

Vjerojatnost i statistika
Jesenski ispitni rok
1.9.2014.

1. (3 boda) Igrač A baca 6 kocaka i pobjeđuje ako dobije barem jednu jedinicu dok igrač B baca 12 kocaka i osvaja dobitak ako padnu barem dvije jedinice. Tko ima veću šansu za pobjedu?

2. (4 boda) Odredite vjerojatnost da su korijeni kvadratne jednadžbe

$$x^2 + 2ax + b = 0$$

realni ako je poznato da se koeficijenti s jednakom vjerojatnošću nalaze bilo gdje unutar pravokutnika $|a| \leq n$, $|b| \leq m$. Izračunajte vjerojatnost da korijeni dane kvadratne jednadžbe budu pozitivni.

3. (2+5 bodova)

(a) Dokažite da ako je $E((X - Y)^2) = 0$ onda je $P(X = Y) = 1$.

(b) Neka su X i Y nezavisne slučajne varijable s Poissonovom razdiobom $\mathcal{P}(\lambda)$ odnosno $\mathcal{P}(\mu)$. Izvedite izraz za očekivanje slučajne varijable $X + Y$.

4. (4 boda) Vjerojatnost realizacije događaja A u jednom pokusu je 0.1. Koliko nezavisnih pokusa moramo učiniti da bi se s vjerojatnošću 0.8 događaj A realizirao barem 5 puta?

5. (5 bodova) Neka su X i Y nezavisne slučajne varijable s eksponencijalnom razdiobom $\mathcal{E}(\lambda)$. Pokažite da je uvjetna gustoća slučajne varijable X uz uvjet $X + Y = v$ uniformna na intervalu $\langle 0, v \rangle$.

6. (4 boda) Slučajni vektor (X, Y) zadan je funkcijom gustoće

$$f(x, y) = xe^{-(1+y)x}, \quad x, y > 0.$$

Jesu li X i Y nezavisne slučajne varijable?

7. (4 boda) Bačve s oznakom 30 litara se pune tekućinom. Količina tekućine u svakoj bačvi je slučajna s očekivanjem 30.01 i disperzijom 0.01.

(a) Kolika je vjerojatnost da je ukupna količina tekućine sadržane u 50 bačava veća od 1500 litara?

(b) Ako raspolažemo s 2401 litrom tekućine, kolika je vjerojatnost da možemo napuniti 80 bačava?

8. (3 boda) Neka je slučajna varijabla X normalno distribuirana s nepoznatim očekivanjem μ i disperzijom σ^2 . Kriterijem najveće izglednosti nađite procjenu parametara μ i σ^2 .

9. (3 boda) Iz skupa koji ima normalnu razdiobu s nepoznatim očekivanjem μ i disperzijom σ^2 izvučen je sljedeći uzorak

3.1, 3.5, 2.6, 3.4, 3.8, 3.0, 2.9 i 2.2.

Odredite 90% interval za μ .

10. (3 boda) 3 novčića bačena su istovremeno 250 puta i svaki put je zabilježen broj pisama:

i	0	1	2	3
f_i	24	108	95	23

Uz nivo značajnosti od 5% provjerite slažu li se dobiveni rezultati s hipotezom o ispravnosti svih novčića.