PROBLEMAS DE GAUSS

x

TEORÍA + EJERCICIOS

RODRIGO ALCOCER

SISTEMAS LINEALES DE 3 O MÁS INCÓGNITAS

Podemos encontrarnos también sistemas de 3 o más incógnitas. El número de ecuaciones en un sistema es el número de incógnitas. Para resolverlas podemos utilizar los métodos mencionados antes pero para ser más eficientes y rápidos, utilizaremos el método matricial de Gauss.

Para verlo, vamos a poner un ejemplo y resolverlo: $\begin{cases} 2x + y - 2z = 7 \\ x + y + z = 0 \\ 3x + 2y + 2z = 1 \end{cases}$

Lo primero, convertir este sistema en una matriz de la siguiente manera:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 7 \\ x + y + z = 0 \\ 3x + 2y + 2z = 1 \end{cases} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right)$$

Una vez tenemos nuestra matriz, tenemos que lograr una escalera de ceros. Tenemos que lograr lo siguiente:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a & b & c & d \\ 0 & b & c & d \\ 0 & 0 & c & d \end{array}\right)$$

Vamos a operar:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right) \widetilde{F_2 \leftrightarrow F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right)$$

(nos interesa tener un 1 arriba-izq.)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right) \widetilde{\substack{F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 3F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 7 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right) \widetilde{F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 7 \\ 0 & 0 & 3 & -6 \end{array}\right)$$

Una vez hemos llegado a nuestra escalera de 0, transformamos nuestra matriz en un sistema de ecuaciones y resolvemos:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 7 \\ 0 & 0 & 3 & -6 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 0 \\ -y - 4z = 7 \\ 3z = -6 \end{cases}$$

$$3z = -6 \Leftrightarrow z = -2$$
$$-y - 4z = 7 \Leftrightarrow -y - 4 \cdot (-2) = 6 \Leftrightarrow y = 1$$
$$x + y + z = 0 \Leftrightarrow x + 1 + (-2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Una vez resuelto el sistema, ya tendríamos los resultados de nuestro sistema. En nuestro caso $x = 1,\ y = 1$ y $z = -2$.

PROBLEMAS DE GAUSS CON SOLUCIONES NUMÉRICAS

LOS PROBLEMAS CON ESTE ICONO 🏛 SON EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD

1. La producción de fresas en un invernadero depende de la temperatura t, en °C, del mismo según muestra la función:
$$P(t) = -t^3 + 27t^2 + 120t + 60$$
siendo $P(t)$ los kilos de fresa producidos dependiendo de la temperatura. ¿A qué temperatura se conseguirá el máximo número de kilos de fresas en el invernadero?
Solución: 20°C