PMI '07 - 3.

Izračunaj vjerojatnost da se od dobivenih dužina može napravit trokut.

1.

$x, y \in [0,10]$

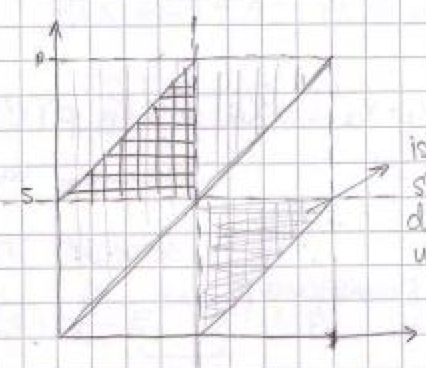
* uvjet: zbroj svake dvije veći od one treće

$$y>x \begin{cases} \cancel{x}+y-\cancel{x}>10-y & y>5 \\ x+10-y>y-x & y<5+x \\ y-x+10-y>x & x<5 \end{cases}$$

2.

$$\left.\begin{array}{l} y+x-y>10-x \\ y+10-x>x-y \\ x-y+10-x>y \end{array}\right\} y<x$$

!!! Pazi koja je točka manja, koja veća



ista površina, simetrično prema dole s obzirom na $y=x$

$$P(A)=\frac{m(A)}{m(\Omega)}=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$$

ZI '08 7.

4 strijelca gađaju metu. Vjerojatnosti: 0.4, 0.6, 0.7, 0.8

a) vjerojatnost da je meta pogođena → u primjeru: barem s jednim metkom

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0.6\cdot 0.4\cdot 0.3\cdot 0.2$$

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

b) Ako je meta pogođena točno s tri metka, vjerojatnost da je promašio 4. strijelac

UVJETNA!

A = {vjerojatnost da je promašio četvrti}

B = {pogođena s tri metka}

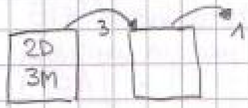
$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.4\cdot 0.6\cdot 0.7\cdot 0.2}{P(B)}$$

$$P(B) = \underline{0.6}\cdot 0.6\cdot 0.7\cdot 0.8 + 0.4\cdot \underline{0.4}\cdot 0.7\cdot 0.8 + 0.4\cdot 0.6\cdot \underline{0.3}\cdot 0.8 + 0.4\cdot 0.6\cdot 0.7\cdot \underline{0.2}$$

1. PMI-'07 4.

U kutiji se nalaze dvije dorine i tri milke. Izvlačimo tri čokolade. Stavljamo ih u drugu kutiju i iz nje izvlačimo jednu čokoladu. Ako smo izvukli milku, kolika je vjerojatnost da smo iz prve prebacili tri milke.

uvjet!



• neka dva pokusa → drugi ovisi o prvom → koristiti formulu potpune vjerojatnosti
Bayesova formula

ishodi prvog pokusa:

H_1 = {tri milke}

H_2 = {jedna Dorina, 2 milke}

H_3 = {dvije Dorine, jedna milka}

$$P(H_1) = \frac{\binom{2}{0}\binom{3}{3}}{\binom{5}{3}} = \frac{1}{10}$$

$$P(H_2) = \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{2}}{\binom{5}{3}} = \frac{6}{10}$$

$$P(H_3) = \frac{\binom{2}{2}\binom{3}{1}}{\binom{5}{3}} = \frac{3}{10}$$

zbroj treba biti 1 kod potpune vjerojatnosti

A → ishod drugog pokusa!

$P(H_1|A) = ?$

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1)\cdot P(A|H_1)}{\sum_i P(H_i)P(A|H_i)}$$

$P(A|H_1) = 1$ (ako smo izvukli 3 milke!)

$P(A|H_2) = \frac{2}{3}$

$P(A|H_3) = \frac{1}{3}$

$$P(H_1|A) = \frac{\frac{1}{10}\cdot 1}{\frac{1}{10}\cdot 1 + \frac{6}{10}\cdot\frac{2}{3} + \frac{3}{10}\cdot\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{10} + \frac{2}{5} + \frac{1}{10}} = \frac{1}{6}$$

ZI '09 - 7.

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 1.5 & 2 & 3.5 & 6 & 8 \\ c & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.1 & 2c \end{pmatrix} \rightarrow \text{suma \underline{mora} biti } 1$$

a). $c = 0.1$ $\qquad \sum p_i = 0.7 + 3c = 1$

b) $$P(X>4 \mid X>2) = \frac{P(X>4, X>2)}{P(X>2)} = \frac{\overset{\rightarrow \text{presjek!}}{0.1+0.2}}{0.3+0.1+0.2} = \frac{0.3}{0.6} = \frac{1}{2}$$

PZI '08 7.

U bubnju se nalaze 4B i 1C kuglica. Slučajna varijabla X označava u kojem je pokušaju izvučena crvena kuglica. Razdioba i očekivanje?

a) bez vraćanja

b) s vraćanjem

a)
$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{5} & \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4} & \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3} & \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} & \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

$$E(X) = \frac{1}{5}(1+2+3+4+5) = \frac{1}{5}\cdot 15 = 3$$

b)
$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \frac{1}{5} & \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5} & \frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5} & \dots & \left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{5} \end{pmatrix} \rightarrow \text{beskonačna slučajna varijabla}$$

$$E(X) = \sum_{n=1}^{\infty} n\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{5}\sum_{n=1}^{\infty} n\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{\left(1-\frac{4}{5}\right)^2} = 5$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \Big| '$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n\cdot x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

21/08 10.

X je vrijednost dva puta veća od broja dobivenog na kocki a Y je 1 ako je broj neparan, a 3 ako je broj paran.

Odredi razdiobu i disperziju od Z koji je X+Y.

- zbog imamo dvije varijable koje ovise o istom pokusu → slučajni vektor

vjerojatnost da smo dobili 1 ←

X\Y	1	3	↓X
2	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
4	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
6	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
8	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
10	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
12	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
→ Y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

razdioba vektora

- marginalne razdiobe ⇒ suma uvijek 1

↓

iz njih vidimo da li su zavisne/nezavisne

- $\underbrace{\text{suma marginalnih = sumi u tablici}}_{\text{NEZAVISNOST.}}$

npr. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \neq \frac{1}{6}$

⇒ ZAVISNE! jer npr.

! $p_{22} \neq p_2 \cdot p_2$

$Z = X + Y$

$$Z \sim \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 9 & 11 & 13 & 15 \\ \frac{1}{6} & \emptyset & \frac{1}{3} & \emptyset & \frac{1}{3} & \emptyset & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$D(Z) = E(Z^2) - (E(Z))^2 =$$

$$E(Z^2) = 9 \cdot \frac{1}{6} + 49 \cdot \frac{1}{3} + 121 \cdot \frac{1}{3} + 225 \cdot \frac{1}{6} =$$

$$[E(Z)]^2 = \left(3 \cdot \frac{1}{6} + 7 \cdot \frac{1}{3} + 11 \cdot \frac{1}{3} + 15 \cdot \frac{1}{6}\right)^2 =$$