

VJEROJATNOST I STATISTIKA

ZADACI ZA VJEŽBU

11. Intervalne procjene

FER, Zagreb

SADRŽAJ:

Zadaci za vježbu iz udžbenika Nevena Elezovića: Statistika i procesi Cjelina 11 – Intervalne procjene

**** Prije rješavanja zadataka treba proći teoretsko gradivo ove cjeline ****

1. Formule.....	3
2. Zadaci.....	4
3. Rješeni zadaci.....	5
4. Službena rješenja.....	8
5. Kvantili Studentove razdiobe (tablica).....	9
6. Kvantili standardne normalne razdiobe u_p	11
7. Literatura.....	12

NAPOMENA

Potrebno je riješiti SVE zadatke!

Zadaci koji nedostaju: -

Posebna zahvala LORD OF THE LIGHT na rješenjima nekih zadataka!

FORMULE:

11. INTERVALNE PROCJENE

Kvantil reda p: $\int_{-\infty}^{x_p} f(t)dt = p$

Nivo značajnosti: $\alpha = 1 - p$

Intervali povjerenja za očekivanje normalne razdiobe, uz poznati σ^2 :

$$P\left(\bar{x} - u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq a \leq \bar{x} + u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = p$$

Intervali povjerenja za očekivanje normalne razdiobe, uz nepoznati σ^2 :

$$P\left(\bar{x} - t_{n-1,1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq a \leq \bar{x} + t_{n-1,1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = p$$

Intervali povjerenja za disperziju normalne razdiobe, uz poznato očekivanje μ :

Jednostrani:

$$P\left(0 \leq \sigma^2 \leq \frac{nd^2}{\chi_{n,1-p}^2}\right) = p$$

Dvostrani:

$$P\left(\frac{nd^2}{\chi_{n,1-\alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{nd^2}{\chi_{n,\alpha/2}^2}\right) = p$$

Intervali povjerenja za disperziju normalne razdiobe, uz nepoznato očekivanje μ :

Jednostrani:

$$P\left(0 \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1,\alpha}^2}\right) = p$$

Dvostrani:

$$P\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1,1-\alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1,\alpha/2}^2}\right) = p$$

Intervali povjerenja za vjerojatnost događaja:

$$P(p_1 \leq p \leq p_2) = 1 - \alpha$$
$$p_{1,2} = p \mp u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, \quad p = \frac{m}{n}, \quad \text{za } n < 100: p_{1,2} = \frac{p + \frac{c^2}{2n} \mp c \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} + \frac{c^2}{4n^2}}}{1 + \frac{c^2}{n}}, \quad c = u_{1-\alpha/2}$$

Intervali povjerenja za parametar λ eksponencijalne razdiobe:

$$P\left(\frac{1 - u_{1-\alpha/2}/\sqrt{n}}{\bar{x}} < \lambda < \frac{1 + u_{1-\alpha/2}/\sqrt{n}}{\bar{x}}\right) = p$$

Intervali povjerenja za parametar λ Poissonove razdiobe:

$$P\left(|\bar{X} - \lambda| < u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\lambda}{n}}\right) = p$$

1. Rezultati mjerenja normalne slučajne varijable X dani su u tablici:

x_j	20	21	22	23	24	25
n_j	2	1	3	2	1	1

Odredi interval unutar kojeg se s vjerojatnošću 0.95 nalazi očekivana vrijednost slučajne varijable X .

2. Zabilježene su sljedeće realizacije normalne slučajne varijable X :

x_j	-2	-1	0	1	2	3	4	5
n_j	2	1	2	3	2	2	2	1

Izračunaj interval unutar kojeg se s vjerojatnošću 0.95 nalazi očekivanje slučajne varijable X .

3. Iz populacije koja se podvrgava normalnom zakonu $N(m, 4)$ izvučen je sljedeći uzorak:

x_j	0	1	2	3	4
n_j	1	4	6	12	2

Odredi 90 % interval za matematičko očekivanje a .

4. Rezultati 11 mjerenja neke veličine dani su u tablici:

6.0 9.2 9.8 9.9 10.3 10.3 10.9 11.6 11.8 12.5 14.0

Greška pri mjerenju je normalna varijabla bez sistemske pogreške. Odredi procjenu za matematičko očekivanje i disperziju, kao i 95 % interval za matematičko očekivanje.

5. Iz generalnog skupa koji ima normalnu razdiobu sa devijacijom $\sigma = 0.5$ i nepoznatim očekivanjem, izvučen je uzorak volumena 8:

16, 16, 16, 16.2, 16.2, 16.2, 16.5, 16.5

Odredi procjenu i 90 % interval za matematičko očekivanje a .

6. Rezultati nekog mjerenja dani su u tablici. Greška pri mjerenju je normalna varijabla, s očekivanjem 0 i nepoznatom devijacijom σ . Odredi procjenu za mjerenu veličinu, kao i 95 % interval unutar kojeg se ona nalazi.

x_j	64	65	66	67	68
n_j	3	4	8	5	2

7. Iz populacije koja se podvrgava normalnom zakonu izvučen je sljedeći uzorak:

x_j	110	115	120	125	130	135
n_j	2	3	6	5	2	2

Izračunaj procjenu i 90 % interval za matematičko očekivanje i disperziju.

8. Iz populacije koja se podvrgava normalnom zakonu $N(a, 4)$ izvučen je sljedeći uzorak:

x_j	0	1	2	3	4	5
n_j	1	4	6	10	5	2

Odredi procjenu i 90 % interval za matematičko očekivanje a .

9. Iz populacije koja se podvrgava normalnom zakonu $N(a, \sigma^2 = 3)$ izvučen je sljedeći uzorak

x_j	0	1	2	3	4
n_j	1	5	8	10	3

Odredi 90 % interval za matematičko očekivanje a .

10. Na izlaznoj anketi, od 200 glasača za kandidata A svoj je glas dalo 110 glasača. Odredi (a) 95%, (b) 99% interval pouzdanosti za postotak glasova za tog kandidata. (c) S kojom vjerojatnošću će taj kandidat biti izabran? (d) Koliko velik uzorak treba biti da bi taj izbor bio siguran uz nivo značajnosti 5%?