

## Digitalno mjerenje brzine vrtnje

UDK 621.3.087.92:531.77  
IFAC IA 3.2.1;4.2.3.2

Originalni znanstveni članak

Opisan je način mjerenja brzine vrtnje pomoću inkrementalnog davača impulsa. Predložen je i razrađen postupak frekvencijsko-digitalne pretvorbe pri obradi mjernih signala davača impulsa. Analizirane su prednosti predloženog načina digitalnog mjerenja brzine vrtnje u odnosu na neke druge često korištene načine digitalnog mjerenja brzine vrtnje. Opisana je primjena digitalnog mjernog člana brzine vrtnje kao elementa u sistemu cjeovitog mikroprocesorskog upravljanja istosmjernim elektromotornim pogonima.

**Ključne riječi:** davač impulsa, digitalno mjerenje, digitalno upravljanje, elektromotorni pogon, frekvencijsko-digitalna pretvorba, mikroprocesor

## 1. UVOD

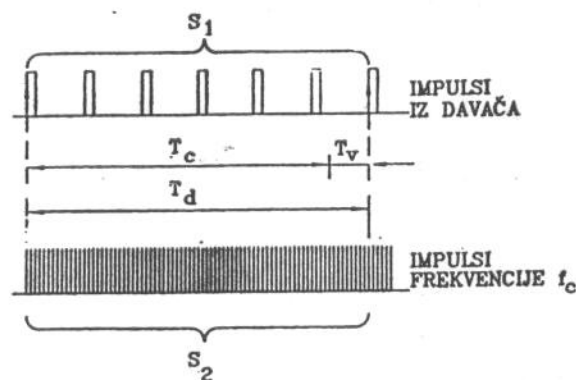
Strogi zahtjevi na kvalitetu upravljanja i rada elektromotornih pogona u većini postrojenja, proizvodnih i radnih procesa nalažu točno, brzo i pouzdano mjerenje brzine vrtnje motora i pozicije radnih mehanizama. Za digitalno mjerenje brzine vrtnje i pozicije širu primjenu nalaze inkrementalni davači impulsa (inkrementalni enkodori). Najjednostavnija primjena davača impulsa u svojstvu mjernog člana brzine vrtnje zasniva se na frekvencijsko-analognoj pretvorbi. Međutim, u području nižih brzina vrtnje mjerenje na ovaj način je nezadovoljavajuće. Upravljanje brzinom vrtnje elektromotornih pogona na principu fazne petlje (PLL), gdje se frekvencija davača impulsa uspoređuje s referentnom (vođecom) frekvencijom, može biti uspješno primijenjeno u slučajevima gdje se traži visoka statička točnost mjerenja brzine vrtnje (npr. kod višemotornih pogonskih sistema u valjaonicama, tekstilnoj i papirnoj industriji i sl.).

Treća mogućnost primjene davača impulsa za mjerenje brzine vrtnje zasniva se na frekvencijsko-digitalnoj pretvorbi ( $f/D$ ), pri čemu se frekvencija davača impulsa pretvara u paralelnu digitalnu informaciju prikladnu za daljnju obradu u upravljačkom uređaju. Dva su osnovna postupka  $f/D$  pretvorbe: brojanje prispjelih impulsa od enkodera u broju tokom definiranog vremena (P-postupak) i mjerenje periode impulsa enkodera (T-postupak) [1, 2]. Općenito se može reći da oba ova postupka  $f/D$  pretvorbe zadovoljavaju u pogledu kvalitete mjerenja u užem području promjene brzine vrtnje; P-postupkom postiže se kvalitetno mjerenje pri višim brzinama vrtnje, dok je T-postupak primjenljiv pri nižim brzinama vrtnje. Logično se nameće pomisao da bi se kombiniranjem P i T postupka (P/T-postupak) [3] moglo ostvariti

dobro mjerenje praktički u čitavom području promjene brzine vrtnje, što je potrebno u mnogim elektromotornim pogonima, a posebno reverzibilnim.

## 2. DIGITALNO MJERENJE BRZINE VRTNJE ZASNOVANO NA P/T-POSTUPKU

Princip  $f/D$  pretvorbe koji se koristi pri digitalnom mjerenju brzine vrtnje zasnovanom na P/T-postupku prikazan je na slici 1 [4]. Variabilno vrijeme uzorkovanja  $T_d$  određeno je zbrojem unaprijed zadanog konstantnog vremena  $T_c$  i varijabilnog vremena  $T_v$ . Vrijeme  $T_v$  mjeri se od isteka vremena  $T_c$  do pojave prvog rastućeg brida impulsa iz enkodera i može poprimiti vrijednost iz intervala  $[0, 2\pi/P\Omega_m]$ , gdje je  $P$  rezolucija davača impulsa.



Sl. 1. Principni prikaz  $f/D$  pretvorbe u P/T-postupku digitalnog mjerenja brzine vrtnje

Brojanjem impulsa enkodera i impulsa noseće frekvencije  $f_c$  unutar vremena  $T_d$  dobiju se sadržaji brojeva  $S_1$ , odnosno  $S_2$ , pa se brzina vrtnje  $\Omega_m$  [rad/s] može odrediti prema izrazu [3, 4]:

$$\Omega_m = \frac{2\pi f_c}{P} \cdot \frac{S_1}{S_2} \quad (1)$$

U pogledu dinamičke pogreške mjerenja brzine vrtnje najnepovoljniji je slučaj pri naglim ubrzanjima i kočenjima motora, što se susreće kod reverzibilnih elektromotornih pogona. Tada se može pretpostaviti da se brzina vrtnje motora mijenja prema izrazu:

$$\Omega_m(t) = \frac{M_d}{J_u} t = m_d \frac{\Omega_{mn}}{T_M} t, \quad (2)$$

gdje je:

$M_d$  — dinamički moment motora, [Nm],

$m_d = \frac{M_d}{M_n}$  — normirani dinamički moment motora,

$M_n$  — nazivni moment motora, [Nm],

$\Omega_{mn}$  — nazivna brzina vrtnje motora, [rad/s],

$J_u$  — ukupni moment inercije elektromotornog pogona sveden na osovinu motora, [kgm<sup>2</sup>],

$T_M = J_u \frac{\Omega_{mn}}{M_n}$  — mehanička vremenska konstanta elektromotornog pogona, [s],

Sadržaj brojila impulsa enkodera u intervalu vremena  $T_d$  dobije se prema izrazu:

$$S_1 = \int_{(k-1)T_d}^{kT_d} f_\Omega(t) dt. \quad (3)$$

Frekvencija u izrazu (3) određena je relacijom:

$$f_\Omega(t) = \frac{P}{2\pi} \Omega_m(t). \quad (4)$$

Uvrštavanjem izraza (2) i (4) u integral (3) dobije se:

$$S_1 = \frac{P}{2\pi} m_d \frac{\Omega_{mn}}{T_M} (2k-1) \frac{T_d^2}{2}. \quad (5)$$

Vremenski promenljiva brzina vrtnje  $\Omega_m(t)$  ima na kraju intervala mjerenja stvarnu vrijednost iznosa:

$$\Omega_m[k T_d] = \Omega_m[(k-1) T_d] + m_d \frac{\Omega_{mn}}{T_M} T_d. \quad (6)$$

Sadržaj brojila impulsa enkodera (3) bi pri ovoj vrijednosti brzine vrtnje iznosio:

$$S'_1 = \frac{P}{2\pi} m_d \frac{\Omega_{mn}}{T_M} k T_d. \quad (7)$$

Razlika  $\Delta S_1$  između  $S'_1$  i  $S_1$  prema izrazima (7) i (5) određuje dinamičku pogrešku mjerenja brzine vrtnje i iznosi:

$$|\Omega_m|_{din} = \frac{2\pi f_c}{P} \cdot \frac{\Delta S_1}{S_2}. \quad (8)$$

Budući da je vrijednost sadržaja brojila  $S_2$  određena vremenom uzorkovanja  $T_d$  i frekvencijom  $f_c$  prema izrazu:

$$S_2 = T_d f_c, \quad (9)$$

izraz za dinamičku pogrešku (8) poprima oblik:

$$|\Omega_m|_{din} = m_d \frac{\Omega_{mn}}{T_M} \cdot \frac{T_d}{2}. \quad (10)$$

Prema tome, dinamička pogreška mjerenja brzine vrtnje proporcionalna je za konkretni elektromotorni pogon dinamičkom momentu motora (tj. ubrzanju, odnosno usporenju) i vremenu uzorkovanja  $T_d$ .

Rezolucija mjerenja, izražena kao promjena brzina vrtnje, koja prouzrokuje promjenu najmanje značajnog bita u brojilu  $S_2$ , dobije se prema izrazu:

$$\Omega_\Omega = \frac{2\pi f_c}{P} S_1 \left[ \frac{1}{S_2-1} - \frac{1}{S_2} \right] = \Omega_m \frac{1}{S_2-1} \quad (11)$$

Prema tome, rezolucija mjerenja je bolja pri nižim brzinama vrtnje, jer je  $1/(S_2-1)$  približno konstantna vrijednost.

Statička pogreška mjerenja brzine vrtnje, uzimajući u obzir (11), dobije se prema izrazu:

$$\varepsilon_s [\%] = 100 \frac{\Omega_\Omega}{\Omega_m} + \frac{\varepsilon_p [\%]}{S_1} = \frac{100}{S_2-1} + \frac{\varepsilon_p [\%]}{S_1}, \quad (12)$$

gdje je:

$\varepsilon_p$  — pogreška širine impulsa enkodera.

Prvi član u izrazu (12) znatno je manjeg iznosa od drugog člana ( $100/(S_2-1) \ll \varepsilon_p [\%]/S_1$ ), pa izraz za statičku pogrešku poprima oblik:

$$\varepsilon_s \approx \frac{\varepsilon_p [\%]}{S_1}. \quad (13)$$

Prema tome, uz pretpostavku dovoljno visoke frekvencije  $f_c$  (npr. 2 MHz), statička pogreška mjerenja brzine vrtnje približno je jednaka pogrešci širine impulsa umanjenoj  $S_1$  puta.

Uslijed numeričke obrade mjernog signala javlja se i tzv. pogreška digitaliziranja (kvantiziranja), a koja se definira kao odnos maksimalne brzine vrtnje ( $\Omega_{mm}$ ) i maksimalnog sadržaja brojila impulsa davača ( $S_{1m}$ ):

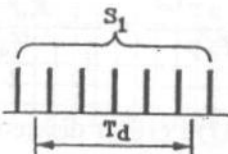
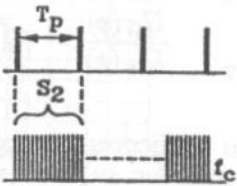
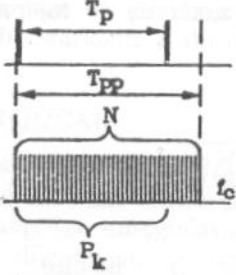
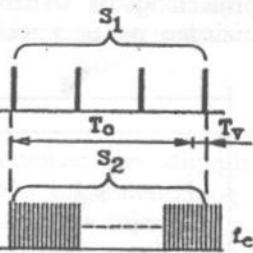
$$|\Delta \Omega_m|_{dig} = \frac{\Omega_{mm}}{S_{1m}}. \quad (14)$$

Ova pogreška se pridodaje dinamičkoj pogrešci mjerenja brzine vrtnje. Pri stacionarnim brzinama vrtnje dinamička pogreška iščezava, ali i dalje ostaje pogreška digitaliziranja.

### 3. USPOREDBA P/T-POSTUPKA S DRUGIM POSTUPCIMA DIGITALNOG MJERENJA BRZINE VRTNJE

U tablici 1 dan je pregled računskih formula za izračunavanje brzine vrtnje, te osnovnih formula za izračunavanje vrijednosti koje karakteriziraju kvali-

Tablica 1. Pregled računskih formula pri digitalnom mjerenju brzine vrtnje

Postupak	P	T	Prediktivni	P/T
Princip $f/D$ pretvorbe				
Izmjerena vrijednost brzine vrtnje $\Omega_m$ [rad/s]	$\frac{2\pi S_1}{P T_d}$	$\frac{2\pi f_c}{P S_2}$	$\frac{2\pi f_{cp}}{N P_k} = \frac{2\pi f_c S_p}{P N S_m}$	$\frac{2\pi f_c S_1}{P S_2}$
Rezolucija $Q\Omega$ [rad/s]	$\frac{\Omega_m}{S_1} = \frac{2\pi}{P T_d}$	$\frac{\Omega_m}{S_2 - 1}$	$\frac{\Omega_m}{S_p} = \frac{2\pi}{N P T_n}$	$\frac{\Omega_m}{S_2 - 1}$
Statička pogreška $\varepsilon_s$ [%]	$\frac{100}{S_1} + \varepsilon_p [\%] = \frac{2\pi}{P T_d} \frac{100}{\Omega_m} + \varepsilon_p [\%]$	$\frac{100}{\frac{2\pi f_c}{P \Omega_m} - 1} + \varepsilon_p [\%]$	$\frac{2\pi f_c}{N P S_m} \frac{100}{\Omega_m} + \varepsilon_p [\%]$	$\frac{100}{S_2 - 1} + \frac{\varepsilon_p [\%]}{S_1}$
Pogreška digitaliziranja $ \Delta\Omega_m _{diz}$	$\frac{\Omega_{mm}}{S_{1m}}$	$< \frac{P \Omega_m^2}{2\pi f_c} + \frac{\Omega_{mm}}{S_{2m}}$	$\frac{\Omega_{mm}}{S_m}$	$\frac{\Omega_{mm}}{S_{1m}}$
Dinamička pogreška mjerenja $ \Delta\Omega_m _{din}$	$\frac{d\Omega_m(t)}{dt} \frac{T_d}{2}$	$\frac{d\Omega_m(t)}{dt} \frac{T_p + \Delta T_p}{2}$	$\frac{d\Omega_m(t)}{dt} \frac{T_p + \Delta T_p}{2} + \Omega_m(t) \frac{N - P_k}{N}$	$\frac{d\Omega_m(t)}{dt} \frac{T_d}{2}$

tetu digitalnog mjerenja brzine vrtnje s P, T, prediktivnim i P/T-postupkom  $f/D$  pretvorbe [5]. Prediktivni postupak mjerenja brzine vrtnje (rješenje firme ASEA) zasniva se na prognoziraju trajanja perioda narednog impulsa enkodera na temelju trajanja perioda prethodnog impulsa [2, 6]. Prognozirani iznos trajanja perioda narednog impulsa izražava se brojem  $N$ :

$$N = f_{cp} T_{pp} \quad (15)$$

gdje je:

$f_{cp}$  — automatski podesiva »utisnuta« frekvencija, [Hz],

$T_{pp}$  — prognozirano (očekivano) trajanje perioda narednog impulsa enkodera.

Prema tome, ova metoda digitalnog mjerenja brzine vrtnje u biti koristi T-postupak  $f/D$  pretvorbe. Frekvencija  $f_{cp}$  se generira pomoću množiča digitalnih veličina (digital rate multiplier), na čiji je jedan ulaz spojen signal precizne frekvencije  $f_c$  (frekvencija takta), a na drugi ulaz registar, čiji sadržaj  $S_p$  predstavlja informaciju o brzini vrtnje. Netočnost prognoiranog

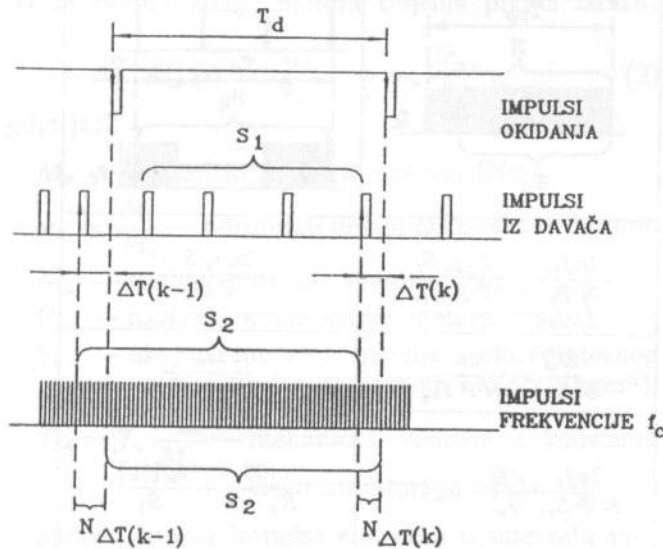
iznosa trajanja perioda narednog impulsa korigira se nakon pojave narednog impulsa njegovim stvarnim ( $T_p$ ) iznosom izraženim brojem  $P_k$ .

»Proces« mjerenja može se prikazati prijenosnom funkcijom prvog reda s nadomjesnom vremenskom konstantom  $T_n$ . Ova, inače, dobra metoda digitalnog mjerenja brzine vrtnje zahtijeva, zbog korištenja T-postupka, precizno izrađene (i skupe) enkodere s veoma malom pogreškom širine impulsa.

#### 4. PRIMJENA P/T-POSTUPKA DIGITALNOG MJERENJA BRZINE VRTNJE PRI UPRAVLJANJU ISTOSMJERNIM ELEKTROMOTORNIM POGONIMA

U sistemu cjelovitog mikroprocesorskog upravljanja istosmjernim elektromotornim pogonom napajanim pomoću tiristorskog usmjerivača algoritmi upravljanja strujom armature, brzinom vrtnje i pozicijom međusobno su sinhronizirani na taj način da impuls okidanja tiristora inicijalizira izvođenje algoritma pozicije, a potom algoritama brzine vrtnje i struje armature [5]. Budući da se svi algoritmi obavljaju u svakoj pulzaciji struje armature, moguće je ostvariti veoma dobra dinamička svojstva sistema u cjelini. Ovakvo postavljeni princip upravljanja zahtijeva, ta-

koder, sinhronizaciju mjerenja brzine vrtnje s impulsima okidanja tiristora. Zbog toga je potrebno modificirati način mjerenja brzine vrtnje zasnovan na P/T-postupku. Princip modifikacije prikazan je na slici 2. Budući da je vrijeme  $T_d$  određeno impulsima dvaju uzastopnih okidanja tiristora, znači da je mjerenje sinhronizirano na te impulse.



Sl. 2. Modificirani principni prikaz  $f/D$  pretvorbe u P/T-postupku digitalnog mjerenja brzine vrtnje

Osnovna relacija za izračunavanje brzine vrtnje (1) i dalje je valjana. U ovom slučaju izraz za određivanje sadržaja  $S_2$  glasi (sl. 2):

$$S_2 = S'_2 + N_{\Delta T}[k] - N_{\Delta T}[k-1], \quad (16)$$

gdje je:

$N_{\Delta T}$  — sadržaj brojala koji odgovara vremenu  $\Delta T$  između zadnjeg impulsa enkodera i impulsa okidanja tiristora.

Detaljni opis sklopovske izvedbe ovako modificiranog načina mjerenja brzine vrtnje dan je u [7].

## 5. PRIENOSNA FUNKCIJA DIGITALNOG MJERNOG ČLANA BRZINE VRTNJE

Opisana metoda digitalnog mjerenja brzine vrtnje koja je zasnovana na P/T-postupku  $f/D$  pretvorbe, spada (kao i P i T postupci) u integrirajuće metode mjerenja, tj. mjeri se usrednjena vrijednost brzine vrtnje po intervalima uzorkovanja. Inherentno svojstvo takvih metoda mjerenja je da posjeduju kašnjenje mjernog signala u odnosu na mjerenu veličinu. Izraz (10) pokazuje da se mjerni član zasnovan na opisanoj metodi digitalnog mjerenja brzine vrtnje može predočiti prijenosnom funkcijom slijedećeg oblika:

$$\frac{U_{\Omega}(p)}{\Omega_m(p)} = K_b e^{-\frac{T_d}{2}p} \approx \frac{K_b}{1 + \frac{T_d}{2}p}, \quad (17)$$

gdje je:

$K_b$  — koeficijent pojačanja povratne veze po brzini vrtnje, [Vs].

Na temelju izvedbe [4] mjerni član brzine vrtnje može se opisati prijenosnom funkcijom:

$$\frac{U_{\Omega}(p)}{\Omega_m(p)} = K_b \frac{1 - e^{-T_d p}}{T_d p} \approx \frac{K_b}{1 + \frac{T_d}{2}p}. \quad (18)$$

Prijenosne funkcije (17) i (18) u diskretnom obliku također su međusobno jednake:

$$Z_{\beta} \left[ G_E(p) e^{-\frac{T_d p}{2}} \right] = Z \left[ G_E(p) \frac{1 - e^{-T_d p}}{T_d p} \right] = z^{-1}, \quad (19)$$

gdje je:

$$G_E(p) = \frac{1 - e^{-T_d p}}{p} \text{ — prijenosna funkcija ekstrapolatora nultog reda,}$$

$$z = e^{-T_d p}$$

$Z_{\beta}$  — oznaka za modificiranu  $z$ -transformaciju.

Dobiveno kašnjenje iznosa  $T_d$  u izrazu (19) saždrži i nadomjesno kašnjenje ekstrapolatora nultog reda koje iznosi  $T_d/2$ .

Ako bi se kompenziralo kašnjenje u mjernom članu brzine vrtnje, dobio bi se praktički mjerni član za trenutačne brzine vrtnje. Kompenzaciju je moguće postići predikcijom. Postoji više metoda predikcije. Najjednostavnija metoda predikcije zasniva se na diferenciranju signala. Ako se kašnjenje (izraz 17) aproksimira aperiodskim članom prvog reda:

$$\frac{y(p)}{x(p)} = e^{-\frac{T_d}{2}p} \approx \frac{1}{1 + \frac{T_d}{2}p},$$

te ako se derivacija aproksimira diferencijom:

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{y[k T_d] - y[(k-1) T_d]}{T_d},$$

dobije se:

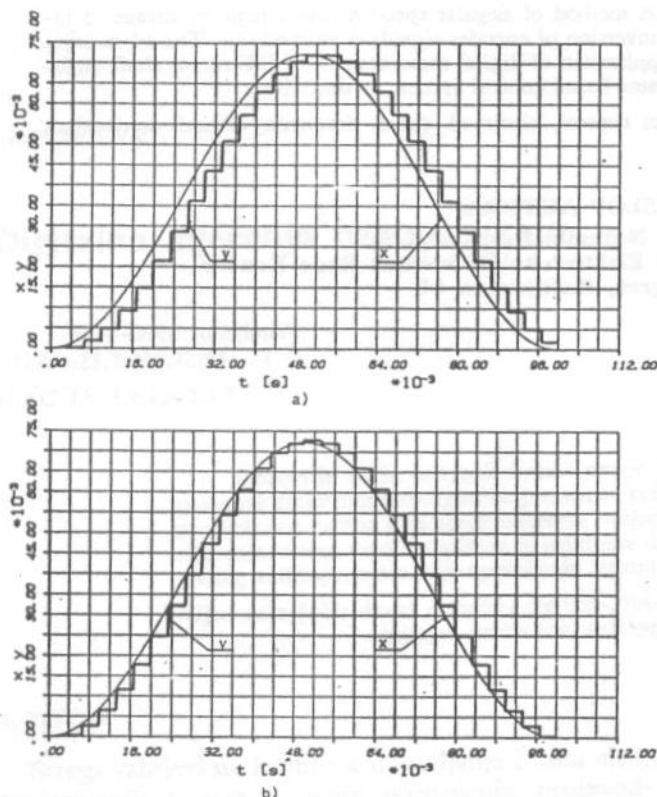
$$\frac{y(z)}{x(z)} = \frac{2z}{3z - 1}. \quad (20)$$

Predikcijski član ima prijenosnu funkciju koja je inverzna prijenosnoj funkciji (20) [8]:

$$G_{pd}(z) = \frac{3z - 1}{2z}. \quad (21)$$

Na slici 3 prikazani su rezultati testiranja simulacijom na računalu mjernog člana brzine vrtnje bez predikcijskog člana (a) i s predikcijskim članom (b). Vidljivo je da se predikcijom praktički kompenzira kašnjenje u mjernom članu brzine vrtnje.

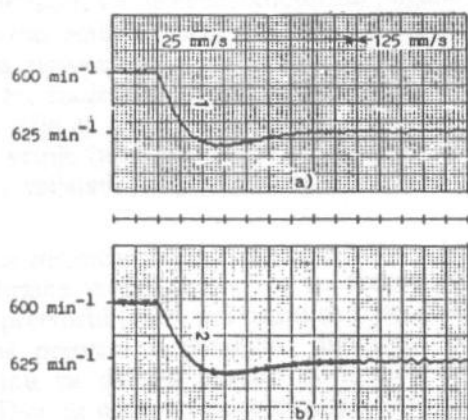




Sl. 3. Testiranje mjernog člana brzine vrtnje bez predikcije a) i s predikcijom b),  $x$  — pobudni signal,  $y$  — odziv mjernog člana

#### 6. EKSPERIMENTALNI REZULTATI

Testiranje digitalnog mjernog člana brzine vrtnje zasnovanog na opisanom postupku  $f/D$  pretvorbe provedeno je u laboratorijskim uvjetima na upravljanoj istosmjernom elektromotornom pogonu.



Sl. 4. Signal brzine vrtnje mjeran digitalnim mjernim članom a) i istosmjernim tahogeneratorom b)

Oscillogrami prikazani na slici 4. ilustriraju odziv brzine vrtnje na skokovitu promjenu referentne vrijednosti brzine vrtnje istovremeno mjerenu digitalnim mjernim članom (i snimanu pomoću D/A pretvarača nakon  $f/D$  pretvorbe) a) i kvalitetnim istosmjernim tahogeneratorom b). Vidljivo je da se di-

gitalnim mjernim članom postiže kvalitetno mjerenje brzine vrtnje. Detaljnija laboratorijska ispitivanja pokazala su da je opisani mjerni član primjenljiv u širokom dijapazonu promjene brzine vrtnje, te se može koristiti u upravljanim elektromotornim pogonima na koje se postavljaju veoma strogi zahtjevi u pogledu statičkih i dinamičkih karakteristika.

#### 7. ZAKLJUČAK

Opisani postupak  $f/D$  pretvorbe pri digitalnom mjerenju brzine vrtnje pomoću inkrementalnog davača impulsa omogućava kvalitetno mjerenje u širokom dijapazonu promjene brzine vrtnje. Sinhronizacijom mjerenja brzine vrtnje s impulsima okidanja tiristorskog usmjerivača za napajanje armaturnog kruga motora postižu se veoma dobre dinamičke karakteristike istosmjernog elektromotornog pogona u cjelini. Uvođenjem predikcijskog elementa u digitalni mjerni član brzine vrtnje kompenzira se kašnjenje inherentno mjernom postupku, te se na taj način omogućava mjerenje trenutačne brzine vrtnje, čime se dodatno mogu poboljšati dinamičke karakteristike pogona. Eksperimentalni rezultati potvrđuju valjanost predloženog načina digitalnog mjerenja brzine vrtnje. To predstavlja jednu od važnijih pretpostavki za realizaciju cjelovitog mikroprocesorskog upravljanja elektromotornim pogonima zasnovanog na sofisticiranim algoritmima.

#### LITERATURA

- [1] Dünwald J., *Digitale Drehzahlfassung elektrischer Antriebe mit Mikrorechner*. Technisches Messen 48, H. 3, S. 83—88, 1981.
- [2] Török V., Valis J., *High Accuracy and Fast Response Digital Speed Measurement for Control of Industrial Motor Drives*. IFAC Symposium Control in Power Electronics and Electrical Drives, pp. 721—732, Düsseldorf, 1977.
- [3] Ohmae T., Matsuda T., Kamiyama K., Tachikawa M., *A Microprocessor-Controlled High-Accuracy Wide-Range Speed Regulator for Motor Drives*. IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. IE-29, No. 3, pp. 207—211, 1982.
- [4] Perić N., Kovačić Z., Peleš Ž., *Uređaj za digitalno mjerenje brzine vrtnje pomoću inkrementalnog davača impulsa*. patent G 01R 23/02, Savezni zavod za patente, Beograd 1990.
- [5] Perić N., *Optimalno upravljanje istosmjernim slijednim sistemom primjenom mikroračunala*. Doktorska disertacija, Elektrotehnički fakultet, Zagreb, 1989.
- [6] Valis J., *Means for Frequency/Digital Conversion*. United States Patent 3. 928. 798. Dec. 23. 1975.
- [7] Peleš Ž., *Primjena mikroračunala za upravljanje tiristorskim usmjerivačem*. Magistarski rad, Elektrotehnički fakultet Zagreb, 1988.
- [8] Saito K., Kamiyama K., Ohmae T., Matsuda T., *A Microprocessor-Controlled Speed Regulator with Instantaneous Speed Estimation for Motor Drives*. IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. IE-35, No. 3, pp. 95—99, 1988.

**Digital Measurement of Angular Speed.** A method of angular speed measurement by means of incremental encoder is described. Frequency-digital conversion of encoder signals is worked out. The advantages of this speed measurement method are presented. Application of digital measurement of DC motor shaft angular speed, as being an element of entire microprocessor-based control system, is described.

**Key words:** encoder, digital measurement, digital control, electrical drive, frequency-digital conversion, microprocessor

#### NASLOV AUTORA:

Dr. Nedjeljko Perić, dipl. inž.  
RO Elektrotehnički institut Rade Končar  
Zagreb, Baštijanova bb

Primljeno: 1990-4-20.