

1. (2 boda) Otpor trošila određen je mjerenjem istosmjerne struje koja njime prolazi i pada napona na njemu. Kolika je relativna proširena nesigurnost tako izmjerenog otpora  $U_{95}(R)$  na razini pouzdanosti 95 % ako su relativna mjerna nesigurnost i pripadni efektivni stupanj slobode izmjerenog napona i struje redom  $u_r(U) = 0.12\%$  i  $v_{eff} = 23$  te  $u_r(I) = 0.18\%$  i  $v_{eff} = 17$ ? Vrijednosti pripadnog obuhvatnog faktora  $t_p(v_{eff})$  nalaze se u tablici.

$v_{eff}$	2	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$t_p$	4.30	2.57	2.23	2.13	2.09	2.06	2.04	2.03	2.02	2.01	2.01

- A) 0.47 %  
 B) 0.56 %  
 C) 0.44 %  
 D) 0.61 %  
 E) 0.41 %

2. (1 bod) Što razumijevate pod pojmom *mjerenje*?

a) Sigurnost o mjerenju i njegovim primjenama

b) Proces eksperimentalnog određivanja jedne ili više vrijednosti veličina koje se razumno mogu pružiti veličini

c) Znanost i postupke rabljene pri mjerenju

d) Metode, instrumente i osoblje koje obavlja mjerenje

e) Utjecajne veličine koje tvore mjerni rezultat

Zad 1.

$$R = \frac{U}{I}$$

$$U_e(R) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)^2 U^2(x_i)}$$

$$U_{cr\%}(R) = \frac{U_e(R)}{R} \cdot 100 \%$$

$$U_{cr\%}(R) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (p_i \cdot U_{cr\%})^2}$$

$$U_{cr\%}(R) = \sqrt{U_{cr\%}^2(U) + U_{cr\%}^2(I)}$$

$$U_{cr\%}(R) = \sqrt{(0,12\%)^2 + (0,18\%)^2} = 2,163 \cdot 10^{-3} \approx 0,22 \%$$

$$U_{pr\%}(R) = t_p(\nu_{eff}) \cdot U_{cr\%}(R)$$

$$\nu_{eff} = \frac{U_{cr\%}^4}{\sum_{i=1}^N \frac{U_{cr\%}^4(x_i)}{\nu_{effi}}} = \frac{(2,163 \cdot 10^{-3})^4}{\frac{(0,12\%)^4}{23} + \frac{(0,18\%)^4}{17}}$$

$$\nu_{eff} = 30,85 \Rightarrow 30$$

↑  
zaokruži na manji cijeli broj

$$t_p(30) = 2,04$$

↑  
iz tablice

$$U_{pr\%}(R) = 2,04 \cdot 0,22 \% =$$

3. (2 boda) Otpor jednog otpornika izmjeren je trima metodama:  $U$ - $I$  metodom, digitalnim omometrom i usporedbom s poznatim otporom. Pritom su dobivene sljedeće aritmetičke sredine i pripadna standardna odstupanja sredine:  $5,5427 \Omega$  ( $1,1 \text{ m}\Omega$ );  $5,5411 \Omega$  ( $1,0 \text{ m}\Omega$ ) i  $5,5436 \Omega$  ( $0,9 \text{ m}\Omega$ ). Koja je najvjerojatnija vrijednost otpora tog otpornika?

- A)  $5,5425 \Omega$
- B)  $5,5431 \Omega$
- C)  $5,5419 \Omega$
- D)  $5,5428 \Omega$
- E)  $5,5421 \Omega$

4. (1 bod) Što od navedenog nije izvor (ili doprinos) mjernoj nesigurnosti rezultata?

- A) nesigurnost etalona korištenih u mjernoj metodi
- B) aproksimacije i pretpostavke na kojima se temelji mjerna metoda
- C) nedovoljno (konačno) razlučivanje mjerila
- D) procjena mjerene veličine metodom najveće pogreške
- E) specifikacija proizvođača upotrebljenog mjerila

d) procjena....



232. što razumijevate pod pojmom mjerenja  
definicija mjerenja

- a)  
b) proces eksperimentalnog određivanja ....  
c)  
d)

233.

možete odabrati bilo koji K  
jer se on pokrati

$$\bar{R}_s = \frac{\sum_{i=1}^N p_i \bar{R}_i}{\sum_{i=1}^N p_i} ; p_i = \frac{K}{s^2 x_i} \quad K=1$$

$$p_1 = \frac{1}{(1,1 \text{ m}\Omega)^2} = 826446,3 \Omega^{-2}$$

$$p_2 = \frac{1}{(1,0 \text{ m}\Omega)^2} = 1 \cdot 10^6 \Omega^{-2}$$

$$p_3 = \frac{1}{(0,9 \text{ m}\Omega)^2} = 1,234567 \cdot 10^6 \Omega^{-2}$$

$$1,023 \cdot 10^6 \Omega^{-2} \cdot 5,5436 \Omega$$

$$\bar{R}_s = \frac{8,26 \cdot 10^5 \Omega^{-2} \cdot 5,5427 \Omega + 1 \cdot 10^6 \Omega^{-2} \cdot 5,5411 \Omega + 1,023 \cdot 10^6 \Omega^{-2} \cdot 5,5436 \Omega}{8,26 \cdot 10^5 \Omega^{-2} + 1 \cdot 10^6 \Omega^{-2} + 1,23 \cdot 10^6 \Omega^{-2}}$$

$$\bar{R}_s = 5,5425 \Omega$$

234.

što od navedenog nije izvor mjernoj  
nerizurnosti rezultata?

- d) procjena mjerene veličine metodom  
najveće pogreške

5. (2 boda) Kolika je vremenska konstanta mjernog otpornika otpora  $10\ \Omega$  pri frekvenciji  $1\ \text{kHz}$ , ako mu je vlastiti kapacitet  $50\ \text{pF}$  te vlastiti induktivitet  $7\ \mu\text{H}$ ?

- A)  $500\ \text{ns}$
- B)  $600\ \text{ns}$
- C)  $700\ \text{ns}$
- D)  $800\ \text{ns}$
- E)  $900\ \text{ns}$

6. (2 boda) Napon izvora izmjereno je 8 puta u istim uvjetima, digitalnim voltmetrom s prikazom 5½ znamenke i granicama pogrešaka  $\pm(4 \cdot 10^{-4} \text{ of reading} + 3 \cdot 10^{-4} \text{ of range})$ , na mjernom opsegu  $1\ \text{V}$ . Aritmetička sredina svih rezultata bila je  $0,47451\ \text{V}$ , a standardno odstupanje (pojedine vrijednosti)  $0,22\ \text{mV}$ . Kolika je složena standardna nesigurnost  $u_c(U)$  tako izmjereno napona?

- A)  $0,22\ \text{mV}$
- B)  $0,25\ \text{mV}$
- C)  $0,27\ \text{mV}$
- D)  $0,32\ \text{mV}$
- E)  $0,39\ \text{mV}$



Zad 5.

Kolika je vremenska konstanta mjernog otpornika otpora  $10 \Omega$  pri frekvenciji  $1 \text{ kHz}$  ako mu je vlastiti kapacitet  $50 \text{ pF}$  te vlastiti induktivitet  $7 \mu\text{H}$ ?

$$\tau = \frac{L}{R} + RC = \frac{7 \mu\text{H}}{10 \Omega} + 10 \Omega \cdot 50 \text{ pF}$$

$$\tau = 699,5 \text{ ns}$$

a)

b)

c)  $700 \text{ ns}$

d)

e)

Zad 6.

2 puta

5 prikazom  $5\%$

granicama pogreške  $\pm 4 \cdot 10^{-4}$  of reading  $+3 \cdot 10^{-4}$  of range

na mjernom opsegu  $1 \text{ V}$ .

Aritmetička sredina svih rezultata je bila

$0,47451 \text{ V}$ , a standardno odstupanje  $0,22 \text{ mV}$ .

Kolika je složena standardna nesigurnost  $u(u)$

$$U = U_{ov}$$

$$U_c(u) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 U^2(x_i)} = \sqrt{U^2(u_{ov})}$$

$$U_c(u) = \sqrt{U_A^2(u_{ov}) + U_B^2(u_{ov})}$$

$$U_A(U_{OV}) = S_{\bar{x}} = S(U_{OV}) = \frac{S(U_{OV})}{\sqrt{n}} = \frac{0,22 \text{ mV}}{\sqrt{8}} = 0,08 \text{ mV}$$

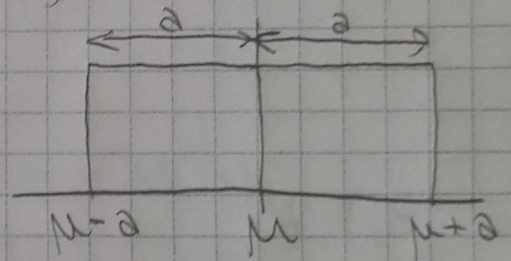
prawa kutna rozdoba

$$U_B(U_{OV}) = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$G = \pm (4 \cdot 10^{-4} U_{OV} + 3 \cdot 10^{-4} U_{no})$$

$$G = \pm (4 \cdot 10^{-4} \cdot 0,47451 \text{ V} + 3 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \text{ V}) = \pm 0,49 \text{ mV}$$

$$a = 0,49 \text{ mV}$$



$$U_B(U_{OV}) = \frac{0,49}{\sqrt{3}} = 0,28 \text{ mV}$$

$$U_c(U) = \sqrt{(0,08 \text{ mV})^2 + (0,28 \text{ mV})^2} = 0,29 \text{ mV}$$



7. (1 bod) Kod četverožičnog mjerenja otpora, otpornik se u strujni krug spaja preko:

- A) četverožičnog kabela s 2 pola
- B) 4 otporničke stezaljke s 2 pola
- C) 2 visokonaponske i 2 niskonaponske stezaljke
- D) 4 strujne i 4 naponske stezaljke
- ☒ E) 2 strujne i 2 naponske stezaljke

8. (2 boda) Razina pouzdanosti od 100 % postiže se kod pravokutne razdiobe za (slučajnu) varijablu  $x$  u intervalu:

A)  $\mu - 2a < x < \mu + 2a$

☒ B)  $\mu - a < x < \mu + a$

C)  $\mu - 3 \frac{a}{\sqrt{3}} < x < \mu + 3 \frac{a}{\sqrt{3}}$

D)  $\mu - \frac{a}{\sqrt{6}} < x < \mu + \frac{a}{\sqrt{6}}$

E)  $-\infty < x < +\infty$

d) procjena....



9. (2 boda) Dva voltmetra spojena su paralelno na izvor istosmjernog napona. Ako prvi voltmetar V1 pokazuje veći napon nego voltmetar V2, što iz toga sigurno možemo zaključiti?
- A) točna vrijednost mjerene napona je aritmetička sredina očitavanja na V1 i V2
  - ☒ B) to je realna situacija koja se može dogoditi kod realnih voltmetara
  - C) izvor napona je preopterećen pa ne može dati dovoljnu struju za voltmetar V2
  - D) podaci su nedovoljni da se može odgovoriti
  - E) ne postoje voltmetri koji mogu pokazivati različite izmjerene vrijednosti ako mjere isti napon

10. (1 bod) Kod metode najmanjih kvadrata, zbir kvadrata svih razlika pojedine vrijednosti i

aritmetičke sredine, tj.  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  je:

- A) jednak kvadratu standardnog odstupanja
- B) maksimalan
- C) jednak korijenu standardnog odstupanja
- ☒ D) minimalan
- E) jednak nuli

d) minimalan

11. (2 boda) Korekcijska krivulja jednog voltmetra na mjernom opsegu 100 mV prikazana je tablično. Kolika je točna vrijednost mjerenog napona ako on pokazuje 50 mV?

$U / \text{mV}$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$U_K / \mu\text{V}$	-5	6	-9	-13	-7	8	11	12	-1	5

- A) 49,993 mV  
B) 49,997 mV  
C) 50,003 mV  
D) 50,007 mV  
E) 50,000 mV
- I
12. (2 boda) Djelatna snaga trošila poznatog otpora određena je mjerenjem pada istosmjernog napona na njemu. Ako je relativna mjerna nesigurnost izmjerene snage 0,12 %, a otpora 0,16 %, relativna mjerna nesigurnost izmjerene snage iznosi:
- A) 0,37 %  
B) 0,34 %  
C) 0,29 %



23.11. Karakujaka kinnuja

$$p = U_{iz} - U_{ref}$$

$$k = -p$$

$$k = U_{ref} - U_{iz}$$

$$U_{ref} = U_{iz} + k$$

$$U_{ref} = 50 \text{ mV} + (-7 \text{ mV}) = 49,993 \text{ mV}$$

23.12.

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$U_{err\%}(P) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [P_i \cdot U_{r\%}(x_i)]^2}$$

$$= \sqrt{(2U_{r\%}(U))^2 + U_{r\%}^2(R)}$$

$$= \sqrt{4U_{r\%}^2(U) + U_{r\%}^2(R)}$$

$$= \sqrt{4 \cdot (0,12\%)^2 + (0,16\%)^2}$$

$$= 0,29\%$$

D) 0,21 %

E) 0,18 %

13. (2 boda) Izmjerili smo nekoliko desetaka otpornika nazivne vrijednosti  $390 \, \Omega$  te dobili aritmetičku sredinu  $388 \, \Omega$  i standardno odstupanje  $1 \, \Omega$ . Uzme li se nasumce jedan otpornik, vjerojatnost da je njegova vrijednost manja od nazivne vrijednosti iznosi:

A) 34,13 %

B) 2,28 %

C) 84,13 %

D) 97,73 %

E) 15,87 %

14. (1 bod) Realni kondenzator kapaciteta  $C = 10 \, \text{nF}$  ima kut gubitaka  $\delta = 0,29^\circ$  pri frekvenciji  $50 \, \text{Hz}$ . Koliki je u tom slučaju fazni pomak između napona na kondenzatoru i struje koja njime prolazi?

A)  $-(\pi/2 + 0,005) \text{ rad}$

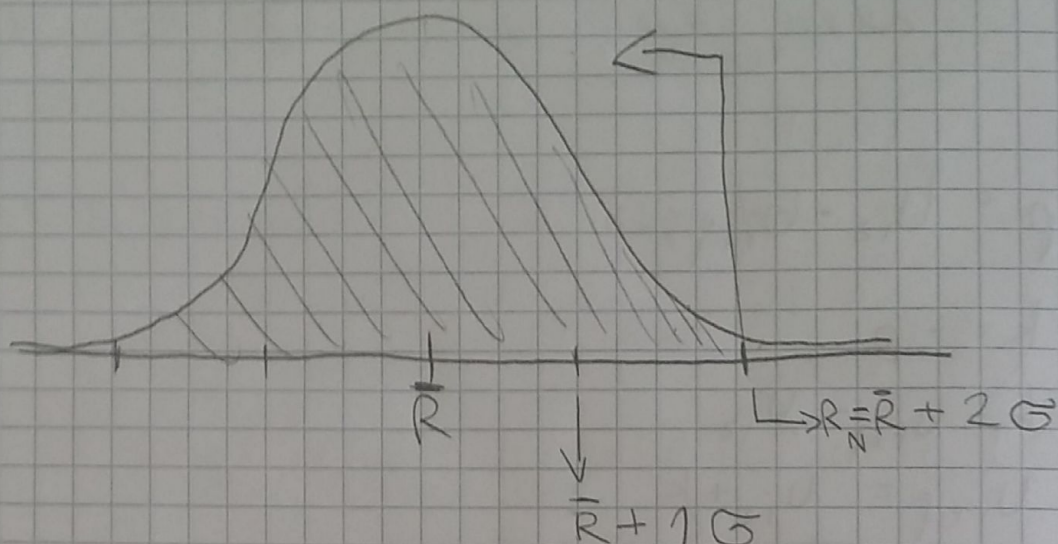
B)  $(\pi/2 + 0,005) \text{ rad}$

C)  $(\pi/2 - 0,005) \text{ rad}$

D)  $-(\pi/2 - 0,005) \text{ rad}$



Z3 13.

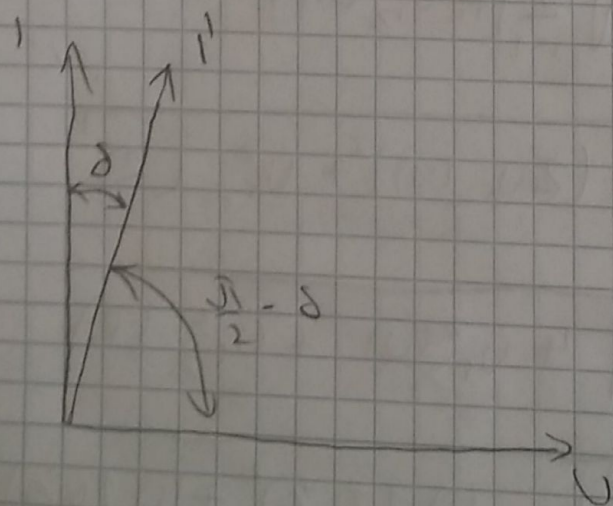


$$P(-\infty < X < R_N) = P(-\infty < X < \bar{R}) + \frac{1}{2} P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)$$

$$= 0,5 + \frac{1}{2} 0,9545$$

$$= 0,9773$$

Z3 14



$$\Delta p = p_U - p_I = p - \left( \frac{\bar{U}}{2} - \delta \right)$$

$$e) - \left( \frac{\bar{U}}{2} - 0,008 \right) \text{ m} = - \left( \frac{\bar{U}}{2} - \delta \right)$$

15. (2 boda) Standardno odstupanje sredine manje je od standardnog odstupanja (pojedine vrijednosti) za faktor:

- A)  $n$
- B)  $n-1$
- ☒ C)  $\sqrt{n}$
- D)  $\sqrt{n-1}$
- E)  $n^2$