

VJEROJATNOST I STATISTIKA

ZADACI ZA VJEŽBU

1. Vjerojatnost

FER, Zagreb

SADRŽAJ:

Zadaci za vježbu iz udžbenika Nevena Elezovića: Diskretna vjerojatnost Cjelina 1 - Vjerojatnost

**** Prije rješavanja zadataka treba proći teoretsko gradivo ove cjeline ****

1. Formule.....	3
2. Zadaci.....	4
3. Rješeni zadaci.....	9
4. Službena rješenja.....	45
5. Literatura.....	47

NAPOMENA

Zadaci koje NIJE potrebno rješavati su od 85.-99.zadatka jer uključuju Sylvesterovu formulu, te zadatke 22.-27., ostale zadatke JE potrebno riješiti!

Zadaci koji nedostaju: 4,17,18,19,20,21,74,76,80,81,82,83,84

Većina zadataka od 1.-63. su preuzeta s materijala od Tomislava!

Posebna zahvala LORD OF THE LIGHT na rješenjima nekih zadataka !

FORMULE:

1. VJEROJATNOST

ω – elementarni događaji (ishodi), Ω – skup svih elementarnih događaja (skup ishoda), \emptyset - prazan skup

Događaj – podskup od ω (elem.događaja), označujemo s A,B,C...

Operacije s događajima:

$A \cup B$ – unija A ILI B (A OR B)

$A \cap B$ – presjek A I B (A AND B)

A/B – razlika A-B

\bar{A} – komplement, suprotni događaj

De Morganova pravila:

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

Vjerojatnost komplementa: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Vjerojatnost unije: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Konačni vjerojatnosni prostor: posjeduje konačni broj elementarnih događaja $\sum_{p=1}^n p_j = 1$

Klasnični vjerojatnosni prostor : $P(A) = \frac{M}{N} = \frac{\text{broj povoljnih događaja}}{\text{broj mogućih ishoda}}$

Beskonačni vjerojatnosni prostor: $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{F} \Rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$

Geometrijska vjerojatnost: $P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)}$

KOMBINATORIKA:

Broj različitih permutacija: $n!$

Permutacije s ponavljanjem: $P_n^{kr} = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_r!}$

Broj različitih kombinacija: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$

1. U urni se nalaze četiri kuglice, dvije jednake bijele i dvije jednake crne. Izvlačimo jednu po jednu tri kuglice, ne vraćajući ih u urnu. Opišite prostor elementarnih događaja. Odredite sljedeće događaje:
 $A = \{\text{prva je izvučena crna kuglica}\}$,
 $B = \{\text{prva je izvučena bijela kuglica}\}$.

Koliko elementarnih događaja imaju sljedeći događaji:

$$\begin{aligned} A &= \{\text{oba broja su parna}\}, \\ B &= \{\text{oba broja veća su od 4}\}, \\ C &= \{\text{razlika brojeva iznosi 2}\} \end{aligned}$$

3. Bacamo dvije kocke. Bilježimo rezultat na svakoj od njih. Neka je

$$\begin{aligned} A &= \{\text{pojavi se broj manji od 3}\}, \\ B &= \{\text{zbroj brojeva manji je od 9}\}, \\ C &= \{\text{oba broja veća su od 4}\}. \end{aligned}$$

Iskaži riječima događaje \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} . Pokažite da su A i C disjunktni, baš kao i A i \bar{B} . Uvjerite se da vrijedi $A \implies B$, ali da ne vrijedi $A = B$.

4. Bacamo dvije kocke. Bilježimo samo zbroj dobivenih brojeva. Koliko elementarnih događaja ima ovaj pokus?

5. Bacamo dvije kocke. Označimo događaje

$$\begin{aligned} A &= \{\text{zbroj brojeva je neparan}\}, \\ B &= \{\text{pojavi se broj 1}\}, \\ C &= \{\text{na obje kocke pao je broj 1}\}. \end{aligned}$$

Opišite događaje AB , AC , BC , $A \cup C$, \bar{AB} .

6. Neka su A , B , C događaji. Iskažite s pomoću unije i presjeka ovih događaja sljedeće događaje:

- A. $\{\text{ostvario se samo događaj } A\}$;
- B. $\{\text{ostvarili su se } A \text{ i } B, \text{ ali ne i } C\}$;
- C. $\{\text{ostvarila su se sva tri događaja}\}$;
- D. $\{\text{ostvario se barem jedan događaj}\}$;
- E. $\{\text{ostvario se točno jedan događaj}\}$;
- F. $\{\text{nije se ostvario niti jedan događaj}\}$.

7. Bacamo n kocaka. Neka A_i ($i = 1, \dots, n$) označava događaj: pojavila se šestica na i -toj kocki. Izrazi sljedeće događaje:

$$\begin{aligned} A &= \{\text{nije se pojavila nijedna šestica}\}, \\ B &= \{\text{pojavi se barem jedna šestica}\}, \\ C &= \{\text{pojavi se najviše jedna šestica}\}. \end{aligned}$$

8. Neka je $A \subset B$. Čemu su ekvivalentni događaji AB , $A \cup B$, ABC , $A \cup B \cup C$?

9. Jesu li po volji odabrani događaji A i B ekvivalentni ako je a) $\bar{A} = \bar{B}$, b) $A \cup C = B \cup C$, c) $AC = BC$, za neki događaj C .

10. Neka su A , B , C događaji. Pojednostavni izraze

$$\begin{aligned} (A+B)(B+C)(C+A), \\ (A+B)A + A(B+C). \end{aligned}$$

11. Dokaži relacije:

$$A - B = A - AB = (A + B) - B,$$

$$\begin{aligned} C &= \{\text{bijela kuglica je izvučena barem jednom}\}, \\ D &= \{\text{bijela kuglica je izvučena točno jednom}\}, \\ E &= \{\text{izvučena je jedna bijela i dvije crne kuglice}\}. \end{aligned}$$

2. Bacamo dvije kocke. Bilježimo rezultat na svakoj od njih. Koliko ima elementarnih događaja?

$$A(B - C) = AB - AC,$$

$$(A - C)(B - C) = AB - C,$$

$$AC - B = AC - BC,$$

$$(A - B) + (A - C) = A - BC.$$

12. Koja je od sljedećih relacija istinita za sve $A, B, C \in \mathcal{F}$?

$$(A + B) - C = A + (B - C),$$

$$ABC = AB(B + C),$$

$$A\bar{B}C \subseteq A + B,$$

$$(\overline{A + B})C = \overline{ABC}.$$

13. Izračunaj X iz relacija

$$\overline{X + A} + \overline{X + \bar{A}} = B,$$

$$(A + \bar{X})(\bar{A} + \bar{X}) + \overline{X + A} + \overline{X + \bar{A}} = B.$$

14. Ako je $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.8$, izračunajte vjerojatnost događaja \bar{A} , \bar{B} , AB , $\bar{A}B$, $A\bar{B}$.

15. Neka su A i B događaji, $P(A + B) = 0.8$, $P(AB) = 0.2$, $P(\bar{A}) = 0.6$. Odredi $P(A)$, $P(B)$, $P(A\bar{B})$.

16. Za događaje A i B vrijedi $A \cup B = \Omega$. Ako je $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.7$, kolika je vjerojatnost $P(AB)$?

17. Ako se istovremeno ostvare događaji A_1 i A_2 , tada se nužno ostvaruje i događaj A . Dokaži da je

$$P(A) \geq P(A_1) + P(A_2) - 1.$$

18. Dokaži da za svaka tri događaja A , B , C vrijedi:

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) \\ &\quad - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC). \end{aligned}$$

19. Neka su A , B , C događaji. Dokaži da vrijedi

$$P(A) + P(B) + P(C) - P(ABC) < 2.$$

20. Dokaži da za bilo koje događaje A i B vrijedi

$$P(A + B)P(AB) \leq P(A)P(B).$$

21. Dokaži da za bilo koje događaje A i B vrijedi

$$|P(AB) - P(A)P(B)| \leq \frac{1}{4}.$$

* * *

Simetrična razlika dvaju događaja $A \Delta B$ definira se na način

$$A \Delta B := (A - B) + (B - A).$$

22. Dokaži relacije

$$A \Delta B = (A + B) - AB,$$

$$\overline{A \Delta B} = AB + \overline{A} \overline{B},$$

$$A \Delta B = \overline{\overline{A} \overline{B}} + \overline{AB},$$

$$A \Delta (A \Delta B) = B.$$

23. Dokaži da je simetrična razlika asocijativna:

$$A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C.$$

24. Dokaži

$$P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(AB)$$

$$= P(A + B) - P(AB),$$

$$P(\overline{AB}) - P(\overline{A} \overline{B}) = P(A) - P(B).$$

25. Dokaži da za bilo koje događaje A , B , C vrijedi ocjena

$$|P(A \cap B) - P(A \cap C)| \leq P(B \Delta C).$$

26. Dokaži nejednakost

$$P(A \Delta B) \leq P(A \Delta C) + P(C \Delta B).$$

27. Neka su A , B događaji iz \mathcal{F} . Dokaži da iz $P(A \Delta B) = 0$ slijedi $P(A) = P(B)$.

* * *

28. Bacamo dvije kocke. Označimo događaje

A = zbroj brojeva je neparan,

B = pojavio se broj 1,

C = na obje kocke je pao broj 1.

Opiši događaje AB , AC , BC , $A + C$, \overline{AB} .

29. Novčić bacamo dok se dva puta za redom ne pojavi isti znak. Opiši vjerojatnosni prostor. Izračunaj vjerojatnost događaja

A = pokus će se završiti u četvrtom bacanju,

B = pokus će se završiti u parnom broju bacanja,

C = pokus se nikad neće završiti.

30. Pokus se sastoji od bacanja dviju kocki. Opiši vjerojatnosni prostor. Označimo događaje

A = zbroj brojeva je paran,

B = pojavila se barem jedna jedinica.

Opiši događaje $A + B$, AB , \overline{A} , \overline{B} i izračunaj im vjerojatnost.

31. Novčić se baca četiri puta. Kolika je vjerojatnost sljedećih događaja:

A = pojavilo se je točno jedno pismo;

B = u drugom bacanju pojavilo se pismo;

C = pojavilo se barem jedno pismo;

D = pismo se pojavilo barem dvaput?

32. Kolika je vjerojatnost da se pri bacanju dviju kocki pojavi:

A = zbroj 8;

B = barem jedna četvorka;

C = broj veći od 9;

D = broj djeljiv s 2 ili djeljiv s 3?

33. Deset kartica obilježeno je brojevima od 1 do 10. Kolika je vjerojatnost da će se izvući jedan paran i jedan neparan broj ako se

A = izvučemo odjednom obje kartice;

B = izvučemo prvu karticu, a nakon nje drugu;

C = izvučemo prvu karticu, vratimo je u snop i zatim izvučemo drugu?

* * *

34. U jednakokračnom trokutu osnovice a i visine a upisan je kvadrat. Kolika je vjerojatnost da na sreću odabrana točka u trokutu ne leži unutar tog kvadrata?

35. Na ravninu na kojoj su istaknute točke s cjelobrojnim koordinatama bačen je novčić promjera 0.5 jedinica. Kolika je vjerojatnost da novčić neće pokriti nijednu istaknutu točku?

36. Dva broja biraju se na sreću unutar intervala $[0, 1]$. Kolika je vjerojatnost da je njihov zbroj veći od $\frac{3}{2}$?

* * *

37. Na kvadratično ispletenu mrežicu pada s velike visine metalna kuglica okomito na mrežicu. Ako je stranica kvadrata mrežice duga 10 mm, a promjer kuglice 5 mm, kolika je vjerojatnost da će kuglica proći kroz mrežicu, a da ne dotakne njezine niti?

38. Kovani novčić polumjera R pada na podlogu oblika pravilnog šesterokuta stranice $a = 5R$, tako da središte novčića pada unutar šesterokuta. Kolika je vjerojatnost da novčić ne presječe niti jednu od stranica šesterokuta?

39. U pravokutniku se duljine stranica odnose kao $a : b = 1 : \sqrt{3}$. Događaj A se realizira ako je udaljenost na sreću odabrane točke unutar pravokutnika do najbliže stranice pravokutnika manja od udaljenosti te točke do bliže dijagonale. Izračunaj vjerojatnost događaja A .

40. Unutar kružnice polumjera R na sreću se bira n točaka. Izračunaj vjerojatnost da je udaljenost od središta kruga do najbliže točke veća od r , $r < R$. Pustimo da $R \rightarrow \infty$ i povećavajmo n tako da bude $n/R^2 \rightarrow \pi$. Čemu teži ta vjerojatnost?

41. Točka A izabrana je na sreću unutar pravilnog n -terokuta. Izračunaj vjerojatnost P_n da se točka A nalazi bliže rubu n -terokuta nego nekoj njegovoj dijagonali. Odredi $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 P_n$.

42. Bertrandov paradoks. Odgovor na pitanje: “Kolika je vjerojatnost da na sreću odabrana tetiva u danom krugu ima duljinu veću od stranice upisanog jednakostraničnog trokuta?” nije jednoznačan. Izračunaj traženu vjerojatnost uz sljedeće interpretacije na sreću odabrane tetive:

a) Tetiva je jednoznačno određena svojim polovištem, biramo ga na sreću unutar kruga.

b) Tetiva je određena svojim krajevima. Biramo ih na sreću na kružnici.

c) Svaka tetiva okomita je na neki promjer. Fiksirajmo promjer i odaberimo na sreću točku na njemu kroz koju tetiva prolazi.

d) Postoje li još neke razumne interpretacije koje će dati veću ili manju vjerojatnost od ovdje navedenih?

* * *

43. Dva realna broja izabrana su na sreću unutar intervala $[0, 1]$. Kolika je vjerojatnost da će njihov produkt biti veći od $1/2$, a apsolutna vrijednost njihove razlike neće biti manja od $1/2$?

44. Teretni vlakovi duljine 200 m kreću se brzinom 72 km/h po prugama koje se međusobno sijeku. Trenutak u kojem će oni proći kroz raskrižje je slučajna, između 22^h i $22^h 30'$. Izračunaj vjerojatnost sudara.

45. Na kružnici polumjera R na sreću se biraju dvije točke. Kolika je vjerojatnost da će udaljenost među njima biti manja od r ($r < 2R$)?

46. Štap duljine L prelomljen je na dva mjesta. Izračunaj vjerojatnost da je svaki od tako dobivena tri dijela štapa dulji od $\frac{1}{4}L$, ako je vjerojatnost preloma na svakom mjestu štapa jednaka.

47. Na odresku \overline{AD} duljine d na sreću su odabrane dvije točke B i C . Izračunaj vjerojatnost da je udaljenost $d(B, C)$ manja od $d/2$.

48. Dva broda moraju stići u isto пристаниште. Vremena dolaska brodova su nezavisna i jednako vjerojatna u toku dana. Odredi vjerojatnost da će jedan od brodova morati čekati na oslobađanje пристаништа, ako je vrijeme zadržavanja prvog broda u пристаништу 1 sat, a drugog 2 sata.

49. Unutar dužine \overline{AB} duljine 10 na sreću odaberemo dvije točke, koje zadanu dužinu dijele na 3 dijela. Kolika je vjerojatnost da je duljina najkraćeg od njih veća od 2?

50. U pravokutnom trokutu ABC duljine kateta su $|AC| = 3$, $|BC| = 4$. Točka T_1 bira se na sreću na kateti \overline{AC} , a točka T_2 na kateti \overline{BC} . Izračunaj vjerojatnost da je površina četverokuta ABT_1T_2 veća od polovine površine zadanog trokuta.

51. Biramo tri dužine čije su duljine na sreću odabrani brojevi iz intervala $[0, a]$. Kolika je vjerojatnost da se od tih dijelova može sastaviti trokut?

* * *

52. Šest bijelih, četiri crne i dvije plave kuglice redaju se na sreću. Kolika je vjerojatnost da će prve dvije biti bijele?

53. Dijete se igra s karticama na kojima su napisana slova A, E, E, J, J, N, N, O, O, R, T, V. Kolika je vjerojatnost da će, redajući ih na sreću, složiti riječ NEVJEROJATNO?

54. U kutiji se nalazi sedam bijelih i tri crne kuglice. Izvlačimo odjednom dvije kuglice. Koja je najvjerojatnija kombinacija broja izvučenih kuglica?

55. U prostoriji se nalazi šest bračnih parova. Ako odaberemo na sreću dvoje ljudi, kolika je vjerojatnost da su 1) različitog spola; 2) bračni par?

56. U snopu od 52 karte postoji po 13 karata sljedećih boja: pik, karo, herc i tref. Kolika je vjerojatnost da će u 13 karata koje dobiva prvi igrač biti pet pikova, tri herca, dva karona i tri trefa?

57. U kutiji se nalazi pet crvenih i četiri bijele kuglice. Kolika je vjerojatnost da ćemo birajući na sreću šest kuglica izvući tri crvene i tri bijele?

58. Slova riječi MATEMATIKA napisana su na kartice i potom promiješana. Kolika je vjerojatnost da će se, otkrivajući jednu po jednu četiri kartice, pojaviti riječ MATE? A kolika za riječ TIKa?

59. Bačene su četiri kocke. Kolika je vjerojatnost da sve četiri padnu na isti broj?

60. Bačene su dvije kocke. Izračunaj vjerojatnost da je veći od dva dobivena broja manji od 5.

61. Dva igrača su bacila kocku. Kolika je vjerojatnost da drugi igrač dobije veći broj od prvog?

62. Bacili smo šest kocaka. Kolika je vjerojatnost da se pojavilo

- a) šest različitih brojeva,
- b) barem dvije šestice,
- c) tri para jednakih brojeva,
- d) šest brojeva manjih od pet?

63. Paradoks de Mere. Koji je događaj vjerojatniji:

A = pri bacanju četiriju kocaka pojavila se bar jedna jedinica,

B = barem jednom u 24 bacanja dviju kocki pojavile su se dvije jedinice.

De Mere je smatrao da su ti događaji jednako

vjerojatni, a kako nisu (izračunaj!), otada se ovaj problem naziva paradoksom.

64. Što je vjerojatnije: dobiti barem jednu šesticu pri 6 bacanja kocke, barem dvije šestice pri 12 bacanja ili barem 3 šestice pri 18 bacanja kocke?

65. Kolika je vjerojatnost da se u igri LOTO 6 od 45 u jednoj kombinaciji postigne dobitak od 6, 5, 4 ili 3 pogotka?

* * *

66. Između 6 crvenih i 4 plave kuglice na sreću odabiremo tri. Kolika je vjerojatnost da je barem jedna od njih plava?

67. Iz kutije u kojoj se nalazi 5 crnih, 6 bijelih i 7 crvenih kuglica izvlače se na sreću 4 kuglice. Kolika je vjerojatnost da među izvučenim kuglicama nisu zastupljene sve tri boje?

68. Iz 4 snopa karata od kojih svaki sadrži 32 karte sa po 4 asa, izvlači se po jedna karta. Odredi vjerojatnost da su izvučena 2 različita para identičnih aseva!

69. Iz snopa od 32 karte izabrano je na sreću 10 karata. Kolika je vjerojatnost da će među njima biti svih 8 karata iste boje?

70. U kutiji ima 5 bijelih, 4 crne i 2 crvene kuglice. Izvlačimo na sreću 4 kuglice. Kolika je vjerojatnost da je broj izvučenih crnih kuglica (striktno) veći od broja izvučenih bijelih?

71. Između 6 bračnih parova izabiru se 4 osobe slučajnim izborom. Kolika je vjerojatnost da među te 4 osobe nije niti jedan bračni par?

72. Na šahovskom turniru sudjeluje 20 natjecatelja, podijeljenih ždrijebom u dvije skupine. Odredi vjerojatnost da

a) dva najjača šahista budu u različitim skupinama,

b) četiri najjača šahista budu dva i dva u različitim skupinama.

73. 5 dječaka i 10 djevojčica na sreću su podijeljeni u 5 jednako velikih skupina. Kolika je vjerojatnost da u svakoj skupini bude dječak?

74. Iz kutije u kojoj se nalazi n bijelih i n crnih kuglica izvlačimo na sreću po dvije kuglice (bez vraćanja). Kolika je vjerojatnost da će u svih n tako dobivenih parova kuglice biti različitih boja?

75. Iz snopa od 32 karte izvlači se karta po karta, dok izvučena karta nije as, ili dok nisu izvučene 4 karte. Kolika je vjerojatnost da među izvučenim nema crnih karata?

76. Koliki najmanji broj m karata moramo izabrati iz snopa od 52 karte da bi vjerojatnost p_m da se izvuku dvije karte iste boje bila veća od $\frac{1}{2}$?

77. Iz snopa od 52 karte izabrane su na sreću tri karte. Odredi vjerojatnost da izvučemo

a) točno jednog asa,

b) bar jednog asa,

c) jednog asa, dvojku i trojku,

d) tri karte iste boje,

e) karte različitih boja.

* * *

78. Devet putnika ulaze u neki od tri vagona slučajnim izborom. Kolika je vjerojatnost da će

a) u prvi vagon ući tri putnika,

b) u svaki vagon ući po tri putnika?

79. Tri kvadrata izabrana su na sreću među poljima na šahovskoj ploči. Kolika je vjerojatnost da nikoja dva nisu u istom retku ili istom stupcu?

80. Bacamo tri igraće kocke. Odredi vjerojatnost događaja:

A = broj na prvoj kocki veći je od zbroja brojeva na drugoj i trećoj kocki,

B = najveći od tri pojavljena broja veći je od zbroja preostala dva broja.

81. Proklatonk se nalazi u donjem lijevom polju (A1) šahovske ploče. On se pomiče prema gore s vjerojatnošću p , ili desno s vjerojatnošću $q = 1 - p$. Proklatonk završava gibanje u onom trenutku kad stigne do desnog ili do gornjeg ruba ploče. Kolika je vjerojatnost da će on završiti u polju D8?

82. Svijećnjak ima 5 grla za žarulje, od kojih su 2 ispravna i 3 неисправna. U grla uvrnemo na sreću 5 žarulja među kojima su 2 ispravne i 3 неисправne. Kolika je vjerojatnost da ćemo uključivanjem svijećnjaka u struju dobiti svijetlo?

83. U jednom se razredu nalazi 30 učenika. Kolika je vjerojatnost da barem dvojica imaju istoga dana rođendan? Kolika je vjerojatnost da su u nekom odabranom tjednu rođena barem dvojica učenika?

84. Još o rođendanima. Kolika je vjerojatnost da

a) među 12 osoba ne postoje dvije rođene u istom mjesecu,

b) od tih 12 osoba, dvije po dvije rođene su u istom mjesecu,

c) među 30 osoba, u šest mjeseci padaju po tri, a u preostalih šest mjeseci po dva rođendana.

85. Elementi skupova A_1 i A_2 biraju se među elementima skupa $S = \{1, 2, \dots, n\}$ nezavisno jedan od drugog, tako da je svaki element iz S uključen u podskup A_i s vjerojatnošću p . Izračunaj vjerojatnost da A_1 i A_2 imaju prazan presjek.

* * *

86. U urni se nalazi m crvenih i n bijelih kuglica. Na sreću je odabrano k kuglica. Kolika je vjerojatnost da je među njima m_1 crvenih i n_1 bijelih?

87. U urni se nalazi n bijelih i m crnih kuglica, $m \geq n$. Izvlačimo redom, bez vraćanja, n puta po 2 kuglice. Kolika je vjerojatnost da su svaki put izvučene raznobojne kuglice?

88. Iz skupa $\{1, 2, \dots, n\}$ na sreću odaberemo (odjednom) tri broja. Izračunaj vjerojatnost da je

A = prvi broj po iznosu manji od drugog i trećeg,

B = prvi broj po iznosu između drugog i trećeg.

89. Iz niza $1, 2, \dots, N$ biramo na sreću n brojeva i poredamo ih po veličini: $x_1 < x_2 < \dots < x_n$. Kolika je vjerojatnost da je $x_m = M$? ($m \leq n, M \leq N$)?

90. n muškaraca i n žena sjeda za jedan stol, odabirući mjesta na sreću. Kolika je vjerojatnost da nikoja dva muškarca ne sjede jedan pored drugog?

91. Vlak se sastoji od N vagona. Svaki od n ($n > N$) putnika odabire na sreću neki od vagona. Kolika je vjerojatnost da će u svakom vagonu biti barem jedan putnik?

92. U svakoj od 3 kutije nalazi se po n kuglica, u prvoj bijele, drugoj crne te u trećoj crvene boje. Istresemo kuglice iz kutije, izmiješamo ih i zatim na sreću napunimo svaku od 3 kutije sa po n kuglica. Kolika je vjerojatnost da su ponovo u svakoj od kutija kuglice iste boje?

93. n učenika i n učenica poredano je u red po datumima njihovih rođenja. Kolika je vjerojatnost osobe istog spola ne stoje jedna pored druge?

94. U kutiji se nalazi $2m$ bijelih i $2n$ crnih kuglica. Polovina sadržaja kutije prebačena je u drugu kutiju. Kolika je vjerojatnost da se u toj kutiji nađe m bijelih i n crnih kuglica?

95. Na n kartica napisani su brojevi od 1 do n . Izvlačimo na sreću dvije kartice (bez vraćanja). Izračunaj vjerojatnost događaja:

A = oba izvučena broja manja su od zadanog broja k ($2 < k \leq n$),

B = jedan broj je manji, a jedan veći od k .

* * *

96. Bačeno je n kocaka. Kolika je vjerojatnost da je barem jedan od okrenutih brojeva paran, te da je barem jedan neparan?

97. Iz 4 snopa karata sa po 52 karte, izvlačimo na sreću po jednu kartu. Kolika je vjerojatnost da ćemo u skupu izvučenih karata imati barem jednog asa i barem jednu crvenu kartu?

98. Iz 6 snopova od po 32 karte izvlači se po jedna karta. Kolika je vjerojatnost da su barem dvije karte crne i da su barem 3 karte asevi?

99. Iz snopa od 32 karte na slučajan način odabiremo 4 karte. Kolika je vjerojatnost da je izvučena bar jedna ♠ karta, i bar jedna karta crvene boje?