



EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA DE 1º DE BACHILLERATO
Curso 2023-2024
MATERIA: MATEMÁTICAS I

B

B.1. Calificación máxima: 1 punto.

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\log(\sqrt{2x} - 3) + \log(\sqrt{x - 5}) + 1 = \log 30$$

B.2. Calificación máxima: 1 punto.

Resuelve gráficamente el siguiente sistema de inecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 5x - 3y \geq 12 \\ x - 4y < 3 \\ 3x + 7y \geq 15 \end{cases}$$

B.3. Calificación máxima: 1.2 puntos.

Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\cotg^2(x) - 1 = \frac{\cos(2x)}{\sin^2(x)}$$

B.4. Calificación máxima: 1.5 puntos.

Uno de los vértices de un hexágono regular tiene por coordenadas $P(-1, -1)$. Halla el número complejo cuyas raíces sextas son los vértices y los mismos.

B.5. Calificación máxima: 0.5 puntos.

Dados los vectores $\vec{A}(k, 5)$ y $\vec{B}(6, 4)$, halla k para que el ángulo formado por ambos vectores sea de 30° .

B.6. Calificación máxima: 2.1 puntos.

Dados los puntos $A(4, 3)$, $B(-6, 5)$ y $C(2, -2)$, se pide:

- (0,7 puntos) La ecuación paramétrica de la recta que pasa por los puntos B y C .
- (0,7 puntos) Las bisectrices de las rectas cuyo punto de intersección es B .
- (0,7 puntos) La ecuación de la mediana que pasa por el punto A .

B.7. Calificación máxima: 0.5 puntos.

Halla m y n para que la siguiente función sea continua en todo su dominio:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{si } x \leq 2 \\ mx + n & \text{si } 2 < x < 3 \\ 2n - 3mx & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

B.8. Calificación máxima: 1.2 puntos.

En una oficina de correos sólo admiten paquetes con forma de prisma rectangular, tales que la anchura sea igual a la altura y, además, la suma de sus tres dimensiones debe ser de 72 cm. Halla las dimensiones del prisma para que el volumen sea máximo.

B.9. Calificación máxima: 1 punto.

La producción de una empresa la realizan, a partes iguales, cuatro turnos, de los que tres son diurnos y uno nocturno. El porcentaje de piezas defectuosas producidas en cada turno diurno es el 2 % y en el nocturno es del 10 %. Si se toma una pieza al azar de un turno al azar:

- (0,6 puntos) Calcula la probabilidad de que la pieza sea defectuosa
- (0,6 puntos) Si la pieza tomada es defectuosa, calcula la probabilidad de que se haya producido en un turno diurno.

①

$$\log(\sqrt{2x-3}) + \log(\sqrt{x-5}) + 1 = \log(30);$$

$$\frac{1}{2} \log(2x-3) + \frac{1}{2} \log(x-5) + 1 \log(10) = \log(30);$$

$$\log(2x-3) + \log(x-5) + 2 \log(10) = 2 \log(30);$$

$$\log(2x-3) + \log(x-5) + \log(10^2) = \log(30^2)$$

$$(2x-3) \cdot (x-5) \cdot 100 = 900$$

$$(2x-3)(x-5) = 9$$

$$2x^2 - 13x + 15 = 9$$

$$2x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 48}}{4} = \frac{13 \pm 11}{4} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = \frac{13+11}{4} = \frac{24}{4} = 6 \\ x_2 = \frac{13-11}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\log(\sqrt{2 \cdot 6 - 3}) + \log(\sqrt{6 - 5}) + 1 = \log(30)$$

$$\log(\sqrt{2 \cdot \frac{1}{2} - 3}) + \log(\sqrt{\frac{1}{2} - 5}) + 1 \neq \log(30)$$

Solución: $x = 6$

②

$$\begin{cases} 5x - 3y \geq 12 \\ x - 4y < 3 \\ 3x + 7y \geq 15 \end{cases}$$

$$5x - 3y = 12$$

x	y
0	-4
3	1

$$5 \cdot 0 - 3 \cdot 0 \geq 12$$

$$0 \geq 12$$

(X)

$$x - 4y = 3$$

x	y
3	0
-1	-1

$$0 - 4 \cdot 0 < 3$$

$$0 < 3$$

(✓)

$$3x + 7y = 15$$

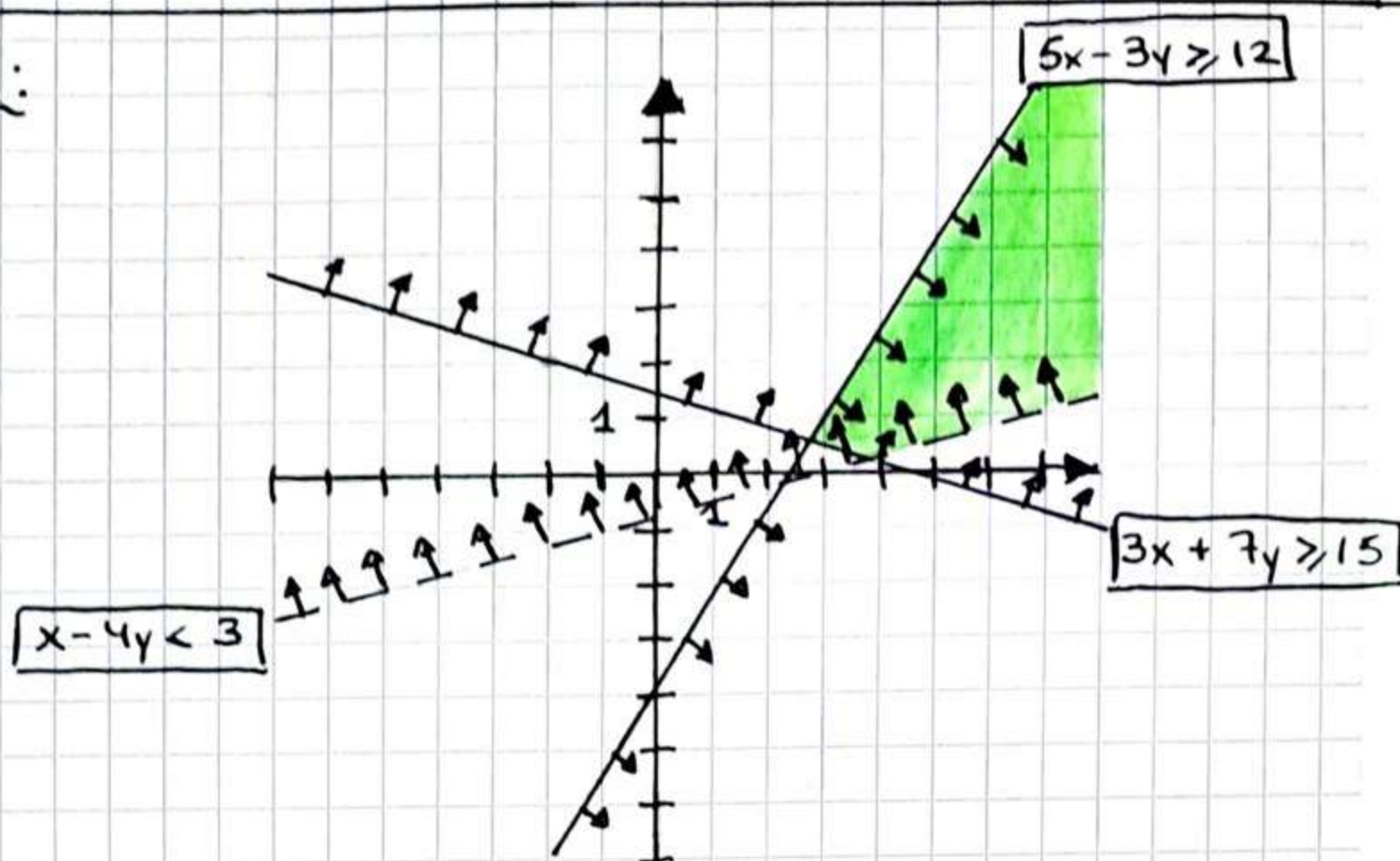
x	y
5	0
-2	3

$$3 \cdot 0 + 7 \cdot 0 \geq 15$$

$$0 \geq 15$$

(X)

Solución:



3

$$\cotg^2(x) - 1 = \frac{\cos(2x)}{\sin^2(x)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos(2x)}{\sin^2(x)} &= \frac{\cos^2(x) - \sin^2(x)}{\sin^2(x)} = \frac{\cos^2(x)}{\sin^2(x)} - \frac{\sin^2(x)}{\sin^2(x)} = \\ &= \frac{\cos^2(x)}{\sin^2(x)} - 1 = \cotg^2(x) - 1 \end{aligned}$$

4

$$(-1, -1) = -1 - i = \sqrt{2}_{225^\circ}$$

$$\hookrightarrow r = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{-1}{-1}\right) = 45^\circ \xrightarrow{\text{III}} 225^\circ$$

$$\sqrt[6]{z} = \sqrt{2}_{225^\circ} \Rightarrow z = \left(\sqrt{2}_{225^\circ}\right)^6 = 8_{270^\circ}$$

$$\rho = \sqrt[6]{8} = \sqrt{2}$$

$$\beta = \frac{270^\circ + 360^\circ k}{6} = \begin{cases} k=0 \Rightarrow \beta = 45^\circ \\ k=1 \Rightarrow \beta = 105^\circ \\ k=2 \Rightarrow \beta = 165^\circ \\ k=3 \Rightarrow \beta = 225^\circ \\ k=4 \Rightarrow \beta = 285^\circ \\ k=5 \Rightarrow \beta = 345^\circ \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} z_1 &= \sqrt{2}_{45^\circ} \\ z_2 &= \sqrt{2}_{105^\circ} \\ z_3 &= \sqrt{2}_{165^\circ} \\ z_4 &= \sqrt{2}_{225^\circ} \\ z_5 &= \sqrt{2}_{285^\circ} \\ z_6 &= \sqrt{2}_{345^\circ} \end{aligned}$$

5

$$\vec{A}(k, 5) \quad \vec{B}(6, 4) \quad \angle \vec{A} \vec{B} = 30^\circ$$

$$\cos 30^\circ = \frac{k \cdot 6 + 5 \cdot 4}{\sqrt{k^2 + 5^2} \sqrt{6^2 + 4^2}};$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6k + 20}{\sqrt{k^2 + 25} \sqrt{52}};$$

$$\sqrt{3 \cdot 52 \cdot (k^2 + 25)} = 2(6k + 20)$$

$$\sqrt{156k^2 + 3900} = 12k + 40$$

$$156k^2 + 3900 = (12k + 40)^2$$

$$156k^2 + 3900 = 144k^2 + 960k + 1600$$

$$12k^2 - 960k + 2300 = 0$$

$$3k^2 - 240k + 575 = 0$$

$$k = \frac{240 \pm \sqrt{57600 - 4 \cdot 3 \cdot 575}}{6} = \frac{240 \pm \sqrt{57600 - 6900}}{6} =$$

$$= \begin{cases} k_1 = \frac{120 + 65\sqrt{3}}{3} \approx 77.5 \\ k_2 = \frac{120 - 65\sqrt{3}}{3} \approx 2.5 \end{cases}$$

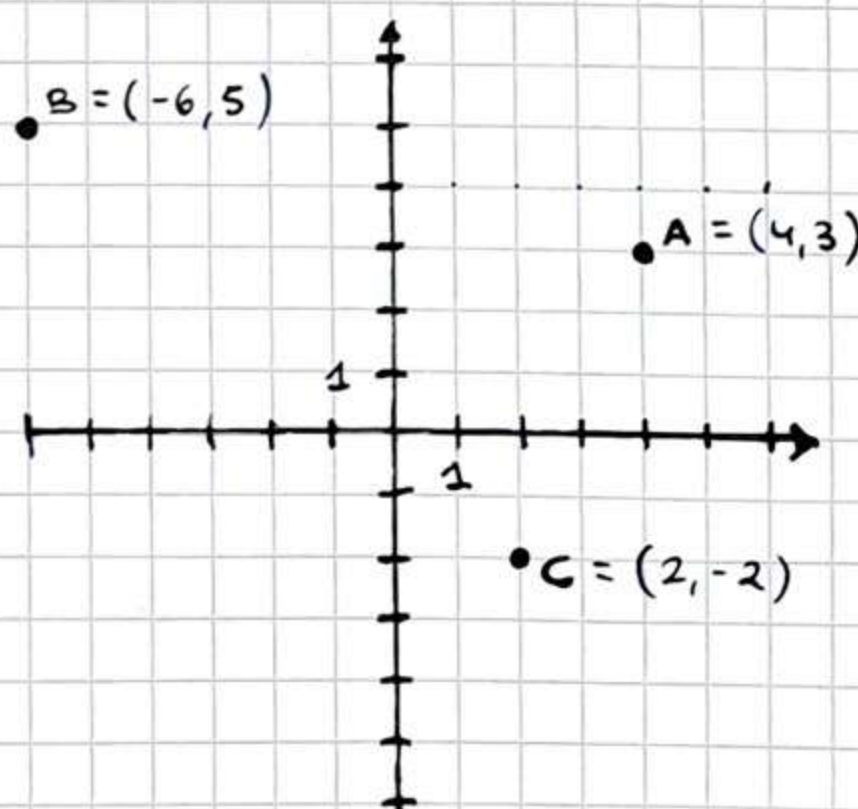
Solución:
 $k = 2.5$
 $k = 77.5$

6

a)

$$\vec{BC} = (2 - (-6), -2 - 5) = (8, -7)$$

$$\begin{cases} x = -6 + 8t \\ y = 5 - 7t \end{cases}$$



b)

$$\overline{BC} : \begin{cases} x = -6 + 8t \\ y = 5 - 7t \end{cases} \Rightarrow 7x + 8y + 2 = 0$$

$$\overrightarrow{AB} = (-6 - 4, 5 - 3) = (-10, 2)$$

$$\overline{AB} : \frac{x - 4}{-10} = \frac{y - 3}{2} \Rightarrow 2x + 10y - 38 = 0$$

$$\text{dist}(P, \overline{AB}) = \text{dist}(P, \overline{BC}) \quad [P = (x, y)]$$

$$\text{dist}(P, \overline{AB}) = \frac{|2x + 10y - 38|}{\sqrt{2^2 + 10^2}} = \frac{|2x + 10y - 38|}{2\sqrt{26}}$$

$$\text{dist}(P, \overline{BC}) = \frac{|7x + 8y + 2|}{\sqrt{7^2 + 8^2}} = \frac{|7x + 8y + 2|}{\sqrt{113}}$$

$$B_1 : \frac{2x + 10y - 38}{2\sqrt{26}} = \frac{7x + 8y + 2}{\sqrt{113}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{113} (2x + 10y - 38) = 2\sqrt{26} (7x + 8y + 2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{113}x + 10\sqrt{113}y - 38\sqrt{113} = 14\sqrt{26}x + 16\sqrt{26}y + 4\sqrt{26} \Rightarrow$$

$$\approx \Rightarrow -50,13x + 24,72y - 424,34 = 0$$

$$B_2 : \frac{2x + 10y - 38}{2\sqrt{26}} = \frac{-(7x + 8y + 2)}{\sqrt{113}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{113} (2x + 10y - 38) = 2\sqrt{26} (-7x - 8y - 2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{113}x + 10\sqrt{113}y - 38\sqrt{113} = -14\sqrt{26}x - 16\sqrt{26}y - 4\sqrt{26} \Rightarrow$$

$$\approx \Rightarrow 92,65x + 187,89y - 383,55 = 0$$

c)

$$PM_{\overline{BC}} = \left(\frac{-6+2}{2}, \frac{5+(-2)}{2} \right) = \left(\frac{-4}{2}, \frac{3}{2} \right) = \left(-2, \frac{3}{2} \right)$$

$$\overrightarrow{APM_{\overline{BC}}} = \left(-2-4, \frac{3}{2}-3 \right) = \left(-6, -\frac{3}{2} \right)$$

$$\overline{APM_{\overline{BC}}} : \frac{x-4}{-6} = \frac{y-3}{-\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{3}{2}x - 6y + 12 = 0$$

Solución:

$$a) \overline{BC} : \begin{cases} x = -6 + 8t \\ y = 5 - 7t \end{cases}$$

$$b) B_1 : -50,13x + 24,72y - 424,34 = 0$$

$$B_2 : 92,65x + 187,89y - 383,55 = 0$$

$$c) \overline{APM_{\overline{BC}}} : \frac{3}{2}x - 6y + 12 = 0$$

7

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{si } x \leq 2 \\ mx + n & \text{si } 2 < x < 3 \\ 2n - 3mx & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x - 2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (mx + n) = 2m + n \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} (mx + n) = 3m + n \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} (2n - 3mx) = 2n - 9m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m+n=4 \Rightarrow n=4-2m \\ 3m+n=2n-9m \end{cases}$$

$$3m + (4-2m) = 2(4-2m) - 9m;$$

$$3m + 4 - 2m = 8 - 4m - 9m$$

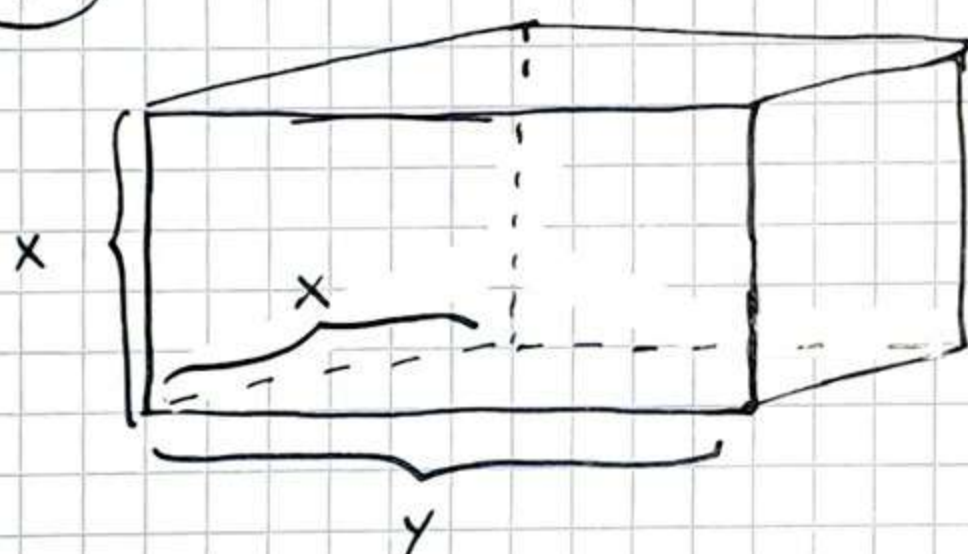
$$14m = 4$$

$$m = \frac{2}{7}$$

$$n = 4 - 2 \cdot \frac{2}{7} = \frac{24}{7}$$

<u>Solución:</u> $m = \frac{2}{7}$ $n = \frac{24}{7}$

8



$$\begin{cases} x + x + y = 72 \\ V = x \cdot x \cdot y \Rightarrow \max. \end{cases}$$

$$2x + y = 72 \Rightarrow y = 72 - 2x$$

$$V = x^2 \cdot (72 - 2x) = 72x^2 - 2x^3 = V(x)$$

$$V'(x) = 144x - 6x^2$$

$$144x - 6x^2 = 0 \Rightarrow x(144 - 6x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ [no vale]} \\ 144 - 6x = 0; \\ x = 24 \end{cases}$$

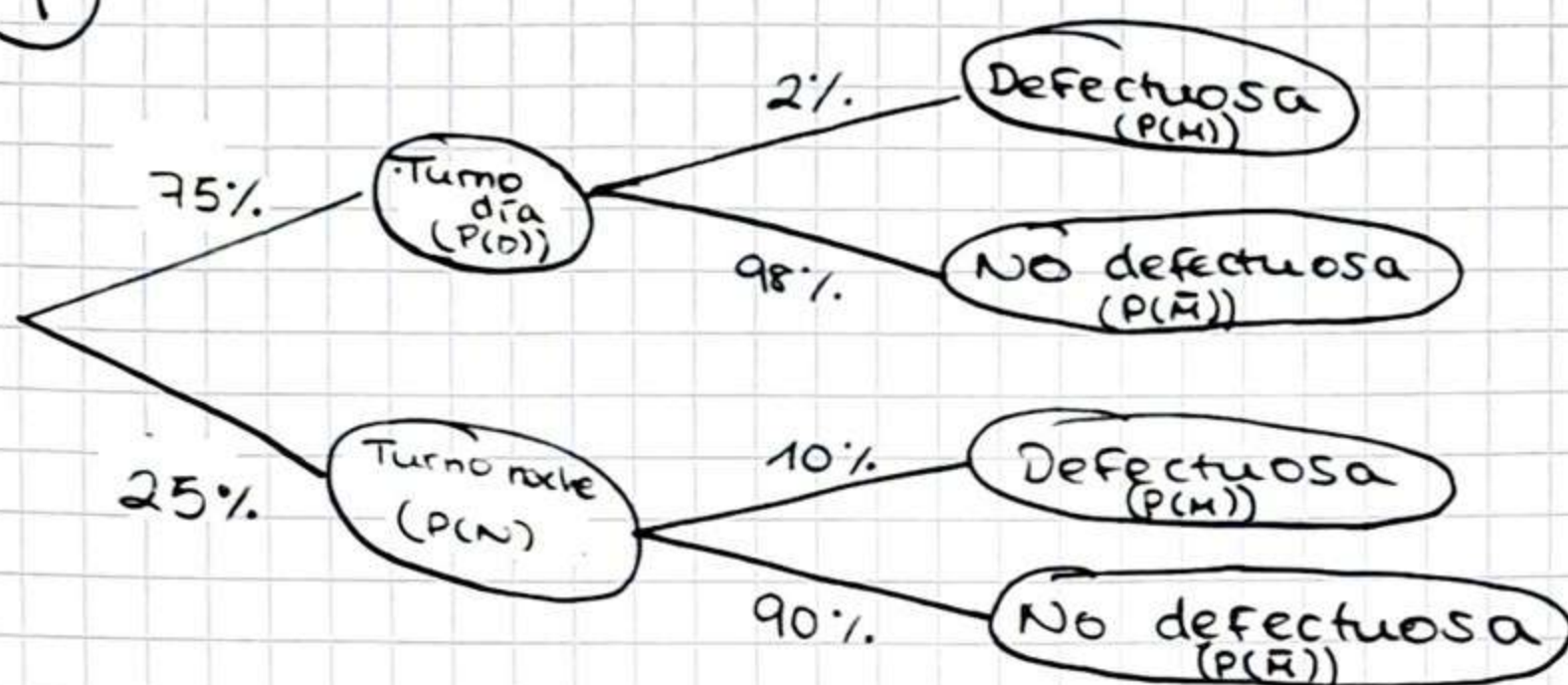
$$V''(x) = 144 - 12x$$

$$V''(24) = -144 < 0 \Rightarrow x = 24 \text{ es máximo.}$$

$$y = 72 - 2 \cdot 24 = 24$$

<u>Solución</u> $x = 24 \text{ cm}$ $y = 24 \text{ cm}$

9



$$\begin{aligned}
 a) \quad P(M) &= P(D) \cdot P(M) + P(N) \cdot P(M) = \\
 &= \frac{75}{100} \cdot \frac{2}{100} + \frac{25}{100} \cdot \frac{10}{100} = \\
 &= \frac{3}{200} + \frac{1}{40} = \frac{1}{25} = 0'04
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad P(D/M) &= \frac{P(D \cap M)}{P(M)} = \frac{\frac{75}{100} \cdot \frac{2}{100}}{\frac{1}{25}} = \\
 &= \frac{\frac{3}{200}}{\frac{1}{25}} = \frac{75}{200} = \frac{3}{8} = 0'375
 \end{aligned}$$

Solución:
 a) $P(M) = 0'04$
 b) $P(D/M) = 0'375$