z) = \frac{A_M(1)}{B(1)} \frac{B(z)}{A_M(z)} = \frac{B_M(z)}{A_M(z)} = G_{cl\omega}(z) = G_M(z) \quad (15 - 21)$$

- Ovaj rezultat vodi na sljedeći zaključak:

Odziv brzine vrtnje tereta ω_2 jednak je bez obzira da li se povratna veza izvodi po brzini vrtnje motora ili tereta, uz uvjet da se izaberu jednaki karakteristični polinomi modelske prijenosne funkcije: $A_M^*(z) = A_M(z)$.

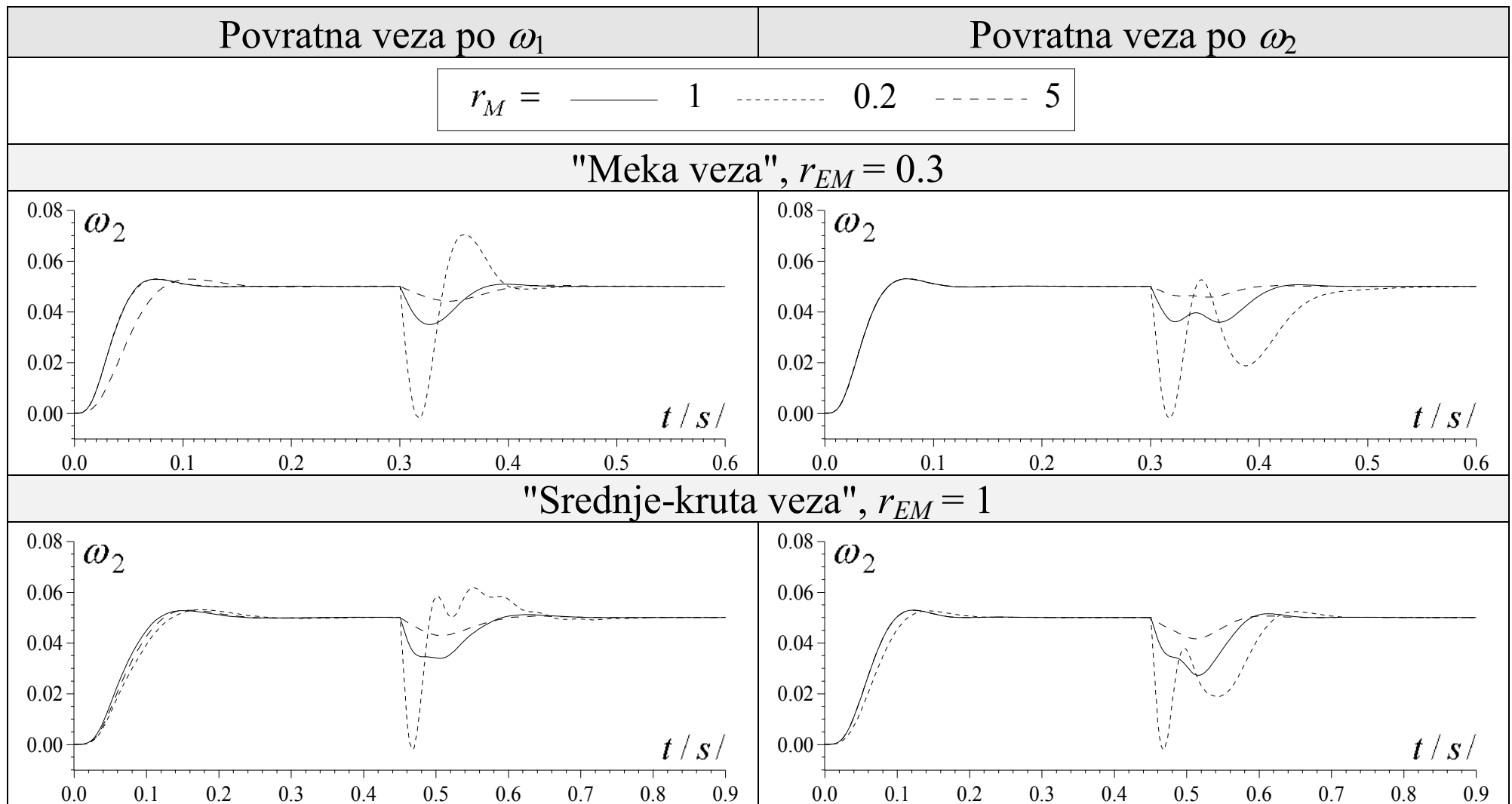
Izbor karakterističnih parametara pri postupku sinteze regulacijskog kruga

- Parametri polinomskog regulatora brzine vrtnje ovise o izboru sljedećih karakterističnih parametara sinteze:
 - koeficijenta karakterističnog polinoma $A_M(z)$ modelske prijenosne funkcije,
 - koeficijenta observerskog polinoma $A_o(z)$,
 - vremena uzorkovanja T .
- Ovi se parametri biraju tako da se postigne povoljno vladanje regulacijskog kruga:
 - brz i dobro prigušen odziv,
 - učinkovita kompenzacija utjecaja momenta tereta,
 - niska osjetljivost na mjerni šum i pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje,
 - umjereno forsiranje izvršne veličine - referentne vrijednosti momenta motora m_{1R} .

Karakteristični polinom modelske prijenosne funkcije

- Karakteristični polinom $A_M(z)$ (15 - 8) određen je u s -području nadomjesnom vremenskom konstantom T_e i karakterističnim odnosima D_2, \dots, D_5 .
- T_e treba postaviti na što niži iznos - što brži odziv regulacijskog kruga i što efikasnija kompenzacija utjecaja momenta tereta.
- Postoji ograničenje zahtjevima za:
 - umjerenim forsiranjem izvršne veličine,
 - niskom osjetljivošću na mjerni šum,
 - niskom osjetljivošću na pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje.

Odzivi brzine vrtnje tereta ω_2



Sl. 15.2.

Observerski polinom

- U prijenosnoj funkciji (15 - 7) regulacijskog kruga brzine vrtnje s obzirom na referentnu veličinu krati se observerski polinom $A_o(z)$.
- Stoga izbor observerskog polinoma ne utječe na vladanje regulacijskog kruga s obzirom na referentnu veličinu.
- Observerski polinom s jednim polom van ishodišta z-ravnine:

$$A_o(z) = z^4(z - e^{-T/T_o}). \quad (15 - 22)$$

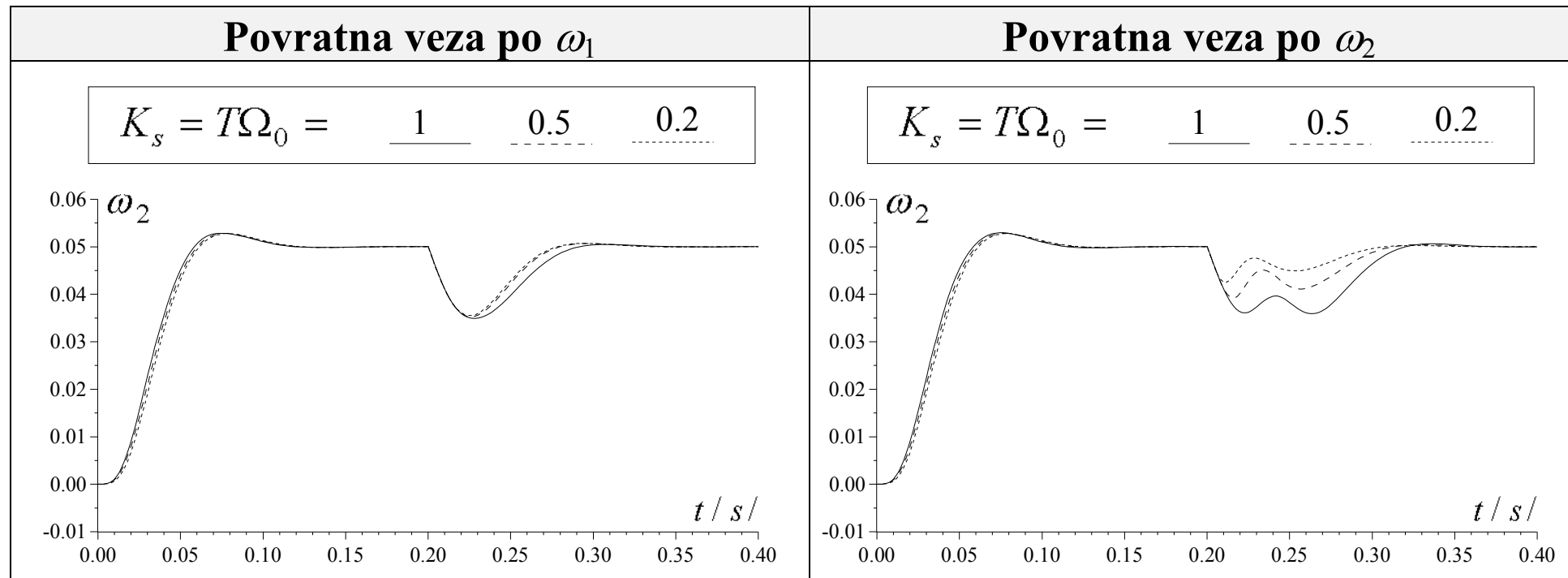
daje povoljno vladanje regulacijskog kruga s obzirom na:

- moment tereta,
- pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje.
- Implementacija regulatora s takvim observerskim polinomom je relativno jednostavna.

Observerski polinom

- Uz $T_o = 0$ dobije se deadbeat observerski polinom $A_o(z) = z^5$.
- Jedina prednost observerskog polinoma sa svih pet polova van ishodišta z-ravnine je bolje filtriranje mjernog šuma.
- S porastom iznosa T_o , regulacijski krug s povratnom vezom po ω_1 postaje manje osjetljiv na pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje.
- No, kompenzacija utjecaja momenta tereta postaje manje efikasna.
- Kao kompromisan izbor predlaže se $T_o = (0 \dots 1/3)T_e$.

Vrijeme uzorkovanja



Sl. 15.3.

- Vladanje regulacijskog kruga s povratnom vezom po ω_1 bitno se ne mijenja sa smanjenjem vremena uzorkovanja T ispod gornje granične vrijednosti $T_{\max} \approx 1 / \Omega_0$.
- Uz primjenu povratne veze po ω_2 , učinkovitost kompenzacije utjecaja momenta tereta m_2 značajno raste sa smanjenjem vremena uzorkovanja T .

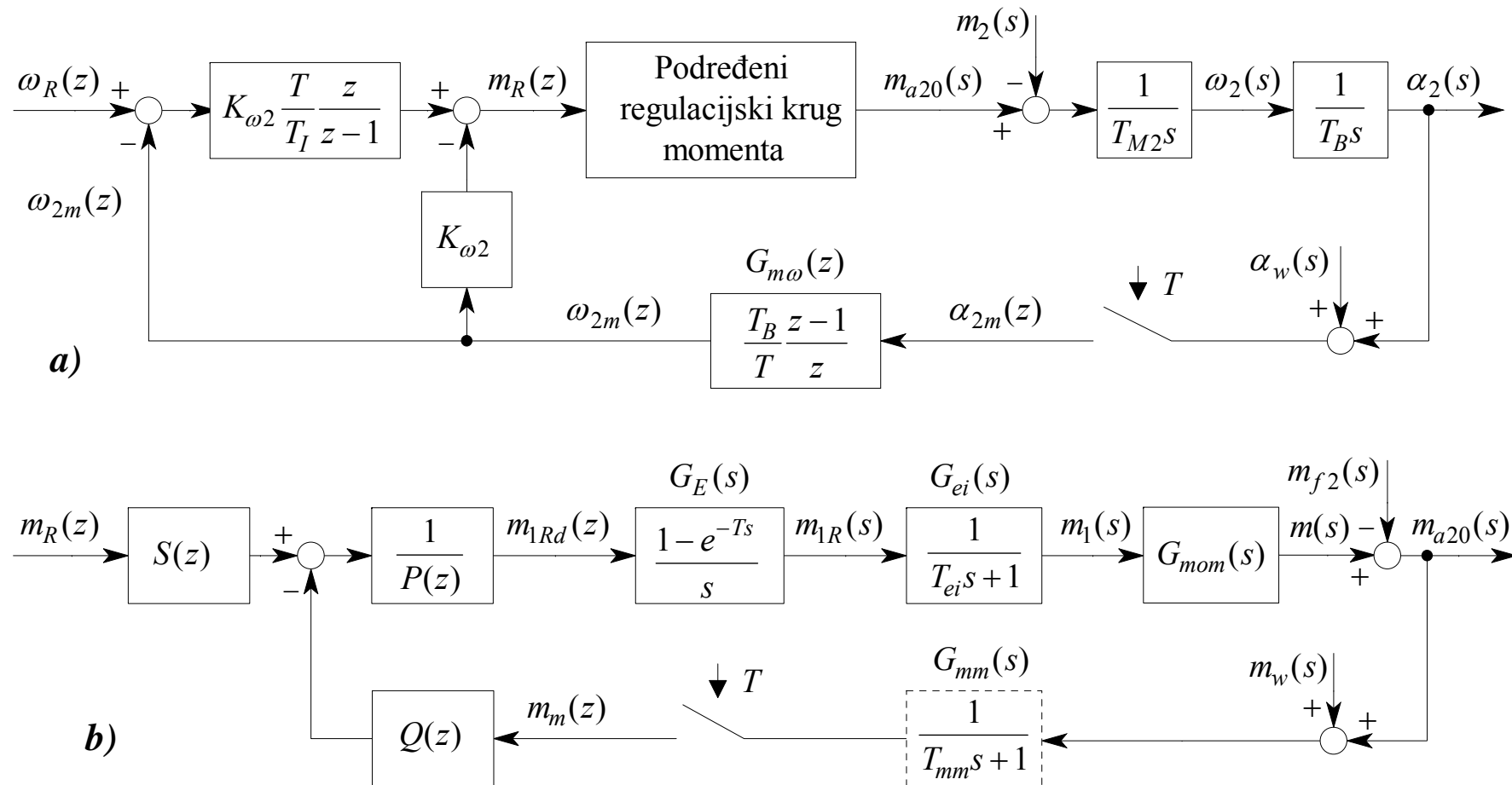
Regulacija brzine vrtnje uz primjenu podređenog regulatora momenta

- Učinkovita kompenzacija utjecaja momenta trenja postiže se realizacijom brzog podređenog regulacijskog kruga momenta, koji obuhvaća mjesto djelovanja trenja.
- Projektirat će se kaskadni regulacijski sustav s PI regulatorom brzine vrtnje i podređenim polinomskim regulatorom momenta.

Struktura regulacijskog sustava (Sl. 15.4.)

- Razlika u odnosu na standardnu strukturu s PI regulatorom - izlazna veličina m_R regulatora brzine vrtnje je referentna vrijednost prijenosnog momenta m (a ne momenta motora).
- Brzi podređeni regulacijski krug momenta zatvara se po izlaznom momentu m_{a20} neposredno iza mjesta djelovanja momenta trenja m_{f2} .
- Cilj je učinkovita kompenzacije utjecaja trenja.
- Primjenjuje se polinomski regulator momenta - kompenzacija utjecaja elastičnosti prijenosnog mehanizma.

Struktura regulacijskog sustava (Sl. 15.4.)



Sl. 15.4. Strukturna blokovska shema kaskadnog regulacijskog kruga brzine vrtnje (a) s podređenim regulacijskim krugom momenta (b).

Struktura regulacijskog sustava (Sl. 15.4.)

- Kompenzacija utjecaja momenta tereta m_2 , prepušta se sporijem regulacijskom krugu brzine vrtnje, te stoga nije tako učinkovita kao kompenzacija utjecaja momenta trenja.
- Integralno djelovanje uključuje se u regulator brzine vrtnje, upravo zbog stacionarne kompenzacije utjecaja momenta tereta.

Sinteza regulacijskog sustava

- Sinteza regulacijskog sustava provodi se u dva koraka:
 1. Sinteza podređenog regulacijskog kruga momenta
Polazi se od zahtjeva za postizanjem brzog i dobro prigušenog vladanja.
 2. Zatvoreni regulacijski krug momenta nadomješta se PT_1 članom.
Provodi se standardni postupak sinteze regulacijskog kruga brzine vrtnje.

Podređeni regulacijski krug momenta

- Prijenosna funkcija procesa u podređenom regulacijskom krugu momenta Sl. 15.4.b) je:

$$G_{pm}(z) = \frac{m_m(z)}{m_{1Rd}(z)} = G_E G_{ei} G_{mom}(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3} \quad (15 - 23)$$

uz

$$G_{mom}(s) = \frac{m(s)}{m_1(s)} = \frac{T_{M2}}{T_{M\Sigma}} \frac{1 + 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} s}{\Omega_{02}^{-2} s^2 + 2\zeta_0 \Omega_0^{-1} s + 1} \quad (15 - 24)$$

- Za prienosnu funkciju mjernog člana momenta $G_{mm}(s)$, pretpostavlja se da ima znatno višu graničnu frekvenciju od zatvorenog regulacijskog kruga struje $G_{ei}(s)$, tj. $T_{mm} \ll T_{ei}$ ($G_{mom} \approx 1$).

Podređeni regulacijski krug momenta

- Regulator minimalnog reda, bez kašnjenja i bez integralnog djelovanja ($i = 0$) dobije se uz izbor:

$$\deg P = \deg Q = \deg S = \deg A_o = \deg A_M = 2 \quad (15 - 25)$$

- Nadomjesni kontinuirani karakteristični polinom $A_{Mc}(s)$ modelske prijenosne funkcije $G_M(z)$ određen je kao:

$$A_{Mc}(s) = D_{3m}D_{2m}^2T_{em}^3s^3 + D_{2m}T_{em}^2s^2 + T_{em}s + 1 \quad (15 - 26)$$

- Vrijeme uzorkovanja T treba zadovoljiti uvjete na izbor vremena uzorkovanja

$$T = \frac{1}{\Omega_0} \text{ i } T_{em} = 2\sqrt{2}T \quad (15 - 27)$$

Nadređeni regulacijski krug brzine vrtnje

- Nadređeni regulacijski krug brzine vrtnje (Sl. 15.4.a) optimira se prema optimumu dvostrukog odnosa kvazikontinuiranim postupkom
- Konačni izrazi za parametre PI regulatora brzine vrtnje su:

$$T_I = T_e \quad (15 - 28)$$

$$T_e = \frac{T_\Sigma}{D_3 D_2} \quad (15 - 29)$$

$$K_{\omega 2} = D_3 \frac{T_{M2}}{T_\Sigma} \quad (15 - 30)$$

gdje je $T_\Sigma = T_{em} + \frac{T}{2}$ nadomjesna vremenska konstanta otvorenog regulacijskog kruga brzine vrtnje, tj. zbroj parazitskih vremenskih konstanti.

Nadređeni regulacijski krug brzine vrtnje

- Uz optimalne iznose karakterističnih odnosa $D_2 = D_3 = 0,5$ dobiju se za T_I i $K_{\omega 2}$ izrazi identični izrazima simetričnog optimuma.
- Veza nadomjesnih vremenskih konstanti regulacijskih krugova momenta i brzine vrtnje prema (15 - 28) i (15 - 30) glasi:

$$T_{em} = D_3 D_2 T_e - \frac{T}{2} = \frac{T_e}{4} - \frac{T}{2} \quad (15 - 31)$$

- Regulacijski krug momenta približno je 4 puta brži od nadređenog regulacijskog kruga brzine vrtnje.

Rezultati simulacije

- Vrijeme uzorkovanja postavlja se na iznos $T = 0,2 / \Omega_0$.
- U simulacijsku shemu uključuje se i nemodelirani PT_1 mjerni član momenta ($T_{mm}=0,2T_{ei}$).
- Zatvoreni regulacijski krug struje simulira se kao PT_2 član s $D_{2i} = 0,25$.
- Vladanje regulacijskog sustava ispituje se i s obzirom na šum (BLWN) m_w i α_w u mjernim signalima momenta i položaja.

—— PI regulator brzine vrtnje s podređenim regulatorom momenta,

$$T = 0.2 / \Omega_0 ; \quad T_{eo} = T_{em} \text{ za } r_{EM} = 0,3 , \quad T_{eo} = T_{em}/4 \text{ za } r_{EM} = 1$$

----- Polinomski regulator brzine vrtnje s povratnom vezom po ω_2 ,

$$T = 0.2 / \Omega_0 ; \quad T_{eo} = T_e/6 \text{ za } r_{EM} = 0,3 , \quad T_{eo} = T_e / 12 \text{ za } r_{EM} = 1$$

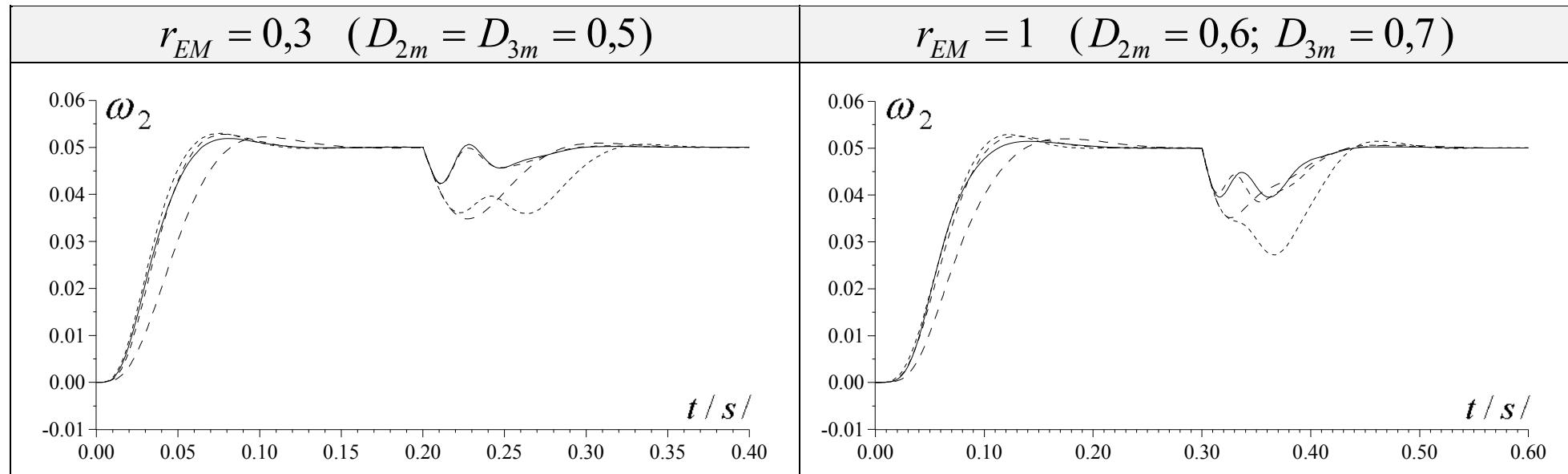
----- Polinomski regulator brzine vrtnje s povratnom vezom po ω_2 ,

$$T = 1 / \Omega_0 ; \quad T_o = T_e/3 \text{ za } r_{EM} = 0,3 , \quad T_{eo} \rightarrow 0 \text{ za } r_{EM} = 1$$

----- Regulator stanja punog reda, $T = 0.2 / \Omega_0$

Sl. 15.5.

Rezultati simulacije



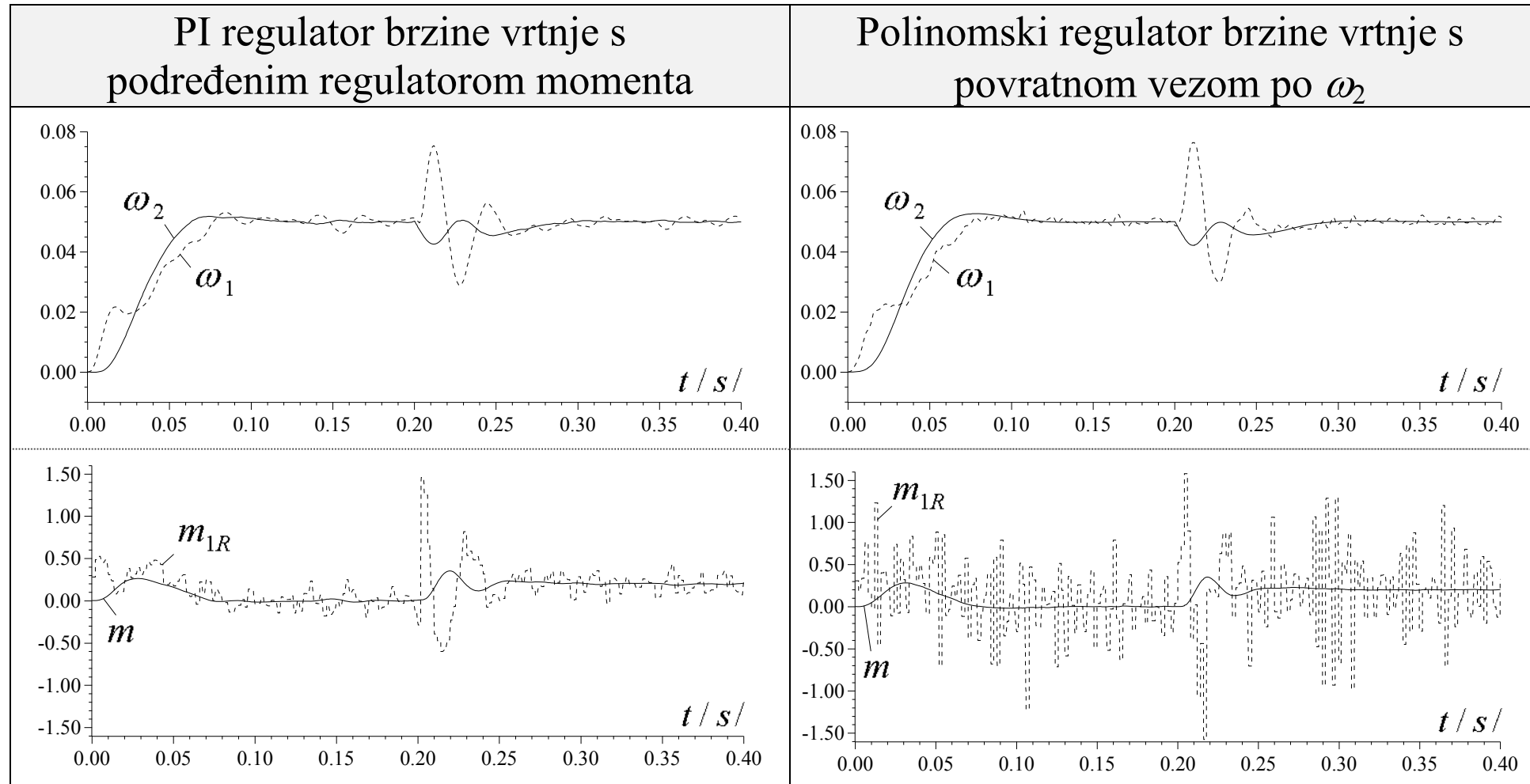
Sl. 15.6.

- Pokazuje se vrlo slično vladanje regulacijskih krugova s:
 - polinomskim regulatorom brzine vrtnje s $T = 0,2 / \Omega_0$,
 - PI regulator brzine vrtnje s podređenim regulatorom momenta.

Rezultati simulacije

- Pri tome se jako forsira referenca momenta motora m_{1R} kako bi se preko elastičnog prijenosnog mehanizma ubrzala izgradnja prijenosnog momenta m (smanjenje utjecaja promjene momenta trenja m_f na propad brzine ω_2).
- Šum u mjernim signalima momenta i položaja (Sl. 15.7) prenosi se i na referentni signal momenta motora m_{1R} .
- Izražen šum u signalu m_{1R} nepoželjan je zbog:
 - povećanog trošenja ležaja na strani motora,
 - većih gubitaka, buke i vibracija motora.
- Varijanca σ_{m1R}^2 šuma u signalu m_{1R} znatno manja uz primjenu PI regulatora brzine vrtnje s podređenim regulatorom momenta.
- Vrlo visoka varijanca šuma σ_{m1R}^2 kod polinomskog regulatora brzine vrtnje - posljedica internog derivacijskog djelovanja ovog regulatora
- Ono je ključno za kompenzaciju utjecaja momenta tereta i trenja – mjeri se samo položaj (brzina) tereta.

Rezultati simulacije



Sl. 15.7.

Pozicioniranje

- Regulator položaja - prevodi pogon iz jednog položaja u drugi:
 - u što kraćem vremenu,
 - najčešće bez nadvišenja prijelazne funkcije.
- Regulator brzine vrtnje - optimiran s ciljem kompenzacije utjecaja elastičnosti prijenosnog mehanizma.
- Struktura nadređenog regulatora preuzima se iz reguliranih pogona s krutim prijenosnim mehanizmom.
- Uobičajeno rješenje je primjena proporcionalnog (P) regulatora položaja.

Optimiranje pojačanja P regulatora položaja

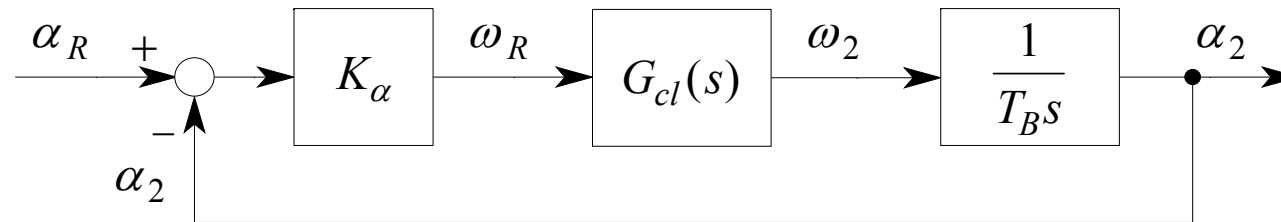
- Ovisno o smještaju senzora položaja, povratna veza može se izvesti po:
 - položaju motora α_1 ,
 - tereta α_2 .
- Izbor povratne veze u regulacijskom krugu brzine vrtnje, obično uvjetuje i izbor povratne veze u regulacijskom krugu položaja.

Pretpostavljeni tip povratne veze u regulacijskom krugu položaja s obzirom na primjenjeni tip podređenog regulatora brzine vrtnje.

Povratna veza po	Tip podređenog regulatora brzine vrtnje
položaju motora (α_1)	PI regulator, regulator stanja reduciranog reda, polinomski regulator po ω_1
položaju tereta (α_2)	Regulator stanja punog reda, polinomski regulator po ω_2 , PI regulator s podređenim regulatorom momenta

Povratna veza po položaju tereta

- Diskretni regulacijski krug položaja s **P** regulatorom pojačanja K_α nadomješta se kontinuiranim regulacijskim krugom:



Sl. 15.8.

- Podređeni zatvoreni regulacijski krug brzine vrtnje opisan je kontinuiranom prijenosnom funkcijom:

$$G_{cl}(s) = \frac{\omega_2(s)}{\omega_R(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{A(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{D_5D_4^2D_3^3D_2^4T_e^5s^5 + D_4D_3^2D_2^3T_e^4s^4 + D_3D_2^2T_e^3s^3 + D_2T_e^2s^2 + T_es + 1} \quad (15 - 32)$$

Povratna veza po položaju tereta

- Uz zanemarenje relativnog koeficijenta prigušenja ζ_2 , dobije se prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga položaja:

$$G_{cl\alpha}(s) = \frac{\alpha_2(s)}{a_R(s)} = \frac{1}{K_\alpha^{-1} T_B s A(s) + 1} = \frac{1}{A_\alpha(s)} \quad (15 - 33)$$

gdje je karakteristični polinom $A_\alpha(s)$:

$$\begin{aligned} A_\alpha(s) = & D_5 D_4^2 D_3^3 D_2^4 K_\alpha^{-1} T_B T_e^5 s^6 + D_4 D_3^2 D_2^3 K_\alpha^{-1} T_B T_e^4 s^5 + D_3 D_2^2 K_\alpha^{-1} T_B T_e^3 s^4 + \\ & + D_2 K_\alpha^{-1} T_B T_e^2 s^3 + K_\alpha^{-1} T_B T_e s^2 + K_\alpha^{-1} T_B s + 1 \end{aligned} \quad (15 - 34)$$

Povratna veza po položaju tereta

- Karakteristični polinom reda $n = 6$ optimuma dvostrukog odnosa u zapisu prema (13 - 14) iz predavanja 13 glasi:

$$A_{\alpha}(s) = D_{6\alpha} D_{5\alpha}^2 D_{4\alpha}^3 D_{3\alpha}^4 D_{2\alpha}^5 T_{e\alpha}^6 s^6 + D_{5\alpha} D_{4\alpha}^2 D_{3\alpha}^3 D_{2\alpha}^4 T_{e\alpha}^5 s^5 + D_{4\alpha} D_{3\alpha}^2 D_{2\alpha}^3 T_{e\alpha}^4 s^4 + D_{3\alpha} D_{2\alpha}^2 T_{e\alpha}^3 s^3 + D_{2\alpha} T_{e\alpha}^2 s^2 + T_{e\alpha} s + 1 \quad (15 - 35)$$

- Oдавде slijede izrazi za pojačanje P regulatora, nadomjesnu vremensku konstantu i nedominantne karakteristične odnose:

$$K_{\alpha} = D_{2\alpha} \frac{T_B}{T_e} \quad (15 - 36)$$

$$T_{e\alpha} = \frac{T_e}{D_{2\alpha}} \quad (15 - 37)$$

$$D_{3\alpha} = D_2, \quad D_{4\alpha} = D_3, \quad D_{5\alpha} = D_4, \quad D_{6\alpha} = D_5 \quad (15 - 38)$$

Povratna veza po položaju tereta

- Nedominantni karakteristični odnosi $D_{j\alpha}$, $j = 3, \dots, 6$, poprimaju optimalne vrijednosti karakterističnih odnosa D_{j-1} podređenog zatvorenog regulacijskog kruga brzine vrtnje.
- Podešenjem dominantnog karakterističnog odnosa $D_{2\alpha}$, podešava se prigušenje i vrijeme odziva zatvorenog regulacijskog kruga položaja.
- Sustav pozicioniranja se uobičajeno podešava za granični aperiodski odziv:

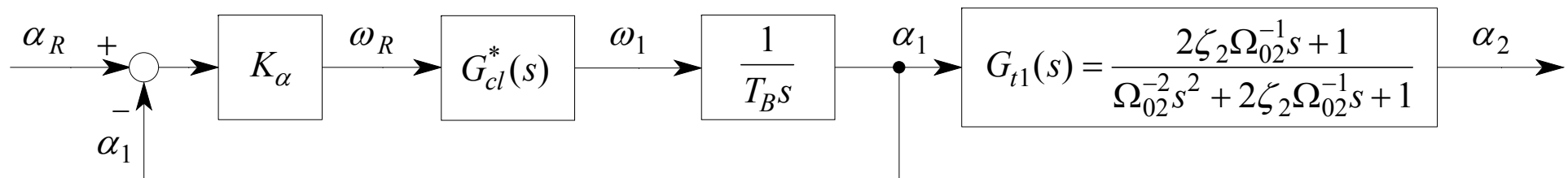
$$D_{2\alpha} \approx 0,37 \quad \Rightarrow \quad K_{\alpha} \approx 0,37 T_B / T_e, \quad T_{e\alpha} = 2,7 T_e \quad (15 - 39)$$

- Kod slijednih sustava povoljno je odnos $D_{2\alpha}$ postaviti na optimalnu vrijednost:

$$D_{2\alpha} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad K_{\alpha} = \frac{T_B}{2 T_e}, \quad T_{e\alpha} = 2 T_e \quad (15 - 40)$$

Povratna veza po položaju motora

- Diskretni regulacijski krug položaja s povratnom vezom po položaju motora α_1 nadomješta se kontinuiranim regulacijskim krugom



Sl. 15.9.

- Razlika, u odnosu na prethodni slučaj, očituje se u dinamičkom članu $G_{t1}(s)$.
- Također, prijenosna funkcija regulacijskog kruga brzine vrtnje sadrži slabo prigušen konjugirano-kompleksni par nula:

$$G_{cl}^*(s) = \frac{\omega_1(s)}{\omega_R(s)} = \frac{\Omega_{02}^{-2} s^2 + 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} s + 1}{A(s)} \quad (15 - 41)$$

Povratna veza po položaju motora

- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga položaja je ($\zeta_2 \approx 0$):

$$G_{cl\alpha}^*(s) = \frac{\alpha_2(s)}{\alpha_R(s)} = \frac{1}{K_\alpha^{-1} T_B s A(s) + \Omega_{02}^{-2} s^2 + 1} = \frac{1}{A_\alpha^*(s)} \quad (15 - 42)$$

gdje je

$$A_\alpha^*(s) = D_5 D_4^2 D_3^3 D_2^4 K_\alpha^{-1} T_B T_e^5 s^6 + D_4 D_3^2 D_2^3 K_\alpha^{-1} T_B T_e^4 s^5 + D_3 D_2^2 K_\alpha^{-1} T_B T_e^3 s^4 + \\ + D_2 K_\alpha^{-1} T_B T_e^2 s^3 + (K_\alpha^{-1} T_B T_e + \Omega_{02}^{-2}) s^2 + K_\alpha^{-1} T_B s + 1 \quad (15 - 43)$$

- Oдавде se dobije nadomjesna vremenska konstanta i karakteristični odnosi (izjednačavanje koeficijenata polinoma (15 - 43) i (15 - 35)):

$$T_{e\alpha} = \frac{T_B}{K_\alpha} \quad (15 - 44)$$

$$D_{2\alpha} = K_\alpha \frac{T_e}{T_B} + \frac{K_\alpha^2}{T_B^2 \Omega_{02}^2} \quad (15 - 45)$$

$$D_{3\alpha} < D_2, \quad D_{4\alpha} > D_3, \quad D_{5\alpha} = D_4, \quad D_{6\alpha} = D_5 \quad (15 - 46)$$

Povratna veza po položaju motora

- Pojačanje P regulatora K_α dobije se iz (15 - 45):

$$K_\alpha = \frac{T_B T_e \Omega_{02}^2}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4D_{2\alpha}}{T_B^2 \Omega_{02}^2}} - 1 \right) \quad (15 - 47)$$

- Karakteristični polinomi (15 - 43) i (15 - 34) za slučajeve povratne veze po poziciji motora, odnosno tereta razlikuju se samo u koeficijentu uz član s^2 .
- Ovo rezultira podoptimalnim iznosima odnosa $D_{3\alpha} < D_2 = 0,5$ i $D_{4\alpha} > D_3 = 0,5$, odnosno podoptimalnim vladanjem regulacijskog kruga položaja.
- Ovaj je učinak zanemariv, tj. $D_{3\alpha} \approx D_{4\alpha} \approx 0,5$, ako su karakteristični polinomi (15 - 43) i (15 - 34) približno jednaki, tj. ako vrijedi

$$\Omega_{02}^{-2} \ll K_\alpha^{-1} T_B T_e = T_e T_{e\alpha} \quad (15 - 48)$$

Povratna veza po položaju motora

- Tada regulacijski krug položaja s povratnom vezom po α_1 ima približno optimalno dinamičko vladanje
- Uz primjenu povratne veze po položaju motora α_1 javlja se stacionarna pogreška pozicioniranja pogona opterećenog u stacionarnom stanju momentom tereta $m_{20} \neq 0$.
- Regulator položaja postiže stacionarnu točnost položaja motora $\alpha_{10} = \alpha_R$.
- Međutim zbog momenta tereta m_{20} prijenosni mehanizam se zakreće za torzijski kut - stacionarnu pogrešku pozicioniranja tereta.
- Stacionarna pogreška pozicioniranja može se kompenzirati korekcijom referentne vrijednosti položaja:

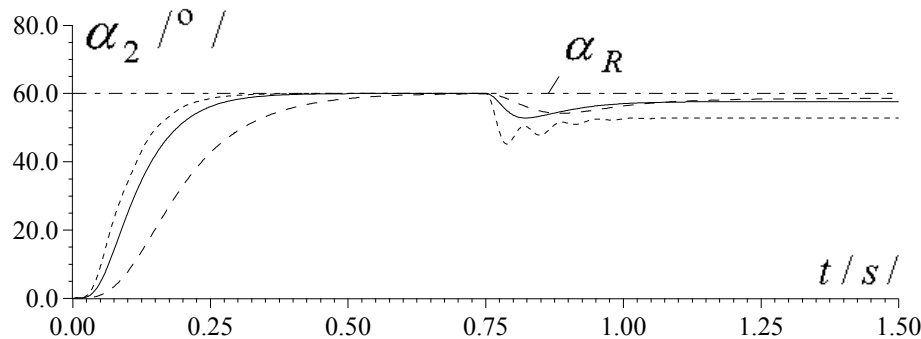
$$\alpha_R^* = \alpha_R + m_{20} / c \quad (15 - 49)$$

- No mora biti poznato m_{20} i konstanta krutosti prijenosnog mehanizma c .

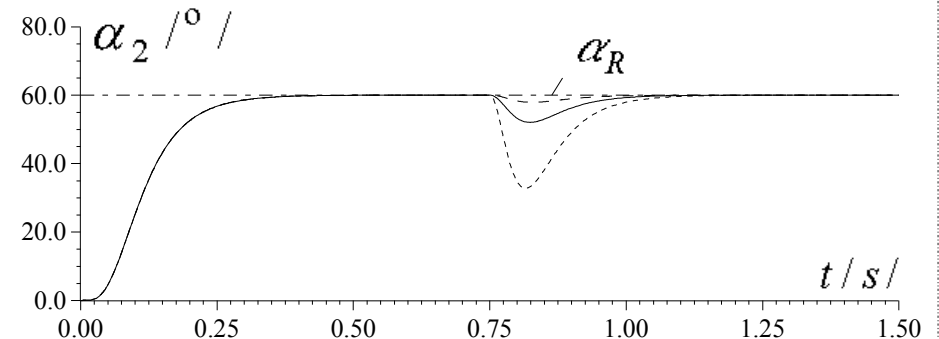
Rezultati simulacije ("meka veza" $r_{EM}=0,3$)

$r_M =$ — 1 0.2 - - - 5

PI regulator brzine vrtnje

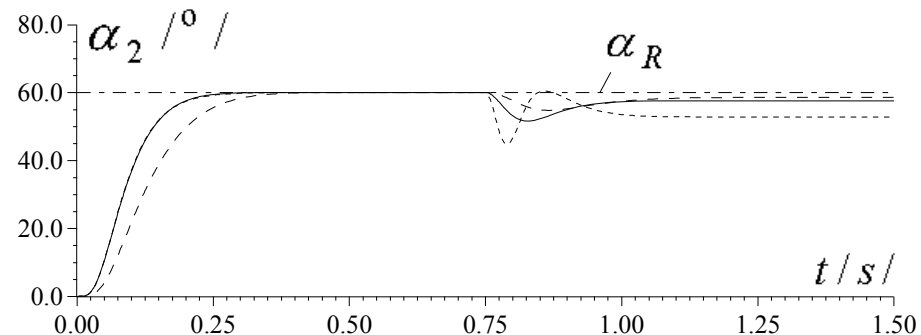


Regulator stanja punog reda

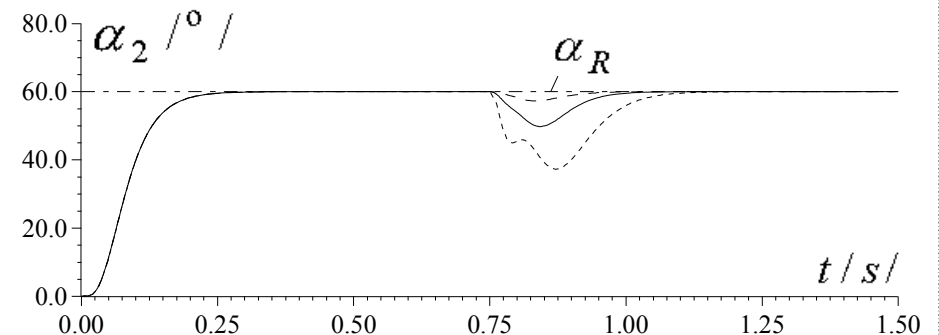


Polinomski regulator -

povratna veza po ω_1



povratna veza po ω_2



Sl. 15.10.

Rezultati simulacije ("meka veza" $r_{EM}=0,3$)

- Granični aperiodski oblik prijelazne funkcije položaja tereta postignut je neovisno o tipu regulatora brzine vrtnje.
- Javlja se stacionarna pogreška pozicioniranja u odzivu na udarno opterećenje kod primjene povratne veze po brzini i poziciji motora.

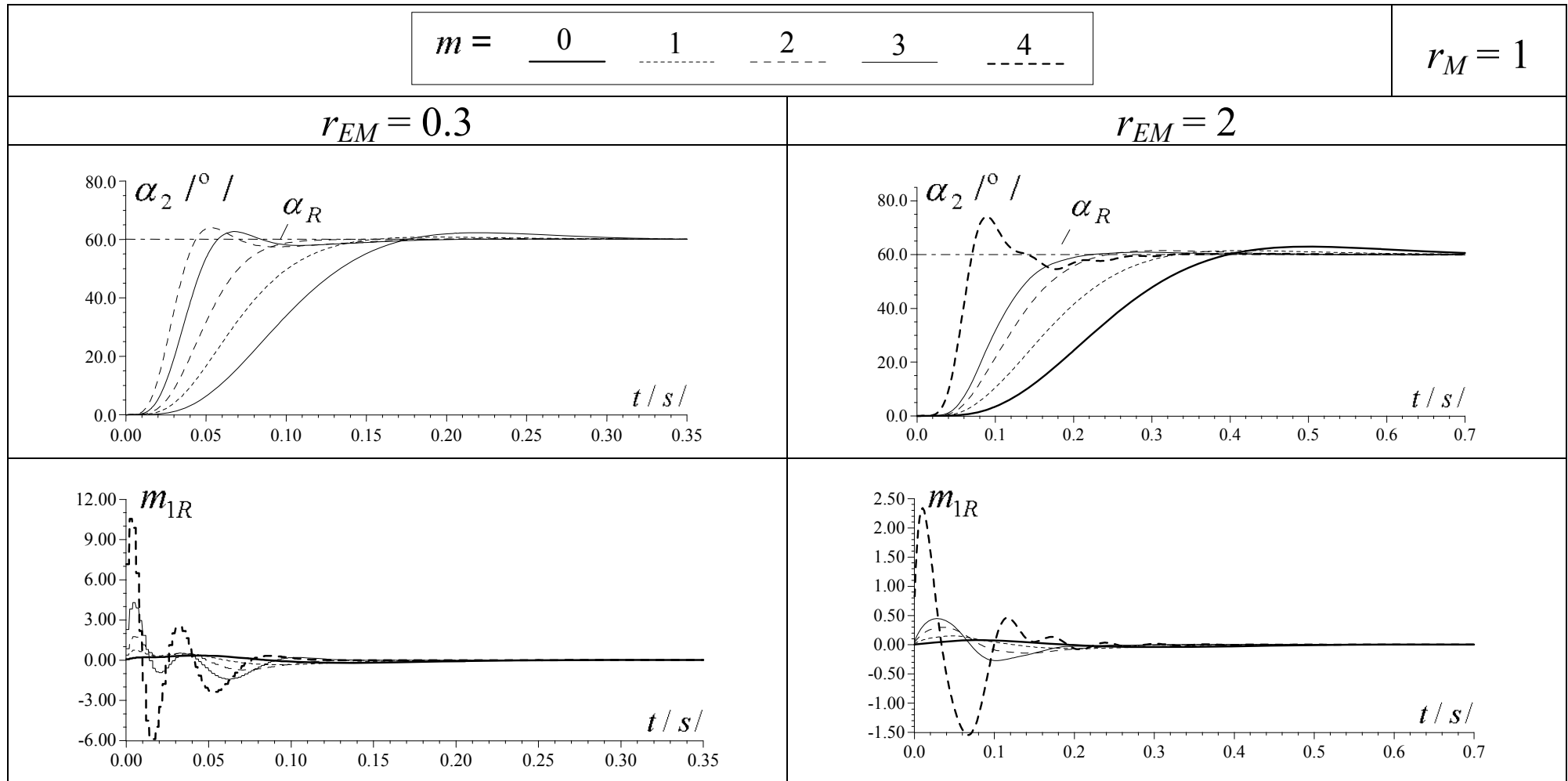
Slijeđenje referentne trajektorije položaja

- Zadatak slijednog sustava - precizno slijeđenje referentne trajektorije položaja α_R .
- U mnogim primjenama (npr. CNC alatni strojevi i roboti) referentna trajektorija je poznata (programirana *off-line*) prije izvođenja gibanja i ne sadrži mjerni šum.
- Kod sustava za praćenje pokretnih ciljeva, referentna se trajektorija generira za vrijeme izvođenja gibanja (*on-line*). U tim primjenama referentni signal sadrži mjerni šum.
- Regulacijski krug položaja za slijeđenje referentne trajektorije proširuje se pretkompenzatorom smještenim u grani referentne veličine.
- Zadatak pretkompenzatora: ubrzanje odziva regulacijskog kruga, tj. smanjenje pogreške slijeđenja referentne trajektorije položaja.

Primjena kvazikontinuiranog postupka optimiranja parametara pretkompenzatora

- Kvazikontinuirani postupak povoljno je primijeniti ukoliko su kvazikontinuiranim postupkom sinteze projektirani regulatori brzine vrtnje i položaja.
- Svih $m < 6$ polova pretkompenzatora ($n=6$, vidi (15 - 33)) postavlja se van ishodišta z -ravnine na lokacije koje daje optimum dvostrukog odnosa, ovisno o nadomjesnoj vremenskoj konstanti T_{eF} .
- Nule pretkompenzatora određuju se u skladu s proširenim modulnim optimumom.
- Povećanjem T_{eF} smanjuje se forsiranje izvršne veličine i bolje prigušuje šum u referentnom signalu pod cijenu usporenja odziva, tj. povećanja pogreške slijeđenja.
- Prikazani su rezultati simulacije slijednog sustava s regulatorom stanja punog reda i pretkompenzatorom različitog reda m (Sl. 15.11.).

Primjena kvazikontinuiranog postupka optimiranja parametara pretkompenzatora

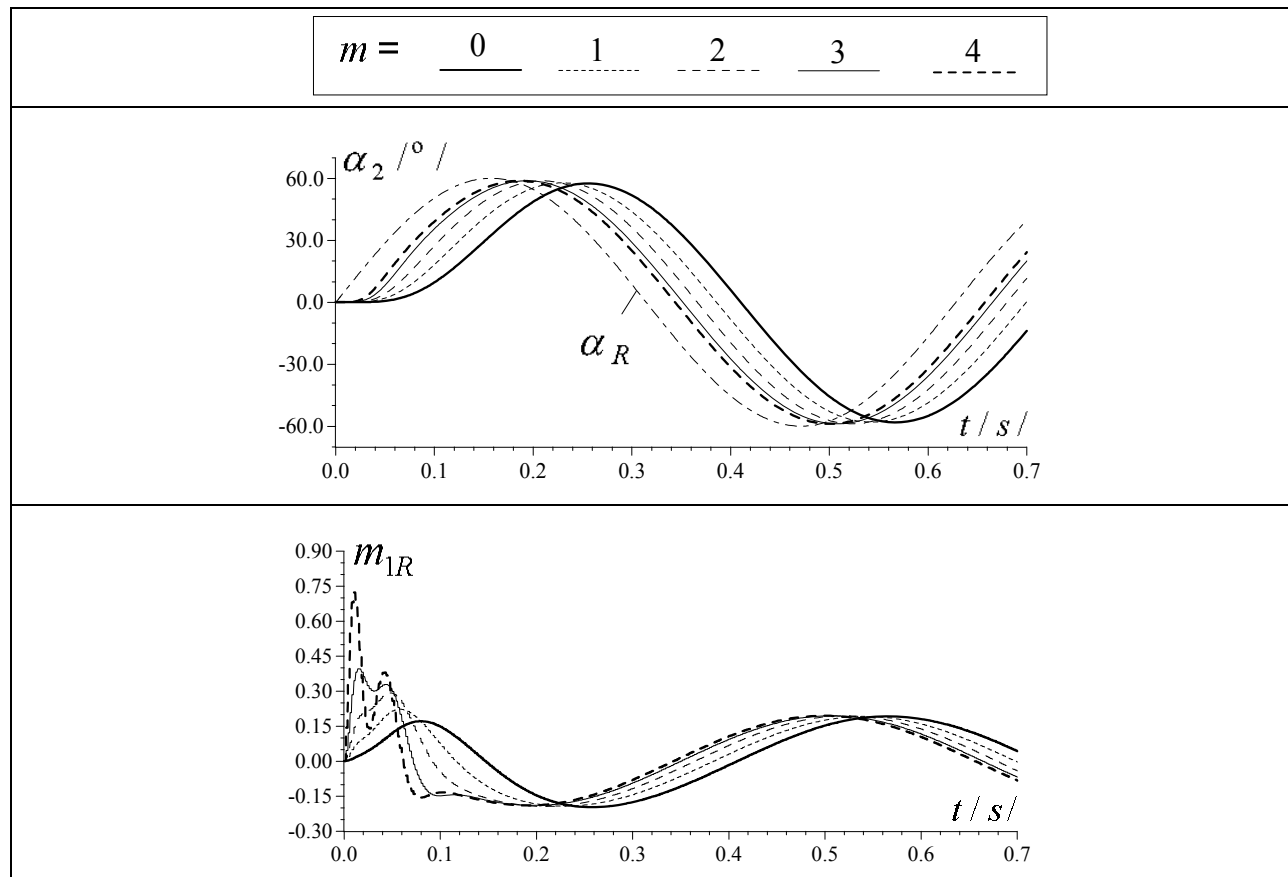


Sl. 15.11.

Primjena kvazikontinuiranog postupka optimiranja parametara pretkompenzatora

- Ubrzanje odziva sustava uz veći red pretkompenzatora - posljedica jačeg forsirajućeg djelovanja nula pretkompenzatora.
- Posebno je izraženo forsiranje (referentne vrijednosti) momenta motora.
- Snažno forsiranje momenta motora najčešće nije ostvarivo zbog ograničenja momenta motora i pojačanja mjernog šuma.
- Stoga je u pozicijskim sustavima prihvatljiva primjena samo pretkompenzatora 1. ili, eventualno, 2. reda.
- Povećanje reda pretkompenzatora s $m = 2$ na $m = 3$ ne donosi značajnije ubrzanje odziva sustava kod srednje krute i krute veze ($r_{EM} > 1$).
- Uz pretkompenzator 4. reda, za slučaj $r_{EM} > 1$, dobije se neprihvatljivo vladanje sustava s izraženim nadvišenjem prijelazne funkcije položaja (Sl. 15.11).
- Odzivi sustava s pretkompenzatorom različitog reda m i regulatorom stanja punog reda na sinusnu referentnu trajektoriju položaja uz $r_{EM}=0,3$ i $r_M=1$ (Sl. 15.12)

Primjena kvazikontinuiranog postupka optimiranja parametara pretkompenzatora



Sl. 15.12.

Primjena kvazikontinuiranog postupka optimiranja parametara pretkompenzatora

- Za sinusnu referencu položaja, s povećanjem reda pretkompenzatora m :
 - smanjuje se fazni pomak između stvarne i referentne trajektorije položaja,
 - popravljiva se oblik trajektorije položaja u prijelaznoj pojavi na početku odziva.
- Povećanje reda pretkompenzatora s $m = 3$ na $m = 4$ dovodi do malog smanjenja faznog pomaka, uz značajno povećanje forsiranja momenta motora.

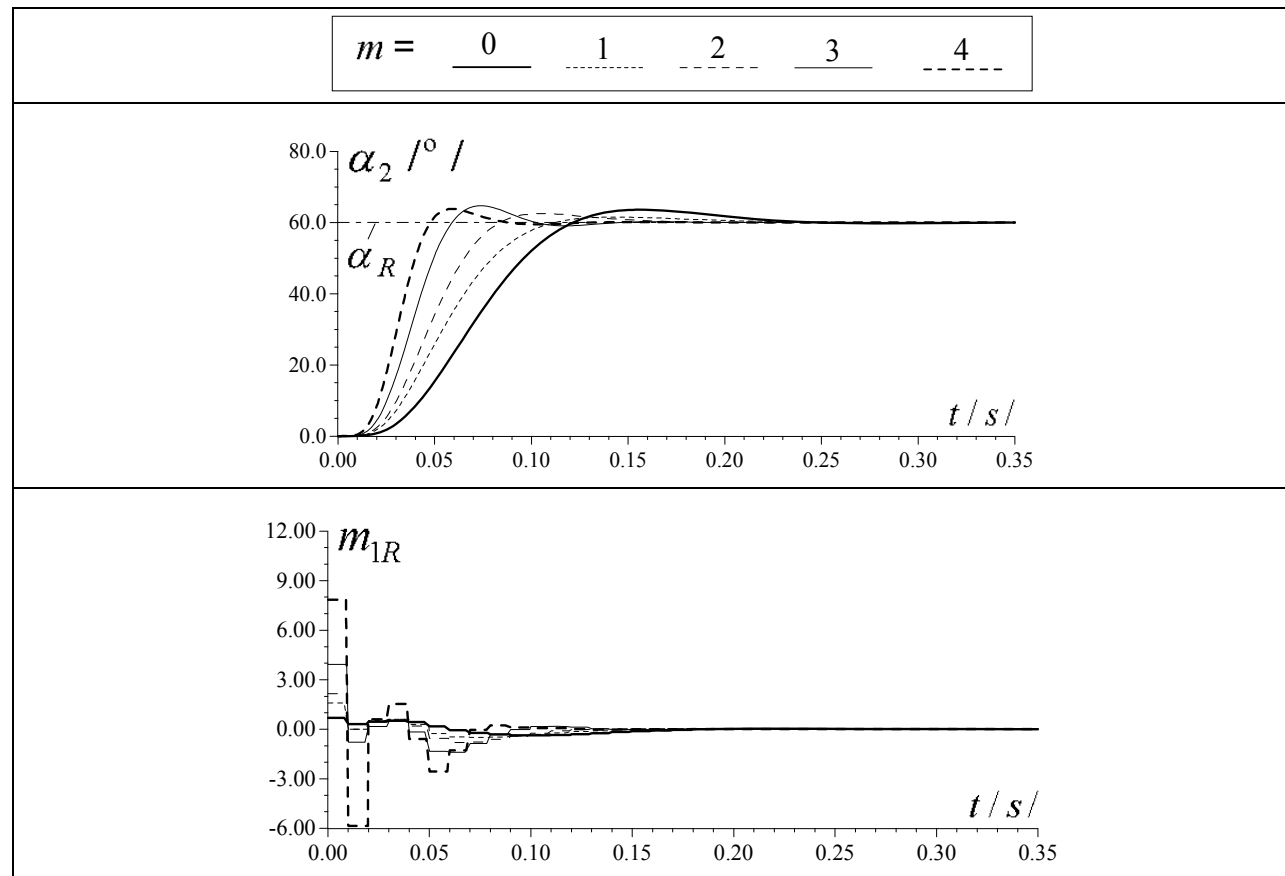
Primjena diskretnog postupka optimiranja parametara pretkompenzatora

- Prijenosna funkcija diskretnog zatvorenog regulacijskog kruga položaja (Sl. 15.8) s polinomskim podređenim regulatorom brzine vrtnje povratnim vezama po ω_2 i α_2 uz modelsku prijenosnu funkciju regulacijskog kruga brzine vrtnje prema (15 - 8) glasi:

$$G_{cl\alpha}(z) = \frac{\alpha_2(z)}{\alpha_R(z)} = \frac{K_\alpha TT_B^{-1} z B_M(z)}{(z-1) A_M + K_\alpha TT_B^{-1} z B_M(z)} \quad (15 - 50)$$

- Pretkompenzator se projektira prema (15 - 50) i opisu danom u potpoglavlju 3.4.5. skripte „Slijedni sustavi s izraženom elastičnošću, zračnošću i trenjem“
- Prijelazne funkcije položaja (Sl. 15.13) uz $r_{EM}=0,3$ i $r_M=1$, neovisno o redu pretkompenzatora $m=1,...,4$, vrlo su slične prijelaznim funkcijama sustava s regulatorom stanja punog reda (vidi sliku 15.11.)

Primjena diskretnog postupka optimiranja parametara pretkompenzatora



Sl. 15.13.