

Vjerojatnost i statistika
Ljetni ispitni rok
30.06.2014.

1. **(2+2 boda)** Iz skupa $\{1, 2, \dots, 100\}$ su nasumce odabrana dva broja, m i n . Izračunajte vjerojatnost
- (a) da je $m^n + n^m$ neparan broj,
 - (b) da je $m^n \cdot n^m$ paran broj.

2. **(3 boda)** Na raspolaganju imamo dva snopa karata od po 52 karte pri čemu svaki snop sadrži četiri asa. Iz prvog snopa izvučemo na sreću dvije karte, a iz drugog snopa jednu kartu. Zatim izvučene tri karte izmiješamo i otkrijemo jednu. Kolika je vjerojatnost da je otkrivena karta as?

3. **(2+2 boda)**

- (a) Ako X ima geometrijsku razdiobu, dokažite da vrijedi

$$P(X = m + k \mid X > m) = P(X = k), \quad \forall k, m \in \mathbb{N}.$$

- (b) Ako X ima eksponencijalnu razdiobu, dokažite da vrijedi

$$P(X < s + t \mid X > s) = P(X < t), \quad \forall s, t \in \mathbb{R}^+.$$

4. **(4 boda)** Unutar intervala $[0, 1]$ odabrano je n brojeva. Neka je X najmanji među njima. Odredite očekivanje $E(X)$.
5. **(4 boda)** Neka je $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Odredite funkciju gustoće slučajne varijable $Y = X^2$.
6. **(5 bodova)** Funkcija gustoće slučajnog vektora (X, Y) dana je formulom

$$f(x, y) = Cxy, \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1.$$

Odredite konstantu C , provjerite nezavisnost slučajnih varijabli X i Y te izračunajte vjerojatnost događaja $\{X + Y > 1 \mid X > 0.5\}$.

7. **(3 boda)** Matematičko očekivanje i standardna devijacija brzine vjetra na nekoj visini iznose $E(X) = 25$ km/h, $\sigma(X) = 4.5$ km/h. Kolika se brzina vjetra može očekivati na toj visini s vjerojatnošću ne manjom od 0.9?
8. **(3 boda)** Koristeći kriterij najveće izglednosti odredite procjenu za parametar λ Poissonove razdiobe $\mathcal{P}(\lambda)$.
9. **(3+3 boda)** Jedna televizijska kuća uvela je novu zabavnu emisiju i nakon mjesec dana provela je istraživanje o njenoj gledanosti. Na uzorku od 500 gledatelja njih 157 stalno prati spomenutu emisiju.
- (a) Odredite 95%-tni interval pouzdanosti za postotak gledanosti te emisije.
 - (b) Ravnatelju televizijske kuće se isplati zadržati emisiju u programu ako joj je gledanost barem 35%. Uz nivo značajnosti 5%, ispitate hoće li ravnatelj zadržati emisiju na temelju navedenog uzorka.
10. **(4 boda)** Pri određivanju krvne grupe na uzorku od 400 ljudi utvrđeno je da 169 ljudi ima krvnu grupu 0, 157 krvnu grupu A, 55 krvnu grupu B i njih 19 krvnu grupu AB. Pomoću χ^2 -testa, uz nivo značajnosti 5%, provjerite slažu li se dobiveni podaci s hipotezom o razdiobi krvnih grupa u omjeru $0 : A : B : AB = 8 : 8 : 3 : 1$.