

RJEŠENJE 1, 2c), 3
PRERADA

0.5/3

GRUPA B

Ime i prezime: IVANA

Napomene:

Nap. 1. Ukoliko nešto ne znate izračunati do kraja, molim da barem napišete što treba izračunati.

Nap. 2. U zadatku 1. i 2., u najgorem slučaju, b) i c) se mogu rješavati koristeći tvrdnju pod a).

1. Slučajna varijabla X je zadana zakonom razdiobe

$$P\{X=n\} = C \cdot (n-1) \left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}, \quad n=2,3,\dots$$

- (a) Dokazati da mora biti $C = \frac{1}{9}$.
(b) Izračunati $P\{X \geq 4\}$.
(c) Izračunati $E(X)$.

2. Slučajna varijabla X je zadana funkcijom gustoće

$$f(x) = Ce^{-2x}, \quad x > 0.$$

(za ostale x je $f(x) = 0$).

- (a) Dokazati da mora biti $C = 2$.
(b) Izračunati $P\{X \geq 2\}$.
(c) Izračunati $E(X)$.

3. Slučajna varijabla X je zadana funkcijom razdiobe

$$F(x) = 2x - x^2, \quad x \in (0,1)$$

(za $x \leq 0$ je $F(x) = 0$, a za $x \geq 1$ je $F(x) = 1$).

- (a) Izračunati $P\{X \geq \frac{1}{3}\}$.
(b) Izračunati $E(X)$.

① a) $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
 $f(x) = C \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} C \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{2}{3}\right)^{n-2} dn = 1$$

b) $F(X \geq 4) = 1 - F(X < 4) = 1 - (F(X=2) + F(X=3))$ $C = \frac{1}{9}$

$$= 1 - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9} \cdot \frac{4}{3}\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{5}{27}\right) = \frac{20}{27}$$

c) $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)$

što je
zadano?

$$(2) f(x) = C e^{-2x}, x > 0$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$F(x) = \int_0^{\infty} C \cdot e^{-2x} dx$$

$$= C \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) e^{-2x} \Big|_0^{\infty}$$

$$= -\frac{C}{2} \cdot (e^{-2 \cdot \infty} - e^0)$$

$$= -\frac{C}{2} \cdot (-1) = \frac{C}{2}$$

$$\frac{C}{2} = 1$$

$$C = 2$$

$$b) P(X \geq 2)$$

$$F(X \geq 2) = \int_2^{\infty} 2 \cdot e^{-2x} dx$$

$$= 2 \cdot \frac{e^{-2x}}{-2} \Big|_2^{\infty}$$

$$= -(0 - e^{-4})$$

$$= e^{-4}$$

$$c) E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot 2 \cdot e^{-2x} dx$$

$$= 2 \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-2x} dx$$

= ...

$$(3) F(x) = 2x - x^2, x \in [0, 1]$$

$$P(X \geq \frac{1}{3})$$

$$F(X \geq \frac{1}{3}) = \int_{\frac{1}{3}}^1 (2x - x^2) dx$$

$$= \int_{\frac{1}{3}}^1 2x dx - \int_{\frac{1}{3}}^1 x^2 dx$$

$$= x^2 \Big|_{\frac{1}{3}}^1 - \frac{x^3}{3} \Big|_{\frac{1}{3}}^1$$

$$= \frac{8}{9} - \frac{26}{27}$$

$$= \frac{42}{81} - \frac{26}{81}$$

$$= \frac{16}{81}$$

Sto je

20 ??

27 25