

DRUGI MEĐUISPIT IZ VJEROJATNOSTI I STATISTIKE
08.05.2008.

1. (3 boda)

Biramo na sreću točku unutar kruga radijusa 1. Neka je vrijednost slučajne varijable X udaljenost te točke do ruba kruga. Odredi funkciju razdiobe i očekivanje od X .

2. (3 boda)

Odredite gustoću slučajne varijable $Y = |X - 2|$, ako slučajna varijabla X ima gustoću razdiobe $f(x) = e^{-x}$, $x > 0$.

3. (4 boda)

a) Neka slučajna varijabla X ima eksponencijalnu razdiobu s parametrom λ . Dokažite da vjerojatnost realizacije varijable X prije njenog očekivanja $P(X < E(X))$ ne ovisi o parametru λ .

b) Vrijeme ispravnog rada nekog automobila je slučajna varijabla X s eksponencijalnom razdiobom i očekivanjem 3 godine. Kolika je vjerojatnost da će se taj automobil pokvariti u tijeku treće godine, ako je poznato da tijekom prve dvije nije bio u kvaru.

4. (5 bodova)

a) Izvedite pravilo 3σ za normalnu razdiobu.

b) Godišnja količina X oborina u nekom mjestu izražena u litrama po metru kvadratnom je slučajna varijabla s normalnom distribucijom i očekivanjem 370 l/m^2 . Ako vjerojatnost da je ta godišnja količina između 10 i 730 l/m^2 iznosi 99.73%, izračunajte vjerojatnost da ona premaši 450 l/m^2 .

c) Neka je $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$, izvedite funkciju gustoće za $Y = X^2$.

5. (3 boda)

Slučajni vektor (X, Y) zadan je funkcijom gustoće

$f(x, y) = C$, za $x^2 + y^2 \leq 4$, $y > 0$. Izračunajte konstantu C , marginalnu gustoću komponente Y i očekivanje $E(Y)$.

6. (4 boda)

a) Definirajte gustoću slučajne varijable X uz uvjet $Y = y$.

b) Stranica kvadrata je slučajna varijabla jednoliko distribuirana na intervalu $[1, 2]$. Točka T se bira na sreću unutar kvadrata. Kolika je vjerojatnost da udaljenost točke T do najbliže stranice bude manja od $\frac{1}{2}$?

7. (3 boda)

Neka su X i Y dvije nezavisne slučajne varijable. X je jednoliko distribuirana na $[1, 3]$, a Y ima eksponencijalnu razdiobu s parametrom $\lambda = 1$. Odredite funkciju razdiobe za $\frac{Y}{X}$ i vjerojatnost $P\left\{\frac{Y}{X} < 1\right\}$.

Dozvoljena je upotreba kalkulatora. Ispit se piše 90 minuta.