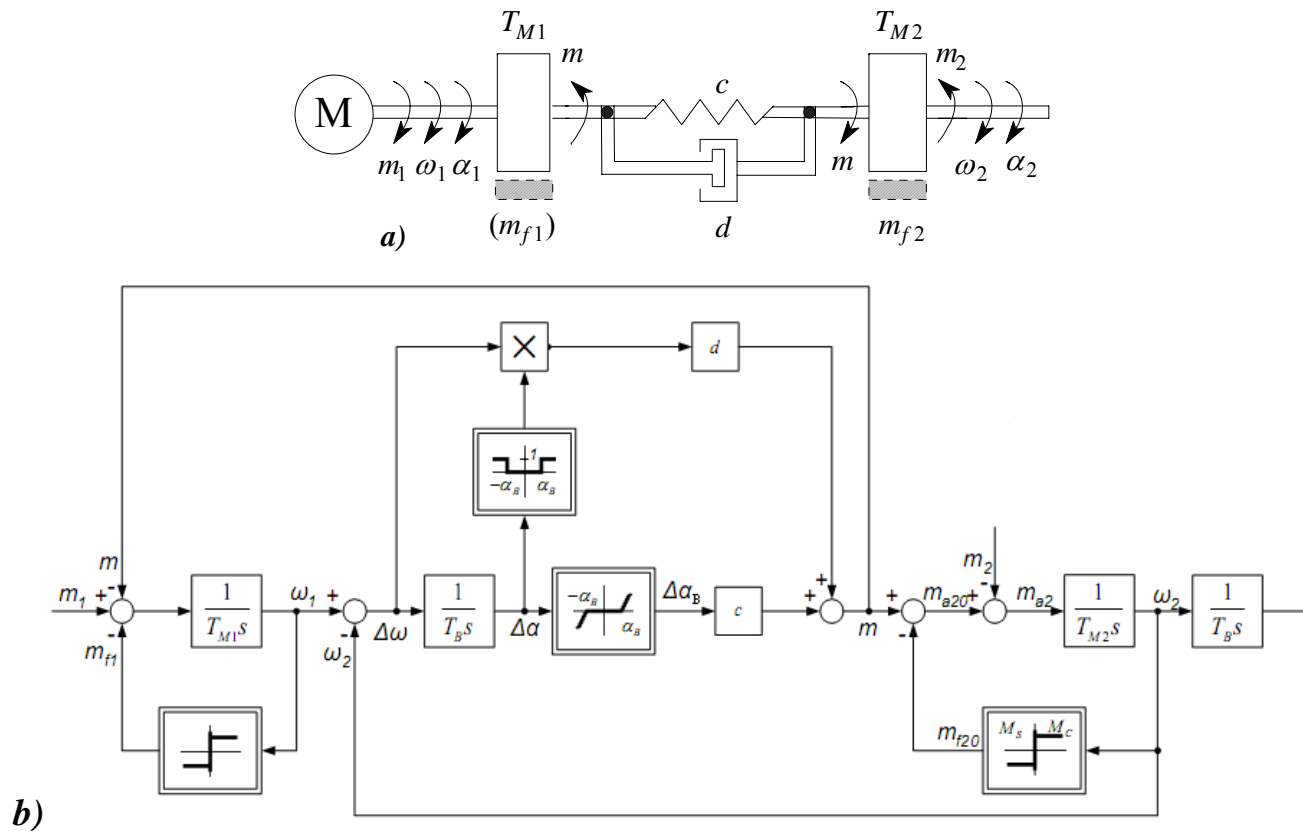


## 2.1. Dvomaseni mehanički podsustav



Dvomaseni elastični sustav: nadomjesna shema **a)** i strukturna blokovska shema **b)**.

## PRETPOSTAVKE:

- Sve mase sustava skoncentrirane su u rotirajućim masama na strani motora i tereta, s momentima inercija  $J_1$  i  $J_2$  i pripadajućim mehaničkim vremenskim konstantama  $T_{M1}$  i  $T_{M2}$ .
- Elementi prijenosnog mehanizma su bez mase i zračnosti, te posjeduju elastičnost određenu konstantama krutosti  $c$  i prigušenja  $d$ .

Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava:

$$T_{M1} \frac{d\omega_1}{dt} = m_1 - m - m_{f1} \quad (2-1)$$

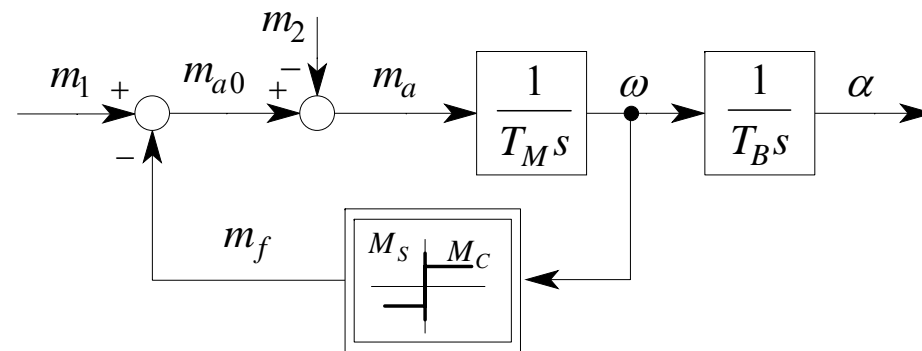
$$T_B \frac{d\Delta\alpha}{dt} = T_B \frac{d(\alpha_1 - \alpha_2)}{dt} = \omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega \quad (2-2)$$

$$m = \begin{cases} 0, & \text{za } \Delta\alpha_B = 0 \\ c\Delta\alpha + d\Delta\omega, & \text{za } \Delta\alpha_B > 0 \end{cases} \quad (2-3)$$

$$\Delta\alpha_B = \begin{cases} 0, & \text{za } |\Delta\alpha| \leq \alpha_B \\ \Delta\alpha - \alpha_B, & \text{za } \Delta\alpha > \alpha_B \\ \Delta\alpha + \alpha_B, & \text{za } \Delta\alpha < -\alpha_B \end{cases} \quad (2-4)$$

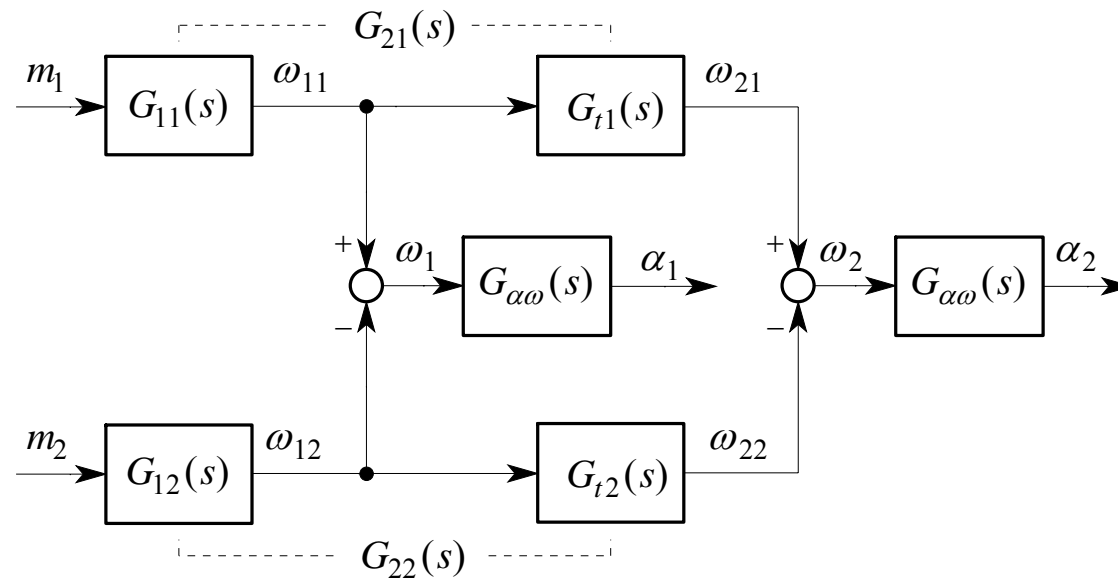
$$T_{M2} \frac{d\omega_2}{dt} = m - m_{f2} - m_2 = m_{a20} - m_2 \quad (2-5)$$

- Mehanički sustav sa zanemarivom elastičnošću i zračnošću prijenosnog mehanizma:



S1. 2.2.

- Zanemarenjem trenja ( $m_{f1} = m_{f2} = 0$ ) i zračnosti, mehanički sustav (Sl.2.1) daje se primjenom pravila blokovske algebre opisati **linearnim ulazno/izlaznim modelom**:



Sl. 2.3.

- Moment motora  $m_1$  je izvršna, a moment tereta  $m_2$  poremećajna veličina.
- Regulirane veličine su brzina vrtnje  $\omega_2$  ili položaj  $\alpha_2$  tereta.
- Moguće mjerljive veličine su položaj motora  $\alpha_1$  ili tereta  $\alpha_2$ , brzina vrtnje motora  $\omega_1$  ili tereta  $\omega_2$  i prijenosni moment (moment na osovini)  $m$ .

Prijenosne funkcije ulazno/izlaznog modela mehaničkog sustava određene su izrazima:

$$G_{11}(s) = \frac{\omega_{11}(s)}{m_1(s)} = \frac{\Omega_{02}^{-2}s^2 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{N(s)}$$

(2-6)

$$G_{21}(s) = \frac{\omega_{21}(s)}{m_1(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{N(s)}$$

(2-7)

$$G_{12}(s) = \frac{\omega_{12}(s)}{m_2(s)} = \frac{2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + 1}{N(s)}$$

(2-8)

$$G_{22}(s) = \frac{\omega_{22}(s)}{m_2(s)} = \frac{\Omega_{01}^{-2}s^2 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + 1}{N(s)}$$

(2-9)

$$G_{t2}(s) = \frac{\omega_{22}(s)}{\omega_{12}(s)} = \frac{\Omega_{01}^{-2}s^2 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + 1}{2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + 1}$$

(2-10)

$$G_{t1}(s) = \frac{\omega_{21}(s)}{\omega_{11}(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{\Omega_{02}^{-2}s^2 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}$$

(2-11)

$$G_{\alpha\omega}(s) = \frac{\alpha_1(s)}{\omega_1(s)} = \frac{\alpha_2(s)}{\omega_2(s)} = \frac{1}{T_B s}$$

(2-12)

gdje su karakteristični polinom  $N(s)$  i parametri ulazno/izlaznog modela:

$$N(s) = T_{M\Sigma} s (\Omega_0^{-2} s^2 + 2\zeta \Omega_0^{-1} s + 1), \quad (2-13)$$

$$T_{M\Sigma} = T_{M1} + T_{M2}, \quad (2-14)$$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c}{T_B} \left( \frac{1}{T_{M1}} + \frac{1}{T_{M2}} \right)}, \quad (2-15)$$

$$\zeta = \frac{d}{2c} T_B \Omega_0, \quad (2-16)$$

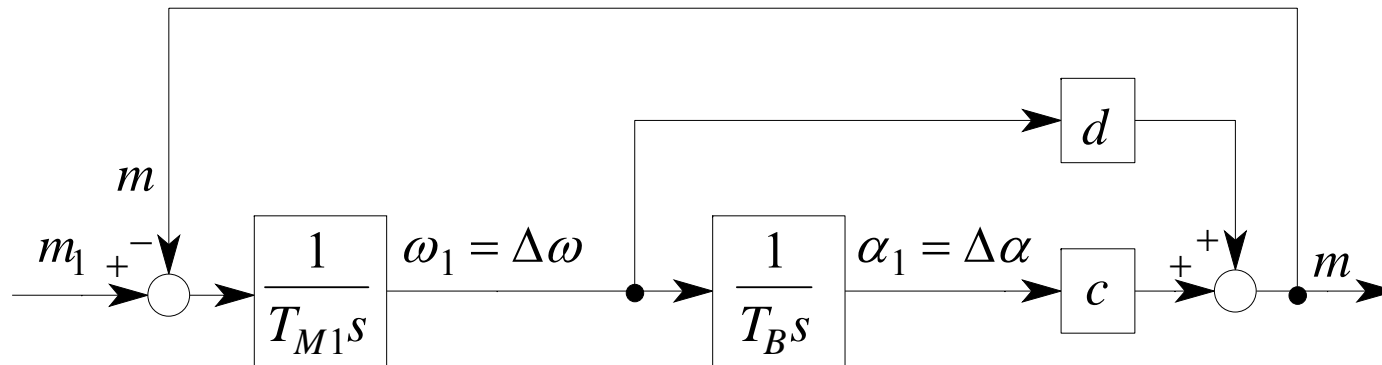
$$\Omega_{0i} = \sqrt{\frac{c}{T_B T_{Mi}}} < \Omega_0, \quad i = 1, 2, \quad (2-17)$$

$$\zeta_i = \frac{d}{2c} T_B \Omega_{0i} < \zeta. \quad (2-18)$$

- Koeficijenti prigušenja  $d$  i  $\zeta$  mogu imati relativno male iznose. Zbog toga se u karakterističnom polinomu  $N(s)$  elastičnog mehaničkog sustava pojavljuje par **slabo prigušenih konjugirano-kompleksnih korijena**.

## 2.2. Mehanički sustav u ograničenom gibanju

- U pojedinim intervalima rada pogona zamašne mase na strani tereta zakočene su uslijed djelovanja momenta trenja  $m_{f2}$ .
- Zbog elastičnosti prijenosnog mehanizma i uz zanemarivo trenja na strani motora, motor se može gibati. Radi se o tzv. **ograničenom gibanju** (engl. *constrained motion*).



Sl. 2.4.

- Prijenosna funkcija mehaničkog sustava u ograničenom gibanju (Sl.2.4) je:

$$G_{11st}(s) = \frac{\omega_1(s)}{m_1(s)} = \frac{\Omega_{01}^{-2} s^2}{T_{M1} s (\Omega_{01}^{-2} s^2 + 2\zeta \Omega_{01}^{-1} s + 1)} \quad (2-19)$$



- Pri tome dolazi do razumljive zamjene iznosa vlastite frekvencije  $\Omega_0 \rightarrow \Omega_{01}$  i mehaničke vremenske konstante  $T_{M\Sigma} \rightarrow T_{M1}$ .

### 2.3. Strujno-regulirani energetski pretvornik

- Izlazna veličina regulatora brzine vrtnje predstavlja referentnu veličinu momenta motora  $m_{1R}$ , odnosno referentnu vrijednost struje  $i_R$  (**kaskadna regulacija**).
- Kod istosmjernog motora to je armaturna struja, a kod izmjeničnog fiktivna struja momenta koja je povezana s faznim strujama (prema Parkovoj transformaciji).
- Zadano referentnu vrijednost struje ostvaruje strujno-regulirani elektronički energetski pretvornik, odnosno podređeni regulacijski krug struje.
- Ako se regulator struje PI tipa podesi prema **tehničkom optimumu**, tada se vladanje zatvorenog regulacijskog kruga struje može opisati prijenosnom funkcijom:

$$G_{ei}(s) = \frac{i(s)}{i_R(s)} = \frac{m_1(s)}{m_{1R}(s)} = \frac{1}{T_{ei}s + 1} \quad (2-20)$$

gdje je  $T_{ei}$  nadomjesna vremenska konstanta.

- Korištenjem tranzistorskih energetskih pretvornika visoke sklopne frekvencije postiže se vrlo brz odziv regulacijskog kruga struje ( $T_{ei} < 1 \text{ ms}$ ).

Vremenska konstanta:	Trofazni punoupravljivi tiristorski usmjerivač ( $m = 6, f = 50 \text{ Hz}$ )	Tranzistorski pretvornik; sklopna frekvencija $f_c = 5 \text{ kHz}$
Nadomjesno mrtvo vrijeme pretvornika $T_{mi}$ :	$\frac{1}{2} \frac{1}{mf} = 1,67 \text{ ms}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{f_c} = 0,1 \text{ ms}$
Nadomjesna vremenska konstanta $T_{ei} \doteq 4T_{mi}$ :	6,68 ms	0,4 ms

- Stvarni model zatvorenog regulacijskog kruga struje znatno je složeniji (posebno uz primjenu izmjeničnih motora) od aproksimativnog P ili PT<sub>1</sub> modela.
- Stoga pri projektiranju nadređenog regulacijskog kruga brzine vrtnje treba voditi računa o njegovoj robusnosti s obzirom na pogreške modeliranja podređenog regulacijskog kruga struje.

## 2.4. Mjerni članovi mehaničkih veličina

- U standardnim reguliranim pogonima koriste se senzori brzine vrtnje (tahogeneratori) i položaja (inkrementalni i apsolutni davači, resolveri).
- Kod danas prevladavajućih izmjeničnih pogona senzor položaja neophodan je za realizaciju sustava vektorske regulacije.
- Senzor položaja može se iskoristiti i za mjerenje brzine vrtnje (pretpostavlja se digitalno mjerenje položaja i brzine vrtnje inkrementalnim davačem)
- Mjerni član položaja s inkrementalnim davačem ima proporcionalno vladanje:

$$G_{m\alpha}(z) = \frac{\alpha_m(z)}{\alpha(z)} = 1 \quad (2-21)$$

- Brzina vrtnje mjeri se diferenciranjem mjernog podatka položaja  $\alpha_m$  u koracima uzorkovanja  $k$  prema jednadžbi diferencija:

$$\omega_m(k) = \frac{T_B}{T} [\alpha_m(k) - \alpha_m(k-1)] \quad (2-22)$$

odnosno prijenosna funkcija digitalnog mjernog člana brzine vrtnje u  $z$  -području:

$$G_{m\omega}(z) = \frac{\omega_m(z)}{\alpha_m(z)} = \frac{T_B}{T} \frac{z-1}{z} \quad (2-23)$$

- U svrhu kvazikontinuirane sinteze digitalnog regulacijskog kruga brzine vrtnje koristi se aproksimativna prijenosna funkcija:

$$G_{m\omega c}(s) = \frac{\omega_m(s)}{\omega(s)} = \frac{1 - e^{-Ts}}{Ts} \approx e^{-sT/2} \approx \frac{1}{1 + sT/2} \quad (2-24)$$

- **Senzor prijenosnog momenta** realizira se s pomoću tenzometarskih traka nalijepljenih na mjernu elastičnu osovinu i spojenih u Wheatstoneov most.
- Pri modeliranju mehaničkog sustava s ugrađenim senzorom momenta treba voditi računa o elastičnosti koju u prijenosni mehanizam unosi sam senzor.
- Usporenje mjernog člana momenta, koje je posljedica filtriranja mjernog signala i elastičnosti prijenosnog mehanizma između motora i senzora momenta, približno se modelira PT<sub>1</sub> članom:

$$G_{mm}(s) = \frac{m_m(s)}{m(s)} = \frac{1}{1 + T_{mm}s} \quad (2-25)$$