



TAREFA SOBRE TRANSFORMAÇÕES LINEARES

Nome dos integrantes da equipe: _____

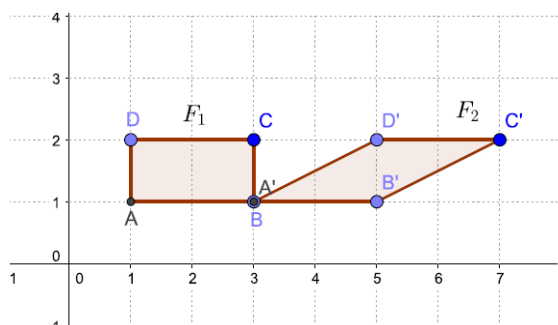
Diretrizes:

1. Esta tarefa tem peso 2,0. A nota obtida na tarefa será acrescentada à nota da 3ª prova, que tem peso 10,0, da seguinte forma: será acrescentado o percentual da nota da tarefa equivalente ao percentual obtido na prova. Por exemplo, se a nota obtida na prova for 8,0, será acrescentado na 3ª prova 80% da nota obtida na tarefa.
2. A tarefa deve ser realizada no máximo em duplas.
3. Todas as etapas da tarefa devem ser apresentadas de forma clara e com as devidas justificativas utilizando a teoria de Álgebra Linear.
4. Data da entrega: na aula do dia 21/11, em folhas tamanho A4.

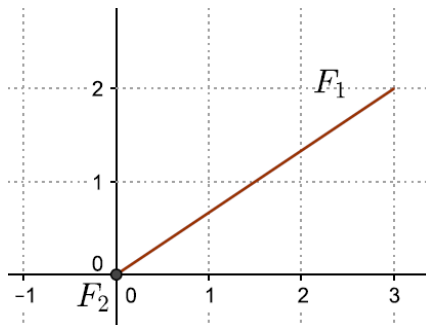
Questões:

1. Há alguma transformação linear $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ que transforma a figura F_1 na figura F_2 ? Caso positivo, obtenha $T(x, y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, e mostre que T realmente é linear. Em caso negativo, use argumentos consistentes para mostrar que não há linearidade.

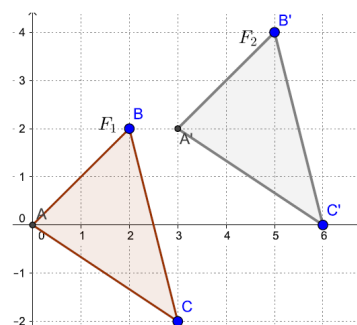
a)



b)



c)



2. Considere o subespaço vetorial do \mathbb{R}^2 , $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x > 0\}$, com as operações de $(+)$ e (\cdot) definidas por:

- $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 \cdot x_2, y_1 + y_2)$
- $k(x_1, y_1) = (x_1^k, ky_1)$

e o subespaço vetorial do \mathbb{R}^2 , $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y > 0\}$, com as operações de $(+)$ e (\cdot) definidas por:

- $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 \cdot y_2)$
- $k(x_1, y_1) = (kx_1, y_1^k)$.

Verifique se a transformação $T: H \rightarrow G$ definida por $T(x, y) = (\ln(x), e^y)$ é linear. Caso positivo, verifique se T é um isomorfismo.

3. Desenhe a letra inicial do nome de um dos integrantes da equipe, utilizando um polígono que ocupe os 4 quadrantes do plano xy . A Figura 1 mostra um exemplo de como poderia ser representada a letra I. Represente geometricamente a imagem da sua inicial pelas seguintes transformações:

- Reflexão em torno do eixo y .
- Cisalhamento com fator $\frac{1}{2}$ na direção do eixo x .
- Reflexão em torno da reta $y = 3x$.

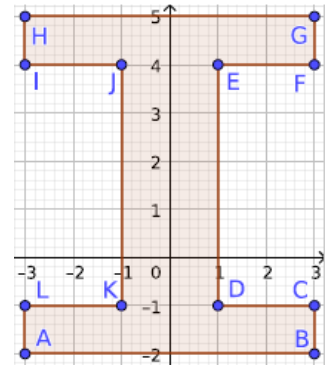


Figura 1: Polígono para a letra I.

4. Suponha que um operador linear $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, transforma os pontos da Figura 2 nos pontos correspondentes da Figura 3.

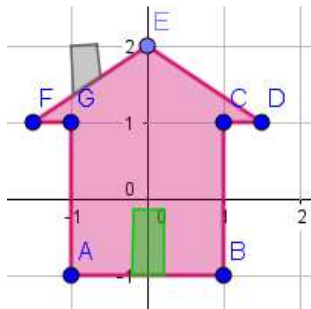


Figura 2

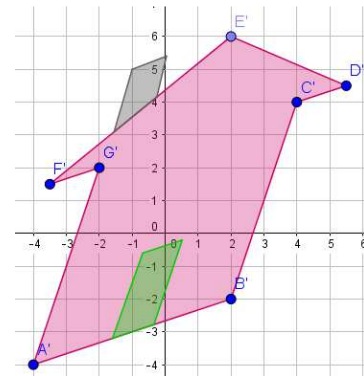


Figura 3

- Encontre a lei da transformação T .
- Que vetores não nulos do plano quando transformados por T , ficam ampliados/reduzidos na mesma direção? Em quantas vezes?
- Represente geometricamente os vetores encontrados no item anterior e suas respectivas imagens.