

ZAVRŠNI ISPIT IZ VJEROJATNOSTI I STATISTIKE
20.06.2008.

1. (3 boda)

Uzorak x_1, x_2, \dots, x_n izvučen je iz populacije koja ima Rayleighovu razdiobu s gustoćom

$$f(x) = 2\lambda^2 x e^{-\lambda^2 x^2}, \quad x > 0.$$

Pomoću kriterija najveće izglednosti odredite procjenu za parametar λ .

2. (4 boda)

Iz populacije koja se podvrgava normalnoj razdiobi izvučen je sljedeći uzorak:

x_j	112	114	116	118	120	122
n_j	2	3	7	5	2	3

a) Izračunajte točkaste procjene za očekivanje i disperziju.

b) Izračunajte 90% interval za očekivanje i 90% dvostrani interval za disperziju.

3. (3 boda)

Na izlaznoj anketi od 200 glasača za kandidata X glasalo je 112 glasača.

a) Odredite 95% interval pouzdanosti za postotak glasova za tog kandidata.

b) S kojom vjerojatnošću će taj kandidat biti izabran?

c) Koliko velik uzorak treba biti da bi taj izbor bio siguran uz nivo značajnosti $\alpha = 0.05$?

4. (4 boda)

Proizvođač tvrdi da je određena dimenzija nekog proizvoda 35 mm. Mjerenjem 20 slučajno odabranih proizvoda dobiveni su sljedeći rezultati

dimenzije	34.8	34.9	35	35.1	35.3
broj proizvoda	2	3	4	6	5

Uz nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ testirate hipotezu $H_0: \mu = 35$ prema alternativnoj hipotezi $H_1: \mu \neq 35$, pri čemu se pretpostavlja da je promatrana dimenzija X slučajna varijabla normalne razdiobe $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, uz σ^2 nepoznat.

5. (3 boda)

Testiranje znanja iz jednog predmeta 30 učenika jednog razreda i 40 učenika drugog razreda dalo je prosječan broj bodova $a_1 = 74$ sa standardnim odstupanjem $\sigma_1 = 8$ za prvu grupu, odnosno $a_2 = 77$ sa standardnim odstupanjem $\sigma_2 = 7$ za drugu. Postoji li bitna razlika u bodovima među učenicima ovih razreda uz nivo značajnosti $\alpha = 0.05$?

6. (4 boda)

190 puta je bačeno 5 igračih kocaka i pri tome je bilježen broj X pojavljivanja "šestice":

x_j	0	1	2	3	4	5
n_j	75	77	30	6	1	1

Uz koji nivo značajnosti α se može tvrditi da se X ravna po binomnom zakonu s parametrima $n = 5$, $p = \frac{1}{6}$?

PITANJA IZ CJELOKUPNOG GRADIVA

7. (3 boda)

Četiri strijelca gađaju istu metu. Vjerojatnosti njihovih pogodaka redom su 0.4, 0.6, 0.7, 0.8.

a) Kolika je vjerojatnost da će meta biti pogođena?

b) Ako je meta pogođena s točno 3 metka, kolika je vjerojatnost da je promašio četvrti strijelac?

8. (3 boda)

Neka je $f(x) = C(3 - x)$, $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

a) Odredite C .

b) Izračunajte $P\{X < 1\}$.

c) Izračunajte očekivanje $E(X)$.

9. (5 bodova)

a) Iskažite svojstvo "odsudstva pamćenja" eksponencijalne razdiobe.

b) Dokažite to svojstvo.

c) Izračunajte očekivanje eksponencijalne razdiobe bez korištenja Laplaceovog transformata.

10. (3 boda)

Baca se kocka. Slučajna varijabla X poprima vrijednost koja je dva puta veća od broja okrenutog na kocki, dok slučajna varijabla Y poprima vrijednost 1 kad je broj okrenut na kocki neparan, a vrijednost 3 kad je okrenuti broj paran. Odredite zakon razdiobe i disperziju diskretne slučajne varijable $Z = X + Y$.

Ispit se piše 150 minuta. Dozvoljena je upotreba kalkulatora i knjige N. Elezović: "Statistika i procesi".