

Treća kratka provjera iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa A

23.5.2012., 12h

1. (4 boda)

Zadana je razdioba slučajnog vektora (X, Y) tablicom:

$X \backslash Y$	-1	2
-1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$

Da li su X i Y nezavisne slučajne varijable i zašto? Odredite razdiobu slučajnog vektora (Z, W) , pri čemu je $Z = \frac{X}{X+Y}$, $W = X - Y$. Izračunajte vjerojatnost $P(Z > 0 \mid W \geq 0)$.

2. (3 boda)

Slučajni vektor (X, Y) zadan je funkcijom gustoće $f(x, y) = \frac{C}{x+y}$, $0 \leq y \leq x \leq 1$. Odredite konstantu C , marginalnu gustoću slučajne varijable Y , te gustoću slučajne varijable $Z = X \cdot Y$.

3. (3 boda)

Slučajna varijabla X aritmetička je sredina 100 slučajnih varijabli distribuiranih Poissonovom razdiobom s parametrom $\lambda = 4$. Izračunajte vjerojatnost da X poprima vrijednosti iz intervala $\langle 3.9, 4.1 \rangle$.

Napomena: Vrijeme pisanja je 35 minuta.

Treća kratka provjera iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa B

23.5.2012., 12h

1. (4 boda)

Baca se kocka. Slučajna varijabla X poprimi vrijednost ostatka pri dijeljenju s tri okrenutog broja na kocki. Slučajna varijabla Y poprimi vrijednost 1 ako je okrenuti broj djeljiv s 3, a -1 ako nije. Da li su X i Y nezavisne slučajne varijable i zašto? Odredite razdiobu slučajnog vektora (X, Y) , te izračunajte $\text{cov}(X, Y)$.

2. (3 boda)

Duljina radijusa kružnice je slučajna varijabla X jednoliko distribuirana na intervalu $[2, 4]$. Točka T se bira na sreću unutar kružnice. Kolika je vjerojatnost da je udaljenost točke T do najbliže točke kružnice manja od $\frac{1}{2}$?

3. (3 boda)

Prilikom proizvodnje mobitela u prosjeku je svaki četvrti mobitel neispravan. Neka je S_n broj mobitela koje treba pregledati dok se ne pronađe n ispravnih primjeraka mobitela. Odredite t takav da je $P(S_{200} > t) = 0.97$.

Napomena: Vrijeme pisanja je 35 minuta.

Treća kratka provjera iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa A

23.5.2012., 13h

1. (4 boda)

Biramo dva broja iz skupa $\{0, 1, 2\}$ bez ponavljanja. Slučajna varijabla X označava sumu ta dva broja, a slučajna varijabla Y apsolutnu vrijednost njihove razlike. Da li su X i Y nezavisne slučajne varijable i zašto? Odredite razdiobu slučajnog vektora (X, Y) , te $\text{cov}(X, Y)$.

2. (3 boda)

Gustoća slučajnog vektora (X, Y) zadana je na kvadratu $[0, 2] \times [0, 2]$ formulom:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x < y \\ Cxy, & x \geq y \end{cases}$$

Odredite konstantu C i vjerojatnost $P(X > 1 \mid Y < 1)$.

3. (3 boda)

U nekom vrtiću ima 100 djece. Očekivana visina pojedinog djeteta je 110cm, sa standardnom devijacijom 3cm. Odredite vjerojatnost da je prosječna visina djeteta u tom vrtiću između 105cm i 115cm.

Napomena: Vrijeme pisanja je 35 minuta.

Treća kratka provjera iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa B

23.5.2012., 13h

1. (4 boda)

Bacamo dvije kocke. Neka slučajna varijabla označava broj okrenutih šestica. Nakon prvog bacanja sve kocke na kojima nije pala šestica bacamo ponovo. Neka slučajna varijabla Y označava ukupan broj šestica u oba bacanja. Da li su slučajne varijable X i Y nezavisne i zašto? Odredite razdiobu slučajnog vektora (X, Y) , te očekivanje $E(X + Y)$.

2. (3 boda)

Radijus polukruga je neprekinuta slučajna varijabla s funkcijom gustoće $f(x) = \frac{2}{3}x$, $x \in [1, 2]$. Točka se bira slučajno unutar polukruga. Odredite vjerojatnost da je udaljenost točke od središta polukruga veća od $\frac{1}{3}$.

3. (3 boda)

Igrač starta s 0 žetona. U svakoj igri, dobiva 2 žetona s vjerojatnošću $\frac{1}{6}$, 1 žeton s vjerojatnošću $\frac{2}{3}$, a 0 žetona s vjerojatnošću $\frac{1}{6}$. Izračunajte vjerojatnost da igrač nakon 100 igara ima manje od 90 žetona.

Napomena: Vrijeme pisanja je 35 minuta.

Treća kratka provjera iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa A

23.5.2012., 12h

1. (4 boda)

$Z \backslash W$	-3	-2	0	1	3
-1	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0
0	0	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{6}$	0
$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{7}{24}$	0	0
2	0	0	0	0	$\frac{1}{6}$

$P(Z > 0 \mid W \geq 0) = 0.7\dot{3}$, X i Y nisu nezavisne

2. (3 boda)

$C = \frac{1}{\ln 2}$, $f_Y(y) = \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{y+1}{2y}\right)$, $y \in [0, 1]$, $x \in [y, 1]$, $g_Z(z) = \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1}{\sqrt{z}} (\arctg \frac{1}{\sqrt{z}} - \frac{\pi}{4})$, $z \in [0, 1]$

3. (3 boda)

$P(3.9 < X < 4.1) = 0.38292$

Treća kratka provjera iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa B

23.5.2012., 12h

1. (4 boda)

$X \backslash Y$	0	1	2
-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
1	$\frac{1}{3}$	0	0

X i Y nisu nezavisne, $\text{cov}(X, Y) = -\frac{2}{3}$

2. (3 boda)

$P(Y < \frac{1}{2}) \approx 0.3153$

3. (3 boda)

$t = 284.39$

Treća kratka provjera iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa A

23.5.2012., 13h

1. (4 boda)

$X \backslash Y$	1	2	3
1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
2	0	$\frac{1}{3}$	0

X i Y nisu nezavisne, $\text{cov}(X, Y) = 0$

2. (3 boda)

$C = \frac{1}{6}$, $P(X > 1 \mid Y < 1) = \frac{2}{5}$

3. (3 boda)

$P(105 < X < 115) = \Phi^*(16.7) = 1$

Treća kratka provjera iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa B

23.5.2012., 13h

1. (4 boda)

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$(\frac{5}{6})^4$	0	0
1	$(\frac{5}{6})^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$	$(\frac{5}{6})^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{6}$	0
2	$(\frac{5}{6})^2 \cdot (\frac{1}{6})^2$	$2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}$	$(\frac{1}{6})^2$

X i Y nisu nezavisne, $E(X + Y) = 0.9444$

2. (3 boda)

$$P(X > \frac{1}{3}) = 1 - \frac{2}{27} \log 2$$

3. (3 boda)

$$P(Y \leq 90) = 0.042$$