

Završni ispit iz Uvoda u raspoznavanje uzoraka

Teorijska pitanja (45 minuta)

1. (7 bodova) Pokaži da kod Bayesovog klasifikatora na temelju omjera vjerodostojnosti (engl. *likelihood ratio*) prag ne ovisi o uzorku \mathbf{x} .
2. (11 bodova) Navedi tri osnovne ideje grupiranja. Objasni algoritam k-srednjih vrijednosti. Koja je kriterijska funkcija? Usporedi taj algoritam s pojednostavljenim algoritmom ISODATA.
3. (7 bodova) Objasni ideju poopćenih linearnih funkcija. Napiši oblik decizijske funkcije za polinom drugog stupnja. Koji se problem javlja?

Zadatci (75 minuta)

1. (7 bodova) Na temelju kriterijske funkcije:

$$J(\vec{w}, \vec{x}) = \frac{1}{4} |\vec{w}^T \vec{x}|^2 (|\vec{w}^T \vec{x}| - (\vec{w}^T \vec{x}))$$

izvedi algoritam učenja perceptrona za klasifikaciju dva razreda.

2. (7 bodova) Nizovi su **bcabba** i **cbcabb**. Cijena brisanja i umetanje znaka je dva puta veća od cijene zamjene znaka. Napiši tablicu kakvu će generirati algoritam, a koja odgovara vrijednostima poravnanja prefikasa nizova. Pokazati barem jedno takvo poravnanje koje odgovara minimalnoj udaljenosti.
3. (11 bodova) Imamo **jednodimenzionalne** uzorke iz tri razreda. Gustoća vjerojatnosti se ravna po Gaussovoj razdiobi:

$$p(x|\omega_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m_i}{\sigma_i}\right)^2}$$

Za pojedini razred vrijedi:

- $m_1 = 0, \sigma_1 = 1$
- $m_2 = 0, \sigma_2 = \sqrt{2}$
- $m_3 = 1, \sigma_3 = 1$

Također vrijedi da su apriorne vjerojatnosti odabira uzorka za sve razrede jednake. Odredi granice pojedinih razreda te ih označi na brojevnom pravcu.