

VJEROJATNOST I STATISTIKA

ljetni ispitni rok
01.07.2013.

1. (4 boda)

U kutiji je 5 žutih, 8 plavih, 10 crvenih i 12 ljubičastih kuglica. Iz kutije na slučajan način izvlačimo 5 kuglica.

- a) Izračunajte vjerojatnost da smo izvukli barem dvije boje.
- b) Izračunajte vjerojatnost da smo izvukli sve boje.

2. (3 boda)

Od 10 muškaraca polovica puši, dok od 12 žena trećina puši. Na slučajan način odaberemo dvije osobe. Kolika je vjerojatnost da je točno jedna od odabranih osoba pušač?

3. (4 boda)

- a) Definirajte geometrijsku razdiobu i izvedite njeno očekivanje
- b) Košarkaš s crte za slobodna bacanja prosječno nakon četvrtog bacanja daje prvi koš. Izračunajte vjerojatnost da igrač nakon 6. bacanja daje prvi put koš.

4. (4 boda)

Neka je X Possonova slučajna varijabla s očekivanjem λ . Izračunajte $E\left(\frac{1}{X+1}\right)$

5. (5 bodova)

Unutar kvadrata $ABCD$ duljine stranice 1 na sreću biramo točku. Vrijednost varijable X je udaljenost tako odabrane točke od vrha C . Izračunajte pripadnu funkciju razdiobe.

6. (5 bodova)

Neka je (X, Y) slučajni vektor s funkcijom gustoće

$$f(x, y) = C \cdot e^{-(x+y)}, \quad 0 < y < x.$$

Odredite konstantu C , marginalnu funkciju gustoće f_X i gustoću slučajne varijable $X + Y$.

7. (5 bodova)

- a) Neka su $X, Y \sim \mathcal{N}(a, 4)$ nezavisne slučajne varijable. Odredite vrijednost parametra a ako je $P(X + Y > 0) = 0.2$.
- b) Očekivana masa loptice je 45.6g sa standardnom devijacijom 0.5g. Koja je vjerojatnost da 50 loptica ima masu veću od 2295g ili manju od 2270g?

OKRENI!

8. (3 boda)

Uzorak x_1, x_2, \dots, x_n izvučen je iz populacije koja ima gustoću razdiobe

$$f(x) = (p+1)x^p, \quad 0 < x < 1.$$

Pomoću kriterija najveće izglednosti odredite procjenu za parametar $p > 0$.

9. (3 boda)

Godišnja potrošnja soli u kućanstvu je normalno distribuirana slučajna varijabla. Nakon 7 godina mjerenja potrošnje dobivena je srednja vrijednost $\bar{x} = 6.2$ kg i $\hat{s}^2 = 1.6$. Testirajte na nivou značarnosti od 5% da li je očekivana godišnja potrošnja soli veća od 6 kg.

10. (4 boda)

Slučajno je odabrano 200 uzoraka po 5 knjiga i mjeren je broj oštećenih knjiga u svakom uzorku. Dobiveni su podaci:

i	0	1	2	3	4	5
N_i	72	77	34	14	2	1

Uz nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ testirajte hipotezu da diskretna slučajna varijabla X , koja označava broj oštećenih knjiga u uzorku od 5 knjiga, ima binomnu razdiobu.

Dozvoljena je upotreba kalkulatora i tablica jedinične normalne razdiobe.

Ispit se piše 150 minuta.