

PRVI MEĐUISPIT IZ VJEROJATNOSTI I STATISTIKE
28.03.2008.

1. (4 boda)

Neka je Ω skup svih elementarnih događaja, \mathcal{F} algebra događaja na Ω .

a) Definirajte vjerojatnost P na algebri događaja \mathcal{F} .

b) Za bilo koja dva događaja A i B izvedite formulu za $P(A \cup B)$.

2. (3 boda)

Kutija sadrži 12 ping-pong loptica, od kojih su točno 4 defektne. Izvadimo li na sreću uzorak od 7 loptica, izračunajte vjerojatnost da uzorak sadrži:

a) točno jednu defektnu, b) najviše jednu defektnu, c) barem jednu defektnu lopticu.

3. (3 boda)

Štap duljine L prelomljen je na dva mjesta. Izračunajte vjerojatnost da je svaki od tri tako dobivena dijela štapa dulji od $\frac{1}{4}L$, ako je vjerojatnost preloma na svakom mjestu štapa jednaka.

4. (4 boda)

Kocka se na sreću baca jednom, a zatim još onoliko puta koliko je pokazalo prvo bacanje. Ako su ukupno pale točno dvije petice, kolika je vjerojatnost da je jedna od njih pala u prvom bacanju?

5. (3 boda)

Izračunajte $E(X + Y)$ i $D(X + Y)$ ako je zakon razdiobe slučajnog vektora (X, Y) dan tablicom

$X \backslash Y$	0	1
0	1/4	5/12
1	5/24	1/8

6. (3 boda)

Neka su X_1 i X_2 nezavisne slučajne varijable koje imaju geometrijsku razdiobu s parametrom p .

a) Nađite razdiobu slučajne varijable $Y = X_1 + X_2$.

b) Izračunajte $P\{Y > 3\}$ za $p = \frac{1}{3}$.

7. (5 bodova)

a) Izvedite karakterističnu funkciju Poissonove razdiobe $\mathcal{P}(\lambda)$.

b) Dokažite stabilnost Poissonove razdiobe, tj. ako su $X_1 \sim \mathcal{P}(\lambda_1)$ i $X_2 \sim \mathcal{P}(\lambda_2)$ dvije nezavisne Poissonove slučajne varijable onda je također i $X_1 + X_2 \sim \mathcal{P}(\lambda_1 + \lambda_2)$.

c) Na neki server tijekom jednog sata stiže u prosjeku 180 e-poruka. Odredite vjerojatnost da tijekom jedne minute stignu barem 3 e-poruke.

Dozvoljena je upotreba kalkulatora. Ispit se piše 90 minuta.