

**RJEŠENJA I UPUTE ZAVRŠNOG ISPITA IZ VJEROJATNOSTI I
STATISTIKE
27. 06. 2007.**

1. (4 boda)

- (a) Iskažite i dokažite nejednakost Markova.
- (b) Definirajte konvergenciju po distribuciji.
- (c) Iskažite centralni granični teorem.

Rješenje: vidi predavanja

2. (3 boda) Slučajna varijabla X je aritmetička sredina 100 nezavisnih identički distribuiranih slučajnih varijabli s očekivanjem 10 i disperzijom 4. Izračunajte vjerojatnost da X uzima vrijednost iz intervala $(9.9, 10.1)$.

Rješenje: $\Phi^*(0.5)$.

3. (3 boda) Vjerojatnost p pojavljivanja pisma na asimetričnom novčiću je nepoznata. Novčić je bacan pet puta i pismo se pojavilo triput. Nakon toga novčić je bačen četiri puta i pismo se pojavilo dvaput. Konačno, novčić je opet bačen tri puta i pismo se pojavilo dvaput. Koristeći kriterij najveće izglednosti, odredite procjenu za p .

Rješenje: $p = \frac{7}{12}$.

4. (3 boda) Četrsto, na sreću odabranih zagrebačkih maturanata, rješavalo je probni test, kao pripremu za prijemni ispit, i njih je 300 prešlo bodovni prag. Koliki je postotak svih zagrebačkih maturanata koji bi s pouzdanošću od 90% prešli bodovni prag na prijemnom ispitu?

Rješenje: $P(0.715 < p < 0.786) = 0.9$.

5. (3 boda) Napravljeno je 100 mjerenja slučajnih varijabli $X \sim \mathcal{N}(\mu, 25)$. Vrijednost aritmetičke sredine tih mjerenja je $\bar{X} = 27$. Uz nivo značajnosti od $\alpha = 0.05$ testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 26$, prema alternativnoj hipotezi $H_1 : \mu \neq 26$

Rješenje: hipoteza H_0 se odbacuje

6. (4 boda) Tijekom godine, SOS-telefon je bilježio broj krivo spojenih poziva dnevno, te su dobiveni ovi podaci:

broj krivih poziva	0	1	2	3	4	5	6	7	8
broj dana	95	140	73	31	16	7	2	0	1

Provjerite, uz nivo značajnosti od $\alpha = 0.02$, hipotezu da se broj krivih poziva ravna po Poissonovom zakonu razdiobe.

Rješenje: odbacuje se hipoteza da je razdioba Poissonova.

PITANJA IZ CJELOKUPNOG GRADIVA

7. (3 boda) Iz špila od 52 karte vadi se nasumce 5 karata odjednom. Kolika je vjerojatnost da među izvučenim kartama ima

- (a) 4 asa (špil ima 4 asa),
- (b) 3 asa i 2 kralja (špil ima 4 kralja),
- (c) barem jedan as?

Rješenje:

- (a) $\binom{4}{4} \binom{48}{1} / \binom{52}{5}$
- (b) $\binom{4}{3} \binom{4}{2} / \binom{52}{5}$
- (c) $1 - \binom{48}{5} / \binom{52}{5}$.

8. (4 boda)

- (a) Neka je X Poissonova slučajna varijabla s parametrom $\lambda = 2$. Izračunajte $P(X > 2)$.
- (b) Neka je X eksponencijalna razdioba s parametrom $\lambda = 2$. Izračunajte $P(X > 2)$.

Rješenje:

- (a) $1 - 5e^{-2}$
- (b) e^{-4} .

9. (4 boda) Duljine stranica pravokutnika $ABCD$ su 3 cm i 4 cm. Biramo na sreću točku unutar pravokutnika. Neka je X slučajna varijabla: udaljenost točke T do dijagonale \overline{AC} .

- (a) Odredite funkciju razdiobe slučajne varijable X .
- (b) Odredite očekivanje slučajne varijable X .

Rješenje:

- (a) $F(x) = 10x - \frac{25}{12}x^2$, $0 \leq x \leq \frac{12}{5}$.
- (b) $E(X) = \frac{4}{5}$.

10. (4 boda) Iz populacije koja se podvrgava normalnom zakonu s nepoznatim parametrima, izvučen je sljedeći uzorak:

x_j	115	120	125	130	135	140
n_j	3	4	7	6	3	2

- (a) Odredite točkaste procjene za očekivanje i disperziju.
- (b) Odredite 90% interval povjerenja za matematičko očekivanje.
- (c) Odredite 90% dvostrani interval za disperziju.

Rješenje:

- (a) $\overline{X} = 126.6$, $\hat{S}^2 = 51.5$
- (b) $124.14 < a < 129.06$
- (c) $P(33.94 \leq \sigma^2 \leq 89.25) = 0.9$.