



EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA DE 1º DE BACHILLERATO
Curso **2023-2024**
MATERIA: MATEMÁTICAS I

A

A.1. Calificación máxima: 0.7 puntos.

Resuelve la siguiente ecuación:

$$4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$$

A.2. Calificación máxima: 1.2 puntos.

Un hotel tiene habitaciones individuales (para una persona), dobles (para dos personas) y familiares (para cuatro personas). El hotel tiene un total de 144 habitaciones con una capacidad total de 312 personas; además, el número de habitaciones dobles es igual al triple de la suma de habitaciones individuales y familiares. Plantear y resolver un sistema de ecuaciones lineales para determinar el número de habitaciones de cada tipo que tiene el hotel.

A.3. Calificación máxima: 1.2 puntos.

Desde una determinada distancia, una bandera situada en la parte superior de un torreón se observa con un ángulo de 47° . Si nos acercamos 17,8 metros al torreón, la bandera se observa con un ángulo de 75° . Calcular la altura a la que se encuentra la bandera.

A.4. Calificación máxima: 1 punto.

Halla los valores de x para que el cociente $\frac{x-4i}{x+i}$ sea un número imaginario puro.

A.5. Calificación máxima: 1.2 puntos.

En el triángulo de vértices $A(2,1)$, $B(-3,5)$ y $C(4,5)$, se pide:

- a) (0,6 puntos) El ángulo formado por las rectas AB y BC .
- b) (0,6 puntos) La ecuación de la recta de la altura que pasa por el punto B .

A.6. Calificación máxima: 1.4 puntos.

Dadas las funciones $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{9-x^2}}$ y $g(x) = \frac{2x-6}{1+4x}$, se pide:

- a) (0,8 puntos) El dominio de definición de $f(x)$.
- b) (0,6 puntos) La función inversa de $g(x)$.

A.7. Calificación máxima: 1.2 puntos.

Calcula los siguientes límites:

- a) (0,6 puntos) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 3x} - 3x)$
- b) (0,6 puntos) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+3}{2x+2} \right)^{\frac{1}{x-1}}$

A.8. Calificación máxima: 1.2 puntos.

Halla la derivada de la siguiente función: $f(x) = (x^3 - 6x) \cdot (x^2 + 1)^3$

A.9. Calificación máxima: 0.9 puntos.

Sean A y B dos sucesos aleatorios, sabiendo $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, se pide:

- a) (0,3 puntos) Calcula $P(\bar{A})$.
- b) (0,3 puntos) Calcula $P(A \cup B)$.
- c) (0,3 puntos) Calcula $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.



①

$$4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0;$$

$$2^{2x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0;$$

$$2^{2x+2} + 2^{x+3} - 320 = 0;$$

$$2^{2x} \cdot 2^2 + 2^x \cdot 2^3 - 320 = 0;$$

$$2^{2x} \cdot 4 + 2^x \cdot 8 - 320 = 0$$

(cambio de variable: $2^x = t$)

$$4t^2 + 8t - 320 = 0$$

$$t = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-320)}}{2 \cdot 4} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 5120}}{8} = \frac{-8 \pm 72}{8} =$$

$$= \begin{cases} \frac{-8+72}{8} = 8 \\ \frac{-8-72}{8} = -10 \end{cases}$$

$$2^x = 8 \Rightarrow x = 3$$

$$2^x = -10 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$$

Solución: $x = 3$

②

$$\begin{cases} x + y + z = 144 \\ x + 2y + 4z = 312 \\ y = 3(x + z) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 144 \\ x + 2y + 4z = 312 \\ 3x - y + 3z = 0 \end{cases}$$

$x = \text{n}^\circ \text{ hab. individuales}$
 $y = \text{n}^\circ \text{ hab. dobles}$
 $z = \text{n}^\circ \text{ hab. familiares}$

Solución: 16 habitaciones individuales,
 108 dobles y 20 familiares.

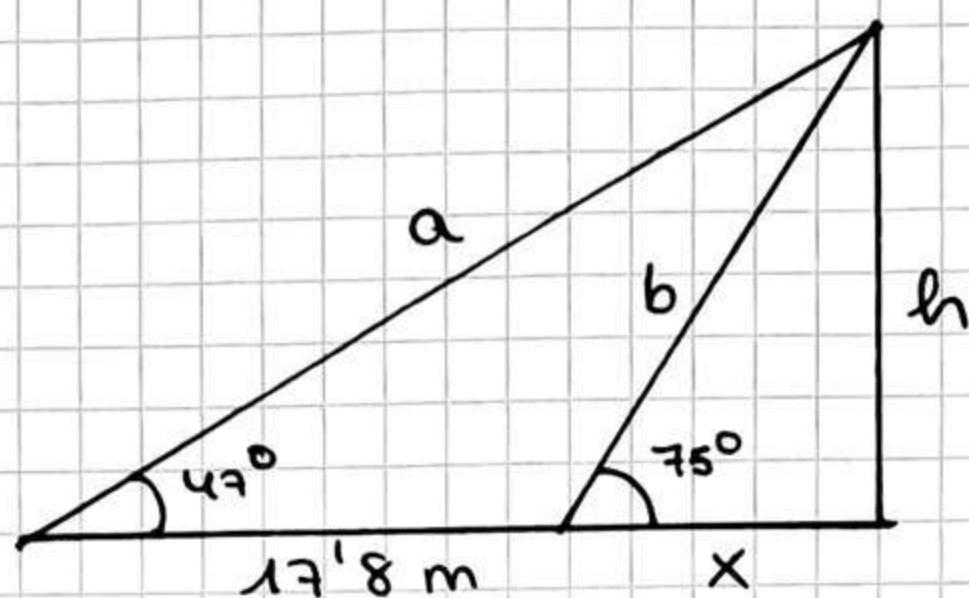
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 144 \\ 1 & 2 & 4 & 312 \\ 3 & -1 & 3 & 0 \end{array} \right) \begin{matrix} E_2 - E_1 \\ E_2 - 3E_1 \end{matrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 144 \\ 0 & 1 & 3 & 168 \\ 0 & -4 & 0 & -432 \end{array} \right)$$

$$-4y = -432 \Rightarrow y = 108$$

$$y + 3z = 168 \Rightarrow 108 + 3z = 168 \Rightarrow 3z = 60 \Rightarrow z = 20$$

$$x + y + z = 144 \Rightarrow x + 108 + 20 = 144 \Rightarrow x = 16$$

3



$$\begin{cases} \operatorname{tg} 75^\circ = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 47^\circ = \frac{h}{17'8 + x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} 75^\circ \cdot x = h \\ \operatorname{tg} 47^\circ \cdot (17'8 + x) = h \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} 75^\circ \cdot x = \operatorname{tg} 47^\circ \cdot (17'8 + x);$$

$$\operatorname{tg} 75^\circ \cdot x = \operatorname{tg} 47^\circ \cdot 17'8 + \operatorname{tg} 47^\circ \cdot x$$

$$3'73 x = 19'09 + 1'07 x$$

$$2'66 x = 19'09$$

$$x = \frac{19'09}{2'66} \approx 7'18 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} 75^\circ \cdot x = h \Rightarrow \operatorname{tg} 75^\circ \cdot 7'18 = h \Rightarrow h \approx 26'78 \text{ m}$$

Solución: la bandera se encuentra a una altura de 26'78 m.

4

$$\frac{x-4i}{x+i} = \frac{(x-4i)(x-i)}{(x+i)(x-i)} = \frac{x^2-xi-4xi-4}{x^2+1} =$$

$$= \frac{x^2-4}{x^2+1} - \frac{5x}{x^2+1}i$$

Para que sea imaginario puro, la parte real tiene que ser igual a 0.

$$\frac{x^2-4}{x^2+1} = 0 \Rightarrow x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm 2$$

Solución: $x=2$ y $x=-2$

5

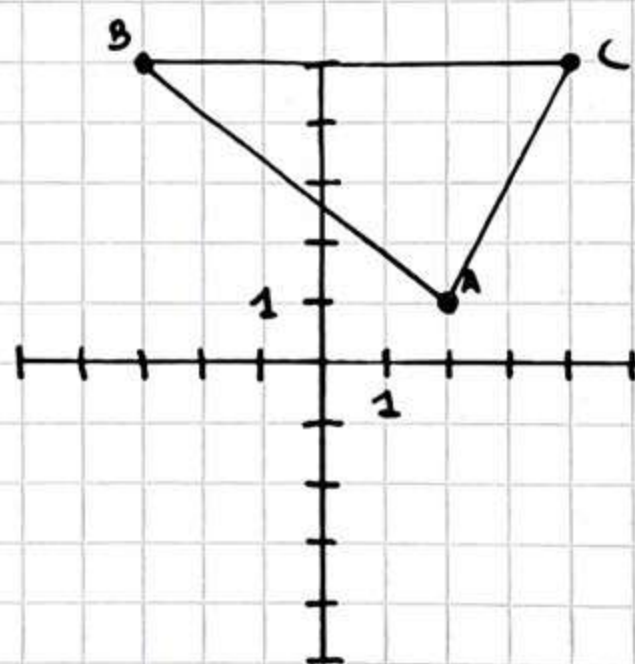
a)

$$\vec{AB} = ((-3)-2, 5-1) = (-5, 4)$$

$$\vec{BC} = (4-(-3), 5-5) = (7, 0)$$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{BC}|}{|\vec{AB}| |\vec{BC}|} = \frac{|-5 \cdot 7 + 4 \cdot 0|}{\sqrt{(-5)^2 + 4^2} \sqrt{7^2 + 0^2}} = \frac{|-35|}{\sqrt{41} \sqrt{49}} = \frac{35}{7\sqrt{41}}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{35}{7\sqrt{41}}\right) = 38^\circ 39' 35.31''$$



b)

$$m_{\vec{AB}} = \frac{5-1}{(-3)-2} = \frac{4}{-5}$$

$$y-5 = \frac{5}{4}(x-4)$$

$$m_{h_c} = \frac{-1}{\frac{4}{-5}} = \frac{5}{4}$$

$$y = \frac{5}{4}x$$

Solución: a) $38^\circ 39' 35.31''$
b) $y = \frac{5}{4}x$

⑥

$$a) f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$$

$$9 - x^2 > 0$$

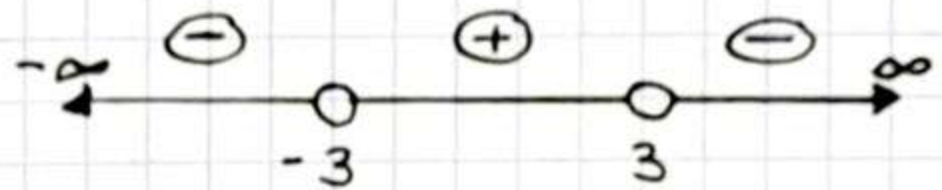
$$(3+x)(3-x) > 0$$

$$3+x=0$$

$$x = -3$$

$$3-x=0$$

$$x = 3$$



$$\text{Dom}f(x) = (-3, 3)$$

$$b) g(x) = \frac{2x-6}{1+4x}$$

$$y = \frac{2x-6}{1+4x}$$

$$x = \frac{2y-6}{1+4y}$$

$$x(1+4y) = 2y-6$$

$$x + 4xy = 2y - 6$$

$$x + 6 = 2y - 4xy$$

$$x + 6 = y(2 - 4x)$$

$$y = \frac{x+6}{2-4x}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x+6}{2-4x}$$

<p><u>Solución:</u> a) $\text{Dom}f(x) = (-3, 3)$ b) $g^{-1}(x) = \frac{x+6}{2-4x}$</p>
--

7

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 3x} - 3x)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(\sqrt{9x^2 + 3x} - 3x)(\sqrt{9x^2 + 3x} + 3x)}{(\sqrt{9x^2 + 3x} + 3x)} \right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9x^2 + 3x - 9x^2}{\sqrt{9x^2 + 3x} + 3x} \right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{\sqrt{9x^2 + 3x} + 3x} \right) = \frac{3}{3+3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+3}{2x+2} \right)^{\frac{1}{x-1}}$$

$$e^{\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+3}{2x+2} - 1 \right) \left(\frac{1}{x-1} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+3-2x-2}{2x+2} \right) \left(\frac{1}{x-1} \right)} =$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-x+1}{2x+2} \right) \left(\frac{1}{x-1} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-x+1}{2x^2-2} \right)} =$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-(x-1)}{2(x-1)(x+1)} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-1}{2(x+1)} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-1}{2x+2} \right)} =$$

$$= e^{-\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{e}}$$

Solución: a) $\frac{1}{2}$
b) $\sqrt[4]{\frac{1}{e}}$

$$8) f(x) = (x^3 - 6x) \cdot (x^2 + 1)^3$$

$$((x^3 - 6x))' = (3x^2 - 6)$$

$$((x^2 + 1)^3)' = 3 \cdot (x^2 + 1)^2 \cdot 2x = 6x(x^2 + 1)^2$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (3x^2 - 6) \cdot (x^2 + 1)^3 + 6x(x^2 + 1)^2 \cdot (x^3 - 6x) = \\ &= (x^2 + 1)^2 \left((3x^2 - 6) \cdot (x^2 + 1) + 6x \cdot (x^3 - 6x) \right) \end{aligned}$$

Solución: $f'(x) = (x^2 + 1)^2 \left((3x^2 - 6) \cdot (x^2 + 1) + 6x \cdot (x^3 - 6x) \right)$

9

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

a) $P(\bar{A})$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

b) $P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

c) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

Solución :

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{A}) &= \frac{5}{8} \\ \text{b) } P(A \cup B) &= \frac{5}{8} \\ \text{c) } P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$