

**Završni ispit iz Vjerojatnosti i statistike**  
**20.06.2016.**

1. **(5b)**

- (a) Izvedite vezu između funkcije razdiobe  $\Phi(x)$  jedinične normalne razdiobe i funkcije  $\Phi^*(x)$  tabeliranih vrijednosti normalne razdiobe.
- (b) Definirajte kvantil jedinične normalne razdiobe  $u_p$  reda  $p$ .
- (c) Odredite kojeg su reda kvantili  $u_p = -0.484$  i  $u_p = 0.484$ .

2. **(5b)** Slučajni vektor  $(X, Y)$  zadan je funkcijom gustoće

$$f(x, y) = axe^{-y}, \quad 1 \leq x \leq 3, \quad y \geq 0.$$

Odredite konstantu  $a$ , ispitajte nezavisnost komponenti  $X$  i  $Y$  te izračunajte vjerojatnost  $P(X \leq 2 | Y \leq 2)$ .

3. **(5b)** Iz intervala  $[0, 2]$  odabrano je na sreću  $n$  brojeva. Neka je  $X$  najveći među njima. Zatim biramo na sreću broj  $Y$  iz intervala  $[X, 2]$ . Odredite očekivanje slučajne varijable  $Y$ .
4. **(5b)** Dokažite da za svaku slučajnu varijablu  $X$  s očekivanjem  $a$  i devijacijom  $\sigma$  vrijedi sljedeća ocjena:

$$P(a - 3\sigma < X < a + 3\sigma) > \frac{8}{9}.$$

Koliko iznosi ta vjerojatnost ukoliko se radi o slučajnoj varijabli s normalnom razdiobom?

5. **(5b)**

- (a) Uzorak  $x_1, \dots, x_n$  uzet je iz populacije koja ima Poissonovu razdiobu. Koristeći kriterij najveće izglednosti odredite procjenu parametra  $\lambda$ .
- (b) Provjerite je li dobivena procjena iz (a) nepristrana.

**Okrenite!**

6. **(5b)** Provedeno je istraživanje o gledanosti europskog nogometnog prvenstva. Na uzorku od 455 ispitanika, njih 314 je izjavilo da će pratiti nastupe hrvatske reprezentacije.
- Odredite 95%-tni interval povjerenja za postotak gledanosti utakmica hrvatske reprezentacije.
  - Jedna pivovara je odlučila povećati udio reklama za vrijeme utakmice ako joj je gledanost veća od 65%. Uz nivo značajnosti 5%, ispitajte hoće li pivovara povećati udio reklama na temelju navednog istraživanja.
7. **(5b)** Čokolada "π" se uspješno prodaje već nekoliko godina. Za prethodnu 2015. godinu u jednom dućanu su dobiveni sljedeći podaci o broju prodanih čokolada po mjesecima:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
305	295	310	301	307	312	308	310	314	318	315	319

Možemo li uz nivo značajnosti 1% zaključiti da se prosječna prodaja čokolade "π" u drugoj polovici godine povećala u odnosu na prvih 6 mjeseci? Pretpostavite da su uzorci nezavisni s normalnom razdiobom.

8. **(5b)** Pri određivanju krvne grupe na uzorku od 80 studenata FER-a utvrđeno je da njih 24 ima krvnu grupu 0, 39 krvnu grupu A, 13 krvnu grupu B i njih 4 krvnu grupu AB. Koristeći  $\chi^2$ -test, uz koji nivo značajnosti možemo prihvatiti hipotezu da se dobivena razdioba krvnih grupa slaže s poznatom razdiobom krvnih grupa u populaciji koja je u omjeru  $0 : A : B : AB = 5 : 6 : 3 : 1$ ?

Dopuštena je upotreba kalkulatora i službenog podsjetnika.

**Rješenja Završnog ispita iz Vjerojatnosti i statistike  
20.06.2016.**

1. (a) i (b) teorija, (c) 0.314 i 0.686
2.  $a = \frac{1}{4}$ ,  $X$  i  $Y$  su nezavisni,  $P(X \leq 2|Y \leq 2) = \frac{3}{8}$
3.  $E(Y) = \frac{2n+1}{n+1}$
4. Koristimo Čebiševljevu nejednakost,  $\phi^*(3) = 0.9973$  (pravilo  $3\sigma$ )
5.  $\lambda = \bar{x}$ , procjena je nepristrana
6. (a)  $P(0.648 \leq p \leq 0.732) = 95\%$   
(b)  $\hat{u} = 1.789 > u_{0.95} = 1.645$ , odbacujemo  $H_0$ , odnosno pivovara će povećati udio reklama
7.  $\hat{t} = -2.905 < t_{10,0.99} = -2.764$ , odbacujemo  $H_0$ , odnosno prosječna prodaja se povećala
8.  $\chi^2 = 2.677 < \chi_{2,0.75}^2 = 2.773$ , prihvaćamo  $H_0$  uz nivo značajnosti 25%