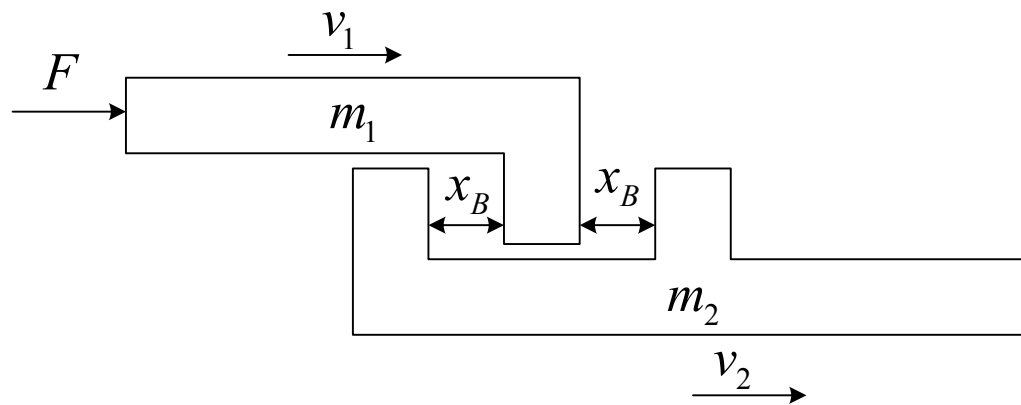


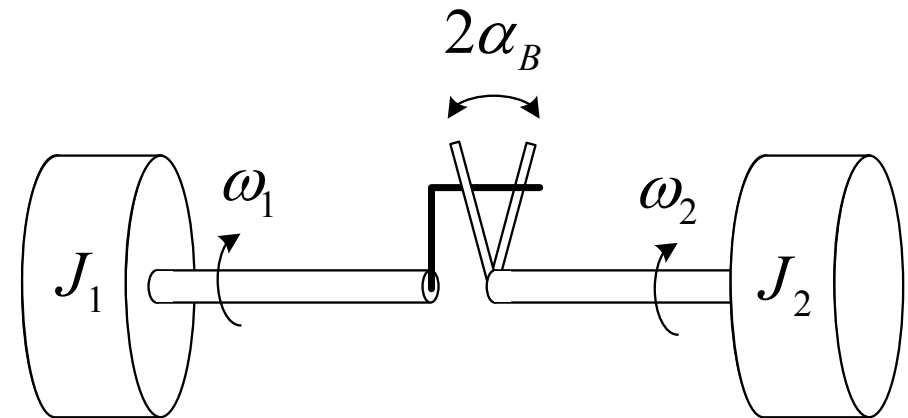
2. ZRAČNOST

2.1 Uvod

- Zračnost je prisutna u svakom mehaničkom sustavu gdje pokretački dio mehanizma (motor) nije direktno spojen na opteretni dio (teret).
- Upravljanje sustavima sa zračnošću je složeno pogotovo ako se zahtjeva visoka preciznost pozicioniranja.



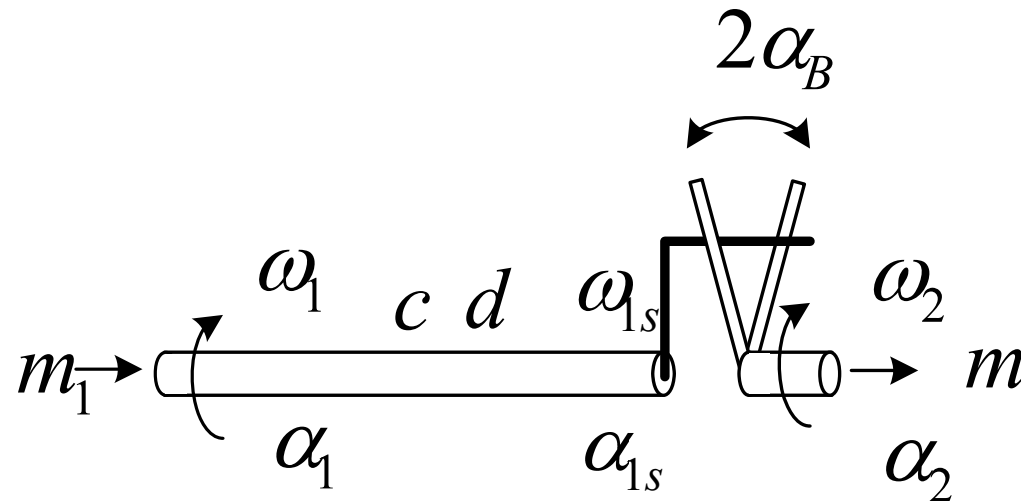
Slika 1. *Ilustracija za slučaj linearnog gibanja*



Slika 2. *Ilustracija zračnosti za slučaj rotacijskog gibanja*

- U određenim trenucima motor gubi kontakt s teretom što se događa uslijed djelovanja poremećaja na strani tereta ali jednako tako i kada je potrebno promijeniti smjer gibanja.
- U tim je trenucima gibanje tereta autonomno a dodatni problem predstavlja i činjenica da sila odnosno moment motora više nije uravnotežen momentom tereta te se motor naglo ubrzava. Stoga se često kaže da je u tim trenucima teret neupravljiv.
- Postojanje zračnosti u mehaničkim sustavima često rezultira pogreškom u ustaljenom stanju ili čak graničnim ciklusom.

2.2 Modeli zračnosti



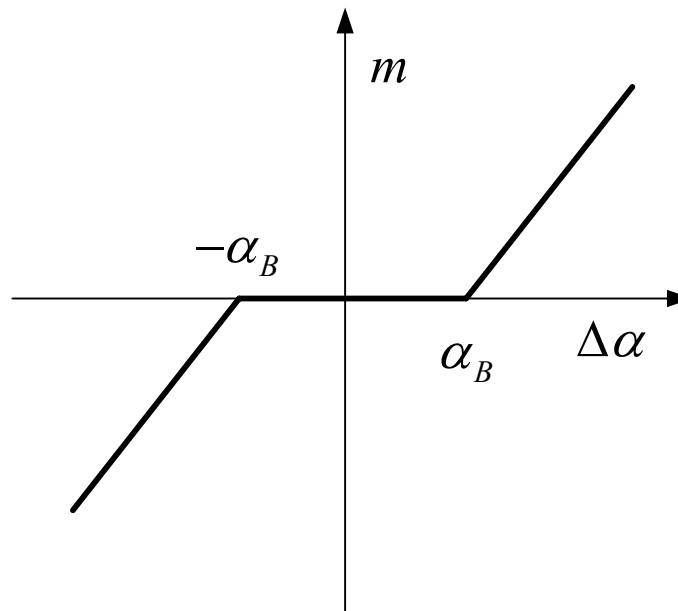
Slika 3. Prikaz elastične osovine sa zračnošću

2.2.1 Zona neosjetljivosti

- Jedan od najraširenijih i najčešće korištenih modela zračnosti.
- Uzima u obzir elastičnost prijenosne osovine.
- Model je opisan sljedećim izrazima:

$$m = \begin{cases} c(\Delta\alpha - \alpha_B), & \Delta\alpha \geq \alpha_B \\ 0, & |\Delta\alpha| < \alpha_B \\ c(\Delta\alpha + \alpha_B), & \Delta\alpha \leq -\alpha_B \end{cases}$$

pri čemu je $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$.

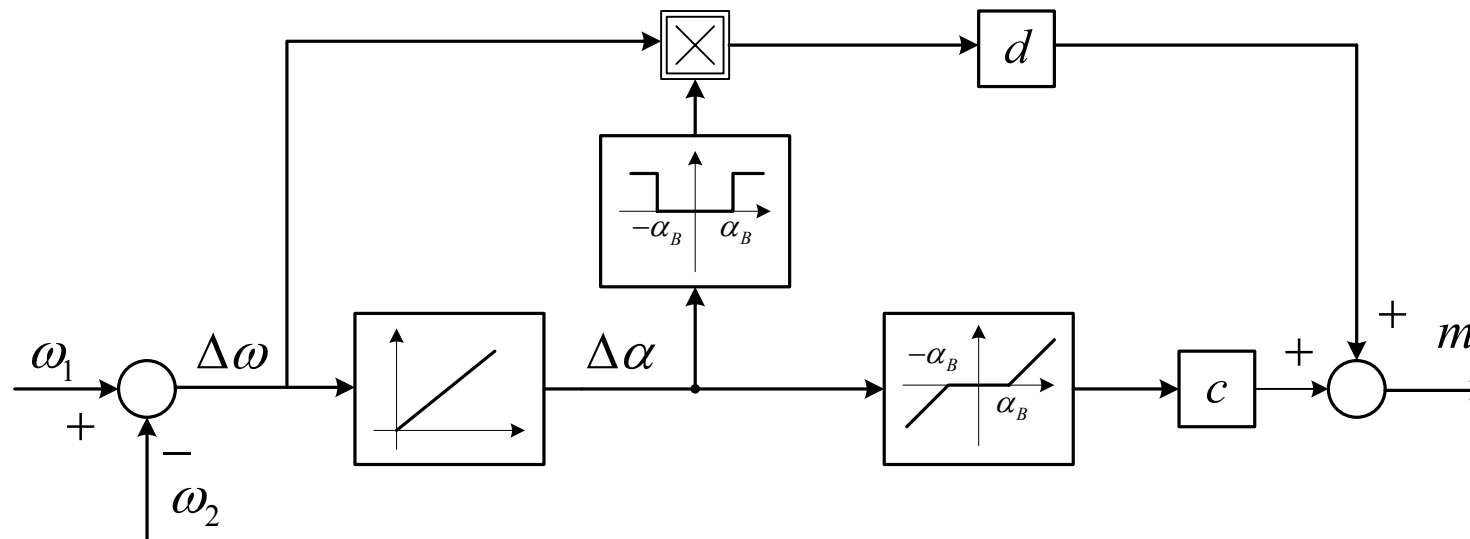


Slika 4. Zona neosjetljivosti

- U slučaju izraženog prigušenja prijenosne osovine modela koristi se prošireni model dan sljedećim izrazom:

$$m = \begin{cases} c(\Delta\alpha - \alpha_B) + d\Delta\dot{\alpha}, & \Delta\alpha \geq \alpha_B \\ 0, & |\Delta\alpha| < \alpha_B \\ c(\Delta\alpha + \alpha_B) + d\Delta\dot{\alpha}, & \Delta\alpha \leq -\alpha_B \end{cases}$$

- Međutim, kada je prigušenje $d \neq 0$ model unosi pogrešku prilikom ulaska u zračnost, što je ujedno i njegov najveći nedostatak.

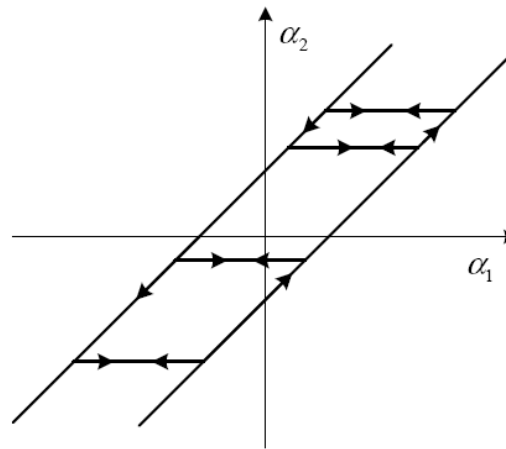


Slika 5. Blokova shema modela zračnosti zasnovanog na zoni neosjetljivosti

2.2.2 Histerezni model zračnosti

- Model pretpostavlja idealno kruti prijenos, tj. $c = \infty \Rightarrow \omega_1 = \omega_{1s}, \alpha_1 = \alpha_{1s}$.
- Histerezni je model zračnosti prikazan na slici 6 i opisan je sljedećim izrazima:

$$\dot{\alpha}_2 = \begin{cases} \dot{\alpha}_1, & \text{ako je } \dot{\alpha}_1 > 0 \wedge \alpha_2 = \alpha_1 - \alpha_B \\ \dot{\alpha}_1 & \text{ako je } \dot{\alpha}_1 < 0 \wedge \alpha_2 = \alpha_1 + \alpha_B \\ 0 & \text{inače} \end{cases}$$



Slika 6. Histerezni model zračnosti

2.2.3 Fizikalni model zračnosti

- Razvijen s ciljem korekcije pogreške modela sa zonom nesjetljivosti kod ulaska u područje zračnosti.
- U model je uvedena dodatna varijabla stanja $\alpha_b = \alpha_{1s} - \alpha_2$
- Fizikalni model zračnosti opisan je sljedećim izrazima:

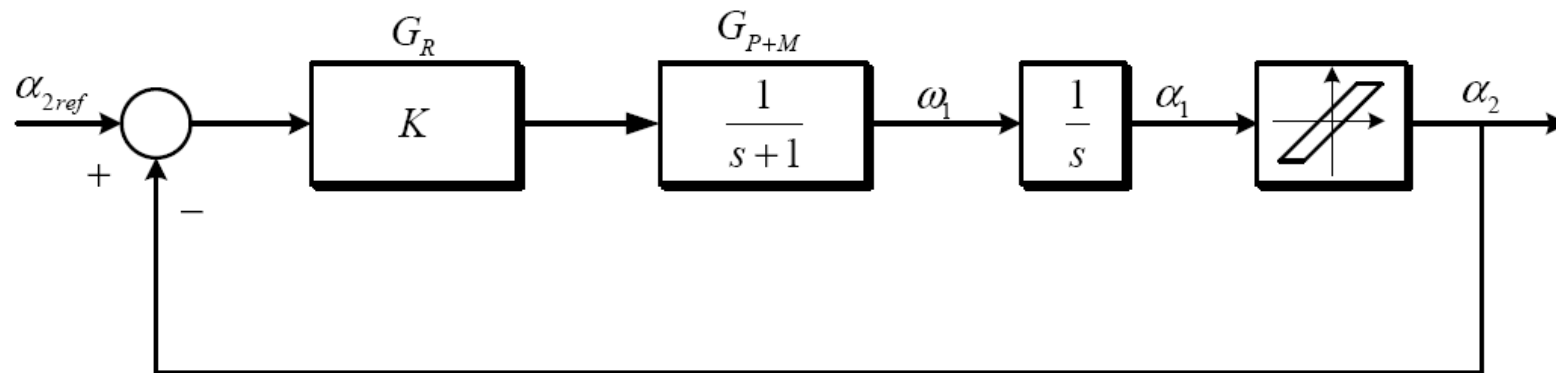
$$m = c(\Delta\alpha - \alpha_b) + d(\Delta\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_b)$$
$$\dot{\alpha}_b = \begin{cases} \max\left(0, \Delta\alpha + \frac{c}{d}(\Delta\alpha - \alpha_b)\right), & \alpha_b = -\alpha_B \\ \Delta\alpha + \frac{c}{d}(\Delta\alpha - \alpha_b), & |\alpha_b| < \alpha_B \\ \min\left(0, \Delta\alpha + \frac{c}{d}(\Delta\alpha - \alpha_b)\right), & \alpha_b = \alpha_B \end{cases}$$

pri čemu je $\alpha_b = \alpha_{1s} - \alpha_2$, $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$.

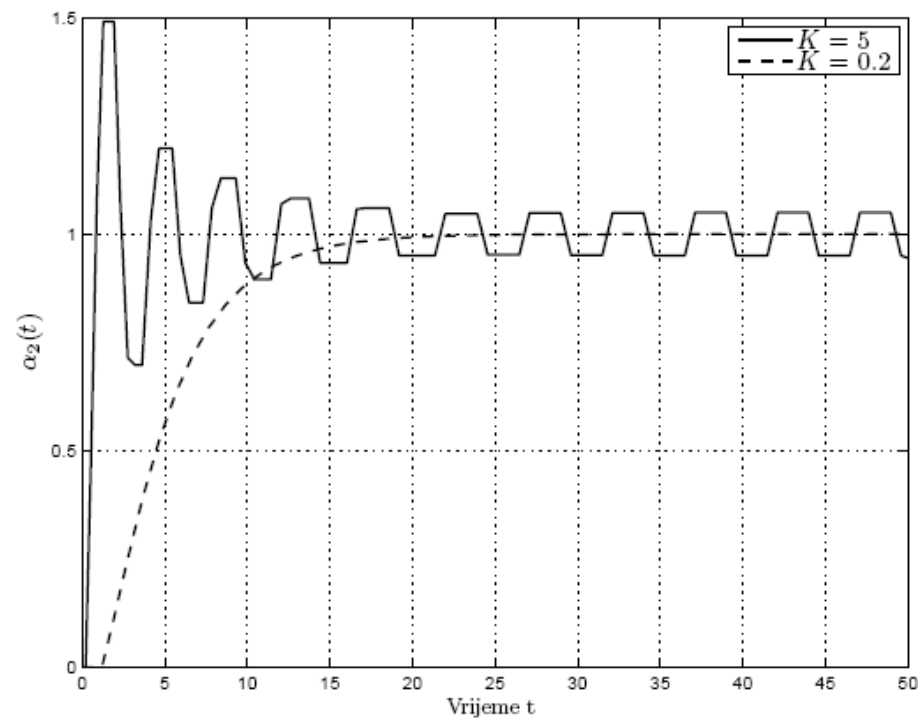
Primjer 1: Ilustracija utjecaja zračnosti u sustavima upravljanja

Razmotrimo jednostavan sustav upravljanja prikazan na slici 7. Sustav se sastoji od elektromotornog pogona upravljanog po brzini koji skupa s pojačalom snage ima prijenosnu funkciju G_{P+M} , prijenosne osovine zanemarive mase uz prisutnu zračnost i P regulatora pozicije. U sklopu ovog primjera razmotrit će se utjecaj pojačanja regulatora kao i širine zračnosti odnosno histerezne karakteristike na ponašanje sustava upravljanja. Stoga su napravljene simulacije uz sljedeće parametre:

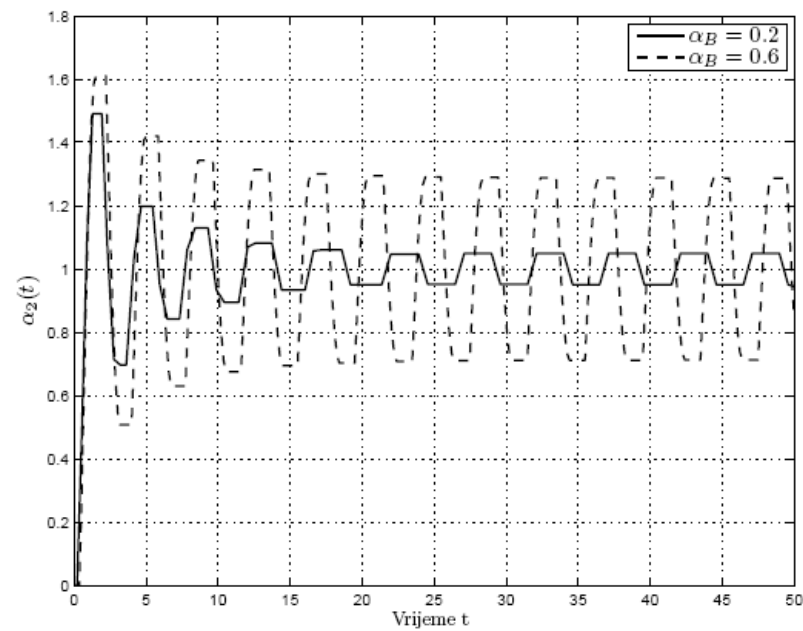
- $K = 5, \alpha_B = 0.2$
- $K = 0.2, \alpha_B = 0.2$
- $K = 5, \alpha_B = 0.6$



Slika 7. Blokovska shema sustava upravljanja pozicijom elektromehaničkog sloga



Slika 8. Odziv kuta α_2 uz različite iznose pojačanja K



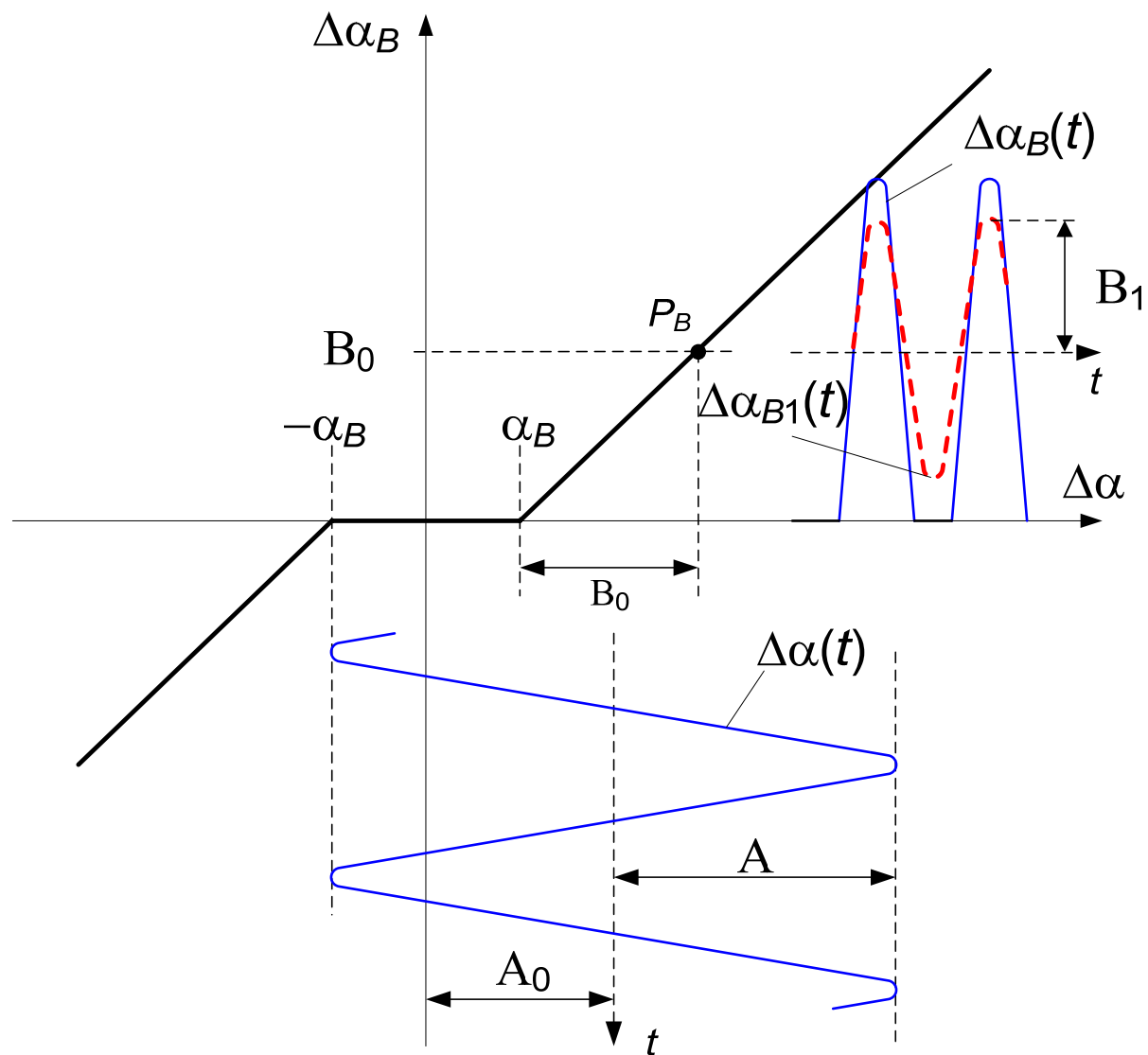
Slika 8. Odziv kuta α_2 uz različite iznose širine zračnosti α_B (uz $K=5$)

2.3 Analiza zračnosti metodom harmoničke linearizacije

- Metoda harmoničke linearizacije (ravnoteže) je najšire primijenjivana metoda za analizu nelinearnih sustava jer omogućava primjenu teorije poznate iz analize i sinteze linearnih sustava pri radu s nelinearnim sustavima.
- Izlazni signal iz nelinearnog sustava se linearizira u odabranoj radnoj točki na osnovi poznatog oblika i amplitude ulaznog signala.



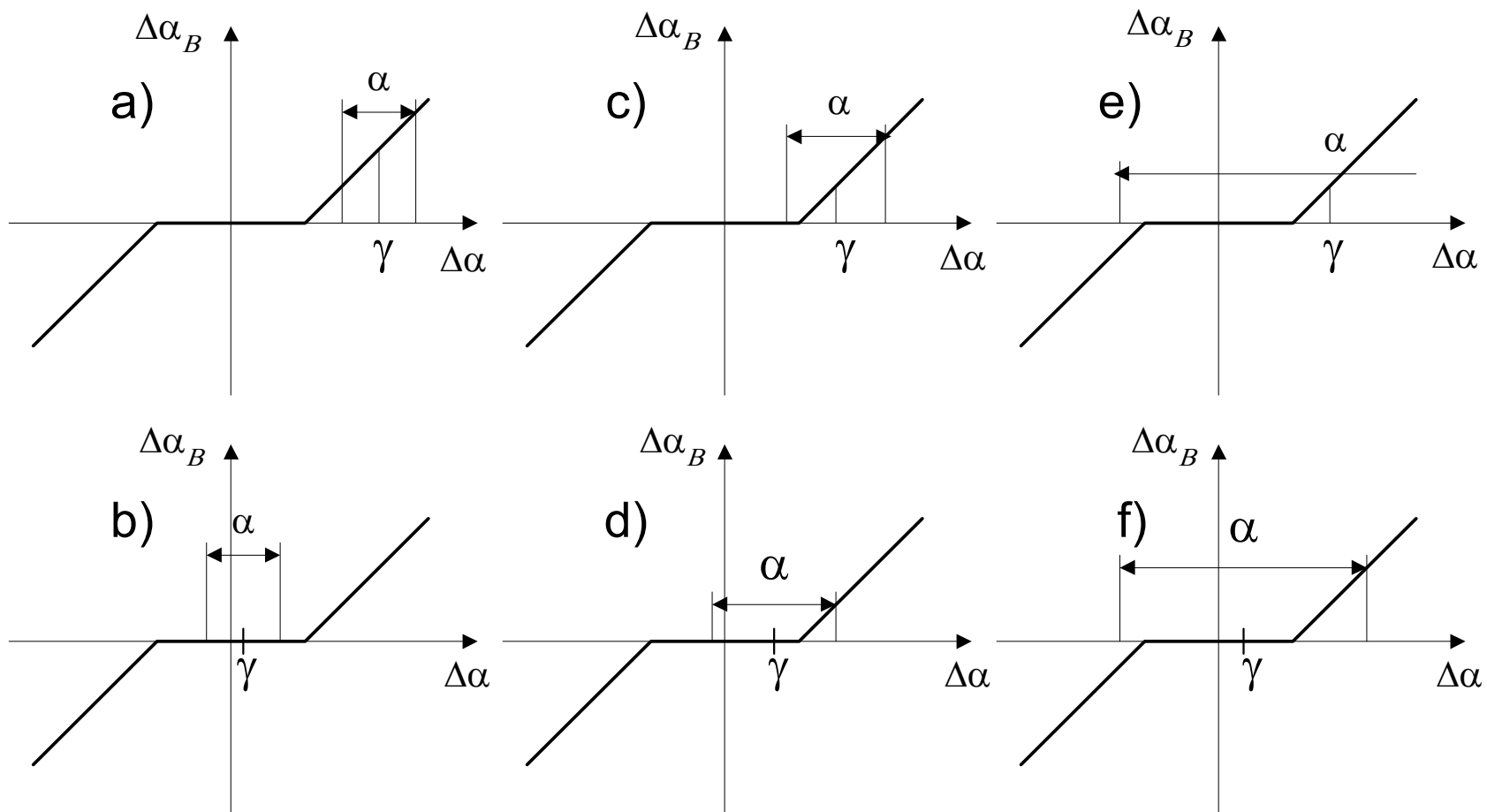
Slika 9. Načelo harmoničke linearizacije



Slika 10. Ilustracija preslikavanja sinusne funkcije pomoću zone neosjetljivosti

- Nelinearni dio sustava opisuje se **opisnom funkcijom** $N_{1B}(A, B_0)$, koja je proširenje pojma prijenosne funkcije linearnih elemenata na nelinearne elemente
- Opisna funkcija zračnosti je linearizirani opis zračnosti s obzirom na pobudu $\Delta\alpha(t)$ harmoničkog valnog oblika, s proizvoljnom amplitudom A i srednjom vrijednošću A_0 .
- Nelinearni se element opisuje promjenjivim pojačanjem kao omjerom amplituda B_1 prvog harmonika $\Delta\alpha_{B1}(t)$ odziva $\Delta\alpha_B(t)$ i amplitude A njegove pobudne harmoničke funkcije $\Delta\alpha(t)$ $\left(N_{1B} = \frac{B_1}{A} \right)$. Pojačanje N_{1B} ovisi o srednjoj vrijednosti razlike kutova motora i tereta A_0 , amplitudi A pobudne funkcije $\Delta\alpha(t)$ i o kutu zračnosti $2\alpha_B$:

$$N_{1B} = \frac{B_1}{A} = N_{1B}(A, A_0, \alpha_B).$$



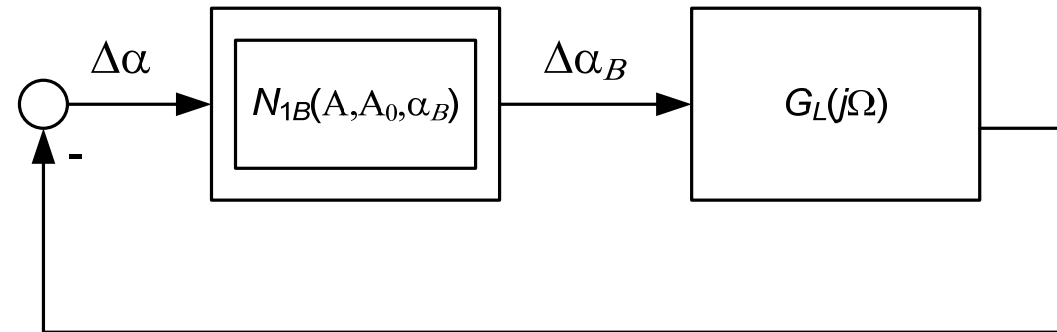
Slika 11. Područja protezanja ulaznog signala

a)	$\gamma > 1, \alpha < \gamma - 1$	$N_{1B} = 1$
b)	$\gamma < 1, \alpha < 1 - \gamma$	$N_{1B} = 0$
c)	$\gamma > 1,$ $\gamma - 1 \leq \alpha \leq \gamma + 1$	$N'_{0B}(\alpha, \gamma) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2}(\gamma - 1) - (\gamma - 1) \arcsin\left(\frac{1 - \gamma}{\alpha}\right) + \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{1 - \gamma}{\alpha}\right)^2} \right)$
d)	$\gamma < 1,$ $1 - \gamma \leq \alpha \leq \gamma + 1$	$N_{1B}(\alpha, \gamma) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{1 - \gamma}{\alpha}\right) - \frac{1 - \gamma}{\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{1 - \gamma}{\alpha}\right)^2} \right)$
e)	$\gamma > 1, 1 + \gamma \leq \alpha$	$N'_{0B}(\alpha, \gamma) = \frac{1}{\pi} \left[\pi\gamma + (1 - \gamma) \arcsin\left(\frac{1 - \gamma}{\alpha}\right) - (1 + \gamma) \arcsin\left(\frac{1 + \gamma}{\alpha}\right) + \alpha \left(\sqrt{1 - \left(\frac{1 - \gamma}{\alpha}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{1 + \gamma}{\alpha}\right)^2} \right) \right]$
f)	$\gamma < 1, 1 + \gamma \leq \alpha$	$N_{1B}(\alpha, \gamma) = \frac{1}{\pi} \left[\pi - \arcsin\left(\frac{1 - \gamma}{\alpha}\right) - \arcsin\left(\frac{1 + \gamma}{\alpha}\right) - \frac{1 - \gamma}{\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{1 - \gamma}{\alpha}\right)^2} - \frac{1 + \gamma}{\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{1 + \gamma}{\alpha}\right)^2} \right]$

- Pritom su veličine α i γ definirane kao:

$$\alpha = \frac{A}{\alpha_B} \quad i \quad \gamma = \frac{A_0}{\alpha_B}$$

- Analizira se mogućnost postojanja stabilnih vlastitih oscilacija sustava zbog nelinearnog karaktera elementa zračnosti



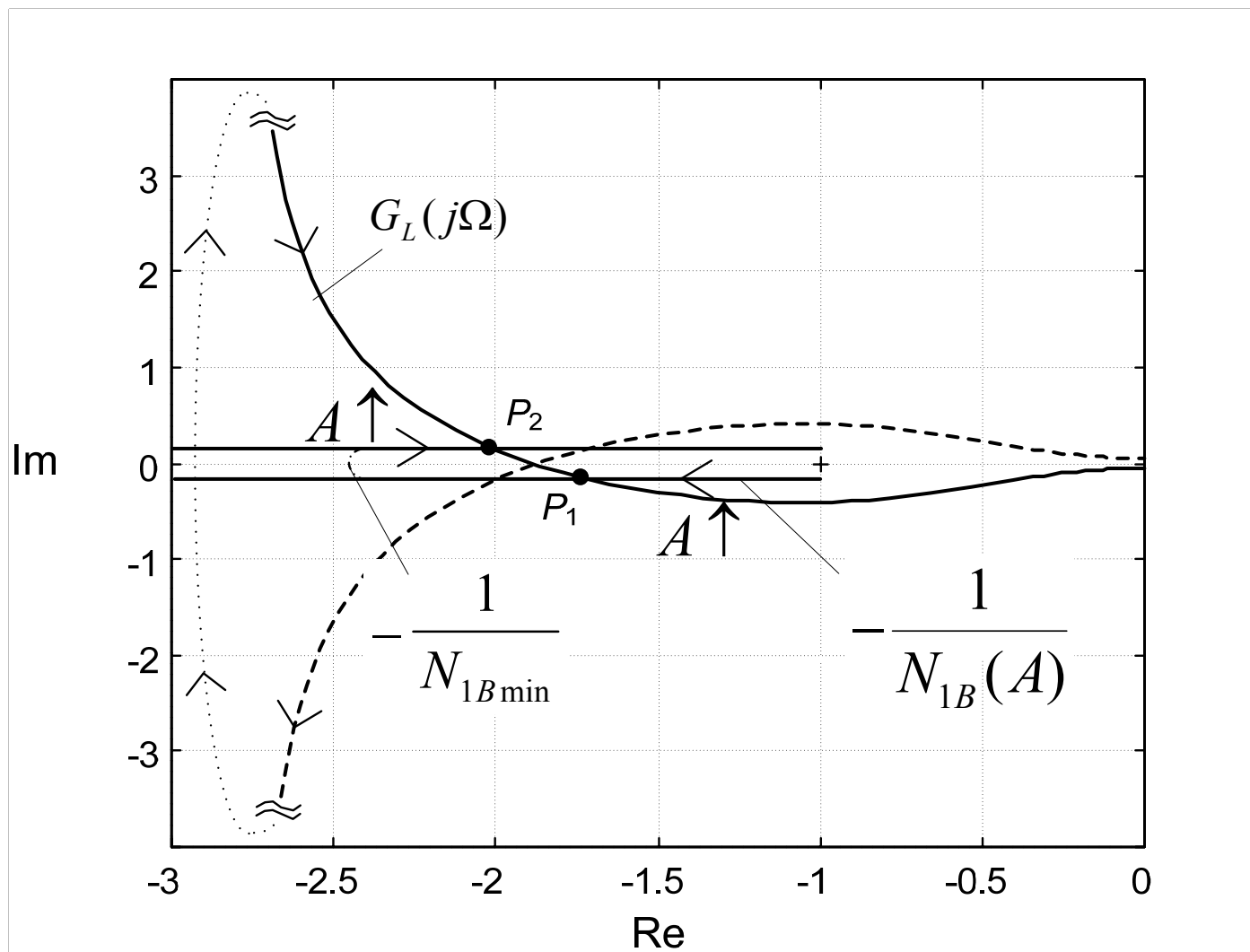
Slika 12. Nadomjesna shema sustava s zračnosti prikladna za analizu korištenjem opisne funkcije

- Preostali dio sustava je linearan i nadomješta se jednim linearnim članom sa sinusnom prijenosnom funkcijom:

$$G_L(j\Omega) = - \left. \frac{\Delta\alpha(s)}{\Delta\alpha_B(s)} \right|_{s=j\Omega}$$

- Uvjet za uspostavu vlastitih oscilacija, odnosno trajnih oscilacija konstantne amplitude A i kružne frekvencije Ω_P glasi:

$$1 + G_L(j\Omega_P)N_{1B}(A, B_0) = 0 \Rightarrow G_L(j\Omega_P) = -\frac{1}{N_{1B}(A, B_0)}$$



Slika 13. Grafičko određivanje stabilnih vlastitih oscilacija

- Ako se prethodna jednadžba prikaže u obliku:

$$1 + G_L(j\Omega_p) \cdot N_{1B}(A, B_0) = \operatorname{Re}(A, \Omega_p) + j \operatorname{Im}(A, \Omega_p) = 0,$$

može se postaviti algebarski uvjet stabilnosti vlastitih oscilacija sustava:

$$\frac{\partial \operatorname{Re}(A, \Omega_p)}{\partial A} \frac{\partial \operatorname{Im}(A, \Omega_p)}{\partial \Omega_p} - \frac{\partial \operatorname{Re}(A, \Omega_p)}{\partial \Omega_p} \frac{\partial \operatorname{Im}(A, \Omega_p)}{\partial A} > 0$$

- Apsolutno točni rezultati ne mogu se očekivati zato što $G_L(j\Omega)$ nije idealni niskopropusni filter i viši harmonici signala $\Delta\alpha_B(t)$ nisu potpuno prigušeni.

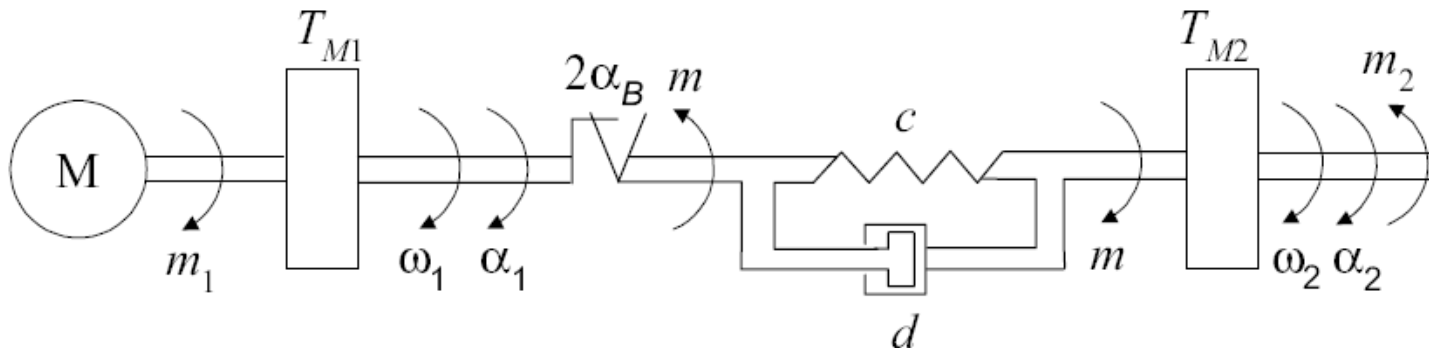
Na temelju provedenog razmatranja može se zaključiti o mjerama za izbjegavanje pojave vlastitih oscilacija:

- Postavljanje zahtjeva na linearni dio sustava, tako da polarna krivulja $G_L(j\Omega)$ ne siječe negativnu realnu os na odsječku $(-1, -\infty)$. U tom smislu povoljno je koristiti regulator punog reda, npr. regulator stanja.

- Polarna krivulja $-1/N_{1B}(A, B_0)$ prostire se uvijek na intervalu $(-1, -1/N_{1B\min})$. Povećanjem vrijednosti $N_{1B\min}$ polarna krivulja će se prostirati manje ulijevo, a time se smanjuje područje moguće pojave vlastitih oscilacija. To se može postići sljedećim metodama:
 - Povećanjem stacionarne vrijednosti momenta tereta m_{20} . Kut uvijanja vratila $\Delta\alpha_{B0}$ izravno je srazmjeran s m_{20} . Što je kut uvijanja vratila B_0 veći, minimum opisne funkcije N_{1B} ima veći iznos.
 - Smanjenjem konstante krutosti c . Kut uvijanja vratila obrnuto je srazmjeran s konstantom krutosti. Smanjenjem c , vratilo se za isto opterećenje uvije za veći kut B_0 , te je $N_{1B\min}$ veće.
 - Smanjenjem kuta zračnosti $2\alpha_B$. Smanjenjem kuta zračnosti smanjuje se zona neosjetljivosti na statičkoj karakteristici, a njezin oblik se približava pravcu kroz ishodište, što je oblik statičke karakteristike linearnog elementa. Sve je slabije izražen utjecaj nelinearnosti, a minimum opisne funkcije za istu vrijednost momenta tereta raste.

2.4 Kompenzacija utjecaja zračnosti

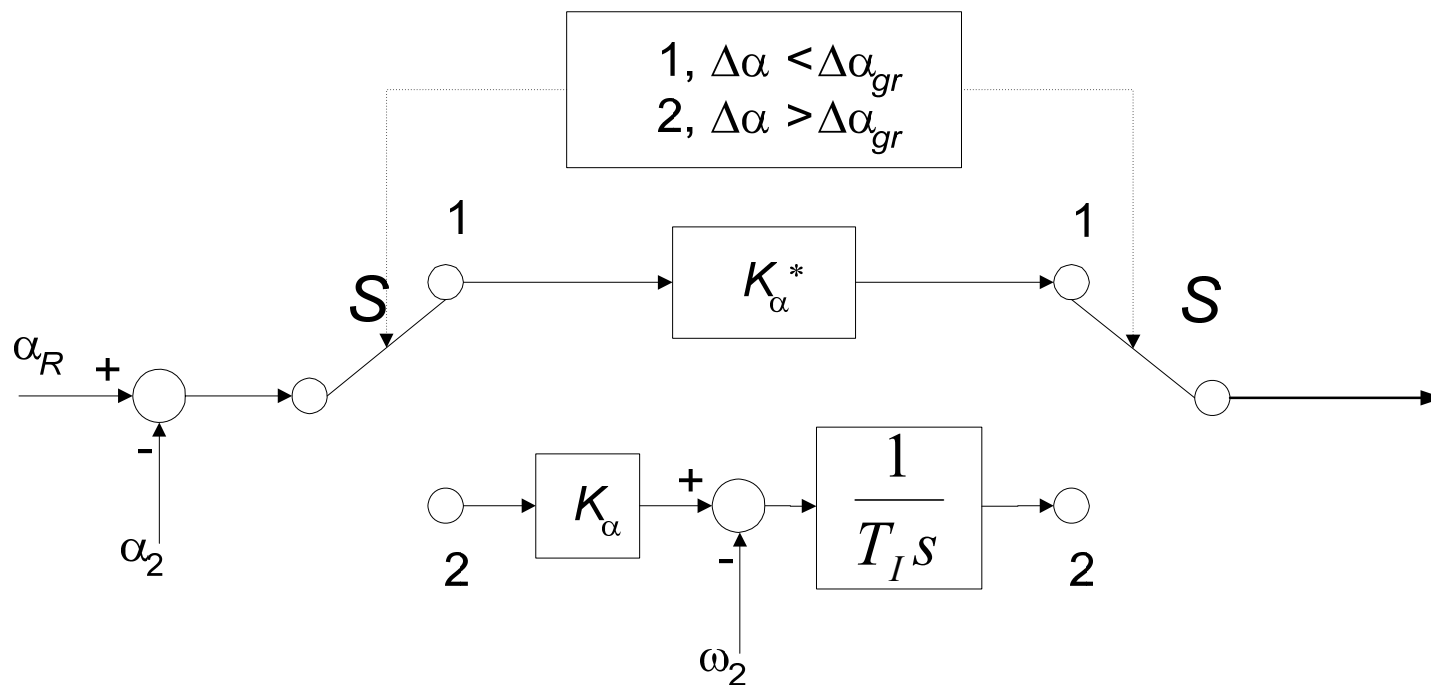
- U ovoj će točki biti načelno opisane neki od češće korištenih postupaka kompenzacija utjecaja zračnosti i to:
 - Kompenzacija zračnosti isključenjem integralnog djelovanja.
 - Kompenzacija zračnosti korištenjem podređene petlje po momentu.
 - Kompenzacija zasnovana na modelu zračnosti.
 - Kompenzacija zračnosti regulatorom promjenjive strukture.
- Pritom je utjecaj zračnosti analiziran na modelu elektromehaničkog sustava s elastičnim prijenosom i zračnosti, prikazan na slici 13.



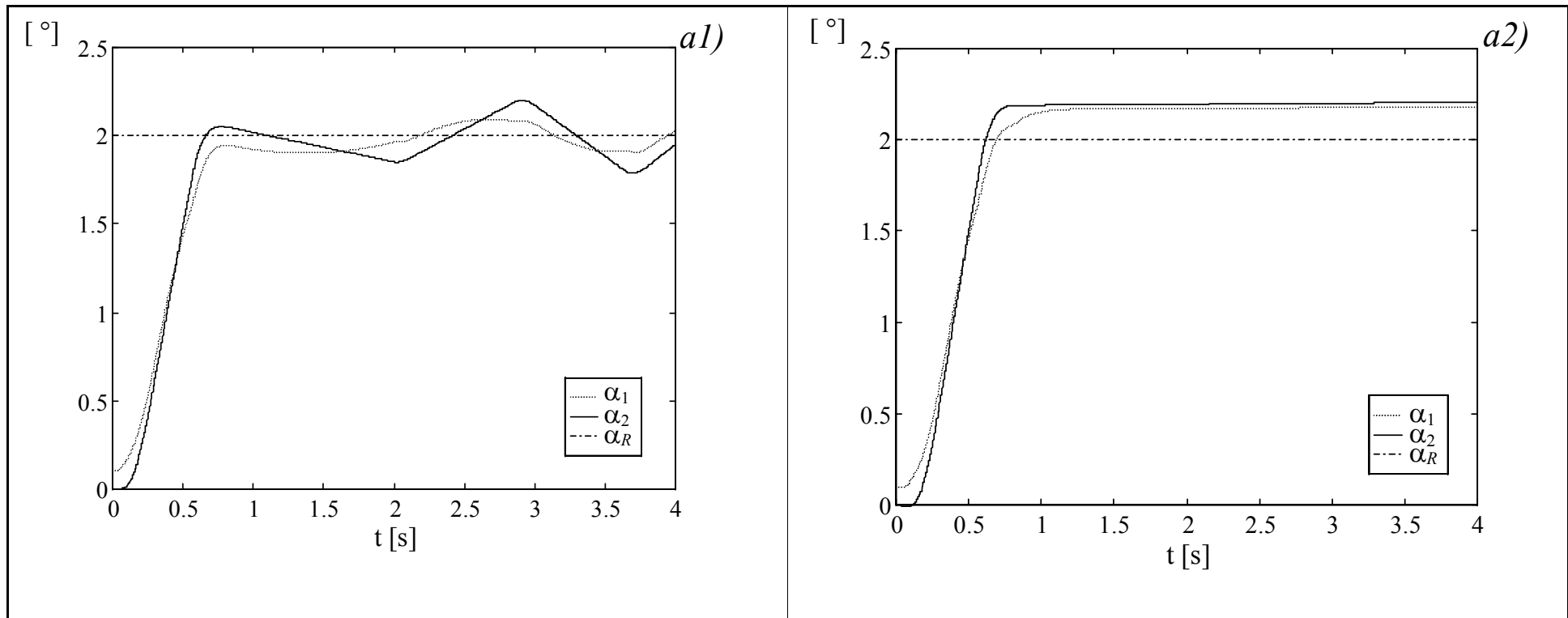
Slika 13. Elektromehanički sustav sa zračnošću

2.4.1 Isključenje integralnog djelovanja

- Polazište za ovu metodu su rezultati analize metodom harmoničke ravnoteže: regulacijski krug položaja bez integralnog djelovanja je stabilan, ako se parametri regulatora modificiraju na način da bude zadovoljen Hurwitzov kriterij stabilnosti
- Prema tome, u krugu regulacije položaja s regulatorom integralnog djelovanja može se osigurati stabilno vladanje, isključi li se integrator u regulatoru brzine vrtnje u trenutku kada bi sustav ušao u režim vlastitih oscilacija
- Pritom je bitno obratiti pozornost na slučaj kada su P I D komponente PID regulatora izmještene u povratnu vezu. U tom slučaju bi iskapčanje integralnog djelovanja dovelo do iskapčanja referentne grane te se stoga mora koristiti modificirana verzija postupka prekapčanja prakazana na slici 14.



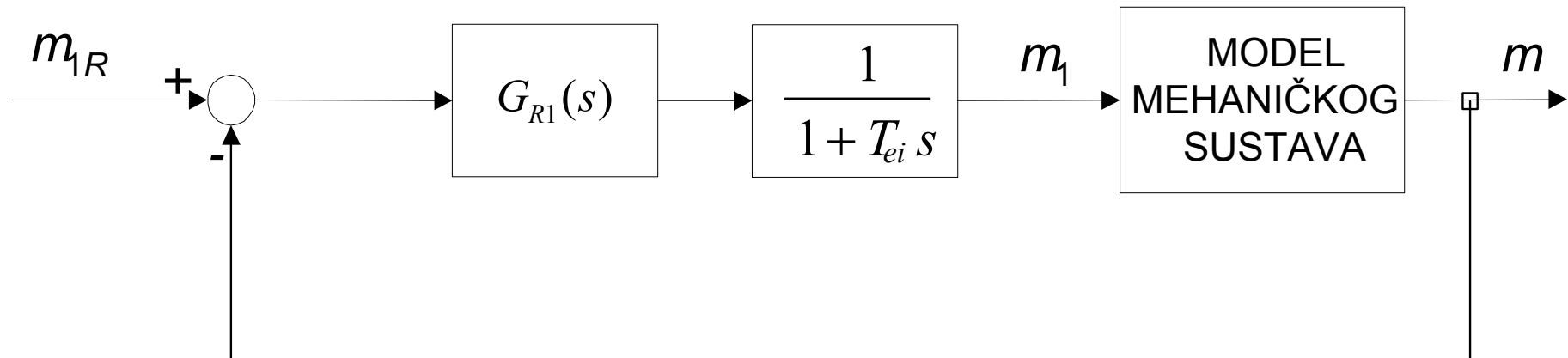
Slika 14. Postupak isključenja integralnog djelovanja kada su P i D djelovanje izmješteni u povratnu vezu



Slika 14. Odzivi kutova na strani tereta i motora za slučajeve a1) bez isključenja integralnog djelovanja regulatora i a2) s isključenjem integralnog djelovanja

2.4.2 Kompenzacija zračnosti korištenjem podređene petlje po momentu

- Ulogu kompenzatora utjecaja zračnosti u ovom slučaju preuzima brzi linearni regulator pogonskog momenta, koji obuhvaća mjesto djelovanja zračnosti u sustavu.

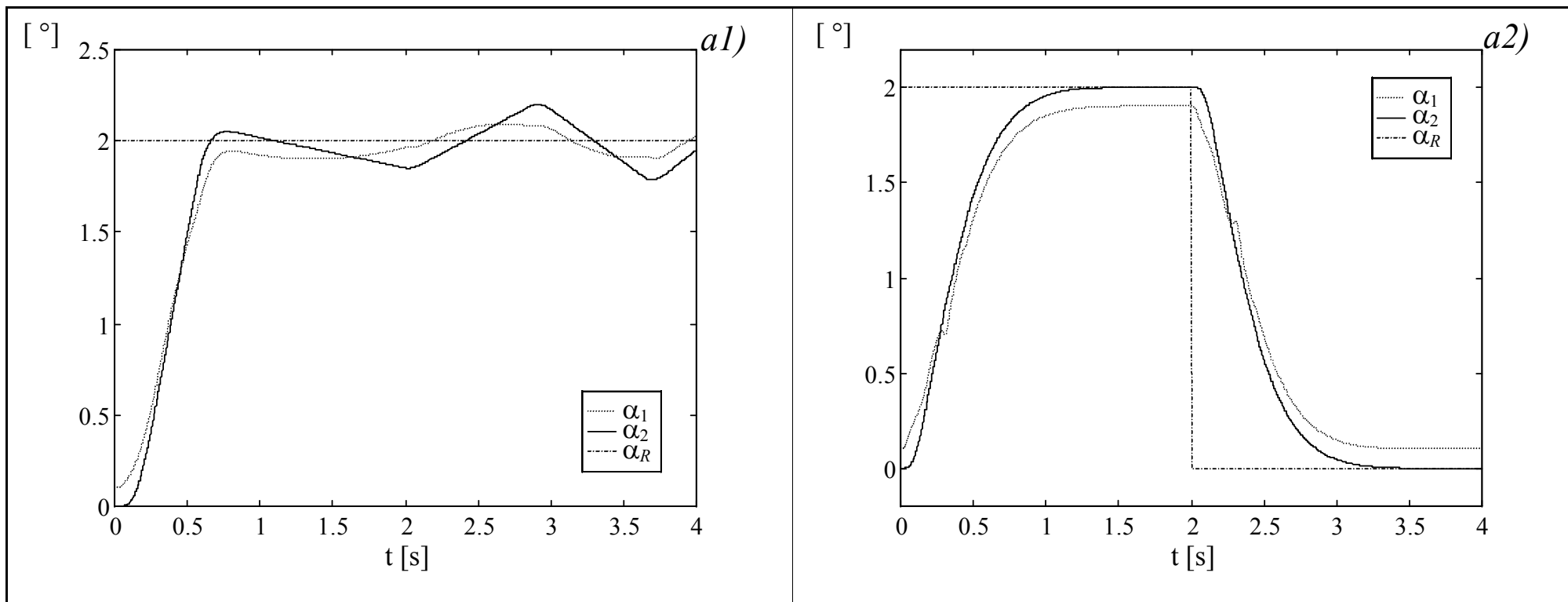


Slika 15. Kompenzacija zračnosti korištenjem podređene petlje po momentu

- Parametri regulatora $G_{R1}(s)$ moraju biti takvi da regulacijski krug momenta s obzirom na referentnu vrijednost momenta m_{1R} ima brze, točne i dobro prigušene odzive, te da bude robustan.
- Zatvoreni regulacijski krug pogonskog momenta nadomješta se kontinuiranim PT_1 članom:

$$G_{em}(s) = \frac{m(s)}{m_{1R}(s)} = \frac{1}{1 + T_{em}s}.$$

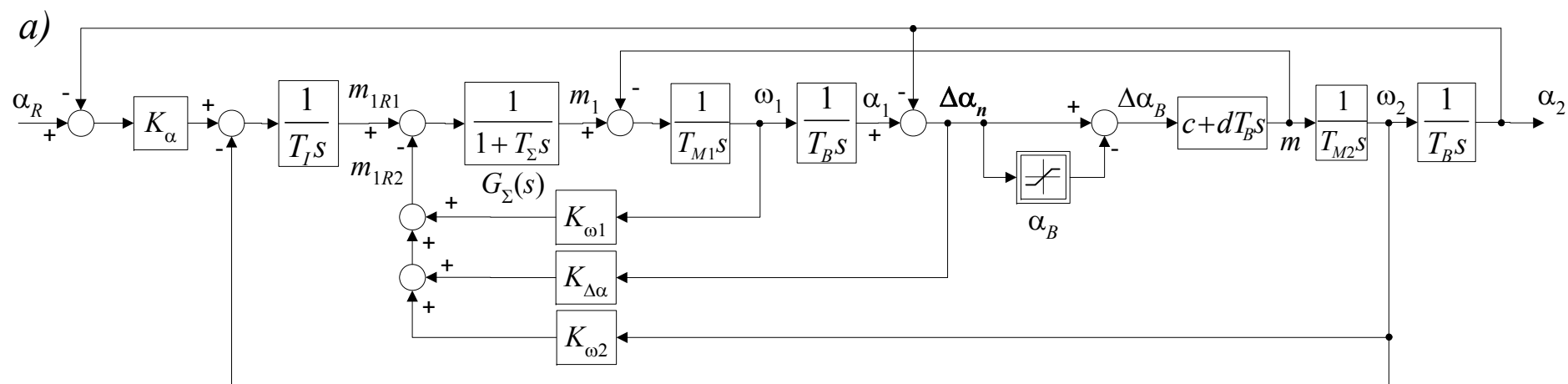
- Na ovaj se način sustav može modelirati kao pogon s krutim prijenosom bez zračnosti.



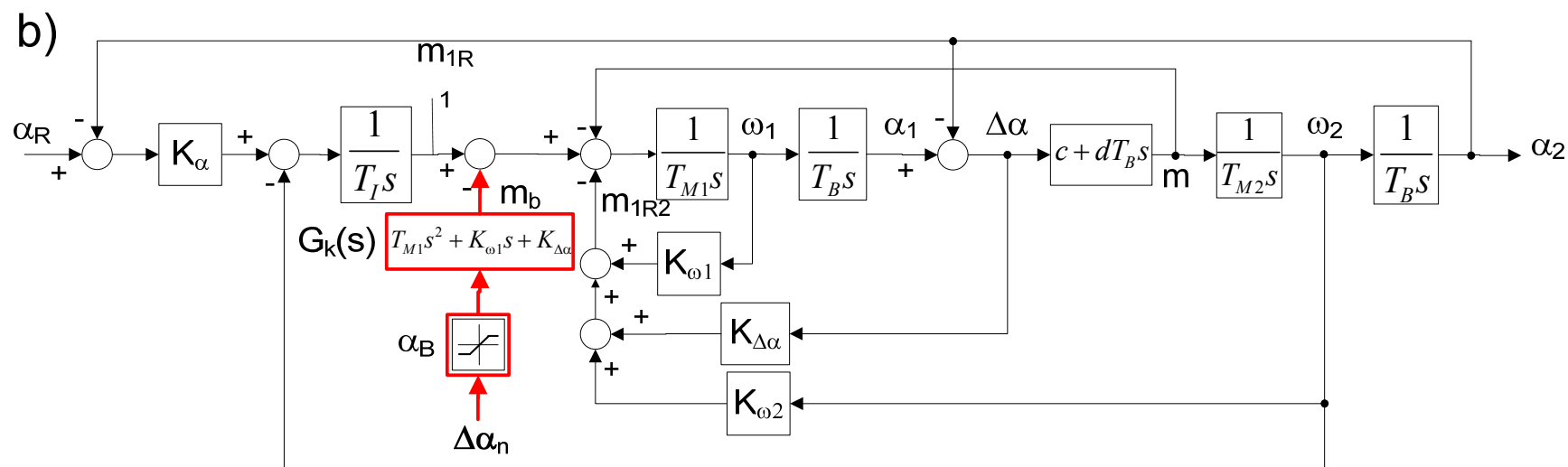
Slika 16. Odzivi kutova na strani tereta i motora za slučajeve a1) bez podređene petlje po momentu i a2) uz podređenu petlju po momentu

2.4.3. Kompenzacija zasnovana na modelu zračnosti

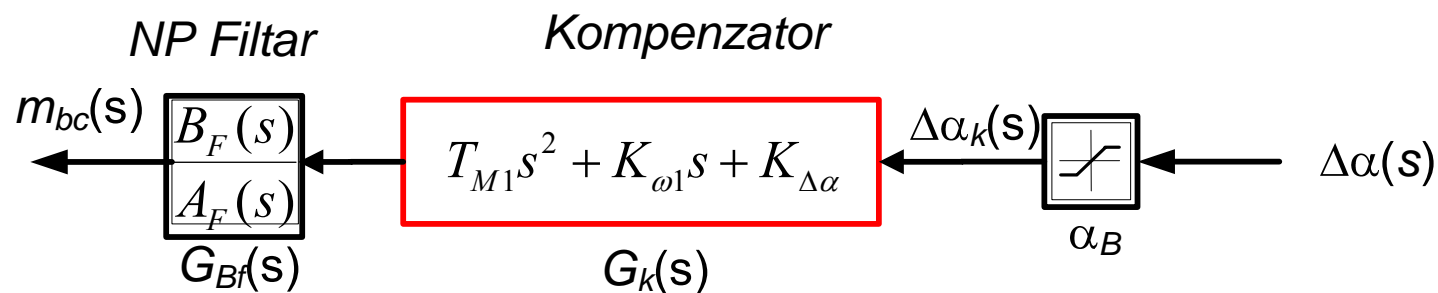
- Preduvjet za korištenje ove metode jest poznat i točan model zračnosti.
- Polazna ideja za ovu metodu kompenzacije utjecaja zračnosti je: mehanički sustav nastoji se linearizirati, tj. djelovanje zračnosti “poništiti” dodavanjem proračunatog iznosa (kompenzacijskog signala) izlaznoj veličini regulatora brzine vrtnje.
- Ideja je dakle da se na temelju raspoloživih mjernih signala, tj. pozicija vratila na strani motora i tereta procjeni iznos kompenzacijskog signala.



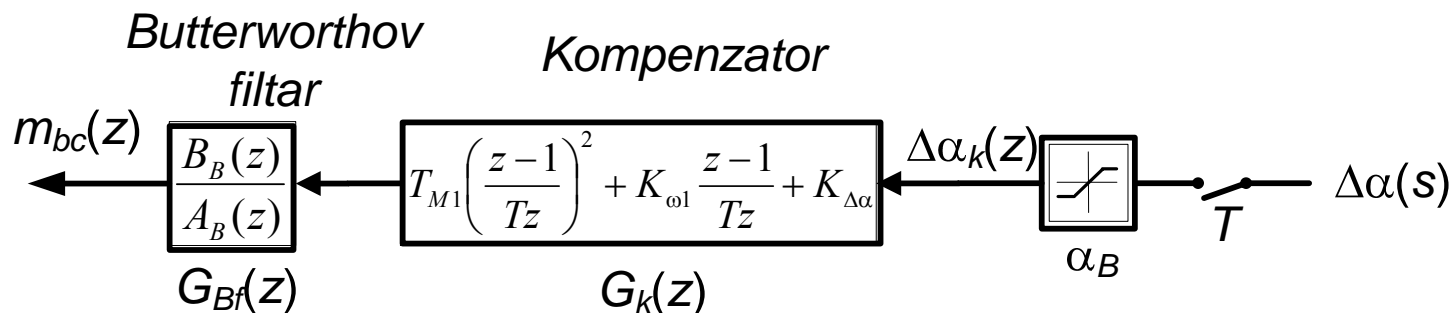
Slika 17. Blokowska shema sustava upravljanja pozicijom elektromehaničkog sustava.



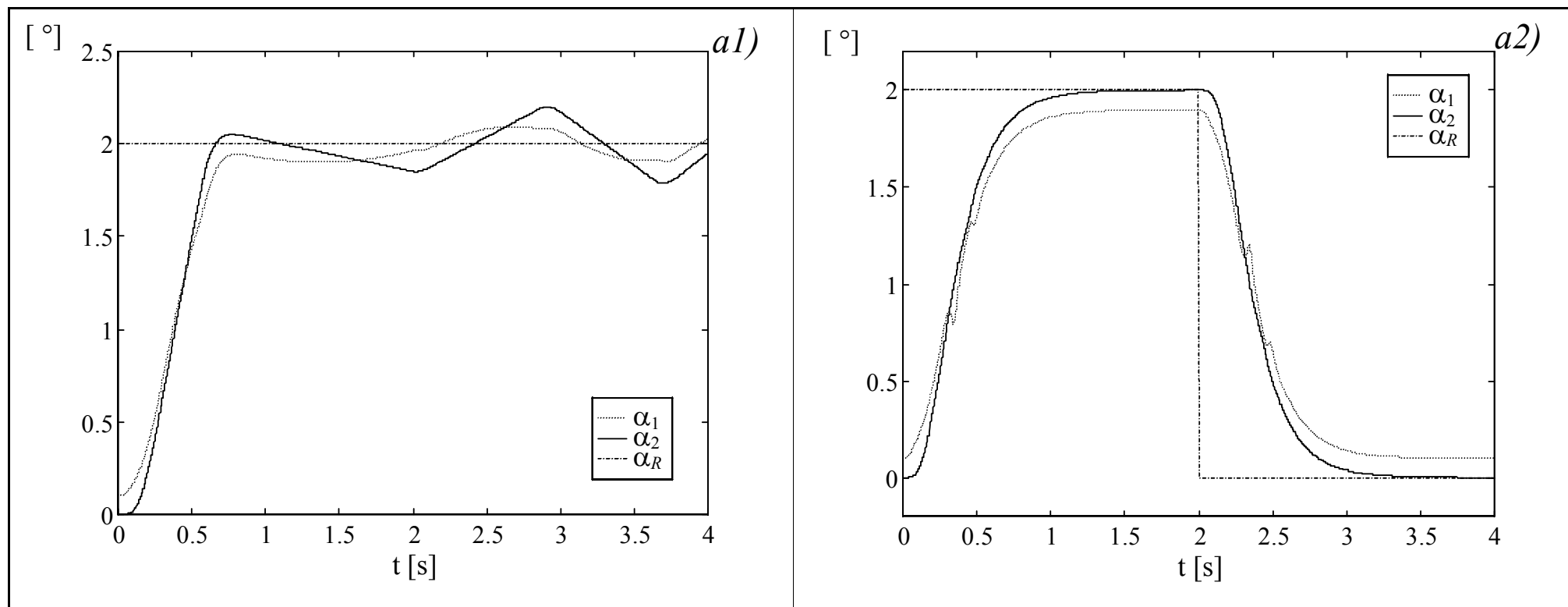
Slika 18. Blokowska shema sustava upravljanja pozicijom elektromehaničkog sustava (alternativni prikaz)



Slika 19 Analogni kompenzator zračnosti (Nekauzalan!)



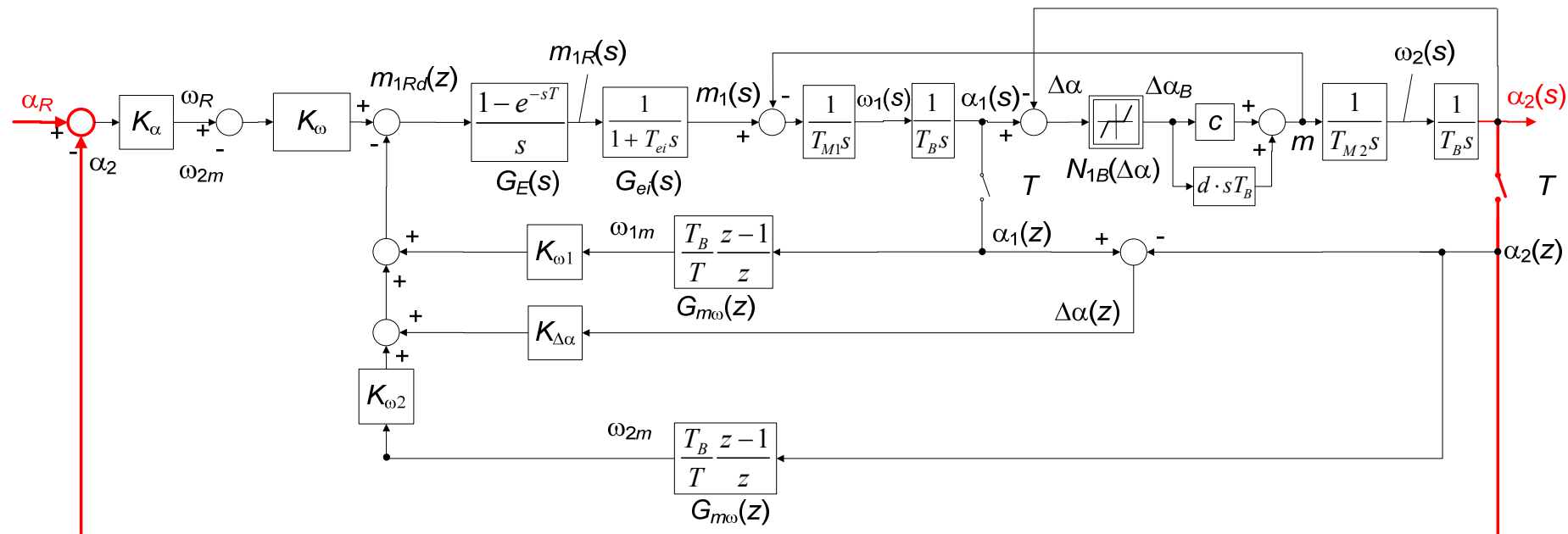
Slika 20. Digitalna izvedba kompenzatora utjecaja zračnosti



Slika 21. Odzivi kutova na strani tereta i motora za slučajeve a1) bez kompenzatora zračnosti i a2) s kompenzatorom zračnosti

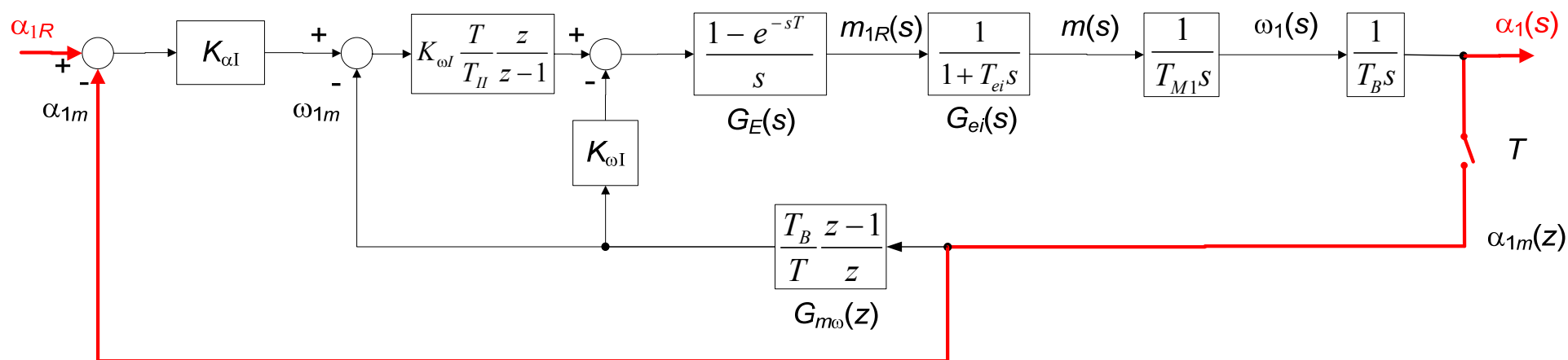
Regulatori s promjenivom strukturom

- Polazište za ovu metodu kompenzacije utjecaja zračnosti je činjenica da je dinamički model sustava, kada se vratilo nalazi u zoni neosjetljivosti, drugačiji nego u linearnom režimu rada.
- To upućuje na mogućnost kompenzacije primjenom regulatora položaja s dvije strukture: jedna za linearni, a druga za nelinearni režim rada.
- Dok je sustav u linearnom radnom području, aktivan je regulator položaja tereta α_2

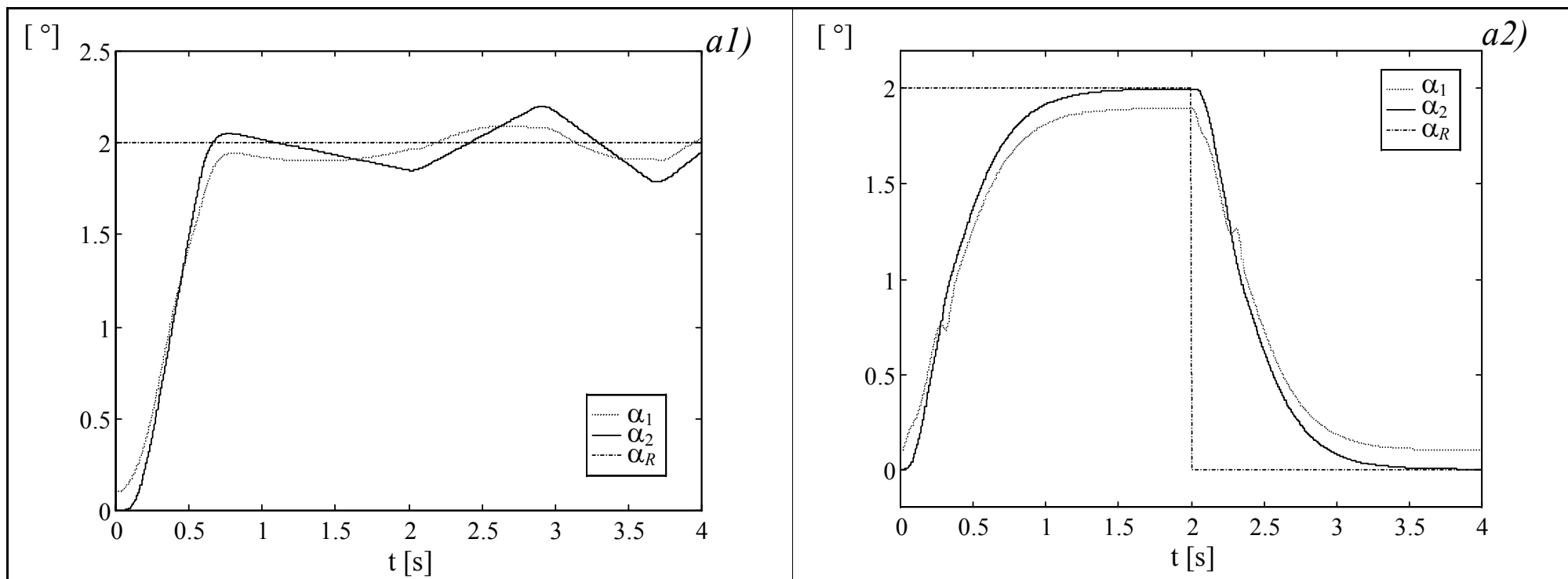


Slika 22. Sustav upravljanja u linearnom režimu rada

- Kada se vratilo nalazi u zoni neosjetljivosti (nelinearno područje rada), može se razmatrati problem regulacije krutog pogona.
- Regulirana veličina je u tom intervalu položaj motora α_1 , a cilj regulacije je da vratilo što brže, ali *aperiodski*, dođe na rub zone neosjetljivosti. Tada će ponovno biti moguće ostvariti prijenos pogonskog momenta na stranu tereta.



Slika 22. Sustav upravljanja u nelinearnom režimu rada, tj. kada se vratilo nalazi u zoni neosjetljivosti



Slika 21. Odzivi kutova na strani tereta i motora za slučajeve a1) s fiksnom strukturom regulatora i a2) s promjenjivom strukturom regulatora