

МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ
И ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ

Академия Государственной противопожарной службы

Н. Н. СОБОЛЕВ

ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА
СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ
ОРГАНИЗАЦИОННО-УПРАВЛЕНЧЕСКИХ
СИТУАЦИЙ В ПОЖАРНОЙ ОХРАНЕ

ПРАКТИКУМ

Для курсантов и слушателей
очной формы обучения

Утверждено Редакционно-издательским советом
Академии ГПС МЧС России
в качестве учебно-методического пособия

Москва 2009

УДК 519.24
ББК 60.6
С54

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор
В. И. Зыков

Доктор технических наук, профессор
Н. Г. Топольский

Соболев Н. Н.

С54 Первичная обработка статистических данных и моделирование организационно-управленческих ситуаций в пожарной охране. Практикум. Для курсантов и слушателей очной формы обучения: Учебно-методическое пособие. – М.: Академия ГПС МЧС России, 2009. – 53 с.

Пособие предназначено для практических занятий по курсу “Организация и управление в области обеспечения пожарной безопасности”. Содержит комплекс заданий, а также методические указания к их выполнению. Задания связаны с деятельностью пожарной охраны по обслуживанию вызовов в городе, а их выполнение направлено на выработку навыков первичной обработки статистических данных и моделирования организационно-управленческих ситуаций.

Практикум предназначен для курсантов и слушателей очной формы обучения Академии ГПС МЧС России. Может быть полезным слушателям факультета руководящих кадров, а также слушателям заочной формы обучения.

Издано в авторской редакции.

УДК 519.24
ББК 60.6

© Академия Государственной противопожарной
службы МЧС России, 2009

Учебное издание

Соболев Николай Николаевич

ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННО-УПРАВЛЕНЧЕСКИХ
СИТУАЦИЙ В ПОЖАРНОЙ ОХРАНЕ

ПРАКТИКУМ

Учебно-методическое пособие

Для курсантов и слушателей очной формы обучения

Издано в авторской редакции

Компьютерный набор и верстка *Н. Н. Соболев*

Подписано в печать 19.06.2009. Формат 60х90 ¹/₁₆.

Бумага офсетная. Печ. л. 3,5. Уч.- изд. л. 2,4.

Тираж 500 экз. Заказ ____.

Академия ГПС МЧС России
129366, Москва, ул. Бориса Галушкина, 4

ВВЕДЕНИЕ

«Случайность – это только один полюс взаимозависимости, другой полюс которой называется необходимостью ...

Чем больше какая-нибудь общественная деятельность, целый ряд общественных процессов ускользает из-под сознательного контроля людей, выходит из-под их власти, чем более эта деятельность кажется предоставленной чистой случайности, тем больше с естественной необходимостью пробивают себе дорогу в рамках этой случайности свойственные ей внутренние законы»

(Фридрих Энгельс «Происхождение семьи, частной собственности и государства»)

Одним из основных профессиональных требований, предъявляемых к сотрудникам аппарата управления и специалистам Государственной противопожарной службы (ГПС), является умение быстро ориентироваться в многообразных и сложных организационно-управленческих ситуациях, перерабатывать и анализировать обширную информацию, и обосновывать решения, обеспечивающие успешное выполнение органами и подразделениями ГПС возложенных на них функций с учетом динамичных изменений в окружающей среде. Во многих случаях при анализе организационно-управленческих ситуаций и поиске эффективных решений весьма перспективным оказывается привлечение математических методов и моделей, которые позволяют получить количественные оценки ожидаемых результатов для различных вариантов решений.

На многие процессы, связанные с основными направлениями деятельности пожарной охраны (оперативной, профилактической), оказывает влияние огромное количество внутренних и внешних факторов, случайных по своей природе. Присущие этим процессам закономерности имеют вероятностный характер, а для их изучения применяются вероятностно-статистические методы и модели, овладение которыми является важным элементом подготовки инженеров пожарной безопасности.

В связи с этим в программе курса «Организация и управление в области обеспечения пожарной безопасности» выделены темы, связанные с первичной обработкой статистических данных и с моделированием организационно-управленческих ситуаций. На практических занятиях по этим темам предусматривается выполнение слушателями комплекса заданий. В этом комплексе заданий представлено одно из наиболее плодотворных направлений применения математических методов и моделей при решении организационно-управленческих задач, связанное с деятельностью пожарной охраны в городах по обслуживанию вызовов, обусловленных необхо-

димостью тушения пожаров, ликвидации аварий и других ситуаций, которые требуют участия пожарной охраны.

Разработка специальных моделей деятельности пожарной охраны по обслуживанию вызовов в городах производилась на протяжении более трех десятилетий научным коллективом под руководством заслуженного деятеля науки и техники РФ, академика РАН, доктора технических наук, профессора Н. Н. Брушлинского (в составе этого коллектива с 1976 г. работал и автор настоящего практикума). Апробированные результаты работ составили основу комплекса заданий для практических занятий.

Настоящий практикум содержит 12 заданий, а также методические указания к их выполнению. Задания связаны между собой по замыслу и по информации. Они выполняются на базе единого массива статистических данных. Результаты выполнения многих заданий служат исходными данными для последующих заданий.

Выполнение комплекса заданий должно обеспечить выработку у учащихся следующих навыков:

- применения методов и приемов первичной обработки статистических данных, их систематизации, обобщения и анализа с целью получения содержательных выводов и подготовки организационно-управленческих решений;
- использования вероятностно-статистических методов для изучения, количественного описания и анализа закономерностей процессов функционирования сложных систем;
- построения математических моделей организационно-управленческих ситуаций на базе системного подхода;
- реализации принципов многовариантности и оптимальности решения организационно-управленческих задач на основе математического моделирования;
- принятия организационно-управленческих решений в условиях многокритериальности;
- реализации принципа адаптивности управления в его наиболее развитой количественной форме.

Перечисленные навыки имеют универсальный характер по сфере их применения, они могут быть использованы при проведении статистических исследований и при решении организационно-управленческих задач.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОМПЛЕКСА ЗАДАНИЙ

*«Быть может, прежде губ уже родился шепот,
И в бездревесности кружились листья,
И те, кому мы посвящаем опыт,
До опыта приобрели черты»*

(Осип Мандельштам «Восьмистишия»)

Исходные данные для выполнения комплекса заданий содержатся в специально разработанном учебном диспетчерском журнале выездов пожарных подразделений (ПП) по вызовам в городе.

Различные варианты учебных диспетчерских журналов получены с помощью имитационной модели, представляющей собой компьютерную программу, которая воспроизводит совокупность составляющих изучаемый процесс элементарных явлений и актов с сохранением их логической взаимосвязи и последовательности протекания во времени, а также присущих изучаемому процессу вероятностных закономерностей. Каждому слушателю выдается индивидуальный вариант исходных данных. В качестве образца один из вариантов данных приведен в Приложении.

В учебном диспетчерском журнале зафиксированы сведения о боевых выездах ПП по вызовам в городе за период времени длительностью 120 суток, что соответствует четырем месяцам года (январь – 31 сутки, февраль – 28 суток, март – 31 сутки, апрель – 30 суток).

Сведения о выезде ПП по каждому вызову занимают одну строку в журнале и соответствуют следующим восьми графам:

- 1 – порядковый номер вызова;
- 2 – время поступления вызова (день – «дн», месяц – «мц», час – «ч», минута – «мин»), которое соответствует началу его обслуживания;
- 3 – время возвращения в пожарное депо последнего из выезжавших по вызову пожарных автомобилей (день – «дн», месяц – «мц», час – «ч», минута – «мин»), которое соответствует окончанию обслуживания вызова;
- 4 – длительность обслуживания вызова (в мин), которая отсчитывается от момента его поступления до момента окончания обслуживания;
- 5 – количество оперативных отделений на основных пожарных автомобилях (ПА), привлекавшихся для обслуживания вызова (в учебном диспетчерском журнале число отделений, привлекавшихся для обслуживания одного вызова, не превышает четырех);
- 6 – номер района выезда городской пожарной части (ПЧ), с территории которого поступил вызов;
- 7 – код причины вызова в соответствии с кодификатором, представленным в табл. 1;

8 – код объекта вызова в соответствии с кодификатором, представленным в табл. 2.

Таблица 1

Кодификатор причин вызова

№ п/п	Причины вызовов	Код
1	Пожар	П
2	Авария	А
3	Ложный вызов	Л
4	Ложное срабатывание сигнализации	С
5	Другие причины	Д

Таблица 2

Кодификатор видов объектов вызова

№ п/п	Вид объекта вызова	Код
1	Жилой сектор	ЖС
2	Промышленные объекты	ПР
3	Общественные здания	ОЗ
4	Новостройки	НС
5	Объекты транспорта	ОТ
6	Другие объекты	ДО

В качестве образца в Приложении представлен один из вариантов учебного диспетчерского журнала. В его первой строке содержатся следующие сведения (по графам):

- 1 – вызов являлся первым в порядке поступления;
- 2 – вызов поступил 3 января в 18 ч 49 мин;
- 3 – обслуживание вызова закончено 3 января в 19 ч 28 мин;
- 4 – обслуживание вызова длилось 39 мин;
- 5 – по вызову выезжало два отделения на основных ПА;
- 6 – вызов поступил из района выезда пожарной части № 1;
- 7 – причиной вызова являлась авария;
- 8 – объектом вызова являлась новостройка.

Задания требуется выполнять по пунктам методических указаний.

Методические указания к выполнению заданий сопровождаются примерами расчетов, а также иллюстрируются таблицами и рисунками, отражающими результаты обработки статистических данных и математического моделирования для города Бор Нижегородской области за 2005 год.

Выполнение заданий должно сопровождаться комментариями, которые бы позволяли преподавателю судить о понимании учащимся хода решения поставленных задач и локализовать допущенные ошибки с тем, чтобы облегчить учащемуся их исправление. Комментарии следует давать с использованием установленных научных терминов и понятий, которые в

кратком объеме приведены в методических указаниях к выполнению работы. Все сделанные в процессе выполнения заданий умозаключения должны иметь по возможности четкое логическое обоснование.

При выполнении расчетной части следует вначале указать используемые формулы, затем подставить в них числовые данные и получить ответ. Необходимо указать, какая величина обозначена тем или иным символом, фигурирующим в формулах, а также единицы измерения рассматриваемых величин.

Расчеты производятся с использованием электронных микрокалькуляторов или компьютеров. Целесообразно, чтобы точность вычисления каждой величины соответствовала той точности, которая соблюдена в числовых примерах, сопровождающих методические указания по выполнению задания.

Выполненный комплекс заданий должен быть аккуратно оформлен в рукописном виде в ученической тетради. Цифры, буквы и символы должны быть написаны четко, чтобы не допустить их неоднозначного толкования. На листах должны быть выделены поля, необходимые для заметок преподавателя.

На титульном листе (обложке тетради) указываются:

- название выполненного комплекса заданий;
- звание, фамилия и инициалы имени и отчества слушателя, номер его учебной группы;
- должность, ученая степень и звание, фамилия и инициалы имени и отчества преподавателя.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ

*«Во всей земле, от самой Москвы и до самых Петушков нет
ничего такого, что было бы для меня слишком многим»*

(Венедикт Ерофеев «Москва – Петушки»)

Раздел 1. Первичная обработка статистических данных

Задание 1

Провести статистическое исследование распределения числа пожаров в городе по объектам их возникновения.

1. В диспетчерском журнале выявляются вызовы, причиной возникновения которых является пожар (в графе «Причина вызова» этим вызовам соответствует код «П»), и подсчитывается число m_u пожаров, возникших на объектах u -го вида ($u = 1, 2, 3, \dots, U$, где U - количество видов объектов вызова: согласно кодификатору оно равно 6). Подсчеты ведутся по данным, представленным в графах «Причина вызова» и «Вид объекта вызова». Сумма подсчитанных частот m_u ($u = 1, 2, \dots, U$) должно быть равна общему числу $m_{\text{пож}}$ вызовов ПП на пожары, зафиксированных в журнале:

$$m_{\text{пож}} = \sum_{u=1}^U m_u. \quad (1)$$

2. Производится вычисление доли ω_u , которую в общем числе пожаров составляют пожары, возникшие на объектах u -го вида ($u = 1, 2, \dots, U$):

$$\omega_u = \frac{m_u}{\sum_{u=1}^U m_u} = \frac{m_u}{m_{\text{пож}}}. \quad (2)$$

Для вычисленных значений ω_u ($u = 1, 2, \dots, U$), называемых относительными частотами или частостями, должно выполняться соотношение

$$\sum_{u=1}^U \omega_u = \frac{\sum_{u=1}^U m_u}{m_{\text{пож}}} = 1. \quad (3)$$

3. Перечень видов объектов вызова (пожара), каждому из которых поставлено в соответствие значение частоты $m_{\text{пи}}$ и частости ω_u , образует атрибутивный ряд, представленный в виде табл. 3.

4. Для графического отображения распределения частостей (долей) производится построение секторной круговой диаграммы (рис. 1). Для построения диаграммы на круге произвольного диаметра выделяют секторы с центральными углами φ_u ($u = 1, 2, \dots, U$), пропорциональными относительным частотам ω_u . Центральные углы вычисляются по формуле

$$\varphi_u = 360^\circ \cdot \omega_u. \quad (4)$$

Полученные значения центральных углов заносятся в табл. 3. Для них должно выполняться соотношение

$$\sum_{u=1}^U \varphi_u = 360^\circ. \quad (5)$$

Секторы на диаграмме выделяются различной штриховкой или цветом. Способ выделения указывается в легенде, располагаемой рядом с диаграммой (рис. 1).

Таблица 3

Распределение числа пожаров, произошедших в городе Бор, по видам объектов

№ п/п (<i>u</i>)	Вид объекта пожара	Число пожаров (частота) <i>m_u</i>	Частость ω_u	Центральный угол φ_u (°)
1	ЖС	67	0,559	201
2	ПР	4	0,033	12
3	ОЗ	7	0,058	21
4	НС	8	0,067	24
5	ОТ	7	0,058	21
6	ДО	27	0,225	81
Всего	-	$m_{\text{пож}} = 120$	1,000	360

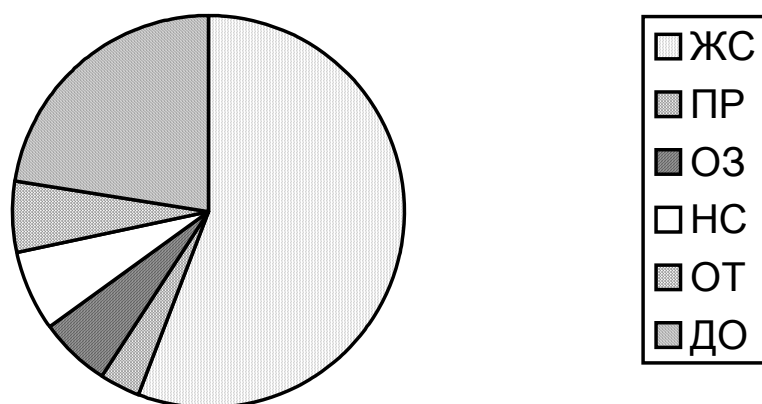


Рис. 1. Секторная круговая диаграмма распределения числа пожаров по видам объектов их возникновения в городе Бор в 2005 году

5. По результатам статистического исследования делается заключение о том, на объектах каких видов наиболее часто возникают пожары в городе. Например, исходя из данных для города Бор, представленных в табл. 3 и на рис. 1, делается вывод о том, что преобладающее число пожаров (около 56 % от их общего числа) возникает в жилом секторе.

Задание 2

Провести статистическое исследование распределения числа вызовов пожарных подразделений (ПП) в городе, а также в районе выезда каждой городской пожарной части (ПЧ) по количеству основных пожарных автомобилей (ПА), привлекавшихся для обслуживания вызова.

1. По диспетчерскому журналу подсчитывается число m_{il} вызовов ПП из района выезда i -й ПЧ ($i = 1, 2, \dots, K$, где K – число городских ПЧ), для обслуживания которых привлекалось l ПА ($l = 1, 2, \dots, L$, где L – максимальное число выезжавших по вызову ПА). Подсчеты ведутся по данным, представленным в графах «Число ПА» и «Район выезда ПЧ».

Полученные в результате подсчетов значения m_{il} ($i = 1, 2, \dots, K$; $l = 1, 2, \dots, L$) называемые частотами, заносятся в соответствующие ячейки таблицы, имеющей вид, аналогичный табл. 4 (для учебного диспетчерского журнала $K = 2, L = 4$).

Таблица 4

Распределение числа вызовов в районы выезда двух пожарных частей города Бор по количеству привлекавшихся для их обслуживания пожарных автомобилей

Число / ПА	Район выезда ПЧ-1		Район выезда ПЧ-2		Город	
	частота m_{1l}	частость ω_{1l}	частота m_{2l}	частость ω_{2l}	частота m_l	частость ω_l
1	21	0,160	5	0,077	26	0,133
2	38	0,290	22	0,339	60	0,306
3	16	0,122	4	0,061	20	0,102
4	13	0,099	13	0,200	26	0,133
5	25	0,191	9	0,138	34	0,173
6	10	0,076	7	0,108	17	0,087
7	8	0,061	5	0,077	13	0,066
Всего	131	1,000	65	1,000	196	1,000

2. Производится вычисление общего числа n_i вызовов в i -й район ($i = 1, 2, \dots, K$) независимо от количества ПА, выезжавших по вызову:

$$n_i = \sum_{l=1}^L m_{il}; \quad (6)$$

Производится вычисление суммарного числа m_l вызовов ПП в городе, по каждому из которых выезжало l ПА ($l = 1, 2, \dots, L$) независимо от районов выезда городских ПЧ:

$$m_l = \sum_{i=1}^K m_{il}. \quad (7)$$

Для полученных в результате подсчетов значений частот m_{il} , n_i , m_l должно выполняться соотношение

$$\sum_{l=1}^L m_l = \sum_{i=1}^K n_i = \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L m_{il} = n, \quad (8)$$

где n – общее число вызовов ПП в городе, зафиксированных в диспетчерском журнале за период времени наблюдения $T_{набл.}$

3. Производится вычисление доли ω_l , которую в общем числе вызовов ПП в городе составляют вызовы, для обслуживания которых привлекалось определенное число l ПА ($l = 1, 2, \dots, L$):

$$\omega_l = \frac{m_l}{\sum_{l=1}^L m_l} = \frac{m_l}{n}. \quad (9)$$

Для полученных в результате вычислений значений ω_l ($l = 1, 2, \dots, L$), называемых относительными частотами или частостями, должно выполняться соотношение

$$\sum_{l=1}^L \omega_l = \frac{\sum_{l=1}^L m_l}{n} = 1. \quad (10)$$

Относительная частота ω_{il} (или частость) привлечения l ПА по вызову в район выезда i -й ПЧ ($i = 1, 2, \dots, K$) вычисляется по аналогии как доля, которую в общем числе n_i вызовов в i -й район составляют вызовы, по каждому из которых выезжало l ПА ($l = 1, 2, \dots, L$):

$$\omega_{il} = \frac{m_{il}}{\sum_{l=1}^L m_{il}} = \frac{m_{il}}{n_i}, \quad (11)$$

Для полученных в результате вычислений значений относительных частот ω_{il} ($l = 1, 2, \dots, L$) должно выполняться соотношение

$$\sum_{l=1}^L \omega_{il} = \frac{\sum_{l=1}^L m_{il}}{n_i} = 1. \quad (12)$$

4. Перечень различных значений числа l выезжавших по вызову ПА ($l = 1, 2, \dots, L$), каждому из которых поставлено в соответствие значение частоты и частости, образует дискретный вариационный ряд. В табл. 4 представлены дискретные вариационные ряды распределений числа выездов ПП в городе Бор, соответствующие результатам расчетов для каждого из двух районов выезда городских ПЧ, а также для города в целом.

5. Графическое изображение дискретного вариационного ряда может быть осуществлено различным образом.

Для графического отображения распределения частот дискретного вариационного ряда производится построение полигона частот. Для этого в прямоугольной системе координат по оси абсцисс откладываются различные возможные дискретные значения количественной характеристики, а по оси ординат – частоты, соответствующие каждому из этих значений. Полученные точки последовательно соединяют отрезками прямых, которые образуют ломаную линию, называемую полигон (рис. 2).

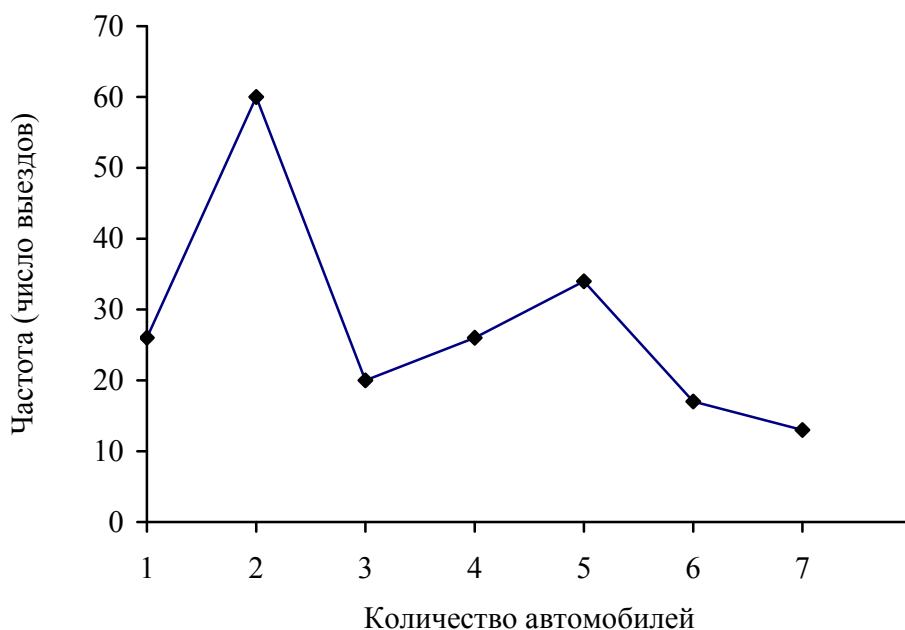


Рис. 2. Полигон распределения числа вызовов ПП, произошедших в городе Бор в 2005 году, по количеству выезжавших ПА

Графическое отображение распределения относительных частот (долей) удобно осуществлять с помощью секторной круговой диаграммы (рис. 3), методика построения которой описана в пункте 4 задания 1.

6. По результатам статистического исследования делается заключение о том, какое число ПА привлекается для обслуживания преобладающей части вызовов в городе. Например, исходя из представленных в табл. 4 данных для города Бор за 2005 год, можно сделать следующие выводы:

- из района выезда ПЧ-1 поступает в два раза вызовов ПП больше, чем из района выезда ПЧ-2;
- наиболее часто по вызову выезжает 2 ПА (в 30,6% случаев);
- около 56,1% от общего числа вызовов в городе имеют сложный характер и требуют для своего обслуживания выезда более двух ПА (так как $1 - \omega_1 - \omega_2 = 1 - 0,133 - 0,306 = 0,561$).

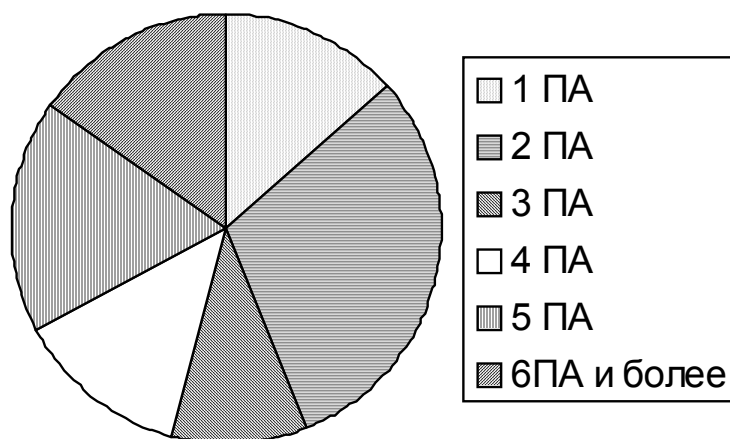


Рис. 3. Секторная круговая диаграмма распределения числа вызовов пожарных подразделений в городе Бор в 2005 году по количеству выезжавших для их обслуживания пожарных автомобилей

Задание 3

Провести статистическое исследование совместного распределения числа вызовов пожарных подразделений (ПП) в городе по объектам возникновения вызова и по количеству выезжавших по вызову основных пожарных автомобилей (ПА).

1. По данным диспетчерского журнала подсчитывается число m_{lu} вызовов ПП в городе, которые возникли на объектах u -го вида ($u = 1, 2, 3, \dots, U$, где U – число различных видов объектов вызова) и для обслуживания каждого из которых привлекалось l ПА ($l = 1, 2, 3, \dots, L$, где L – наибольшее количество ПА, выезжавших по вызову в городе). Подсчеты ведутся по данным, представленным в графах «Число ПА» и «Вид объекта вызова», с использованием кодификатора видов объекта вызова (табл. 1). Полученные в результате подсчетов значения m_{lu} ($l = 1, 2, \dots, L$; $u = 1, 2, \dots, U$) называемые частотами, заносятся в соответствующие ячейки таблицы, имеющей вид, аналогичный табл. 5 (для учебного диспетчерского журнала $U = 6, L = 4$).

Для значений частот m_{lu} должно выполняться соотношение

$$\sum_{l=1}^L \sum_{u=1}^U m_{lu} = n, \quad (13)$$

где n – общее число вызовов ПП в городе, зафиксированных в диспетчерском журнале за период времени наблюдения $T_{набл.}$.

2. Производится вычисление суммарного числа вызовов m_l , по каждому из которых выезжало l ПА ($l = 1, 2, \dots, L$) независимо от вида объектов возникновения вызова:

$$m_l = \sum_{u=1}^U m_{lu}. \quad (14)$$

Производится вычисление суммарного числа вызовов m_u , которые возникли на объектах u -го вида ($u = 1, 2, \dots, U$) независимо от количества ПА, выезжавших по вызову:

$$m_u = \sum_{l=1}^L m_{lu}. \quad (15)$$

4. Совокупность $L \times U$ возможных комбинаций значений двух рассматриваемых характеристик вызовов (количества выезжавших по вызову ПА и вида объекта вызова), каждой из которых поставлено в соответствие значение частоты (m_{lu}), образует двумерное частотное распределение, представленное в виде табл. 5.

Таблица 5

Совместное распределение числа вызовов пожарных подразделений в городе Бор по объектам вызовов и по количеству выезжавших пожарных автомобилей

Число ПА	Вид объекта вызова						Всего
	ЖС	ПР	ОЗ	НС	ОТ	ДО	
1	20	0	2	0	3	1	26
2	49	0	3	2	2	4	60
3	5	0	2	3	0	10	20
4	16	1	1	1	1	6	26
5	24	0	3	3	0	4	34
6	11	3	0	1	0	2	17
7	11	0	1	0	1	0	13
Всего	136	4	12	10	7	27	196

5. По результатам статистического исследования выявляются наиболее часто наблюдаемые значения каждой из двух рассматриваемых характеристик вызовов (количество выезжавших по вызову ПА и вид объекта вызова), а также комбинации значений этих характеристик, которым соответствует наибольшая частота (число вызовов).

Например, по представленным в табл. 5 данным для города Бор выявлено, что наиболее часто в городе возникают вызовы на объекты жилого сектора, что наиболее часто по вызову в городе выезжают два ПА, и что наиболее часто по вызовам на объекты жилого сектора в городе выезжают два ПА ($m_{21} = 49$).

Задание 4

Провести статистическое исследование динамики числа вызовов пожарных подразделений (ПП) в городе по периодам времени суток и по месяцам года.

1. Сутки разбиваются на некоторое число I периодов равной длительности. Удобно выделить шесть периодов времени суток ($I = 6$), продолжительностью по 4 ч каждый: $[0; 4)$, $[4; 8)$, $[8; 12)$, $[12; 16)$, $[16; 20)$, $[20; 24)$. Выделенные периоды последовательно нумеруются.

По диспетчерскому журналу подсчитывается число n_i вызовов ПП, поступивших в течение i -го периода времени суток ($i = 1, 2, \dots, I$). Подсчеты ведутся по данным, представленным в графе «Время вызова: час, мин».

Для полученных в результате подсчетов значений m_i ($i = 1, 2, \dots, I$), называемых уровнями ряда, должно выполняться соотношение

$$\sum_{i=1}^I m_i = n. \quad (16)$$

где n – общее число вызовов ПП в диспетчерском журнале за период времени наблюдения.

2. Формируется в виде табл. 6 ряд динамики числа вызовов ПП в городе по периодам времени суток.

Таблица 6

Распределение числа вызовов пожарных подразделений в городе Бор по четырехчасовым периодам времени суток

Номер периода времени суток i	Период времени суток, ч	Число вызовов за период m_i
1	$[0; 4)$	21
2	$[4; 8)$	18
3	$[8; 12)$	19
4	$[12; 16)$	36
5	$[16; 20)$	43
6	$[20; 24)$	59
Всего	$[0; 24)$	$n = 196$

3. Вычисляется средний уровень ряда динамики, т.е. среднее число вызовов, поступивших в течение четырехчасового периода времени суток:

$$\bar{m} = \frac{\sum_{i=1}^I m_i}{I} = \frac{\sum_{i=1}^6 m_i}{6} = \frac{n}{6}. \quad (17)$$

Например, по данным табл. 6 среднее число вызовов ПП в городе Бор, поступивших в течение четырехчасового периода времени суток, оказалось равным $\bar{m} = 196 / 6 = 32,7$.

4. Динамика числа вызовов ПП по периодам времени суток отображается графически в виде радиальной круговой диаграммы. Для построения диаграммы проводится окружность с радиусом, пропорциональным среднему уровню ряда (\bar{m}). Окружность делится на равные части по числу членов ряда (т.е. по числу $I = 6$ выделенных периодов времени в сутках) и из ее центра через конец каждой дуги проводится луч. Лучи последовательно нумеруются в направлении по часовой стрелке. Вдоль каждого луча с порядковым номером i от центра окружности откладывается отрезок, пропорциональный i -му уровню временного ряда m_i ($i = 1, 2, \dots, I$). Концы отрезков соединяются замкнутой ломаной линией.

Пример радиальной круговой диаграммы, построенной для города Бор по данным табл. 6, показан на рис. 4.

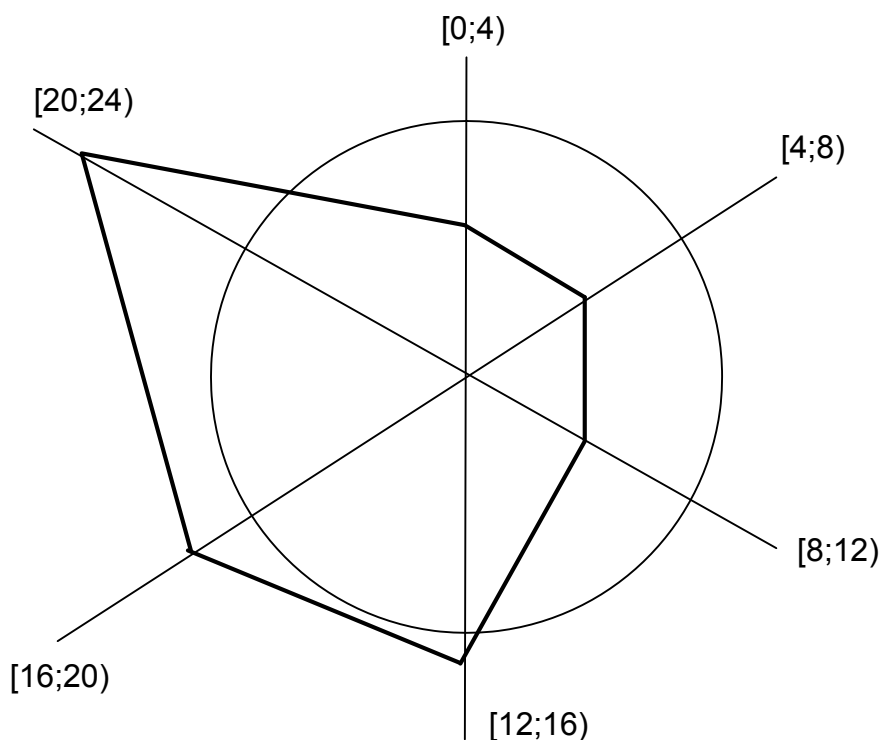


Рис. 4. Радиальная круговая диаграмма динамики числа вызовов пожарных подразделений в городе Бор по четырехчасовым периодам времени суток

5. По диспетчерскому журналу подсчитывается число m_j вызовов ПП, поступивших в течение j -го месяца ($j = 1, 2, 3, \dots, J$). Подсчеты ведутся исходя из данных, представленных в графе «Время вызова: месяц».

По учебному диспетчерскому журналу статистическое исследование проводится лишь за четыре месяца года ($J = 4$).

Для полученных в результате подсчетов значений m_j ($j=1, 2, \dots, J$) должно выполняться соотношение

$$\sum_{j=1}^J m_j = n. \quad (18)$$

6. Формируется в виде табл. 7 ряд динамики числа вызовов ПП в городе по месяцам года.

Таблица 7

Распределение числа вызовов пожарных подразделений в городе Бор по месяцам 2005 года

Номер месяца j	Месяц года	Число m_i вызовов
1	Январь	10
2	Февраль	6
3	Март	14
4	Апрель	23
5	Май	23
6	Июнь	22
7	Июль	15
8	Август	15
9	Сентябрь	14
10	Октябрь	20
11	Ноябрь	18
12	Декабрь	16
Всего	2005 год	$n = 196$

7. Динамика числа вызовов ПП в городе по месяцам года изображается графически в виде столбиковой диаграммы. Столбики на диаграмме, имеющие одинаковую ширину, соответствуют различным месяцам, а высота каждого столбика пропорциональна соответствующей частоте (числу вызовов ПП). Диаграмма может изображаться с сомкнутыми или с разомкнутыми столбиками.

На рис. 5 представлена построенная по данным табл. 7 столбиковая диаграмма, отображающая динамику числа вызовов ПП в городе Бор по месяцам 2005 года.

8. По результатам статистического исследования выявляются периоды времени суток, а также месяцы года, в которые поступает наибольшее и наименьшее число вызовов ПП в городе.

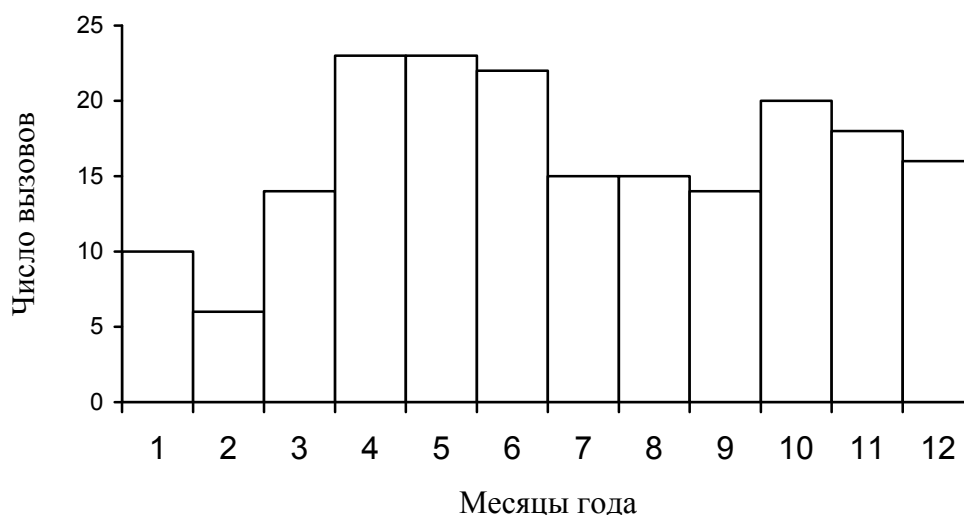


Рис. 5. Динамика числа вызовов пожарных подразделений в г.Бор по месяцам года

Раздел 2. Статистический анализ закономерностей процессов поступления и обслуживания вызовов пожарных подразделений в городе

Задание 5

Провести статистическое исследование и моделирование вероятностного распределения числа вызовов пожарных подразделений (ПП) в городе в интервале времени продолжительностью одни сутки.

1. Период времени наблюдения $T_{\text{набл}}$ за процессом функционирования ПП в городе разбивается на интервалы одинаковой длительности $\tau = 1$ сут. Общее число M выделенных временных интервалов определяется по формуле

$$M = T_{\text{набл}} / \tau. \quad (19)$$

Так как длительность периода времени наблюдения для учебного диспетчерского журнала выездов ПП по вызовам в городе составляет $T_{\text{набл}} = 120$ суток, то число выделенных временных интервалов длительности $\tau = 1$ сут оказывается равным $M = 120$. На каждом из этих временных интервалов (т.е. в течение каждых суток) происходит то или иное число вызовов ПП, которые зафиксированы в диспетчерском журнале.

2. По диспетчерскому журналу подсчитывается число m_k интервалов времени (суток) с определенным числом k вызовов ($k = 0, 1, 2, \dots$). Подсчеты ведутся исходя из данных, представленных в графе «Время вызова: день». Вызовы, возникающие в течение одних суток, имеют одинаковые даты поступления.

Получаемые в результате подсчетов значения m_k , называемые эмпирическими частотами, связаны между собой соотношением

$$\sum_{k=0}^{\infty} m_k = M. \quad (20)$$

Определить значение m_0 непосредственно по диспетчерскому журналу затруднительно, так как для этого нужно подсчитать число суток, даты которых отсутствуют в журнале (в эти дни вызовов не происходило). Исходя из соотношения (20), можно расчетным путем определить число m_0 временных интервалов (суток), в течение которых не произошло ни одного вызова:

$$m_0 = M - \sum_{k=1}^{\infty} m_k = M - (m_1 + m_2 + m_3 + \dots). \quad (21)$$

3. Эмпирическая вероятность $\omega_k(\tau)$ (называемая также частотой или относительной частотой) того, что в интервале времени продолжительностью $\tau = 1$ сут в городе произойдет определенное число k вызовов, оценивается как доля, которую в общем числе M выделенных временных интервалов (суток) составляют интервалы, в течение каждого из которых произошло ровно k вызовов:

$$\omega_k(\tau) = \frac{m_k}{M}. \quad (22)$$

Вычисленные значения вероятностей $\omega_k(\tau)$ для $k = 0, 1, 2, \dots$ связаны между собой соотношением

$$\sum_{k=0}^{\infty} \omega_k(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{\infty} m_k = 1. \quad (23)$$

4. Перечень различных значений $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, каждому из которых поставлены в соответствие значения эмпирической частоты m_k и эмпирической вероятности $\omega_k(\tau)$, образует дискретный вариационный ряд эмпирического распределения числа вызовов ПП в городе на интервале времени продолжительностью $\tau = 1$ сут (табл. 8).

5. Предполагая, что поток вызовов ПП в городе является простейшим и математически описывается законом распределения Пуассона (этот закон принимается в качестве теоретического распределения), производится оценка параметра λ для этого закона, который называется интенсивностью (или плотностью) потока вызовов и представляет собой среднее число вызовов ПП в городе за единицу времени (например, за сутки или за час):

$$\lambda = n / T_{\text{набл}} \text{ (вызовов/ед.времени)}, \quad (24)$$

где n – общее число вызовов в диспетчерском журнале за период времени наблюдения $T_{\text{набл}}$.

Например, интенсивность потока вызовов ПП в городе Бор, в котором за 2005 год (365 суток) зафиксированы 196 вызовов, оценивается по формуле (24) следующим образом:

$$\lambda = 196 \text{ (вызовов)} / 365 \text{ (сут)} = 0,537 \text{ (вызова/сут)} = 0,0224 \text{ (вызова/ч)}.$$

Таблица 8

Эмпирическое и теоретическое (пуассоновское) распределения числа вызовов ПП в интервале времени длительностью 1 сутки в городе Бор

Число вызовов k за время $\tau = 1$ сут	Распределение			
	эмпирическое		теоретическое	
	частота m_k	вероятность $\omega_k(\tau)$	вероятность $p_k(\tau)$	частота f_k
0	213	0,5836	0,5845	213,3
1	115	0,3151	0,3139	114,6
2	31	0,0849	0,0843	30,8
3	5	0,0137	0,0151	5,5
Более 3	1	0,0027	0,0022	0,8
Сумма	365	1,0000	1,0000	365,0

6. Расчет теоретических вероятностей $p_k(\tau)$ того, что в интервале времени продолжительностью $\tau = 1$ сут произойдет заданное число k вызовов ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), производится в соответствии с законом распределения Пуассона по формуле

$$p_k(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^k}{k!} \cdot \exp(-\lambda\tau). \quad (25)$$

Вычисления удобно производить последовательно для $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ с использованием рекуррентных формул

$$p_0(\tau) = \exp(-\lambda\tau); \quad (26)$$

$$p_k(\tau) = \frac{\lambda\tau}{k} \cdot p_{k-1}(\tau) \quad (k = 1, 2, 3, \dots). \quad (27)$$

При вычислении вероятностей по формулам (25)-(27) размерность единиц измерения времени в величинах λ и τ должна быть согласована.

Для любого фиксированного значения τ вероятности $p_k(\tau)$, соответствующие значениям $k = 0, 1, 2, \dots$, связаны между собой соотношением

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k(\tau) = 1. \quad (28)$$

Например, производя расчеты по формулам (26) и (27) для города Бор, получаем:

$$p_0(\tau) = \exp(-\lambda\tau) = \exp(-0,537 \cdot 1) = 0,5845;$$

$$p_1(\tau) = \lambda\tau \cdot p_0(\tau) = 0,537 \cdot 1 \cdot 0,5845 = 0,3139;$$

$$p_2(\tau) = \lambda \tau \cdot p_1(\tau) / 2 = 0,537 \cdot 1 \cdot 0,3139 / 2 = 0,0843;$$

$$p_3(\tau) = \lambda \tau \cdot p_2(\tau) / 3 = 0,537 \cdot 1 \cdot 0,0843 / 3 = 0,0151;$$

$$p_{>3}(\tau) = 1 - [p_0(\tau) + p_1(\tau) + p_2(\tau) + p_3(\tau)] = 0,0022.$$

7. Для каждого значения $k = 0, 1, 2, \dots$ вычисляется теоретическая частота f_k , т.е. ожидаемое в среднем за M временных интервалов длительностью τ число интервалов, на каждом из которых произойдет k вызовов:

$$f_k = M \cdot p_k(\tau). \quad (29)$$

Например, производя расчеты для города Бор, получаем:

$$f_0 = M \cdot p_0(\tau) = 365 \cdot 0,5845 = 213,3;$$

$$f_1 = M \cdot p_1(\tau) = 365 \cdot 0,3139 = 114,6;$$

$$f_2 = M \cdot p_2(\tau) = 365 \cdot 0,0843 = 30,8 \text{ и т.д.}$$

8. Перечень различных значений $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, каждому из которых поставлены в соответствие значения теоретической частоты f_k и теоретической вероятности $p_k(\tau)$, образует дискретный вариационный ряд теоретического распределения числа вызовов ПП в городе в интервале времени продолжительностью τ (см. табл. 8).

9. Производится совместное графическое изображение полученных дискретных вариационных рядов эмпирического и теоретического распределений в виде полигонов частот (рис. 6). Построение полигонов производится по методике, описанной в пункте 5 задания 2.

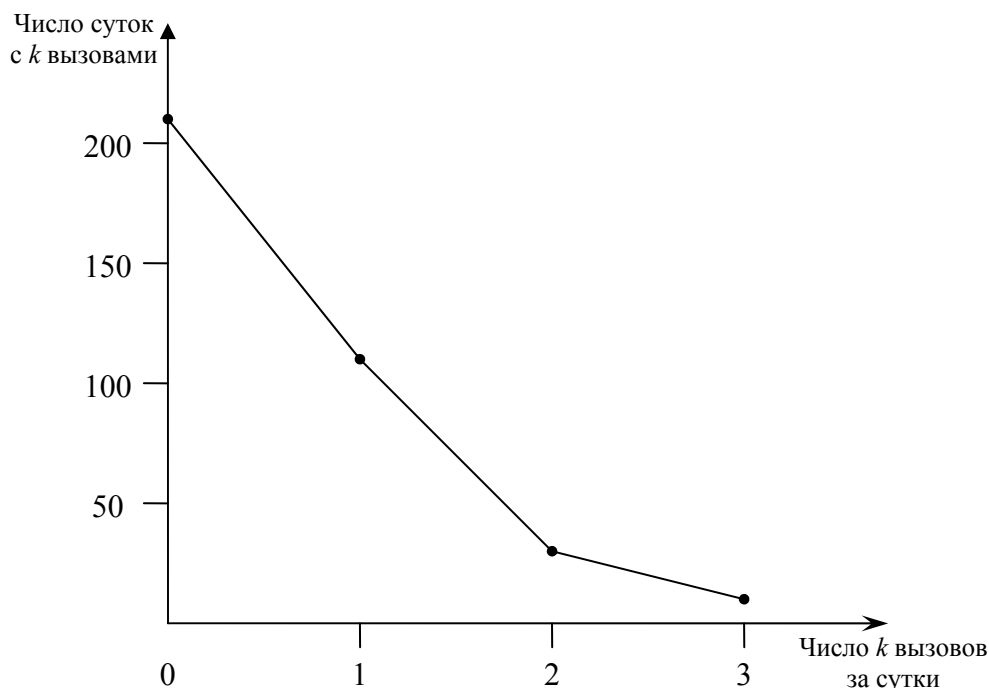


Рис. 6. Полигон частот эмпирического и теоретического распределений числа вызовов пожарных подразделений в городе Бор в интервале времени длительности одни сутки

10. Визуальное сопоставление полигонов эмпирического и теоретического распределений позволяет сделать вывод о сходстве либо о несходстве характеров рассматриваемых распределений (более точное заключение можно сделать, если для сопоставления использовать статистический критерий согласия Романовского, рассматриваемый в задании 7).

В примере по городу Бор расхождения между эмпирическим и теоретическим (пуассоновским) распределениями оказались несущественными (полигоны частот эмпирического и теоретического распределений на рис. 6 фактически полностью совпадают друг с другом).

Реальные потоки вызовов ПП во многих крупных городах являются нестационарными, т.е. их интенсивность непостоянна во времени. При математическом описании нестационарных потоков необходимо учитывать закономерности изменений их интенсивности во времени (см. задание 6).

Задание 6

Произвести количественное описание закономерностей изменения интенсивности потока вызовов пожарных подразделений (ПП) в городе под влиянием временных факторов, имеющих циклический характер (период времени суток и месяц года).

1. Для количественной оценки совместного влияния i -го периода времени суток ($i = 1, 2, \dots, I$) и j -го месяца года ($j = 1, 2, \dots, J$) на интенсивность потока вызовов ПП в городе производится построение двухфакторной мультипликативной регрессионной модели, которая имеет вид

$$\Lambda_{ij} = \lambda \cdot a_i \cdot b_j, \quad (30)$$

где λ – постоянная составляющая плотности потока вызовов ПП в городе;

a_i и b_j – параметры модели, соответственно отражающие эффекты влияния i -го периода времени суток и j -го месяца ($i = 1, 2, \dots, I$; $j = 1, 2, \dots, J$);

Λ_{ij} – рассчитываемое с помощью модели значение плотности потока вызовов в i -й период времени суток j -го месяца.

На основе статистических данных, содержащихся в учебном диспетчерском журнале выездов ПП по вызовам в городе, параметры b_j ($j = 1, 2, \dots, J$) представляется возможным оценить лишь для четырех месяцев ($J = 4$), суммарная продолжительность которых составляет период времени наблюдения $T_{\text{набл}} = 120$ суток = 2880 ч: январь – 31 суток, февраль – 28 суток, март – 31 суток, апрель – 30 суток.

Параметры a_i ($i = 1, 2, \dots, I$) оцениваются для шести четырехчасовых интервалов времени ($I = 6$), на которые разбиваются сутки (см. задание 3).

Исходными данными для оценки параметров модели являются следующие значения, подсчитанные по диспетчерскому журналу в задании 4:
 число m_i вызовов в i -й период времени суток ($i = 1, 2, \dots, I$);
 число m_j вызовов в j -м месяце ($j = 1, 2, \dots, J$).

Кроме того, производится подсчет продолжительности каждого j -го месяца (T_j , ч) и суммарной продолжительности каждого i -го периода времени суток (T_i , ч) за период времени наблюдения $T_{\text{набл}}$. Полученные исходные данные связаны соотношениями

$$\sum_{i=1}^I T_i = \sum_{j=1}^J T_j = T_{\text{набл}}; \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^I m_i = \sum_{j=1}^J m_j = n, \quad (32)$$

где n – число вызовов, произошедших за период времени наблюдения $T_{\text{набл}}$.

Оценка параметров модели (30) производится по формулам

$$a_i = \lambda_i / \lambda; \quad (33)$$

$$b_j = \lambda_j / \lambda; \quad (34)$$

где λ – интенсивность потока вызовов ПП в городе, которая оценивается по формуле (24) в задании 5;

λ_i и λ_j – интенсивности потока вызовов ПП соответственно в i -й период времени суток ($i = 1, 2, \dots, I$) и в j -ом месяце ($j = 1, 2, \dots, J$), которые оцениваются по формулам

$$\lambda_i = m_i / T_i; \quad (35)$$

$$\lambda_j = m_j / T_j. \quad (36)$$

Исходные данные для оценки параметров модели и результаты вычислений представляются в виде табл. 9 и 10.

2. Подставляя в модель (30) значения ее параметров, соответствующие $I \times J$ комбинациям индексов i и j , производится расчет значений Λ_{ij} интенсивности потока вызовов для различных периодов времени суток в различные месяцы. Полученные расчетные (прогнозируемые) значения Λ_{ij} представляются в виде табл. 11.

3. Исходя из расчетных (прогнозируемых) значений Λ_{ij} плотности потока вызовов ПП в городе (см. табл. 11), строится календарь уровней пожарной опасности в виде табл. 12. С этой целью область возможных значений интенсивности (любые неотрицательные действительные числа) разбивается на несколько непересекающихся интервалов и каждому интервалу присваивается ранг, отражающий уровень плотности (т.е., по существу, уровень пожарной опасности в городе).

Удобно выделить четыре уровня интенсивности потока вызовов ПП:

низкий уровень Λ_{ij} (ранг 1): $0 < \Lambda_{ij} < 0,5 \lambda$;

уровень Λ_{ij} ниже среднего (ранг 2): $0,5\lambda \leq \Lambda_{ij} < \lambda$;

уровень Λ_{ij} выше среднего (ранг 3): $\lambda \leq \Lambda_{ij} < 1,5\lambda$;

высокий уровень Λ_{ij} (ранг 4): $\Lambda_{ij} \geq 1,5\lambda$.

Следует заметить, что границы интервалов устанавливаются, исходя из значения параметра λ для конкретного города.

Таблица 9

Оценки эффектов влияния периодов времени суток на интенсивность потока вызовов пожарных подразделений в городе Бор

Номер периода i	Период времени суток, час	Длительность периода T_i , ч/год	Число вызовов m_i	Интенсивность потока λ_i , 1/ч	Эффект Влияния a_i
1	с 0 до 4	1460	21	0,0144	0,643
2	с 4 до 8	1460	18	0,0123	0,551
3	с 8 до 12	1460	19	0,0130	0,582
4	с 12 до 16	1460	36	0,0247	1,102
5	с 16 до 20	1460	43	0,0295	1,316
6	с 20 до 24	1460	59	0,0404	1,806
Итого	с 0 до 24	8760	196	0,0224	6,000

Таблица 10

Оценки эффектов влияния месяцев года на интенсивность потока вызовов пожарных подразделений в городе Бор

Номер месяца j	Месяц года	Длительность месяца T_j , ч/год	Число вызовов m_j	Интенсивность потока λ_j , 1/ч	Эффект влияния b_j
1	Январь	744	10	0,0134	0,601
2	Февраль	672	6	0,0089	0,399
3	Март	744	14	0,0188	0,841
4	Апрель	720	23	0,0319	1,428
5	Май	744	23	0,0309	1,382
6	Июнь	720	22	0,0306	1,366
7	Июль	744	15	0,0202	0,901
8	Август	744	15	0,0202	0,901
9	Сентябрь	720	14	0,0194	0,869
10	Октябрь	744	20	0,0269	1,201
11	Ноябрь	720	18	0,0250	1,117
12	Декабрь	744	16	0,0215	0,961
Итого	2005 год	8760	196	0,0224	11,967

Например, исходя из значения параметра $\lambda = 0,0224$ (вызовов/ч) для города Бор выделенные интервалы и присвоенные им ранги имеют вид:

ранг 1 – низкий уровень интенсивности (до 0,0112 вызовов/ч);

ранг 2 – уровень интенсивности ниже среднего (от 0,0112 до 0,0224 вызовов/ч);

ранг 3 – уровень интенсивности выше среднего (от 0,0224 до 0,0336 вызовов/ч);

ранг 4 – высокий уровень интенсивности (выше 0,0336 вызовов/ч).

Таблица 11

Расчетные значения Λ_{ij} (вызовов/ч) интенсивности потока вызовов пожарных подразделений в городе Бор по периодам времени суток и месяцам года

Период времени суток, ч	Месяц года												В среднем
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
с 0 до 4	0,009	0,006	0,012	0,021	0,020	0,020	0,013	0,013	0,013	0,017	0,016	0,014	0,014
с 4 до 8	0,007	0,005	0,010	0,018	0,017	0,017	0,011	0,011	0,011	0,015	0,014	0,012	0,012
с 8 до 12	0,008	0,005	0,011	0,019	0,018	0,018	0,012	0,012	0,011	0,016	0,015	0,013	0,013
с 12 до 16	0,015	0,010	0,021	0,035	0,034	0,034	0,022	0,022	0,021	0,030	0,028	0,024	0,025
с 16 до 20	0,018	0,012	0,025	0,042	0,041	0,040	0,027	0,027	0,026	0,035	0,033	0,028	0,029
с 20 до 24	0,024	0,016	0,034	0,058	0,056	0,055	0,036	0,036	0,035	0,049	0,045	0,039	0,040
В среднем	0,013	0,009	0,019	0,032	0,031	0,031	0,020	0,020	0,019	0,027	0,025	0,022	0,022

Для каждого расчетного значения Λ_{ij} ($i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J$) определяется его принадлежность к одному из выделенных интервалов значений плотности потока и выявляется соответствующий ему ранг r_{ij} . Полученные таким образом ранги r_{ij} расчетных значений интенсивности потока вызовов ПП в городе Бор представлены в табл. 12.

По календарю уровней пожарной опасности выявляются периоды времени суток в различные месяцы года, для которых характерны повышенная или пониженная интенсивность потока вызовов ПП в городе.

Таблица 12

Ранги (r_{ij}) расчетных значения интенсивности потока вызовов пожарных подразделений в городе Бор по периодам времени суток и по месяцам года

Период времени суток, ч	Месяц года												В среднем
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
с 0 до 4	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
с 4 до 8	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2
с 8 до 12	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
с 12 до 16	2	1	2	4	4	4	2	2	2	3	3	3	3
с 16 до 20	2	2	3	4	4	4	3	3	3	4	3	3	3
с 20 до 24	3	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
В среднем	2	1	2	3	3	3	2	2	2	3	3	2	2-3

4. Желающие могут произвести сравнительную оценку разброса значений интенсивности потока относительно среднего уровня λ под влиянием фактора A (период времени суток) и под влиянием фактора B (месяц), вычисляя для рядов динамики λ_i ($i = 1, 2, \dots, I$) (табл. 9) и λ_j ($j = 1, 2, \dots, J$) (табл. 10) такие меры разброса (рассеяния), как стандарты ряда S_A и S_B (называемые также средними квадратичными отклонениями), а также коэффициенты вариации v_A и v_B (показывающие, какую долю составляет стандарт ряда от его среднего уровня):

$$S_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^I (\lambda_i - \lambda)^2}{I}}; \quad (37)$$

$$S_B = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (\lambda_j - \lambda)^2}{J}}; \quad (38)$$

$$v_A = \frac{S_A}{\lambda} \times 100\%; \quad (39)$$

$$v_B = \frac{S_B}{\lambda} \times 100\%. \quad (40)$$

Например, вычисления по формулам (37)-(40) по данным для города Бор привели к следующим результатам: $S_A = 0,0103$ (вызовов/ч); $S_B = 0,0068$ (вызовов/ч); $v_A = 45,9\%$; $v_B = 30,3\%$. Таким образом, интенсивность потока вызовов ПП в городе Бор значительно больше варьируется (изменяется) по периодам времени суток, чем по месяцам года.

5. Желающие могут произвести проверку адекватности построенной регрессионной модели путем сравнения расчетных значения интенсивности потока Λ_{ij} с соответствующими эмпирическими значениями λ_{ij} .

С этой целью по данным, зафиксированным в диспетчерском журнале выездов ПП в графе «Время вызова: месяц, час и мин» подсчитывается произошедшее число вызовов (m_{ij}) для каждого i -го периода времени суток в j -м месяце ($i = 1, 2, \dots, I$; $j = 1, 2, \dots, J$) (табл. 13).

Кроме того вычисляется суммарная длительность (T_{ij}) каждого i -го периода времени суток в j -м месяце

$$T_{ij} = T_j / 6. \quad (41)$$

Полученные данные связаны соотношениями

$$\sum_{i=1}^{I=6} \sum_{j=1}^{J=4} m_{ij} = n; \quad (42)$$

$$\sum_{i=1}^{I=6} \sum_{j=1}^{J=4} T_{ij} = T_{\text{набл}} \quad (43)$$

Эмпирическое значение λ_{ij} интенсивности потока вызовов в i -м периоде времени суток j -го месяца ($i = 1, 2, \dots, I$; $j = 1, 2, \dots, J$) оценивается по формуле

$$\lambda_{ij} = m_{ij} / T_{ij} \quad (44)$$

Полученные эмпирические значения λ_{ij} представляются в виде табл. 14.

Таблица 13

Распределение числа m_{ij} вызовов пожарных подразделений в городе Бор по периодам времени суток и по месяцам 2005 года

Период времени суток, ч	Месяц года												В среднем
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
с 0 до 4	1	1	0	1	3	3	0	1	1	3	6	1	21
с 4 до 8	0	1	0	0	4	5	1	2	1	2	1	1	18
с 8 до 12	2	1	2	4	1	0	1	0	1	2	1	4	19
с 12 до 16	0	1	1	6	3	0	6	2	6	3	5	3	36
с 16 до 20	3	0	2	6	5	7	3	4	3	4	2	4	43
с 20 до 24	4	2	9	6	7	7	4	6	2	6	3	3	59
В среднем	10	6	14	23	23	22	15	15	14	20	18	16	196

Аппроксимационные свойства модели (30) оцениваются с помощью коэффициента детерминации D , который вычисляется по формуле

$$D = \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (\Lambda_{ij} - \lambda)^2}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (\lambda_{ij} - \lambda)^2} \quad (45)$$

Коэффициент детерминации D показывает, какую долю вариации эмпирических значений интенсивности потока λ_{ij} по периодам времени суток и месяцам года удастся «объяснить» с помощью рассчитанных на основе модели значений Λ_{ij} . Областью значений величины D является интервал от нуля (модель не позволяет ничего «объяснить») до единицы (модель полностью «описывает» эмпирические значения интенсивности потока).

Значение коэффициента детерминации, вычисленное по данным для города Бор (табл. 11 и 14) по формуле (45), оказалось достаточно высоким ($D = 0,504$), что свидетельствует о способности построенной модели «объяснять» изменения интенсивности потока вызовов по времени суток и по месяцам года, а также количественно оценивать эти циклические изменения.

Таблица 14

Эмпирические значения λ_{ij} (вызовов/ч) интенсивности потока вызовов пожарных подразделений в городе Бор по периодам времени суток и по месяцам года

Период времени суток, ч	Месяц года												В среднем
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
с 0 до 4	0,008	0,009	0,000	0,008	0,024	0,025	0,000	0,008	0,008	0,024	0,050	0,008	0,014
с 4 до 8	0,000	0,009	0,000	0,000	0,032	0,042	0,008	0,016	0,008	0,016	0,008	0,008	0,012
с 8 до 12	0,016	0,009	0,016	0,033	0,008	0,000	0,008	0,000	0,008	0,016	0,008	0,032	0,013
с 12 до 16	0,000	0,009	0,008	0,050	0,024	0,000	0,048	0,016	0,050	0,024	0,042	0,024	0,025
с 16 до 20	0,024	0,000	0,016	0,050	0,040	0,058	0,024	0,032	0,025	0,032	0,017	0,032	0,029
с 20 до 24	0,032	0,018	0,073	0,050	0,056	0,058	0,032	0,048	0,017	0,048	0,025	0,024	0,040
В среднем	0,013	0,009	0,019	0,032	0,031	0,031	0,020	0,020	0,019	0,027	0,025	0,022	0,022

Задание 7

Провести статистическое исследование и моделирование вероятностного распределения длительности времени обслуживания вызова пожарными подразделениями (ПП) в городе.

1. Область возможных значений величины $\tau_{\text{обс}}$ длительности времени обслуживания вызова ПП, представляющая собой множество неотрицательных действительных чисел, разбивается на ν интервалов. Выделенные интервалы последовательно нумеруются. Интервал, которому присвоен порядковый номер j ($j=1, 2, \dots, \nu$), задается своими границами: нижней τ_j^H и верхней τ_j^E .

Выделим $\nu = 5$ интервалов со следующими границами: $[0; 30)$, $[30; 60)$, $[60; 90)$, $[90; 120)$, $[120; \infty)$.

2. По результатам наблюдений за длительностью времени обслуживания n вызовов, зафиксированных в диспетчерском журнале, подсчитывается число m_j вызовов, длительность времени обслуживания каждого из которых попадает в j -й интервал ($j = 1, 2, \dots, \nu$), т.е. выполняется условие $\tau_j^H \leq \tau_{\text{обс}} < \tau_j^E$. Для полученных в результате подсчетов значений эмпирических частот m_j ($j = 1, 2, \dots, \nu$) должно выполняться соотношение

$$\sum_{j=1}^{\nu} m_j = n. \quad (46)$$

3. Эмпирическая вероятность того, что значения случайной величины $\tau_{\text{обс}}$ попадут в j -й интервал ($j = 1, 2, \dots, \nu$), иначе называемая частотой (или относительной частотой) и обозначаемая через ω_j , находится по формуле

$$\omega_j = m_j / n. \quad (47)$$

Для полученных в результате вычислений значений ω_j ($j = 1, 2, \dots, v$) должно выполняться соотношение

$$\sum_{j=1}^v \omega_j = \frac{\sum_{j=1}^v m_j}{n} = 1. \quad (48)$$

4. Совокупность выделенных интервалов $[\tau_j^H; \tau_j^E)$ ($j = 1, 2, \dots, v$) вместе с эмпирическими частотами m_j и эмпирическими вероятностями ω_j попадания значений длительности времени обслуживания вызова в каждый из них образует интервальный вариационный ряд эмпирического распределения величины $\tau_{\text{обс}}$, который представляется в виде табл. 15.

Таблица 15

Эмпирическое и теоретическое (показательное) распределения длительности времени обслуживания вызова пожарными подразделениями в городе Бор

Номер интервала j	Границы интервала, мин		Эмпирическое распределение		Теоретическое распределение	
	τ_j^H	τ_j^E	m_j	ω_j	p_j	f_j
1	0	30	63	0,321	0,3550	69,6
2	30	60	32	0,163	0,2290	44,9
3	60	90	32	0,163	0,1477	28,9
4	90	120	23	0,117	0,0953	18,7
5	120	∞	46	0,235	0,1731	33,9
Всего	-	-	196	1,000	1,000	196

5. Вычисляется средняя длительность времени обслуживания вызова ПП в городе ($\bar{\tau}_{\text{обс}}$). Вычисления могут быть произведены различными способами в зависимости от способа представления исходных данных.

Если использовать результаты наблюдений за длительностью времени обслуживания каждого из n вызовов, зафиксированные в диспетчерском журнале, то вычисляется простое среднее арифметическое:

$$\bar{\tau}_{\text{обс}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \tau_i, \quad (49)$$

где τ_i – длительность времени обслуживания i -го вызова.

Если использовать данные, сгруппированные и представленные в виде интервального вариационного ряда (табл. 15), то вычисляется взвешенное среднее арифметическое:

$$\bar{\tau}_{\text{обс}} = \sum_{j=1}^v \tau_j^E \omega_j = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^v \tau_j^E m_j, \quad (50)$$

где τ_j^c – середина j -го интервала значений $[\tau_j^H; \tau_j^B]$, которая находится как полусумма его нижней и верхней границ:

$$\tau_j^c = (\tau_j^H + \tau_j^B) / 2. \quad (51)$$

Среднее арифметическое взвешенное является менее точным, чем простое, но для его нахождения требуется значительно меньший объем вычислительных операций. Например, средняя длительность времени обслуживания вызова ПП в городе Бор вычисляется по данным табл. 15 по формуле (50) следующим образом

$$\bar{\tau}_{\text{обс}} = \frac{1}{196} (15 \cdot 63 + 45 \cdot 32 + 75 \cdot 32 + 105 \cdot 23 + 135 \cdot 46) = 68,4 (\text{мин}) = 1,140 (\text{ч}).$$

6. Предполагая, что длительность времени обслуживания вызова ПП в городе ($\tau_{\text{обс}}$) является непрерывной случайной величиной, вероятностное распределение которой соответствует показательному закону распределения, и принимая показательный закон в качестве теоретического распределения, оценивается параметр μ этого закона:

$$\mu = \frac{1}{\bar{\tau}_{\text{обс}}}. \quad (52)$$

Например, по данным для города Бор получаем

$$\mu = 0,0146 (\text{вызов/мин}) = 0,877 (\text{вызов/ч}).$$

7. Расчет теоретической вероятности p_j того, что значения случайной величины $\tau_{\text{обс}}$ попадут в j -й выделенный интервал с заданными границами $[\tau_j^H; \tau_j^B]$, производится для $j = 1, 2, \dots, \nu$ по формуле

$$p_j = p\{\tau_j^H \leq \tau_{\text{обс}} < \tau_j^B\} = \exp(-\mu \tau_j^H) - \exp(-\mu \tau_j^B). \quad (53)$$

Например, производя расчеты по формуле (53) для города Бор, при $\mu = 0,0146$ вызов/мин получаем

$$p_1 = p\{0 \leq \tau_{\text{обс}} < 30\} = \exp(-0,0146 \cdot 0) - \exp(-0,0146 \cdot 30) = 1 - 0,6450 = 0,3550;$$

$$p_2 = p\{30 \leq \tau_{\text{обс}} < 60\} = \exp(-0,0146 \cdot 30) - \exp(-0,0146 \cdot 60) = 0,6450 - 0,4160 = 0,2290; \dots$$

$$p_5 = p\{120 \leq \tau_{\text{обс}} < \infty\} = \exp(-0,0146 \cdot 120) - \exp(-0,0146 \cdot \infty) = 0,1731 - 0 = 0,1731.$$

Значения вероятностей p_j для $j = 1, 2, \dots, \nu$ связаны соотношением

$$\sum_{j=1}^{\nu} p_j = 1. \quad (54)$$

8. Для каждого выделенного интервала с порядковым номером j ($j = 1, 2, \dots, \nu$) вычисляется теоретическая частота f_j , т.е. ожидаемое в среднем число вызовов, длительность времени обслуживания каждого из которых окажется в пределах границ j -го интервала, при общем числе n вызовов ПП в городе:

$$f_j = np_j. \quad (55)$$

9. Совокупность выделенных интервалов $[\tau_j^H; \tau_j^E)$ ($j = 1, 2, \dots, v$) вместе с теоретическими вероятностями p_j и теоретическими частотами f_j попадания значений длительности времени обслуживания вызова в каждый из них образует интервальный вариационный ряд теоретического распределения случайной величины $\tau_{\text{обс}}$ (см. табл. 15).

10. Производится совместное графическое изображение полученных интервальных вариационных рядов эмпирического и теоретического распределений в виде гистограмм (рис. 7).

Гистограмма представляет собой ступенчатую фигуру, построенную в прямоугольной системе координат и состоящую из прямоугольников. Основанием каждого из них служит тот или иной из выделенных на оси абсцисс интервалов $[\tau_j^H; \tau_j^E)$, а его высота пропорциональна соответствующей этому интервалу частоте (либо вероятности).

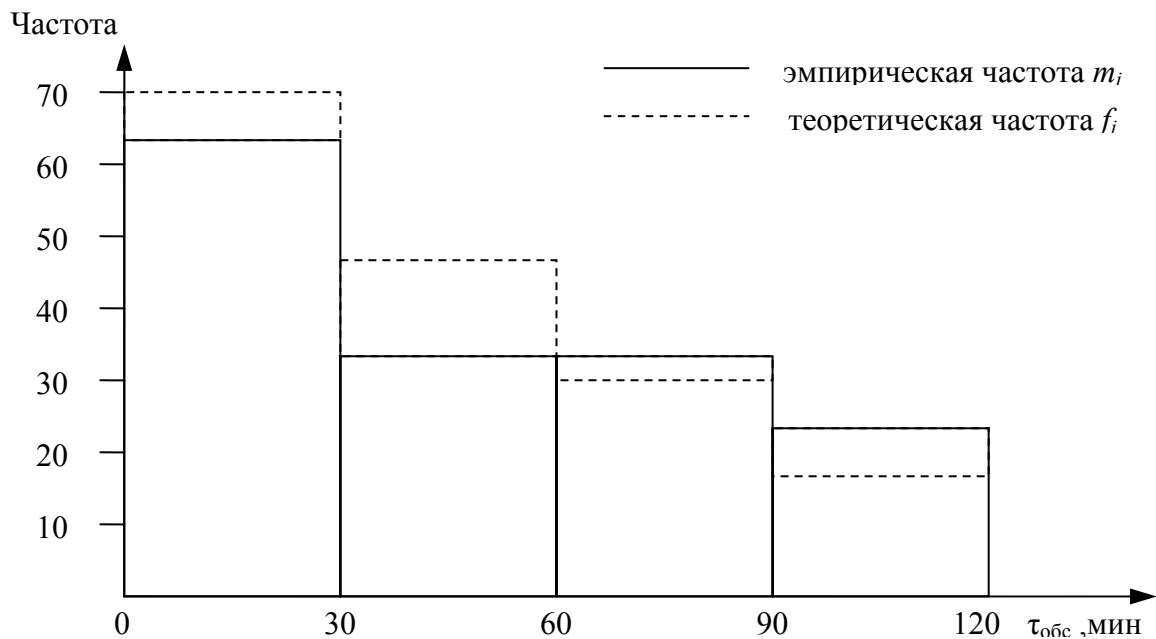


Рис. 7. Гистограммы эмпирического и теоретического распределений длительности времени обслуживания вызова пожарными подразделениями в городе Бор

11. Визуальное сопоставление интервальных вариационных рядов эмпирического и теоретического распределений позволяет сделать вывод о сходстве либо о несходстве характеров распределений. Для того чтобы определить, какими можно считать расхождения между теоретическим и эмпирическим распределениями: случайными (т.е. следствием недостаточного числа наблюдений, использованных для построения эмпирического распределения) или закономерными (т.е. обусловленными неверным выбором

теоретического закона распределения), используется статистический критерий согласия Романовского.

12. С помощью критерия согласия Романовского осуществляется сопоставление эмпирического ряда частот m_j и теоретического ряда частот f_j ($j = 1, 2, 3, \dots, v$). При этом требуется, чтобы для каждого j -го значения (или интервала значений изучаемой случайной величины) его теоретическая частота удовлетворяла условию

$$f_j \geq 9. \quad (56)$$

Если для какого-либо j -го значения (группы значений) случайной величины условие (56) не выполняется, то j -е значение (группа) объединяется с $(j-1)$ -м значением (группой) либо с $(j+1)$ -м значением (группой). При этом соответствующие объединяемым группам частоты (теоретические, эмпирические) суммируются. Число получаемых значений (групп значений) случайной величины, для каждой из которых выполняется условие (56), обозначим через V .

Расчетное значение критерия Романовского (ρ) находится по формуле

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{2(V - Z - 1)}} \cdot \left| \sum_{j=1}^v \frac{(m_j - f_j)^2}{f_j} - (V - Z - 1) \right|, \quad (57)$$

где Z – число параметров закона распределения случайной величины, выбранного в качестве теоретического (для показательного закона и для закона Пуассона $Z = 1$).

Расчетное значение ρ критерия Романовского сравнивается с критическим значением, которым является число 3. Расхождения между теоретическим и эмпирическим распределениями следует считать несущественными (т.е. случайными) в том случае, если $\rho < 3$. В противном случае (при $\rho \geq 3$) расхождения следует считать существенными.

В примере по городу Бор (табл. 15) имеется пять интервалов (групп) значений случайной величины $\tau_{\text{обс}}$, для каждого из которых выполняется условие (56), т.е. следует принять $V = 5$. Расчет значения критерия Романовского производится по формуле (57) с использованием значений частот m_j и f_j из табл. 15

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{2(5 - 1 - 1)}} \cdot \left| \frac{(63 - 69,6)^2}{69,6} + \dots + \frac{(46 - 33,9)^2}{33,9} - (5 - 1 - 1) \right| = 2,83.$$

Расчетное значение критерия Романовского $\rho = 2,83$ не превысило критическое значение ($\rho < 3$), т.е. расхождения между эмпирическим и теоретическим распределениями можно считать несущественными. Таким образом, показательный закон распределения может быть использован для

приближенных вероятностных расчетов, связанных с длительностью времени обслуживания вызова ПП в городе Бор.

Раздел 3. Математические модели процесса функционирования пожарных подразделений по обслуживанию вызовов в городе

Задание 8

Провести математическое моделирование процесса возникновения ситуаций одновременного обслуживания того или иного числа вызовов пожарными подразделениями (ПП) в городе.

1. Потребность в одновременном обслуживании двух и более вызовов возникает в тех случаях, когда момент поступления очередного вызова предшествует моменту окончания обслуживания хотя бы одного ранее поступившего вызова.

Вводится в рассмотрение возникающая в процессе оперативной деятельности ПП в городе ситуация $\{m\}$, в которой под обслуживанием одновременно находится некоторое число m вызовов ($m = 0, 1, 2, \dots$).

2. Вероятность $p\{m\}$ того, что в произвольный момент времени ПП в городе будут одновременно обслуживать заданное число m вызовов (т.е. имеет место ситуация $\{m\}$), вычисляется по формуле

$$p\{m\} = \frac{(\lambda \bar{\tau}_{обс})^m}{m!} \cdot \exp(-\lambda \bar{\tau}_{обс}) \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (58)$$

где λ – плотность потока вызовов ПП в городе, которая оценивается по формуле (24) в задании 5;

$\bar{\tau}_{обс}$ – средняя длительность времени обслуживания вызова ПП в городе, которая оценивается по формулам (49) или (50) в задании 7.

Вычисления удобно производить последовательно для $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ с использованием рекуррентных формул

$$p\{0\} = \exp(-\alpha), \quad (59)$$

$$p\{m\} = \frac{\alpha}{m} p\{m-1\} \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (60)$$

где α – параметр, который называется приведенной интенсивностью потока и оценивается по формуле

$$\alpha = \lambda \cdot \bar{\tau}_{обс}. \quad (61)$$

При проведении вычислений размерность единиц измерения времени в величинах λ и $\bar{\tau}_{обс}$ должна быть согласована.

Например, приведенная интенсивность потока вызовов ПП в городе Бор оценивается по формуле (61) следующим образом:

$$\alpha = \lambda \cdot \bar{\tau}_{обс} = 0,0224 \text{ (вызовов/ч)} \cdot 1,14 \text{ (ч/вызов)} = 0,02551.$$

Производя расчеты для города Бор по формулам (59) и (60), получаем

$$p\{0\} = \exp(-\alpha) = \exp(-0,02551) = 0,974815;$$

$$p\{1\} = \alpha \cdot p\{0\} = 0,02551 \cdot 0,974815 = 0,024865;$$

$$p\{2\} = \alpha \cdot p\{1\} / 2 = 0,02551 \cdot 0,024865 / 2 = 0,000317;$$

$$p\{3\} = \alpha \cdot p\{2\} / 3 = 0,02551 \cdot 0,000317 / 3 = 0,000003; \text{ и т.д.}$$

Значения $p\{m\}$ для $m = 0, 1, 2, \dots$ связаны между собой соотношением

$$\sum_{m=0}^{\infty} p\{m\} = 1. \quad (62)$$

3. Суммарная длительность времени $T\{m\}$ пребывания ПП в ситуации $\{m\}$ за период времени наблюдения $T_{набл}$ вычисляется по формуле

$$T\{m\} = T_{набл} \cdot p\{m\} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (63)$$

Длительность периода времени наблюдения за процессом функционирования ПП в городе в дальнейших расчетах следует принять равной $T_{набл} = 1 \text{ год} = 8760 \text{ ч}$.

Например, производя расчеты для города Бор, получаем

$$T\{0\} = T_{набл} \cdot p\{0\} = 8760 \cdot 0,974815 = 8539,38 \text{ (ч)};$$

$$T\{1\} = T_{набл} \cdot p\{1\} = 8760 \cdot 0,024865 = 217,82 \text{ (ч)};$$

$$T\{2\} = T_{набл} \cdot p\{2\} = 8760 \cdot 0,000317 = 2,78 \text{ (ч)} \text{ и т.д.}$$

Значения $T\{m\}$ для $m = 0, 1, 2, \dots$ связаны между собой соотношением

$$\sum_{m=0}^{\infty} T\{m\} = T_{набл}. \quad (64)$$

4. Ожидаемое за период времени наблюдения число $f\{m\}$ случаев, когда при возникновении очередного вызова возникает потребность в одновременном обслуживании m вызовов, вычисляется по формуле

$$f\{m\} = \lambda \cdot p\{m-1\} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (65)$$

Например, производя расчеты для города Бор, получаем

$$f\{1\} = \lambda \cdot p\{0\} = 196 \cdot 0,974815 = 191,07 \text{ (случ./год)};$$

$$f\{2\} = \lambda \cdot p\{1\} = 196 \cdot 0,024865 = 4,87 \text{ (случ./год)};$$

$$f\{3\} = \lambda \cdot p\{2\} = 196 \cdot 0,000317 = 0,06 \text{ (случ./год)} \text{ и т.д.}$$

Значения $f\{m\}$ для $m = 0, 1, 2, \dots$ связаны между собой соотношением

$$\sum_{m=1}^{\infty} f\{m\} = \sum_{m=1}^{\infty} (\lambda \cdot p\{m-1\}) = \lambda \sum_{m=0}^{\infty} p\{m\} = \lambda. \quad (66)$$

5. Результаты расчетов сводятся в табл. 16.

6. Исходя из данных, представленных в табл. 16, делается вывод о том, что в городе Бор реально следует рассчитывать на возникновение ситуации одновременного обслуживания двух вызовов ПП. Такая ситуация может возникать в среднем пять раз в течение года ($f\{2\} = 4,9$), а суммарная ее длительность ориентировочно составит около 0,03 % времени ($p\{2\}$

$= 0,000317$), т.е. приблизительно 2,8 ч за год. Возникновение ситуации одновременного обслуживания трех вызовов ПП в городе маловероятно, следует ожидать возникновения такой ситуации в среднем один раз за 16 лет ($f\{3\} = 0,06$).

Таблица 16

Характеристики процесса одновременного обслуживания того или иного числа вызовов пожарными подразделениями города Бор

Число m одновременно обслуживаемых вызовов ПП	Вероятность возникновения $p\{m\}$	Суммарная длительность времени $T\{m\}$, час в год	Частота возникновения $f\{m\}$, случаев в год
0	0,974815	8539,38	-
1	0,024865	217,82	191,07
2	0,000317	2,78	4,87
3	0,000003	0,02	0,06
...
Всего	$\approx 1,000000$	$\approx 8760,0$	≈ 196

7. По учебному диспетчерскому журналу выявляются вызовы ПП, обслуживание которых осуществлялось одновременно, т.е. для них выполняется условие, указанное в п. 1 задания 8.

Фрагменты процесса функционирования ПП в городе, связанные с возникновением ситуаций одновременного обслуживания двух и более вызовов (с указанием порядковых номеров вызовов), изображаются графически. В качестве примеров на рис. 8 схематично изображены три ситуации одновременного обслуживания двух вызовов, выявленные по данным диспетчерского журнала для города Бор в 2005 году.

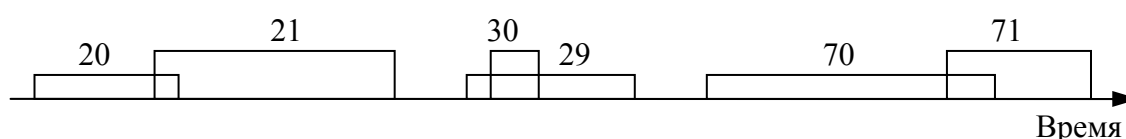


Рис. 8. Схематическое изображение фрагментов процесса одновременного обслуживания нескольких вызовов пожарными подразделениями города Бор в 2005 г

Длительность одновременного обслуживания двух вызовов составляет: 0,4 ч для вызовов 20 и 21, 0,3 ч для вызовов 29 и 30, 0,22 ч для вызовов 70 и 71. Таким образом, эмпирическое значение суммарной длительности времени пребывания ПП в городе Бор в ситуации $\{2\}$ за период времени наблюдения $T_{набл} = 1$ год оказалось равным 0,92 ч.

Задание 9

Провести математическое моделирование процесса возникновения ситуаций одновременной занятости того или иного числа оперативных отделений на основных пожарных автомобилях (ПА) обслуживанием вызовов в городе.

1. Вводится в рассмотрение возникающая в процессе оперативной деятельности пожарных подразделений (ПП) ситуация $\{k\}$, в которой обслуживанием вызовов в городе одновременно занято некоторое число k ПА ($k = 0, 1, 2, \dots$).

2. Вероятность $p\{k\}$ того, что в произвольный момент времени обслуживанием вызовов в городе будут одновременно заняты k ПА (т.е. имеет место ситуация $\{k\}$), вычисляется последовательно для $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ с помощью рекуррентных формул

$$p\{0\} = \exp(-\alpha), \quad (67)$$

$$p\{k\} = \frac{\alpha}{k} \sum_{l=1}^k l \cdot \omega_l \cdot p\{k-l\} \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (68)$$

где α – приведенная интенсивность потока вызовов в городе, которая оценивается по формуле (61) в задании 8; ω_l – относительная частота (частотность) привлечения определенного числа l ПА для обслуживания вызова в городе, которая оценивается по формуле (9) в задании 2.

Например, производя расчеты по формулам (67) и (68) для города Бор, при $\alpha = 0,02551$ получаем

$$p\{0\} = \exp(-\alpha) = \exp(-0,02551) = 0,974815;$$

$$p\{1\} = \alpha \omega_1 p\{0\} = 0,02551 \cdot 0,133 \cdot 0,974815 = 0,003307;$$

$$p\{2\} = \alpha(\omega_1 p\{1\} + 2\omega_2 p\{0\})/2 = 0,02551 \cdot ([0,133 \cdot 0,003307 + 2 \cdot 0,306 \cdot 0,974815])/2 = 0,007614;$$

$$p\{3\} = \alpha(\omega_1 p\{2\} + 2\omega_2 p\{1\} + 3\omega_3 p\{0\})/3 = 0,02551 \cdot (0,133 \cdot 0,007614 + 2 \cdot 0,306 \cdot 0,003307 + 3 \cdot 0,102 \cdot 0,974815)/3 = 0,002562;$$

$$p\{4\} = \alpha(\omega_1 p\{3\} + 2\omega_2 p\{2\} + 3\omega_3 p\{1\} + 4\omega_4 p\{0\})/4 = 0,02551 \cdot (0,133 \cdot 0,002562 + 2 \cdot 0,306 \cdot 0,007614 + 3 \cdot 0,102 \cdot 0,003307 + 4 \cdot 0,133 \cdot 0,974815)/4 = 0,003345 \text{ и т.д.}$$

Значения $p\{k\}$ для $k = 0, 1, 2, \dots$ связаны между собой соотношением

$$\sum_{k=0}^{\infty} p\{k\} = 1. \quad (69)$$

3. Суммарная длительность времени $T\{k\}$ пребывания в ситуации $\{k\}$ за период времени наблюдения $T_{\text{набл}}$ вычисляется по формуле

$$T\{k\} = T_{\text{набл}} \cdot p\{k\} \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (70)$$

Длительность периода времени наблюдения за процессом функционирования ПП в городе в дальнейших расчетах следует принять равной $T_{\text{набл}} = 1 \text{ год} = 8760 \text{ ч}$.

Например, производя расчеты для города Бор, получаем

$$T\{0\} = T_{\text{набл}} \cdot p\{0\} = 8760 \cdot 0,974815 = 8539,38 \text{ (ч)};$$

$$T\{1\} = T_{\text{набл}} \cdot p\{1\} = 8760 \cdot 0,003307 = 28,97 \text{ (ч)};$$

$$T\{2\} = T_{\text{набл}} \cdot p\{2\} = 8760 \cdot 0,007614 = 66,70 \text{ (ч)} \text{ и т.д.}$$

Значения $T\{k\}$ для $k = 0, 1, 2, \dots$ связаны соотношением

$$\sum_{k=0}^{\infty} T\{k\} = T_{\text{набл}}. \quad (71)$$

4. Частота $f\{k\}$ (среднее число случаев в единицу времени) возникновения ситуации $\{k\}$ в результате поступления вызовов вычисляется по формуле

$$f\{k\} = \lambda \sum_{l=1}^k \omega_l \cdot p\{k-l\} \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (72)$$

где λ – интенсивность потока вызовов, которая оценивается по формуле (24) в задании 5.

Например, производя расчеты по формуле (72) для города Бор при $\lambda = 196$ (вызовов/год), получаем следующие значения частот $f\{k\}$ (случ./год):

$$f\{1\} = \lambda \omega_1 p\{0\} = 196 \cdot 0,133 \cdot 0,974815 = 25,41;$$

$$f\{2\} = \lambda(\omega_1 p\{1\} + \omega_2 p\{0\}) = 196 \cdot (0,133 \cdot 0,003307 + 0,306 \cdot 0,974815) = 58,55;$$

$$f\{3\} = \lambda[\omega_1 p\{2\} + \omega_2 p\{1\} + \omega_3 p\{0\}] = 196 \cdot (0,133 \cdot 0,007614 + 0,306 \cdot 0,003307 + 0,102 \cdot 0,974815) = 19,89;$$

$$f\{4\} = \lambda(\omega_1 p\{3\} + \omega_2 p\{2\} + \omega_3 p\{1\} + \omega_4 p\{0\}) = 196 \cdot (0,133 \cdot 0,002562 + 0,306 \cdot 0,007614 + 0,102 \cdot 0,003307 + 0,133 \cdot 0,974815) = 26,00 \text{ и т.д.}$$

Значения $f\{k\}$ для $k = 0, 1, 2, \dots$ связаны соотношением

$$\sum_{k=0}^{\infty} f\{k\} = \lambda. \quad (73)$$

5. Результаты расчетов заносятся в табл. 17.

По данным учебного диспетчерского журнала выезда ПП в городе целесообразно проводить расчеты для числа k одновременно занятых ПА, не превышающего пяти.

6. По результатам расчетов делается вывод о характере изменений вероятностных, временных и частотных характеристик в зависимости от числа k ПА, одновременно занятых обслуживанием вызовов в городе.

Из приведенных в качестве примера в табл. 17 данных по городу Бор следует, что примерно 97,5 % времени ПП находятся в ситуации $\{0\}$, в которой все оперативные отделения на основных ПА свободны от обслуживания вызовов.

Таблица 17

Теоретические значения характеристик одновременной занятости того или иного числа оперативных отделений обслуживанием вызовов в городе Бор

Число k одновременно занятых ПА	Вероятность возникновения $p\{k\}$	Суммарная длительность времени $T\{k\}$, час в год	Частота возникновения $f\{k\}$, случаев в год
0	0,974815	8539,38	-
1	0,003307	28,97	25,41
2	0,007614	66,70	58,55
3	0,002562	22,44	19,89
4	0,003345	29,31	26,00
5	0,004333	37,96	33,53
6	0,002207	19,33	17,30
7	0,001691	14,81	13,38
8	0,000039	0,35	0,61
9	0,000033	0,29	0,52
10	0,000021	0,19	0,33
Всего	$\approx 1,000000$	$\approx 8760,0$	$\approx \lambda = 196$

Раздел 4. Математические модели для проектирования организационных структур пожарной охраны в городах

Задание 10

На основе математического моделирования оценить нормативное (расчетное) число одновременно обслуживаемых вызовов пожарных подразделений (ПП) в городе.

1. Нормативное (расчетное) число \tilde{m} одновременно обслуживаемых вызовов ПП в городе определяется как наибольшее число одновременных вызовов, потребность в обслуживании которых может возникнуть в городе с вероятностью (либо с частотой), которой с практической точки зрения нельзя пренебречь. Определение нормативного числа одновременных вызовов предполагает, что ситуации $\{>\tilde{m}\}$ с числом одновременно обслуживаемых вызовов, превышающим \tilde{m} , маловероятны (т.е. могут возникать весьма редко).

Расчет вероятностных, временных и частотных характеристик возникновения ситуации $\{>\tilde{m}\}$, которые служат критериями выбора нормативного числа \tilde{m} для города, производится, исходя из вычисленных и использованных при выполнении задания 8 значений характеристик $\lambda, p\{m\}, T\{m\}, f\{m\}$ (см. табл. 16). Длительность периода времени наблюдения за

процессом функционирования ПП в городе в дальнейших расчетах принимается равной $T_{\text{набл}} = 1 \text{ год} = 8760 \text{ ч}$.

2. Вероятность $p\{>\tilde{m}\}$ того, что в произвольный момент времени число одновременно обслуживаемых вызовов в городе превышает некоторое значение \tilde{m} , вычисляется для $\tilde{m} = 0, 1, 2, 3, \dots$ по формуле

$$p\{>\tilde{m}\} = \sum_{m=\tilde{m}+1}^{\infty} p\{m\} = 1 - \sum_{m=0}^{\tilde{m}} p\{m\}. \quad (74)$$

Например, производя расчеты для города Бор, получаем:

$$\begin{aligned} p\{>0\} &= 1 - p\{0\} = 1 - 0,974815 = 0,025185; \\ p\{>1\} &= 1 - p\{0\} - p\{1\} = p\{>0\} - p\{1\} = 0,025185 - 0,024865 = 0,000320; \\ p\{>2\} &= 1 - p\{0\} - p\{1\} - p\{2\} = p\{>1\} - p\{2\} = 0,000320 - 0,000317 = 0,000003; \\ p\{>3\} &= 1 - p\{0\} - p\{1\} - p\{2\} - p\{3\} = p\{>2\} - p\{3\} = 0,000003 - 0,000003 \approx 0 \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

3. Ожидаемая в среднем суммарная длительность времени $T\{>\tilde{m}\}$ пребывания в ситуации одновременного обслуживания числа вызовов, превышающего некоторое значение \tilde{m} , за период времени наблюдения $T_{\text{набл}}$ вычисляется для $\tilde{m} = 0, 1, 2, 3, \dots$ по формуле

$$T\{>\tilde{m}\} = T_{\text{набл}} \cdot p\{>\tilde{m}\}. \quad (75)$$

Например, производя расчеты для города Бор, получаем

$$\begin{aligned} T\{>0\} &= T_{\text{набл}} p\{>0\} = 8760 \cdot 0,025185 = 220,62 \text{ (ч)}; \\ T\{>1\} &= T_{\text{набл}} p\{>1\} = 8760 \cdot 0,000320 = 2,80 \text{ (ч)}; \\ T\{>2\} &= T_{\text{набл}} p\{>2\} = 8760 \cdot 0,000003 = 0,03 \text{ (ч)} \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

4. Частота $f\{>\tilde{m}\}$ (среднее число случаев в единицу времени) переходов в ситуацию одновременного обслуживания числа вызовов, превышающего некоторое значение \tilde{m} в результате поступления очередного вызова, вычисляется для $\tilde{m} = 0, 1, 2, 3, \dots$ по формулам

$$f\{>0\} = \lambda; \quad (76)$$

$$f\{>\tilde{m}\} = \lambda \cdot p\{>(\tilde{m}-1)\} = \lambda \cdot \left[1 - \sum_{m=0}^{\tilde{m}-1} p\{m\} \right] = \lambda - \sum_{m=1}^{\tilde{m}} f\{\tilde{m}\} \quad (77)$$

Например, производя расчеты по формулам (76) и (77) для города Бор при $\lambda = 196$ (вызовов/год), получаем значения частот $f\{>\tilde{m}\}$ (случ./год)

$$\begin{aligned} f\{>0\} &= \lambda = 196; \\ f\{>1\} &= \lambda p\{>0\} = 196 \cdot 0,025185 = 4,93; \\ f\{>2\} &= \lambda p\{>1\} = 196 \cdot 0,000320 = 0,06; \\ f\{>3\} &= \lambda p\{>2\} = 196 \cdot 0 = 0 \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

5. Результаты расчетов представляются в виде табл.18.

6. В качестве нормативного принимается такое значение \tilde{m} , для которого значения критериев $p\{>\tilde{m}\}$, $T\{>\tilde{m}\}$, $f\{>\tilde{m}\}$ пренебрежимо малы. Например, по результатам расчетов для города Бор (табл. 18) норма-

тивное число \tilde{m} одновременно обслуживаемых вызовов может быть назначено равным двум, так как по результатам моделирования следует ожидать возникновение потребности в одновременном обслуживании числа вызовов, превышающего число $\tilde{m} = 2$, в среднем один раз в 16 лет (так как $f\{>2\} = 0,06$ случ./год), т.е. весьма редко. Суммарная продолжительность таких ситуаций в среднем составит 0,0003 % времени (так как $p\{>2\} = 3 \cdot 10^{-6}$), т.е. около 1,6 мин за год (так как $T\{>2\} = 0,026$ ч/год).

Таблица 18

Расчетные значения критериев выбора нормативного числа одновременно обслуживаемых вызовов пожарных подразделений в городе Бор

Расчетное число одновременно обслуживаемых вызовов \tilde{m}	Вероятность $p\{>\tilde{m}\}$	Суммарная длительность времени $T\{>\tilde{m}\}$, час в год	Частота $f\{>\tilde{m}\}$, случаев в год
0	0,025185	220,62	196
1	0,000320	2,80	4,93
2	0,000003	0,03	0,06
3	≈ 0	≈ 0	≈ 0

Задание 11

На основе математического моделирования обосновать количество оперативных отделений на основных пожарных автомобилях (ПА), обеспечивающих надежную противопожарную защиту города.

1. Количество N оперативных отделений на основных пожарных автомобилях (ПА) в составе дежурных караулов городских пожарных частей (ПЧ) должно быть достаточным для того, чтобы обеспечить безотказное обслуживание вызовов.

Отказ понимается как событие, которое состоит в том, что по очередному вызову не может выехать требуемое число ПА вследствие их занятости обслуживанием ранее поступивших вызовов (недостающее число ПА приходится дополнительно привлекать из объектовых ПЧ либо извне города, что нежелательно). Отказ называется полным, если по вызову не может выехать ни один ПА. Отказ называется частичным, если по вызову может выехать число ПА, меньшее требуемого для его обслуживания.

Полезными критериями для обоснования числа N ПА для города являются частотные, вероятностные и временные характеристики безотказности обслуживания вызовов. При расчетах значений характе-

ристик, соответствующих тому или иному задаваемому числу N , используются результаты математического моделирования процесса возникновения ситуаций одновременной занятости того или иного числа ПА обслуживанием вызовов в городе, полученные при выполнении задания 9 (см. табл. 17). Длительность периода времени наблюдения за процессом функционирования ПП в городе в дальнейших расчетах принимается равной $T_{\text{набл}} = 1 \text{ год} = 8760 \text{ ч}$.

2. Вероятность $p\{>N\}$ того, что в произвольный момент времени заданного числа N ПА недостаточно для обслуживания вызовов в городе (т.е. имеет место ситуация $\{>N\}$, в которой обслуживанием вызовов одновременно занято число ПА, превышающее заданное значение N), вычисляется по формуле

$$p\{>N\} = 1 - p\{\leq N\} = 1 - \sum_{k=0}^N p\{k\} \quad (N = 0, 1, 2, \dots), \quad (78)$$

где $p\{k\}$ – вычисляемая по формулам (67), (68) в задании 9 вероятность того, что в произвольный момент времени обслуживанием вызовов в городе будут одновременно заняты k оперативных отделений на основных ПА.

Например, производя расчеты по формуле (78), для г. Бор получаем

$$\begin{aligned} p\{>0\} &= 1 - p\{0\} = 1 - 0,974815 = 0,025185; \\ p\{>1\} &= 1 - p\{0\} - p\{1\} = p\{>0\} - p\{1\} = 0,025185 - 0,003307 = 0,021878; \\ p\{>2\} &= 1 - p\{0\} - p\{1\} - p\{2\} = p\{>1\} - p\{2\} = \\ &= 0,021878 - 0,007614 = 0,014264; \\ p\{>3\} &= 1 - p\{0\} - p\{1\} - p\{2\} - p\{3\} = p\{>2\} - p\{3\} = \\ &= 0,014264 - 0,002562 = 0,011702 \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

3. Ожидаемая за период времени наблюдения $T_{\text{набл}}$ суммарная продолжительность $T\{>N\}$ одновременной занятости обслуживанием вызовов в городе числа ПА, превышающего заданное значение N (т.е. с привлечением дополнительных ПА), оценивается по формуле

$$T\{>N\} = T_{\text{набл}} \cdot p\{>N\} = T_{\text{набл}} - \sum_{k=0}^N T\{k\} \quad (N = 0, 1, 2, \dots), \quad (79)$$

где $T\{k\}$ – вычисляемая по формуле (70) суммарная длительность одновременной занятости k ПА обслуживанием вызовов в городе за период времени наблюдения $T_{\text{набл}}$.

4. Частота возникновения отказов (как полных, так и частичных) $f_{\text{отк}}(N)$ в обслуживании вызовов в городе при заданном числе N ПА вычисляется по формуле

$$f_{\text{отк}}(0) = \lambda; \quad (80)$$

$$f_{\text{отк}}(N) = \lambda - \sum_{k=1}^N f\{k\} = f_{\text{отк}}(N-1) - f\{N\} \quad (N = 1, 2, 3, \dots), \quad (81)$$

где $f\{k\}$ – вычисляемая по формуле (61) частота возникновения ситуации одновременной занятости k ПА в результате поступления вызовов.

Например, производя расчеты по формулам (80) и (81), для города Бор получаем значения частот $f_{отк}(N)$ (случ./год):

$$f_{отк}(0) = \lambda = 196;$$

$$f_{отк}(1) = \lambda - f\{1\} = 196 - 25,41 = 170,59;$$

$$f_{отк}(2) = \lambda - f\{1\} - f\{2\} = f_{отк}(1) - f\{2\} = 170,59 - 58,55 = 112,04;$$

$$f_{отк}(3) = \lambda - f\{1\} - f\{2\} - f\{3\} = f_{отк}(2) - f\{3\} = 112,04 - 19,89 = 92,15 \text{ и т.д.}$$

5. Частота возникновения полных отказов $f_{по}(N)$ в обслуживании вызовов в городе при заданном числе N ПА вычисляется по формуле

$$f_{по}(0) = \lambda; \quad (82)$$

$$f_{по}(N) = \lambda \cdot p\{>(N-1)\} = \lambda \cdot \left(1 - \sum_{k=0}^{N-1} p\{k\}\right) \quad (N = 1, 2, 3, \dots). \quad (83)$$

6. Частота возникновения частичных отказов $f_{чо}(N)$ в обслуживании вызовов в городе при заданном числе N ПА вычисляется по формуле

$$f_{чо}(N) = f_{отк}(N) - f_{по}(N) \quad (N = 0, 1, 2, \dots). \quad (84)$$

7. Результаты расчетов величин $p\{>N\}$, $T\{>N\}$, $f_{отк}(N)$, $f_{по}(N)$ и $f_{чо}(N)$ сводятся в табл. 19.

Таблица 19

Расчетные значения критериев для обоснования числа N оперативных отделений на основных пожарных автомобилях в городе Бор

Число ПА N	Вероятность возникновения нехватки ПА $p\{>N\}$	Суммарная длительность времени $T\{>N\}$, час за год	Частота отказов, случаев за год		
			$f_{отк}(N)$	$f_{по}(N)$	$f_{чо}(N)$
0	0,025185	220,62	196,00	196	0
1	0,021878	191,65	170,59	4,94	165,65
2	0,014264	124,95	112,04	4,29	107,75
3	0,011702	102,51	92,15	2,80	89,35
4	0,008356	73,20	66,15	2,29	63,86
5	0,004023	35,25	32,62	1,64	30,98
6	0,001816	15,91	15,32	0,79	14,53
7	0,000125	1,10	1,94	0,36	1,58
8	0,000086	0,75	1,33	0,02	1,31
9	0,000053	0,46	0,82	0,02	0,80
10	0,000031	0,27	0,49	0,01	0,48

Следует заметить, что значения всех критериев в значительной степени коррелированы между собой, поэтому при проведении ориентировочных расчетов для обоснования числа N ПА в городе достаточно использо-

вать наиболее емкие по смыслу и простые в вычислениях критерии (например, величину $T\{>N\}$).

8. По результатам расчетов производится обоснование числа N оперативных отделений на основных ПА, обеспечивающих надежную противопожарную защиту города.

Значения всех критериев монотонно убывают с увеличением числа оперативных отделений в городе (что соответствует повышению уровня противопожарной защиты города), поэтому из экономических соображений разумно ограничиваться таким числом N отделений, которые обеспечивают достаточно малые значения рассматриваемых критериев. Например, при включении в городе Бор в состав дежурных караулов семи оперативных отделений на основных ПА обеспечивается весьма высокий уровень противопожарной защиты города: в течение года для обслуживания вызовов ПП в городе потребуется привлечь дополнительные отделения лишь в единичных случаях ($f_{отк}(7) \approx 2$ случая за год). При этом суммарная длительность занятости дополнительных отделений обслуживанием вызовов в городе составит около 1,1 ч за год.

Процедура определения требуемого числа оперативных отделений на основных ПА для города является неформализованной, несмотря на наличие количественных критериев. Неформализованным моментом остается назначение порога «достаточной малости» значений критериев. В каждом конкретном случае при обосновании следует опираться не только на полученные в результате расчетов значения критериев, но и принимать во внимание число мест дислокации пожарных подразделений (пожарных депо) в городе, характеристики пожарной опасности объектов в различных районах города, наличие в городе объектов ПЧ, а также наличие в непосредственной близости от города ПЧ, из которых при необходимости могут быть привлечены дополнительные отделения.

Задание 12

На основе моделирования найти оптимальный вариант распределения заданного числа оперативных отделений на основных пожарных автомобилях (ПА) по городским пожарным частям (ПЧ).

1. При распределении N оперативных отделений на основных ПА по K местам дислокации (городским ПЧ) следует руководствоваться стремлением к тому, чтобы по возможности избежать возникновения ситуаций, когда включенного в состав дежурного караула каждой i -ой ПЧ ($i = 1, 2, \dots, K$) числа N_i ПА окажется недостаточно для обслуживания вызовов в своем районе выезда и для этой цели придется привлекать дополнительные ПА из других ПЧ.

2. Допуская, что в состав дежурного караула i -й ПЧ включается то или иное число N_i основных ПА, на основе моделирования оцениваются ожидаемые за период времени наблюдения $T_{набл} = 1 \text{ год} = 8760 \text{ ч}$ нежелательные эффекты, которые выражаются набором значений рассмотренных в задании 11 характеристик безотказности обслуживания вызовов в i -м районе ($i = 1, 2, \dots, K$). Для ориентировочной оценки нежелательного эффекта достаточно использовать наиболее просто вычисляемую величину $T_i\{>N_i\}$ суммарной длительности времени одновременной занятости обслуживанием вызовов в i -м районе числа ПА, превышающего заданное значение N_i (т.е. с привлечением дополнительных ПА из других ПЧ):

$$T_i\{>N_i\} = T_{набл} - T_i\{\leq N_i\} = T_{набл} - \sum_{k=0}^{N_i} T_i\{k\} \quad (i = 1, 2, \dots, K; N_i = 0, 1, 2, \dots), \quad (85)$$

где $T_i\{k\}$ – ожидаемая за период времени наблюдения $T_{набл}$ суммарная продолжительность одновременной занятости k ПА обслуживанием вызовов в i -м районе, которая вычисляется по аналогии с величиной $T\{k\}$ (задание 9) отдельно для района выезда i -й ПЧ.

Совокупность значений $T_i\{>N_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, K; N_i = 0, 1, 2, \dots$) представляется в виде табл. 20, в которой в качестве примера приведены результаты расчетов по районам выезда двух городских ПЧ города Бор.

Таблица 20

Нежелательные эффекты, ожидаемые в течение года в районах выезда двух пожарных частей города Бор при включении в состав дежурного караула того или иного числа оперативных отделений

N_i	$T_1\{>N_1\}$	$T_2\{>N_2\}$
0	141,63	80,88
1	119,15	74,68
2	78,39	47,39
3	61,14	42,46
4	47,09	26,31
5	20,14	15,17
6	9,31	6,42
7	0,42	0,17

Во избежание необходимости проведения большого объема вычислений, для освоения методики выполнения задания рекомендуется в качестве значений величины $T_i\{>N_i\}$ условно использовать значения $T\{>N\}$, полученные в результате выполнения задания 11. При этом для

района выезда ПЧ-1 ($i = 1$) используются значения $T\{>N\}$, полученные по своему варианту исходных данных, а для района выезда ПЧ-2 ($i = 2$) – по любому другому варианту исходных данных.

Рекомендуется при выполнении задания произвести распределение пяти оперативных отделений ($N = 5$) по двум городским ПЧ ($K = 2$).

3. Составляется перечень подлежащих сравнительной оценке вариантов распределения N ПА по K городским ПЧ. Каждый вариант распределения характеризуется K -мерным вектором $\{N_1, N_2, \dots, N_K\}$, компоненты которого связаны между собой соотношением

$$\sum_{i=1}^K N_i = N. \quad (86)$$

В перечень включаются все возможные варианты распределения, либо отдельные варианты, которые представляются наиболее перспективными. Пример перечня подлежащих оценке вариантов распределения того или иного числа N ПА по двум городским ПЧ для города Бор приведен в левой части табл. 21.

Таблица 21

Расчетные значения критерия оптимальности, соответствующие различным вариантам распределения заданного числа N оперативных отделений по двум пожарным частям города Бор

N	N_1	N_2	$T_1\{>N_1\}$	$T_2\{>N_2\}$	$T\{N_1, N_2\}$
4	2	2	78,39	47,39	125,78
4	3	1	61,14	74,68	135,82
4	1	3	119,15	42,46	161,61
5	3	2	61,14	47,39	108,53
5	2	3	78,39	42,46	120,85
5	4	1	47,09	74,68	121,77
6	3	3	61,14	42,46	103,60
6	4	2	47,09	47,39	94,48
6	2	4	78,39	26,31	104,70
7	4	3	47,09	42,46	89,55
7	5	2	20,14	47,39	67,53

4. Отдельно для каждого подлежащего оценке варианта распределения N ПА по K городским ПЧ, исходя из значений компонент характеризующего его вектора $\{N_1, N_2, \dots, N_K\}$, по данным табл. 20 находится набор соответствующих значений нежелательных эффектов $T_1\{>N_1\}$, $T_2\{>N_2\}$, ..., $T_K\{>N_K\}$ и вычисляется суммарный по всем K районам выезда городских ПЧ нежелательный эффект:

$$T\{N_1, N_2, \dots, N_K\} = \sum_{i=1}^K T_i\{> N_i\}. \quad (87)$$

Результаты вычислений заносятся в правую часть табл. 21.

5. Вычисляемая по формуле (87) величина $T\{N_1, N_2, \dots, N_K\}$ является критерием оптимальности распределения N ПА по K ПЧ. Тот вариант распределения, которому соответствует минимальное значение этой величины (т.е. минимальный суммарный нежелательный эффект), является оптимальным с позиции рассматриваемого критерия.

6. С помощью описанной методики представляется возможным оценить ожидаемые эффекты от увеличения или сокращения общего числа N оперативных отделений на основных ПА в карауле городских ПЧ.

Например, в табл. 21 представлены результаты оценки с точки зрения критерия (87) перспективных вариантов распределения по двум ПЧ города Бор различного числа ПА (от четырех до семи).

При распределении четырех ПА наилучшим является вариант $\{2, 2\}$, при котором ожидаемая в среднем суммарная длительность времени занятости дополнительных ПА обслуживанием вызовов составляет приблизительно 125,78 ч за год. При распределении пяти ПА оптимальным является вариант $\{3, 2\}$, при котором ожидаемая в среднем суммарная длительность времени занятости дополнительных ПА обслуживанием вызовов составляет 108,53 ч за год.

При распределении шести ПА наиболее значительное снижение ожидаемого нежелательного эффекта до 94,48 ч за год будет достигаться при реализации варианта $\{4, 2\}$. И, наконец, при добавлении в состав дежурных караулов городских ПЧ еще одного отделения (при $N = 7$) наиболее значительное снижение ожидаемого нежелательного эффекта до 67,53 ч за год будет достигаться при включении этого отделения в состав караула ПЧ-1, т.е. при реализации варианта $\{5, 2\}$.

7. Наряду с критерием (87) возможно использование других критериев оптимальности, построенных аналогичным образом на основе рассмотренных в задании 11 характеристик безотказности обслуживания вызовов. Логический анализ и опыт практических расчетов показывают, что построенные таким образом критерии не противоречат друг другу, т.е. если некоторый вариант распределения оказался оптимальным или близким к таковому по одному из критериев, то он, как правило, близок к оптимальному и по остальным критериям. Вместе с тем критерии являются взаимодополняющими друг друга по информации, которую они в себе содержат, поэтому многокритериальные оценки различных вариантов распределения способствуют многостороннему обоснованию наиболее подходящего варианта распределения.

Выбор из ряда альтернативных вариантов распределения наиболее подходящего (рационального) варианта следует осуществлять не только по результатам их сравнительной оценки с позиций одного или нескольких критериев оптимальности, но и с привлечением иной имеющейся информации количественного или качественного характера о пожарной опасности на объектах, находящихся на территории района выезда той или иной ПЧ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брушлинский Н.Н. Системный анализ деятельности Государственной противопожарной службы. Учебник. – М.: МИПБ МВД России, 1998. – 255 с.
2. Брушлинский Н.Н., Коломиец Ю.И., Соболев Н.Н. Применение методов имитационного моделирования при подготовке инженеров пожарной безопасности // Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях: Обзорная информация, 1988, вып. 2, М.: ВИНТИ, С. 93 – 100.
3. Брушлинский Н.Н., Соболев Н.Н. Анализ циклических изменений плотности потока вызовов пожарных подразделений в городе // Организация, тактика и техника тушения пожаров на объектах народного хозяйства: Сб. науч.тр./ ВИПТШ МВД СССР. - М., 1988. - С. 100-107.
4. Брушлинский Н.Н., Соболев Н.Н. Математическая модель оперативной деятельности пожарной охраны города // Стационарные и передвижные средства борьбы с пожарами: Сб. науч. тр. / ВИПТШ МВД СССР. - М., 1985. - С. 69-76.
5. Брушлинский Н.Н., Соболев Н.Н. Оценка эффективности различных вариантов распределения оперативных отделений по городским пожарным частям // Стационарные и передвижные средства борьбы с пожарами: Сб. науч. тр. / ВИПТШ МВД СССР. - М., 1985. - С. 77-83.
6. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. - М.: Наука, 1988. - 203 с.
7. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 1996 – 416 с.
8. Коломиец Ю.И., Соболев Н.Н. Автоматизированная система для проектирования оргструктуры гарнизона противопожарной аварийно-спасательной службы // Тезисы докладов международной конференции «Информатизация правоохранительных систем» Международного форума информатизации (г.Москва).- М.: Изд. Центросоюза, 1993. - С. 53-54.
9. Системный анализ и проблемы пожарной безопасности народного хозяйства / Под ред Н.Н.Брушлинского.- М.: Стройиздат, 1988.- 413 с.
10. Соболев Н.Н. Моделирование организационно-управленческих ситуаций: Курс лекций для слушателей очной и заочной форм обучения. - М.: Академия ГПС МЧС России, 2008. - 68 с.
11. Соболев Н.Н. Использование компьютерной технологии в учебном процессе при разработке индивидуальных заданий расчетного характера // Материалы шестой международной конференции «Системы безопасности» - СБ-97 Международного форума информатизации (г. Москва).- М.: МИПБ МВД РФ, 1997. - С. 124- 125.
12. Соболев Н.Н. Оценка возможностей обслуживания вызовов пожарными подразделениями в городе на основе моделирования // Материалы пятой международной конференции «Информатизация систем безопасности» - ИСБ-96 Международных форумов информатизации и «Технологии безопасности-96», Москва.- М.: МИПБ МВД РФ, 1996. - С. 182-185.
13. Соболев Н.Н., Коломиец Ю.И. Учебный комплекс по обработке статистических данных и математическому моделированию организационно-управленческих ситуаций в пожарной охране // Материалы шестой международной конференции «Системы безопасности» - СБ-97 Международного форума информатизации (г. Москва).- М.: МИПБ МВД РФ, 1997. - С. 119 – 120.

ОБРАЗЕЦ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОМПЛЕКСА ЗАДАНИЙ

**Диспетчерский журнал выезда пожарных подразделений в городе
по 100 вызовам за 120 суток**

№ п/п	Время вызова ПП, дата /час:мин	Время возвращения, дата /час:мин	Длительность обслуживания, мин	Число основ- ных ПА	Район выез- да ПЧ	Причи- на вы- зова	Объект вызова ПП
1	2	3	4	5	6	7	8
1	03.01/18:49	03.01/19:28	39	2	1	А	НС
2	04.01/23:08	04.01/23:42	34	2	2	П	ОЗ
3	06.01/07:43	06.01/09:46	123	2	1	А	ПР
4	06.01/18:30	06.01/19:05	35	1	2	П	ЖС
5	07.01/06:03	07.01/07:29	86	1	1	С	НС
6	07.01/10:09	07.01/10:33	24	3	1	А	НС
7	08.01/06:25	08.01/06:59	34	1	2	П	ПР
8	08.01/18:37	08.01/19:47	70	2	2	А	ПР
9	13.01/05:07	13.01/05:58	51	4	2	П	ОЗ
10	13.01/09:04	13.01/09:22	18	1	2	Л	НС
11	15.01/04:35	15.01/05:27	52	1	1	А	ПР
12	16.01/15:28	16.01/16:05	37	2	1	А	ЖС
13	17.01/23:37	17.01/23:41	4	2	2	П	ОЗ
14	19.01/11:34	19.01/12:34	60	2	2	С	ПР
15	19.01/12:05	19.01/12:22	17	1	2	П	ПР
16	19.01/12:43	19.01/13:13	30	1	1	А	НС
17	20.01/16:38	20.01/17:25	47	4	1	П	ЖС
18	24.01/03:03	24.01/04:02	59	1	2	А	ЖС
19	26.01/00:34	26.01/02:15	101	2	2	П	ПР
20	27.01/06:54	27.01/08:00	66	1	1	П	ПР
21	27.01/12:23	27.01/13:16	53	1	1	А	ПР
22	28.01/16:56	28.01/17:01	5	2	2	Л	ЖС
23	29.01/12:17	29.01/12:35	18	2	1	А	ОЗ
24	02.02/20:33	02.02/21:30	57	1	1	П	ЖС
25	03.02/00:01	03.02/00:28	27	2	2	П	ДО
26	03.02/21:33	03.02/22:15	42	2	1	П	ОЗ
27	03.02/23:29	04.02/00:20	51	1	2	С	НС
28	05.02/10:00	05.02/10:54	54	1	1	С	ОТ
1	2	3	4	5	6	7	8

29	05.02/17:16	05.02/17:29	13	3	1	П	ЖС
30	06.02/21:56	06.02/22:11	15	2	1	А	ПР
31	07.02/12:38	07.02/13:41	63	1	2	П	ЖС
32	09.02/16:14	09.02/16:24	10	1	1	Л	ОЗ
33	10.02/21:40	10.02/22:13	33	1	2	П	ЖС
34	12.02/05:22	12.02/06:03	41	2	1	П	ЖС
35	12.02/05:34	12.02/06:21	47	2	1	П	ОЗ
36	12.02/17:44	12.02/19:25	101	2	2	Д	НС
37	12.02/19:56	12.02/20:12	16	4	1	Л	ЖС
38	14.02/02:56	14.02/03:50	54	2	2	Д	ПР
39	14.02/23:02	14.02/23:22	20	2	2	П	ЖС
40	14.02/23:17	14.02/23:35	18	2	2	А	ПР
41	15.02/12:18	15.02/12:41	23	1	1	А	ЖС
42	17.02/10:55	17.02/11:39	44	3	2	А	ПР
43	17.02/12:50	17.02/13:23	33	1	2	А	ПР
44	18.02/03:29	18.02/04:45	76	1	2	А	ЖС
45	21.02/15:37	21.02/16:41	64	3	2	П	ПР
46	22.02/02:40	22.02/03:28	48	1	2	А	ПР
47	22.02/03:33	22.02/04:23	50	2	1	П	ПР
48	23.02/04:15	23.02/06:23	128	2	1	П	ОЗ
49	23.02/14:31	23.02/14:57	26	1	2	Л	ОЗ
50	24.02/05:32	24.02/06:20	48	1	1	П	ЖС
51	24.02/21:49	24.02/22:14	25	3	1	Л	ПР
52	25.02/00:17	25.02/02:10	113	3	2	П	НС
53	25.02/02:40	25.02/02:52	12	1	2	Л	ЖС
54	28.02/22:45	28.02/22:54	9	3	2	Л	ОЗ
55	29.02/22:36	01.03/00:14	98	2	1	П	ОЗ
56	01.03/06:17	01.03/07:07	50	2	2	А	ПР
57	02.03/11:43	02.03/13:53	130	1	2	П	НС
58	03.03/16:21	03.03/16:34	13	2	2	А	ПР
59	03.03/19:41	03.03/20:02	21	2	1	А	ЖС
60	04.03/05:09	04.03/05:24	15	3	2	Л	ЖС
61	04.03/09:13	04.03/09:29	16	1	1	С	ПР
62	04.03/16:29	04.03/17:37	68	4	1	С	ЖС
63	05.03/12:32	05.03/13:01	29	1	2	Д	ОЗ
64	06.03/00:17	06.03/00:36	19	1	2	П	ПР
65	07.03/02:20	07.03/02:46	26	1	2	С	ПР
1	2	3	4	5	6	7	8

66	09.03/03:11	09.03/03:24	13	1	1	Л	ЖС
67	12.03/21:11	12.03/22:08	57	1	2	П	ЖС
68	17.03/07:25	17.03/07:37	12	3	2	П	ЖС
69	17.03/09:19	17.03/09:58	39	2	2	А	ЖС
70	17.03/21:24	17.03/21:42	18	1	2	П	НС
71	21.03/22:29	21.03/22:38	9	2	1	Л	ЖС
72	23.03/20:53	23.03/23:00	127	1	2	П	ЖС
73	24.03/00:10	24.03/00:36	26	2	1	А	ЖС
74	26.03/11:48	26.03/12:12	24	2	2	А	НС
75	27.03/13:33	27.03/15:06	93	2	2	А	ОЗ
76	29.03/21:16	29.03/22:15	59	1	1	П	ЖС
77	29.03/22:07	29.03/22:34	27	3	1	П	ПР
78	30.03/03:28	30.03/04:27	59	2	1	П	ПР
79	01.04/03:43	01.04/04:00	17	1	1	А	ПР
80	01.04/11:37	01.04/12:03	26	1	2	П	ПР
81	02.04/13:03	02.04/13:21	18	2	1	А	ЖС
82	03.04/17:28	03.04/17:57	29	1	1	П	ПР
83	04.04/06:39	04.04/07:05	26	2	1	П	ПР
84	09.04/12:14	09.04/12:37	23	2	1	П	ПР
85	09.04/14:26	09.04/14:37	11	1	2	Л	ПР
86	10.04/04:42	10.04/07:45	183	1	1	П	ПР
87	10.04/05:05	10.04/05:21	16	1	1	А	ЖС
88	11.04/03:24	11.04/03:52	28	3	2	А	ЖС
89	13.04/07:30	13.04/09:04	94	1	2	П	ОТ
90	13.04/07:52	13.04/08:32	40	1	1	А	НС
91	13.04/22:29	13.04/22:41	12	1	2	П	ПР
92	17.04/23:58	18.04/00:31	33	1	2	А	ПР
93	23.04/06:44	23.04/07:41	57	2	1	П	ЖС
94	23.04/11:03	23.04/11:30	27	1	1	П	ЖС
95	24.04/10:37	24.04/10:44	7	3	1	Л	ЖС
96	25.04/19:20	25.04/19:42	22	1	1	С	ЖС
97	26.04/17:36	26.04/17:55	19	1	2	П	ЖС
98	26.04/19:53	26.04/20:09	16	2	2	П	НС
99	27.04/15:22	27.04/15:51	29	1	1	П	ПР
100	28.04/23:12	29.04/00:08	56	3	2	П	ЖС

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Исходные данные и требования к выполнению комплекса заданий	5
Методические указания к выполнению заданий	8
Раздел 1. Первичная обработка статистических данных	8
Задание 1	8
Задание 2	10
Задание 3	13
Задание 4	15
Раздел 2. Статистический анализ закономерностей процессов поступления и обслуживания вызовов пожарных подразделений в городе	18
Задание 5	18
Задание 6	22
Задание 7	28
Раздел 3. Математические модели процесса функционирования пожарных подразделений по обслуживанию вызовов в городе	33
Задание 8	33
Задание 9	36
Раздел 4. Математические модели для проектирования организационных структур пожарной охраны в городах	38
Задание 10	38
Задание 11	40
Задание 12	43
Литература.	48
Приложение	49