

Međuispit iz Vjerojatnosti i statistike
18.04.2017.

1. **(6b)** Za svaku od navedenih tvrdnji iskažite je li točna ili netočna. Detaljno obrazložite ili dokažite svoje odgovore.
 - (a) Ako vrijedi $P(A|B) = P(A)$, tada vrijedi $P(B|A) = P(B)$.
 - (b) Ako su događaji A i B disjunktni, tada su nezavisni.
 - (c) Ako vrijedi $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$, tada su događaji A , B i C nezavisni.
2. **(4b)** Četiri osobe se natječu u kvizu znanja. Voditelj kviza postavlja redom 25 pitanja, a na svako pitanje odgovara onaj natjecatelj koji se prvi javio. Prvi natjecatelj je odgovarao na 9 pitanja, od čega je točno odgovorio na samo 2 pitanja, drugi natjecatelj je odgovarao na 5 pitanja od čega je točno odgovorio na njih 4, treći natjecatelj na 6 pitanja od kojih je 3 točno odgovorio, a zadnji natjecatelj se javio na preostala pitanja i sve ih je točno odgovorio. Nakon odigranog kviza na slučajan način smo odabrali jedno pitanje i na njega je dan pogrešan odgovor. Izračunajte vjerojatnost da na njega nije odgovarao prvi natjecatelj.
3. **(5b)** U uskrсноj košari se nalazi 16 različito obojanih jaja od kojih su 4 čokoladna. Mali Ivica je na sreću odabrao 3 jaja, no dok nitko nije gledao, vratio je u košaru ona jaja koja nisu čokoladna i ponovno je na sreću odabrao isti broj jaja koliko ih je vratio. Odredite očekivani (ukupni) broj čokoladnih jaja koje je mali Ivica ugrabio za Uskrs.
4. **(4b)** Definirajte geometrijsku razdiobu te izvedite njeno očekivanje i disperziju.
5. **(6b)** Razdioba slučajnog vektora (X, Y) dana je tablicom:

$X \backslash Y$	0	1
-1	p_1	0.13
0	0.21	p_2
1	0.15	0.28

- (a) Odredite p_1 i p_2 ako je $cov(X, Y) = 0.0828$.
- (b) Odredite razdiobu slučajnog vektora (U, V) , gdje je $U = X + Y$, $V = X^2 + Y^2$.

Okrenite!

6. **(5b)** Odredite parametre a i b tako da funkcija

$$F(x) = a \frac{e^x - 1}{e^x + 2} + b, \quad x \in \mathbb{R},$$

bude funkcija razdiobe slučajne varijable. Potom izračunajte $P(X > 1)$.

7. **(5b)** Biramo na sreću dva broja iz intervala $(0, 1)$. Neka je slučajna varijabla Z njihov umnožak. Odredite funkciju razdiobe $F(z)$ i očekivanje $E(Z)$.

8. **(5b)**

- (a) Ako slučajna varijabla ima eksponencijalnu razdiobu, dokažite da tada vrijedi

$$P(X > b | X > a) = P(X > b - a), \quad \text{za sve } b > a > 0.$$

- (b) Vrijeme do pojave prvog e-maila na serveru je eksponencijalna slučajna varijabla s očekivanjem 4 sekunde. Ako se nijedan e-mail nije pojavio u prve 4 sekunde, izračunajte vjerojatnost da se neće pojaviti ni u sljedeće 4 sekunde.

Dopuštena je upotreba kalkulatora.

**Rješenja međuispita iz Vjerojatnosti i statistike
18.04.2017.**

1. a) točno b) netočno c) netočno (vidi predavanja)

2. $P(\overline{H_1}|A) = \frac{4}{11}$

3. $E(X) = 1.252$

4. Vidi predavanja.

5. a) $p_1 = 0.16$, $p_2 = 0.07$

b)

$U \backslash V$	0	1	2
-1	0	0.16	0
0	0.21	0	0.13
1	0	0.22	0
2	0	0	0.28

6. $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{3}$, $P(X > 1) = 0.424$

7. $F(z) = z - z \ln z$, $z \in (0, 1)$, $E(Z) = E(X)E(Y) = \frac{1}{4}$

8. b) $P(X > 4) = \frac{1}{e}$