KONZULTACIJE

Uvjetna vjerojatnost

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Zad. Bačene su 4 kocke. $P=?$ da je pala barem 1 6-ica, ako su pala točno 2 ista broja

$B = \{$pala su 2 ista broja$\}$

$A = \{$pala je barem 1 6-ica$\}$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

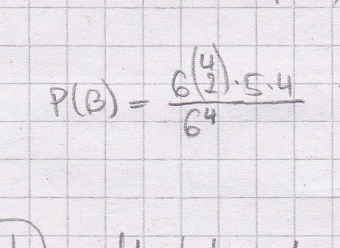
$$P(B) = \frac{6\binom{4}{2}\cdot 5\cdot 4}{6^4}$$

$$P(A\cdot B) = \frac{5\cdot\binom{4}{2}\binom{2}{1}\cdot 4 + \binom{4}{2}\cdot 5\cdot 4}{6^4} = \frac{5\cdot 4\cdot\binom{4}{2}\cdot 3}{6^4}$$

Zad. U djelu 1. kvadranta omeđenog parabolom $y = 2 - x^2$ biramo točku. $P=?$ da su obje koordinate te točke < 1 ako je udaljenost točke od ishodišta veća od $\frac{1}{2}$?

$B = \{$udaljenost točke od ishodišta $> \frac{1}{2}\}$

$A = \{x, y < 1\}$



$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x^2 + y^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$P(B) = \frac{P_B}{P_\Omega} = 1 - \frac{\frac{\pi}{16}}{\frac{4\sqrt{2}}{3}}$$

$$P_\Omega = \int_0^{\sqrt{2}} (2 - x^2)\,dx = 2\sqrt{2} - \frac{(\sqrt{2})^3}{3}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$P_{kv} = 1$

$$P_{kr} = \frac{r^2\pi}{4} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2\pi}{4} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{4}{1}} = \frac{\pi}{16}$$

$$P(AB) = \frac{1 - \frac{\pi}{16}}{\frac{4\sqrt{2}}{3}}$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \boxed{\frac{\frac{1 - \frac{\pi}{16}}{\frac{4\sqrt{2}}{3}}}{1 - \frac{4\sqrt{2}}{3}}}$$

Potpuna vjerojatnost

$P(A)=\sum_i P(H_i)P(A|H_i)$

H_i - ishodi 1. pokusa (hipoteze)

$\sum_i P(H_i)=1$

$$P(H_i|A)=\frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(A)}$$

Zad.) Na fakultetu je zaposleno 256 profesora, 157 asistenata i 42 pomoćnog osoblja. 23% profesora je u minusu, 69% asistenata je u minusu i 84% osoblja je u minusu. Sreli smo nekog zaposlenika koji se požalio da je u minusu, kolika je vjerojatnost da je to asistent?

$P(H_P)=\frac{256}{455}$ $\quad P(A|H_P)=0{,}23$

$P(H_A)=\frac{157}{455}$ $\quad P(A|H_A)=0{,}69$

$P(H_O)=\frac{42}{455}$ $\quad P(A|H_O)=0{,}84$

$A=\{\text{sreli smo osobu u minusu}\}$

$P(H_A|A)=?$

$$P(A)=P(H_P)P(A|H_P)+P(H_A)P(A|H_A)+P(H_O)P(A|H_O)$$
$$=\frac{256}{455}\cdot 0{,}23+\frac{157}{455}\cdot 0{,}69+\frac{42}{455}\cdot 0{,}84=0{,}445$$

$$P(H_A|A)=\frac{P(H_A)P(A|H_A)}{P(A)}=\frac{\frac{157}{455}\cdot 0{,}69}{0{,}445}=\underline{0{,}535}$$

Zad: U kutiji se nalazi 7 milka i 7 dorina. Dobitnik igre može izvući 3 čokolade. Za svaku čokoladu koja nije milka, može ju vratiti i opet izvlači. Kolika je vjerojatnost da je izvuko sve 3 milke u 1 izvlačenja.

$H_i = \{\text{izvukli smo } i \text{ milki}\}$

$$P(H_0) = \frac{\binom{7}{3}}{\binom{14}{3}} \qquad P(H_1) = \frac{\binom{7}{1}\binom{7}{2}}{\binom{14}{3}} \qquad P(H_2) = \frac{\binom{7}{2}\binom{7}{1}}{\binom{14}{3}} \qquad P(H_3) = \frac{\binom{7}{3}}{\binom{14}{3}}$$

$A = \{3 \text{ milke u rukama}\}$

$$P(H_3 | A) = \frac{P(H_3) P(A|H_3)}{\sum P(H_i) P(A|H_i)} = \frac{\frac{\binom{7}{3}}{\binom{14}{3}} \cdot 1}{\sum \cdots}$$

$$P(A|H_0) = \frac{\binom{7}{3}}{\binom{14}{3}} \qquad P(A|H_2) = \frac{\binom{5}{1}}{\binom{12}{1}}$$

$$P(A|H_1) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{13}{2}} \qquad P(A|H_3) = 1$$

Zad: 4 lovca gađaju vepra. $P(L_1) = 0{,}3$, $P(L_2, L_3, L_4) = 0{,}2$. Za ubijanje vepra potrebna su bar 2 pogotka. Jedan od njih izvršio je 3 pucnja i ubio vepra. Kolika je vjerojatnost da je gađao prvi lovac?

$P(H_i) = \frac{1}{4}$

$A = \{\text{vepar} \to \text{RIP}\}$

$$P(H_1 | A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{\sum P(H_i) P(A|H_i)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \left((0{,}3)^3 + \binom{3}{2} \cdot (0{,}3)^2 \cdot 0{,}7\right)}{\frac{1}{4}\left((0{,}3)^3 + \binom{3}{2}(0{,}3)^2 0{,}7 + 3 \cdot \left((0{,}2)^3 + \binom{3}{2} \cdot (0{,}2)^2 \cdot 0{,}8\right)\right)}$$

$P(A|H_1) = (0{,}3)^3 + \binom{3}{2}(0{,}3)^2 0{,}7$

$P(A|H_2) = (0{,}2)^3 + \binom{3}{2}(0{,}2)^2 0{,}8$

$P(A|H_3) =$ — " —

$P(A|H_4) =$ — " —