

Predzavršni ispit iz Vjerojatnosti i statistike
(pripremio T.Burić)

1. Iz intervala $[3, \alpha]$, gdje je α nepoznat, odabrano je na sreću n brojeva x_1, \dots, x_n . Za duljinu intervala odabiremo statistiku $Z = \max\{x_1, \dots, x_n\} - 3$. Ispitaj da li je odabrana statistika nepristrana. Ako nije, modificiraj je da bude nepristrana!
2. Student (koji ne studira po FER2 programu) ima pravo na 4 izlaska na ispit u jednoj akademskoj godini. Štef želi položiti Vjerojatnost i statistiku, ali nema previše sreće (a ni znanja). Prve godine slušanja predmeta se nije pretjerano trudio i izašao je na sva 4 roka, samo jednom je prošao pismeni, no profesor ga je srušio na usmenom. Sljedeće akademske godine se primio učenja i 3 puta prošao pismeni, ali je imao problema s učenjem teorije i zli profesor ga je svaki put srušio na usmenom. Uspio je izboriti pravo na treći upis predmeta, no zadnje akademske godine su odlučili postrožiti kriterije (i zabraniti korištenje službenih podsjetnika) i nije uspio nijednom od 4 puta proći pismeni ispit (i time je izgubio pravo studiranja). Metodom najveće izglednosti odredite kolika je bila vjerojatnost prolaska na pismenom ispitu za nesretnog Štefa.
3. Uzorak x_1, \dots, x_n izvučen je iz populacije koja ima gustoću razdiobe

$$f(x) = \lambda x^{\lambda-1}, \quad 0 < x < 1.$$

Pomoću kriterija najveće izglednosti, odredi procjenu za parametar λ .

4. Iz populacije koja se podvrgava normalnom zakonu s nepoznatim parametrima, izvučen je sljedeći uzorak:

x_j	115	120	125	130	135	140
n_j	3	4	7	6	3	2

- (a) Odredite točkaste procjene za očekivanje i disperziju.
 - (b) Odredite 90% interval povjerenja za očekivanje.
 - (c) Odredite 90% dvostrani interval za disperziju.
5. Kontrolom 100 žarulja iz određene velike pošiljke ustanovljeno je da su 3 žarulje loše.
 - (a) Odredite 95%-tni interval povjerenja za postotak loših žarulja.
 - (b) Koliki broj žarulja treba kontrolirati da bi se s pouzdanošću 0.95 moglo tvrditi da u čitavoj pošiljci nema više od 5% loših žarulja?
 6. Profesor iz Vjerojatnosti i statistike je obećao studentima da će prosječna ocjena biti barem 3.5. Na kraju semestra desetero studenata je imalo sljedeće ocjene: 2,4,4,3,5,1,5,2,3,5. Možemo li na temelju odabranih studenata tvrditi da profesor nije prekršio obećanje uz nivo značajnosti 10%?
 7. Pri proizvodnji Milke u normalnim uvjetima, tvornica daje 2% škarta. Na uzorku od 500 proizvoda primjećeno je 16 škartnih. Provjeri ispravnost deklaracije uz nivo značajnosti 5%.

8. Rezultati dvije grupe studenata na Matematici 3 dani su tablicom

	1	2	3	4	5
E1	7	16	28	14	11
R1	10	13	30	16	9

Uz koji se nivo značajnosti može prihvatiti hipoteza o jednakosti srednjih ocjena za ove dvije grupe studenata?

9. Rezultati mjerenja slučajne varijable X dani su u tablici

x_j	0	1	2	3	4
n_j	130	52	19	3	1

Pomoću χ^2 -testa provjeri hipotezu da se ovi podaci ravnaju po Poissonovoj razdiobi, uz nivo značajnosti 0.05.

10. U prvih 800 znamenaka decimalnog prikaza broja π znamenke 0, 1,..., 9 pojavljuju se 74, 92, 83, 79, 80, 73, 77, 75, 76, 91 puta. Provjeri χ^2 -testom hipotezu da je pojava svih znamenaka u tom prikazu jednako vjerojatna, uz nivo značajnosti 10%.
11. 4 kovana novčića bačena su istovremeno 96 puta i svaki put je zabilježen broj grbova:

i	0	1	2	3	4
f_i	4	26	35	24	7

Uz nivo značajnosti 0.95 provjeri da li se dobiveni rezultati slažu s hipotezom o ispravnosti svih novčića.