

2. predmeđuispit iz Vjerojatnosti i statistike (pripremio T.Burić)

1. Funkcija gustoće slučajne varijable X zadana je slikom.

Slika:

$$f(x) = \begin{cases} a & , -2a \leq x \leq 0 \\ a - \frac{1}{4}x & , 0 \leq x \leq 4a. \end{cases}$$

- (a) Odredi konstantu a i očekivanje $E(X)$.
- (b) Odredi funkciju razdiobe $F(x)$.
- (c) Izračunaj vjerojatnost da u 14 nezavisnih pokusa varijabla X točno 3 puta poprimi vrijednost unutar intervala $(-a, a)$.
2. Unutar pravokutnika $\{0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$, na sreću je odabrana točka T . Slučajna varijabla Z je manja od dvije koordinate te točke. Odredi gustoću varijable Z .
3. Slučajna varijabla X ima eksponencijalnu razdiobu s parametrom 2. Odredi gustoću i funkciju razdiobe slučajne varijable $Y = (X - 2)^2$.
4. Očekivano vrijeme čekanja u redu pred Cassandrom (za studente Filozofskog fakulteta) iznosi pola sata. Izračunaj vjerojatnost:
- (a) da će filozof čekati u redu duže od 15 minuta?
- (b) da će filozof čekati manje od 45 minuta, ako nije došao na red već pola sata?
5. (a) Raspodjela studentica FER-a po grupama ravna se po normalnoj razdiobi s nepoznatim očekivanjem i disperzijom 24. Ukoliko je vjerojatnost da u grupi ima više od 20 ferovki jednaka 0.343, odredi vjerojatnost da se u grupi nalazi između 30 i 40 ferovki.
- (b) Vjerojatnost da novoupisani student FER-a bude žensko je 23%. Kolika je vjerojatnost da od 700 upisanih studenata, barem njih 150 bude ljepšeg spola?
6. Slučajni vektor (X, Y) zadan je funkcijom gustoće $f(x, y) = C(y + x^2)$ na području $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, x \leq y\}$. Odredi:
- (a) konstantu C .
- (b) marginalne gustoće i ispitaј nezavisnost.
- (c) uvjetnu gustoću $f_{Y|X=x}(y)$.
- (d) vjerojatnost $P(X + Y > 1 | Y < 1)$.
7. Slučajni vektor (X, Y) ima jednoliku razdiobu na pravokutniku $D = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$. Odredi gustoću slučajne varijable $Z = YX^2$.
8. Neka su X i Y nezavisne slučajne varijable takve da X ima eksponencijalnu razdiobu s parametrom 3, a Y ima jednoliku razdiobu na intervalu $[1, 4]$. Odredi gustoću i razdiobu slučajne varijable $Z = Y - 2X$.