54) — 7 BIJELIH, 3 CRNIH KUGLICA

— IZVLAČIMO ODJEDNOM DVIJE

$\omega_1 = BB$
$\omega_2 = CB$ } MISLIM DA OVE DVIJE SMIJEMO SMATRATI KAO JEDNU PA IMAMO SAMO 3 KOMBINACIJE
$\omega_2 = BC$
$\omega_3 = CC$

$$N = \binom{10}{2} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}} \cdot 9}{1 \cdot \cancel{2}} = 45$$

$$M_1 = \binom{7}{2} = \frac{7 \cdot \overset{3}{\cancel{6}}}{1 \cdot \cancel{2}} = 21$$

$$p_1 = \frac{M_1}{N} = \frac{21}{45} \quad \diagup$$

$$M_2 = \binom{7}{1} \circ \binom{3}{1} = 21$$

$$p_2 = \frac{M_2}{N} = \frac{21}{45} \quad \diagup$$

$$M_3 = \binom{3}{2} = \frac{3 \cdot \cancel{2}}{1 \cdot \cancel{2}} = 3$$

$$p_3 = \frac{M_3}{N} = \frac{3}{45} \quad \diagup$$

— PROVJERA:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = \frac{21}{45} + \frac{21}{45} + \frac{3}{45} = \frac{45}{45} = 1 \qquad \Rightarrow \text{ZLAČI TREBALO BI BITI TOČNO}$$

— OVDJE IMAMO DA SU p_1 i p_2 ISTO VJEROJATNI

55) — IMAMO 6 BRAČNIH PAROVA (PRETPOSTAVIMO DA NISU ISTOSPOLNI BRAKOVI)
— ODABIREMO NASREĆU 2 ČOVJEKA
— KOLIKA JE VJEROJATNOST DA SU

1) RAZLIČITOG SPOLA
— POSTOJI $\binom{12}{2} = 66$ NAČINA ZA IZABRATI 2 OSOBE OD NJIH 12

— POSTOJI $\binom{6}{1} = 6$ NAČINA ZA IZABRATI MUŠKARCA I $\binom{6}{1} = 6$ NAČINA ZA IZABRATI ŽENU

$$p = \frac{6 \cdot 6}{\underset{11}{\cancel{66}}} = \frac{6}{11} \quad \diagup$$

2) BRAČNI PAR
— POSTOJI 6 BRAČNIH PAROVA

$$p = \frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{11}{\cancel{66}}} = \frac{1}{11} \quad \diagup$$

51. – INTERVAL $[0, a]$

- ZADATAK JE IDENTIČAN ZADATKU 1.18 STR. 56.
- OVAKO SAM JA RJEŠIO

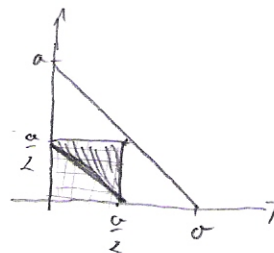$$\Rightarrow x, y, a-x-y \Rightarrow \Omega \dots \begin{array}{l} x < a \\ y < a \\ x+y < a \end{array}$$

$$x+y > a-x-y \Rightarrow x+y > \frac{a}{2}$$

$$x+a-x-y > y \Rightarrow y < \frac{a}{2}$$

$$y+a-x-y > x \Rightarrow x < \frac{a}{2}$$

$$m(\Omega) = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}$$

$$m(G) = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{8}$$

$$p = \frac{m(G)}{m(\Omega)} = \frac{\frac{a^2}{8}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

52. – 6 BIJELIH, 4 CRNE, 2 PLAVE KUGLICE

- KOLIKA JE VJEROVATNOST DA PRVE 2 BUDU BIJELE (MISLIM DA SE TO SMIJE SHVATITI KAO DA IMAMO SAMO 2 IZVLAČENJA)

$$N = \binom{12}{2} = \frac{12 \cdot 11}{1 \cdot 2} = 66$$

$$M = \binom{6}{2} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$$

$$p = \frac{M}{N} = \frac{15}{66} = 0,2272$$

53. – IMAMO KARTICE SA SLOVIMA: A, E, G, S, J, M, N, O, O, R, T, V

$$N = P_{12}^{1,2,2,2,2,1,1,1} = P_{12}^{2,2,2,2} = \frac{12!}{2! \, 2! \, 2! \, 2!} = 29937600$$

$M = 1 \Rightarrow$ JEDINSTVENI SLUČAJ

$$p = \frac{M}{N} = \frac{1}{29937600} = 0,000000033 = 33 \cdot 10^{-9}$$

56) – 52 KARTE

- DIJELIMO 13 KARATA
- KOLIKA JE VJEROVATNOST DA DOBIJE:
  5 PIKA, 3 HERCA, 2 KAROLA, 3 TREFA

$$N = \binom{52}{13} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42 \cdot 41 \cdot 40}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13} = 6,350135596 \cdot 10^{11}$$

$$M = \binom{13}{5} \cdot \binom{13}{3} \cdot \binom{13}{2} \cdot \binom{13}{3} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{13 \cdot 12}{1 \cdot 2} \cdot \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{1 \cdot 2 \cdot 3} =$$

$$\left(\text{PIK} \ \& \ \text{HERC} \ \& \ \text{KARO} \ \& \ \text{TREF} \right) = 8211173256$$

$$p = \frac{M}{N} = 0,0129$$

57) – 5 CRVENIH I 4 BIJELE KUGLICE
- BIRAMO 6 KUGLICA NA SREĆU
- KOLIKA JE VJEROVATNOST DA SE IZVUČU 3 CRVENE I 3 BIJELE KUGLICE

$$N = \binom{9}{6} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 84$$

$$M = \binom{5}{3} \cdot \binom{4}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10 \cdot 4 = 40$$

$$p = \frac{M}{N} = \frac{40}{84} = 0,4762$$

58) • ZA OVAJ ZADATAK NISAM 100% SIGURAN DA JE TOČAN, ALI BI MOGAO BITI DOBAR
- IMAMO RIJEČ "MATEMATIKA" → A,A,A, E, I, K,M,M,T,T

MATE
⇓
2M, 3A, 2T, 1E

TIKA
⇓
2T, 1I, 1K, 3A

$$N = P_{10}^{3,2,2} = \frac{10!}{3! \, 2! \, 2!} = 121\,200$$

$$M_1 = \binom{2}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1} = 12$$

$$M_2 = \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{3}{1} = 6$$

$$p_1 = \frac{M_1}{N} = 79,36 \cdot 10^{-6}$$

$$p_2 = \frac{M_2}{N} = 39,68 \cdot 10^{-6}$$

59. - 4 KOCKE

- KOLIKA JE VJEROJATNOST DA PADNE SVE 4 NA ISTI BROJ

$$N = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4 = 1296$$

- POVOLJNI SLUČAJEVI:

$$\{1,1,1,1; 2,2,2,2; 3,3,3,3; 4,4,4,4; 5,5,5,5; 6,6,6,6\}$$

$$M = 6 \longrightarrow \text{ŠEST POVOLJNIH SLUČAJEVA}$$

$$p = \frac{M}{N} = \frac{6}{6^4{}^3} = \frac{1}{6^3}$$

60. - 2 KOCKE

- KOLIKA JE VJEROJATNOST DA JE VEĆI OD 2 DOBIVENA BROJA < 5

• NAPIŠEMO SI TABLICU DOGAĐAJA RADI VIZUALIZACIJE

• ZNAČI, NE SMIJE BITI 5 ILI 6 JEDAN OD BILO KOJA 2 BROJA

$$\overbrace{\qquad}^{4}$$

$$4\begin{cases}11 & 21 & 31 & 41 & | 51 & 61 \\ 12 & 22 & 32 & 42 & | 52 & 62 \\ 13 & 23 & 33 & 43 & | 53 & 63 \\ 14 & 24 & 34 & 44 & | 54 & 64 \\ \cancel{15} & \cancel{25} & \cancel{35} & \cancel{45} & \cancel{55} & \cancel{65} \\ \cancel{16} & \cancel{26} & \cancel{36} & \cancel{46} & \cancel{56} & \cancel{66} \end{cases}$$

• POVOLJNI SLUČAJEVI SU NAM ONI NEPREKRIŽENI:

$$M = 4 \cdot 4 = 16$$

$$N = 6 \cdot 6 = 6^2 = 36$$

$$p = \frac{M}{N} = \frac{4 \cdot 4}{36} = \frac{4}{9}$$

61. - 2 IGRAČA (ZAMISLIMO DA SVAKI IMA SVOJU KOCKU)

- IMAMO 36 SLUČAJA

$$\begin{array}{cccccc} 11 & 21 & 31 & 41 & 51 & 61 \\ \boxed{12} & 22 & \boxed{32} & 42 & 52 & 62 \\ \boxed{13} & \boxed{23} & \boxed{33} & 43 & 53 & 63 \\ \boxed{14} & \boxed{24} & \boxed{34} & 44 & 54 & 64 \\ \boxed{15} & \boxed{25} & \boxed{35} & \boxed{45} & 55 & 65 \\ \boxed{16} & \boxed{26} & \boxed{36} & \boxed{46} & \boxed{56} & 66 \end{array}$$

- KOLIKA JE VJEROJATNOST DA 2. IGRAČ DOBIJE VEĆI BROJ OD PRVOGA

$$N = 6 \cdot 6 = 6^2 = 36$$

$$M = 15$$

$$\left.\begin{array}{l}\end{array}\right\} \quad p = \frac{M}{N} = \frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{36}_{12}} = \frac{5}{12}$$

|62| — 6 KOCAKA

card $\Omega = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^6$

— KOLIKA JE VJEROJATNOST DA SE POJAVILO

a) ŠEST RAZLIČITIH BROJEVA

card $A = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6!$

$$p = \frac{6!}{6^6} = 0,0154$$

b) BAREM 2 ŠESTICE

$$\bar{B} = 5^6 + 6 \cdot 5^5$$

— RADENO JE PREKO SUPROTNOG DOGAĐAJA

$$\bar{p} = \frac{5^6 + 6 \cdot 5^5}{6^6} = 0,7368$$

$$p = 1 - \bar{p} = 0,2632$$

c) TRI PARA JEDNAKIH BROJEVA

$$C = \binom{6}{3} \cdot 3! \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}$$

$$p = \frac{\binom{6}{3} \, 3! \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{6^6} = 0,23148$$

d) ŠEST BROJEVA MANJIH OD 5

$$D = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^6$$

$$p = \frac{4^6}{6^6} = 0,08779$$