

Upravljanje elektromotornim pogonima 2009/2010

Prof.dr.sc. Nedjeljko Perić

Zavod za automatiku i računalno inženjerstvo
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Predavanje 14 – Regulacija brzine vrtnje i položaja
elektromotornog pogona s elastičnim prijenosnim mehanizmom

Uvod

- Primjena PI regulatora brzine podešenog prema simetričnom optimumu daje slabo prigušene odzive elektromotornog pogona s elastičnim prijenosnim mehanizmom.
- Stoga je važno istražiti mogućnost prigušenja odziva pogona uz zadržavanje jednostavnog i široko primjenjivanog **PI regulatora**.
- U slučaju da za PI regulator brzine vrtnje ne može dati dobro prigušen odziv, potrebno je primijeniti složenije strukture regulatora:
 - **regulatora stanja**,
 - **polinomskog regulatora**.
- Kada se postigne dobro prigušen (kvaziaperiodski) odziv regulacijskog kruga brzine vrtnje, tada je postupak optimiranja nadređenog regulacijskog kruga položaja jednak kao kod pogona s krutim prijenosnim mehanizmom.

Regulacija brzine vrtnje uz primjenu PI regulatora i regulatora stanja

- PI regulator brzine vrtnje može se proširiti dodatnim stabilizirajućim povratnim vezama po različitim stanjima mehaničkog sustava
- Uvođenjem samo jedne dodatne povratne veze:
 - po prijenosnom momentu m ,
 - razlici brzina vrtnje motora i tereta $\Delta\omega$,
- dobiju se regulatori stanja reduciranog reda: PI_m , odnosno $PI\Delta\omega$ regulator.
- Uvođenjem dviju dodatnih povratnih veza po brzini vrtnje tereta ω_2 i kutu uvijanja $\Delta\alpha$ dobije se regulator stanja punog reda.
- Nedostatak uvođenja dodatnih povratnih veza - ugradnja dodatnih senzora.
- To se može izbjeći realizacijom djelomičnog ili potpunog estimatora stanja .

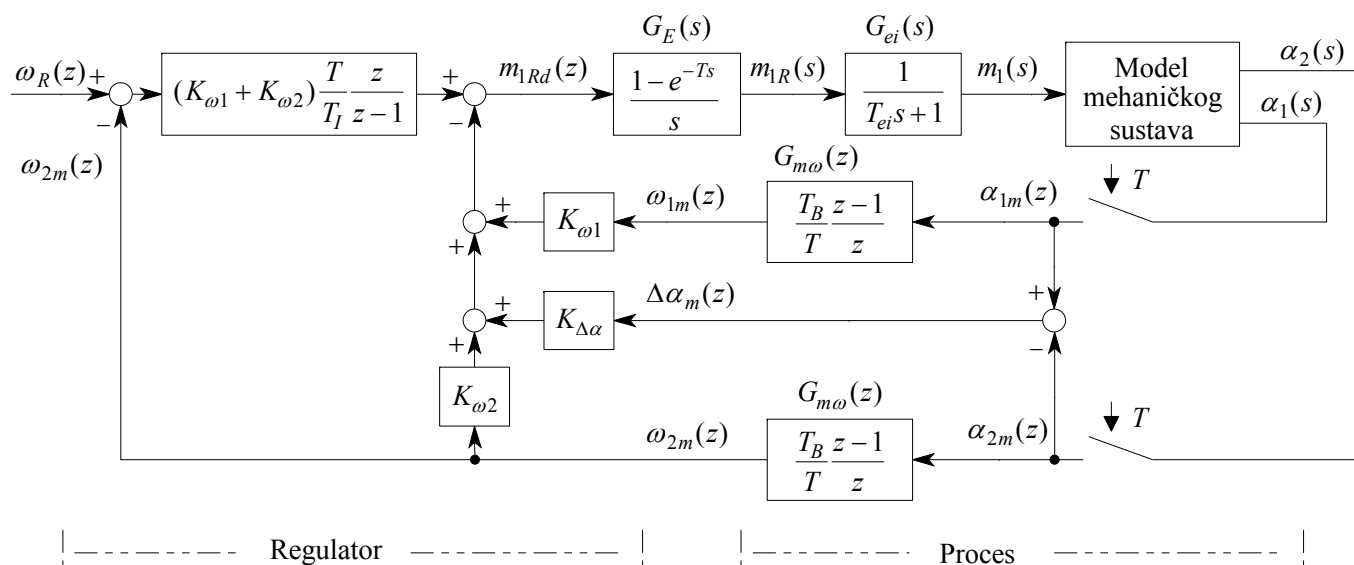
Regulacija brzine vrtnje uz primjenu PI regulatora i regulatora stanja

- Nadalje se provodi analitički postupak optimiranja i usporedne algebarske i simulacijske analize regulacijskog sustava za četiri spomenuta tipa regulatora za široki raspon dvaju karakterističnih odnosa parametara procesa:
 - odnosa frekvencija $r_{EM} = \Omega_0 T_\Sigma$,
 - odnosa momenata inercija $r_M = T_{M2} / T_{M1}$.
- Primjenjuje se kvazikontinuirani postupak optimiranja prema optimumu dvostrukog odnosa.
- Pretpostavlja se mjerljivost svih korištenih varijabli stanja mehaničkog sustava.
- Zahvaljujući načelu razlučivanja (engl. separation principle), rezultati optimiranja vrijede i u slučaju primjene estimatora stanja punog reda.

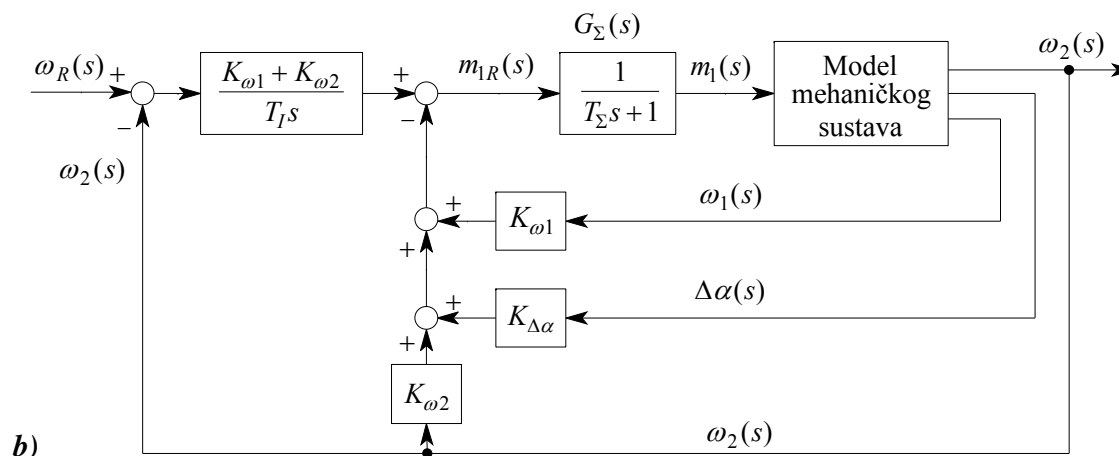
Regulacija brzine vrtnje uz primjenu PI regulatora i regulatora stanja

- Razmatraju se i sljedeći praktički aspekti sinteze regulacijskog sustava:
 - utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost i kvalitetu vladanja sustava,
 - robusnost sustava s obzirom na pogreške modeliranja zatvorenog regulacijskog kruga struje i zasićenje regulatora.
- Struktura digitalnog regulacijskog kruga brzine vrtnje s regulatorom stanja punog reda opisana je blokovskom shemom na slici 14.1.a).
- Diskretni regulacijski krug sa slike 14.1.a) nadomješta se u svrhu kvazikontinuirane sinteze s pojednostavljenim kontinuiranim regulacijskim krugom prikazanim na slici 14.1.b).

Struktura regulacijskog kruga



a)



b)

Sl. 14.1.

Struktura regulacijskog kruga

- Pritom se serijski spoj idealnog impulsnog elementa i ekstrapolatora nultog reda $G_E(s)$, te digitalni mjerni član brzine vrtnje $G_{m\omega}(z)$ nadomješta kontinuiranim PT_1 članom

$$G_{\Sigma}(s) = \frac{1}{1 + T_{\Sigma}s} \quad (14 - 1)$$

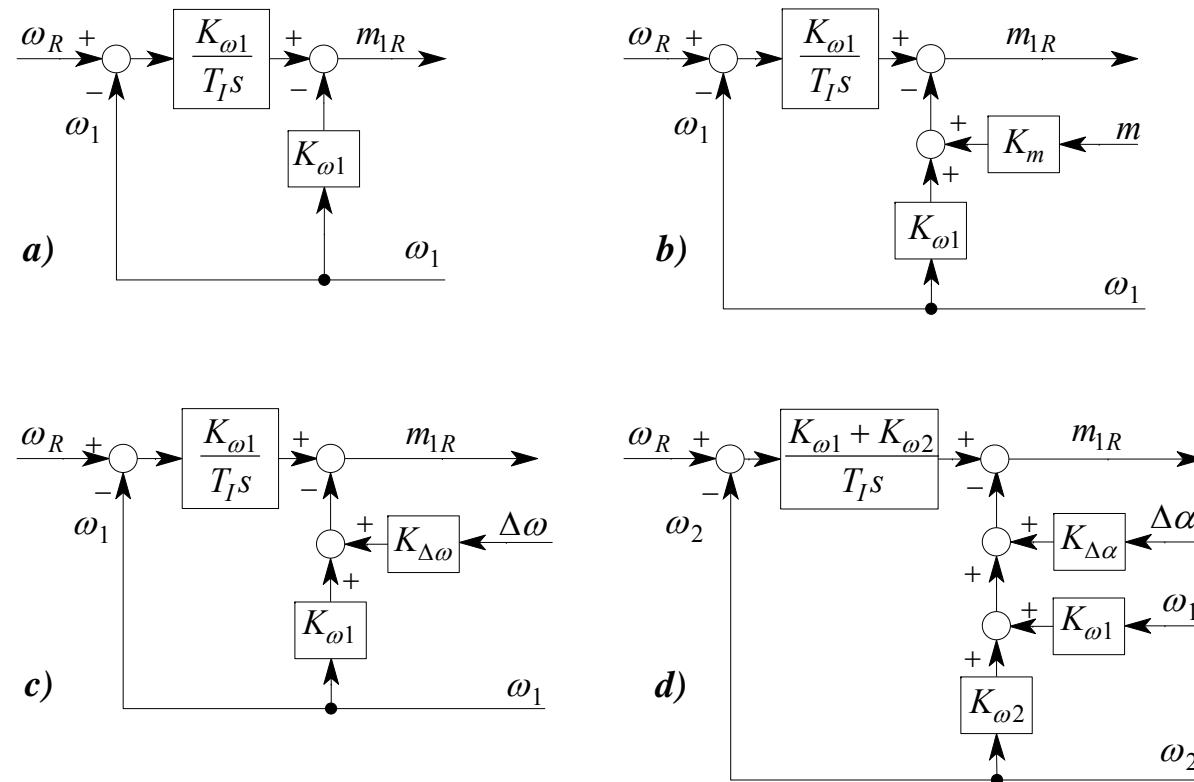
s vremenskom konstantom:

$$T_{\Sigma} = \frac{T}{2} + T_{ei} + \frac{T}{2} = T_{ei} + T$$

gdje je T_{ei} nadomjesna vremenska konstanta podređenog regulacijskog kruga struje.

Struktura regulacijskog kruga

- Na mjesto regulatora u regulacijskom sustavu (Sl. 14.1) mogu se ugraditi različiti tipovi regulatora prikazani nadomjesnim kontinuiranim shemama:



a) PI, b) PIm, c) $PI\Delta\omega$, d) regulator stanja punog reda.

Sl. 14.2.

Optimiranje regulacijskog kruga

- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga:

$$G_{cl}(s) = \frac{\omega_2(s)}{\omega_R(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{a_5s^5 + a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + 1} \quad (14 - 2)$$

- Izrazi za koeficijente a_2 i a_3 karakterističnog polinoma $A(s)$ dani su u tablici:

Regulator	Koeficijenti a_2 i a_3 karakterističnog polinoma $A(s)$
PI	$a_2 = K_{\omega 1}^{-1}T_I T_{M\Sigma} + 2\zeta_2 T_I \Omega_{02}^{-1} + \Omega_{02}^{-2}$ $a_3 = K_{\omega 1}^{-1}T_I T_{M\Sigma} (T_{\Sigma} + 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1}) + T_I \Omega_{02}^{-2}$
PI _m	$a_2 = K_{\omega 1}^{-1}T_I T_{M\Sigma} + K_{\omega 1}^{-1}K_m T_I T_{M2} + 2\zeta_2 T_I \Omega_{02}^{-1} + \Omega_{02}^{-2}$ $a_3 = K_{\omega 1}^{-1}T_I T_{M\Sigma} (T_{\Sigma} + 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1}) + K_{\omega 1}^{-1}K_m T_I T_{M2} 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} + T_I \Omega_{02}^{-2}$
PI $\Delta\omega$	$a_2 = K_{\omega 1}^{-1}T_I T_{M\Sigma} + 2\zeta_2 T_I \Omega_{02}^{-1} + \Omega_{02}^{-2}$ $a_3 = K_{\omega 1}^{-1}T_I T_{M\Sigma} (T_{\Sigma} + 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1}) + K_{\omega 1}^{-1}K_{\Delta\omega} T_I \Omega_{02}^{-2} + T_I \Omega_{02}^{-2}$
Regulator stanja	$a_2 = (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1}T_I T_{M\Sigma} + 2\zeta_2 T_I \Omega_{02}^{-1} + (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1}K_{\Delta\alpha} T_I T_B^{-1} \Omega_{02}^{-2}$ $a_3 = (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1}T_I T_{M\Sigma} (T_{\Sigma} + 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1}) + (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1}K_{\omega 1} T_I \Omega_{02}^{-2}$

Tab. 14.1.

Optimiranje regulacijskog kruga

- Za ostale koeficijente a_1 , a_4 i a_5 vrijede sljedeći izrazi neovisni o tipu regulatora:

$$a_1 = T_I + 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} \quad (14 - 3)$$

$$a_4 = K_r^{-1} T_I T_{M\Sigma} (2\zeta \Omega_0^{-1} T_\Sigma + \Omega_0^{-2}) \quad (14 - 4)$$

$$a_5 = K_r^{-1} T_I T_{M\Sigma} T_\Sigma \Omega_0^{-2} \quad (14 - 5)$$

gdje je "pojačanje regulatora" K_r određeno kao:

$$K_r = \begin{cases} K_{\omega 1} , & \text{za PI, PI}_m \text{ i PI}_{\Delta\omega} \text{ regulator} \\ K_{\omega 1} + K_{\omega 2} , & \text{za regulator stanja punog reda} \end{cases} \quad (14 - 6)$$

Optimiranje regulacijskog kruga

- Karakteristični polinom u prienosnoj funkciji zatvorenog kruga, reda $n = 5$, može se zapisati u obliku karakterističnom za optimum dvostrukog odnosa:

$$A(s) = D_5 D_4^2 D_3^3 D_2^4 T_e^5 s^5 + D_4 D_3^2 D_2^3 T_e^4 s^4 + D_3 D_2^2 T_e^3 s^3 + D_2 T_e^2 s^2 + T_e s + 1 \quad (14 - 7)$$

- Izjednačenjem nižih (dominantnih) koeficijenata a_1, \dots, a_{l+1} (l - broj parametara regulatora) prienosne funkcije zatvorenog kruga (14 - 2) s odgovarajućim koeficijentima karakterističnog polinoma dvostrukog odnosa dobiju se:
 - izrazi za $l - 1$ pojačanja različitih tipova regulatora (Tab. 14.2.),
 - jednadžbe za računanje nadomjesne vremenske konstante zatvorenog regulacijskog kruga T_e (Tab. 14.3.),
 - zajednički izraz za integralnu vremensku konstantu T_I svih regulatora:

$$T_I = T_e - 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} \quad (14 - 8)$$

Optimiranje regulacijskog kruga

- Optimalni parametri regulatora računaju se uvrštenjem optimalnog iznosa 0,5 dominantnih karakterističnih odnosa

$$D_2 = \dots = D_{l+1} = 0,5$$

- Neovisno o tipu regulatora dobiju se sljedeći izrazi za nedominantne karakteristične odnose:

$$D_4 = \frac{1}{K_r} \frac{T_{M\Sigma} T_I (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)}{D_3^2 D_2^3 T_e^4 \Omega_0^2} \quad (14 - 9)$$

$$D_5 = \frac{1}{K_r} \frac{T_{M\Sigma} T_\Sigma T_I}{D_4^2 D_3^3 D_2^4 T_e^5 \Omega_0^2} = K_r \frac{D_3 D_2^2 T_e^3 T_\Sigma \Omega_0^2}{T_{M\Sigma} T_I (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)^2} \quad (14 - 10)$$

Optimiranje regulacijskog kruga

- Veza između nadomjesnih vremenskih konstanti T_e i T_Σ dana je kao (slijedi iz (14 - 9) i (14 - 10)):

$$T_e = \frac{T_\Sigma}{D_5 D_4 D_3 D_2 (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)} \quad (14 - 11)$$

- Postupak optimiranja regulacijskog kruga brzine vrtnje razrađuje se nadalje pojedinačno za svaki tip regulatora.
- Postupak se pojednostavljuje polazeći od realne pretpostavke, prema kojoj se zanemaruju relativni koeficijenti prigušenja mehaničkog sustava ζ , ζ_1 i ζ_2 .

Izrazi za pojačanja PI regulatora i različitih tipova regulatora stanja

	PI	PI _m
K_{ω}	$\frac{T_I T_{M\Sigma} \Omega_{02}^2}{D_2 T_e^2 \Omega_{02}^2 - 2\zeta_2 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2) - 1}$	$\frac{T_I T_{M\Sigma} (1 + 2\zeta T_{\Sigma} \Omega_0)}{D_4 D_3^2 D_2^3 T_e^4 \Omega_0^2}$
K_m	-	$\frac{D_2 T_e^2 \Omega_{02}^2 - K_{\omega 1}^{-1} T_{M\Sigma} T_I \Omega_{02}^2 - 2\zeta_2 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2) - 1}{K_{\omega 1}^{-1} T_{M2} T_I \Omega_{02}^2}$
	PI $\Delta\omega$	Regulator stanja punog reda
$K_{\omega 1}$	$\frac{T_I T_{M\Sigma} \Omega_{02}^2}{D_2 T_e^2 \Omega_{02}^2 - 2\zeta_2 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2) - 1}$	$\frac{T_{M\Sigma} \Omega_{02}^2}{\Omega_0} \left(\frac{1 + 2\zeta T_{\Sigma} \Omega_0}{D_4 D_3 D_2 T_e \Omega_0} - T_{\Sigma} \Omega_0 - 2\zeta \right)$
$K_{\Delta\alpha}$	-	$\frac{D_2 T_e^2 \Omega_{02}^2 - (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1} T_{M\Sigma} T_I \Omega_{02}^2 - 2\zeta_2 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2)}{(K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1} T_B^{-1} T_I}$
$K_{\Delta\omega}$ $K_{\omega 2}$	$\frac{D_3 D_2^2 T_e^3 \Omega_0 \Omega_{02}^3 - K_{\omega 1}^{-1} T_{M\Sigma} T_I \Omega_{02}^3 (T_{\Sigma} \Omega_0 + 2\zeta) - \Omega_0 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2)}{K_{\omega 1}^{-1} T_I \Omega_0 \Omega_{02}}$	$\frac{T_I T_{M\Sigma} (1 + 2\zeta T_{\Sigma} \Omega_0)}{D_4 D_3^2 D_2^3 T_e^4 \Omega_0^2}$

Tab. 14.2.

Jednadžbe za računanje nadomjesne vremenske konstante T_e zatvorenog regulacijskog kruga brzine vrtnje uz primjenu PI regulatora i različitih tipova regulatora stanja

PI	$D_3 D_2^2 \Omega_0 \Omega_{02}^3 T_e^3 - D_2 (T_\Sigma \Omega_0 + 2\zeta) \Omega_{02}^3 T_e^2 - [\Omega_0 \Omega_{02} - 2\zeta_2 (2\zeta + T_\Sigma \Omega_0) \Omega_{02}^2] T_e -$ $-(4\zeta^2 - 1)(T_\Sigma \Omega_0 + 2\zeta) \Omega_{02} + 2\zeta_2 \Omega_0 = 0$
PIIm	$D_4 D_3^2 D_2^3 \Omega_0 \Omega_{02}^2 (T_\Sigma \Omega_0 \Omega_{02} + 2\zeta \Omega_{02} - 2\zeta_2 \Omega_0) (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)^{-1} T_e^4 - D_3 D_2^2 \Omega_{02}^3 T_e^3 + 2D_2 \zeta_2 \Omega_{02}^2 T_e^2 +$ $+(1 - 4\zeta_2^2) \Omega_{02} T_e + 4\zeta_2 (2\zeta_2^2 - 1) = 0$
PI $\Delta\omega$	$D_4 D_3^2 D_2^3 \Omega_0^2 \Omega_{02}^2 (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)^{-1} T_e^4 - D_2 \Omega_{02}^2 T_e^2 + 2\zeta_2 \Omega_{02} T_e + 1 - 4\zeta_2^2 = 0$
Reg. stanja	$T_e = \frac{T_\Sigma}{D_5 D_4 D_3 D_2 (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)}$

Tab. 14.3.

PI regulator

- Uz $\zeta = \zeta_1 = \zeta_2 = 0$ te uvrštenjem optimalnog iznosa dominantnih karakterističnih odnosa $D_2 = D_3 = 0,5$, izraz za računanje nadomjesne vremenske konstante T_e (Tab. 14.3.) prelazi u:

$$P(T_e) = T_e^3 - 4T_\Sigma T_e^2 - 8\Omega_{02}^{-2}T_e + 8\Omega_{02}^{-2}T_\Sigma = 0 \quad (14 - 12)$$

- Pokazuje se da je jedno od rješenja kubne jednačbe približno jednako T_Σ , što je nerealno mala vrijednost nadomjesne vremenske konstante T_e .
- Stoga se polinom $P(T_e)$ dijeli s $T_e - T_\Sigma$, što daje kvadratnu jednačbu:

$$P(T_e) / (T_e - T_\Sigma) \approx T_e^2 - 3T_\Sigma T_e - (3T_\Sigma^2 + 8\Omega_{02}^{-2}) = 0 \quad (14 - 13)$$

sa sljedećim fizikalno prihvatljivim rješenjem:

$$T_e \approx \frac{3}{2}T_\Sigma + \sqrt{\frac{21}{4}T_\Sigma^2 + 8\Omega_{02}^{-2}} \quad (14 - 14)$$

PI regulator

- Nadomjesna vremenska konstanta T_e , određena prema (14 - 14), mijenja se u funkciji parametara procesa T_Σ i Ω_{02} između sljedeće dvije krajnje vrijednosti (Sl. 14.3a)):

- "meka veza", $T_\Sigma \Omega_{02} < r_{EM} = T_\Sigma \Omega_0 \ll 1$:

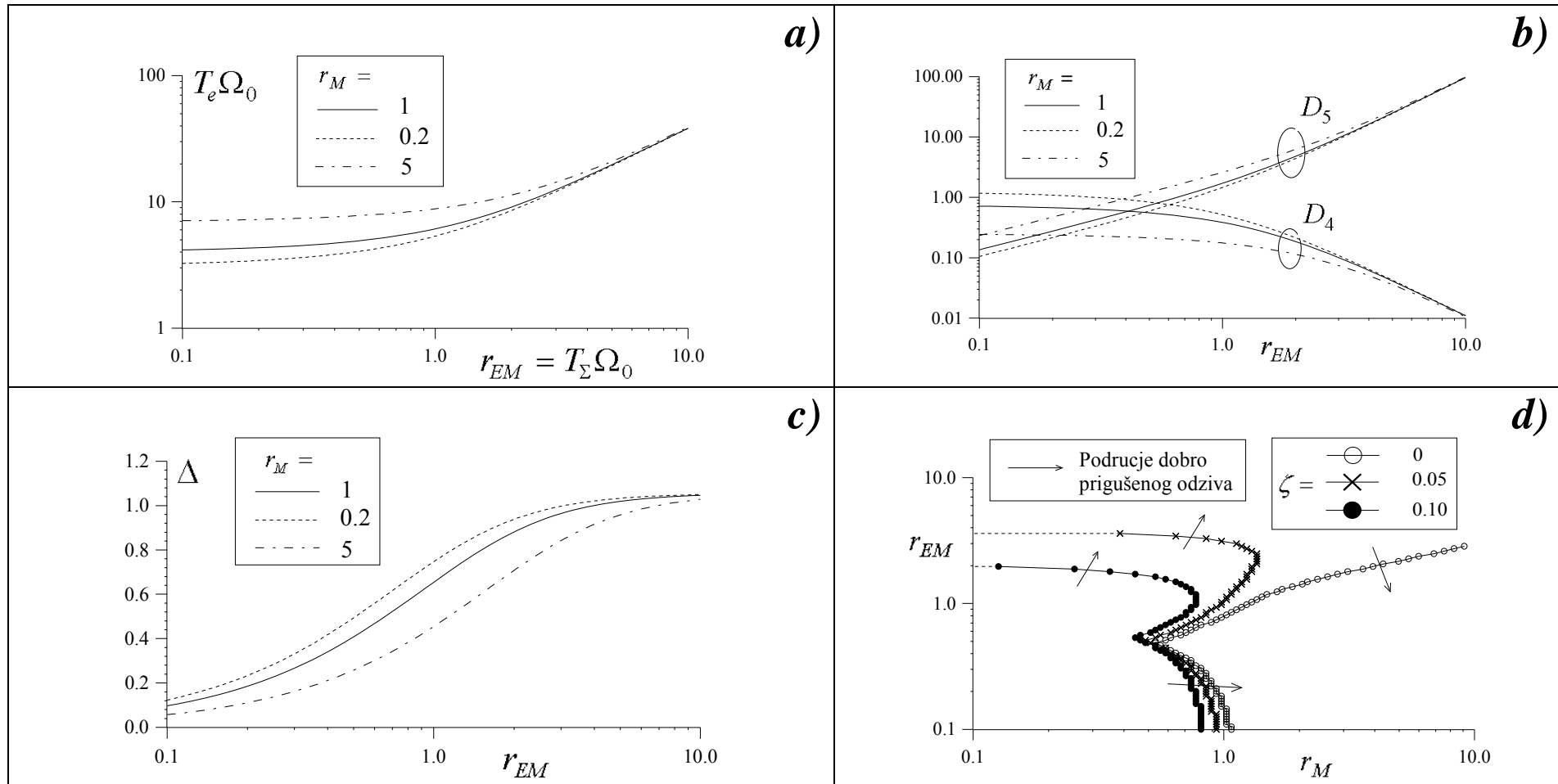
$$T_e = \frac{2\sqrt{2}}{\Omega_{02}} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{1+r_M}}{\Omega_0} \quad (14 - 15)$$

- "kruta veza", $T_\Sigma \Omega_{02} \gg 1$, $r_{EM} \gg 1$:

$$T_e = 3,8T_\Sigma \approx 4T_\Sigma \quad (14 - 16)$$

- U slučaju "meke veze" vrijeme odziva ovisi samo o vlastitoj frekvenciji tereta Ω_{02} , tj. raste s povećanjem odnosa inercija r_M .
- U slučaju "krute veze" dobije se rezultat u skladu sa simetričnim optimumom, kao specijalnim slučajem optimuma dvostrukog odnosa.

PI regulator



Rezultati analize optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje s PI regulatorom.

Sl. 14.3.

PI regulator

- Među dva pogona s jednakom nadomjesnom vremenskom konstantom procesa $T_{\Sigma} = T_{ei} + T$ brži odziv (manji T_e) ima pogon s krućim prijenosnim mehanizmom, tj. s većom vlastitom frekvencijom mehaničkog sustava Ω_0 (Sl. 14.3.a).
- Nepovoljan, slabo prigušen odziv dobije se u području malih odnosa inercija (približno $r_M < 1$), kao posljedica velikih iznosa karakterističnog odnosa $D_4 > D_{4\max} = 0,7$ (Sl. 14.3.b).
- Odziv je, također, slabo prigušen za slučajeve "srednje-krute" i "krute veze" ($r_{EM} \geq 1$), kao posljedica velikih iznosa faktora $\Delta = D_4 D_5 > \Delta_{\max} (D_5) < 0,65$ (Sl. 14.3.c).
- U tim slučajevima oscilacije odziva imaju relativno visoku frekvenciju i malu amplitudu (vidi simulacijske rezultate).
- Tako, visokofrekvencijske oscilacije praktički iščezavaju u slučajevima "krute veze" (približno uz $r_{EM} > 3$) (Sl. 14.3.d).

Plm regulator

- Uz $\zeta = \zeta_1 = \zeta_2 = 0$ i uvrštenjem optimalnog iznosa dominantnih karakterističnih odnosa $D_2 = D_3 = 0,5$, jednačba za računanje nadomjesne vremenske konstante T_e (Tab. 14.3.) prelazi u:

$$\frac{1}{32} D_4 \Omega_0^2 \Omega_{02}^2 T_\Sigma T_e^3 - \frac{1}{8} \Omega_{02}^2 T_e^2 + 1 = 0 \quad (14 - 17)$$

- Analiza kubne jednačbe pokazuje da je jedno od rješenja uvijek negativno, dok je među ostala dva rješenja fizikalno prihvatljivo ono nižeg iznosa:

$$T_e = 2\rho \cos\left(\frac{\varphi + \pi}{3}\right) + \rho \quad (14 - 18)$$

gdje je:

$$\varphi = \arccos\left(\frac{27 D_4^2 T_\Sigma^2 \Omega_0^4}{4 \Omega_{02}^2} - 1\right) \quad (14 - 19)$$

$$\rho = \frac{4}{3 D_4 T_\Sigma \Omega_0^2} \quad (14 - 20)$$

Plm regulator

- Rješenje je realno, ako je :

$$D_4 \leq D_{4\max} = \frac{2\sqrt{2}\Omega_{02}}{3\sqrt{3}T_\Sigma\Omega_0^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}r_{EM}\sqrt{1+r_M}} \quad (14 - 21)$$

- Uz optimalan iznos 0,5 karakterističnog odnosa D_4 i relativno velike iznose odnosa r_M i r_{EM} dobila bi se kompleksna rješenja za nadomjesnu vremensku konstantu T_e .
- Ovo se može izbjeći smanjenjem karakterističnog odnosa D_4 , i to upravo na granični iznos $D_{4\max}$ da bi se dobio najbrži odziv regulacijskog kruga (najmanji T_e).
- Karakteristični odnos D_4 računa se prema:

$$D_4 = \min(0,5; D_{4\max}) \quad (14 - 22)$$

PI $\Delta\omega$ regulator

- Uz $\zeta=\zeta_1=\zeta_2=0$ i uvrštenjem optimalnog iznosa dominantnih karakterističnih odnosa $D_2 = D_3 = 0,5$, jednačba za računanje nadomjesne vremenske konstante T_e (Tab. 14.3.), prelazi u:

$$\frac{1}{32} D_4 \Omega_0^2 \Omega_{02}^2 T_e^4 - \frac{1}{2} \Omega_{02}^2 T_e^2 + 1 = 0 \quad (14 - 23)$$

- Fizikalno prihvatljivo (realno) rješenje bikvadratne jednačbe (14 - 23) je:

$$T_e = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - 0,5 D_4 (1 + r_M)}}{1 / 8 \cdot D_4 \Omega_0^2}} \quad (14 - 24)$$

uz zadovoljenje uvjeta

$$D_4 \leq D_{4\max} = \frac{2}{1 + r_M} \quad (14 - 25)$$

Regulator stanja punog reda

- Uvrštenjem optimalnog iznosa dominantnih karakterističnih odnosa $D_2 = D_3 = 0,5$, izraz za nadomjesnu vremensku konstantu T_e , prelazi u:

$$T_e = \frac{4T_\Sigma}{D_5 D_4 (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)} \quad (14 - 26)$$

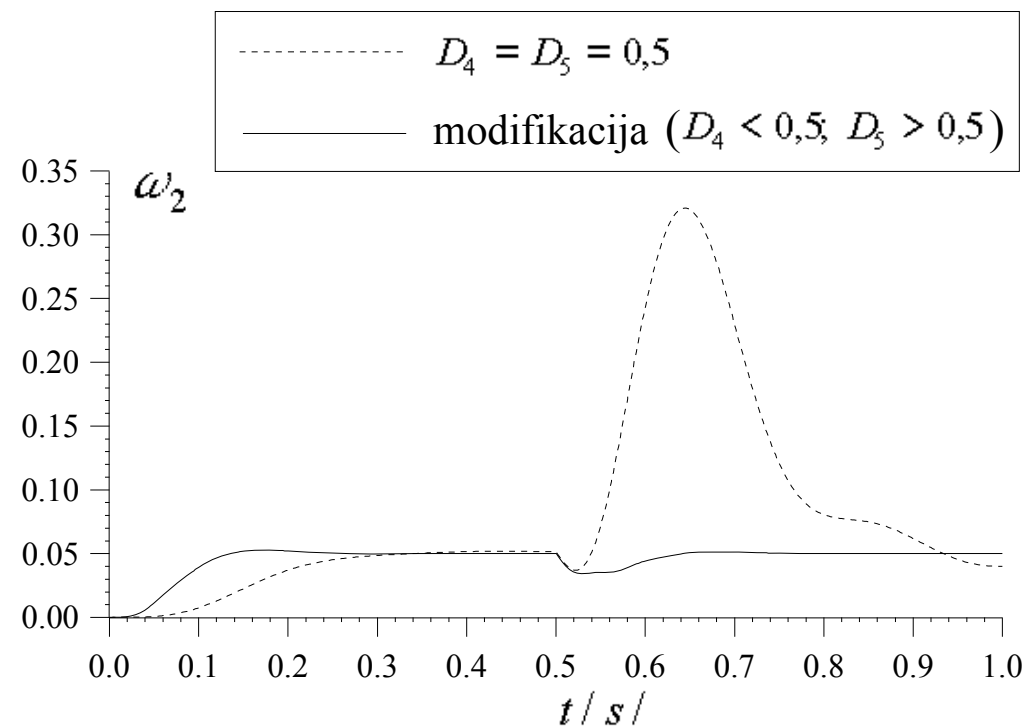
- Budući da regulator ima 4 slobodna parametra, osim dominantnih karakterističnih odnosa D_2 i D_3 mogu se i nedominantni odnosi D_4 i D_5 postaviti na proizvoljne iznose.
- Uz optimalan izbor nedominantnih karakterističnih odnosa $D_4 = D_5 = 0,5$ i uz zanemarenje relativnog koeficijenta prigušenja dobije se:

$$T_e = 16T_\Sigma \quad (14 - 27)$$

- Nadomjesna vremenska konstanta $T_e \neq f(\Omega_0)$
- Vrijeme odziva regulacijskog kruga za slučaj "izrazito meke veze" ($\approx r_{EM} = \Omega_0 T_\Sigma < 0,25$) manje u usporedbi sa sustavima s **PI**, **PI_m**, ili **PI $\Delta\omega$** regulatorom.

Regulator stanja punog reda

- Naprotiv, za slučajeve "srednje-krute" i "krute veze" ($r_{EM} > 1$), vrijeme odziva bilo bi znatno veće i kompenzacija poremećaja znatno lošija nego uz primjenu regulatora reduciranog reda.



Sl. 14.4. Odzivi regulacijskog kruga brzine vrtnje na skok referentne veličine, optimiranog uz različiti izbor odnosa D_4 i D_5 ($r_{EM} = r_M = 1$).

Rezultati simulacije

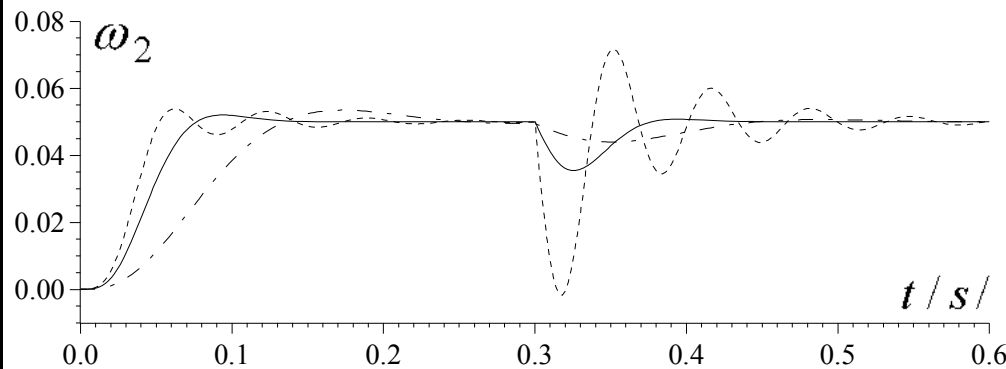
- Vladanje optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje ispituje se simulacijom na računalu.
- Ispitni signali su skokovita promjena referentne veličine ω_R i skokovita promjena poremećajne veličine - momenta tereta m_2 (udarno opterećenje).
- Vrijeme uzorkovanja T postavlja se na $T = 1 / (5\Omega_0) = 2 \text{ ms}$.
- Uz tako nizak iznos vremena uzorkovanja zanemarive su razlike u vladanju stvarnog diskretnog i optimiranog nadomjesnog kontinuiranog regulacijskog kruga.
- Prikazuju se usporedni odzivi za različite tipove regulatora.

Rezultati simulacije

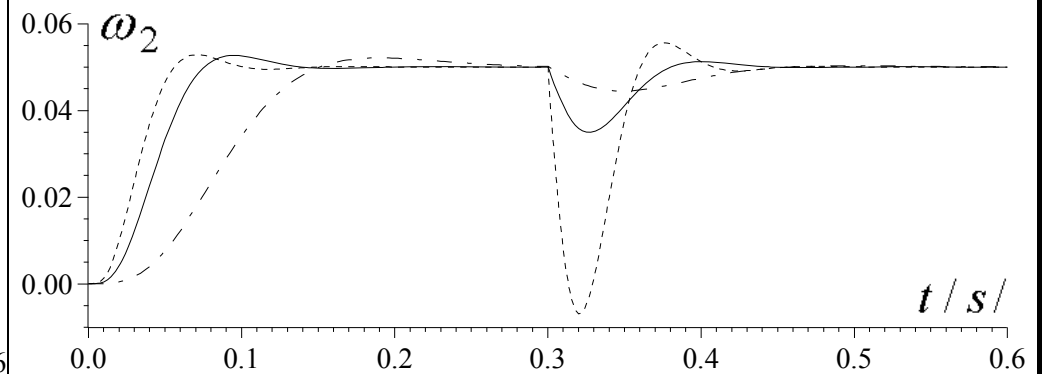
"Meka veza", $r_{EM} = 0.3$

$r_M =$ ——— 1 0.2 - - - - 5

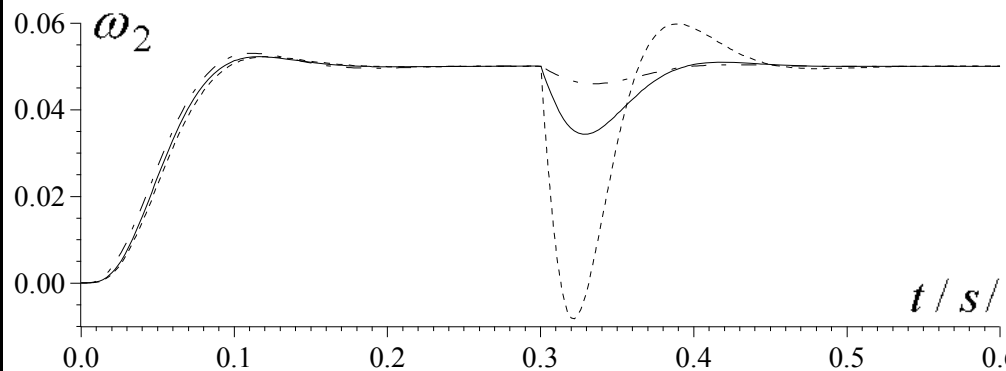
PI regulator



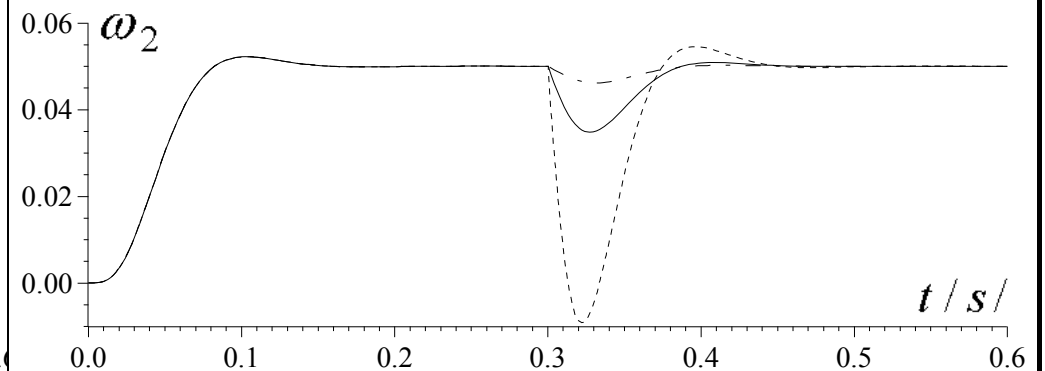
PI_m regulator



PI_{Δω} regulator

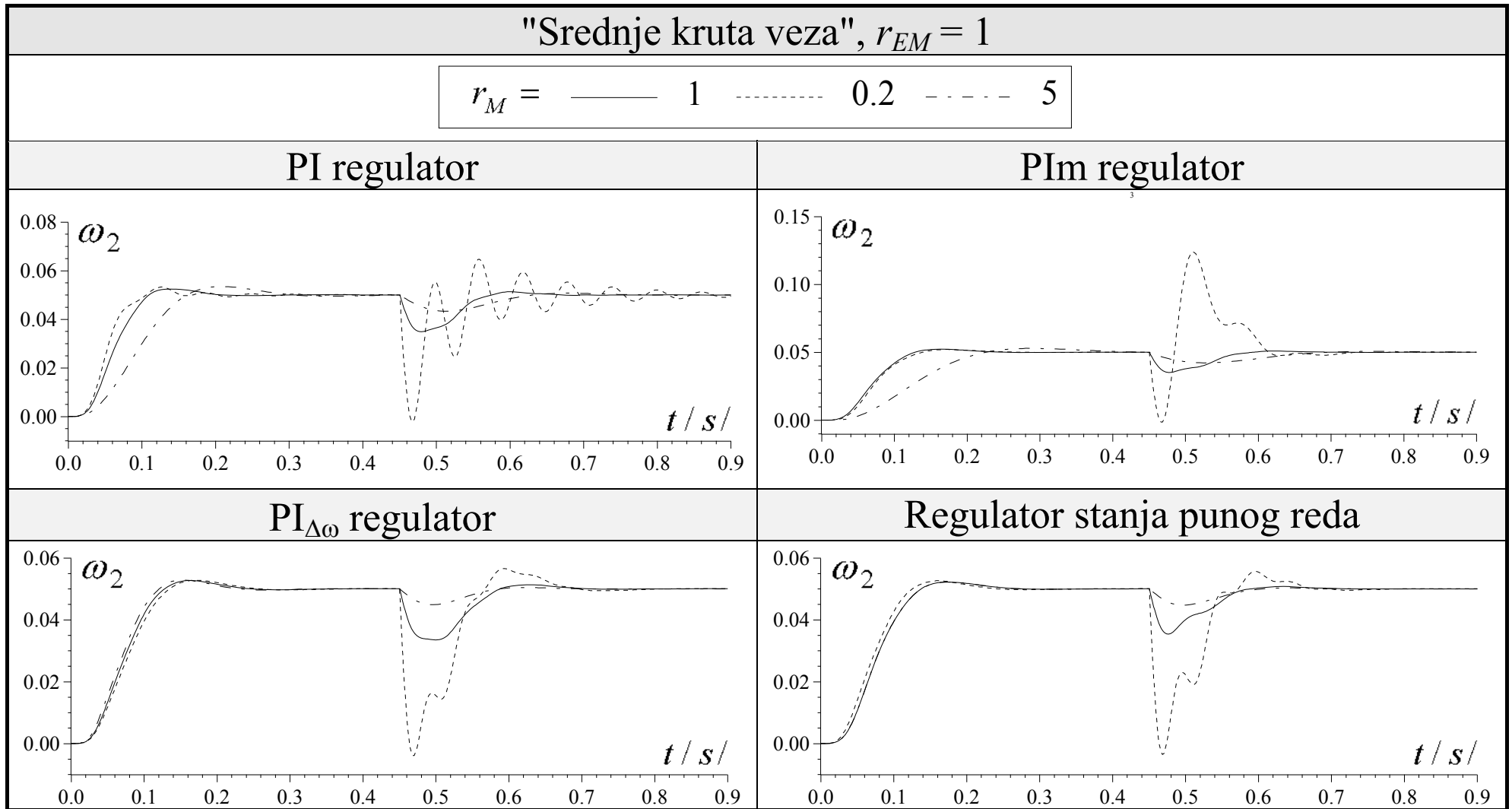


Regulator stanja punog reda



Sl. 14.5.

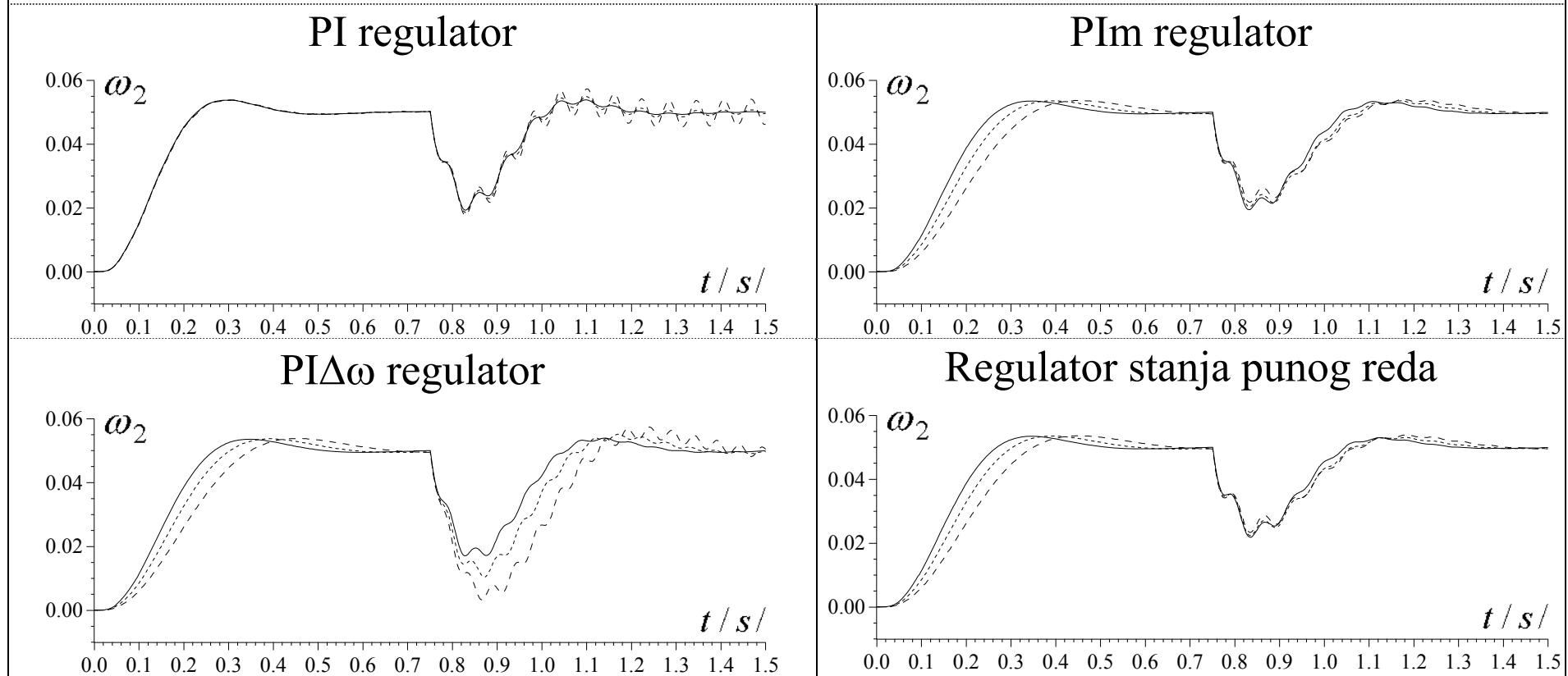
Rezultati simulacije



Sl. 14.6.

Rezultati simulacije

$$\zeta = \underline{0.05} \quad \underline{0.025} \quad \underline{0}$$



Sl. 14.7. Usporedni odzivi optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje s PI regulatorom i različitim tipovima regulatora stanja za slučaj "krute veze" ($r_{EM} = 3$) i različite iznose relativnog koeficijenta prigušenja mehaničkog sustava ζ ($r_M = 1$).

PI regulator

- U slučaju "meke veze", PI regulator osigurava povoljan, dobro prigušen odziv regulacijskog kruga samo za odnose inercija $r_M \geq 1$.
- Vrijeme odziva raste, a propad brzine vrtnje uslijed udarnog opterećenja pada s povećanjem odnosa inercija r_M .
- Kvalitativno slično vladanje regulacijskog kruga dobije se i za slučaj "srednje krute veze" - relativno male oscilacije odziva uočljive i uz odnos inercija $r_M = 1$.
- Oscilacije su izraženije u odzivu na udarno opterećenje.
- Ovaj se učinak javlja kao posljedica derivacijskog djelovanja nula prijenosne funkcije s obzirom na moment tereta.
- Oscilacije odziva na udarno opterećenje pojavljuju se i kod pogona s "krutom vezom".
- Amplituda ovih oscilacija veća je i prigušenje slabije uz niže iznose relativnog koeficijenta prigušenja mehaničkog sustava ζ .

Plm regulator

- Prednost uvođenja dodatne povratne veze po prijenosnom momentu m dolazi do izražaja kod pogona s malim odnosom inercija $r_M < 1$.
- Tako se u slučaju "meke veze" potpuno prigušuju oscilacije odziva karakteristične za regulacijski krug s **PI** regulatorom.
- Kod "srednje-krute veze" dolazi do značajnog prigušenja oscilacija odziva u odnosu na sustav s **PI** regulatorom.
- No, pritom se javlja negativni učinak velikog prebačaja brzine vrtnje tereta ω_2 u odzivu na udarno opterećenje.
- Bolje prigušenje visokofrekvencijskih oscilacija odziva na udarno opterećenje pogona s "krutom vezom".
- Uz $\zeta \approx 0$ usporava se odziv regulacijskog kruga s **Plm** regulatorom – izbjegnute su oscilacije karakteristične za **PI** regulator.

PI $\Delta\omega$ regulator

- PI $\Delta\omega$ regulator ima nekoliko bitnih prednosti u odnosu na PIm regulator:
 - odziv je dobro prigušen u cijeloj (r_M, r_{EM})-ravnini,
 - nema izraženog prebačaja brzine vrtnje u odzivu na udarno opterećenje pogona sa "srednje-krutom vezom",
 - vrijeme odziva pogona s velikim odnosom inercija $r_M \gg 1$ je manje.
- Nedostaci PI $\Delta\omega$ regulatora su:
 - veći propad brzine vrtnje tereta ω_2 u odzivu na udarno opterećenje pogona s "krutom vezom" i vrlo slabo prigušenim mehaničkim sustavom,
 - sporiji odziv pogona s malim odnosom inercija..

Regulator stanja punog reda

- Usporedni odzivi pokazuju da regulator stanja punog reda objedinjuje sva dobra svojstva regulatora nižeg reda.
- K tome, ovaj regulator postiže brže odzive i bolju kompenzaciju poremećaja za slučaj "izrazito meke veze" uz $D_5 = 0,5$.
- Posljedica je izraženo forsiranje referentne veličine momenta motora m_{1R} i povećanjem vršne vrijednosti kuta uvijanja prijenosnog mehanizma $\Delta\alpha \approx m / c$.
- Proizvoljnim smanjenjem karakterističnog odnosa $D_5 = D_{5\min} > \hat{D}_5$ ispod optimalne vrijednosti **0,5** smanjuje se regulacijsko forsiranje pod cijenu usporenja odziva.
- Isto se tako u slučaju "meke veze" povećanjem odnosa $D_5 = D_{5\min} > \hat{D}_5$ iznad optimalne vrijednosti **0,5** može smanjiti vrijeme odziva uz popratno povećanje regulacijskog forsiranja.

Utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost regulacijskog sustava

- U prethodnom razmatranju izabrana je relativno mala vrijednost vremena uzorkovanja.
- S praktičnog je stanovišta važno analizirati do koje se granice može povećavati vrijeme uzorkovanja, a da se značajno ne naruši stabilnost regulacijskog kruga.
- Analiza se provodi za **PI** regulator i regulator stanja punog reda.
- Izbor vremena uzorkovanja T povezan je s recipročnom vrijednošću vlastite frekvencije mehaničkog sustava Ω_0 (faktor N_2 iznosi od 10 do 20):

$$T = \frac{T_d}{N_2} = \frac{2\pi}{N_2\Omega_d} = \frac{4\pi D_2}{N_2\sqrt{4D_2-1}} T_e \quad (14 - 28)$$

- Stoga je pogodno uvesti bezdimenzionalni **faktor uzorkovanja**.

$$K_s = \Omega_0 T \quad (14 - 29)$$

koji će se mijenjati od iznosa 0,2 do 1.

Utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost regulacijskog sustava

- Povećanjem vremena uzorkovanja raste nadomjesna vremenska konstanta T_{Σ} , i omjer frekvencija

$$r_{EM} = \Omega_0 T_{\Sigma} = \Omega_0 (T_{ei} + T) = \Omega_0 T_{ei} + K_s \quad (14 - 30)$$

- Najmanja moguća vrijednost omjera frekvencija r_{EM} dobije se uz $T_{ei} \rightarrow 0$:

$$r_{EM \min} = \Omega_0 T = K_s \quad (14 - 31)$$

PI regulator

- Prijenosna funkcija zatvorenog diskretnog regulacijskog kruga je

$$G(z) = \frac{\omega_{1m}(z)}{\omega_R(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{K_{\omega 1} T_I^{-1} T z B_p(z)}{(z-1) A_p(z) + K_{\omega 1} [(1 + T_I^{-1} T) z - 1] B_p(z)} \quad (14 - 32)$$

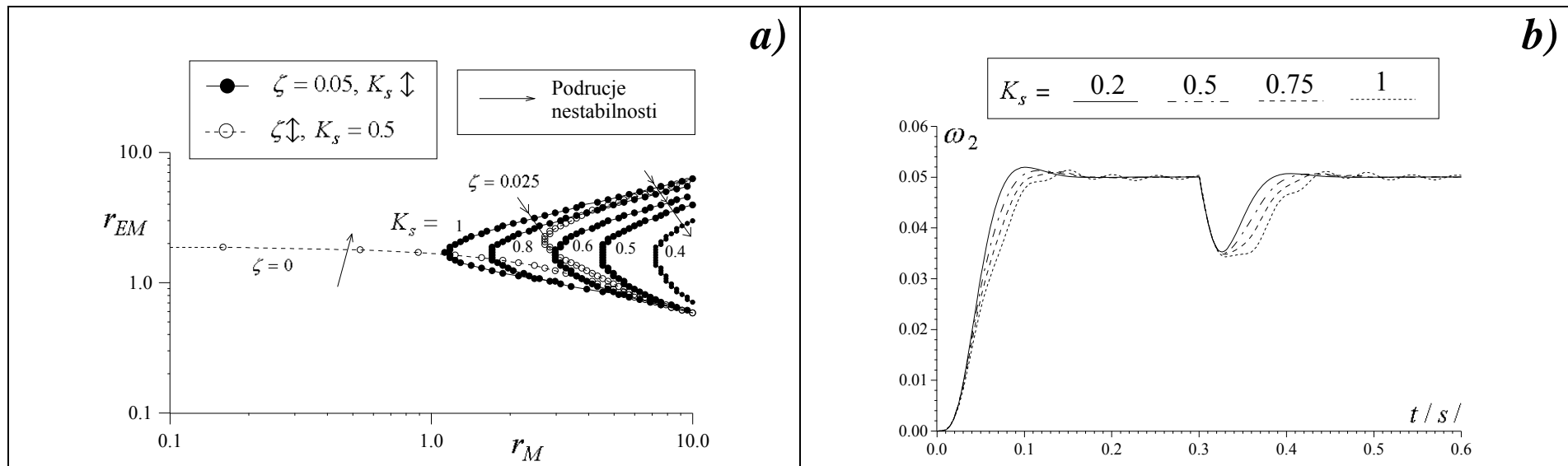
- $A_p(z)$ i $B_p(z)$ su polinomi u nazivniku i brojniku prijenosne funkcije procesa

$$G_p(z) = \frac{\omega_{1m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = \frac{B_p(z)}{A_p(z)} = G_{m\omega}(z) \cdot G_E G_{ei} G_{11} G_{\alpha\omega}(z) \quad (14 - 33)$$

- Zatvoreni diskretni regulacijski krug brzine vrtnje je stabilan ako se svi polovi prijenosne funkcije (14 - 32) nalaze unutar jedinične kružnice kompleksne z -ravnine.
- Numeričkim ispitivanjem ovog uvjeta za različite faktore uzorkovanja $0,2 \leq K_s \leq 1$, odnose inercija $0,1 \leq r_M \leq 10$ i odnose frekvencija $r_{EM \min} \leq r_{EM} \leq 10$ dobivene su u (r_M , r_{EM})-ravnini granične krivulje stabilnosti diskretnog regulacijskog kruga (Sl. 14.8.)

Utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost regulacijskog sustava

- Iz prikazanih odziva i graničnih krivulja stabilnosti mogu se uočiti dva negativna učinka povećanja vremena (faktora) uzorkovanja:
 - Proširenje područja nestabilnosti u (r_M, r_{EM}) -ravnini. Povećanjem faktora uzorkovanja K_s proširuje se područje nestabilnosti prema nižim iznosima odnosa inercija r_M .
 - Usporenje odziva regulacijskog kruga. Povećanjem faktora uzorkovanja povećava se i odnos frekvencija r_{EM} , odnosno T_Σ .



Sl. 14.8. a) granične krivulje stabilnosti i b) odzivi regulacijskog kruga ($r_M = 1$).

Regulator stanja punog reda

- Prijenosna funkcija diskretnog regulacijskog kruga brzine vrtnje s regulatorom stanja punog reda (Sl. 14.1.a) je:

$$G(z) = \frac{\omega_{2m}(z)}{\omega_R(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} =$$

$$\frac{(K_{\omega 1} + K_{\omega 2})T_I^{-1}TzB_{p\omega 2}(z)}{\left[A_p(z) + K_{\omega 1}B_{p\omega 1}(z) + K_{\omega 2}B_{p\omega 2}(z) + K_{\Delta\alpha}B_{p\Delta\alpha}(z) \right](z-1) + (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})T_I^{-1}TzB_{p\omega 2}(z)}$$

(14 - 34)

gdje je:

- $A_p(z)$ polinom u nazivniku,
- $B_{p\omega 1}(z)$, $B_{p\omega 2}(z)$ i $B_{p\Delta\alpha}(z)$ polinomi u brojniku sljedećih prijenosnih funkcija:

Regulator stanja punog reda

$$G_{p\omega 1}(z) = \frac{\omega_{1m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = \frac{B_{p\omega 1}(z)}{A_p(z)} = G_{m\omega}(z) \cdot G_E G_{ei} G_{11} G_{\alpha\omega}(z) \quad (14 - 35)$$

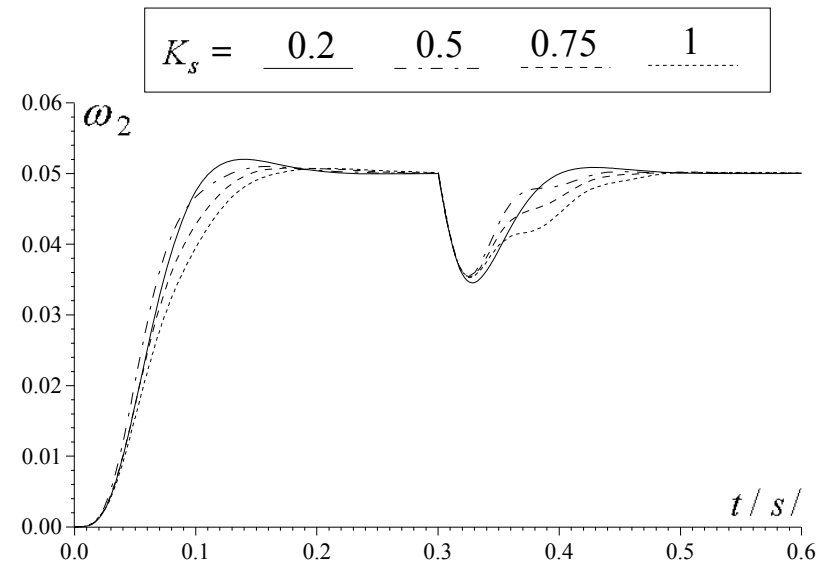
$$G_{p\omega 2}(z) = \frac{\omega_{2m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = \frac{B_{p\omega 2}(z)}{A_p(z)} = G_{m\omega}(z) \cdot G_E G_{ei} G_{21} G_{\alpha\omega}(z) \quad (14 - 36)$$

$$G_{p\Delta\alpha}(z) = \frac{\Delta\alpha(z)}{m_{1Rd}(z)} = G_E G_{ei} G_{\Delta\alpha}(z) = \frac{B'_{p\Delta\alpha}(z)}{\frac{A_p(z)}{z(z-1)}} = \frac{B_{p\Delta\alpha}(z)}{A_p(z)} \quad (14 - 37)$$

- Numeričko ispitivanje pokazuje da je regulacijski krug brzine vrtnje s regulatorom stanja stabilan za sve iznose faktora uzorkovanja $K_s \leq 1$ u cijeloj (r_M, r_{EM}) - ravnini.

Regulator stanja punog reda

- Izbor vremena uzorkovanja nije kritičan za razliku od sustava s **PI** regulatorom Sl. 14.9.



Sl. 14.9.

Robusnost regulacijskog sustava s obzirom na pogreške modeliranja dinamike zatvorenog regulacijskog kruga struje

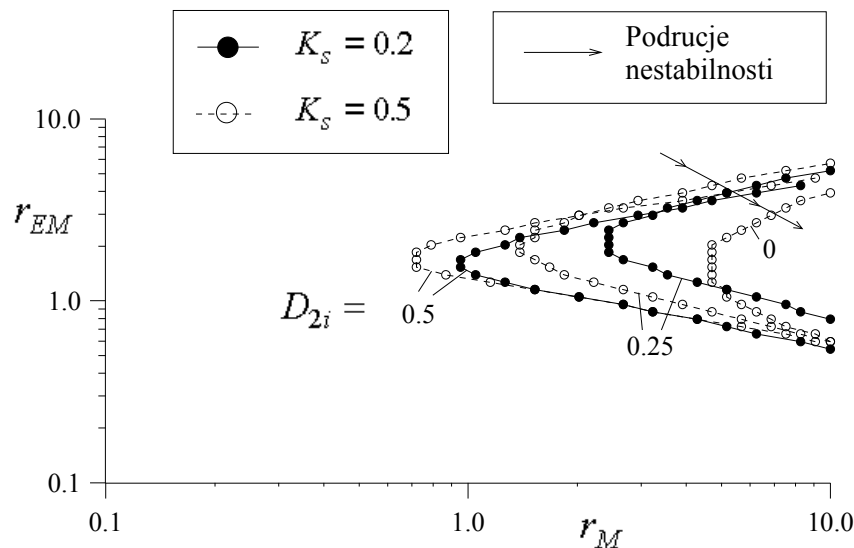
- Podređeni zatvoreni regulacijski krug struje (momenta) uobičajeno se opisuje PT_1 članom s vremenskom konstantom T_{ei} .
- Stvarni model zatvorenog regulacijskog kruga je višeg reda.
- Stoga je potrebno ispitati robusnost optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje s obzirom na pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje.
- Ispitivanje se provodi polazeći od točnijeg opisa zatvorenog regulacijskog kruga struje općim PT_1 modelom:

$$G_{ei}(s) = \frac{i(s)}{i_R(s)} = \frac{m_1(s)}{m_{1R}(s)} = \frac{1}{D_{2i}T_{ei}^2s^2 + T_{ei}s + 1} \quad (14 - 38)$$

- Podešenje regulacijskog kruga struje prema tehničkom optimumu daje $D_{2i} = 0,5$.
- Uz $D_{2i} \leq 0,5$ dobije se (kvazi)aperiodski odziv regulacijskog kruga struje, te se pojednostavljenje PT_2 člana s PT_1 članom smatra opravdanim.

PI regulator

- Za različite iznose karakterističnog odnosa D_{2i} i faktora uzorkovanja K_s određene su granične krivulje stabilnosti.
- Uz veću pogrešku modeliranja regulacijskog kruga struje, područje nestabilnosti regulacijskog kruga brzine vrtnje širi se prema nižim iznosima odnosa inercija r_M , s tim da ostaje u području "srednje-krute veze".

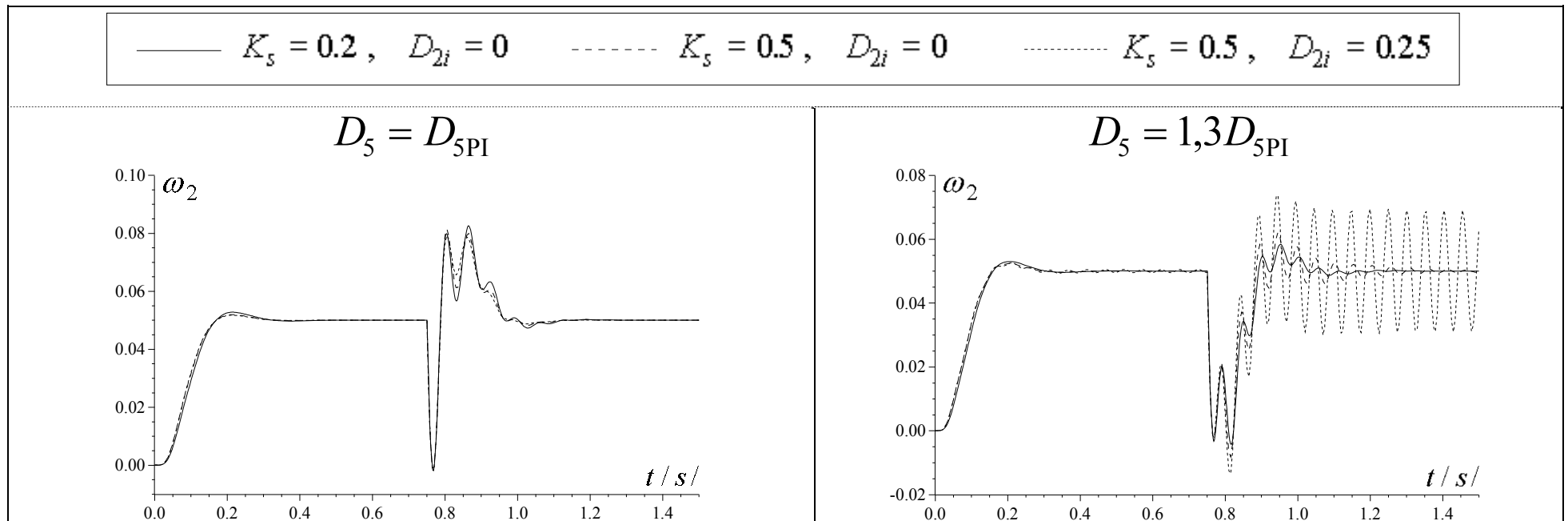


Granične krivulje stabilnosti regulacijskog kruga brzine vrtnje s PI regulatorom za različite iznose karakterističnog odnosa zatvorenog regulacijskog kruga struje D_{2i} i faktora uzorkovanja $K_s = \Omega_0 T$ ($\zeta = 0,05$).

Sl. 14.10.

Regulator stanja punog reda

- Regulacijski krug brzine vrtnje s regulatorom stanja je stabilan:
 - za sve iznose karakterističnog odnosa $D_{2i} \leq 0,5$
 - sve iznose faktora uzorkovanja $K_s \leq 1$ u cijeloj (r_M, r_{EM})-ravnini.
- Dakle, regulator stanja u usporedbi s **PI** regulatorom daje povoljnije vladanje sustava.



Sl. 14.11. Ilustracija osjetljivosti na izbor vremena uzorkovanja $T = K_s / \Omega_0$ i pogreške modeliranja zatvorenog regulacijskog kruga struje.

Zasićenje regulatora brzine vrtnje

- Kod naglih promjena referentne veličine ω_R regulator brzine vrtnje ulazi u zasićenje, tj. izlazna veličina regulatora poprima granični iznos M_{lim} .
- Za vrijeme zasićenja regulatora, izlazna vrijednost integralnog člana regulatora bi nekontrolirano rasla.
- To dovodi do zakašnjelog izlaska regulatora iz zasićenja, te vrlo velikog nadvišenja brzine vrtnje (tzv. reset-windup učinak).
- Pojava reset-windup učinka izbjegava se tako da se istovremeno s ograničenjem izlazne veličine regulatora ograniči i izlazna veličina integratora.
- Učinkovitost prikazanog algoritma ilustrira se na primjeru dugog zaleta pogona (Sl. 14.12).
 - regulator izlazi iz zasićenja i odziv se smiruje bez naglašenog nadvišenja i oscilacija brzine vrtnje,
 - za vrijeme zasićenja regulatora, zalet pogona odvija se s konstantnim momentom motora M_{lim} , regulacijski krug je faktički otvoren, te do izražaja dolazi slabo prigušeni konjugirano – kompleksni par polova.

Zasićenje regulatora brzine vrtnje

ulazna varijabla $\omega_R, \omega_{1m}, \omega_{2m}, \Delta\alpha_m$;

izlazna varijabla m_{1Rd} ;

konstanta $T, K_{\omega 1}, K_{\omega 2}, K_{\Delta\alpha}, T_I, M_{1lim}$;

varijabla $e, y_I = 0, y_P$;

početak

1 $e := \omega_R - \omega_{2m}$;

2 $y_I := y_I + (K_{\omega 1} + K_{\omega 2}) \cdot T / T_I \cdot e$;

3 $y_P := K_{\omega 1} \cdot \omega_{1m} + K_{\omega 2} \cdot \omega_{2m} + K_{\Delta\alpha} \cdot \Delta\alpha_m$;

4 $m_{1Rd} := y_I - y_P$;

5 ako ($|m_{1Rd}| > M_{1lim}$) tada

6 $m_{1Rd} = M_{1lim} \cdot \text{sgn}(m_{1Rd})$;

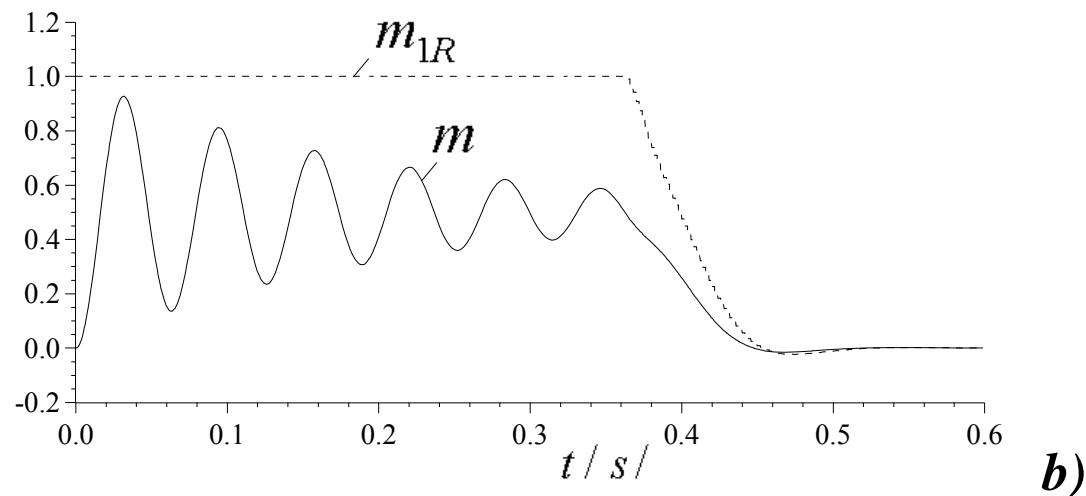
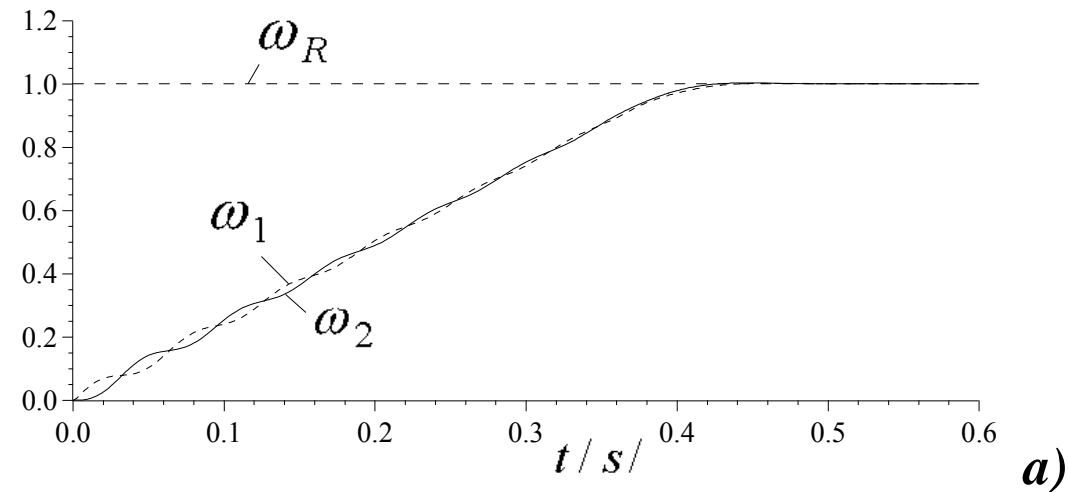
7 $y_I := m_{1Rd} + y_P$;

8 kraj

kraj

Lista pseudokoda digitalnog regulatora stanja punog reda s uključenim antireset-windup algoritmom resetiranja integratora.

Zasićenje regulatora brzine vrtnje



Sl. 14.12. Odziv dugog zaleta pogona uz primjenu regulatora stanja punog reda s uključenim algoritmom zasićenja integratora ($r_M = 1$; $r_{EM} = 0,3$).