

MIHA THE MIGHTY 1.D_AUT AUTOMATIKA	FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA ZAGREB ZAVOD ZA AUTOMATIKU I RAČUNALNO INŽENJERSTVO	20.1.2013.
	Laboratorij automatike 1	
	Vježba br. III (LAB9): REGULACIJA BRZINE VRTNJE ELEKTROMOTORNOG POGONA S ELASTIČNIM PRIJENOSOM PRIMJENOM REGULATORA STANJA I POLINOMSKOG REGULATORA	

1. Cilj laboratorijske vježbe

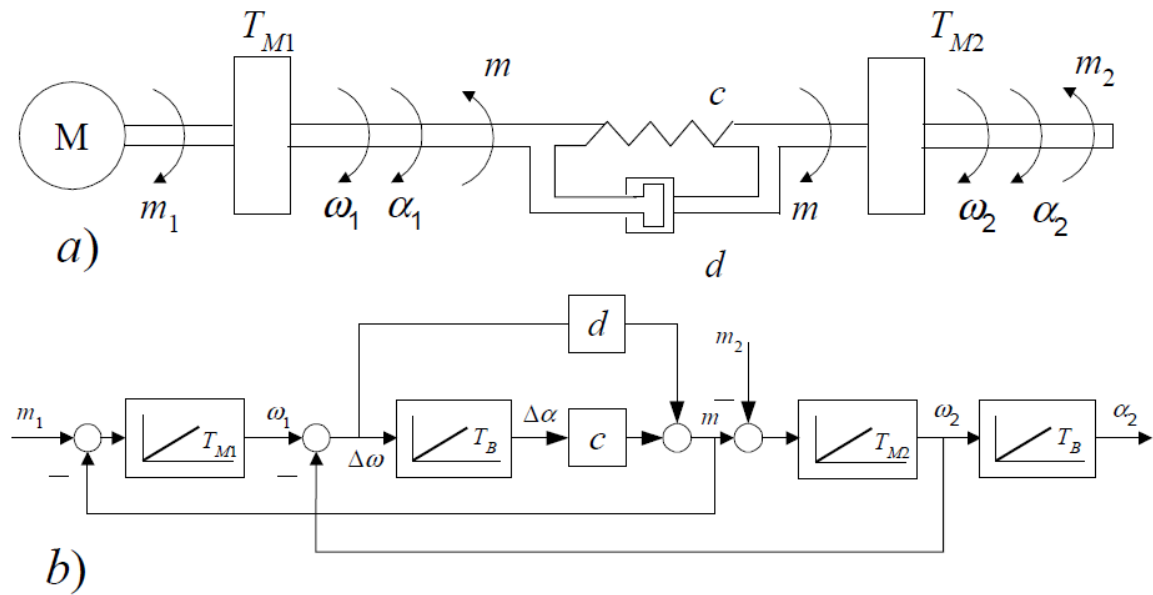
U okviru laboratorijske vježbe potrebno je u Matlab programskom paketu realizirati i simulirati upravljanje brzinom vrtnje dvomasenog elektromotornog pogona s elastičnim prijenosom (tj. nije kruta veza). Prvi dio ove laboratorijske vježbe je analiza regulacijskog kruga s regulatorom u prostoru stanja. Drugi dio vježbe razmatra regulacijski krug s polinomskim regulatorom. U oba slučaja potrebno je ispitati vladanje sustava simulacijom unutar Matlab Simulink programskog okruženja.

2. Opis laboratorijske vježbe

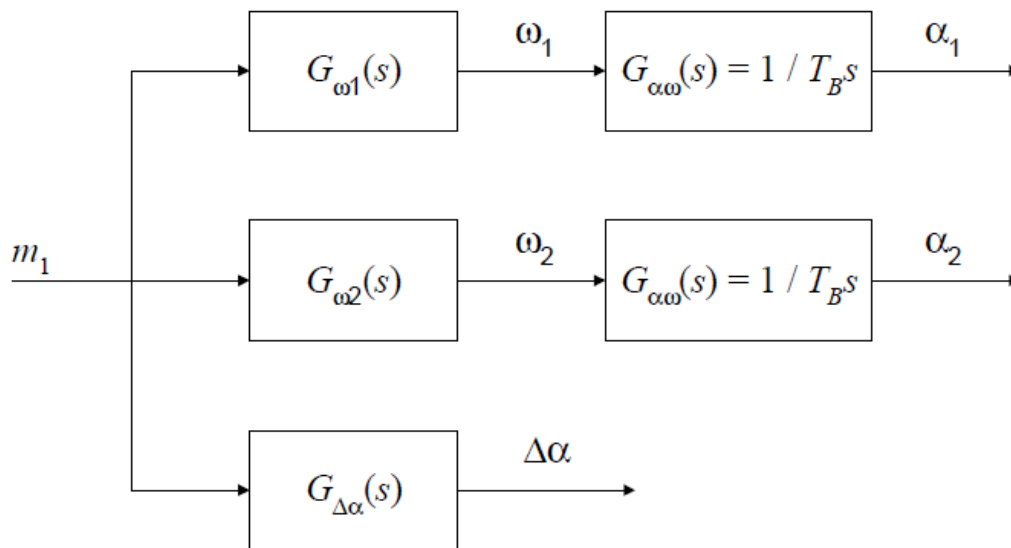
2.1. Dinamički model procesa

Mehanički sustav, prikazan Slikom 1., sastoji se od dviju zamašnih masa karakteriziranih pripadajućim mehaničkim vremenskim konstantama T_{M1} na pogonskoj strani i T_{M2} na strani tereta. Prijenosni elementi posjeduju elastičnost određenu konstantama elastičnosti c i prigušenja d . Zanemaruje se utjecaj trenja i masa prijenosnih elemenata.

Primjenom znanja iz blokovske algebre zadani mehanički sustav može se opisati linearnim SIMO modelom, tj. sustavom koji ima jedan ulaz i tri izlaza. Takav sustav prikazan je Slikom 2. Moment motora m_1 je izvršna veličina. Regulirana veličina je brzina vrtnje ω_2 . Mjerljive veličine su položaj motora α_1 i položaj tereta α_2 , te iz njih izveden kut uvijanja osovine $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$.



Slika 1. Dvomaseni elastični sustav: a) principna shema, b) strukturni blokovski dijagram



Slika 2. : Strukturni blokovski dijagram mehaničkog sustava

Prijenosne funkcije modela dane su izrazima:

$$G_{\omega 1}(s) = \frac{\omega_1(s)}{m_1(s)} = \frac{\Omega_{02}^{-2} s^2 + 2\zeta \Omega_{02}^{-1} + 1}{N(s)}, \quad (3-1)$$

$$G_{\omega 2}(s) = \frac{\omega_2(s)}{m_1(s)} = \frac{2\zeta \Omega_{02}^{-1} + 1}{N(s)}, \quad (3-2)$$

$$G_{\Delta \alpha}(s) = \frac{\Delta \alpha(s)}{m_1(s)} = \frac{\Omega_{02}^{-2} T_B^{-1} s^2}{N(s)}. \quad (3-3)$$

Karakteristični polinom $N(s)$ i parametri modela mehaničkog sustava definirani su prema:

$$N(s) = T_{M\Sigma} s(\Omega_0^{-2} s^2 + 2\zeta\Omega_0^{-1} + 1), \quad (3-4)$$

$$T_{M\Sigma} = T_{M1} + T_{M2}, \quad (3-5)$$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c}{T_B} \left(\frac{1}{T_{M1}} + \frac{1}{T_{M2}} \right)}, \quad (3-6)$$

$$\zeta = T_B \frac{d}{c} \frac{\Omega_0}{2}, \quad (3-7)$$

$$\Omega_{0i} = \sqrt{\frac{c}{T_B T_{Mi}}} < \Omega_0, \quad i = 1, 2 \quad (3-8)$$

$$\zeta = T_B \frac{d}{c} \frac{\Omega_{0i}}{2} < \zeta, \quad (3-9)$$

2.2. Struktura sustava upravljanja

2.2.1. Regulator stanja

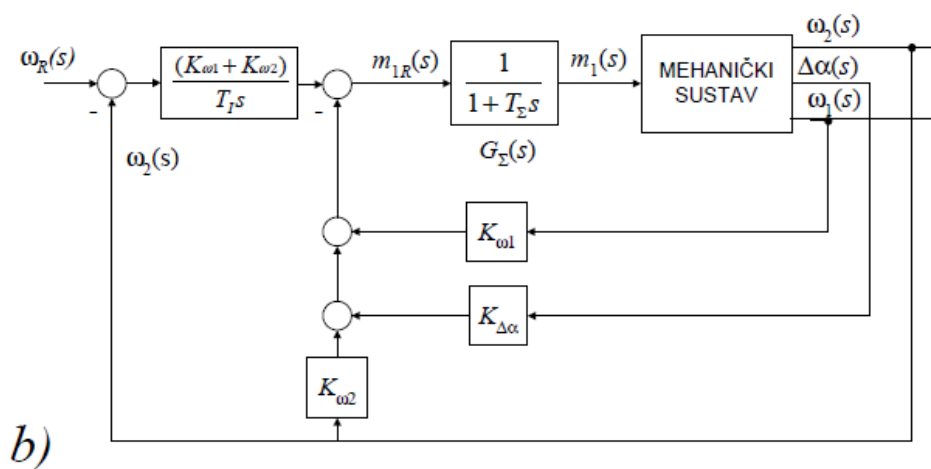
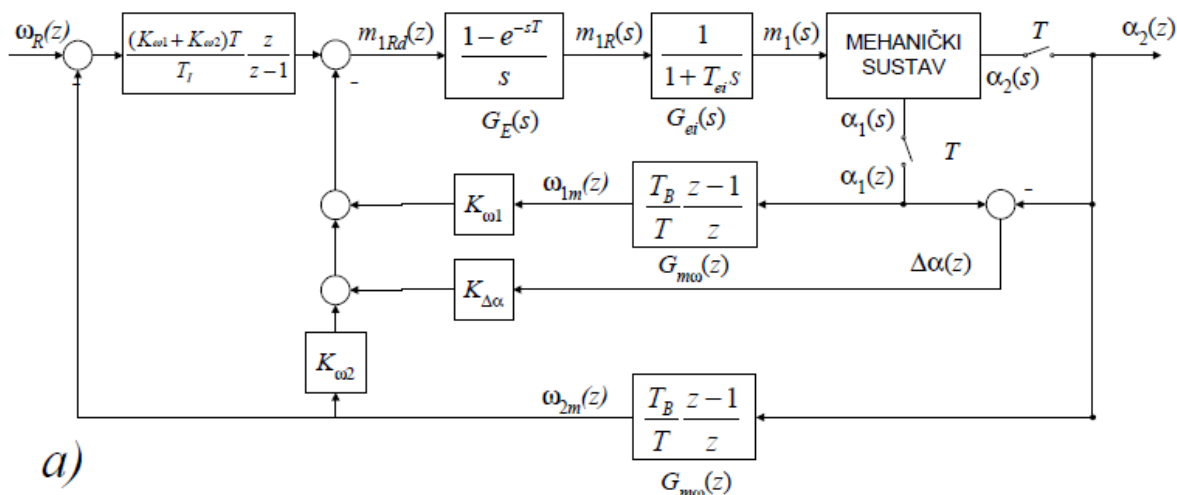
Struktura slijednog sustava s regulatorom stanja prikazana je na Slici 3.a. Digitalni mjerni signali brzine vrtnje računaju se diferenciranjem položaja mjerenih na strani motora (ω_{1m}) i tereta (ω_{2m}). Analogna referenca momenta (struje) $\mathbf{m}_{1R}(s)$ dobiva se iz digitalne $\mathbf{m}_{1Rd}(z)$ pomoću D/A pretvornika, tj. ekstrapolatora nultog reda $\mathbf{G}_E(s)$. Kašnjenje zatvorenog kruga regulacije struje uzima se u obzir preko \mathbf{PT}_1 člana $\mathbf{G}_{ei}(s)$ s vremenskom konstantom T_{ei} .

Sinteza regulatora obavlja se u kontinuiranom području. Nadomjesni kontinuirani sustav regulacije prikazan je na slici 3.3.b. Članovi $G_E(s)$, $G_{ei}(s)$ i $G_{m\omega}(s)$ za potrebe sinteze nadomještaju se PT_1 članom s nadomjesnom vremenskom konstantom T_Σ .

$$G_\Sigma(s) = \frac{1}{1 + T_\Sigma s}, \quad T_\Sigma = T + T_{ei}. \quad (3-10)$$

Vrijeme uzorkovanja odabire se tako da frekvencija uzorkovanja bude $K_S = 20$ puta viša od vlastite frekvencije :

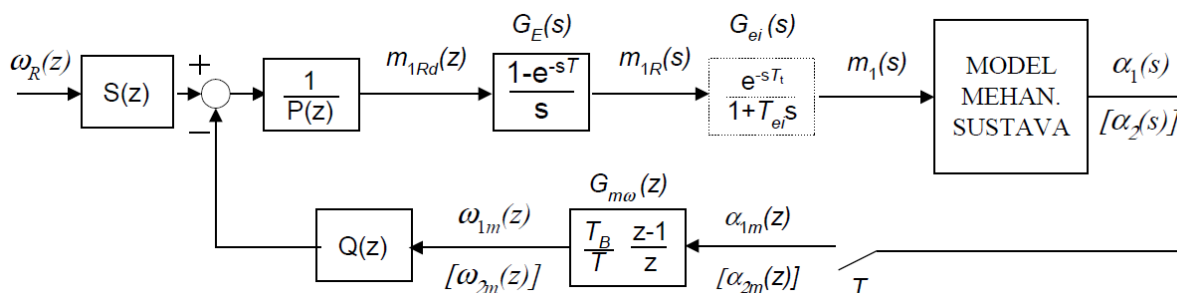
$$T = \frac{2\Pi}{\Omega_0 K_S} = \frac{\Pi}{10\Omega_0}. \quad (3-11)$$



Slika 3. Strukturalni blokovski dijagram linearnog kruga regulacije položaja u kaskadnoj izvedbi:
a) digitalni, b) nadmjesni kontinuirani krug regulacije.

2.2.2. Polinomski regulator

Slikom 3. prikazana je struktura regulacije brzine vrtnje polinomskim regulatorom. Digitalni mjerni signal brzine ω_{1m} računa se diferenciranjem položaja mjerenog na strani motora α_{1m} . Analogna referentna vrijednost momenta (struje) m_{1R} dobiva se iz digitalne vrijednosti m_{1Rd} pomoću D/A pretvornika, tj. ekstrapolatora nultog reda $G_E(s)$. Kašnjenje zatvorenog kruga regulacije struje uzima se u obzir preko PT_1 člana $G_{ei}(s)$ s vremenskom konstantom T_{ei} .



Slika 4. Blokovski prikaz strukture sustava regulacije brzine vrtnje polinomskim regulatorom

Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga glasi:

$$G_{z\omega}(z) = \frac{\omega_2(z)}{\omega_R(z)} = \frac{B(z)S(z)}{A(z)P(z) + B(z)Q(z)} = \frac{A_0(z)B_m(z)}{A_0(z)A_m(z)} = G_m(z). \quad (3-12)$$

Nule polinoma brojnika $B_m(z)$ željene (modelske) prijenosne funkcije zatvorenog kruga $G_m(z)$ jednake su nulama polinoma brojnika $B(z)$ prijenosne funkcije procesa. Polove karakteristične jednadžbe modela povoljno je odabrati prema optimumu dvostrukog odnosa. Polinomski regulator projektira se s integralnim djelovanjem prvog reda. Polinom observera $A_0(z)$ postavlja se s 4 pola u ishodištu (*dead-beat*), ili s 3 u ishodištu i jednim izvan, čime se povećava robusnost sustava:

$$A_0(z) = z^3 \left(z - e^{\frac{T}{T_{e0}}} \right), \quad T_{e0} = \frac{2}{3} T_e. \quad (3-13)$$

Vrijeme uzorkovanja odabire se tako da frekvencija uzorkovanja bude $K_T = 2\Pi$ puta viša od vlastite frekvencije:

$$T = \frac{2\Pi}{\Omega_0 K_T} = \frac{1}{\Omega_0}, \quad (3-14)$$

a nadomjesna vremenska konstanta zatvorenog kruga prema sljedećoj jednadžbi (uz iskustvenu vrijednosti koeficijenta $N \cong 18$):

$$T_e = \frac{N}{2\Pi} T = 2\sqrt{2} T. \quad (3-15)$$

Nadomjesna vremenska konstanta zatvorenog kruga regulacije struje iznosi $T_{ei} = 2 [ms]$.

Osnovna vrijednost za vrijeme je $T_B = 1 [s]$.

Dinamički model mehaničkog sustava danog Slikom 1.a moguće je opisati sljedećim diferencijalnim jednadžbama:

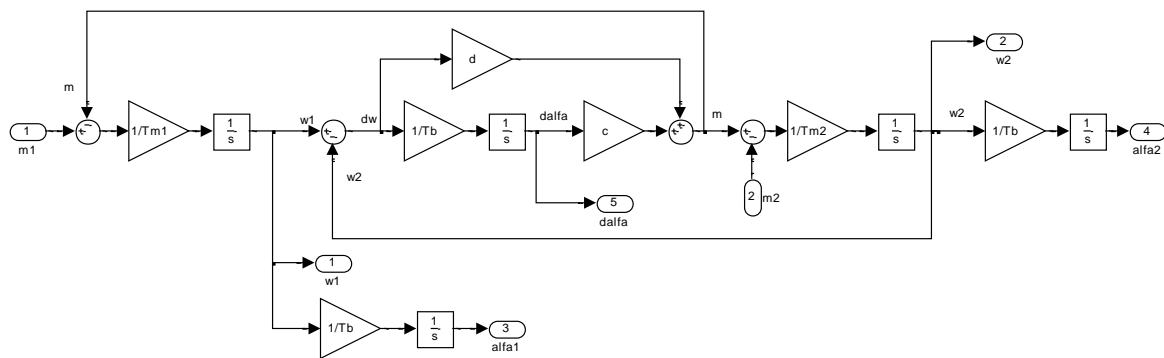
$$T_{M1} \frac{d\omega_1}{dt} = m_1 - m, \quad (3-16)$$

$$T_B \frac{d\Delta\alpha}{dt} = \omega_1 - \omega_2, \quad (3-17)$$

$$m = c\Delta\alpha + d\Delta\omega, \quad (3-18)$$

$$T_{M2} \frac{d\omega_2}{dt} = m - m_2. \quad (3-19)$$

Pomoću jednadžbi (3-16) do (3-19) može se konstruirati blokovska shema mehaničkog sustava u Matlab Simulink programskom okruženju, koja je prikazana Slikom 5.



Slika 5. Blokovska shema mehaničkog sustava u Matlab Simulinku okruženju

U oba slučaja, i kod regulatora stanja i kod polinomskog regulatora, cilj je postići vladanje sustava upravljanja prema optimumu dvostrukog odnosa.

Ako se prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga sa Slike 3.b označi kao:

$$G_{cl}(s) = \frac{\omega_2(s)}{\omega_R(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{a_5s^5 + a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + 1}, \quad (3-20)$$

tada je izjednačavanjem koeficijenata karakteristične jednadžbe prijenosne funkcije $G_{cl}(s)$ s koeficijentima polinoma 5. reda napisanog prema optimumu dvostrukog odnosa moguće dobiti eksplicitne izraze za parametre regulatora stanja punog reda.

Proračun parametara polinomskog regulatora nešto je složeniji. Budući da u ovom slučaju postoji samo jedna povratna veza, i to povratna veza po brzini vrtnje motora ω_1 , ukupna prijenosna funkcija procesa je $G_{p,uk}(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\omega_{1m}(z)}{m_{1Rd}(z)}$. Primjerice, za slučaj $r = 1$ vrijedi:

$$G_{p,uk}(z) = \frac{0.1591z^3 - 0.0819z^2 - 0.08203z + 0.1555}{z^4 - 2.063z^3 + 2.03z^2 - 0.9672z}, \quad (3-21)$$

a može se pokazati da je ta prijenosna funkcija 4. reda. Prema tome, da bi se obavila sinteza polinomskog regulatora minimalnog reda s dodanim integralnim djelovanjem, potrebno je zadovoljiti sljedeće uvjete:

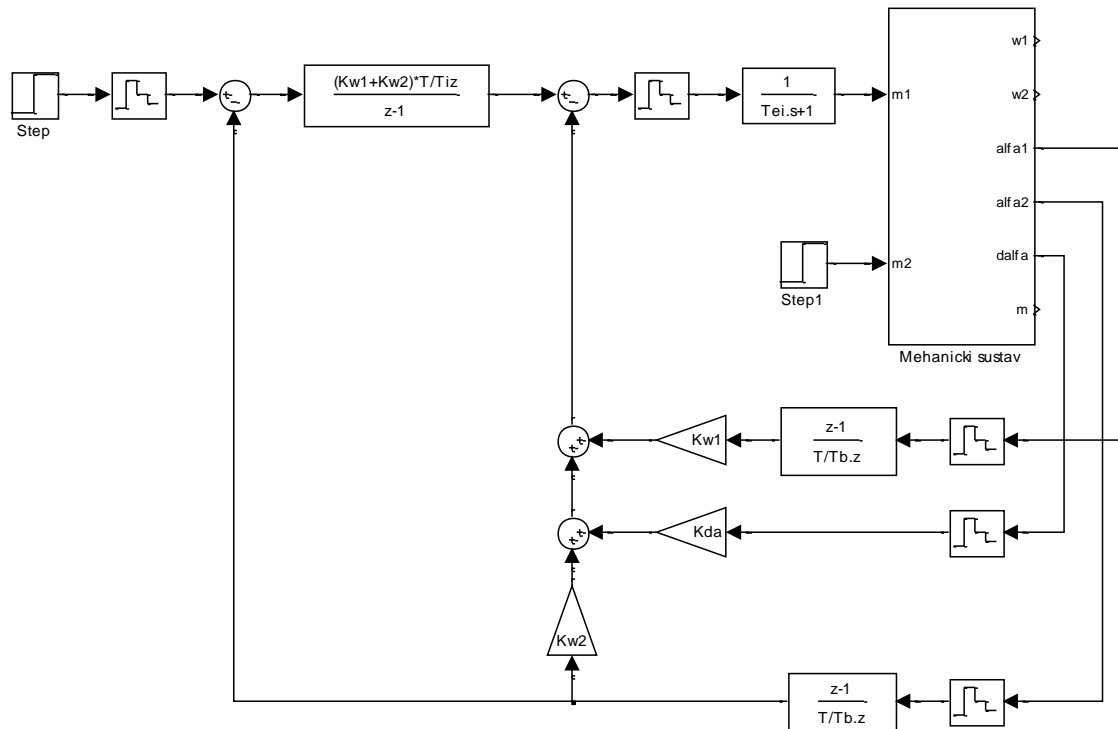
$$\deg P^* = \deg Q = \deg S = \deg A_M = \deg A_o = \deg A = 4, \quad (3-22)$$

gdje vrijedi: $P^*(z) = (z - 1)P(z)$.

3. Rezultati i mjerenja

3.1. Regulator stanja

Simulacijski model



Slika 6. Model kruga regulacije položaja pomoću regulatora stanja

Programska rutina proračuna parametara regulatora u MATLABu

U nastavku je dan kod M-funkcije *reg_stanja* koja na temelju parametara mehaničkog sustava izračunava sve parametre regulatora stanja punog reda. Ulazni argumenti funkcije su izvorni parametri sustava (mehaničke vremenske konstante T_{M1} i T_{M2} , konstanta krutosti osovine c i konstanta prigušenja osovine d), vrijeme uzorkovanja T , vremenska konstanta strujne petlje T_{ei} , konstanta vremenskog skaliranja T_B i vektor D koji sadrži željene karakteristične omjere (koji su u ovom slučaju svi jednaki 0.5). Na temelju tih vrijednosti funkcija najprije izračunava ostale parametre mehaničkog sustava - vremenske konstante T_{Σ} i $T_{M\Sigma}$, vlastite frekvencije Ω_0 , Ω_{01} i Ω_{02} te koeficijente prigušenja ζ , ζ_1 , ζ_2 , koji su potrebni za proračun parametara regulatora.


```

function [Ti, Kw1, Kw2, Kda] = reg_stanja(Tm1, Tm2, d, c, T, Tei, Tb, D)
%% Funkcija za proracun parametara regulatora stanja

%% Karakteristični omjeri zadani vektor retkom D
D2 = D(1) ;
D3 = D(2) ;
D4 = D(3) ;
D5 = D(4) ;

%% Racunanje parametara procesa iz ulaznih argumenata funkcije
Tms = Tm1 + Tm2 ;
w0 = sqrt(c/Tb*(1/Tm1+1/Tm2)) ;
zeta = Tb*d/c*w0/2 ;
w01 = sqrt(c/Tb/Tm1) ;
w02 = sqrt(c/Tb/Tm2) ;
zeta1 = Tb*d/c*w01/2 ;
zeta2 = Tb*d/c*w02/2 ;
Ts = Tei + T ;

%% Racunanje parametara regulatora prema optimumu dvostrukog odnosa
Te = Ts/(D5*D4*D3*D2*(1+2*zeta*Ts*w0)) ;
Kw1 = Tms*w02^2/w0*((1+2*zeta*Ts*w0)/(D4*D3*D2*Te*w0) - Ts*w0 - 2*zeta) ;
Kw2 = Ti*Tms*(1+2*zeta*Ts*w0)/(D4*D3^2*D2^3*Te^4*w0^2)-Kw1 ;
Kda = (D2*Te^2*w02^2 - (Kw1 + Kw2)^(-1)*Tms*Ti*w02^2-2*zeta2*(Te*w02-...
    2*zeta2)) / ((Kw1+Kw2)^(-1)/TB*Ti) ;
Ti = e - 2*zeta2/w02 ;
end

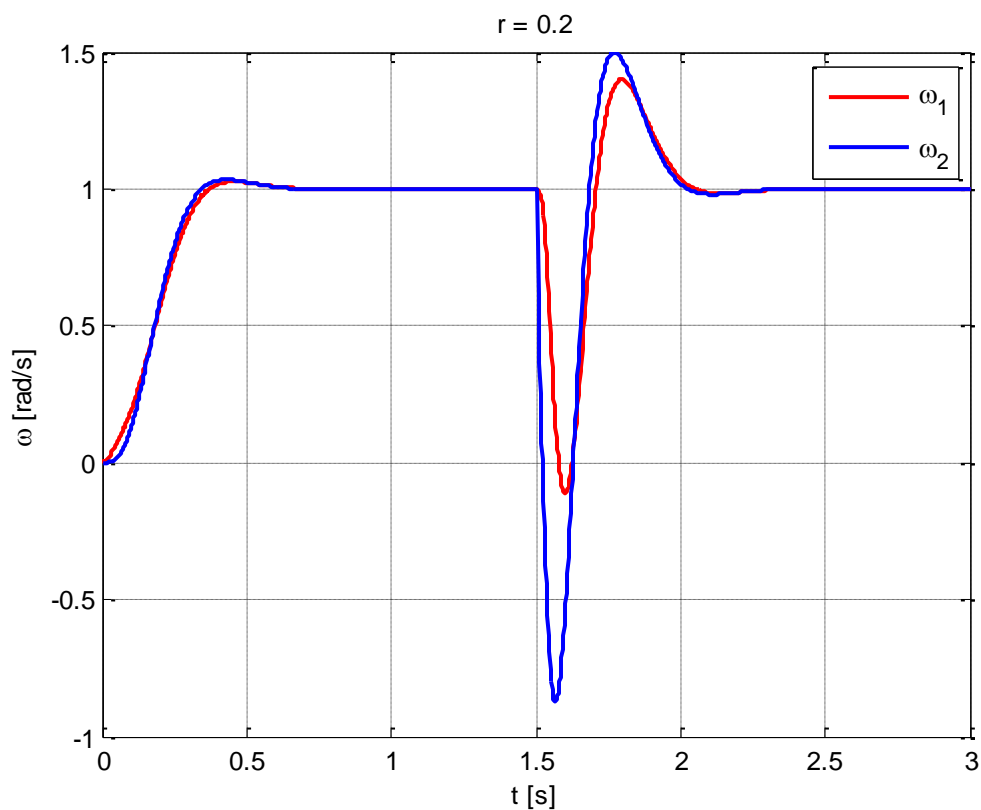
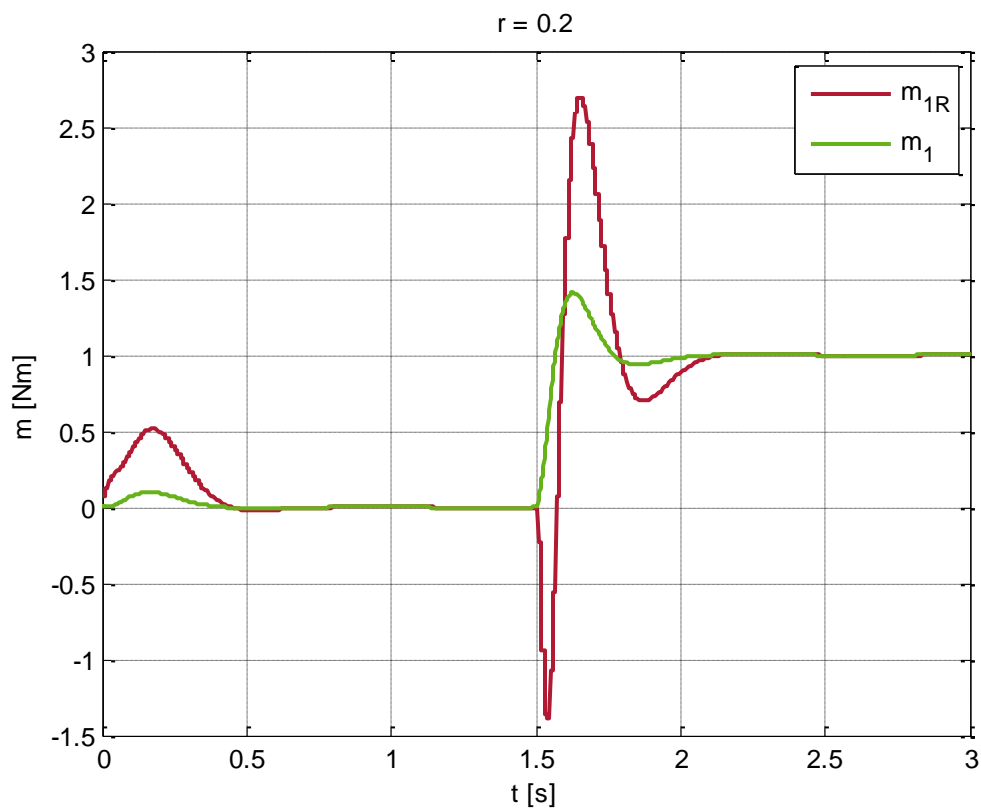
```

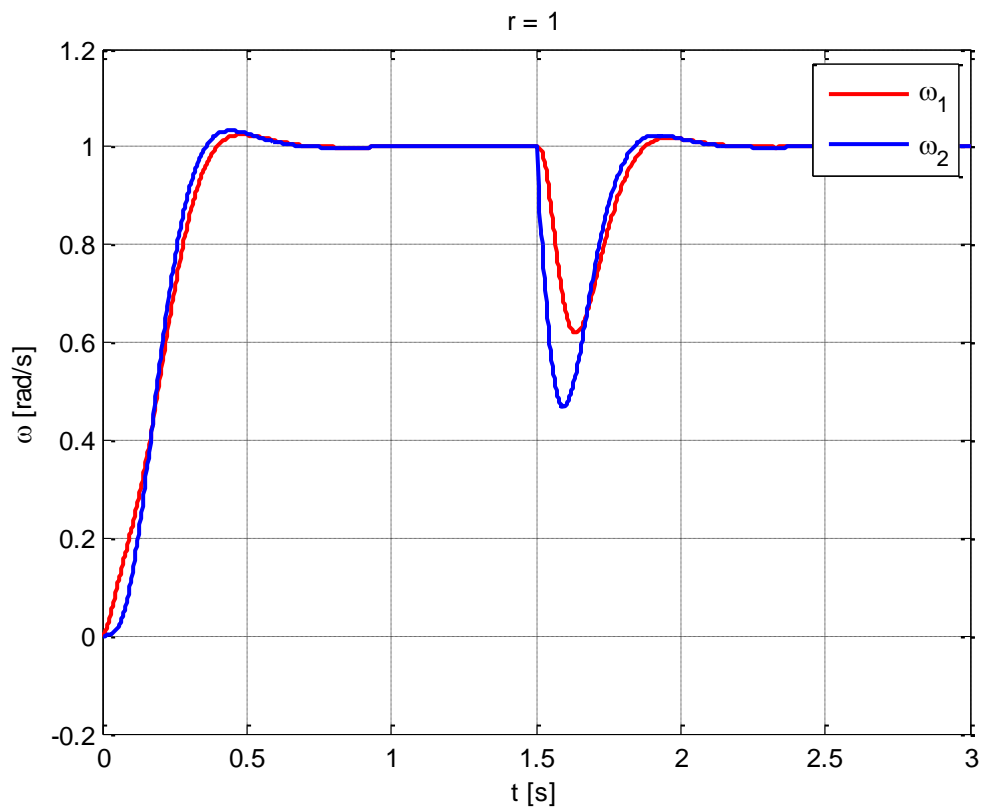
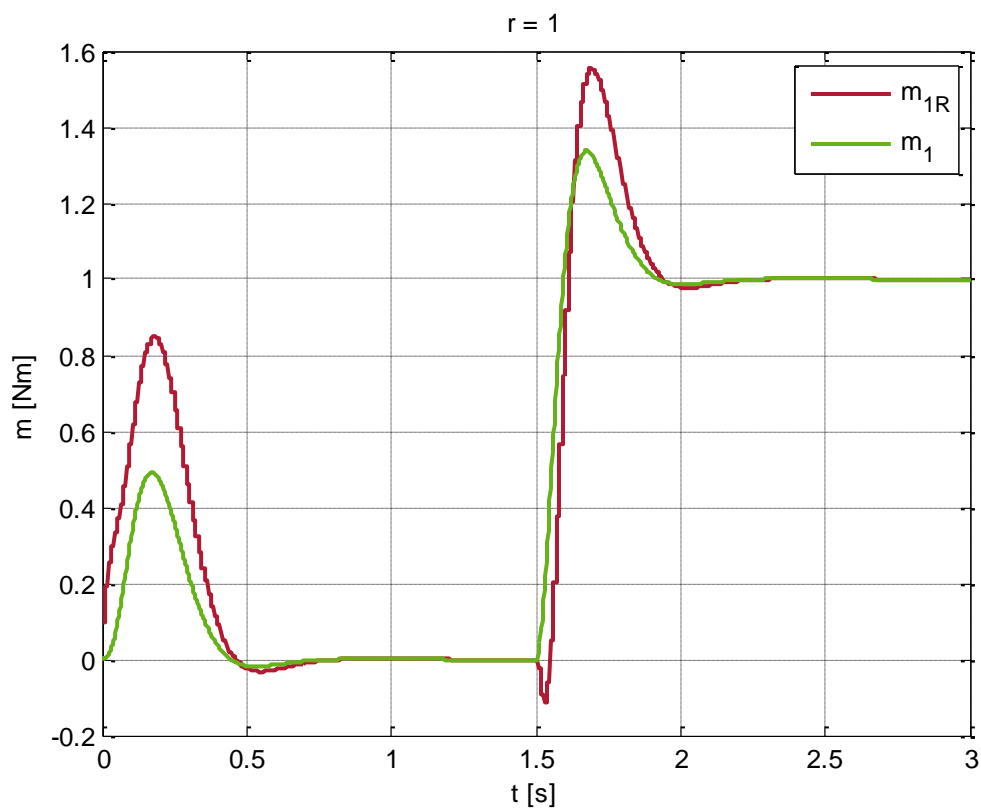
Izračunati parametri regulatora

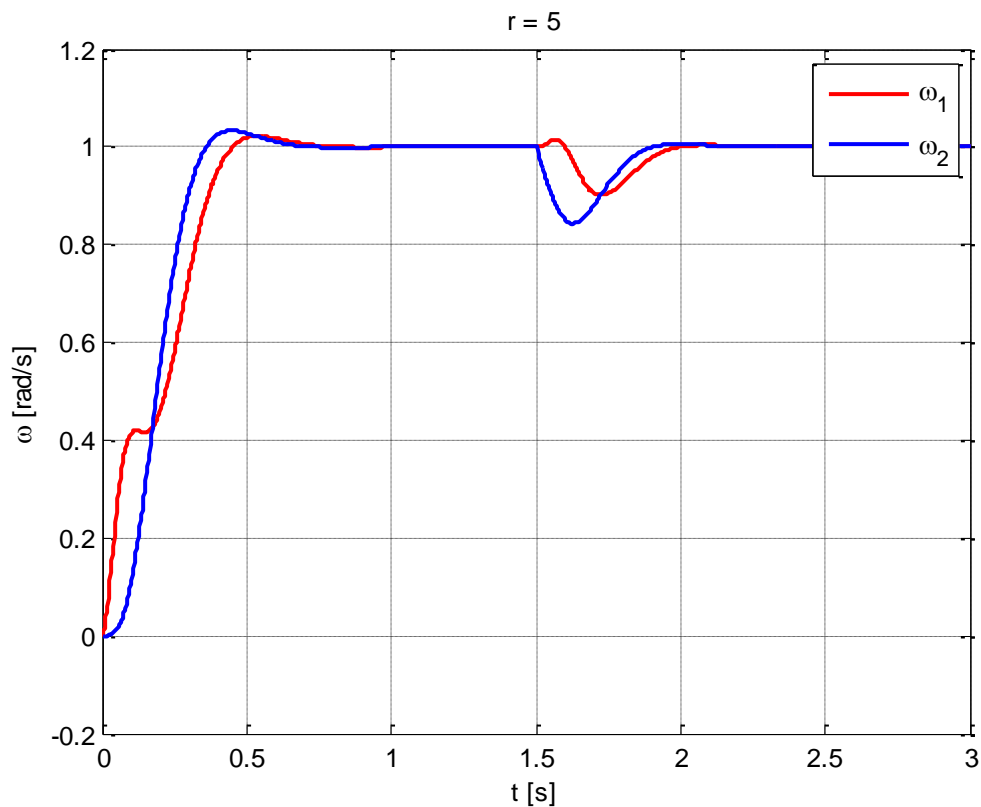
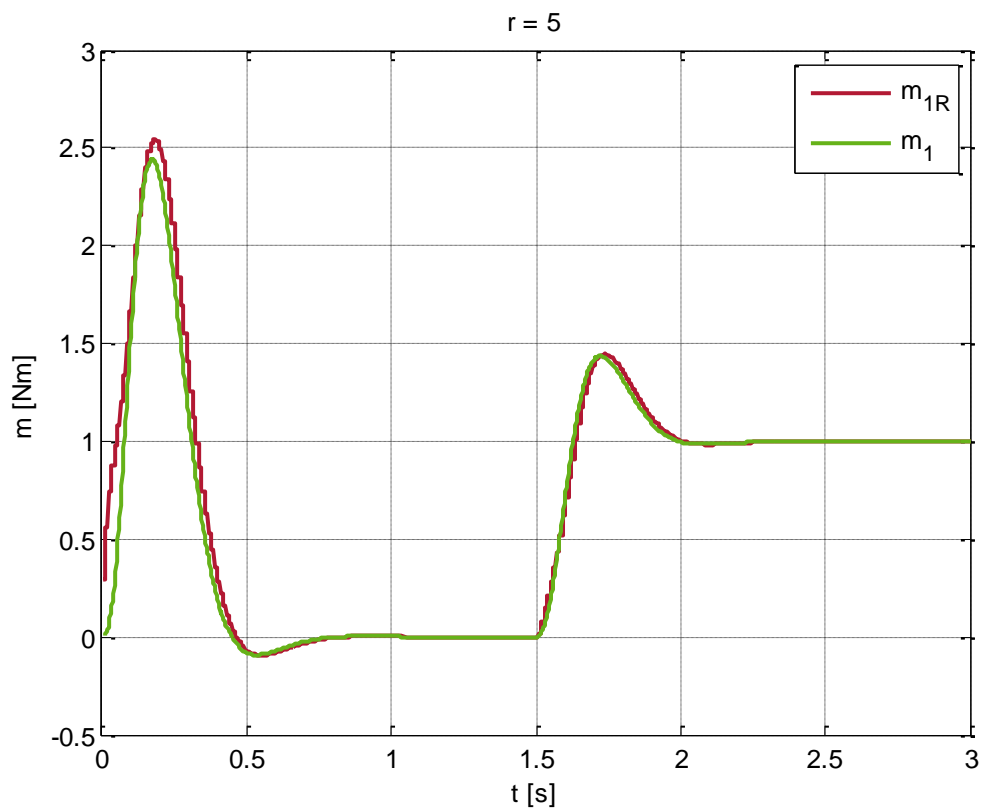
Skupina parametara	T_I	$K_{\omega 1}$	$K_{\omega 2}$	$K_{\Delta \alpha}$
$r = 0.2$	0.1890	2.8921	-1.6698	-3.3339
$r = 1$	0.1960	2.8871	-1.0170	-7.5308
$r = 5$	0.1974	2.8867	2.6265	-8.3738

Odzivi brzine vrtnje motora ω_1 i tereta ω_2 , upravljačke veličine m_{1R} i prijenosnog momenta m regulacijskog kruga brzine vrtnje na skokovitu promjenu referentne brzine vrtnje te na skokovitu promjenu momenta tereta

Snimljeni su odzivi za tri skupa parametara ($r = 0.2$, $r = 1$, $r = 5$) na skokovitu promjenu referentne brzine iznosa 1 [rad/s] u trenutku $t = 0 \text{ [s]}$ uz skokovitu promjenu momenta tereta iznosa 1 [Nm] u trenutku $t = 1.5 \text{ [s]}$.

Slika 7. Odziv brzina ω_1 i ω_2 za $r = 0.2$ Slika 8. Odziv momenata m_{1R} i m_1 za $r = 0.2$

Slika 9. Odziv brzina ω_1 i ω_2 za $r = 1$ Slika 10. Odziv momenata m_{1R} i m_1 za $r = 1$

Slika 11. Odziv brzina ω_1 i ω_2 za $r = 5$ Slika 12. Odziv momenata m_{1R} i m_1 za $r = 0.2$

Usporedba i komentar utjecaja parametra r na vladanje sustava upravljanja

Parametar r predstavlja omjer inercija tereta i motora (tj. omjer mehaničkih vremenskih konstanti - $r = \frac{T_{M2}}{T_{M1}}$). Promjena parametra r u zadana tri slučaja postiže se promjenom mehaničke vremenske konstante tereta T_{M2} , dok je konstanta motora T_{M1} fiksna. Mehaničke vremenske konstante predstavljaju momente inercija motora i tereta. Povećanjem T_{M2} , povećava se i koeficijent krutosti osovine c , čime se postiže jednaki iznos vlastite frekvencije sustava Ω_0 u sva tri slučaja.

Pri skokovitoj promjeni referentne brzine, u sva tri razmatrana slučaja dobiven je gotovo jednak odziv brzine vrtnje tereta ω_2 (karakteristične vrijednosti odziva dane su u Tablici 1.).

	$r = 0.2$	$r = 1$	$r = 5$
nadvišenje σ_m	3.39 %	3.32 %	3.31 %
Vrijeme prvog maksimuma t_m	0.43 s	0.45 s	0.45 s

Tablica 1. Pokazatelji kvalitete prijelazne pojave brzine vrtnje ω_2

Odziv brzine vrtnje motora bitno je drukčiji za različite vrijednosti parametra r . Za vrijednosti omjera inercija $r = 0.2$ i $r = 1$, tj. za slučajeve kad je moment tromosti motora veći ili jednak momentu tromosti tereta, dobije odziv brzine vrtnje motora prilično sličan brzini vrtnje tereta. U trećem slučaju, kada je omjer $r = 5$, tj. kad je moment tromosti tereta puno veći od momenta motora, razlike su jasno vidljive. Brzina vrtnje motora u početnom dijelu tranzijentne pojave naglo raste i bitno je veća od brzine vrtnje tereta. Tada na trenutak zastane sve dok je brzina vrtnje tereta ne prestigne i od tada pa do kraja tranzijentne pojave brzina vrtnje motora ostaje manja od brzine vrtnje tereta. Razlog tog efekta leži u velikoj tromosti tereta i shodno tome većem uvijanju osovine. Za manje momente tromosti tereta uvijanje osovine je skoro pa zanemarivo pa su i odzivi brzina vrtnje motora i tereta skoro pa jednaki. Uz povećani moment tromosti tereta, osovina se pri promjeni referentne brzine sve više uvija jer je veću masu teže ubrzati. Dakle, za velike momente tromosti tereta brzina vrtnje motora prvo brzo raste pošto regulator preko povratne veze vidi da je teret teško ubrzati, a zatim kad se teret počinje ubrzavati, događa se mali propad brzine vrtnje motora, jer regulator vidi da će ubranu masu tereta teško usporiti pa djeluje naglo.

Ranije opisano ponašanje može se razjasniti i analizom odziva upravljačke veličine m_{1R} i prijenosnog momenta m . Logično je da povećanje tromosti tereta, tj. omjera r , iziskuje veći moment na osovini koji potreban za postizanje zadane brzine vrtnje. Porastom omjera inercija također rastu iznosi upravljačke veličine i prijenosnog momenta. Veći upravljački signal tako djeluje na nepromijenjen moment tromosti motora, zbog čega se promjene brzine motora događaju sve naglije te je lošije poklapanje s brzinom vrtnje tereta. Iz odziva se može primijetiti da se povećanjem parametra r smanjuje razlika između upravljačkog signala m_{1R} i prijenosnog momenta m . To se događa zato što se iznos momenta tromosti motora kroz sva tri slučaja ne mijenja. Stoga je u sva tri slučaja potreban skoro pa jednak dinamički moment za dobivanje odziva brzine motora koji su u sva tri slučaja otprilike jednaki (uz već opisan efekt propada brzine vrtnje motora za veće vrijednosti r). Dinamički moment koji ubrzava motor jednak je razlici ulaznog i prijenosnog momenta, $T_m \frac{d\omega_1}{dt} = m_1 - m$, a ulazni je moment gotovo jednak upravljačkom momentu m_{1R} , jer vrijedi $\frac{m_1(s)}{m_{1R}(s)} = \frac{1}{1+T_\Sigma s}$, gdje je T_Σ vrlo malog iznosa. Iz prethodnog razmatranja slijedi da je razlika upravljačkog i prijenosnog momenta po apsolutnoj vrijednosti približno jednaka u sva tri slučaja, a kako se iznosi tih momenata bitno povećavaju s porastom momenta tromosti tereta, jasno je kako se povećanjem vrijednosti parametra r dobije sve bolje poklapanje momenata m_{1R} i m .

Pri djelovanju poremećajne veličine, oblika jediničnog skoka, vidljivo je da se za veće iznose omjera inercije dobije bolje ponašanje odziva brzine tj. smanjena je oscilatornost brzine. Također, kompenzacija poremećaja je bolja, odnosno propad brzine je znatno manji. Takvo je ponašanje posljedica nula prijenosne funkcije koja opisuje ovisnost brzine vrtnje tereta o momentu tereta:

$$\frac{\omega_2(s)}{m_2(s)} = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + \Omega_{01}^{-2}s^2}{N(s)}. \quad (3-23)$$

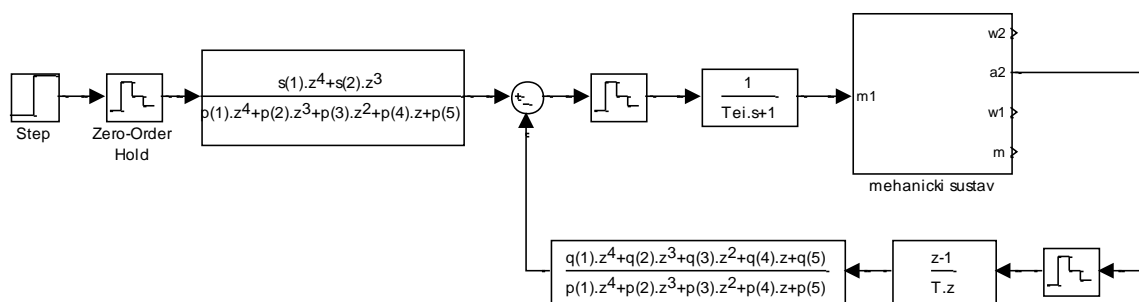
Promatrajući brojnik prijenosne funkcije dane izrazom (3-23), može se vidjeti da je utjecaj nula veći za manje iznose vlastite frekvencije motora Ω_{01} , jer tada član $\Omega_{01}^{-2}s^2$ postaje dominantniji i uzrokuje veću oscilatornost sustava. Ta je frekvencija Ω_{01} proporcionalna korijenu konstante krutosti osovine, $\Omega_{01} \approx \sqrt{c}$, a kako se konstanta c smanjuje s porastom iznosa parametra r , slijedi da je za manje vrijednosti r utjecaj nula prijenosne funkcije $\frac{\omega_2(s)}{m_2(s)}$ izraženiji. Bolja kompenzacija poremećaja za veće vrijednosti parametra r može se i

fizikalno objasniti - povećanjem momenta tromosti tereta povećava se ukupna tromost mehaničkog sustava, a time smanjuje utjecaj poremećaja. Vrijednosti upravljačkog i prijenosnog momenta u stacionarnom stanju nakon djelovanja poremećaja su, naravno, u sva tri slučaja jednaki jednaki te poprimaju iznos potreban za kompenzaciju poremećaja (u ovom slučaju 1 Nm), no u skladu s prethodnim razmatranjima, za manje iznose r je upravljački moment m_{1R} oscilatorniji.

Može se zaključiti da je odziv brzine vrtnje tereta približno jednak za sve vrijednosti parametra r , što je željeno i očekivano ponašanje s obzirom na to da je regulator u sva tri slučaja projektiran prema optimumu dvostrukog odnosa. Odziv brzine vrtnje motora se bolje poklapa s odzivom brzine tereta za manje vrijednosti omjera r , jer je tada uvijanje osovine manje zbog manje tromosti tereta, unatoč tome što se istovremeno s povećanjem momenta tromosti tereta povećava i konstanta krutosti osovine c , iz čega se može zaključiti da je pri uvijanju osovine utjecaj povećanja tromosti tereta dominantniji od povećanja konstante krutosti osovine. Upravljačka veličina i prijenosni moment pri promjeni referentne brzine poprimaju manje iznose za manje vrijednosti r , zato što je kod manje tromosti tereta potreban manji moment za dobivanje željene karakteristike brzine tereta. Za veće vrijednosti omjera inercije r sustav bolje kompenzira poremećaj, odnosno robusniji je zbog veće ukupne tromosti sustava.

3.2. Polinomski regulator

Simulacijski model



Slika 13. Simulacijski model kruga regulacije položaja pomoću polinomskog regulatora

Programska rutina proračuna parametara regulatora u MATLABu

U nastavku je prikazan kod M-funkcije *parametri_PQS* za izračunavanje parametara polinomskog regulatora na temelju unaprijed poznatih parametara mehaničkog sustava. Ulazni argumenti te funkcije su vlastite frekvencije mehaničkog sustava Ω_0 i Ω_{02} , koeficijenti prigušenja ζ i ζ_2 , konstanta vremenskog skaliranja T_B , ukupna mehanička vremenska konstanta $T_{M\Sigma}$ te binarni parametar DB kojim se odabire tip observera (za $DB = 1$ observer je *dead-beat*, a za $DB = 0$ jedan pol observera je izmješten izvan nule).

```
function [P Q S] = parametri_PQS(w02, zeta2, Tb, Tms, zeta, w0, DB)

s = tf('s');
z = tf('z');

%% Izracun ukupne diskretne prijenosne funkcije procesa
N = Tms*s*(1 + 2*zeta/w0*s + 1/w0^2*s^2);
Gw2 = (1 + 2*zeta2/w02*s)/N;
T = 1/w0;
Ga2d = c2d(Gw2/s, T, 'zoh');
Guk = minreal(Tb/T*(z-1)/z*Ga2d);

%% Uzimanje polinoma brojnika i nazivnika
NUM = cell2mat(Guk.num);
DEN = cell2mat(Guk.den);

%% Dodavanje integralnog djelovanja
DENint = conv(DEN, [1 -1]);

%% Generiranje Sylvestreove matrice
k = length(DENint) - 1;
l = length(NUM) - 1;
S = zeros(k+1, k+1);

A = fliplr(DENint);
B = fliplr(NUM);
for j=1:(k-1)
    for i=j:(j+k)
        Sab(i,j)=A(i-j+1);
    end
end

for j= k : (k+1)
    for i=(j-k+1):(j-k+1+1)
        Sab(i,j)=B(i-j+k);
    end
end

Te = 2*sqrt(2)*T;

%% Odabir tipa observera ovisno od parametru DB
%% DB = 1 -> dead beat
%% DB = 0 -> jedan pol observera je van nule
if DB
    Ao = z^4;
else
```



```

Ao = z^3*(z-exp(-T/(2*Te/3)));
end

%% Karakteristicna modelska jednadzba sustava prema optimumu dvostrukog
%% odnosa

Ams = 1 + Te*s + 0.5*Te^2*s^2 + 0.5^3*Te^3*s^3 + 0.5^6*Te^4*s^4;
Am = c2d(Ams, T, 'matched');

%% Desna strana Diophantove jednadzbe
Az = Ao*Am;
DENm = cell2mat(Az.num) ;

%% Rjesenje Diophantove jednadzbe%% Rjesenje Diophantove jednadzbe
K = inv(Sab)*(fliplr(DENm)') ;

%% Trazeni polinomi regulatora
P = fliplr(K(1:4)') ;
P = conv(P, [1 -1]) ;
Q = fliplr(K(5:9)') ;
S = polyval(DENm, 1) / polyval(NUM, 1) / polyval(cell2mat(Ao.num), 1)...
    * cell2mat(Ao.num) ;
end

```

Izračunati parametri regulatora

Izračunati parametri regulatora za sva tri slučaja dani su u Tablici 2.

Skupina parametara	$S(z)$	$P(z)$	$Q(z)$
$r = 0.2$	$4.1146z^4$	$4.1075z^4$ $+1.5039z^3$ $-6.6091z^2$ $-2.8599z$ $+3.8576$	$4.1246z^4$ $+37.5487z^3$ $-60.8995z^2$ $+23.3390z$
$r = 1$	$6.6354z^4$	$4.1075z^4$ $-2.9975z^3$ $-0.2008z^2$ $+1.6146z$ -2.5239	$33.3858z^4$ $-45.7630z^3$ $+34.7090z^2$ $-15.6964z$
$r = 5$	$19.7745z^4$	$4.1075z^4$ $-15.5743z^3$ $+10.8982z^2$ $+14.0631z$ -13.4946	$115.8682z^4$ $-208.3936z^3$ $+198.6308z^2$ $-86.3308z$

Tablica 2. Izračunati parametri regulatora za sva tri sličaja

Provjera točnosti izračunate diskretne prijenosne funkcije procesa te Diophantove jednadžbe

Regulacijski krug izveden uz povratnu vezu po brzini vrtnje ω_1 ima prijenosnu funkciju $G_{\omega 1m}(z) = \frac{\omega_{1m}(z)}{m_{1Rd}(z)}$. Kod za proračun te prijenosne funkcije u Matlab programskom okruženju prikazan je u nastavku. Brojnik prijenosne funkcije $G_{\omega 1m}(z)$ predstavlja polinom $B(z)$, a nazivnik je polinom $A(z)$ u Diophantovoj jednadžbi $A(z)P(z) + B(z)Q(z) = A_0(z)A_m(z)$ koja mora biti zadovoljena kako bi ponašanje zatvorenog kruga regulacije bilo jednako traženom ponašanju.

```
s = tf('s');
z = tf('z');

N = Tms*s*(1 + 2*zeta/w0*s + 1/w0^2*s^2);
Gw1 = (w02^-2*s^2 + 2*zeta2/w02*s + 1)/N ;
T = 1/w0;

%% Prijenosna funkcija a2(z)/m1Rd(z)
Gald = c2d(Gw1/s, T, 'zoh');

%% Dodavanje mjernog člana, dobivanje Gw1m(z)
Guk = minreal(Tb/T*(z-1)/z*Gald) ;

%% Koeficijenti polinoma brojnika i nazivnika
B = cell2mat(Guk.num) ;
A = cell2mat(Guk.den) ;

%% Proračun parametara regulatora
[P Q S] = parametri_RST(w02, zeta2, Tb, Tms, zeta, w0, 1)

%% Računanje desne strane Diophantove jednadžbe, Ao*Am
Te = 2*sqrt(2)*T;
Ao = z^4 ;
Ams = 1 + Te*s + 0.5*Te^2*s^2 + 0.5^3*Te^3*s^3 + 0.5^6*Te^4*s^4;
Am = c2d(Ams, T, 'matched');
Az = Ao*Am;
DENm = cell2mat(Az.num)

%% provjera da li je zadovoljena Diophantova jednadžba
delta = conv(A, P) + conv(B, Q) - DENm
```

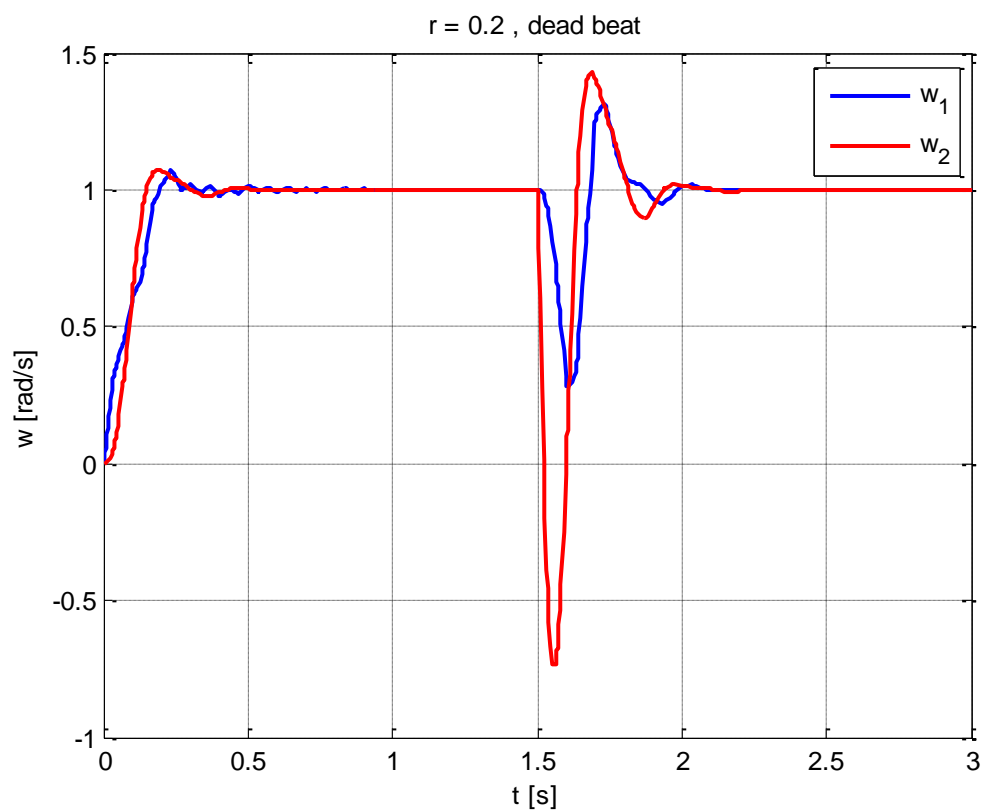
Kao izlaz dobije se :

```
delta = 1.0e-013 *
    0 -0.0355 -0.2576 0.3930 0.1737 -0.5684 0.3553 -0.0888 -0.0295
```

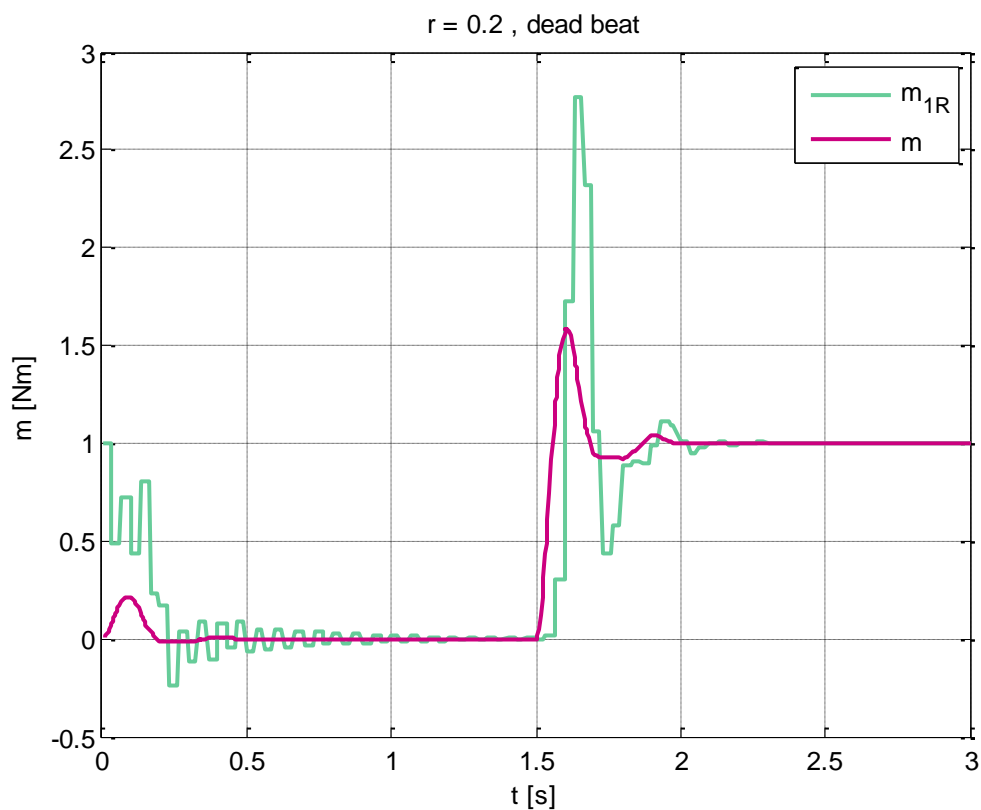
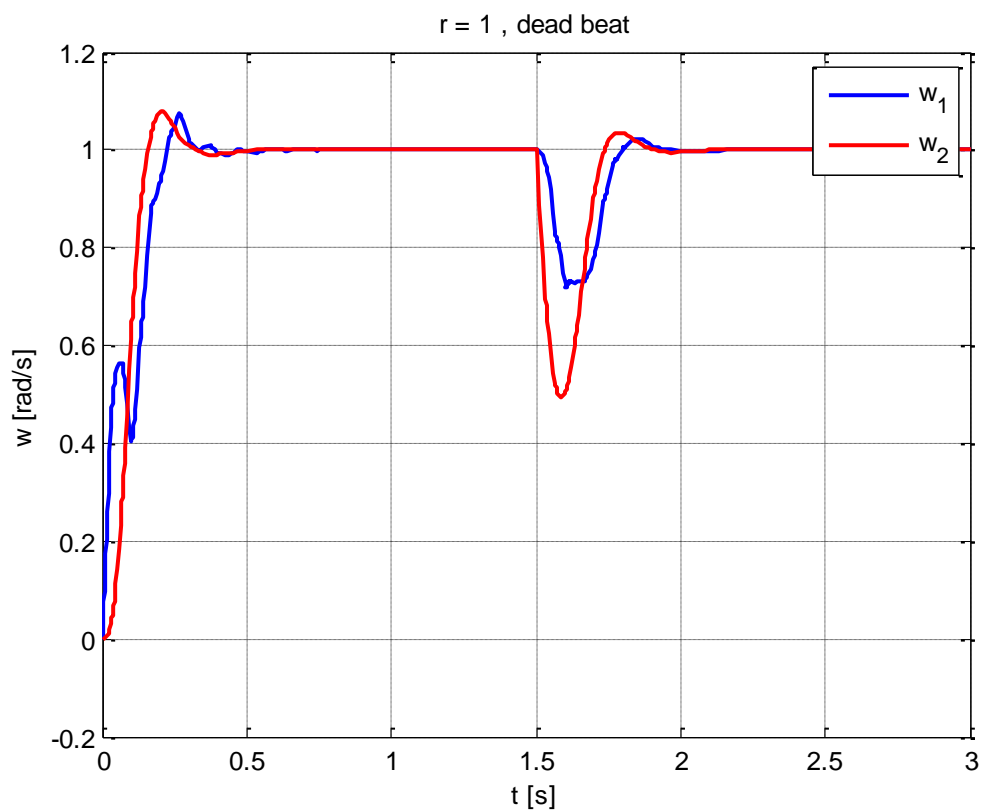
Što je potvrda da funkcija *parametri_RST* radi ispravno.

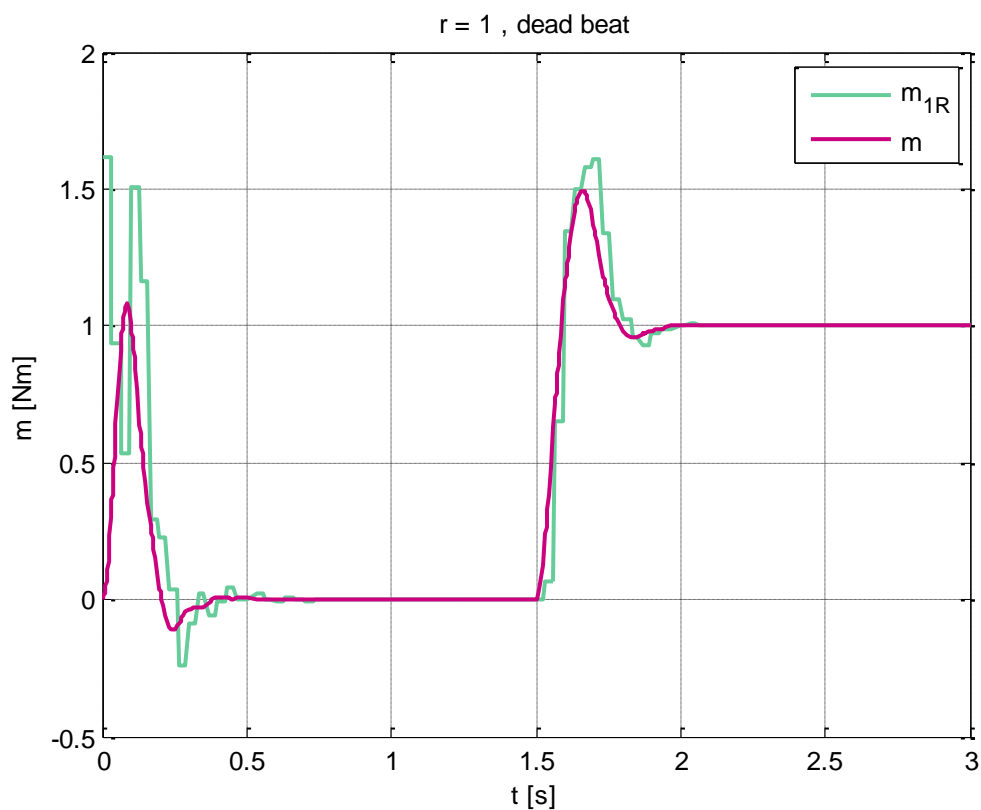
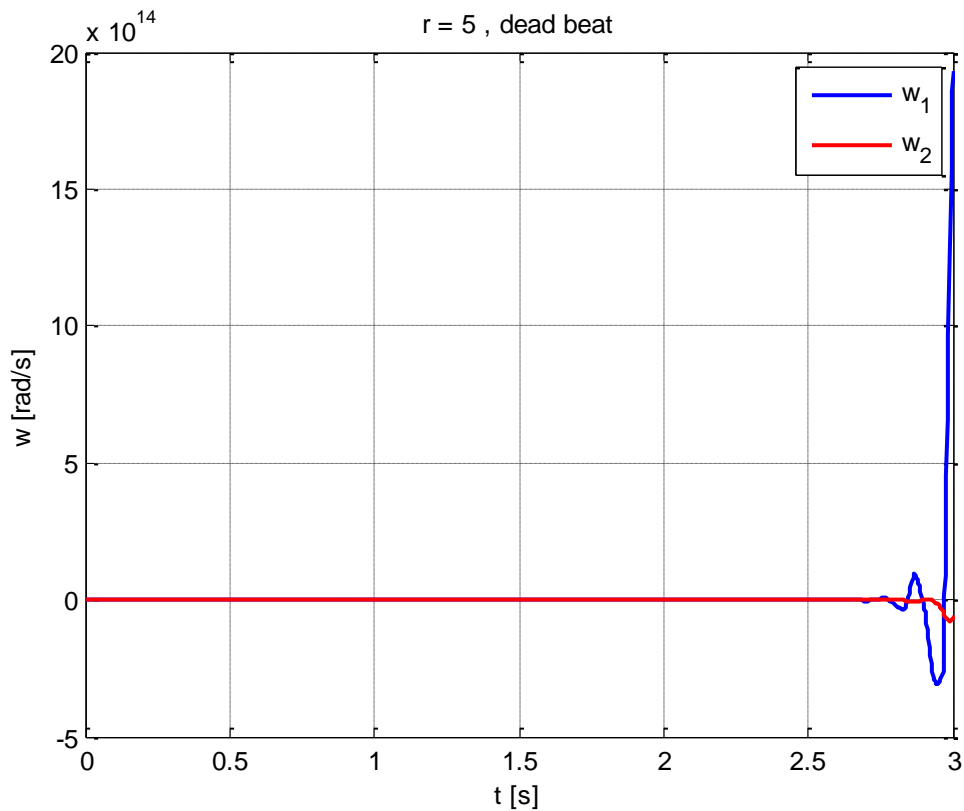
Odzivi brzine vrtnje motora ω_1 i tereta ω_2 , upravljačke veličine m_{1R} i prijenosnog momenta m regulacijskog kruga brzine vrtnje na skokovitu promjenu referentne brzine vrtnje te na skokovitu promjenu momenta tereta

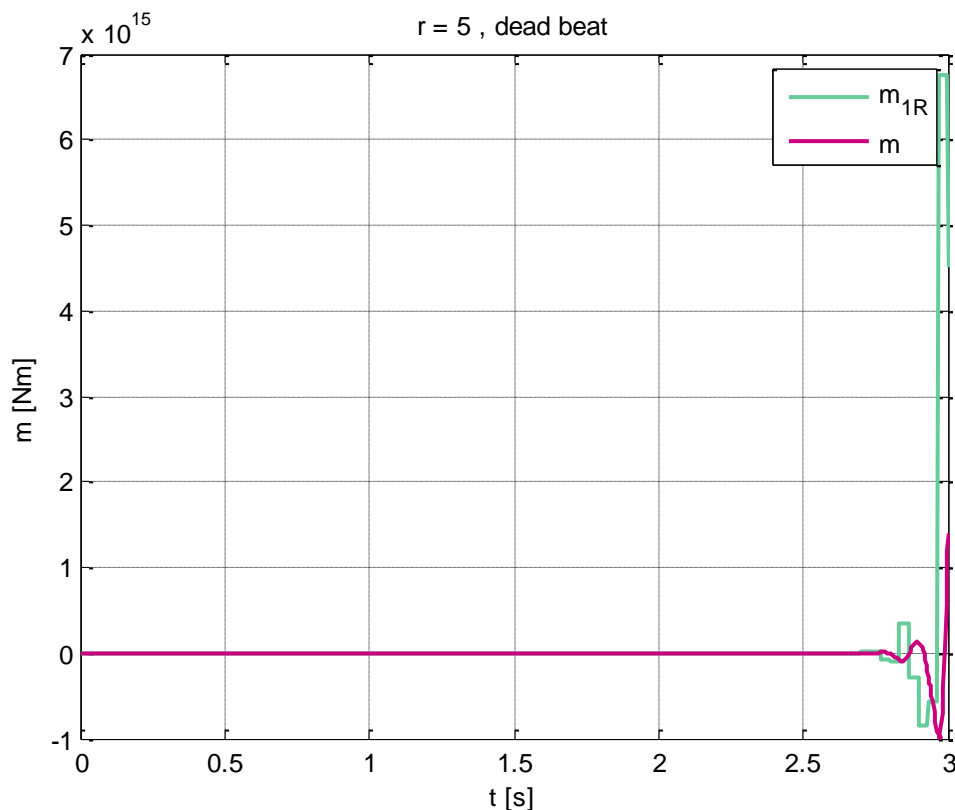
Snimljeni su odzivi za tri skupa parametara ($r = 0.2$, $r = 1$, $r = 5$) na skokovitu promjenu referentne brzine iznosa 1 [rad/s] u trenutku $t = 0 \text{ [s]}$ uz skokovitu promjenu momenta tereta iznosa 1 [Nm] u trenutku $t = 1.5 \text{ [s]}$.



Slika 14. Odzivi brzina ω_1 i ω_2 uz $r=0.2$

Slika 15. Odzivi momenata m_{1R} i m uz $r = 0.2$ Slika 16. Odzivi brzina ω_1 i ω_2 uz $r = 1$

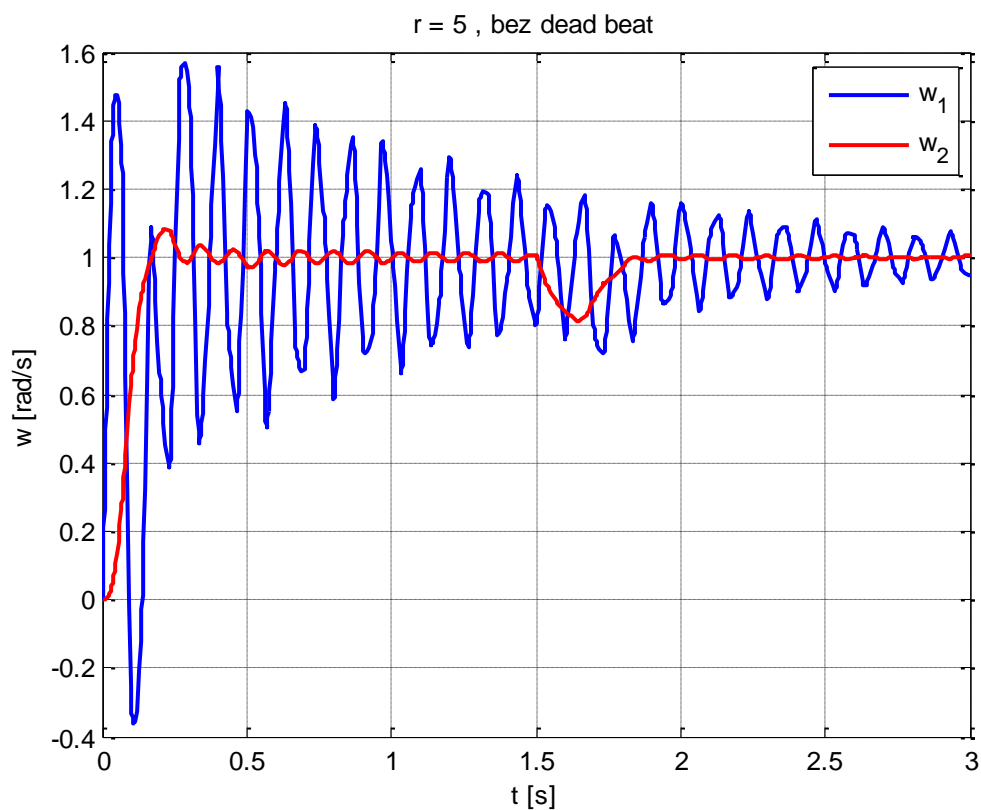
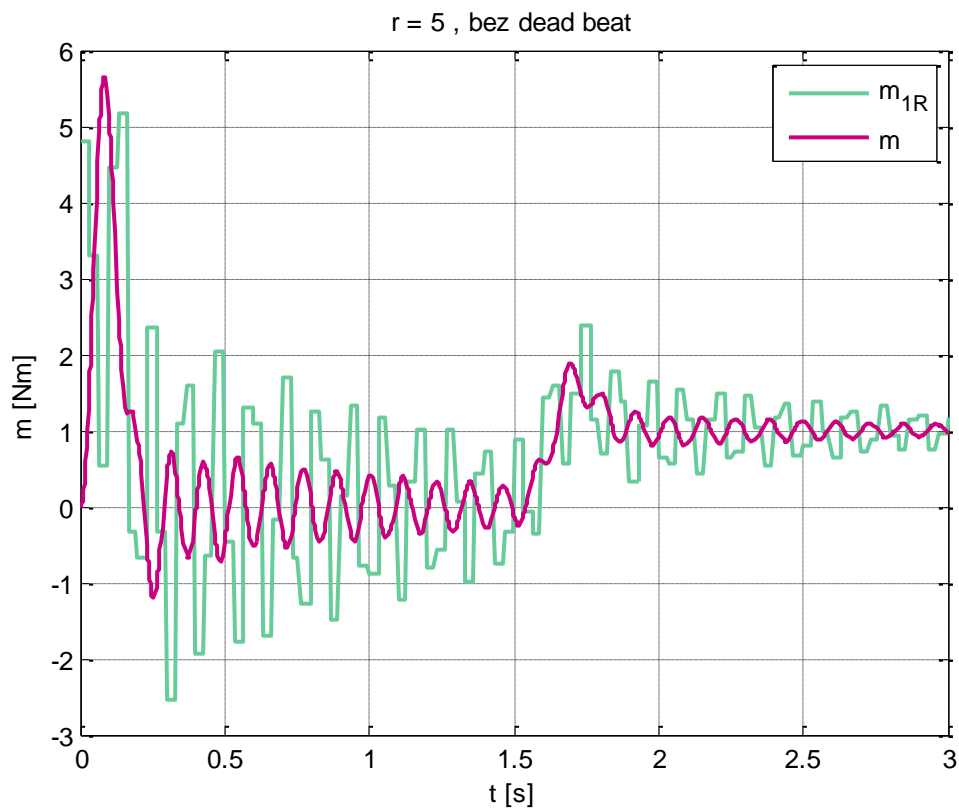
Slika 17. Odzivi momenata m_{1R} i m uz $r = 1$ Slika 18. Odzivi brzina ω_1 i ω_2 uz $r = 5$

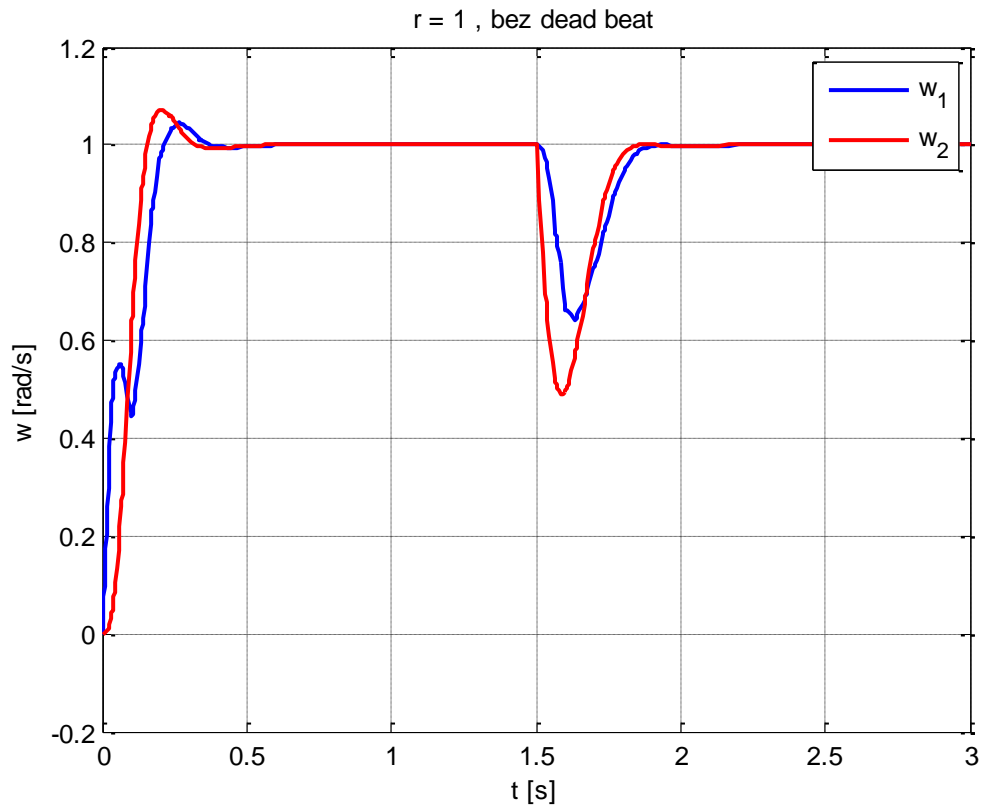
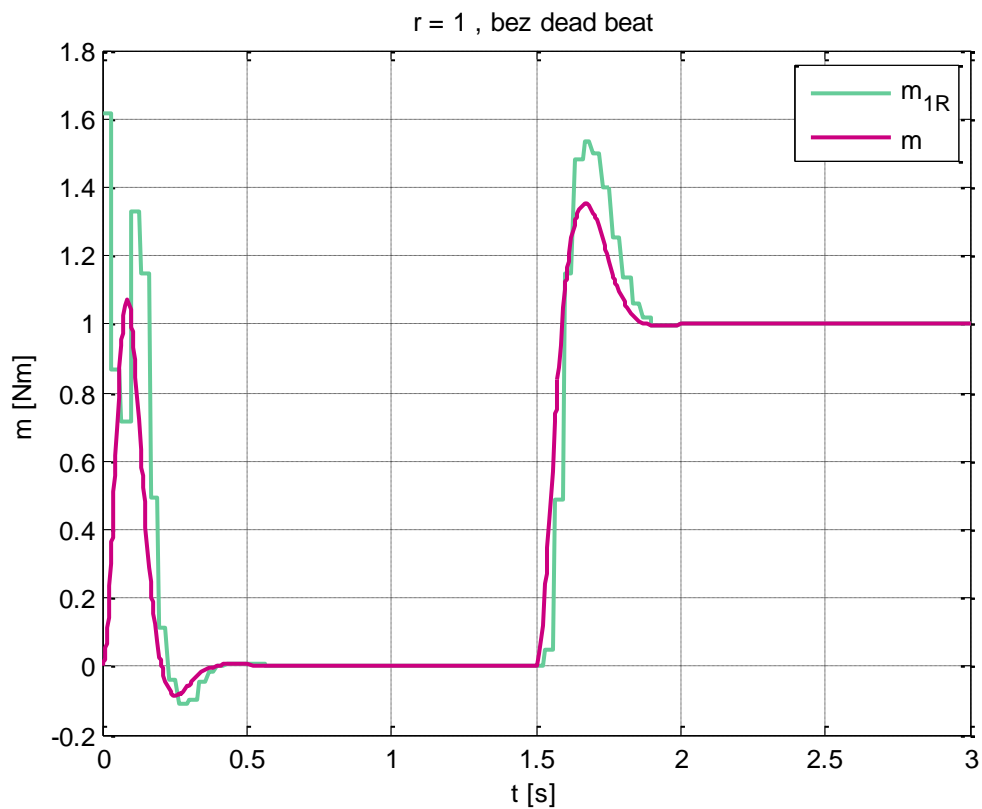
Slika 19. Odzivi momenata m_{1R} i m uz $r = 5$

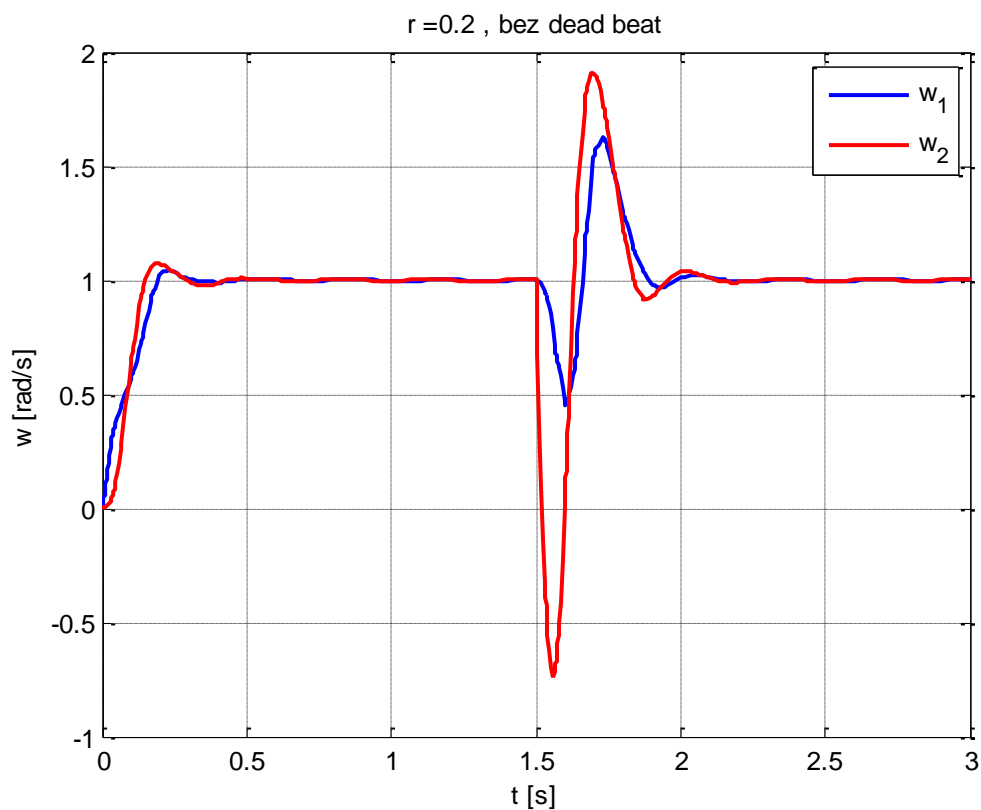
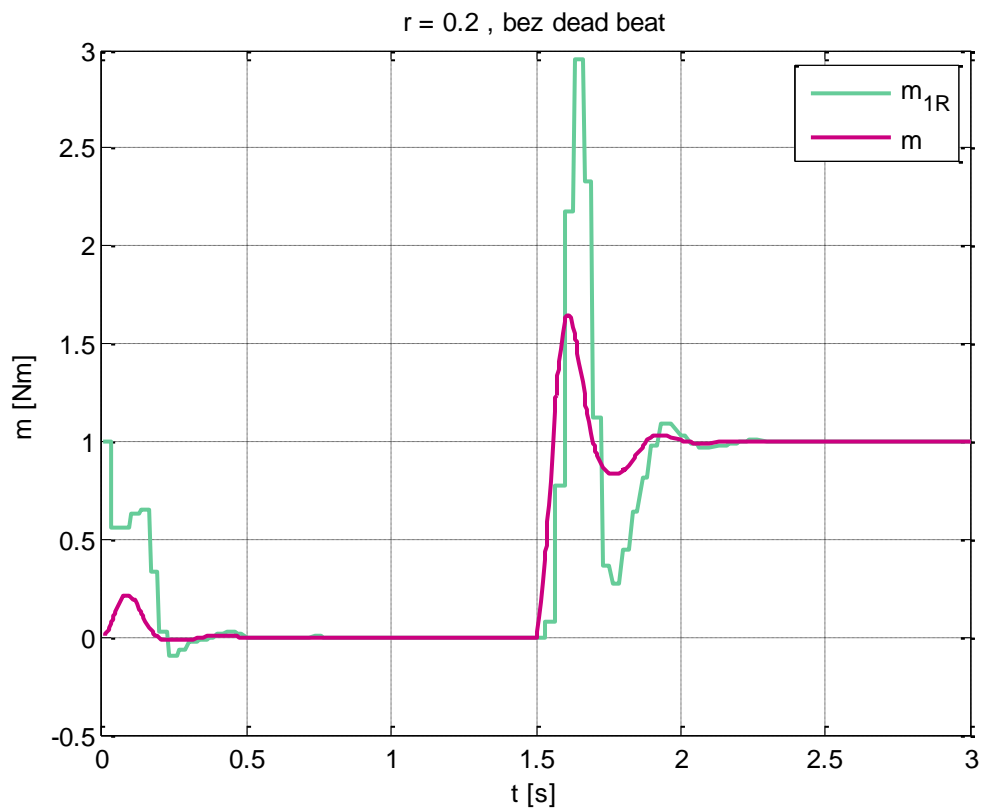
Ispitivanje utjecaja izmještanja jednog pola observerskog polinoma

Iz odziva brzina danog Slikom 18. i momenata danog Slikom 19. vidi se kako je sustav upravljanja nestabilan za parametar $r = 5$. Razlog tome je što regulator projektiran uz observer s *dead-beat* dinamikom i uz zanemarenje dinamike zatvorenog kruga regulacije struje, a čija aproksimativna prijenosna funkcija $G_{ei}(s)$ je uzeta u obzir u simulacijskoj shemi. Jedna od glavnih karakteristika *dead-beat* observera je osjetljivost na pogreške modeliranja sustava i upravo ona dolazi do izražaja u ovom slučaju.

Kako bi se dobio stabilan odziv za iznos parametra $r = 5$, potrebno je smanjiti osjetljivost sustava upravljanja na pogreške modeliranja, što se postiže izmještanjem jednog pola observerskog polinoma izvan ishodišta.

Slika 20. Odziv brzina za $r=5$ uz jedan izmješteni pol observeraSlika 21. Odziv momenta za $r=5$ uz jedan izmješteni pol observera

Slika 22. Odziv brzina za $r=1$ uz jedan izmješteni pol observeraSlika 23. Odziv momenta za $r=1$ uz jedan izmješteni pol observera

Slika 24. Odziv brzina za $r = 0.2$ uz jedan izmješteni pol observeraSlika 25. Odziv momenta za $r = 0.2$ uz jedan izmješteni pol observera

Odzivi brzina vrtnje i momenta novog sustava upravljanja je su prikazani Slikama 20. do 25., te se može vidjeti kako je sustav za $r = 5$ postao stabilan, iako odziv brzine izrazito oscilatoran. Poboljšanje kvalitete odziva brzine može se ostvariti izmještanjem još jednog pola observera, čime se dodatno smanjuje utjecaj nemodelirane dinamike strujne petlje. Odzivi brzina i momenta za druge omjere inercija tereta i motora dani su Slikama 22. do 25.

Usporedba i komentar utjecaja parametra r na vladanje sustava upravljanja

Promjena parametra r na vladanje sustava upravljanja utječe na isti način kao i kod sustava upravljanja s regulatorom stanja. Veći iznos omjera r znači veću tromost tereta, što rezultira većim uvijanjem osovine i lošijim poklapanjem odziva brzina motora i tereta pri skokovitoj promjeni referentne brzine. Pri promjeni momenta tereta, za veće iznose parametra r ukupna tromost sustava je veća pa je slabije izraženo djelovanje poremećaja. Također, odzivi brzine vrtnje motora i tereta manje osciliraju.

Zaključak

Za oba korištena regulatora dobije se približno jednak odziv brzine vrtnje tereta jer je u oba slučaja korišten optimum dvostrukog odnosa pri formiranju modelske funkcije sustava. Kod regulatora stanja odzivi brzine su kvalitetniji, dok su kod polinomskog regulatora odzivi brzine brži. Razlika u kvaliteti odziva vidljiva je pri usporedbi brzine vrtnje motora, koja kod polinomskog regulatora skoro čitavo vrijeme sadrži sitne oscilacije. Kvalitetnije upravljanje s regulatorom stanja je očekivano. U takvoj strukturi regulator koristi informacije iz povratnih veza po svim varijablama stanja procesa, dok polinomski regulator vidi samo jednu stvarnu povratnu vezu iz procesa, a ostale informacije o procesu estimira pomoću observera. Otud slijedi jedna od prednosti polinomskog regulatora - njegova brzina koja je posljedica bržeg observera (*dead-beat*) u odnosu na sam proces.