1.) $f(x) = c - |x-2|, \quad x \in (1,3)$ BURIĆ KONZE

a) $c = ?$ 1 bod

$$f(x) = \begin{cases} c + x - 2, & x \in (1,2) \\ c - x + 2, & x \in (2,3) \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_1^2 (c+x-2)\,dx + \int_2^3 (c-x+2)\,dx = \ldots = 2c - 1 = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{c = 1}$$

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \in (1,2) \\ 3 - x, & x \in (2,3) \end{cases}$$

b) $E(x), D(x) = ?$

$$E(x) = \int_1^2 x(x-1)\,dx + \int_2^3 x(3-x)\,dx = \ldots = \boxed{2}$$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)\,dx - (E(x))^2 = \ldots = \boxed{\frac{1}{6}}$$

c) $F(x) = ?$ Izr. fju razdiobe!

$\rightarrow$ za $x < 1 : F(x) = 0$

$\rightarrow$ za $x > 3 : F(x) = 1$

$\rightarrow$ za $x \in (1,2)$: $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \int_1^x (x-1)\,dx = \boxed{\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}}$

$\rightarrow$ za $x \in (2,3)$: $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \cancel{\int_2^x (3-x)\,dx}$ $\rightarrow$ ČESTA GREŠKA !!

!!! $F(x) = \int_1^2 (x-1)\,dx + \int_2^x (3-x)\,dx = \ldots = \boxed{-\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{7}{2}}$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}, & 1 \leq x \leq 2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{7}{2}, & 2 \leq x \leq 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

nisu toliko bitne te granice, preporuka je svugdje staviti ($\geq \leq$) da bude i jednako

$\rightarrow$ provjera: npr. ovo drugo $\rightarrow$ ako uvrstimo 1 moramo dobiti 0; ovo treće $\rightarrow$ ako uvrstimo 3 moramo dobiti 1

$\hookrightarrow$ UVRSTIMO GRANIČNE SLUČAJEVE!

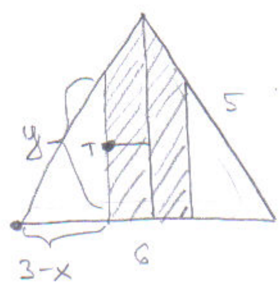
d) $P\left(\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}\right) = F\left(\frac{5}{2}\right) - F\left(\frac{3}{2}\right) = \dots = \boxed{\frac{3}{4}}$

$\to \frac{5}{2}$ moramo uvrstiti u 3. slučaj, a $\frac{3}{2}$ u 2. slučaj!!!

↳ 2. način je integral $\left(\int_{3/2}^{5/2} f(x)\,dx\right)$

(2.) Točka T na sreću unutar jednakokračnog trokuta osnovice 6 i krakova 5. Sluč. var. X je udaljenost točke do visine spuštene na osnovicu. Izr. $E(x)$.

↳ treba nam f-ja gustoće i f-ja razdiobe



↗ vrh A, pola osnovice

1) koje vrijednosti x može poprimiti : $x \in [0,3]$

2) $\to$ za $x<0$: $F(x)=0$

$\to$ za $x>3$: $F(x)=1$

$\to$ za $x \in (0,3)$:

visina$^2 = 5^2 - 3^2 = 16$

$\boxed{\text{visina} = 4}$

$$F(x) = P(X<x) = \frac{m(G_x)}{m(\Omega)} = \frac{\frac{1}{2}(6 \cdot 4) - 2 \cdot \frac{1}{2}(3-x) \cdot \frac{4}{3}(3-x)}{\frac{1}{2}(6 \cdot 4)}$$

$\left.\begin{array}{l} \frac{3-x}{3} = \frac{y}{4} \\ \boxed{y = \frac{4}{3}(3-x)} \end{array}\right\}$ sličnost trokuta

$$F(x) = \frac{-x^2}{9} + \frac{2}{3}x \quad , x \in (0,3)$$

$$f(x) = F'(x) = -\frac{2}{9}x + \frac{2}{3} \quad , x \in (0,3) \quad !!!$$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{x} x f(x)\,dx = \int_{0}^{x} x\left(-\frac{2}{9}x + \frac{2}{3}\right)dx = \dots = \boxed{1}$$

$\rightsquigarrow$ $y=\varphi(x)$

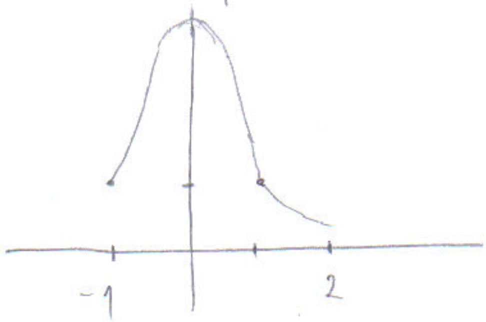
$g(y) = f(x)\cdot\left|\frac{dx}{dy}\right|$, $x=\varphi^{-1}(y)$ → inverzna fja, ako je φ INJEKCIJA!

→ injekcija: surjekcija i bijekcija (surjekcija uvijek, prepoznati bijekciju)

③ $f(x) = \frac{x}{6}+\frac{1}{4}$, $x\in(-1,2)$

Odredi gustoću sluč. val. $y=\frac{1}{x^2}$. → $g(y)=?$

I.) nacrtati $y=\frac{1}{x^2}$



→ INJEKCIJA: svaki x mora dati različiti y

→ npr. za $x=-1$ i $x=1$ isti y

↳ FJA NIJE INJEKCIJA!

→ moramo ju podijeliti na intervale!

1) $x\in(-1,0)$
$y\in(1,+\infty)$!!!

$y=\frac{1}{x^2} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{1}{y}}$

→ za naš interval: $x=-\frac{1}{\sqrt{y}} \Rightarrow \varphi^{-1}(y)$

$\left|\frac{dx}{dy}\right| = \frac{1}{2y\sqrt{y}}$!!!

$g_1(y) = \left[\frac{-\frac{1}{\sqrt{y}}}{6}+\frac{1}{4}\right]\cdot\frac{1}{2y\sqrt{y}}$

→ JAKO BITNO! NE NAPISATI x, VEĆ FJU OD x!!!

→ fja gustoće može biti bilo kakva, ne mora biti injekcija

→ MORA se napisati interval od y

2) $x\in(0,2)$
$y\in(\frac{1}{4},+\infty)$

→ za naš interval: $x=+\frac{1}{\sqrt{y}}$ (x je pozitivan na tom intervalu)

$\left|\frac{dx}{dy}\right| = \frac{1}{2y\sqrt{y}}$

$g_2(y) = \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{y}}}{6}+\frac{1}{4}\right]\cdot\frac{1}{2y\sqrt{y}}$

3) $g(y) = \begin{cases} g_2 & , \ y \in \left(\frac{1}{4}, 1\right) \\ g_1 + g_2 & , \ y \in (1, +\infty) \end{cases}$

→ pogledamo sa slike gdje postoji presjek i koja f-ja vrijedi gdje

$$g(y) = \begin{cases} \left[\dfrac{1}{6\sqrt{y}} + \dfrac{1}{4}\right] \cdot \dfrac{1}{2y\sqrt{y}} & , \ y \in \left(\frac{1}{4}, 1\right) \\ \ldots\ldots\ldots & \end{cases}$$