

Međuispit iz Vjerojatnosti i statistike
25.04.2016.

1. **(6b)** U bubnju se nalazi 15 kuglica označenih brojevima 1 do 15. Izvlačimo na sreću 5 kuglica. Izračunajte vjerojatnost sljedećih događaja:

- (a) izvukli smo točno dva parna broja,
- (b) izvukli smo barem dva parna broja,
- (c) zbroj svih brojeva je paran,
- (d) zbroj najveća dva broja je veći od 26.

2. **(5b)** Cilj se gađa iz 4 topa koji pogađaju cilj neovisno jedan od drugog s vjerojatnošću 0.4. Ako jedan top pogodi cilj, on ga uništava s vjerojatnošću 0.3, ako ga pogode dva topa, cilj je uništen s vjerojatnošću 0.6, ako ga tri topa pogode, onda s vjerojatnošću 0.8, a ako ga sva četiri topa pogode, cilj je uništen s vjerojatnošću 0.9. Topovi su izvršili gađanja i cilj je bio uništen. Izračunajte vjerojatnost da ga je pogodio samo jedan top.

3. **(4b)** Slučajna varijabla X ima razdiobu danu s

$$P(X = 2^k) = 6c^{-k}, \quad k = 2, 3, \dots$$

Odredite konstantu c , očekivanje slučajne varijable X te izračunajte vjerojatnost $P(X \geq 5)$.

4. **(6b)**

- (a) Izvedite karakterističnu funkciju Poissonove razdiobe.
- (b) Dokažite svojstvo stabilnosti Poissonove razdiobe.
- (c) Poslužitelju informacijskog sustava pristizu zahtjevi za obradu kroz dva reda čekanja nezavisno jedan od drugoga. U prvi red pristize u prosjeku 120 zahtjeva po minuti, a u drugi 90 zahtjeva po minuti. Ako su poslužitelju potrebne dvije sekunde za obradu jednog zahtjeva, izračunajte vjerojatnost da će ukupno barem 2 zahtjeva čekati na obradu.

Okrenite!

5. **(6b)** Bacamo dva pravilna tetraedra sa stranama označenim brojevima 1 do 4. Neka je slučajna varijabla X jednaka većem od dva dobivena broja ako su oni različiti, a jednaka nuli ako su isti, dok je slučajna varijabla Y jednaka kvadratu razlike brojeva na tetraedrima.
- (a) Odredite razdiobu slučajnog vektora (X, Y) .
 - (b) Izračunajte koeficijent korelacije slučajnih varijabli X i Y .
 - (c) Odredite koeficijent korelacije slučajnih varijabli $U = X - E(X)$ i $V = Y - E(Y)$.
6. **(4b)** Može li
- (a) funkcija razdiobe
 - (b) funkcija gustoće
- biti strogo padajuća na nekom intervalu? Detaljno obrazložite svoje odgovore i navedite primjer takve funkcije ukoliko ona postoji.
7. **(4b)** Biramo na sreću točku unutar jednakokračnog trapeza s osnovicama duljine 5 i 9, a visine 3. Neka je slučajna varijabla X udaljenost te točke do bliže osnovice. Odredite funkciju razdiobe slučajne varijable X te izračunajte vjerojatnost $P(X \geq 1)$.
8. **(5b)** Slučajna varijabla X ima eksponencijalnu razdiobu s očekivanjem 2. Odredite očekivanje slučajne varijable $Y = |2 - X|$.

Dopuštena je upotreba kalkulatora.

**Rješenja međuispita iz Vjerojatnosti i statistike
25.04.2016.**

1. (a) $\frac{\binom{7}{2}\binom{8}{3}}{\binom{15}{5}} = 0.39$
(b) $1 - \frac{\binom{7}{1}\binom{8}{4} + \binom{8}{5}}{\binom{15}{5}} = 0.82$
(c) $\frac{\binom{7}{5} + \binom{7}{3}\binom{8}{2} + \binom{7}{1}\binom{8}{4}}{\binom{15}{5}} = 0.4965$
(d) $\frac{\binom{13}{3} + 2\binom{12}{3} + \binom{11}{3}}{\binom{15}{5}} = 0.2967$
2. $P(H_1|A) = 0.2269$
3. $c = 3$, $E(X) = 8$, $P(X \geq 5) = \frac{1}{3}$
4. (c) $\lambda = 7$, $P(X \geq 3) = 0.97$
5. $r(X, Y) = r(U, V) = 0.633$
6. (a) Ne može zbog monotonosti vjerojatnosti.
(b) Može, npr. funkcija gustoće eksponencijalne razdiobe.
7. $F(x) = \frac{2}{3}x$, $x \in (0, \frac{3}{2})$, $P(X \geq 1) = \frac{1}{3}$
8. $E(Y) = \frac{4}{e}$.