

**Treća kratka provjera znanja iz Vjerojatnosti i statistike**  
**Grupa A**  
29.05.2013. u 12h

**1. (3 boda)**

Slučajni vektor  $(X, Y)$  dan je razdiobom:

$X \backslash Y$	0	1	3
2	0	0	0.3
4	$p_1$	0.1	0
5	$p_2$	0.2	0.1

Odredi  $p_1$  i  $p_2$  ako je zadano  $E(X) = 3.9$ . Izračunaj  $\text{cov}(X, Y)$ . Jesu li  $X$  i  $Y$  nezavisne?

**2. (4 boda)**

Slučajni vektor  $(X, Y)$  dan je gustoćom  $f(x, y) = 9e^{-3x-3y}$ ,  $x > 0, y > 0$ .

Odredi funkciju razdiobe i funkciju gustoće slučajne varijable  $Z = Y - X$ . Kolika je vjerojatnost da  $Z$  poprimi vrijednost u intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$ ?

**3. (3 boda)**

Teretni lift može sigurno prevoziti najviše 1000 kg. Želimo prevesti teret koji se sastoji od 11 kutija. Iskustvo je pokazalo da masa jedne kutije ima očekivanje 80 kg sa standardnom devijacijom 15 kg. Kolika je vjerojatnost da svih 11 kutija možemo sigurno prevesti teretnim liftom?

**Treća kratka provjera znanja iz Vjerojatnosti i statistike**  
**Grupa B**  
29.05.2013. u 12h

**1. (3 boda)**

Slučajni vektor  $(X, Y)$  dan je razdiobom:

$X \backslash Y$	-1	2	4
1	0.1	0.2	$p_1$
3	0	0.2	0
4	$p_2$	0.3	0.1

Odredi  $p_1$  i  $p_2$  ako je zadano  $E(Y) = 1.85$ . Izračunaj  $E(XY^2)$ . Jesu li  $X$  i  $Y$  nezavisni?

**2. (4 boda)**

Slučajni vektor  $(X, Y)$  ima gustoću razdiobe  $f(x, y) = C(x + y)$ ,  $0 \leq x \leq y \leq 1$ .

Odredi konstantu  $C$ , marginalnu gustoću varijable  $X$ , te gustoću i očekivanje slučajne varijable  $Z = XY$ .

**3. (3 boda)**

Broj ulaznica koje kupi jedan čovjek slučajna je varijabla s očekivanjem 2.4 i standardnom devijacijom 2. Pretpostavimo da je pola sata prije utakmice u redu za blagajnu još 100 ljudi. Ako je preostalo još 250 ulaznica, koja je vjerojatnost da će svi uspjeti kupiti željeni broj ulaznica?

**Treća kratka provjera znanja iz Vjerojatnosti i statistike**

**Grupa A**

29.05.2013. u 13h

**1. (3 boda)**

Slučajna varijabla  $X$  zadana je razdiobom

$$X \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.1 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Odredi razdiobu slučajnog vektora  $(X, X^2 + 1)$ , te izračunaj  $\text{cov}(X, X^2 + 1)$ . Jesu li slučajne varijable  $X$  i  $X^2 + 1$  nezavisne?

**2. (4 boda)**

Slučajni vektor  $(X, Y)$  ima jednoliku razdiobu na trokutu s vrhovima  $O(0, 0)$ ,  $A(1, 0)$ ,  $B(1, 1)$ . Odredi funkciju gustoće i razdiobu slučajne varijable  $Z = X - Y$ . Nadalje, odredi gustoću i očekivanje slučajne varijable  $X$ .

**3. (3 boda)**

Igrač baca dvije kocke. Ukoliko je suma dobivenih brojeva veća ili jednaka 7, igrač gubi jedan žeton. U suprotnom, igrač dobiva jedan žeton. Ako igrač u startu ima 10 žetona, odredite vjerojatnost da nakon 300 igara igrač ima još barem jedan žeton.

**Treća kratka provjera znanja iz Vjerojatnosti i statistike**

**Grupa B**

29.05.2013. u 13h

**1. (3 boda)**

Slučajna varijabla  $X$  je uniformno distribuirana na skupu  $\{-1, 0, 1\}$ . Odredi razdiobu slučajnog vektora  $(X, X^2 - 1)$ , te izračunaj  $\text{cov}(X, X^2 - 1)$ . Jesu li slučajne varijable  $X$  i  $X^2 - 1$  nezavisne?

**2. (4 boda)**

Slučajni vektor  $(X, Y)$  ima jednoliku razdiobu na području

$$D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x \leq 1\}.$$

Odredi funkciju gustoće i razdiobu slučajne varijable  $Z = X - Y$ , te vjerojatnost da  $Z$  poprimi vrijednost u intervalu  $\langle \frac{1}{2}, \frac{3}{4} \rangle$ .

**3. (3 boda)**

Igrač baca kocku. Ako padne broj djeljiv s 2, igrač dobiva 0 žetona. U suprotnom, dobiva onoliko žetona koliko pokazuje kocka. Odredite vjerojatnost da nakon 100 igara igrač ima između 150 i 170 žetona.

Treća kratka provjera znanja iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa A

29.05.2013. u 12h

1. (3 boda)

$p_1 = 0.1$ ,  $p_2 = 0.2$ ,  $\text{cov}(X, Y) = -1.15$ , zavisne su.

2. (4 boda)

$$f_Z(z) = \begin{cases} \frac{3}{2}e^{3z}, & z \leq 0 \\ \frac{3}{2}e^{-3z}, & z > 0 \end{cases}$$
$$F_Z(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{3z}, & z \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-3z}, & z > 0 \end{cases}$$
$$P(-1 < Z < 1) = 1 - e^{-3}$$

3. (3 boda)

0.992

Treća kratka provjera znanja iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa B

29.05.2013. u 12h

1. (3 boda)

$p_1 = 0.05$ ,  $p_2 = 0.05$ ,  $E(XY^2) = 15.5$ , zavisne su.

2. (4 boda)

$$C = 2$$

$$f_X(x) = -3x^2 + 2x + 1, x \in [0, 1]$$

$$f_Z(z) = 2(1 - z), z \in [0, 1]$$

$$E(Z) = \frac{1}{3}$$

3. (3 boda)

0.69146

Treća kratka provjera znanja iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa A

29.05.2013. u 13h

1. (3 boda)

$X \backslash X^2 + 1$	1	2	5
-2	0	0	0.2
-1	0	0.1	0
0	0.4	0	0
1	0	0.1	0
2	0	0	0.2

$\text{cov}(X, X^2 + 1) = 0$ , zavisne su.

2. (4 boda)

$$f_Z(z) = 2(1 - z), z \in [0, 1]$$

$$F_Z(z) = 2z - z^2, z \in [0, 1]$$

$$f_X(x) = 2x, x \in [0, 1]$$

$$E(X) = \frac{2}{3}$$

3. (3 boda)

0.0082

Treća kratka provjera znanja iz Vjerojatnosti i statistike

Grupa B

29.05.2013. u 13h

1. (3 boda)

$X \backslash X^2 - 1$	-1	0
-1	0	$\frac{1}{3}$
0	$\frac{1}{3}$	0
1	0	$\frac{1}{3}$

$\text{cov}(X, X^2 - 1) = 0$ , zavisne su.

2. (4 boda)

$$f_Z(z) = 2(1 - z), z \in [0, 1]$$

$$F_Z(z) = 2z - z^2, z \in [0, 1]$$

$$P(1/2 < Z < 3/4) = \frac{3}{16}$$

3. (3 boda)

0.35543