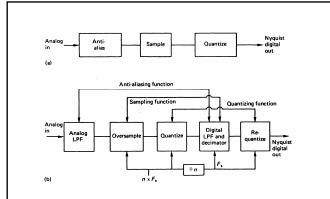
NADUZORKOVANJE (OVERSAMPLING)

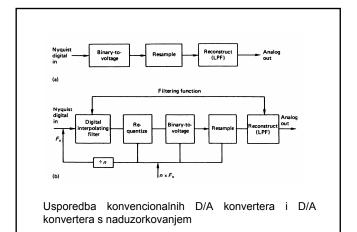
To je uzorkovanje analognog signala s frekvencijom većom od Nyquistove.

Korisno je zbog:

- 1. Općenitog povećanja omjera S/Š kod A/D konverzije
- 2. Smanjenja zahtjeva na strminu ulaznog anti-aliasing filtra
- 3. Konverteri s posebno formiranom karakteristikom šuma kvantizacije imaju neproporcionalno poboljšanje rezolucije



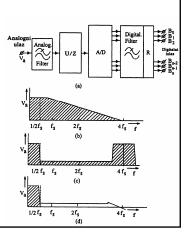
Usporedba konvencionalih A/D konvertera i A/Dkonvertera s naduzorkovanjem



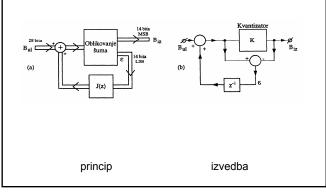
Općenito: $S/\tilde{S}=6,02(n+0,5L) + 1,76 [dB]$ gdje je L broj oktava naduzorkovanja, a faktor naduzorkovanja D=2^L Veći dobici dinamičkog područja mogu se postići oblikovanjem spektralne snage šuma tako da većina snage šuma leži izvan audio-pojasa. 1. Povećanje omjera S/Š zbog naduzorkovanja Količina informacija po bitu drastično pada smanjenjem broja bitova u riječi. Npr. kod 16-bitovnog sustava broj podataka:broj riječi=2n:n=4096 bit-1, kod 8 bitovnog 256:8=32bit-1, a kod jednobitovnog postoje samo dva podatka po bitu ("0" i "1")

2. Smanjenja zahtjeva na strminu ulaznog antialiasing filtra

Zbog povećanja razmaka između fmax i fu znatno se smanjuju zahtjevi na strminu gušenja filtra.



3. Formiranje karakteristike šuma kvantizacije (noise shaping)



Filter greške J(z) je zapravo kašnjenje jednog takta $J(z)=z^{-1}$

Funkcija oblikovanja šuma će biti: $B_{ul}(z) + \epsilon(z) J(z) = B_{iz}(z) + \, \epsilon(z)$

te nakon uređenja:

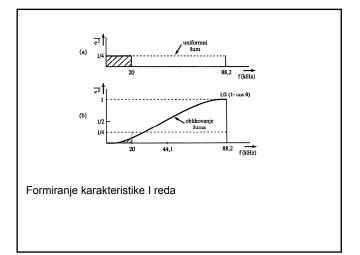
 $B_{iz}(z) = B_{ul}(z) - \varepsilon(z)(1 - J(z)) = B_{ul}(z) - \varepsilon(z)(1 - z^{-1})$

Izraz [1-J(z)] predstavlja prijenosnu karakteristiku šuma.

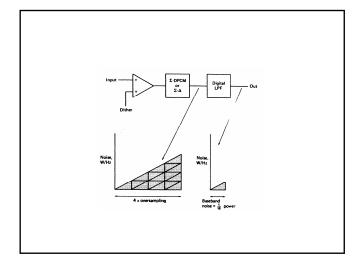
Ako je z= $e^{j\Theta}$,

amplitudna karakteristika filtra greške je: $|1-z^{-1}|=2(1-\cos\Theta)$

gdje je $\Theta=2\pi f/f_{IJ}$

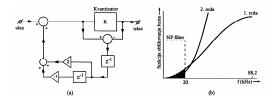


Porastom frekvencije ulaznog signala raste i razlika između grešaka u dva uzastopna uzorka, a time i greška kvantizacije u izlaznom signalu.
Time je postignuto oblikovanje šuma prvog reda jer pogreška kvantizacije ("šum") raste s frekvencijom ulaznog signala.

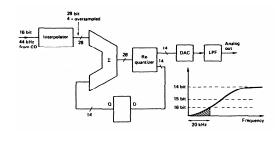


4. Oblikovanje karakteristike šuma višeg reda

Na sl. je filter II reda i odgovarajuće funkcije.



"Noise-shaping system" jedne od ranih generacija Philipsovih CD-reproduktora



Prijenosna funkcija šuma je 1-J(z)=(1-z-1)2

Općenito će se prijenosna funkcija šuma višebitovnog konvertera s oblikovanjem šuma mijenjati prema:

$$1-J(z)=(1-z^{-1})^n$$
,

gdje je n red filtra.

Kod mnogostrukog naduzorkovanja i jednobitovnog konvertera funkcija će biti prema:

$$1 - J(z) = \left(\frac{1 - bz^{-1}}{1 - az^{-1}}\right)^n$$

Poboljšanje omjera S/Š kao funkcija faktora naduzorkovanja i reda filtra višebitovnog i jednobitovnog sustava prikazana je slikama.

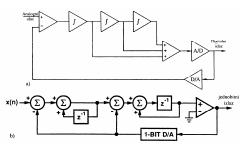
S/S 300

Prograta

Peter greda

Peter gre

Jedna od mogućnosti oblikovanja šuma zasniva se na oduzimanju izlaznog signala od signala koji ulazi u svaki integrator.

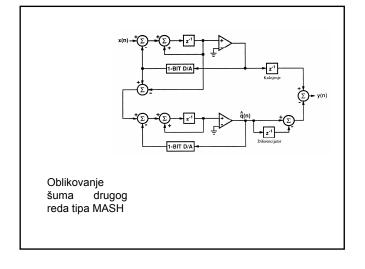


Za omjer S/Š pri oblikovanju šuma prvog reda vrijedi izraz $S/\tilde{S} = 6,02(n+1,5L)-3,41 \ [dB]$

čime se uz isti faktor naduzorkovanja postižu znatno veći omjeri nego u slučaju bez oblikovanja šuma.

Za omjer S/Š pri oblikovanju šuma drugog reda vrijedi izraz

S/Š=6,02(n+2,5L)-11,14 [dB]



3. Digitalni filtri

Primjena u audio području

Preporučena literatura

- http://ccrma.stanford.edu/~jos/filters/filters.html Introduction to Digital Filters, Standford
- http://www.dspguide.com/
 The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing

Filtri

- Filtri nužni za DSP
- · Primjena:
- filtriranje EKG-a bebe
- čišćenje audio snimke od šuma
- izoštrvanje fotografije
- Analogni ili digitalni ?
- Prednosti digitalnih filtara je izostanak nedostataka analognih

Linearni, vremenski invarijantni sustav

- · vremenski diskretan sustav
- · mijenja ulazni signal

$$x(n) \longrightarrow \left| \begin{array}{c} Digitalni \\ filtar \end{array} \right| \longrightarrow y(n)$$

$$x(n) = \{x(n)\} = \{..., x(-1), x(0), x(1),...\}$$

$$y(n) = LTI\big[x(n)\big] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \big\{ LTI\big[\delta\big](n-k) \big\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

- LTI linearni, vremenski invarijanti sustav
- odziv LTI sustava na slijed Dirackovog impulsa $\delta(n)$: impulsni odziv h(n)

Digitalni filtri

$$x(n)$$
 \longrightarrow $h(n)$ \longrightarrow $y(nk)$

$$x(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

• sustav je kauzalan ako vrijedi:

$$h(n) = 0, \quad n < 0$$

Digitalni filtri

• digitalni filtar (odnosno LTI diskretni sustav) se može prikazati kao:

$${\textstyle\sum\limits_{i=0}^{N}} a_{i} y (n-i) = {\textstyle\sum\limits_{j=0}^{M}} b_{j} x (n-j)$$

odnosno uz a₀=1 vrijedi

$$y(n) = -\sum_{i=1}^{N} a_{i} y(n-i) + \sum_{j=0}^{M} b_{j} x(n-j)$$

 $a_{_{i},b_{_{j}}}$ koeficijenti filtra x(n)..... n-ti uzorak ulaznog signala

x(n-j).... (n-j)-ti uzorak ulaznog signala

y(n)..... n-ti uzorak izlaznog signala

y(n-i).... (n-i)-ti uzorak izlaznog signala

FIR digitalni filtri

• ako za odziv na jedinični impuls digitalnog filtra vrijedi:

/ vrijednosti različite od nule
$$n_1 \le n \le n_2$$

 $h(n) =$

inače

onda je impulsni odziv sustava konačnog trajanja:

• FIR filtar (finite-duration impulse response), nerekurzivni

$$y(n) = \sum_{j=0}^{M} b_{j} x(n-j)$$

$$h(n) = \begin{cases} / b_j & 0 \le j \le M \\ \\ & 0 & \text{inače} \end{cases}$$

IIR digitalni filtri

ako je impulsni odziv filtra beskonačan:

IIR filtar (infinite-duration impulse response), rekurzivni

uz $b_0 = 1$ i $b_j = 0$ za $j \neq 0$, dobijemo:

$$\sum_{i=0}^{N} a_{i} y(n-i) = x(n)$$

Z transformacija

- Z transformacija diskretne vremenske domene (niz realnih brojeva) u kompleksnu frekvencijsku domenu
- Z- transformacija niza x(n) :

$$X(z) = Z[x(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot z^{-n}$$

11 (c) 2 [s(t)] \[\sum_{n=-\infty} \]

gdje je z kompleksna varijabla. Promatramo područje konvergencije, to su oni z za koje X(z) postoji

· Z- transformacija prijenosne funkcije :

$$H(z) = Z[h(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) \cdot z^{-n}$$

Z transformacija LTI sustava

· Vrijedi:

$$Y(z) = H(z)X(z)$$

$$H(z) = \frac{\sum_{j=0}^{M} b_{j} z^{-j}}{1 + \sum_{i=1}^{N} a_{i} z^{-i}} = \frac{b_{0} + b_{1} \cdot z^{-1} + \dots + b_{M} \cdot z^{-M}}{1 + a_{1} \cdot z^{-1} + \dots + a_{N} \cdot z^{-N}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

 ako područje konvergencije H(z) uključuje jediničnu kružnicu, područje z-ravnine gdje je |z|=1, uz zamjenu

$$z=r*e^{j\omega}$$

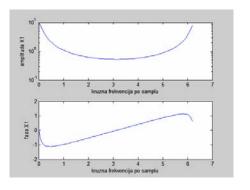
i uz r=1, dobije se frekvencijski odziv LTI sustava

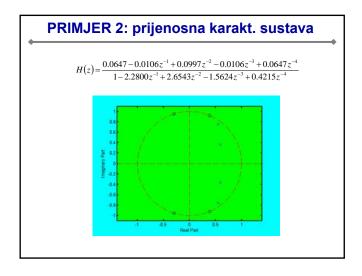
$$H(\omega) = \frac{B(\omega)}{A(\omega)}$$

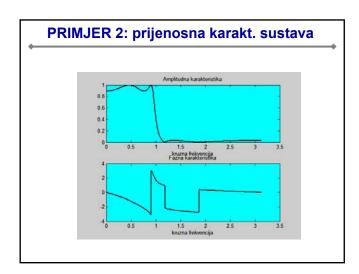
• H(ω) je Fourierova transformacija impulsnog odziva

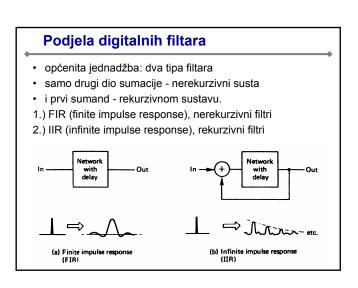
PRIMJER 1: Z transformacija niza aⁿ

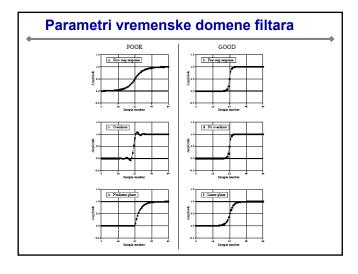
• zadan je niz $x(n)=a^n$ za n=0,.....N-1 $a_1=0.9$

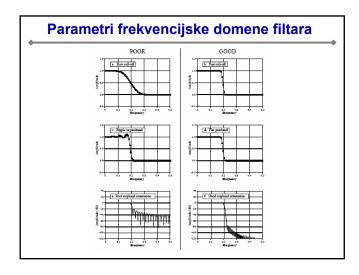












pretpostavke

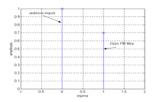
- ulazni signal u filtar je jedinični impuls
- izlazni signal je jednako kratkog trajanja kao jedinični impuls, samo mu je promijenjena amplituda, ovisno o funkciji filtra
- filtri su idealni, a ne realni
- koriste se samo najosnovnije filtarske strukture, građene od jednog elementa za kašnjenje i jednog elementa za množenje

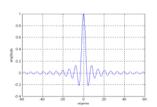
Nerekurzivni (FIR) filtri

- · konačni impulsni odziv
- FIR filtri nerekurzivni, jer nemaju povratne veze na ulaz filtra
- · osnovna struktura:

$$x(k) \longrightarrow T$$
 $1/z$
 $A \longrightarrow y(k)$

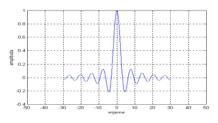
· impulsni odziv:





Nerekurzivni (FIR) filtri

- realan odziv filtra sin(x)/x krivulja
- vršna vrijednost odziva koincidira s ulaznim impulsom
 - odziv prisutan i onda kada na ulazu nema podbude
 - filtar nije kauzalan i nije ostvariv
 - odbacivanje krajeva



Nerekurzivni (FIR) filtri

- · odziv FIR filtra je simetričan
- linearni fazni odziv
- opća jednadžba:

$$y(k) = \sum_{j=0}^{m} b_j x(k-j)$$

- jednadžba ima samo drugi sumand
- · ovisnost samo o ulaznim impulsima
- prijenosna funkcija filtra:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = b_0 + b_1 z^{-1} + ... + b_m z^{-m}$$

Projektiranje FIR filtra metodom vremenskih otvora

- množenje filtarskih koeficijenata funkcijom prozora (otvora), maksimum u središtu prozora
- najjednostavnije pravokutni prozor
- vremenski otvori smanjuju amplitude neželjenih uzoraka sinx/x karakteristike
- dvije su vrste vremenskih otvora:
- konstantni vremenski otvori
- promjenljivi vremenski otvori

a) konstantni vremenski prozor

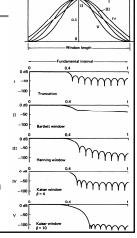
- konstantni vremenski otvori w(k) koja trajno djeluje na ulazne uzorke (k)
- · Filtri po obliku funkcija vremenskih prozora:

 $\begin{array}{lll} Pravokutni: & w(k) = 1 & -N/2 < k < N/2 \\ Bartlett-ov: & w(k) = 1 - |k|/(N/2) & -N/2 < k < N/2 \\ Hanning-ov: & w(k) = 0,5 + 0,5 cos(2\pi \, k/(N+1) & -N/2 < k < N/2 \\ Hamming-ov: & w(k) = 0,54 + 0,46 cos(2\pi \, k/(N+1) & -N/2 < k < N/2 \\ Blackman-ov: & w(k) = 0,42 + 0,5 cos(2\pi \, k/(N+1) + 0,08 cos(4\pi \, k/(N+1) & -N/2 < k < N/2 \\ & & k/(N+1) & -N/2 < k < N/2 \\ \end{array}$

- w(k) funkcija kojom se množe amplitude uzoraka
- k uzorci
- N ukupan broj uzoraka u prozoru

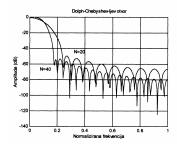
efekt prozoriranja

- Bartlett na račun valovitosti povećava širinu tranzicije
- Hanning oblik podignutog kosinusa, sličan i Hammingu
- Blackman dodatni kosinusni član za smanjuje Gibbsovog efekta, najveće gušenje u nepropusnom dijelu, najmanja strmina opadanja u prijelaznom području
- pravokutnim najstrmiji nagib, najmanje prigušenje u nepropusnom dijelu
- odabir prozora ovisi o zahtjevu
- veće potiskivanje okolnih uzoraka
 veće potiskivanje u nepropusnom dijelu frekvencijske karakteristike



a) promjenjivi vremenski prozor

- moguća je kontrola minimalnog gušenja u svrhu oblikovanja karakteristike filtra
- amplitudna karakteristika filtra s Dolph Chebyshevljevim otvorom, i to za N=20 i N=40:

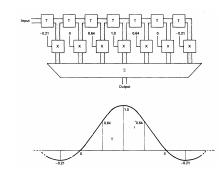


a) promjenjivi vremenski prozor

- · viši red filtra uže glavne i sekundarne latice
- · potiskivanje sekundarnih latica po potrebi
- upotrebljava se i filtar s Kaiser-ovim otvorom, također je moguće mijenjati potiskivanje (gušenje) u nepropusnom dijelu karakteristike
- Kaiser-ov prozor familija prozora temeljena na Besselovim funkcijama s različitim odnosima između valovitosti i širine glavne latice (prijelazno područje)

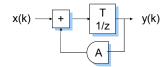
Primjer FIR filtra

• ovdje samo 7 točaka, realnije je npr. 96 – smanjenje



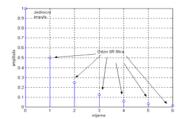
Rekurzivni (IIR) filtri

- · beskonačni impulsni odziv
- povratna veza rekurziivni
- · osnovna struktura:



Rekurzivni (IIR) filtri

- zbog povratne veze teoretski beskonačno dugo odgovara na ulazni impuls,
- koeficijent A=0,5 u primjeru na slici
- nemoguće je imati simetrični odziv
- teže postiže linearnost fazne karakteristike
- IIR filtri imaju niz prednosti pred FIR filtrima



Rekurzivni (IIR) filtri

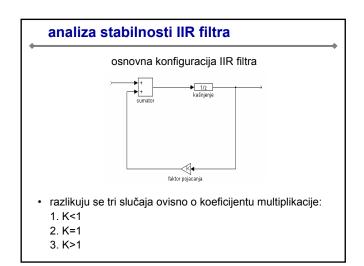
opća jednadžba:

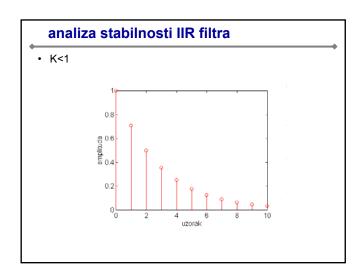
$$\begin{array}{ll} y(k) \!\! = \!\! - \sum\limits_{i = 1}^{n} {{a_i}y(k \! - \! i)} \! + \sum\limits_{j = 0}^{m} {{b_j}x(k \! - \! j)} \end{array}$$

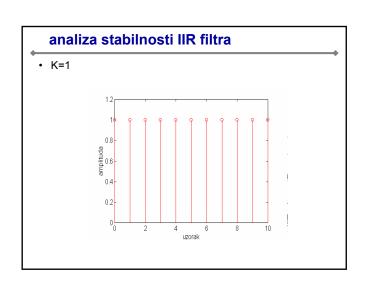
• Z- transformacijom se dobiva

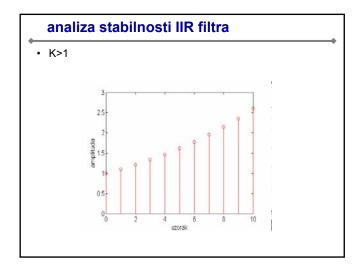
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + ... + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} - ... - a_n z^{-n}}$$

• nul točka nazivnika – lošije karakteristike i nestabilnost



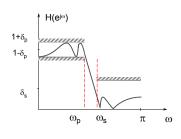






Metode projektiranja IIR filtra

- projektiranje matematičkim postupcima dobiti prijenosnu karakteristiku filtra, uz zadane uvjete
- specifikacija digitalnog filtra:



Metode projektiranja IIR filtra

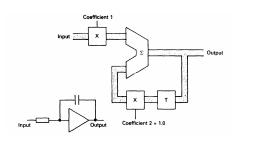
- propusni pojas: 1- $\delta p \le |H(ej\omega)| \le 1+ \delta p$ za $|\omega| \le \omega p$
- pojas gušenja: | $H(ej\omega)$ | $\leq \delta s$ za $\omega s \leq |\omega| \leq \pi$
- ako se frekvencijska karakteristika prikaže u log. omjeru H(ω)= -20 log|H(ejω)|, tada:
- valovitost u području propuštanja: αp = -20 log(1- δp) [dB]
- minim. gušenje u području gušenja: αs= -20 log(δs) [dB]
- granične frekvencije područja propuštanja i gušenja: $\omega p = 2\pi f_p/f_u$ $\omega s = 2\pi f_s/fu$

gdje je: f_u frekvencija uzorkovanja, a f_p i f_s su granične frekvencije pojasa propuštanja i gušenja u Hz.

- nakon što je specificirano kakav filtar se traži, prelazi se na metode projektiranja digitalnih rekurzivnih filtara
- · dvije su osnovne metode:
 - 1. metoda jednakog impulsnog odziva
 - 2. metoda bi-linearne transformacije

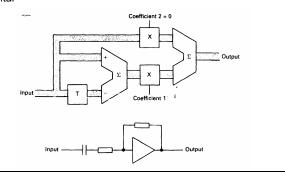
Primjer IIR filtra 1

- · jednostavni integrator
- variranjem koeficijenata se može postići niskopropusni filtar



Primjer IIR filtra 2

- · diferencijator
- variranjem koeficijenata se može postići visokopropusni filtar

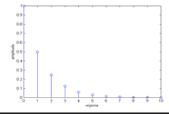


PRIMJER ista funkcija s FIR i IIR filtrom

- ista funkcija filtra ostvarena pomoću FIR i IIR filtra
 prednosti i nedostaci pojedinih upotreba.
- zadaća ostvariti impulsni odziv u (diskretnoj domeni) koji ima oblik eksponencijalno padajuće funkcije:

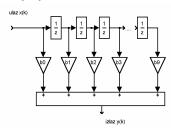
v=0.5-x

- odziv RC mreže, niskopropusni filtar
- odziv u diskretnoj vremenskoj domeni:



PRIMJER ista funkcija s FIR i IIR filtrom

• FIR filtar kojim je realiziran takav odziv:

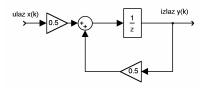


- b₀= 0,5; b1=0,25; ...
- jednadžba i prijenosna funkcija FIR filtra:

$$\begin{aligned} y(k) &= b_0^* x(k) + b_1^* y(k\text{-}1) + ... + b_9^* x(k\text{-}9) \\ H(z) &= Y(z)/X(z) = b_0 + b_1^* z^{-1} + ... + b_9^* z^{-9} \end{aligned}$$

PRIMJER ista funkcija s FIR i IIR filtrom

• IIR filtar kojim je realiziran takav odziv:



• jednadžba i prijenosna funkcija FIR filtra:

$$y(k)=0.5*x(k-1)+0.5*y(k-1)$$

 $H(z)=Y(z)/X(z)=0.5*z^{-1}/(1-0.5*z^{-1})$

Usporedba filtara

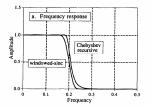
- obzirom na stabilnost, konstrukciju i praktičnu primjenu
- IIR filtrima jednaka svojstva procesiranja kao i s FIR filtrima, mnogo manji broj konstrukcijskih elemenata
- odziv IIR filtra je beskonačan, on realnije predstavlja prirodni odziv
- odziv FIR filtra je aproksimacija stvarnog odziva ograničavanje odziva u vremenskoj domeni:
 - **Gibbsov fenomen** (određena valovitost u frekvencijskoj karakteristici)
- IIR filtar jeftiniji za izradu manje sklopovskih elemenata
- IIR filtri nesimetričan impulsni odziv nelinearnost fazne karakteristike
- FIR filtri simetričan impulsni odziv linearnost fazne karakteristike

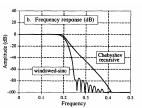
Usporedba filtara

- zajednička osobina ne prepoznaju frekvencije koje uzorci predstavljaju, nego rade samo u odnosu na frekvenciju uzorkovanja i frekvenciju takta sustava
- frekvencija takta sustava obično mnogo veća od frekvencije uzorkovanja - digitalni sustavi mogu s pristiglim uzorkom učiniti velik broj promjena (operacija)
- FIR filtri su uvijek stabilni i nemaju povratnu vezu na ulaz
- IIR filtri ne moraju nužno biti stabilni zbog povratne veze

FIR (51 točka) vs. IIR filtri (6 polova)

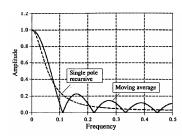
- separiranje frekvencijskih područja
- valovitost: 0,5% (IIR), FIR jer ravan
- FIR ima puno bolja svojstva od IIR-a, ako brzina nije kritična
- FIR je obično 1 red veličine sporiji od IIR filtra

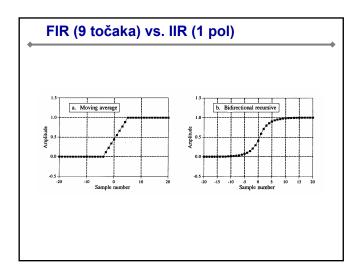




FIR (9 točaka) vs. IIR (1 pol)

- · vremenska domena važna
- · frekvencijska domena loša
- vremenska promjena kod FIR brža, kod IIR glatkija

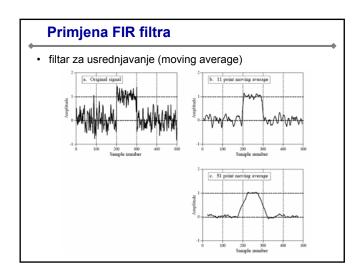


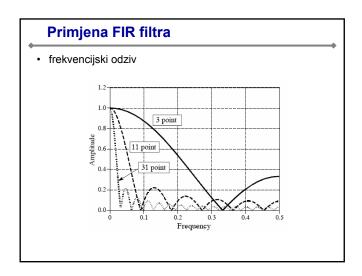


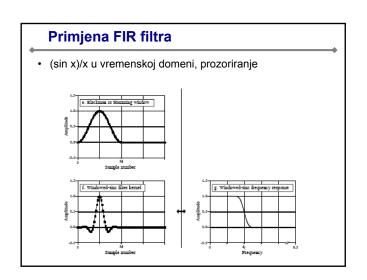
Primjena FIR filtara

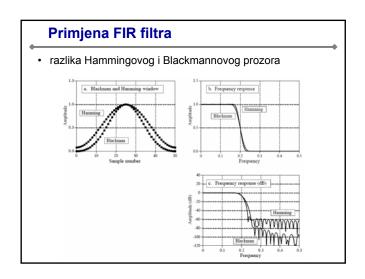
- promjena frekvencije uzorkovanja, mnoge primjene:
 - naduzorkovanje omogućuje bolju obradu signala

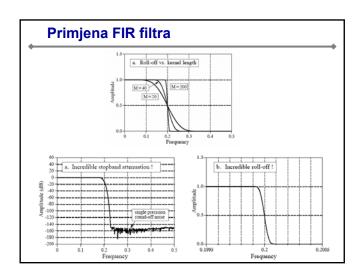
 - riaduzorkovanje omogućuje bolju obradu signala
 reprodukcija s brzinom koja je različita od standardne
 prilagođavanje starijih snimki rađenih (prijašnji standardi frekvencije uzorkovanja), a pri snimanju na nove medije
 - različite frekvencije uzorkovanja za različite primjene (CD, DVD, MOD, višekanalni snimači, DAB, DSR itd.); za povezivanje različitih uređaja ili korištenje snimke s jednog uređaja na drugome
 - prijenos podataka na veće udaljenosti uzrokuje promjenu f_u pa je treba korigirati
- FIR filtri se koriste kao polifazni QMF filtri u uređajima za redukciju podataka.

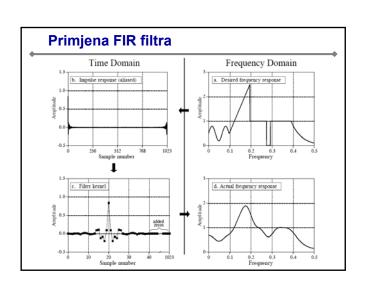


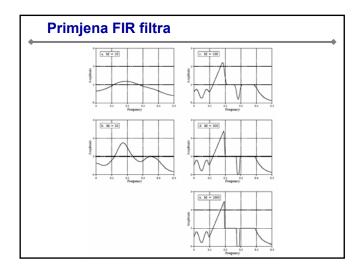












Primjena IIR filtara

- širok niz primjena
- glavno svojstvo jednostavna konstrukcija i manja količina sklopova za ostvarivanje filtarskih funkcija
- kolicina skiopova za ostvarivanje filtarskih funkcija mogu se koristiti za:

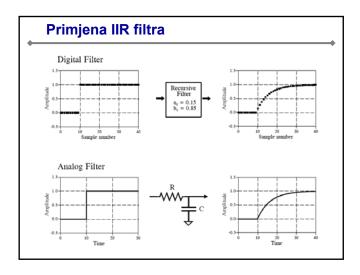
 uklanjanje DC komponente iz uzoraka audio signala općenito, za ostvarivanje bilo kakvih filtarskih funkcija (niski, visoki, pojasni propust ili brana)

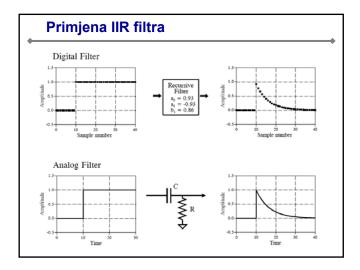
 dodavanje efekata audio signalu

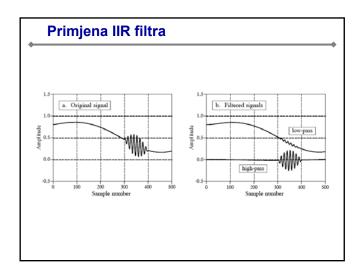
 kompenzacija faznih razlika signala itd.

 širok niz primjena na digitalnom stolu za miješanje

 diferencijator

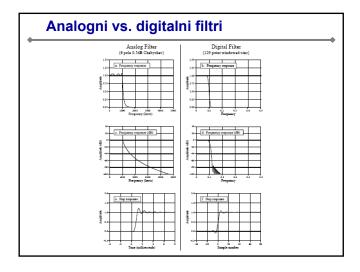






Analogni vs. digitalni filtri

- ANALOGNI FILTRI
 - lagani za izvedbu ako su jednostavni
 - kod strmina većih od 18 dB/oktavi kritična je kvaliteta komponenata
 - obično se njima uređuje frekvencijski odziv, zbog impulsnog i fazno dolazi do problema u kvaliteti zvuka
 - osnovni elementi: otpornici, kapaciteti, integrirani krugovi i tranzistori
- DIGITALNI FILTRI
 - jednostavno je postići linearnu fazu
 - numerički koeficijenti ne stare, ne klize im karakteristike
 - korisno je promatrati njegovo ponašanje u vremenskoj domeni
 - osnovni elementi (algoritma): zbrajanje, množenje, kašnjenje



Izvori grešaka kod digitalnih filtara

- Greške:
 - smanjuju kvalitetu zvuka, ili
 - rezultiraju nestabilnošću
- greške kvantizacije (dither, binarna aritmetika u 32 bita za 16-bitni uzorak)
- FIR filtri: pravilni odabir prozora – minimizacija greške zbog korištenja samo dijela impulsnog odziva
- IIR filtri: zbog ograničen preciznosti dolazi do povećanja greške uzastopnim množenjem – greške beskonačnih sekvenci