3. DISKRETNE SLUČAJNE VARIJABLE

3.1. DEFINICIJE I OSNOVNA SVOJSTVA

⇝ neka je $S = \{x_1, x_2, \dots x_n\}$ konačan ili prebrojiv skup te neka varijabla X svakom elementarnom događaju pridružuje neku vrijednost iz S.

Kolika je vjerojatnost da X poprimi neku vrijednost iz tog skupa? $P(X = x_k) = ?$

!

def.

Preslikavanje $X : \Omega \to S$ je **DISKRETNA SLUČAJNA VARIJABLA** ako za $\forall x_k \in S$ je skup $A_k = \{\omega \in \Omega : X(\omega) = x_k\}$ događaj.

⇝ oznake: $p_k = P(X = x_k)$, $p_k > 0$ $\boxed{\sum p_k = 1}$ ČESTO KORISTITI!

⇝ ZAKON RAZDIOBE SLUČAJNE VARIJABLE:

$$X \sim \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_k & \dots \\ p_1 & p_2 & p_3 & \dots & p_k & \dots \end{pmatrix}$$

Zad.) Bacamo 3 kocke. Neka je slučajna varijabla broj šestica. Odredi razdiobu od X i izračunaj vjerojatnost $P(X \geq 2) = ?$

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \underbrace{\left(\frac{5}{6}\right)^3}_{p_0} & \underbrace{\binom{3}{1}\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^2}_{p_1} & \underbrace{\binom{3}{1}\left(\frac{1}{6}\right)^2\frac{5}{6}}_{p_2} & \underbrace{\left(\frac{1}{6}\right)^3}_{p_3} \end{pmatrix}$$

→ mogući broj šestica

→ vjerojatnost da padne taj br. šestica

!! ODABRATI NA KOJOJ KOCKI JE PALA ŠESTICA!

SAVJET!

NE ZABORAVI — NAJKOMPLICIRANIJI SLUČAJ RAČUNAJ KAO 1 MINUS SUMA OSTALIH!

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = p_2 + p_3 = \binom{3}{1}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{6}\right)^3$$

↳ vjerojatnost da padne 2 ili više šestica

2.DZ-2.) U urni se nalazi n-kuglica numeriranih s brojevima 1–n. Izvlačimo 3. Neka je X vrijednost najvećeg od ta 3 broja. Odredi zakon razdiobe ove slučajne varijable.

jer smo najmanje mogli izvući kombinaciju 1 2 ③ (max)

$$X \sim \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & \dots k \dots & n \\ \frac{1}{\binom{n}{3}} & \frac{\binom{3}{2}}{\binom{n}{3}} & \frac{\binom{4}{2}}{\binom{n}{3}} \cdots & \frac{\binom{k-1}{2}}{\binom{n}{3}} \cdots & \frac{\binom{n-1}{2}}{\binom{n}{3}} \end{pmatrix}$$

točno kombin. 1 2 3 manji

od 3 manja broja izvuć još 2 br. koja su manja od ④ koji je fiksiran

ILI

NE ZABORAVI !!

$$P(X=k) = \frac{\binom{k-1}{2}}{\binom{n}{3}}, \quad k = 3, \dots, n$$

→ službeno rješenje u knjižici.

Zad.)

x = broj na prvoj kocki

y = broj na drugoj kocki

$P(x \leq 2, y = 3) = ?$

$$P(\underbrace{x \leq 2}_{1 \text{ ILI } 2}, \underbrace{y=3}_{\text{SAMO } 3}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36}$$ ⟶ pretpostavili da su NEZAVISNI

def.

SLUČAJNE VARIJABLE $X, Y : \Omega \longrightarrow S$ su NEZAVISNE ako za sve $x_k, y_j \in S$ vrijedi

$$\boxed{P(X = x_k, Y = y_j) = P(X = x_k) \cdot P(Y = y_j)}.$$

def.

SLUČAJNE VARIJABLE $X_1, \dots, X_n$ definirane na istom vjerojatnosnom prostoru Ω su nezavisne ako za sve $A_1, \dots, A_n$ (događaje) $\in S$ vrijedi $P(X_1 \in A_1, \dots, X_n \in A_n) = P(X_1 \in A_1) \cdot \dots \cdot P(X_n \in A_n)$.

FUNKCIJE DISKRETNIH SLUČAJNIH VARIJABLI

⟶ Neka je X neka slučajna varijabla, $\psi : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.

Kolika je razdioba od varijable $Y = \psi(X)$?

npr. $Y = \sin X$

$Y = X^2$

$\vdots$

Primjer 1.

$$X \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}$$

a) Odredi razdiobu od $Y = X^2$.

$$Y \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

⇝ X-evi se kvadriraju, VJEROJATNOSTI OSTANU ISTE !

b) Odredi razdiobu $Y = X_1 \cdot X_2$ gdje X_1 i X_2 imaju razdiobu kao X i nezavisne su.

$$Y \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0.16 & 0.04 & 0.51 & 0.05 & 0.08 & 0.16 \end{pmatrix} \rightarrow$$ MNOŽIMO SVAKI SA SVAKIM IZ RAZDIOBE

⇝ KAKO RAČUNAMO VJEROJATNOSTI ? :

$$P(Y=-2) = P(X_1=-1, X_2=2) \overset{\text{ILI}}{+} P(X_1=2, X_2=-1)$$

$$\overset{\text{def.}\rightarrow \text{nezavisne}}{=} P(X_1=-1)\cdot P(X_2=2) + P(X_1=2)\cdot P(X_2=-1) =$$

$$= 0.2\cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.2 = 0.08 + 0.08$$

$$= 0.16$$

ITD. ZA OSTALE ...

ZAKLJUČAK: $X_1 \cdot X_2 \neq X^2$ IAKO X_1 i X_2 IMAJU ISTU RAZDIOBU !

3.2. NUMERIČKE KARAKTERISTIKE SLUČAJNIH VARIJABLI

def.

OČEKIVANJE (OČEKIVANI ISHOD SLUČAJNE VARIJABLE) definiramo kao

$$\boxed{E(x) = \sum_k x_k \cdot p_k}$$ ako konvergira.

⇝ oznake još i $mX, \mu X, \overline{X}, EX \ldots$

⇝ za prethodni primjer vrijedi $E(x) = -1 \cdot 0.2 + 0 \cdot 0.3 + 1 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.4$

$$E(x) = 0.7$$

Primjer 2.

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 & \ldots \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} & \ldots \end{pmatrix}$$

$$E(x) = 1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{8} + 8 \cdot \frac{1}{16} + \ldots =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \ldots$$

$= +\infty$ ⟶ SUMA DIVERGIRA !

⟹ OČEKIVANJE NE POSTOJI !!

2.DZ-5.) Imamo 1 grlo i 7 žarulja. 3 su ispravne i 4 neispravne. Ako isprobavamo jednu po jednu do pojave svjetlosti, koji je očekivani broj pokušaja?

$$X \sim \begin{array}{ccccc} \text{1. POKUŠAJ} & \text{U 2. POKUŠAJU} & & & \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{3}{7} & \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6} & \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5} & \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4} & \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5} \end{pmatrix} \end{array}$$

ODMAH ISPRAVNA; NEISPRAVNA, ISPRAVNA; NEISPR., NEISP., ISPRAVNA; NEIS., NEISP., NEISP., ISPRAVNA

$$E(X) = 1\cdot\frac{3}{7} + 2\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6} + 3\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5} + 4\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4} + 5\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}$$

$$E(X) = \dots = 2$$

Zad.) U nekom kasinu igrač na ruletu igra opciju par/nepar (0, 1-36). Kolika je očekivana dobit ako je uložio 100 kn na par?

$$X \sim \begin{pmatrix} -100 & 100 \\ \frac{19}{37} & \frac{18}{37} \end{pmatrix}$$

NEPARNI PARNI

$$E(X) = -100\cdot\frac{19}{37} + 100\cdot\frac{18}{37} = -100\cdot\left(\frac{19}{37}-\frac{18}{37}\right) = -2.7 \text{ kn}$$

Zad.) Koliko treba nositi negativan odgovor u testu na zaokruživanje ako ima 5 ponuđenih odgovora, a pitanja nose po 2 boda, da očekivanje nasumično zaokruženih odgovora bude 0?

bodovi za netočan

$$X \sim \begin{pmatrix} x & 2 \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

4 su netočna

točan odgovor (SAMO JEDAN)

$$E(X) = \frac{4}{5}x + \frac{2}{5} = 0$$

$$\boxed{x = -0.5}$$

1.MI-10-4.) a) Iz kutije u kojoj je 1 B i 4 C izvlačimo jednu po jednu kuglicu s vraćanjem u kutju dok ne izvučemo B. Neka varjabla x bude broj izvlačenja.

$E(x) = ?$

$P(x \le 15 \mid x > 10) = ?$ → " AKO JE VEĆE OD 10, KOLIKA JE VJER. DA JE ≤ 15 ?"

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ \frac{1}{5} & \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5} & \frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5} & & \left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

ODMAH B; C, B; S VRAĆANJEM

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \Big|'$$

$$E(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{5} = \qquad \sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{\left(1-\frac{4}{5}\right)^2} = 5$$

!!

$$P(x\le 15 \mid x>10) = \frac{P(10<x\le 15)}{P(x>10)} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^{10}\cdot\frac{1}{5} + \left(\frac{4}{5}\right)^{11}\cdot\frac{1}{5} + \dots + \left(\frac{4}{5}\right)^{14}\cdot\frac{1}{5}}{\left(\frac{4}{5}\right)^{10}\cdot\frac{1}{5} + \left(\frac{4}{5}\right)^{11}\cdot\frac{1}{5} + \dots}$$

$n=11$, $n-1$!!; $n=15$

$$= 0.6723$$

b) =||= dok DVA PUTA ne izvučemo B.

$$X \sim \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & \cdots & n \\ \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5} & \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\binom{2}{1} & \frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\binom{3}{1} & \cdots & \left(\frac{4}{5}\right)^{n-2}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\underbrace{\binom{n-1}{1}}_{=(n-1)} \end{pmatrix}$$

B B

C B B ← ODABRAT KOMBINACIJU
B C B

C C B B ← ODABRAT 1 KOMBINACIJU
C B C B
C B B C

$$E(x) = \sum_{n=2}^{\infty} n\cdot(n-1)\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{n-2}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \qquad \sum_{n=1}^{\infty} n\cdot x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}\Big|' \to (1-x)^{-2}\Big|' \quad -2\cdot(1-x)^{-3}\cdot(-1)$$

!! PAZI

$$= \left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left[\frac{2}{\left(1-\frac{4}{5}\right)^3} - 0\right] = \qquad \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)x^{n-2} = \frac{2}{(1-x)^3}$$

PRVI ČLAN, $n=1$!!

$$= 10$$

TM „SVOJSTVO OČEKIVANJA"

Neka su X, Y na istom prostoru Ω, a $s, t \in \mathbb{R}$

i) $E(s\cdot X + t\cdot Y) = sE(X) + tE(Y)$ → LINEARNOST

ii) ako su X, Y NEZAVISNE : $\boxed{E(X\cdot Y) = E(X)\cdot E(Y)}$

DOKAZ:

$$E(s\cdot X) = \sum_k s\cdot x_k \cdot p_k = s\cdot \sum_k x_k \cdot p_k = s\cdot E(X)$$

$$E(X+Y) = \sum_{jk}(x_j + y_k)\cdot p_{jk} = \sum_{jk} x_j p_{jk} + \sum_{jk} y_k \cdot p_{jk} =$$

$$= \sum_j x_j \underbrace{\sum_k p_{jk}}_{p_j} + \sum_k y_k \sum_j p_{jk} = \sum x_j p_j + \sum y_k p_k = E(X) + E(Y)$$

$$E(X\cdot Y) = \sum_{jk} x_j \cdot y_k \cdot p_{jk} = \sum x_j y_k \cdot p_j \cdot p_k = \sum x_j p_j \sum y_k p_k = E(X)\cdot E(Y)$$

Ako znamo razdiobu od X, koliko je očekivanje od $Y = \Psi(X)$?

⇒ prethodni primjer!: $Y = X^2$ ⟹ $E(Y) = E(X^2) = -2\cdot 0.16 + \cdots 4\cdot 0.16 = 1.9$

! $E(X^2) \neq E(X)^2$! $E(X^2) = \sum_k x_k^2 p_k$

OPĆENITO:

$$\boxed{E(\Psi(X)) = \sum_k \Psi(x_k)\cdot p_k}$$

def.

ISHODIŠNI MOMENT REDA n od slučajne varijable X definira se kao

$$\boxed{E(X^n) = \sum_k x_k^n p_k}$$

def.

CENTRALNI MOMENT REDA n definiramo sa

$$\boxed{E[(X - \underbrace{E(X)}_{mx})^n] = \sum_k (x_k - mx)^n p_k} \qquad mx = E(X)$$

def.

DISPERZIJA ILI VARIJANCA ILI RASIPANJE slučajne varijable X je (za $n=2$)

$$D(X) = E[(X - E(X))^2] \qquad E(X) = mx$$

→ DISPERZIJA je mjera raspršenosti neke varijable.

Primjer:

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} \qquad D(x) = \frac{1}{3}$$

$$D(x) < D(y)$$

$$Y \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \qquad D(y) = \frac{1}{2}$$

! Uoči: $D(x) \geq 0$

def.

STANDARDNA DEVIJACIJA ILI ODSTUPANJE

$$\boxed{\sigma = \sqrt{D(x)}}$$

! $D(x) \geq 0$

1.MI-09-5.) Neka je X maksim. vrijednost od 2 broja (izabrana) iz skupa $\{1,\dots,7\}$. Isti broj može biti 2 puta odabran. Odredite disperziju od X.

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \frac{1}{49} & \frac{3}{49} & \frac{5}{49} & \frac{7}{49} & \frac{9}{49} & \frac{11}{49} & \frac{13}{49} \end{pmatrix}$$

12, 21, 22   13, 31, 23, 32, 33

$$E(X) = \frac{1}{49}\cdot 1 + \frac{3}{49}\cdot 2 + \dots + 7\cdot\frac{13}{49} = 5.143$$

$$D(X) = \sum_{k=1}^{7}(X_k - E(X))^2 p_k = 2.69 \quad \longrightarrow \text{po definiciji!}$$

„BILO JEDNE GODINE NA ISPITU:"

Izvedite formulu za $\boxed{D(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \sum_k x_k^2 p_k - m_X^2}$

DOKAŽI / IZVODI! $\mathbb{T}$

$$D(X) = E\left[X^2 - 2X\,E(X) + E(X)^2\right]$$

$$= E(X^2) - 2E(X)E(X) + E(X)^2 =$$

$$= E(X^2) - E(X)^2$$

$\mathbb{T}$

koristili svojstvo linearnosti i da konst. može ići van

krenuli po definiciji da vrijedi $D(X) = E\left[(X - E(X))^2\right]$

$\boxed{\text{TM}}$ „SVOJSTVO DISPERZIJE"

i) $D(sX) = s^2 D(X)$ [OČIGLEDNO]

ii) ako su X i Y NEZAVISNE tada

$$D(X+Y) = D(X) + D(Y)$$

DOKAZIĆ: (ISTO BILO NA ISPITU)

$$D(X+Y) = E\left((X+Y)^2\right) - \left[E(X+Y)\right]^2 =$$

$$= E(X^2) + 2E(XY) + E(Y^2) - \left(E(X) + E(Y)\right)^2 =$$

$$= \underbrace{E(X^2) - E(X)^2}_{D(X)} + \underbrace{E(Y^2) - E(Y)^2}_{D(Y)} + \underbrace{2E(XY) - 2E(X)E(Y)}_{=0 \text{ AKO SU NEZAVISNI}} =$$

PRESKOČILI CIJELO 3.2 I IZ 3.3 str. 103, 104, 105 → U 2. CIKLUSU RADIMO

1.MI-11-4.) a) DOKAŽITE SVOJSTVO DISPERZIJE ↑ ⅱ

b) Ako je $D(X) = 2$, $D(Y) = 4$ i X, Y su nezavisni izračunajte $D(2X - Y)$.

$$D(2X - Y) = 4D(X) + D(Y) = 4 \cdot 2 + 4 = 12$$

ⅱ ILKOV ZADATAK ! TIPIČNE ILKOVE FORE !!

PAZI ! JER (−1) IDE ISPRED NA KVADRAT !

2.KPZ - 12 - 2)

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots \\ p & p^2 & p^3 & p^4 & \dots \end{pmatrix}$$

Odredite p, $E(x)$, $D(x)$.

suma svih p-ova mora biti 1!

$$\sum_{n=1}^{\infty} p^n = \frac{1}{1-p} - 1 = 1$$

PAZI!! FALI PRVI (NULTI) ČLAN!

$p^0 = 1$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{2}$$

PODSJETNIK:

$$\sum x^n = \frac{1}{1-x} \quad \Big|'$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2} \quad \Big| \cdot x$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n x^n = \frac{x}{(1-x)^2} \quad \Big|'$$

$$\sum n^2 x^{n-1} = \frac{(1-x)^2 + x \cdot 2 \cdot (1-x)}{(1-x)^4} = \frac{\cancel{(1-x)}[1-x+2x]}{(1-x)^{\cancel{4}\,3}} = \frac{1+x}{(1-x)^3} \quad \Big| \cdot x$$

$$\Rightarrow \sum n^2 x^n = x \cdot \frac{1+x}{(1-x)^3}$$

$$E(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n p^n$$

$$\Rightarrow E(x) = p \frac{1}{(1-p)^2} = 2$$

$$D(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 p^n - 2^2 =$$

$$= p \frac{1+p}{(1-p)^3} - 4 = 2$$

$$\left\{ D(x) = \sum_k x_k^2 p_k - m x^2 = E(x^2) - E(x)^2 \right\}$$

KARAKTERISTIČNE FUNKCIJE

„VRLO VAŽNE! SKORO SVAKE GODINE NA ISPITU!"

def.

KARAKTERISTIČNU FUNKCIJU varijable X definiramo s

$$\boxed{\vartheta_X(t) = E\left[e^{itX}\right] = \sum_k e^{itx_k} \cdot p_k}$$

pri čemu je „i" imaginarna jedinica.

TM „SVOJSTVA"

i) KARAKTERISTIČNA FUNKCIJA JEDNOZNAČNO ODREĐUJE SLUČAJNU VARIJABLU

↳ NAJBITNIJE SVOJSTVO !!

ii) Ako su $X_1, \ldots, X_n$ nezavisne, tada je

$$\boxed{\vartheta_{X_1+\cdots+X_n}(t) = \vartheta_{X_1}(t) \cdot \ldots \cdot \vartheta_{X_n}(t)}$$

iii) $$\boxed{E(X^n) = \frac{\vartheta^{(n)}(0)}{i^n}}$$ → NAJS NAJS !!

⇝ posebno za $n = 1$: $\boxed{E(X) = -i\,\vartheta'(0)}$!

$$\rightsquigarrow \boxed{D(x) = -\vartheta''(0) + \vartheta'(0)^2}$$

2.DZ-11.) Slučajna varijabla x poprima vrijednosti iz $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ s jednolikom razdiobom. Izračunaj $D(x)$, $E(x)$

$$X \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

$$\vartheta_x(t) = e^{-2it} \cdot \frac{1}{5} + e^{-it} \cdot \frac{1}{5} + e^{0 \cdot it} \cdot \frac{1}{5} + e^{1 \cdot it} \cdot \frac{1}{5} + e^{2 \cdot it} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{5}\cos t + \frac{2}{5}\cos 2t \quad //$$

SIS:

$$\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right)$$

$E(x) = 0$ → „VIDI SE ODMAH S MJESECA ZBOG DERIVIRANJA ! UVRŠTAVANJE NULE !" ALI I PO DEF. ...

ZAD. IZ 3. POGL. → SAMO OD 1.-13.

OSTALI ZAD SU ZA ONIH 5 PROMILA STUDENATA BUBA RULZ

IZ 4. POGL. SVIH 25 ZAD !

U 2. ŠK. ULAZI 2., 3. I 4. POGLAVLJE !