

PRVI MEĐUISPIT IZ VJEROJATNOSTI I STATISTIKE
16.04.2012.

1. (4 boda)

Neka je Ω skup svih elementarnih događaja, \mathcal{F} algebra događaja na Ω .

a) Definirajte vjerojatnost P na algebri događaja \mathcal{F} .

b) Dokažite da za vjerojatnost komplementa događaja vrijedi

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

2. (5 bodova)

Između 7 bračnih parova izabire se 5 osoba slučajnim izborom. Kolika je vjerojatnost da

a) su svih 5 osoba istog spola?

b) među tih 5 osoba nije niti jedan bračni par?

3. (5 bodova)

Kod testiranja na određenu bolest u nekoj populaciji ako ispitanik ima bolest test će biti pozitivan u 90% slučajeva. Ako ispitanik nema bolest test će neispravno biti pozitivan u 5% slučajeva. U prosjeku 2% populacije ima tu bolest. Kolika je vjerojatnost da će slučajno odabranoj osobi iz populacije test biti pozitivan? Ako je test bio pozitivan kolika je vjerojatnost da ova osoba ima bolest?

4. (5 bodova)

U kutiji se nalaze kuglice označene brojevima $1, 2, 3, \dots, 10$. Iz kutije na sreću izvlačimo 4 kuglice (bez vraćanja). Slučajnu varijablu X definiramo kao drugi najveći izvučeni broj. Nađite zakon razdiobe i izračunajte očekivanje $E(X)$.

5. (6 bodova)

a) Definirajte Poissonovu razdiobu, izvedite njeno očekivanje $E(X)$.

b) Stroj proizvodi 99% ispravnih i 1% neispravnih proizvoda. Aproximirajući Poissonovom razdiobom izračunajte vjerojatnost da u uzorku od 300 proizvoda budu barem 4 neispravna?

6. (5 bodova)

Biramo na sreću dva broja prvi na intervalu $[0, 2]$, a drugi na intervalu $[0, 1]$. Slučajnu varijablu Z definiramo kao apsolutnu vrijednost razlike ta dva broja. Odredite funkciju gustoće slučajne varijable Z i očekivanje $E(Z)$.

7. (5 bodova)

Odredite gustoću slučajne varijable $Y = X^2$, ako slučajna varijabla X ima jednoliku razdiobu na intervalu $[-2, 1]$.

8. (5 bodova)

Vrijeme ispravnog rada nekog automobila je slučajna varijabla X s eksponencijalnom razdiobom i očekivanjem 3 godine. Kolika je vjerojatnost da se taj automobil neće pokvariti tijekom prve tri godine, ako je poznato da tijekom prve dvije nije bio u kvaru.

Dozvoljena je upotreba kalkulatora. Ispit se piše 120 minuta.

RJEŠENJA 1. MEĐUISPITA IZ VISA
16.04.2012.

1. N.Elezović: "Diskretna vjerojatnost", str. 9 i 10.

2.

$$\text{a) } \frac{2 \binom{7}{5}}{\binom{14}{5}} \qquad \text{b) } \frac{\binom{7}{5} 2^4}{\binom{14}{5}}$$

3. $P(A) = 0.067$, $P(A | H_1) = 0.269$

4.

$$X \sim \left(\begin{array}{ccccccccc} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \frac{7}{210} & \frac{18}{210} & \frac{30}{210} & \frac{40}{210} & \frac{45}{210} & \frac{42}{210} & \frac{28}{210} \end{array} \right) \quad E(X) = 6.6$$

5. b) $P(X \geq 4) = 1 - 13e^{-3}$.

6. $f(z) = 1 - z/2$, $z \in [0, 2]$, $E(Z) = 2/3$

7.

$$g(y) = \begin{cases} \frac{1}{3}y^{-\frac{1}{2}}, & y \in \langle 0, 1 \rangle \\ \frac{1}{6}y^{-\frac{1}{2}}, & y \in \langle 1, 4 \rangle \end{cases}$$

8. $P(X > 3 | X > 2) = e^{-1/3}$