

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC  
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MATEUS SCHROEDER DA SILVA

A CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS: DOS NATURAIS AOS REAIS

JOINVILLE - SC

2023

**MATEUS SCHROEDER DA SILVA**

**A CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS: DOS NATURAIS AOS REAIS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática pelo curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas - CCT, da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC. Orientador: Doutor Marnei Luis Mandler

**JOINVILLE - SC**

**2023**

**MATEUS SCHROEDER DA SILVA**

**A CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS: DOS NATURAIS AOS REAIS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado  
como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática pelo curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas - CCT, da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC.  
Orientador: Doutor Marnei Luis Mandler

**BANCA EXAMINADORA**

Doutor Marnei Luis Mandler  
Nome da Instituição

Membros:                      Nome do Membro da banca e Titulação  
Nome da Instituição

Nome do Membro da banca e Titulação  
Nome da Instituição

Joinville, 19 de setembro de 2022.

Elemento opcional utilizado pelo autor para registrar homenagens ou dedicatórias à determinada(s) pessoa(s).

## **AGRADECIMENTOS**

Elemento opcional utilizado pelo autor para registrar agradecimento às pessoas que contribuíram para a elaboração do trabalho.

*Elemento opcional utilizado pelo autor para apresentar uma citação relacionada com a matéria tratada no corpo do trabalho.*

## RESUMO

Elemento obrigatório que contém a apresentação concisa dos pontos relevantes do trabalho, fornecendo uma visão rápida e clara do conteúdo e das conclusões do mesmo. A apresentação e a redação do resumo devem seguir os requisitos estipulados pela NBR 6028 (ABNT, 2003). Deve descrever de forma clara e sintética a natureza do trabalho, o objetivo, o método, os resultados e as conclusões, visando fornecer elementos para o leitor decidir sobre a consulta do trabalho no todo.

**Palavras-chave:** Palavra 1. Palavra 2. Palavra 3. Palavra 4. Palavra 5.

## ABSTRACT

Elemento obrigatório para todos os trabalhos de conclusão de curso. Opcional para os demais trabalhos acadêmicos, inclusive para artigo científico. Constitui a versão do resumo em português para um idioma de divulgação internacional. Deve aparecer em página distinta e seguindo a mesma formatação do resumo em português.

**Keywords:** Keyword 1. Keyword 2. Keyword 3. Keyword 4. Keyword 5.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

## LISTA DE TABELAS

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ENEM	Exame nacional do Ensino Médio
Fig.	Area of the $i^{th}$ component
FLT	Fermat's Last Theorem
MEC	Ministério da Educação

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbb{N}$	Conjunto dos números naturais
$\mathbb{Z}$	Conjunto dos números inteiros
$\mathbb{Q}$	Conjunto dos números racionais
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais
$\mathbb{C}$	Conjunto dos números complexos
$C_c(R)$	Conjunto das funções $f : R \rightarrow \mathbb{C}$ contínuas com suporte compacto em um conjunto $R$ .

## SUMÁRIO

## 1. INTRODUÇÃO

A introdução apresenta os objetivos do trabalho, bem como as razões de sua elaboração. Tem caráter didático de apresentação. Deve abordar:

- a) o problema de pesquisa, proposto de forma clara e objetiva;
- b) os objetivos, delimitando o que se pretende fazer;
- c) a justificativa, destacando a importância do estudo;
- d) apresentar as definições e conceitos necessários para a compreensão do estudo;
- e) apresentar a forma como está estruturado o trabalho e o que contém cada uma de suas partes.

O desenvolvimento é a demonstração lógica de todo o trabalho, detalha a pesquisa ou o estudo realizado. Explica, discute e demonstra a pertinência das teorias utilizadas na exposição e resolução do problema.

O desenvolvimento pode ser subdividido em seções e subseções com nomenclaturas definidas pelo autor conforme conteúdo apresentado.

## 2. O conjunto dos números Naturais e os axiomas de Peano

Os números naturais foram usados por muito tempo como algo por si só e sem fundamentação por outras coisas que os justificassem. Houveram algumas tentativas de formalização do conjunto, e no século XIX pelo italiano Giuseppe Peano.

Seguiremos a apresentação dos axiomas apresentando 5 axiomas, ao contrário de Peano que apresentou 9 axiomas.

Para apresentarmos os axiomas, temos que ter em mente que elas são afirmações sobre algo, em especial, esses axiomas relacionam conceitos chamados de 'conceitos primitivos', que intuitivamente são conceitos que se tomam como compreendidos e 'não se tenta defini-los'.

**Axioma 1.** *Zero é um número natural*

**Axioma 2.** *Se  $a$  é um número natural, então  $a$  tem um único sucessor que também é um número natural*

**Axioma 3.** *Zero não é sucessor de nenhum número natural*

**Axioma 4.** *Dois números naturais que têm sucessores iguais são, eles próprios, iguais.*

**Axioma 5.** *Se uma coleção  $S$  de números naturais contém o zero e, também o sucessor de todo elemento de  $S$ , então  $S$  é o conjunto de todos os números naturais.*

Seguindo o costume, chamaremos de 0 o Zero,  $\mathbb{N}$  o conjunto de todos os números naturais e somente os números naturais, e a função  $^+ : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  para denotar a relação 'é sucessor de'.

**Definição 2.1.** *A adição  $(x, y) \rightarrow x + y$  em  $\mathbb{N}$  é definido como:*

$$a + 0 = a$$

$$a + b^+ = (a + b)^+$$

**Observação 2.1.** Denotaremos por 1 o sucessor do zero, isto é,  $0^+$ , o 2 será para denotar o sucessor do 1, isto é,  $1^+$ , e assim por diante.

**Observação 2.2.** Algumas conclusões são imediatas:

Por  $?? \mathbb{N} \neq$

Em  $??$ , ao aplicar a contra-positiva, obtemos  $a \neq b \implies a^+ \neq b^+$

Listaremos algumas propriedades da adição e depois provaremos essas afirmações.

- Associativa:  $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Comutativa:  $a + b = b + a$
- Elemento neutro:  $\exists b \in \mathbb{N} / \forall a, a + b = b + a = a$



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

É a parte final do texto. Deve retomar o problema inicial, revendo os objetivos e comentando se foram atingidos ou não, enunciando as principais contribuições. Sintetiza as principais idéias, bem como os resultados, avaliando pontos positivos e negativos. Geralmente inclui recomendações e/ou sugestões.

## REFERÊNCIAS

## APÊNDICE A - TÍTULO

Lalalalalala....

## ANEXO A - TÍTULO

Lalalalalala...