

# Upravljanje elektromotornim pogonima 2009/2010

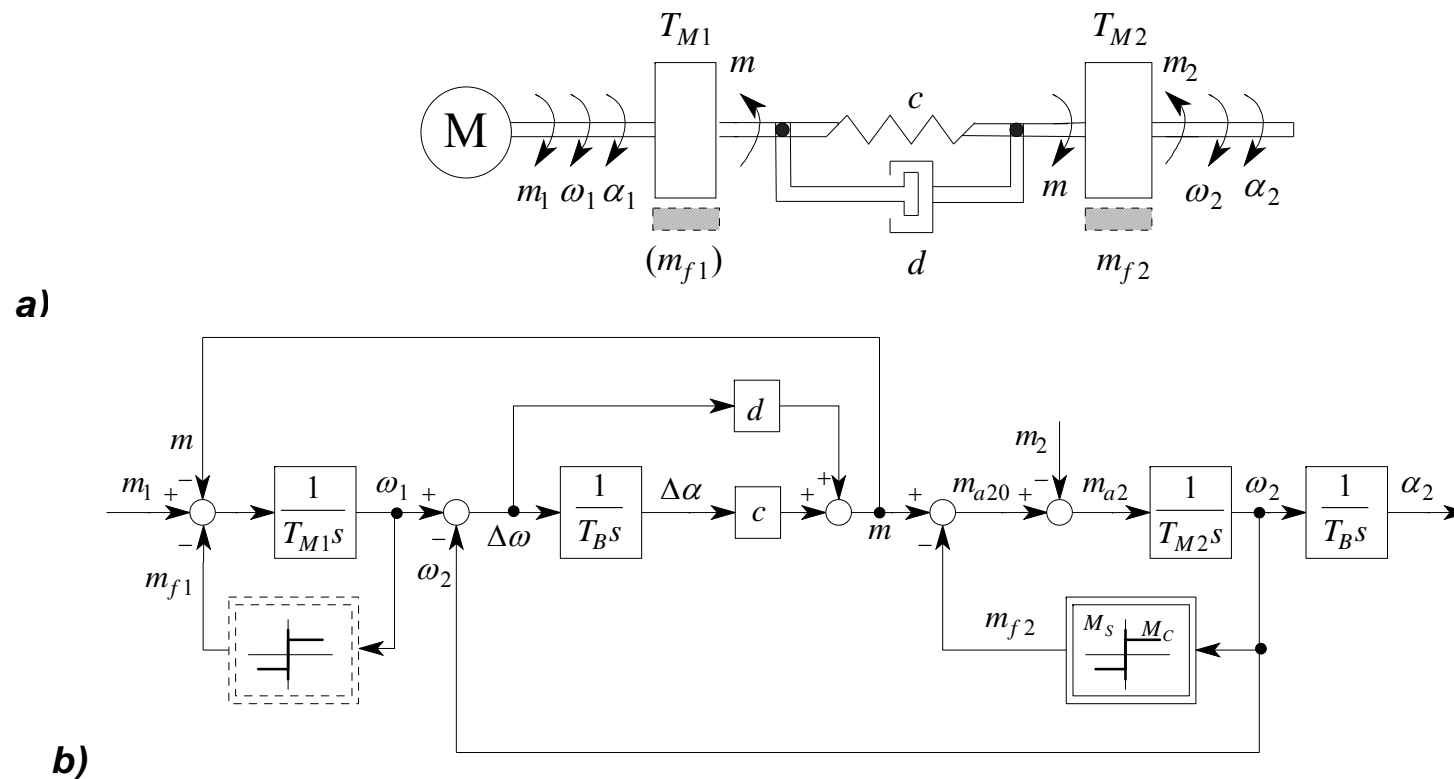
**Prof.dr.sc. Nedjeljko Perić**

Zavod za automatiku i računalno inženjerstvo  
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Predavanje 12 – Dvomaseni elastični sustav -  
matematički model

## Dinamički model procesa

### Mehanički sustav



Sl. 12.1.

Dvomaseni elastični sustav: principna skica **a)** i strukturna blokovska shema **b)**.

## Dinamički model procesa

### Pretpostavke

- Sve mase sustava skoncentrirane su u rotirajućim masama na strani motora i tereta, s momentima inercija  $J_1$  i  $J_2$  i pripadajućim mehaničkim vremenskim konstantama  $T_{M1}$  i  $T_{M2}$ .
- Elementi prijenosnog mehanizma su bez mase i zračnosti, te posjeduju elastičnost određenu konstantama krutosti  $c$  i prigušenja  $d$ .

### Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava:

$$T_{M1} \frac{d\omega_1}{dt} = m_1 - m - m_{f1} \quad (12 - 1)$$

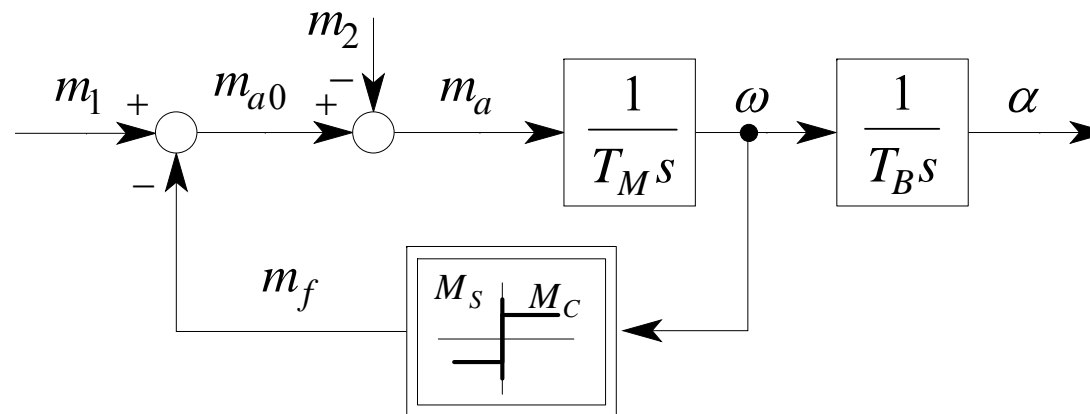
$$T_B \frac{d\Delta\alpha}{dt} = T_B \frac{d(\alpha_1 - \alpha_2)}{dt} = \omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega \quad (12 - 2)$$

$$m = c\Delta\alpha + d\Delta\alpha \quad (12 - 3)$$

$$T_{M2} \frac{d\omega_2}{dt} = m - m_{f2} - m_2 = m_{a20} - m_2 \quad (12 - 4)$$

## Dinamički model procesa

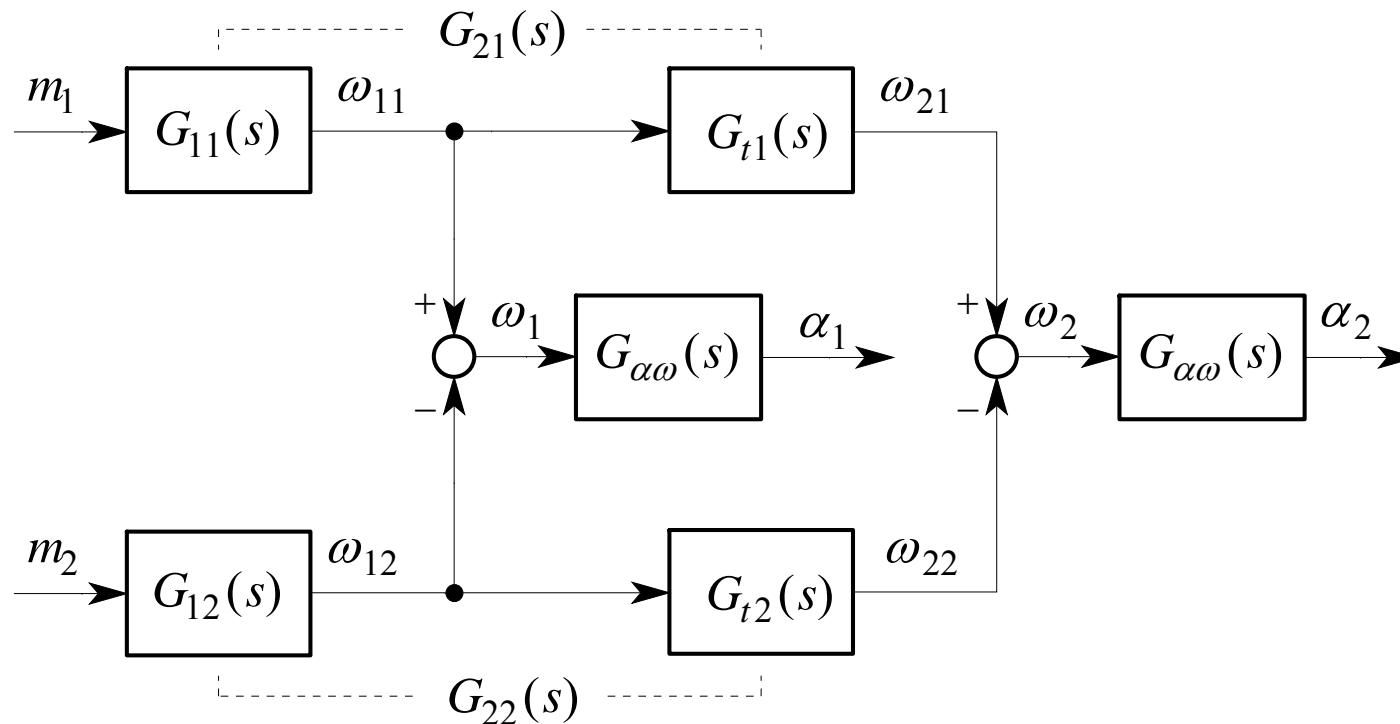
- Mehanički sustav sa zanemarivom elastičnošću prijenosnog mehanizma
  - Kruti prijenosni mehanizam



Sl. 12.2.

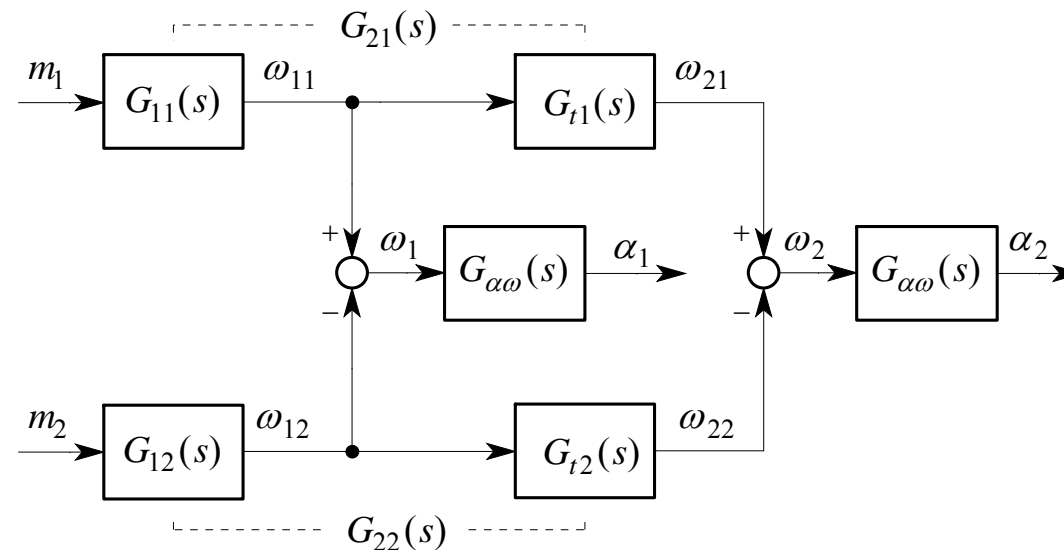
## Dinamički model procesa

- Zanemarenjem trenja ( $m_{r1} = m_{r2} = 0$ ), mehanički sustav daje se primjenom pravila blokovske algebre opisati linearnim ulazno/izlaznim modelom:



Sl. 12.3.

## Dinamički model procesa



- Moment motora  $m_1$  je izvršna, a moment tereta  $m_2$  poremećajna veličina.
- Regulirane veličine su brzina vrtnje  $\omega_2$  ili položaj  $\alpha_2$  tereta.
- Moguće mjerljive veličine su položaj motora  $\alpha_1$  ili tereta  $\alpha_2$ , brzina vrtnje motora  $\omega_1$  ili tereta  $\omega_2$  i prijenosni moment (moment na osovini)  $m$ .

## Dinamički model procesa

- Prijenosne funkcije ulazno/izlaznog modela mehaničkog sustava određene su izrazima:

$$G_{11}(s) = \frac{\omega_{11}(s)}{m_1(s)} = \frac{\Omega_{02}^{-2}s^2 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{N(s)} \quad (12 - 5) \quad G_{21}(s) = \frac{\omega_{21}(s)}{m_1(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{N(s)} \quad (12 - 6)$$

$$G_{12}(s) = \frac{\omega_{12}(s)}{m_2(s)} = \frac{2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + 1}{N(s)} \quad (12 - 7) \quad G_{22}(s) = \frac{\omega_{22}(s)}{m_2(s)} = \frac{\Omega_{01}^{-2}s^2 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + 1}{N(s)} \quad (12 - 8)$$

$$G_{t2}(s) = \frac{\omega_{22}(s)}{\omega_{12}(s)} = \frac{\Omega_{01}^{-2}s^2 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + 1}{2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + 1} \quad (12 - 9) \quad G_{t1}(s) = \frac{\omega_{21}(s)}{\omega_{11}(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{\Omega_{02}^{-2}s^2 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1} \quad (12 - 10)$$

$$G_{\alpha\omega}(s) = \frac{\alpha_1(s)}{\omega_1(s)} = \frac{\alpha_2(s)}{\omega_2(s)} = \frac{1}{T_B s} \quad (12 - 11)$$

## Dinamički model procesa

gdje su karakteristični polinom  $N(s)$  i parametri ulazno/izlaznog modela:

$$N(s) = T_{M\Sigma} s (\Omega_0^{-2} s^2 + 2\zeta \Omega_0^{-1} s + 1), \quad (12 - 12)$$

$$T_{M\Sigma} = T_{M1} + T_{M2} , \quad (12 - 13)$$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c}{T_B} \left( \frac{1}{T_{M1}} + \frac{1}{T_{M2}} \right)} , \quad (12 - 14)$$

$$\zeta = \frac{d}{2c} T_B \Omega_0 , \quad (12 - 15)$$

$$\Omega_{0i} = \sqrt{\frac{c}{T_B T_{Mi}}} < \Omega_0 , \quad i = 1, 2 , \quad (12 - 16)$$

$$\zeta_i = \frac{d}{2c} T_B \Omega_{0i} < \zeta . \quad (12 - 17)$$



## Strujno-regulirani energetska pretvornik

- Izlazna veličina regulatora brzine vrtnje predstavlja referentnu vrijednost momenta motora  $m_{1R}$ , odnosno referentnu vrijednost struje  $i_R$  (kaskadna regulacija).
- Kod istosmjernog motora to je armaturna struja, a kod izmjeničnog fiktivna struja momenta koja je povezana s faznim strujama (prema Parkovoj transformaciji).
- Zadanu referentnu vrijednost struje ostvaruje strujno-regulirani elektronički energetska pretvornik, odnosno podređeni regulacijski krug struje.
- Ako se regulatori struje PI tipa podese prema tehničkom optimumu, tada se vladanje zatvorenog regulacijskog kruga struje može opisati prijenosnom funkcijom:

$$G_{ei}(s) = \frac{i(s)}{i_R(s)} = \frac{m_1(s)}{m_{1R}(s)} = \frac{1}{T_{ei}s + 1} \quad (12 - 18)$$

gdje je  $T_{ei}$  nadomjesna vremenska konstanta.

## Strujno-regulirani energetska pretvornik

- Korištenjem modernih tranzistorskih energetskih pretvornika visoke sklopne frekvencije postiže se vrlo brz odziv regulacijskog kruga struje ( $T_{ei} < 1 \text{ ms}$ ).

Vremenska konstanta:	Trofazni punoupravljivi tiristorski usmjerivač ( $m = 6, f = 50 \text{ Hz}$ )	Tranzistorski pretvornik; sklopna frekvencija $f_c = 5 \text{ kHz}$
Nadomjesno mrtvo vrijeme pretvornika $T_{mi}$ :	$\frac{1}{2} \frac{1}{mf} = 1,67 \text{ ms}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{f_c} = 0,1 \text{ ms}$
Nadomjesna vremenska konstanta $T_{ei} \approx 4T_{mi}$ :	6,68 ms	0,4 ms

## Strujno-regulirani energetska pretvornik

- Stvarni model zatvorenog regulacijskog kruga struje znatno je složeniji (posebno uz primjenu izmjeničnih motora) od aproksimativnog P ili  $PT_1$  modela.
- Stoga pri projektiranju nadređenog regulacijskog kruga brzine vrtnje treba voditi računa o njegovoj robusnosti s obzirom na pogreške modeliranja podređenog regulacijskog kruga struje.

## Mjerni članovi mehaničkih veličina

- U standardnim reguliranim pogonima koriste se senzori brzine vrtnje (tahogeneratori) i položaja (inkrementalni i apsolutni davači, resolveri).

### Mjerni član položaja

- Kod danas prevladavajućih izmjeničnih pogona senzor položaja neophodan je za realizaciju sustava vektorske regulacije.
- Senzor položaja može se iskoristiti i za mjerenje brzine vrtnje (pretpostavlja se digitalno mjerenje položaja i brzine vrtnje inkrementalnim davačem)
- Mjerni član položaja s inkrementalnim davačem ima proporcionalno vladanje:

$$G_{m\alpha}(z) = \frac{\alpha_m(z)}{\alpha(z)} = 1 \quad (12 - 19)$$

## Mjerni član položaja

- Brzina vrtnje mjeri se diferenciranjem mjernog podatka položaja  $\alpha_m$  u koracima uzorkovanja  $k$  prema jednadžbi diferencija:

$$\omega_m(k) = \frac{T_B}{T} [\alpha_m(k) - \alpha_m(k-1)] \quad (12 - 20)$$

odnosno prijenosna funkcija digitalnog mjernog člana brzine vrtnje u  $z$  - području:

$$G_{m\omega}(z) = \frac{\omega_m(z)}{\alpha_m(z)} = \frac{T_B}{T} \frac{z-1}{z} \quad (12 - 21)$$

- U svrhu kvazikontinuirane sinteze digitalnog regulacijskog kruga brzine vrtnje koristi se aproksimativna prijenosna funkcija:

$$G_{m\omega}(s) = \frac{\omega_m(s)}{\alpha(s)} = \frac{1 - e^{-Ts}}{Ts} \approx e^{-sT/2} \approx \frac{1}{1 + sT/2} \quad (12 - 22)$$

## Senzor prijenosnog momenta

- Realizira se s pomoću tenzometarskih traka nalijepljenih na mjernu elastičnu osovinu i spojenih u Wheatstoneov most.
- Pri modeliranju mehaničkog sustava s ugrađenim senzorom momenta treba voditi računa o elastičnosti koju u prijenosni mehanizam unosi sam senzor.
- Usporenje mjernog člana momenta, koje je posljedica filtriranja mjernog signala i elastičnosti prijenosnog mehanizma između motora i senzora momenta, približno se modelira **PT<sub>1</sub>** članom:

$$G_{mm}(s) = \frac{m_m(s)}{m(s)} = \frac{1}{1 + T_{mm}s} \quad (12 - 23)$$